



HAL
open science

Une approche de l'analyse dimensionnelle en classes de lycée

Benoît Delépine, Thibault Debelhoir

► **To cite this version:**

Benoît Delépine, Thibault Debelhoir. Une approche de l'analyse dimensionnelle en classes de lycée. Education. 2018. dumas-01989070

HAL Id: dumas-01989070

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01989070>

Submitted on 15 Mar 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Année universitaire 2017-2018

Master MEEF

Mention 2nd degré- parcours Sciences Physiques et Chimiques

2^{ème} année

Une approche de l'analyse dimensionnelle en classes de lycée

Mots Clefs : analyse dimensionnelle, unités

Présenté par : Thibault Debelhoir et Benoît Delépine

Encadré par : Paulo Martins

Table des matières

Introduction	1
I Recherche bibliographique	1
I.1 Présentation de l'analyse dimensionnelle	1
I.2 L'analyse dimensionnelle dans les programmes	2
I.2.a Au collège	3
I.2.b Au lycée	5
I.3 Constat et hypothèse	6
II Construction des séances pédagogiques	7
II.1 <i>A priori</i> observés des élèves	7
II.1.a Construction du questionnaire	7
II.1.b Résultats au questionnaire	10
II.1.c Catégories d'élèves	11
II.2 Dans la bibliographie	13
II.3 La démarche proposée	14
II.4 Support de l'enseignement	15
III Analyse du déroulement des séances	17
III.1 Déroulement des séances	17
III.1.a Introduction	18
III.1.b Rappels	20
III.1.c Analyse dimensionnelle	22
III.1.d Établir des lois sans démonstration	23
III.2 Analyse critique post-séance	28
Conclusion	32

A	Extraits de programmes	35
A.1	Collège	35
A.2	Seconde	36
A.3	Terminale S	36
A.4	Classes préparatoires	36
B	Étude de la loi de Hopkinson	38
B.1	Résultats expérimentaux	38
B.2	Démonstration de la loi de Hopkinson	39
II.2.a	Hypothèses	39
II.2.b	Énoncé	39
II.2.c	Démonstration par analyse dimensionnelle	40
C	Statistiques des évaluations diagnostiques	42
C.1	Question 1	43
C.2	Question 2	45
C.3	Question 2 bis	47
C.4	Question 3	49
C.5	Question 3 bis	49
C.6	Question 4	51
C.7	Question 4 bis	52
C.8	Question 5	53
C.9	Question 6	55
C.10	Question 7	59
D	Document de travail utilisé lors de la séance	61

Introduction

Après avoir enseigné un nouveau concept ou un nouvel outil, il est fréquent d'entendre chez les élèves le questionnement "Mais pourquoi ne nous l'a-t-on pas dit plus tôt?". Si la réponse est souvent qu'un enseignement plus précoce n'aurait probablement pas permis aux élèves de pleinement saisir cette nouvelle notion, la question posée est parfois pertinente. C'est ce qu'il nous a semblé à propos de l'analyse dimensionnelle.

Comme nous allons le voir, ce concept (autant physique que mathématique!) est tout à la fois un puissant outil d'apprentissage, de vérification et même de démonstration. Et ainsi, il semble opportun de le transmettre à des élèves aussi vite que possible. Or, dans les programmes actuels, l'analyse dimensionnelle n'apparaît dans toute sa richesse qu'en classe de terminale scientifique voire dans l'enseignement supérieur.

La présente étude s'est fixée pour objectif de faire comprendre l'analyse dimensionnelle à des élèves de classes antérieures : la seconde et la première scientifique. Hors des programmes, cet enseignement a nécessité de relever certains défis mais, nous le verrons, les avantages procurés aux élèves se sont montrés à la hauteur de ces défis!

I Recherche bibliographique

I.1 Présentation de l'analyse dimensionnelle

Dans son terme le plus général, l'analyse dimensionnelle est un concept mathématique et physique permettant de travailler l'homogénéité de formules physiques ou chimiques. Pour ce faire, on associe à toute grandeur une dimension. Par exemple, la dimension d'une surface (exprimée en m^2) est une longueur carrée notée L^2 .

Historiquement, les raisonnements par analyse dimensionnelle ont été développés au cours du XVIII^{ème} siècle [4] avant d'être formalisés dans leur forme moderne par le grand physicien J. C. Maxwell (1831-1879). Ce développement est concomitant avec l'apparition de problèmes au nombre croissant de variables et paramètres. Au début du XX^{ème} siècle, cette approche de la physique a été assez

systematiquement utilisée pour rendre compte de phénomènes difficilement modélisables, en particulier en dynamique des fluides [10]. La formalisation mathématique de l'analyse dimensionnelle date quant à elle des travaux de Vaschy et Buckingham qui ont donné leur nom au théorème de Vaschy-Buckingham (connu aussi sous le nom de théorème Π) [9] [1].

À titre d'exemple, on peut citer l'une des applications très souvent mentionnée en exemple de la puissance de l'analyse dimensionnelle : la détermination de l'énergie développée par l'explosion de la première bombe atomique américaine, Trinity. Cette démonstration, détaillée en [8], permet en effet d'aboutir à partir d'un jeu d'hypothèses simples à une grandeur alors classée secret défense.

L'analyse dimensionnelle, si elle constitue effectivement un mode de raisonnement bien spécifique, ne peut pas être considérée comme étant une discipline à part. Elle ne trouve tout son sens que dans la résolution de problèmes propres aux diverses branches de la physique, le plus souvent d'ailleurs inspirés de phénomènes expérimentaux complexes. À ce titre, elle mérite d'une part d'être enseignée de façon soignée mais également appliquée.

On donne en annexe B une utilisation de l'analyse dimensionnelle pour aborder un problème de détonique. Bien que les fondements théoriques sous-jacents soient peu accessibles aux personnes non spécialistes, la démarche proposée est l'œuvre d'élèves de niveau L1 ou L2. On comprend dès lors tout l'intérêt du raisonnement par analyse dimensionnelle : il permet d'aborder un très large éventail de problèmes physique avec un bagage somme toute limité.

Sans nécessairement de tels niveaux de complexité avec nos élèves, nous avons cependant bel et bien cherché à leur faire ressentir la force de ce type de raisonnement, comme nous allons le voir.

I.2 L'analyse dimensionnelle dans les programmes

Préalablement à toute construction de séance, nous avons parcouru les programmes du collège, du lycée et du supérieur pour y reconnaître les occurrences claires ou dissimulées de l'analyse dimensionnelle.

I.2.a Au collège

À notre relativement grande surprise, les premières mentions de l'analyse dimensionnelle ont lieu en cycle 3 mais davantage en mathématiques qu'en sciences et technologie. En effet, si la partie sciences et technologie du programme laisse apparaître le champ *Mouvement d'un objet (trajectoire et vitesse : unités et ordres de grandeur)*"[5], on trouve dans la partie mathématiques un développement bien plus conséquent :

Au cycle 3, les connaissances des grandeurs déjà fréquentées au cycle 2 (longueur, masse, contenance, durée, prix) sont complétées et structurées, en particulier à travers la maîtrise des unités légales du Système International d'unités (numération décimale ou sexagésimale) et de leurs relations. Un des enjeux est d'enrichir la notion de grandeur en abordant la notion d'aire d'une surface et en la distinguant clairement de celle de périmètre. Les élèves approchent la notion d'angle et se familiarisent avec la notion de volume en la liant tout d'abord à celle de contenance. La notion de mesure d'une grandeur, consiste à associer, une unité étant choisie, un nombre (entier ou non) à la grandeur considérée. Il s'agit de déterminer combien d'unités ou de fractionnements de l'unité sont contenus dans la grandeur à mesurer. Les opérations sur les grandeurs permettent également d'aborder les opérations sur leurs mesures. Les notions de grandeur et de mesure de la grandeur se construisent dialectiquement, en résolvant des problèmes faisant appel à différents types de tâches (comparer, estimer, mesurer). Dans le cadre des grandeurs, la proportionnalité sera mise en évidence et convoquée pour résoudre des problèmes dans différents contextes. Dans la continuité du cycle 2, le travail sur l'estimation participe à la validation de résultats et permet de donner du sens à ces grandeurs et à leur mesure (estimer en prenant appui sur des références déjà construites : longueurs et aire d'un terrain de basket, aire d'un timbre, masse d'un trombone, masse et volume d'une bouteille de lait...).

Outre une définition de la notion de grandeur et les lois qui permettent de déterminer des unités, on retrouve les trois grandes utilités de l'analyse dimensionnelle que sont l'apprentissage, la vérification et la démonstration. Autre point intéressant, le programme appelle à une utilisation de l'analyse dimensionnelle pour l'étude des situations de proportionnalité.

On trouve un exemple assez explicite de cet enseignement dans le manuel de mathématiques de 3^{ème} édité par Belin [7] et dont une reproduction est donnée en figure 1.

3 Grandeurs composées

Définition Une **grandeur quotient** est obtenue en effectuant le quotient de deux grandeurs.

Exemple

La **vitesse** est une grandeur quotient obtenue en divisant une distance par une durée.

$$v = \frac{d}{t}$$

Remarques :

- L'**unité** de la grandeur quotient est déterminée par les unités des deux grandeurs. Si la distance d est exprimée en mètres et la durée t en secondes, alors la vitesse v est exprimée en m/s (ou $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$).
- Si les deux grandeurs sont exprimées dans la même unité, alors la grandeur quotient est un nombre (grandeur sans dimension). Par exemple, une **échelle** est une grandeur quotient sans dimension. Elle est obtenue en divisant une distance sur une carte par la distance réelle, exprimées dans la même unité.

Définition Une **grandeur produit** est obtenue en effectuant le produit de deux grandeurs.

Exemples

- L'**aire** d'un rectangle est une grandeur produit obtenue en multipliant deux distances : la longueur et la largeur du rectangle. $\mathcal{A} = L \times \ell$.
- L'**énergie électrique** est une grandeur produit obtenue en multipliant une puissance par une durée. $E = P \times t$

Remarque :

L'unité de la grandeur produit est déterminée par les unités des deux grandeurs. Si les distances L et ℓ sont exprimées en centimètres, alors l'aire \mathcal{A} est exprimée en cm^2 . Si la puissance P est exprimée en Watt et la durée t en heures, l'énergie électrique E est exprimée en Wh.

Propriété En multipliant, ou en divisant, des grandeurs simples, quotients ou produits, on obtient d'autres grandeurs composées.

Exemples

- Le **débit** d'une rivière est une grandeur composée obtenue en effectuant le quotient d'un volume (grandeur produit) par une durée (grandeur simple).

$$D = \frac{V}{t}$$

- Une **densité de population** est une grandeur composée obtenue en effectuant le quotient d'un nombre d'habitants (grandeur simple) par une aire (grandeur produit).

$$d = \frac{N}{\mathcal{A}}$$

Remarque :

Si le volume V est exprimé en m^3 et la durée t en secondes, alors le débit D est exprimé en m^3/s (ou $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$).
Si l'aire \mathcal{A} est exprimée en km^2 , la densité de population d est exprimée en nombre d'habitants par km^2 .

FIGURE 1 – Copie d'une page de [7] traitant des unités

Deux enseignements sont donc à retirer du programme du collège. D'une part, telle qu'elle devrait être enseignée, l'analyse dimensionnelle est pour un nouvel élève de seconde un champ relevant plus des mathématiques que des sciences physiques. D'autre part, cette notion ne devrait pas leur être totalement inconnue.

I.2.b Au lycée

Étonnamment, la place occupée par l'analyse dimensionnelle dans le programme du cycle 3 ne se retrouve ni en classe de seconde ni en classe de première S. On la retrouve en revanche de façon très explicite dans le programme de terminale S :

*"Le professeur fera aussi appel à des exploitations qualitatives conduites avec rigueur. L'emploi de celles-ci s'avère particulièrement opportun dans le cas où elles permettent de dégager directement le sens de l'étude que pourrait masquer un développement calculatoire. Ainsi, l'**analyse dimensionnelle**, l'examen préalable des différents phénomènes en cause, la comparaison d'ordres de grandeur peuvent permettre une simplification efficace du cadre conceptuel de la situation et fournir une résolution élégante, rapide, à un problème a priori complexe."*

Mais bien qu'il soit clairement spécifié que l'usage de l'analyse dimensionnelle doit servir la compréhension *physique* des phénomènes étudiés, on constate dans les faits que les manuels scolaires, comme l'édition Bordas [2], font souvent le choix de ne traiter l'analyse dimensionnelle que dans une *Fiche méthode* (dont une copie est donnée en figure 2), au même titre donc que d'autres outils mathématiques ou expérimentaux détachés du contenu scientifique du cours.

Effectuer une analyse dimensionnelle

L'analyse dimensionnelle permet de déterminer la dimension d'une grandeur et donc d'en déduire son unité. Elle permet également de vérifier l'exactitude d'une formule.

1. Le Système international d'unités (SI)

Le système international d'unités définit **sept unités de base** associées à **sept grandeurs de base**. Toutes les autres unités, appelées **unités dérivées**, peuvent s'exprimer comme une combinaison de ces unités de base.

Grandeur de base	Unité de base	Symbole
longueur	mètre	m
masse	kilogramme	kg
temps	seconde	s
courant électrique	ampère	A
température	kelvin	K
quantité de matière	mole	mol
intensité lumineuse	candela	cd

2. Dimension d'une grandeur

Par convention, toutes les grandeurs sont organisées selon un système de dimensions. Chacune des sept grandeurs de base a sa **propre dimension**, représentée symboliquement par une lettre majuscule.

Grandeur de base	Symbole de la dimension
longueur	L
masse	M
temps	T
courant électrique	I
température	Θ
quantité de matière	N
intensité lumineuse	J

Toutes les autres grandeurs sont des **grandeurs dérivées**. Les dimensions des grandeurs dérivées se déterminent à partir des dimensions des sept grandeurs de base et des équations de la physique.

La **dimension** d'une grandeur G se note entre crochets : $[G]$. Si $[G] = 1$, la grandeur G est **sans dimension**.

Exemple
On cherche à déterminer la dimension d'une vitesse.

$$v = \frac{d}{\Delta t} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} v, \text{ vitesse} \\ d, \text{ distance parcourue} \\ \Delta t, \text{ temps mis pour parcourir la distance } d \end{cases}$$

On a alors : $[v] = \frac{[d]}{[\Delta t]} = \frac{L}{T} = L \cdot T^{-1}$. La dimension d'une vitesse est donc une longueur divisée par un temps.

3. De la dimension à l'unité

On peut déterminer l'unité de n'importe quelle grandeur simplement à partir de sa dimension.

Exemple
Pour déterminer l'unité d'une force F dans le Système international, on détermine sa dimension $[F]$ à l'aide d'une équation de la physique : $P = m \cdot g$.
 $[F] = [P] = [m] \cdot [g] = M \cdot L \cdot T^{-2}$.
On en déduit que l'unité d'une force dans le Système international est le kilogramme-mètre par seconde au carré ($\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$).

Certaines unités dérivées portent un autre nom. Une force s'exprime, par exemple, en newton (N).

Grandeur	Dimension	Unité (SI)	Autre nom
force	$M \cdot L \cdot T^{-2}$	$\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$	newton (N)
fréquence	T^{-1}	s^{-1}	hertz (Hz)
pression	$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$	pascal (Pa)
énergie	$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$	joule (J)
puissance	$M \cdot L^2 \cdot T^{-3}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$	watt (W)
charge électrique	$I \cdot T$	$\text{A} \cdot \text{s}$	coulomb (C)
tension électrique	$M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \cdot I^{-1}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-1}$	volt (V)
résistance électrique	$M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \cdot I^{-2}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-2}$	ohm (Ω)

Remarque : Les grandeurs sans dimension (densité, indice de réfraction...) n'ont pas d'unité, à l'exception des angles qui, bien que sans dimension, s'expriment en radian (rad).

4. Analyse dimensionnelle d'une formule

L'analyse dimensionnelle permet de vérifier qu'une formule est **homogène**, c'est-à-dire que les deux membres de la formule ont la même dimension. Dans le cas contraire, la formule est nécessairement fautive.

Exemple
On peut vérifier l'homogénéité de la formule suivante :
 $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M}}$ avec T , période de révolution d'une planète, G , constante de gravitation universelle, r , rayon de l'orbite circulaire, M , masse de l'astre attracteur. D'une part, $[T] = T$.
D'autre part : $\left[2\pi \cdot \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M}} \right] = \sqrt{\frac{L^3}{L^3 \cdot M^{-1} \cdot T^{-2} \cdot M}} = \sqrt{T^2} = T$.
Cette formule est bien homogène.

FIGURE 2 – Copie d'une page de [2] traitant de l'analyse dimensionnelle

I.3 Constat et hypothèse

La volonté d'expérimenter l'enseignement de l'analyse dimensionnelle dans nos classes de lycée a été motivée par divers éléments. En premier lieu, nous avons voulu lutter contre les oublis trop fréquents d'unités dans les copies ou même à l'oral. Ainsi, il n'était pas rare d'entendre toute une classe

s'écrier unanimement "1" à la question "Quelle est la masse volumique de l'eau?". Deuxièmement, enseigner l'analyse dimensionnelle aux élèves nous a semblé être un beau cadeau à leur faire puisqu'il permet de limiter au plus strict l'apprentissage *par cœur* de formules et de les vérifier en cas de doute. L'analyse dimensionnelle forme davantage la réflexion que le *par cœur*, ce qui dans le cadre d'une formation à la citoyenneté est également un facteur essentiel.

Précisons à ce stade que les établissements dans lesquels nos travaux ont été conduits se situent parmi les plus privilégiés de la capitale : Louis le Grand et Charlemagne. Les élèves sont recrutés en seconde sur le mérite, ce qui donne des classes d'un excellent niveau, capables d'intégrer rapidement des notions nouvelles et complexes (surtout pour celles du lycée Louis le Grand). Il n'en demeure pas moins, comme nous le verrons, qu'il subsiste des différences de niveau entre les élèves. La classe de STI2D, seule classe dont les élèves ne sont pas directement choisis par l'administration du lycée, peut ainsi servir de référence, étant probablement plus proche du niveau moyen national que les autres.

II Construction des séances pédagogiques

II.1 *A priori* observés des élèves

II.1.a Construction du questionnaire

Pour sonder le niveau de compétence initiale de nos élèves sur les questions d'unités et d'analyse dimensionnelle, nous avons utilisé -en outre d'une impression générale- principalement deux éléments : un questionnaire diagnostique et une analyse qualitative des évaluations sur l'année.

Pour cette dernière, des questions bonus ont été un moyen discret de tester les compétences des élèves à plusieurs stades de l'année. Glissées dans les évaluations, ces questions se devaient d'être courtes et accessibles par le plus grand nombre, comme dans l'exemple ci-dessous donné dès le début du mois de novembre à une classe de seconde.

Bonus : Si l'on écrit la formule donnant l'indice de réfraction du verre *barium flint* sous la forme

$$n(\lambda) = n_0 + \frac{A}{\lambda^2}, \text{ quelle est l'unité de } A?$$

Friands de ces questions facultatives, les élèves cherchent pratiquement tous à y répondre. Ainsi, le taux de réponse est souvent élevé ce qui en fait un outil exploitable.

Pour ce qui est du questionnaire diagnostique, il a été élaboré pour couvrir les différents aspects de l'analyse dimensionnelle précédemment détaillés (vérification d'unité et vérification ou établissement de formules), ce questionnaire eut la forme suivante.

Questionnaire

Question 1 :

Parmi les relations suivantes, cocher celle(s) qui lie(nt) effectivement la fréquence f d'un signal sonore, la vitesse v du son dans le milieu considéré et la longueur d'onde λ du signal.

- $v \times f = \lambda$ A $v/\lambda = f$ B $\lambda/f = v$ C $\lambda f = v$ D

Question 2 :

L'indice optique n d'un matériau pour une radiation lumineuse de longueur d'onde λ , peut s'écrire sous la forme $n = n_0 + A/\lambda^2$ (loi de Cauchy). Indiquer l'unité de A et justifier au dos.

Question 3 :

L'écran d'oscilloscope au-dos de la feuille affiche une tension périodique de période $T = 20$ ms. Quelle est la **sensibilité horizontale** utilisée? $S_h =$ _____

Question 4 :

Pendant une durée de 10 s, on peut mesurer que 3300 m³ d'eau passent sous le pont de l'Alma à Paris. Quel est le débit (volume par unité de temps) \mathcal{D} de la Seine sous ce pont? (*Une seule réponse possible*)

- $\mathcal{D} = 303 \mu\text{s}/\text{m}^3$ A $\mathcal{D} = 3300 \text{ m}^3$ B $\mathcal{D} = 330 \text{ s}^{-1}$ C $\mathcal{D} = 330 \text{ m/s}$ D

Question 5 :

La loi de la gravitation universelle stipule que la force $F_{1 \rightarrow 2}$ exercée par un corps 1 de masse m_1 sur un corps 2 de masse m_2 , séparés par une distance d est de la forme $F_{1 \rightarrow 2} = G \times \frac{m_1 m_2}{d^2}$. Quelle est l'unité de G dans le système international? (*Une seule réponse possible*)

- $\text{kg}^2 \text{m}^2/\text{N}$ A $\text{s}^2 \text{kg}^{-1} \text{m}^3$ B $\text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$ C $\text{N m}^2/\text{kg}^2$ D

Question 6 :

Le poids P d'un objet sur Terre est lié à sa masse m par la relation $P = mg$ où g est l'intensité de la pesanteur. Parmi les énoncés suivants, lequel vous semble correct? (*Justifier au dos de la feuille*)

- A Il est possible de conserver à l'expression ci-dessus le même sens physique en remplaçant la lettre P par une autre lettre.
- B Il n'est pas possible de conserver à l'expression ci-dessus le même sens physique en remplaçant la lettre P par une autre lettre.
- C Il est possible de conserver à l'expression ci-dessus le même sens physique en remplaçant la lettre P par seulement un nombre restreint d'autres lettres, qui sont : _____

Question 7 :

Quelle peut être l'unité de g (défini dans la question précédente) parmi celles proposées ci-dessous?

- m/s^2 A kg/N B m^2/s C N/kg D

1^{er} avril 2018

Questionnaire

9+ Au dos de cette feuille se trouvent quelques questions auxquelles vous êtes invités à répondre -de façon anonyme et individuelle- en 10 minutes. Ce questionnaire, **non noté**, a pour but de préparer une séance de TP à venir.

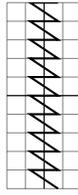
9+ Pour les éventuels calculs, merci de les faire figurer à côté des questions ou sur ce côté, en utilisant les emplacements ci-dessous. On pourra également utiliser ces emplacements pour justifier les réponses lorsque cela est demandé ou pour indiquer ce qui vous bloque pour répondre.

Question 1 :

Question 2 :

Unité de A :
Justification

Question 3 :



Question 4 :

Question 5 :

Question 6 :

Question 7 :

1^{er} avril 2018

On notera qu'il n'y a pas de bonne réponse parmi les solutions proposées pour la question 4. Cette singularité, conséquence d'une inattention lors de la conception, a toutefois été conservée pour deux raisons. Premièrement, la corriger entre deux classes n'eut pas permis de comparer les résultats et

deuxièmement, cela permettait d'évaluer l'assurance des élèves à signaler une erreur.

Le questionnaire a été soumis à deux classes de seconde, une classe de première S, une classe de terminale S ainsi qu'à une classe de première STI2D¹. Cette diversité dans les classes sondées permet éventuellement d'évaluer l'évolution dans la maîtrise des compétences liées à l'analyse dimensionnelle au cours du temps, y compris sans qu'aucun cours n'ait été dispensé spécifiquement sur ce sujet.

II.1.b Résultats au questionnaire

Nous nous arrêterons davantage sur les résultats au questionnaire car ils sont plus parlants que ceux des questions bonus. La construction de la séance proposée s'est appuyée sur ces points particuliers, les plus révélateurs selon nous.

Les résultats détaillés sont donnés en annexe C et nous n'allons que résumer les grandes tendances et les points d'appui pour préparer la séance.

- Le questionnaire a bien fait ressortir l'intuition que nous avons sur les méthodes d'apprentissage d'une majorité d'élèves, à savoir qu'ils apprennent par cœur les formules sans être en mesure de pouvoir les vérifier. Voici quelques citations extraites des réponses qui soulignent cela :

"je ne me souviens plus de la formule." (Question 1, Seconde 7, élève 2)

"A est en mètre. Je crois que c'est dans le dernier DS, mais j'avoue ne pas avoir vraiment compris pourquoi..." (Question 2, Seconde 6, élève 4)

"Par mémoire et intuition" (Question 5, Première S, élève 10)

A ce type de raisonnement, il faudra que notre séance parvienne à substituer une utilisation quasi-systématique de l'analyse dimensionnelle.

- Déjà observé lors des évaluations, on remarque également dans le questionnaire que les unités sont pour beaucoup un détail qui compte peu ou en tous cas bien moins que les valeurs numériques. La question 3 révèle cela de la façon la plus nette. Les classes de seconde sont celles

1. Certaines questions du questionnaire soumis à la classe première S ont été remplacées par d'autres (les questions bis de l'annexe C).

ayant obtenu les meilleurs résultats à cette question car elles venaient d'étudier cette notion de sensibilité et étaient donc plus alertes sur les unités. Et dans toutes les classes du lycée, le taux de réponses fausses (valeur numérique sans unité) est proche ou très supérieur à 50%. Le choix de tester l'importance des unités sur une sensibilité -qui n'est rien d'autre qu'une échelle- n'est pas anodin : privée de ses unités, une échelle est à proprement parler inexploitable. Ainsi, on peut légitimement supposer que les élèves n'ont pas fait ce lien entre échelle et sensibilité, qu'ils ne voient ces dernières uniquement comme un exercice scolaire et que les unités ne sont qu'un des critères d'évaluation.

Là encore, il faudra autant que possible tâcher de ne pas faire de l'analyse dimensionnelle, et des unités en particulier, un objet de perte de points ou de sanction, mais bien un outil physique qui dévoile d'une certaine manière les liens parfois profonds entre de grandes notions physiques.

- Le calcul littéral, qu'utilisent certains élèves pour répondre aux questions, fait régulièrement intervenir les symboles des unités ou un mélange entre les symboles des unités et ceux des grandeurs :

$$"f = \frac{1}{T} \quad m \times \frac{1}{T} = m \cdot s^{-1}" \text{ (Question 1, Première S, élève 2)}$$

"des mètres cube. λ = des mètres. En l'occurrence, on a λ^2 donc des m^2 . Sachant qu'on veut une valeur en m, on fait $\frac{m^3}{m^2} = m$ soit $\frac{A(=m^3)}{\lambda^2 m^2}$." (Question 2, Seconde 7, élève 20)

"F en newton $N = G \times \frac{kg \times kg}{m^2}$. $G = N \times kg^{-2} \times m^2$." (Question 5, Seconde 6, élève 19)

Nous ne sommes pas en mesure de savoir si cette observation est la conséquence d'une confusion entre la notion de grandeur et celle d'unité, ou bien simplement une commodité permettant un raisonnement plus rapide. Il faudra faire attention à éviter cette possible confusion dans la construction de notre séance.

II.1.c Catégories d'élèves

Le questionnaire diagnostique nous a permis de distinguer plusieurs grandes attitudes d'élèves face au problème des dimensions et des unités en physique. Bien qu'il soit malaisé de catégoriser des élèves aussi divers que les nôtres, ces trois grands groupes nous ont servi à vérifier régulièrement que

le contenu que nous souhaitions proposer était adapté à toute la classe, quitte à différencier à certains endroits.

Débutants Certaines réponses au questionnaire démontrent que de nombreux élèves n'ont pratiquement aucune notion de l'importance réelle et centrale des unités en physique :

"Je l'ai appris. Après peut-être que c'est faux. Je me rappelle pas bien." (Question 5, Seconde 7, élève 21)

"Il n'y en a pas car c'est une constante. Je ne saurais pas comment le justifier." (Question 2, Seconde 7, élève 2)

Nous qualifierons de débutants cette première catégorie d'élèves qui se distinguent par un grand nombre de questions auxquelles ils n'ont pas répondu ou bien sans conviction. De façon approximative, cette catégorie représente entre 50 et 60% de l'effectif de nos classes de seconde et à peu près 50% de celui de la classe de première S.

Initiés À un stade intermédiaire, on constate que certains élèves commencent à comprendre que les unités jouent un rôle fondamental en physique mais ils sont assez, voire très, mal à l'aise avec celles-ci. Ils sont de ceux qui, associant le problème des unités à une obsession de leur professeur, prêtent attention à les indiquer à la suite de leurs résultats sans nécessairement en comprendre le sens. Cela se ressent dans des réponses comme

"la seule que j'ai dj vu" (Question 2bis, Première S, élève 10)

ou encore

"aucune. L'absorbance n'a pas d'unité" (Question 2, Terminale S, élève 35)

Dans les deux exemples proposés, on perçoit une référence à des points lourdement soulignés par tel ou tel professeur mais utilisés ici de façon complètement détachée du problème posé. Le questionnaire permet d'estimer la part de ces élèves dans une classe entre 10 et 30%. (La part augmentant d'ailleurs avec le niveau !)

Experts Enfin, certains élèves semblent maîtriser la notion avant la séance. On trouve ainsi, certes en classe de terminale S, des raisonnements très construits et fort justes pour trouver des unités SI :

$$\text{m/s}^2 = \text{N kg}^{-1}$$

$$\text{N} = \text{m s}^{-2} \text{kg}$$

$$\begin{aligned} G &= \text{m s}^{-2} \text{kg m}^2 \text{kg}^{-2} \\ &= \text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2} \end{aligned}$$

(Question 5, Terminale S, élève 15)

Sans exiger un tel niveau de complexité, on repère même chez des élèves de seconde d'excellents niveaux dans l'exercice de l'analyse dimensionnelle simple. Cela est assez bien révélé par la question 4 :

"Il n'y a pas de réponse car les unités ne sont pas bonnes. ce devrait être m^3/s "

(Question 4, Seconde 7, élève 37)

ou encore

"Aucune des réponses proposées n'est exprimée en volume par unité de temps"

(Question 4, Seconde 6, élève 11)

La part de ces élèves dans les classes étudiées se trouve autour de 20%.

Au vu de cette catégorisation, il apparaît que la séance à construire devra davantage être une séance d'initiation que de perfectionnement.

II.2 Dans la bibliographie

On trouve dans l'excellent ouvrage *Faites-les réussir en physique avec l'appui de la Gestion mentale* une première hypothèse concernant le peu de considération par certains de la notion d'unité :

"L'unité d'une grandeur physique est le plus souvent la cerise sur le gâteau, la ficelle du paquet cadeau, ce qu'il faut bien écrire pour que le professeur soit content. Or, on s'aperçoit que, très souvent, le sens d'une grandeur physique n'est pas acquis, seule la formule permet une relation de type mathématique entre les grandeurs et non pas une relation de type physique, ancrée sur le réel." [3]

Nous voyons ici que le constat déjà posé par l'analyse du questionnaire se retrouve dans cet ouvrage. Selon nous, cette approche plus mathématique que physique est due au fait que la notion d'unité est, comme nous l'avons vu, abordée en premier lieu en cours de mathématiques avant d'être appliquée en physique, où elle prend tout son sens.

Toutefois, de manière générale, il est étonnant de constater que seuls très peu d'articles traitent de l'enseignement de l'analyse dimensionnelle. Pour beaucoup, elle n'est un objet d'enseignement à part entière que dans le supérieur.

II.3 La démarche proposée

Forts des différents constats que nous avons fait par nous-même et dans la littérature, nous nous sommes concentrés dans un second temps sur la conception de la séance elle-même. Quelques grands objectifs ont été dégagés à cette fin, classés ci-dessous par ordre approximatif d'importance :

1. Faire comprendre l'importance des unités en physique.
2. Introduire l'analyse dimensionnelle comme une aide et non une contrainte pour les élèves.
3. Éviter la confusion entre la grandeur et son unité.
4. Ne pas tomber dans le "truc" mais bien rester dans des considérations de sens physique.
5. En complément du point précédent, aborder la notion d'analyse dimensionnelle en traitant des situations physiques normalement inaccessibles à leur niveau.
6. Faire comprendre toute l'efficacité de l'analyse dimensionnelle en établissant des lois physiques pour résoudre des problèmes stimulants.

Concrètement, le TP-cours est rapidement apparu comme le format le plus adapté pour traiter notre sujet. En effet, il permet de structurer tout la séance autour de manipulations qui présentent l'avantage de re-mobiliser tous les élèves en les rendant participants. Ancrer l'enseignement sur la manipulation physique a aussi pour but d'appuyer sur l'importance physique des unités et de les détacher de la conception plus mathématique que nous avons déjà décrite précédemment et qui pourrait rebuter certains élèves, ainsi qu'illustré par la planche suivante.



FIGURE 3 – Illustration d'une petite partie du problème.

Au vu du questionnaire, nous avons fait le choix de ne pas introduire le formalisme M , L , T aux élèves mais plutôt de nous inscrire dans ce qui semble être naturel pour certains, à savoir de calculer directement avec les unités. Ce compromis avec la rigueur permet d'éviter la confusion courante entre le symbole de la dimension de masse M et celui du mètre m . Ce choix est également motivé par une question de temps. Nous souhaitons que la séance tienne sur un créneau normal de TP qui dure 1h30. Or faire acquérir aux élèves la notion de dimension aurait demandé facilement 10 minutes selon nos estimations et vécus respectifs.

II.4 Support de l'enseignement

Nos travaux ont conduit à l'élaboration du document de travail donné dans l'annexe D.

La séance est prévue pour commencer par une manipulation qui fait saisir rapidement aux élèves comment une discussion fondée sur les unités et le sens physique permet de sélectionner une ou des formules probables parmi plusieurs. La manipulation est supposée venir confirmer leur déduction et ainsi montrer d'entrée de jeu l'intérêt de ce qui va être approfondi dans la suite.

Suite à cette introduction, nous avons été contraints de faire quelques rappels. En effet il fallait par exemple introduire le fait que l'intensité de la pesanteur g s'exprime aussi bien en N kg^{-1} qu'en m/s^2 . Ce rappel a d'ailleurs été l'occasion de montrer une première fois comment utiliser des relations connues pour trouver les unités de grandeurs.

Ce raisonnement, et la notation utilisée pour le suivre, sont ensuite réinvestis par les élèves en autonomie sur quelques exemples choisis. Le premier exemple, issu des mathématiques, s'inspire de l'article [6]. Bien que non physique, nous l'avons choisi pour sa relative facilité, pour achever la phase de motivation des élèves et pour montrer l'universalité du concept d'unité : ce que nous étudions est aussi utile en mathématiques. Utiliser cette approche au moins une fois nous paraissait essentielle pour accrocher certains élèves davantage intéressés (et convaincus) par les mathématiques que par toute autre discipline, physique comprise. Les exemples suivants piochent dans différents domaines de la physique et de la chimie, abordés ou non dans l'année.

Le traitement de ce premier aspect de l'analyse dimensionnelle étant estimé à environ 45 minutes, soit la moitié de la séance, il nous a semblé bon de réaliser de nouveau une démarche expérimentale. Celle-ci se prête d'ailleurs particulièrement au second aspect de l'analyse dimensionnelle que nous souhaitons traiter : l'établissement de lois. Nous avons choisi le pendule simple comme sujet d'étude pour deux raisons :

1. Il s'agit d'un système simple qui sera traité en détail dans les classes supérieures, mais souvent d'un point de vue dynamique, avec étude des forces ou des énergies mises en jeu. En le traitant avec eux, nous espérons démystifier cet objet en le mettant à leur portée.
2. L'indépendance de la période du pendule simple en sa position initiale et sa masse est peu intuitive. Le résultat montré par analyse dimensionnelle sortira donc des formules *triviales* abordées jusque-là avec les élèves. En outre, éliminer ces paramètres peut relever d'un double examen : expérimentalement ou via l'analyse dimensionnelle.

Bien que nous prévoyions de faire la manipulation en direct, un tableau de valeurs a été ajouté en fin d'énoncé pour pallier les divers problèmes qui surviendraient. Il permet également de discuter sur plus de valeurs que les quelques-unes qui pourront être testées en cours. Ce tableau, aux résultats

calculés, fait fi de toute considération d'incertitude mais là n'est pas l'enjeu de ce que nous voulons faire passer comme message.

Comme précédemment, la compétence initiée avec le pendule est réinvestie sur plusieurs exemples, du plus simple au plus compliqué. Le premier exemple, celui de la relation entre fréquence et longueur d'onde est tiré du programme de lycée. Le dernier exemple, adapté de l'article original [8] de G. Taylor est quant à lui vraiment ambitieux. Destiné aux quelques élèves les plus rapides, il montre cependant à tous la puissance de ce qu'ils viennent d'apprendre. Connaissant nos élèves, nous savons également que certains, attirés par le défi, commenceront par cet exercice et qu'il les motivera en amont pour suivre et comprendre.

Ainsi, le document proposé semblait répondre à nos exigences de clarté, de pédagogie et de rigueur scientifique tout en stimulant leur envie de comprendre. Très complet, il s'avère également être un guide lors du déroulement des séances. Nous les avons menées dans le courant du mois de janvier avec nos classes respectives.

III Analyse du déroulement des séances

III.1 Déroulement des séances

Les séances ont eu lieu les 25 et 26 janvier 2018 pour les deux classes de seconde du lycée Louis le Grand et le 29 janvier pour la classe de première S du lycée Charlemagne. Sur les créneaux d'une heure et demi utilisés, les classes étaient divisées en demi-groupes.

Dans tous les groupes, une prise audio a été effectuée, permettant par la suite –comme nous le verrons– de retranscrire et d'analyser certains échanges. On donne par ailleurs ci-dessous les temps prévus et effectués pour chaque partie avec les différents groupes.

Partie	Temps prévu	Classes					
		2E6 1	2E6 2	2E7 1	2E7 2	1èreS 1	1èreS 2
Introduction	20 minutes	15 min.	10 min.	11min.	9min.	17 min.	17 min.
I Rappels	15 minutes	16 min.	13 min.	7 min.	10 min.	10 min.	15 min.
II AD	25 minutes	27 min.	26 min.	33 min.	36 min.	25 min.	29 min.
III Lois	20 minutes	25 min.	30 min.	27 min.	34 min.	30 min.	24 min.

Ces minutages révèlent surtout deux choses. D'une part, nos prévisions se sont montrées assez justes et ont permis de mener sereinement les séances, sans avoir à se précipiter et d'autre part, l'habitude venant, les parties où le professeur parle davantage (Introduction et I.) se réduisaient avec le nombre de séances déjà proposées. Ce dernier point a d'ailleurs été une constante observée tout au long de cette première année d'enseignement où, l'habitude venant, les problèmes étaient à chaque fois mieux anticipés et donc les exemples choisis avec plus de soin.

III.1.a Introduction

Voilà un échange obtenu avec une classe de seconde pour la partie introductive. Nous cherchions à éliminer les formules impossibles.

Professeur On vous dit qu'on mélange deux volumes d'eau égaux, un qui est plus chaud et un qui est plus froid, du coup à la fin on a un volume qui est deux fois plus grand avec de l'eau tiède. Et on vous demande, à votre avis, avec toutes les formules qui sont là, quelles sont celles qui sont impossibles, quelles sont celles qui sont probables pour la température finale de l'eau ?

Maïann Moi je dirais que $T_f = T_1 + T_2$ c'est impossible.

Professeur Celle-là ? Pourquoi ?

Maïann Parce que par exemple, si je mets deux fois une eau à 4 °C elle va pas chauffer toute seule.

Professeur Oui d'accord. L'argument pour tout le monde, c'est bon ? D'accord donc la cinquième là on peut l'éliminer. Est-ce qu'il y en a d'autres qu'on peut éliminer ou qui paraissent pas mal ? Oui ?

Jean J'dirais que la dernière T_1/T_2 elle paraît bien, par exemple si on a quelque chose qui est très chaud rajouté à un truc qui est juste, euh, à 5 degrés, on n'a pas un changement de température qui est très net.

Professeur Tu penses que T_1/T_2 est valable ?

Jean Non.

Professeur Ah pas valable, d'accord. Alors pourquoi pas valable, plus que ça ? Un argument plus fort que juste la température ?

Jean D'une part parce que je pense que c'est $T_f = \frac{T_1+T_2}{4}$ ou $\frac{T_1+T_2}{2}$ la bonne.

Professeur Alors juste pour finir sur la tienne, pourquoi T_1/T_2 c'est juste pas possible ?

Mathilde Parce que si T_2 eh ben c'est égal à zéro, alors eh ben il y a un problème.

Professeur Même si $T_2 \neq 0$ il y a un problème. Je suis d'accord il y a un problème. Sachant que les températures sont en kelvin ici, 0 K c'est compliqué, mais ton argument est bon aussi. Anna ?

Anna Il y a aussi le fait que T_1 c'est plus petit que T_2 , donc à partir du moment où T_1/T_2 , on va obtenir quelque chose de plus petit que T_1 et c'est pas logique. Vous voyez ce que je veux dire ? C'est pas logique. Si on mélange quelque chose de plus chaud avec quelque chose de plus froid, obtenir quelque chose de plus froid que le plus froid c'est pas logique.

Professeur D'accord OK, d'autres arguments ? C'est tout très juste mais il y a un argument encore plus fort ! Pourquoi est-ce que T_1/T_2 ça ne peut jamais être T_f ? [Blanc]
Bon on pourra y revenir.

Jean Parce que si on a quelque chose de chaud et en dessous quelque chose d'encore plus chaud et bien ça va réduire.

Professeur Oui ben c'est un peu la même idée que le froid le chaud.

Alice $T_f = \frac{2}{T_1+T_2}$ c'est pas possible non plus. Parce que si on a deux trucs qui sont très chauds, ben la température elle va être très petite donc au final c'est pas possible du coup.

Professeur Oui alors il y a juste un problème : est-ce que $\frac{2}{T_1+T_2}$ c'est vraiment une température ?

Plusieurs Non, non.

Professeur C'est quoi ?

Mélanie C'est une température puissance -1.

Professeur T_1/T_2 c'est pas une température non plus : T_1/T_2 ce serait comme des mètres sur des mètres. OK donc si je récapitule, pour l'instant on a éliminé là les deux derniers, lui lui et lui. Du coup il en reste 3. A votre avis ?

Mélanie Ça paraît probable que ce soit comme une moyenne des deux, ce serait $\frac{T_1+T_2}{2}$ ou sur 4 pourquoi pas.

Professeur OK, ces deux-là paraissent pas mal. Pourquoi pas celui-là ?

Maïann Parce que ça ferait température sur température.

Jean Non là ça ferait température carré sur température. [...]

Professeur Comment on vérifie un truc logique en physique ?

Alice On essaye !

Professeur On peut essayer.

On remarque que les élèves sont prêts à prendre des cas particuliers, des exemples et à calculer, sans même vérifier que ce qu'ils calculent est bien la grandeur qu'ils cherchent. On peut penser qu'ils font par principe confiance au professeur de ce côté-là, mais il est encore plus probable qu'ils ne prêtent en fait que très peu d'importance à cela.

Ceci étant, il restait à la fin de la délibération en classe et avant la manipulation entre une seule et trois formules possibles. Cela veut dire que certains, en ne combinant que des arguments dimensionnels ou de sens physique, ont réussi à ne garder que la bonne formule. Dans tous les cas, l'expérience donnait ensuite une température finale très proche de celle prédite par la formule² $T_f = \frac{T_1+T_2}{2}$.

III.1.b Rappels

Le rappel sur les unités de base du système international ne constituant généralement aucune nouveauté pour les élèves, il n'y a pas d'élément particulier à signaler. En première S toutefois, on

2. Dans la classe de première S, on a dû passer sous silence le fait que la relation $T_f = \sqrt{T_1 T_2}$ donnait une valeur encore plus proche de celle expérimentale.

constate que ce dernier n'a pas été inutile, en témoigne l'échange suivant.

Victor Il devrait y avoir le newton, non ?

Professeur Très bonne question ! Alors le newton ? Ça veut dire quoi d'après ce que j'ai dit ?

Jean Il y a d'autres unités de base à l'intérieur.

Professeur Oui, ça veut dire que le newton peut s'exprimer en termes des unités de base. Mais ça vous ne savez pas le faire a priori.

Mathilde Ça sert à quoi ?

Professeur Justement, on va le voir.

S'il a été possible de passer rapidement sur les unités de base du SI, le passage sur l'intensité de pesanteur g n'a pas été superflu pour les classes de seconde, à en juger l'explication de cet élève de seconde 6 :

Professeur Est-ce que vous avez vu au collège l'intensité de la pesanteur ? Qui m'en parle ?

Enzo Bah c'est euh, quand y'a un objet qui exerce une force sur un autre objet qui est généralement plus petit, qui a une masse moins importante, j'crois que il y a donc une intensité, enfin, l'intensité de la pesanteur du coup c'est euh la force qu'exerce l'objet à la masse plus importante sur l'objet à la masse moins importante.

Professeur OK prend un exemple.

Enzo Ben par exemple nous. La Terre exerce une force sur moi et moi j'exerce une force sur la Terre et la force qu'exerce la Terre sur moi est plus importante.

La grande confusion de cet élève sur les quelques notions qu'il cite –et qui n'ont pas encore été revues à ce moment de l'année– révèle que le rappel proposé était bien nécessaire. Pour beaucoup, il n'a d'ailleurs pas fallu longtemps pour que revienne cette notion du programme de troisième.

III.1.c Analyse dimensionnelle

La grande majorité des élèves a réussi à exprimer l'unité de g avec les unités de base du système SI. De même, l'introduction de la notation avec les crochets pour les unités n'a pas posé de grands problèmes. En effet, les élèves se sont rendu compte seuls lors du calcul de l'unité SI de g que, sans convention nouvelle, les calculs devenaient vite fouillis. Ainsi, étant demandeur d'une notation, celle-ci a été tout de suite acceptée. Cependant, notre choix de ne pas distinguer dimension et unité a introduit parfois quelques confusions chez les élèves. Il a fallu faire attention à se mettre d'accord avec les élèves sur ce que l'on entend par « unité » dans cette séance. Voici par exemple un échange ayant eu lieu en première S après que nous ayons expliqué que si $v_1 = 1 \text{ m.s}^{-1}$ et $v_2 = 10 \text{ m.s}^{-1}$, alors $[v_1] = [v_2] = \text{m.s}^{-1}$.

Léo Du coup, on ne peut pas exprimer v en kilomètre par heure ?

Professeur Si, on pourrait aussi mettre en kilomètre par heure. On va considérer que kilomètre c'est la même chose que mètre. On va se fiche des préfixes, des puissances de dix.

Léo Les heures on peut pas ?

Professeur Si les heures ça marche pareil.

Julien Mais si v_1 est exprimé en mètre par seconde et v_2 en kilomètre par heure, c'est plus égal ?

Professeur Si, c'est quand même la même unité. En fait, on dit que c'est la même dimension. En vrai, ce n'est pas la même unité, mais c'est la même dimension. Aujourd'hui, on mélange unité et dimension. C'est pour ça que si $d_1 = 1 \text{ km}$ et $d_2 = 1 \text{ m}$, on peut quand même dire que l'unité de d_1 , c'est l'unité de d_2 [Le professeur écrit au tableau $d_1 = 1 \text{ km}$, $d_2 = 1 \text{ m}$ et $[d_1] = [d_2]$]. Parce qu'on va dire que le kilomètre c'est comme le mètre.

Olivier Surtout qu'on peut passer du kilomètre au mètre facilement.

Professeur Voilà, l'idée c'est qu'on peut passer du kilomètre au mètre juste avec des puissances de 10.

[...]

Professeur L'unité d'un nombre – l'unité de 3, l'unité de π , l'unité de 1000 – c'est égal à 1. Il n'y a pas d'unité aux nombres. Là on en revient à ce que disait Olivier, c'est pour ça que l'unité d'un kilomètre, c'est la même que l'unité d'un mètre. Car pour passer de l'un à l'autre, on a besoin d'un 10^3 , mais l'unité de 10^3 c'est 1. Ok?

III.1.d Établir des lois sans démonstration

L'échange suivant a eu lieu en première S après que le professeur ait montré ce qu'est un pendule simple.

Professeur Si jamais je le mets à un certain angle et que je le lâche, qu'est-ce qu'il se passe? Ça oscille. On a un phénomène périodique, qui a une certaine période. Qu'est-ce que c'est que la période? C'est la durée entre deux instants, par exemple entre là et là. C'est une certaine durée. Et ce mouvement se répète dans le temps. En vrai, à cause des frottements, ce mouvement va s'arrêter à un moment, mais oublions cet aspect-là pour l'instant.

Akim Si il n'y avait pas de frottement, il y aurait un mouvement...

Professeur Oui c'est ça, il y aurait un mouvement infini. Si on le mettait sous une cloche à vide et si on enlevait l'air, ça oscillerait à l'infini. Il faudrait aussi enlever les frottements au point d'attache... Bon. D'après vous de quoi dépend la période? Cette durée entre deux instants identiques. De quels paramètres elle dépend?

Léo De la vitesse.

Professeur De quelle vitesse? À quel moment?

Naïma La vitesse entre deux...

Victor Ben si vous le jetez...

Professeur Je ne l'ai pas jeté, je l'ai lâché.

Victor Ah d'accord! La masse alors.

Olivier La gravitation.

Professeur La masse, ok! Vous avez dit la gravitation?

Jean g!

Professeur Petit g , ok! De quoi d'autre?

Thomas L'angle.

Professeur L'angle initial, en effet, que l'on appelle θ_0 . De quoi d'autre cela pourrait dépendre?

Akim De la hauteur aussi.

Professeur La hauteur?...

Erwan La hauteur, c'est l'angle.

Professeur De quelle hauteur, vous voulez parler?

Akim La longueur de la ficelle.

Professeur La longueur de la ficelle, c'est une bonne idée. Est-ce qu'il y a d'autres idées?

Revenons à la vitesse. Initialement il n'y en a pas, car je le lâche. Ensuite, il accélère, là elle est maximale, et là elle est nulle de nouveau car le pendule revient en arrière. Donc la vitesse change tout le temps et surtout ce n'est pas un paramètre sur lequel je peux jouer car dans les conditions initiales je ne fais que lâcher le pendule. La vitesse n'est donc pas un paramètre sur lequel je peux jouer. [...] Est-ce qu'il y a d'autres paramètres? Non? Bon alors je vais faire une expérience.

Il est intéressant de remarquer que dans toutes les classes, le premier paramètre cité a été m avant que ne viennent le plus souvent θ_0 et enfin l puis g . Nous avons fait alors le choix d'éliminer m par l'expérience avec certaines classes et par l'analyse dimensionnelle avec d'autres (voir l'échange ci-dessous ayant eu lieu en première S). Les deux approches ont toujours bien fonctionné.

Axel Le problème, c'est qu'il y a du kilogramme uniquement dans la masse. Je ne vois pas comment faire.

Professeur En effet, comment on pourrait faire?

Axel On pourrait le diviser par lui-même.

Professeur Diviser par lui-même, oui. Mais ça ferait $\frac{m}{m}$... Une solution plus radicale – qui est équivalente en fait –?

Alex On ne la met pas.

Professeur Oui!

En revanche quelle n'a pas été leur stupéfaction lorsque θ_0 a également été éliminé :

Professeur Alors on vient d'éliminer la masse et l'angle de départ.

Haytham Mais c'est trop bizarre!

Léa Ça dépend de rien peut-être...

Il a été observé un véritable déplacement des élèves : l'intuition ne fonctionne pas toujours en physique mais l'analyse dimensionnelle mise en œuvre par la suite pour démontrer que la période varie comme $\sqrt{\frac{l}{g}}$ les a convaincus. Cette expérience s'est donc révélée d'un triple intérêt. Tout d'abord, le cours de mécanique nécessaire pour traiter des pendules n'a pas encore été abordé ni par les secondes ni par les premières S. Ils ont –de nouveau– la sensation d'avoir compris un sujet *compliqué*, ce qui, pour des élèves brillants comme les nôtres, est un vrai sujet de satisfaction. D'autre part, les résultats de la manipulation n'étaient pas triviaux ce qui est également rare pour eux à ce niveau d'étude. Enfin, l'argument dimensionnel est venu simplement au bout de ce problème et ils ont pu le mettre en œuvre rapidement et avec assez de facilité.

Nous estimons que c'est à ce moment que les élèves ont été gagnés à l'analyse dimensionnelle comme outil indispensable au physicien. Cela confirme notre intuition lors de la préparation de la séance : ce n'est qu'en appliquant l'analyse dimensionnelle à des exemples concrets et expérimentaux qu'elle prend tout son sens et devient intéressante. Bien plus qu'en la présentant comme un n-ième outil mathématique au service de la physique.

Cas particulier Suite à cette manipulation, l'échange a pris une direction un peu particulière avec le dernier groupe de la classe de seconde 7. Partant du pendule, nous avons discuté plus avant –mais malheureusement de façon non préparée donc un peu brouillonne– des lois d'échelle avec l'exemple qui est retranscrit ci-dessous.

Professeur Même sans le facteur 2π vous savez dire que si on coupe le fil en 4, la période est diminuée de combien?

Clara De racine de 4.

Professeur Qui vaut ?

Clara 2

Professeur Vous voyez le truc ? Maintenant vous savez prédire que si je prends un fil qui est 4 fois plus court que celui-là, la période sera deux fois plus courte et c'était pas évident ça ! [...] Est-ce que vous connaissez les souffleries ? Par exemple, si on veut tester que l'A380 vole bien, eh bien, on le réduit en petit et puis on fait du vent artificiel dessus et on regarde s'il se comporte bien.

Alice Et ça marche ? Parce que y'a plein de facteurs qui ne sont pas pris en compte

Professeur Ça c'est la bonne remarque ! Si on divise par deux la taille de l'avion comment sait-on par combien il faut diviser la vitesse du vent ? On ne sait pas a priori. Eh bien on fait un peu des choses comme ça, comme nous avec le pendule. Nous par exemple, si on voulait simuler un pendule qui va 2 fois plus vite, on sait maintenant qu'il faudrait un fil 4 fois plus court, ce qui n'était pas évident. Ça c'est déterminer une loi d'échelle.

Claire Une loi d'échelle ?

Professeur Ok, prenons un exemple c'est ce qui sera le plus simple. Prenons un géant qui mesure 15 fois plus grand que vous. Ça va jusque-là ? [Quelques blagues des élèves sur les géants...] A priori, sa masse sera combien de fois plus élevée que la vôtre ?

Tous Bah 15 fois, euh bah non, pas 15 fois, ça dépend.

Professeur D'accord, on prend juste vous sauf qu'on vous dilate 15 fois. [...] Toutes les longueurs sont multipliées par 15, votre volume est multiplié par 15^3 !

Clara Ça veut dire qu'il est aussi 15 fois plus large ?

Djenna Bah oui !

Tous (*Débat chaotique dans la classe, hein !, mais non ! etc.*)

Professeur Tu prends un litre d'eau, 10 par 10 par 10 cm et tu multiplies les longueurs par 10 : le volume lui est multiplié par 1000.

Alice Pas par 100 ? Ah non, oui d'accord. OK, ça j'ai compris.

Professeur Donc une personne comme nous dont toutes les longueurs sont multipliées par 10, ou par 15, a un volume qui est 15^3 fois plus élevé.

Claire Mais notre volume c'est pas notre masse !

Professeur Mais supposons qu'il a la même densité que nous, qu'il est plein d'eau à l'intérieur comme nous, du coup il est aussi 15^3 fois plus lourd.

Claire Mais c'est trop bizarre !

Professeur Attends, le plus bizarre il vient après. On va dire que la force est proportionnelle à la section transversale des muscles.

Tous Pardon ?

Professeur OK on va faire un petit dessin. (*Petit dessin de deux bonhommes ayant un rapport 15 entre eux, occasionnant sans grands changements les mêmes explications que précédemment*). Si on multiplie les longueurs par 15, le volume est multiplié par 15^3 et les surfaces ?

Clara Par 15^2 .

Professeur [...] OK tout le monde suit jusque-là ?

Tous Oui.

Professeur Alors on va admettre un truc qui n'est qu'à moitié vrai mais pas trop faux non plus : que la force de quelqu'un est proportionnelle à la section de son muscle.

Djenna Mais c'est quoi la section du muscle ?

Professeur (*Avec schéma*) Vous voyez un muscle, quand je le coupe ici j'obtiens un disque. Plus le disque est grand plus je suis fort.

Tous Ah OK. Excellent.

Professeur Si maintenant je pars d'un muscle quelconque et que j'augmente toutes les longueurs d'un facteur 15, de combien augmente la section du muscle ? De juste 15^2 fois. Donc en résumé, le géant il est 15^3 fois plus lourd mais seulement 15^2 fois plus fort. Donc...il s'effondre !

Clara Ah c'est une victime.

Aurane C'est juste qu'il n'a pas assez de force pour supporter son propre poids.

Professeur C'est ça. Il faudrait qu'il soit beaucoup plus gros.

Clément Il devrait s'étaler par terre.

Professeur Oui. Nous, nos proportions fonctionnent bien pour notre taille. Mais si quelqu'un était beaucoup plus grand, il faudrait aussi qu'il soit beaucoup plus fort proportionnellement. Prenez les moustiques. Ils ont un gros corps par rapport aux pattes et pourtant ils tiennent debout. Un moustique qui aurait une taille proche de la nôtre s'effondrerait lui. Et l'éléphant, c'est l'inverse pour lui : il est gros et il a des grosses pattes.

Claire Hein oui!

Professeur Donc en conclusion, on ne pourrait pas avoir de géants humains, Alban est rassuré.

Alice Mais si, il faut juste qu'il soit plus fort.

Professeur D'accord mais si je prends sa photo sans avoir de quoi comparer sa taille, tu verras quand même que c'est pas un être humain.

Alice Ah oui.

Bien que très dirigé par le professeur (car c'était une improvisation) cet échange a eu plusieurs intérêts pédagogiques. En premier lieu, puisqu'il part d'une situation très imagée, l'attention de la classe a été tenue très facilement, tous attendant la fin du problème "Qu'arrive-t-il à un géant mesurant 15 fois plus que nous?". Ensuite cet exemple a permis de bien faire comprendre -à la suite des considérations sur le pendule- que la multiplication des longueurs par x entraîne l'augmentation des surfaces par x^2 et celle des volumes par x^3 . Cela est non seulement à la base de nombre de raisonnements en physique mais est aussi lié aux questions d'unité. 1 mm^3 n'est pas égal à $1 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ justement pour ces raisons-là (or cette erreur de conversion est souvent commise).

III.2 Analyse critique post-séance

Dès le lendemain de la séance, à l'évocation de cette dernière en cours, plusieurs élèves n'ont pas caché que cette séance un peu atypique leur avait bien plu. Il s'agissait d'ailleurs des élèves ayant habituellement les meilleurs résultats. De manière générale, comme nous allons le voir, ce sont d'ailleurs ces élèves qui ont tiré la meilleure part de cette introduction à l'analyse dimensionnelle. Les élèves

habituellement plus en difficulté n'ont quant à eux pas bien saisi l'intérêt de la chose qui demeure à leurs yeux comme un concept de plus à intégrer.

Parmi les nombreuses exemples d'appropriation de l'analyse dimensionnelle, on peut citer le raisonnement suivant, proposé par une des élèves les plus brillantes de la classe de seconde 7. Au cours d'une séance de TP sur la gravitation, nous venions de montrer que la force exercée par la Terre sur un objet de masse m à sa surface a pour valeur

$$F = G \frac{M_T \times m}{R_T^2}$$

À la question "Donner l'expression de l'intensité de pesanteur g à la surface de la Terre en fonction de G , M_T et R_T " on s'attendait à ce que les élèves se contentent d'écrire

$$g = \frac{F}{m} = \frac{GM_T}{R_T^2}$$

C'est d'ailleurs ce que beaucoup ont fait, sauf l'élève en question qui, levant le doigt, a dit

"Monsieur, on peut le savoir avec les unités. On cherche g qui est en N kg^{-1} et on a G en Nm^2/kg^2 , R_T en m et M_T en kg. J'ai cherché et j'ai trouvé que la seule solution c'est $g = GM_T/R_T^2$." (Seconde 7)

Cette intervention était remarquable pour au moins deux raisons. Tout d'abord, l'unité de G fait encore peur à un grand nombre d'élèves –y compris dans le supérieur– et elle a fait le choix spontané de s'en servir. Ensuite, pour cette élève, *trouver l'expression* renvoie automatiquement à *faire une analyse dimensionnelle*. Cette association, un peu prématurée en seconde, est pourtant ce qui se fait couramment dans la recherche. Ce type de situation où des élèves ont spontanément choisi l'analyse dimensionnelle pour trouver une formule nouvelle est souvent revenu depuis la séance.

Lors de l'analyse des réponses au questionnaire, nous signalions que la plupart des élèves semblaient ne pas faire le lien entre les différents domaines physiques concernés par des unités proches. Cela était en particulier souligné par les réponses à la question 3 où le lien entre échelle et sensibilité n'était pas présent à l'esprit des élèves. Là encore, c'est spontanément que les élèves sont parvenus à se poser la question de ces liens, quelques semaines après la séance. Par exemple, alors qu'était abordée la notion de force au programme de seconde, nous avons discuté en classe de la force d'interaction électrostatique et donc du coulomb. Un élève fit alors remarquer justement –et tout à fait

spontanément – que le coulomb (C) n'est pas une unité du système international. Après avoir expliqué que l'unité dans le système international qui correspond au coulomb est A s, une autre élève signale qu'elle

"n'a justement jamais compris ce qu'était concrètement le courant électrique".

Ayant fait le lien –apparemment inédit pour eux– entre le courant électrique dans un fil et le nombre de charges qui y circulent par unité de temps, la classe a émis la sorte de grognement de satisfaction caractéristique des moments de grande compréhension et satisfaction chez les élèves. À la mesure de ce qu'ils pouvaient en percevoir, l'unité profonde entre le domaine de l'électronique et celui de l'électromagnétisme était fait, et ce, grâce à une simple considération sur les unités.

On soulignera toutefois, que cette volonté de comprendre tout ce qui se cache derrière les unités peut quelques fois constituer un obstacle à la compréhension générale. Par exemple, un exercice traité en classe faisait intervenir une traînée de la forme $T = \alpha v^2$ où v est la vitesse d'un objet en mouvement dans l'air et α un facteur. Si une rapide étude permit à la majorité des élèves d'établir que l'unité de α dans le système international est kg m^{-1} , quelques-uns, toujours parmi les meilleurs élèves, sont restés un peu sur leur faim, cherchant à comprendre ce que pouvait bien signifier des kilogrammes par mètre.

Si les élèves plus en difficultés n'ont peut-être pas saisi toute la profondeur et tout l'intérêt de l'analyse dimensionnelle, il n'en demeure pas moins que la séance proposée leur a été profitable. À titre d'exemple, on donne en figure 4 un extrait de la copie rendue par une élève à l'une des toutes dernières évaluations.

$$g_H = \frac{G \times M_T}{(R_T + 2600)^2} = \frac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,97 \times 10^{24}}{(6,370 \times 10^6 + 2600)^2} = 62,5 \times 10^{-6} \text{ N.kg}$$

Bon réflexe. →

résultat assez étrange

FIGURE 4 – Reproduction d'une réponse d'élève

Du seul point de vue des notes, cette élève se situe dans le dernier cinquième de la classe. Or elle aussi (et avec elle une bonne proportion de la classe) a fait le choix de vérifier son résultat à l'aide de l'analyse dimensionnelle. Bien que son étude se révèle *in fine* fautive car elle oublie le terme au carré,

son intention révèle que le réflexe d'utiliser l'analyse dimensionnelle est maintenant acquis par un large éventail d'élèves dans la classe, des plus forts aux plus en difficulté. Or, pour qu'un élève utilise un outil non obligatoire de façon spontanée et volontaire, il faut qu'il l'ait fait sien. Notre principale hypothèse pour expliquer cette appropriation large et relativement facile par les élèves tient dans le format de notre séance. En montrant dès le début que l'analyse dimensionnelle permettait, à leur niveau, de rendre compte de résultats expérimentaux non triviaux, les élèves n'ont pas considéré le nouvel enseignement comme un concept abstrait mais bien comme un outil fonctionnel, utilisable à peu de frais.

Lors de la dernière évaluation du deuxième trimestre des élèves de seconde (soit environ 3 mois après la séance présentée), nous avons posé la question bonus suivante :

Sachant que la constante des gaz parfaits est $R = 8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$, quelle est son unité exprimée avec les unités de base du système international ?

Cette question bonus avait pour but de tester le degré de complexité atteignable par les élèves de ces classes. Dans les deux classes, environ la moitié des élèves (18/37 et 16/38) a tenté une réponse contre moins de 20% (5/37 et 6/38) à la question

L'indice optique n d'un matériau pour une radiation lumineuse de longueur d'onde λ peut s'écrire sous la forme $n = n_0 + A/\lambda^2$. Quelle est alors l'unité de A ?

posée dans la deuxième évaluation de l'année. Cette meilleure participation témoigne d'une certaine confiance en eux quant à ces questions. En outre malgré la difficulté de la question concernant la constante des gaz parfaits (pour rappel $[R] = \text{m}^2\text{kgK}^{-1}\text{mol}^{-1}\text{s}^{-2}$), 6 élèves par classe ont donné une réponse entièrement satisfaisante, les autres ayant pour la plupart laissé des unités qui ne sont pas des unités de bases du système international.

En classe de première S, une séquence sur la conservation de l'énergie mécanique s'est déroulée environ un mois après la séance présentée. Cette séquence a été l'occasion d'utiliser à de nombreuses reprises l'analyse dimensionnelle. En effet, la grande majorité des exercices ont pour but d'utiliser la conservation de l'énergie mécanique afin d'exprimer une vitesse ou une hauteur en fonction d'autres grandeurs du problème, dont en particulier l'intensité de la pesanteur g . Savoir que l'unité de cette grandeur est m/s^2 est d'une grande aide pour vérifier les résultats (ce que l'on ne peut pas faire si

l'on sait uniquement que cette unité est N/kg^2). Sous nos recommandations, les élèves ont pris l'habitude de systématiquement vérifier leurs résultats après un calcul littéral. Une évaluation sommative d'1h20 est venue conclure cette séquence, celle-ci contenait 8 questions dont le but était de faire un calcul littéral. 29 élèves sur 33 n'ont fait aucune erreur de calcul qui aurait pu être évitée grâce à un raisonnement sur les unités. Alors qu'environ 10 élèves sur 33 en moyenne faisaient ce type d'erreur sur un calcul littéral avant la séance présentée dans ce mémoire.

Enfin, toujours en classe de première S, au moment d'introduire la notion de rendement d'une conversion énergétique deux mois environ après la séance sur l'analyse dimensionnelle, nous avons dit qu'il s'agissait d'une grandeur sans dimension. Les élèves n'ont pas du tout semblé avoir du mal à le comprendre. La même remarque avait été faite sur le grandissement en optique en début d'année, et cela avait posé de nombreux problèmes pour les élèves.

Face à toutes ces observations, il nous semble donc que les principaux objectifs que nous nous étions fixés ont été atteints. En particulier, nous sommes très satisfaits d'avoir permis à nos élèves de s'approprier l'analyse dimensionnelle comme une aide et non une contrainte, bien davantage ancrée dans la physique que dans les mathématiques. Le point clé de la réussite sur ces points a été d'introduire l'analyse dimensionnelle sur des exemples concrets et expérimentaux aptes à captiver les élèves.

Ainsi, loin de prétendre avoir fait faire le tour du sujet à nos élèves, nous pensons que cette première séance leur a donné des éléments utiles pour leur pratique physique des années à venir et pour aborder sereinement, en terminale S, l'analyse dimensionnelle avec le formalisme conventionnel.

Conclusion

Nous n'hésitons pas à dire ici que la production et la réalisation de cette séance sur l'analyse dimensionnelle a été d'un réel intérêt pour nos élèves en premier lieu ainsi que pour nous.

Certes, encore longtemps après, les élèves gardent de cette séance un excellent souvenir que nous attribuons à la variété des cas traités dans l'intervalle d'une petite heure et demi. Et nous pensons

également qu'ils ressentent surtout, sans la formuler comme telle, l'impression d'avoir plongé dans quelque chose qui ressemble à de la physique complexe.

Quant à nous, affectés tous les deux en classe préparatoire pour l'année prochain, il est certain que l'approche choisie pour aborder l'analyse dimensionnelle sera réutilisée. Peut-être pas dans les mêmes termes –il faut prendre en compte le niveau plus élevé des élèves– mais au moins dans la forme : un enseignement permettant de comprendre l'universalité de ce concept tout en reposant sur du concret et de la physique expérimentale.

Un point essentiel a aussi été vérifié au cours de notre travail. L'apprentissage est très largement favorisé lorsqu'il répond à une curiosité des élèves. C'est ce qu'il nous a fallu susciter pour mener à bien notre séance, et cela doit rester pour nous une méthode à suivre, dans notre avenir d'enseignants.

Références

- [1] Edgar Buckingham. On physically similar systems ; illustrations of the use of dimensional equations. *Physical review*, 4(4) :345, 1914.
- [2] Collection E.S.P.A.C.E. *Physique-Chimie - Programme 2012*. Bordas, juillet 2015.
- [3] Georges Gidrol. *Faites-les réussir en physique-chimie avec l'appui de la Gestion mentale*. Chronique Sociale, avril 2016.
- [4] Enzo O Macagno. Historico-critical review of dimensional analysis. *Journal of the Franklin Institute*, 292(6) :391–402, 1971.
- [5] Ministère de l'Éducation Nationale, de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche. Programme pour les cycle 2, 3 et 4. 2015.
- [6] Robert Noirfalise and CII Didactique. *Calculer avec les grandeurs : l'usage des unités dans les calculs*, 2007.
- [7] Nouveau prisme. *Maths 3ème - Nouveau programme 2009*. Belin, 2012.
- [8] Geoffrey Taylor. The formation of a blast wave by a very intense explosion. II. The atomic explosion of 1945. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, pages 175–186, 1950.

- [9] Aimé Vaschy. Sur les lois de similitude en physique. In *Annales télégraphiques*, volume 19, pages 25–28, 1892.
- [10] Wikipédia. Analyse dimensionnelle — Wikipédia, l'encyclopédie libre, 2017.

A Extraits de programmes

Cette annexe recense les occurrences de l'analyse dimensionnelle (ou apparentés) dans les programmes du collège au lycée.

A.1 Collège

Cycle 2 : "Relations entre ces unités" en MATHS !

Cycle 3 : "Mouvement d'un objet (trajectoire et vitesse : unités et ordres de grandeur)." en SCIENCES ET TECHNOLOGIE

Cycle 3 : "Au cycle 3, les connaissances des grandeurs déjà fréquentées au cycle 2 (longueur, masse, contenance, durée, prix) sont complétées et structurées, en particulier à travers la maîtrise des unités légales du Système International d'unités (numération décimale ou sexagésimale) et de leurs relations. Un des enjeux est d'enrichir la notion de grandeur en abordant la notion d'aire d'une surface et en la distinguant clairement de celle de périmètre. Les élèves approchent la notion d'angle et se familiarisent avec la notion de volume en la liant tout d'abord à celle de contenance. La notion de mesure d'une grandeur, consiste à associer, une unité étant choisie, un nombre (entier ou non) à la grandeur considérée. Il s'agit de déterminer combien d'unités ou de fractionnements de l'unité sont contenus dans la grandeur à mesurer. Les opérations sur les grandeurs permettent également d'aborder les opérations sur leurs mesures. Les notions de grandeur et de mesure de la grandeur se construisent dialectiquement, en résolvant des problèmes faisant appel à différents types de tâches (comparer, estimer, mesurer). Dans le cadre des grandeurs, la proportionnalité sera mise en évidence et convoquée pour résoudre des problèmes dans différents contextes. Dans la continuité du cycle 2, le travail sur l'estimation participe à la validation de résultats et permet de donner du sens à ces grandeurs et à leur mesure (estimer en prenant appui sur des références déjà construites : longueurs et aire d'un terrain de basket, aire d'un timbre, masse d'un trombone, masse et volume d'une bouteille de lait...)." "Résoudre des problèmes dont la résolution mobilise simultanément des unités différentes de mesure et/ou des conversions."

"Résoudre des problèmes dont la résolution mobilise simultanément des unités différentes de mesure et/ou des conversions."

Cycle 4 : "Pesanteur sur Terre et sur la Lune, différence entre poids et masse (unités). L'impesanteur n'est abordée que qualitativement." en PHYSIQUE-CHIMIE.

Cycle 4 : "Calculer avec des grandeurs mesurables; exprimer les résultats dans les unités adaptées" en MATHS.

A.2 Seconde

Seconde :

L'approche expérimentale

Associée à un questionnement, l'approche expérimentale contribue à la formation de l'esprit et à l'acquisition, évaluée par le professeur, de compétences spécifiques. L'activité expérimentale offre la possibilité à l'élève de répondre à une situation-problème par la mise au point d'un protocole, sa réalisation, la possibilité de confrontation entre théorie et expérience, l'exploitation des résultats. Elle lui permet de confronter ses représentations avec la réalité. Elle développe l'esprit d'initiative, la curiosité et le sens critique. Elle est indissociable d'une pratique pédagogique dans des conditions indispensables à une expérimentation authentique et sûre.

Ainsi, l'élève doit pouvoir élaborer et mettre en œuvre un protocole comportant des expériences afin de vérifier ses hypothèses, faire les schématisations et les observations correspondantes, réaliser et analyser les mesures, en estimer la précision et écrire les résultats de façon adaptée. Connaître les conditions de validité d'un modèle permet à l'élève d'en déterminer les exploitations possibles et de le réinvestir.

L'apprentissage de la rigueur et de la plus grande exactitude est au cœur de l'enseignement de la physique et de la chimie. Cet enseignement pose les bases de comportements sociétaux responsables qui fondent la possibilité du vivre ensemble. En effet la règle de droit peut être amenée à s'appuyer sur des normes quantitatives communes.

Première S : Rien ne se rapporte à l'analyse dimensionnelle dans le programme de première S.

A.3 Terminale S

"Le professeur fera aussi appel à des exploitations qualitatives conduites avec rigueur. L'emploi de celles-ci s'avère particulièrement opportun dans le cas où elles permettent de dégager directement le sens de l'étude que pourrait masquer un développement calculatoire. Ainsi, **l'analyse dimensionnelle**, l'examen préalable des différents phénomènes en cause, la comparaison d'ordres de grandeur peuvent permettre une simplification efficace du cadre conceptuel de la situation et fournir une résolution élégante, rapide, à un problème a priori complexe."

A.4 Classes préparatoires

Sup MPSI/PCSI : "Utiliser l'analyse dimensionnelle" sans autre détails

Spé PC :

- Réaliser "Conduire une analyse dimensionnelle"
- "Obtenir l'expression de la force surfacique d'adhérence entre deux aimants par analyse dimensionnelle."
- "La liste ci-dessous explicite un certain nombre d'outils transversaux dont la maîtrise est indispensable au physicien. Leur apprentissage progressif et contextualisé doit amener les étudiants au bout des deux années de CPGE à en faire usage spontanément quel que soit le contexte. S'agissant de l'analyse dimensionnelle, il convient d'éviter tout dogmatisme : en particulier la présentation de la dimension d'une grandeur par le biais de son unité dans le système international est autorisée. S'agissant de la recherche d'une expression par analyse dimensionnelle il ne s'agit en aucun cas d'en faire un exercice de style : en particulier le théorème Pi de Buckingham est hors programme."

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Analyse dimensionnelle	
Dimension d'une expression.	Déterminer la dimension d'une expression, notamment par référence à des expressions connues.
Recherche d'une expression de type monôme par analyse dimensionnelle.	Déterminer les exposants d'une expression de type monôme $E=A^{\alpha}B^{\beta}C^{\chi}$ par analyse dimensionnelle.

B Loi de Hopkinson : un exemple de résolution par analyse dimensionnelle

On propose ici un exemple de démarche scientifique partant de résultats expérimentaux et conduisant à l'établissement d'une loi dite de Hopkinson. Le caractère très largement non trivial de cette loi illustre bien la force de l'analyse dimensionnelle. En outre, cette étude peut tout à fait être conduite par des élèves de classe préparatoire auxquels auraient été fournis les résultats expérimentaux utiles.

B.1 Résultats expérimentaux

Lors d'une détonation, on observe à une distance R de la charge qui a explosé, une surpression variant dans le temps, ainsi que présenté en figure 5.

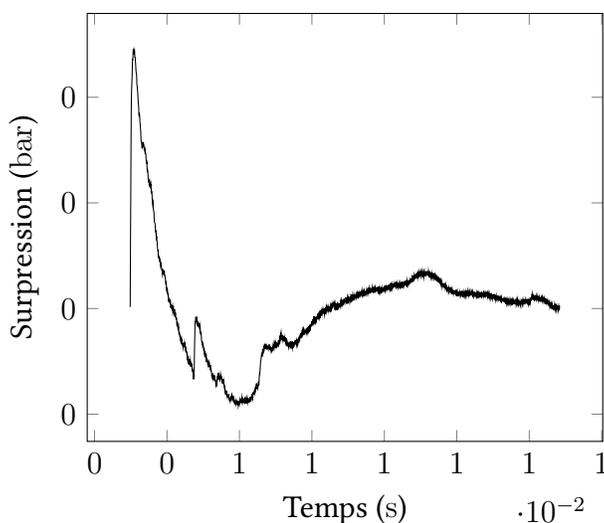


FIGURE 5 – Variation de la surpression à une distance R d'une charge explosive. La référence du temps correspond à l'instant d'explosion.

Entre autres points singuliers, on observe que la surpression passe par un maximum à un instant t non nul après l'explosion. On notera P la valeur de cette surpression pic.

En relevant les valeurs de ces pressions pic pour différentes distances à la charge R et différentes charges notées Q , on parvient à tracer le graphique donné en figure 6.

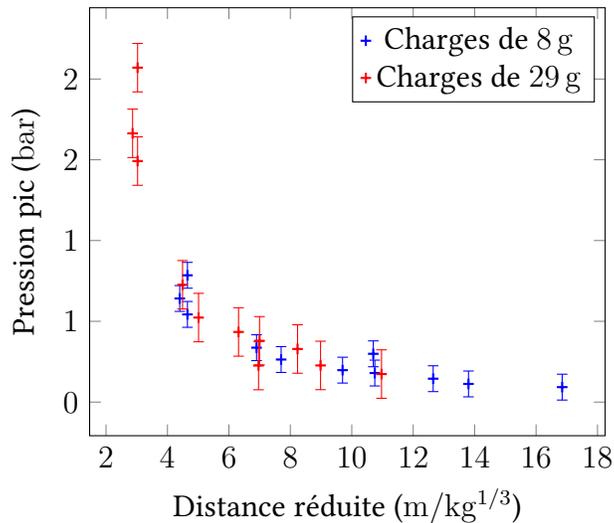


FIGURE 6 – Pression pic mesurée en fonction de la distance réduite $\frac{R}{Q^{1/3}}$

Il apparaît alors clairement que la surpression engendrée par une explosion n'est fonction que du rapport $\frac{R}{Q^{1/3}}$. En réalité, une même dépendance est observée pour d'autres paramètres de l'onde mesurée à une distance R de la charge Q . C'est l'objet de la **loi de Hopkinson** que nous allons chercher à exprimer.

B.2 Démonstration de la loi de Hopkinson

II.2.a Hypothèses

On se place par la suite dans le cadre des hypothèses suivantes.

- Les distances de mesure des caractéristiques de l'onde de choc liée à la détonation sont grandes devant la taille caractéristique de la charge. Ceci permet de négliger tous les facteurs de géométrie de répartition de densité de la charge.
- Le seul paramètre décrivant la détonation est l'énergie libérée E . Cette énergie est reliée à la masse d'explosif utilisée Q par un facteur k , $E = kQ$.
- La masse d'air considérée est décrite entièrement par sa densité ρ et la vitesse du son v .

II.2.b Énoncé

La loi de Hopkinson que nous considérons stipule que

Les effets d'une explosion aérienne ne sont fonction que du rapport $\frac{R}{Q^{1/3}}$ où R est la distance à la charge et Q la charge explosive.

Parmi les effets envisageables, on compte par exemple la surpression pic, le temps d'arrivée du front de l'onde de choc, la durée de la surpression positive ou encore l'impulsion positive qui correspond à la grandeur $I = \int P dt$ sur la durée de la surpression positive.

II.2.c Démonstration par analyse dimensionnelle

Cette loi de similitude non triviale se justifie en réalité par analyse dimensionnelle. Cherchons en effet à montrer la loi concernant la surpression pic P . D'après nos hypothèses et le théorème II, le produit

$$\Pi = P^\alpha R^\beta \rho^\gamma v^\delta E^\eta$$

doit être adimensionné. Or

$$[P] = M.L^{-1}.T^{-2}$$

$$[R] = L$$

$$[\rho] = M.L^{-3}$$

$$[v] = L.T^{-1}$$

$$[E] = M.L^2.L^{-2}$$

On a donc $\Pi = M^{\alpha+\gamma+\eta} \times L^{-\alpha+\beta-3\gamma+\delta+3\eta} \times T^{-2\alpha-\delta-2\eta}$ ce qui nous ramène, puisque Π doit être adimensionné, à résoudre le système

$$\begin{cases} \eta = -\gamma - \alpha \\ \delta = 2\gamma \\ \beta = 3\gamma + 3\alpha \end{cases}$$

En substituant ces résultats dans Π , on obtient

$$\Pi = \left(\frac{P \times R^3}{E} \right)^\alpha \times \left(\frac{\rho \times v^2 \times R^3}{E} \right)^\gamma$$

soit encore

$$P = K \times \left(\frac{R}{E^{1/3}} \right)^{-3(1+\gamma/\alpha)}$$

ou bien encore, puisque $E = kQ$

$$P = K \times \left(\frac{R}{Q^{1/3}} \right)^{-3(1+\gamma/\alpha)}$$

On retrouve ainsi que pour un explosif donné, la surpression pic P ressentie à une distance R du point d'explosion ne dépend que de la grandeur $\frac{R}{Q^{1/3}}$, ainsi que le stipule la loi de Hopkinson.

C Statistiques des évaluations diagnostiques

Notes sur la lecture de ces statistiques

Chaque partie correspond à l'une des questions du questionnaire. L'intitulé de la question est rappelé et précède un graphique présentant les résultats de la façon suivante :

- En abscisse se trouvent le nombre d'élèves cumulé sur une classe.
- Superposés verticalement se trouvent les résultats obtenus par les 4 classes.
- La longueur d'une barre de couleur est proportionnelle au nombre d'élève ayant choisi la réponse correspondant à cette couleur (spécifié en légende). Sur la barre est inscrit le pourcentage que représentent les élèves ayant choisi cette réponse par rapport à l'ensemble des élèves de classe. (Ce pourcentage est arrondi à l'unité.)

Chacun de ces graphiques est suivi d'une reprise de certaines réponses ou justifications données par les élèves de chaque classe. Seules les plus représentatives ou significatives ont été saisies, avec leur syntaxe originale.

Les bonnes réponses sont sous-représentées pour la classe de terminale S car les élèves de cette dernière en ont fourni des similaires (et très justes) en grand nombre, et il n'apportait pas grand-chose de les reproduire ici.

Les questions numérotées bis sont celles qui, le cas échéant, ont été distribuées aux élèves de première S.

C.1 Question 1

Parmi les relations suivantes, cocher celle(s) qui lie(nt) effectivement la fréquence f d'un signal sonore, la vitesse v du son dans le milieu considéré et la longueur d'onde λ du signal.

$$v \times f = \lambda$$

A

$$v/\lambda = f$$

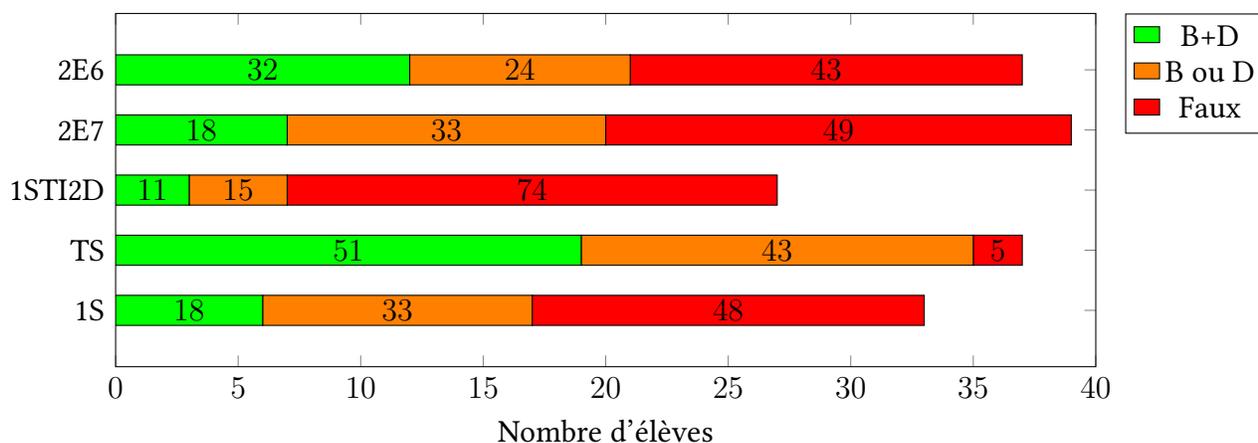
B

$$\lambda/f = v$$

C

$$\lambda f = v$$

D



Seconde 6

$$2 \quad v = \frac{d}{t} \quad v = \frac{\lambda}{T} \quad v = \lambda f$$

Seconde 7

2 je ne me souviens plus de la formule.

$$22 \quad v = T \times \lambda \quad v = \frac{1}{f} \times \lambda \quad v = \frac{\lambda}{f}$$

Première STI2D

22 Au hasard Balthazar

Terminale S

22 $\lambda f = v$ pour respecter l'homogénéité.

Première S

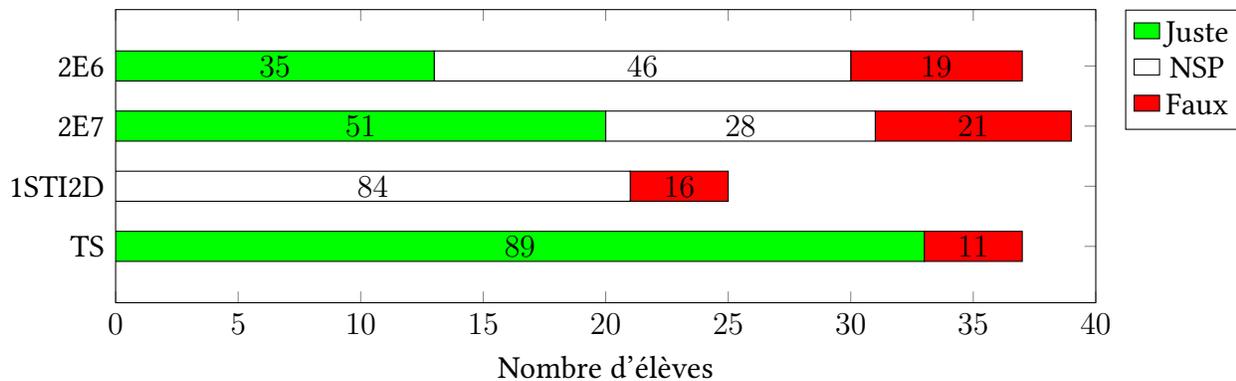
$$1 \quad f = \frac{1}{T} \quad v = \frac{d}{T} \quad v = \frac{\lambda}{\frac{1}{f}} \quad v = \lambda f$$

$$2 \quad f = \frac{1}{T} \quad m \times \frac{1}{T} = \text{m.s}^{-1}$$

33 Répondu selon les unités

C.2 Question 2

L'indice optique n d'un matériau pour une radiation lumineuse de longueur d'onde λ peut s'écrire sous la forme $n = n_0 + A/\lambda^2$ (loi de Cauchy). Indiquer l'**unité** de A et justifier au dos.



Seconde 6

1 m (mètre) car $n = n_0 + A/l^2 \Leftrightarrow A = \underbrace{l^2(n + n_0)}_{\text{qui s'exprime en m}}$.

2 m^2 . n n'a pas d'unité, n_0 non plus et λ^2 est en m^2 . Pour annuler l'unité il faut que A soit en m^2 .

3 J'ai oublié.

4 A est en mètre. Je crois que c'est dans le dernier DS, mais j'avoue ne pas avoir vraiment compris pourquoi...

5 Cela dépend du matériau.

7 m^2 . On sait que n n'a pas d'unités, et $n = n_0 + \frac{A}{\lambda^2}$. n_0 n'a pas d'unités, et pour que $\frac{A}{\lambda^2}$ n'ait pas d'unité, comme λ^2 est en m^2 , A est en m^2 .

10 m^2 . n n'a pas d'unité puisque c'est un indice de réfraction et de même pour n_0 . La partie $\frac{A}{\lambda^2}$ ne doit donc pas avoir d'unité et λ étant en m, λ^2 est en m^2 et donc A aussi.

11 m^2 λ est en m et c'est au carré et il faut que l'indice n n'ai pas d'unité.

16 m L'indice optique n'a pas d'unité. n_0 et A/λ^2 doivent donc chacun ne pas avoir d'unité. Or la longueur d'onde a une unité, le mètre, que reprend A .

24 n n'a pas d'unité, λ^2 est exprimée en nm^2 donc $n = n_0 = \frac{A(nm^2)}{\lambda(nm^2)}$.

37 mètre. A est dans la même unité que λ car un indice de réfraction n'a pas d'unité donc il faut que l'unité de la division s'annule.

Seconde 7

- 2 Il n'y en a pas car c'est une constante. Je ne saurais pas comment le justifier.
- 3 nm^2 . la longueur d'onde de la radiation lumineuse est en nm. or dans cette loi, la longueur d'onde s'exprime en nm^2 . Il faut donc que A soit aussi en nm^2 pour que l'indice optique n'ait pas d'unité.
- 9 nm^2 Pur hasard
- 10 nm je ne suis pas sûre
- 11 θ . θ est l'unité pour la température/radiation.
- 14 s^{-1} pour obtenir un vitesse.
- 18 constante. A est une valeur que l'on nous donnera pour appliquer cette formule.
- 20 des mètres cube. $\lambda =$ des mètres. En l'occurrence, on a λ^2 donc des m^2 . Sachant qu'on veut une valeur en m, on fait $\frac{\text{m}^3}{\text{m}^2} = \text{m}$ soit $\frac{A(=\text{m}^3)}{\lambda^2 \text{m}^2}$.
- 23 $^\circ\text{C}$ car su cet n se réfère à la loi de cauchy, selon la longueur d'onde, on devrait aboutir à la température.
- 25 $\frac{A}{\lambda^2} = n - n_0$ $A = \lambda^2(n - n_0)$. A est donc en nm^2 .
- 27 unité de λ^2 (donc généralement nm^2). pour réaliser une division, il faut que le numérateur et le dénominateur est la même unité.
- 28 nm^2 n est sans unité donc on doit "simplifier" l'unité de λ^2 .
- 29 En prenant le temps de réflexion 5min je trouverait...
- 37 m^2 le carré se supprime alors, car nous avons $\frac{A}{\lambda^2}$.
- 38 nm^{-2} Il faut que ça "annule" le carré de λ^2 .
- 39 Unité de λ^2 . Il faut que n n'ait pas d'unité. pour cela, A doit avoir l'unité de λ au carré.

Première STI2D

- 6 m s^{-1} car c'est une radiation.
- 7 m s^{-1} car c'est une radiation.
- 8 je ne connais pas la loi de Cachy cela m'empêche donc de répondre à cette question.

17 en nm. $n = n_0 + A/\lambda^2$. on sait que λ est en nm et comme c'est au carré et qu'on sait que n doit être en nm, A sera exprimé en $\frac{A=\text{nm}}{\lambda^2=\text{nm}^2} = \text{nm}$

18 Il me manque le cours.

22 Aucune idée jamais vu cette loi

Terminale S

Ensemble de la classe Très bien justifié et réussi.

1 m^{-2} n et n_0 doivent avoir la même unité.

3 m^2 analyse des dimensions :

$$[n] = [n_0]$$

$$\text{pas d'unité} = \text{pas d'unité} + \frac{[A]}{[L]^2}$$

donc pour conserver l'homogénéité de la relation, A doit être d'unité m^2 .

6 m^2 n_0 n'a pas d'unité, tout comme n . D'où pour avoir une grandeur homogène comme λ^2 est en m^2 , alors A est en m^2 .

35 aucune. L'absorbance n'a pas d'unité.

C.3 Question 2 bis

D'après la loi de Beer-Lambert, l'absorbance A d'une espèce en solution, à une longueur d'onde donnée, est proportionnelle à sa concentration C , ainsi $A = kC$. Parmi les unités proposées ci-dessous, laquelle ou lesquelles peuvent correspondre à celle de k ?

$\text{L} \cdot \text{mol}^{-1}$

A

$\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

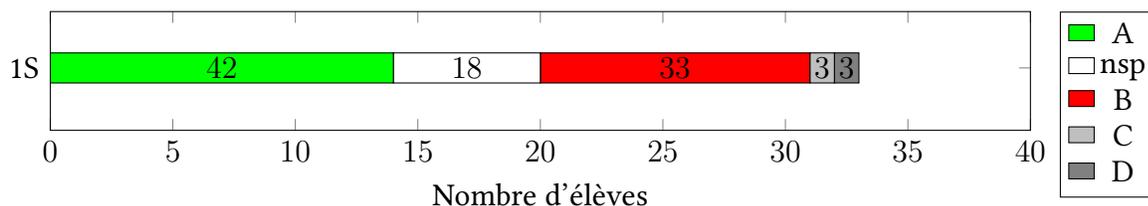
B

$\text{L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$

C

$\text{L}^2 \cdot \text{mol}^{-2}$

D



Première S

5 $A = kC \quad \frac{A}{C} = k \quad C = Ak$

8 A n'a pas d'unité et C est en Mol.L^{-1}

Pour annuler faut k en Mol.L^{-1}

10 la seule que j'ai dj vu

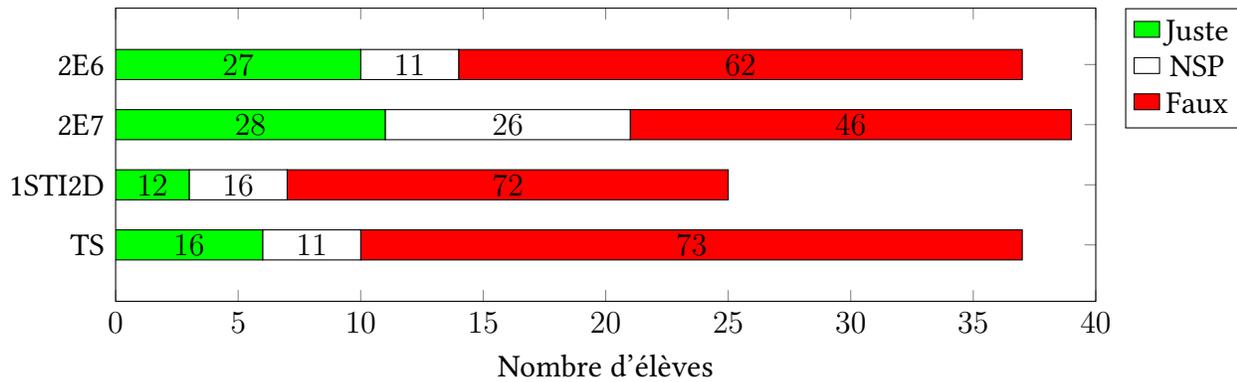
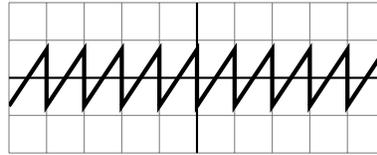
13 Unité de C : mol.L^{-1}

absorbance : pas d'unité

29 $A = kC \iff k = \frac{A}{C} \quad \text{L.mol}^{-1}$

C.4 Question 3

L'écran d'oscilloscope au-dos de la feuille affiche une tension périodique de période $T = 20$ ms. Quelle est la **sensibilité horizontale** utilisée? $S_h =$ _____



Terminale S

24 Relation entre S_h et T ?

C.5 Question 3 bis

La longueur d'onde λ_{\max} de la radiation émise avec le maximum d'intensité par un corps est reliée à sa température T par la relation $\lambda_{\max}T = C$ (il s'agit de la loi de Wien). Parmi les unités proposées ci-dessous, laquelle ou lesquelles peuvent correspondre à celle de C ?

$m \cdot s^{-1} \cdot K$

A

$m \cdot K^{-1}$

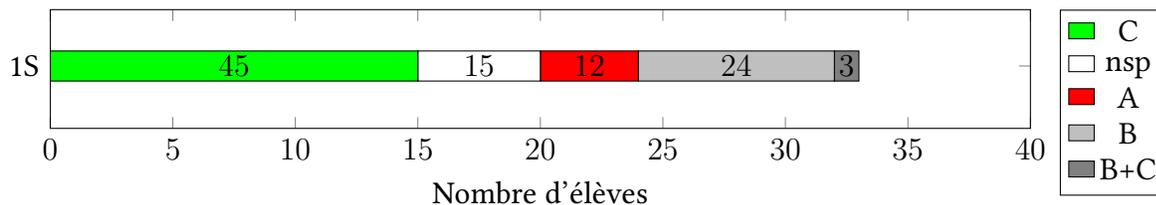
B

$m \cdot K$

C

$m^{-1} \cdot K$

D



Première S

10 Vrint aucune idée

13 $T \rightarrow K$

31 $\frac{\lambda_{\max} \times T}{C} = 0$

C.6 Question 4

Pendant une durée de 10 s, on peut mesurer que 3300 m^3 d'eau passent sous le pont de l'Alma à Paris. Quel est le débit (volume par unité de temps) \mathcal{D} de la Seine sous ce pont ? (Une seule réponse possible)

$$\mathcal{D} = 303 \mu\text{s}/\text{m}^3$$

$$\mathcal{D} = 3300 \text{ m}^3$$

$$\mathcal{D} = 330 \text{ s}^{-1}$$

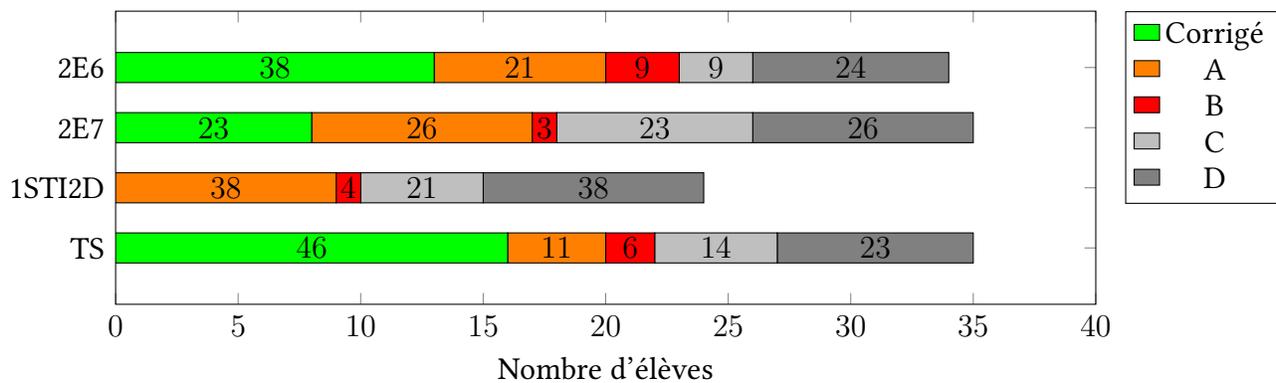
$$\mathcal{D} = 330 \text{ m}/\text{s}$$

A

B

C

D



Seconde 6

11 Aucune des réponses proposées n'est exprimée en volume par unité de temps.

Seconde 7

20 Je ne suis pas sûr

25 Je ne vois pas d'unité en m^3/s . Donc rien n'est coché.

37 Il n'y a pas de réponse car les unités ne sont pas bonnes. Ce devrait être m^3/s .

38 Selon moi, c'est $330 \text{ m}^3/\text{s}$ mais je ne vois pas la réponse ni d'équivalent.

Première STI2D

18 Il me manque le cours.

22 pile ou face entre la D et la A. la A l'emporte.

Terminale S

18 La réponse C semble la plus cohérente même si aucune des réponses n'a les unités appropriées.

20

$$D = \frac{T}{V} = \frac{10}{3300} = 303 \times 10^{-6} \text{ s/m}^3$$

22 Le volume d'eau par seconde est de $330 \text{ m}^3/\text{s}$. D'où le débit : $\frac{1}{330} = 303 \mu\text{s}/\text{m}^3$.

C.7 Question 4 bis

Sous le pont de l'Alma à Paris, on peut mesurer que 3300 m^3 d'eau passent pendant 10 s. Quel est le débit (volume par unité de temps) \mathcal{D} de la Seine sous ce pont ?

$$\mathcal{D} = 303 \mu\text{s} \cdot \text{m}^{-3}$$

A

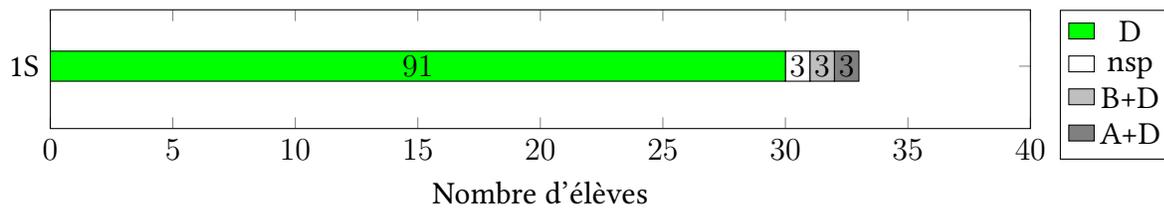
$$\mathcal{D} = 3300 \text{ m}^3$$

B

$$\mathcal{D} = 330 \text{ s}^{-1}$$

C

$$\mathcal{D} = 330 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

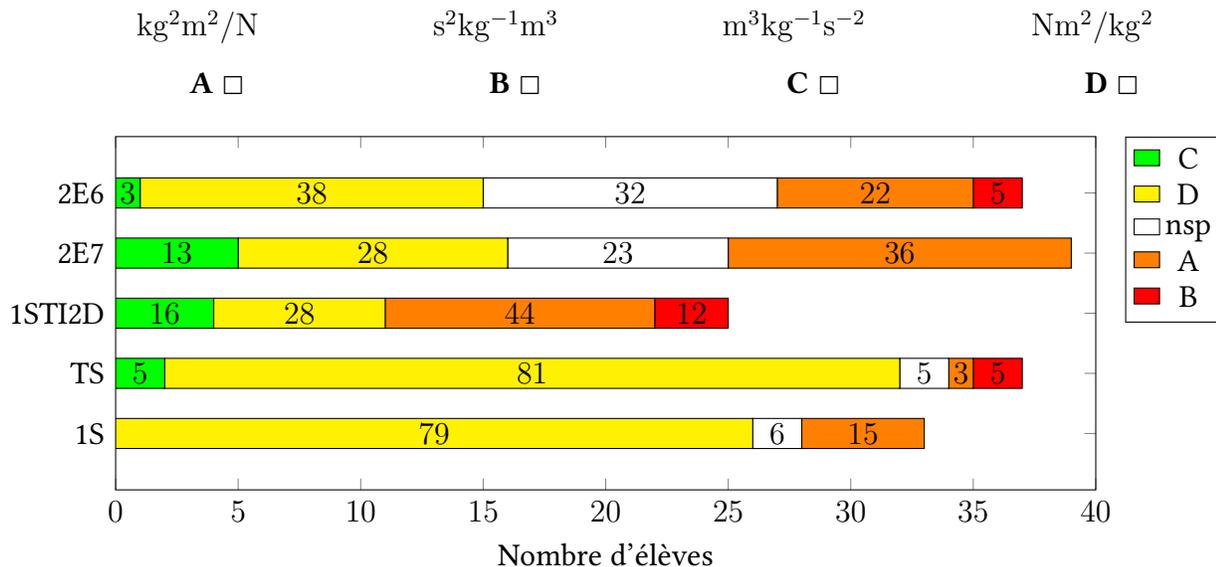
D 

Première S

10 3300 pour $10 \text{ s} = 330$ pour 1 s

C.8 Question 5

La loi de la gravitation universelle stipule que la force $F_{1 \rightarrow 2}$ exercée par un corps 1 de masse m_1 sur un corps 2 de masse m_2 , séparés par une distance d est de la forme $F_{1 \rightarrow 2} = G \times \frac{m_1 \times m_2}{d^2}$. Quelle est l'unité de G dans le système international? (*Une seule réponse possible*)



Seconde 6

2 La force s'exprime en Newton. Il faut des m^2 au numérateur pour annuler le dénominateur et des kg^2 au dénominateur pour annuler le numérateur.

19 F en newton $N = G \times \frac{\text{kg} \times \text{kg}}{\text{m}^2}$. $G = N \times \text{kg}^{-2} \times \text{m}^2$.

Seconde 7

1 Nous avons utilisé la constante G au collège mais n'avons jamais évoqué son unité.

17 A, B et C ne me disent rien, D me semble plus familier.

20 Ne connais pas du tout la notion

21 Je l'ai appris. Après peut-être que c'est faux. Je me rappelle pas bien.

24 Je ne sais pas.

26 $G = 6,67 \times 10^{-11}$

37 $G \times \frac{\text{kg} \times \text{kg}}{(\text{m})^2} \rightarrow N$, $\frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \times \frac{\text{kg}^2}{\text{m}^2} = N$.

Première STI2D

18 Il me manque le cours.

22 Quasi sur mais rien n'est joué.

Terminale S

15

$$\text{m/s}^2 = \text{N kg}^{-1}$$

$$\text{N} = \text{m s}^{-2} \text{kg}$$

$$G = \text{m s}^{-2} \text{kg m}^2 \text{kg}^{-2}$$

$$= \text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$$

Première S

9 G en N, m en kg et d en m

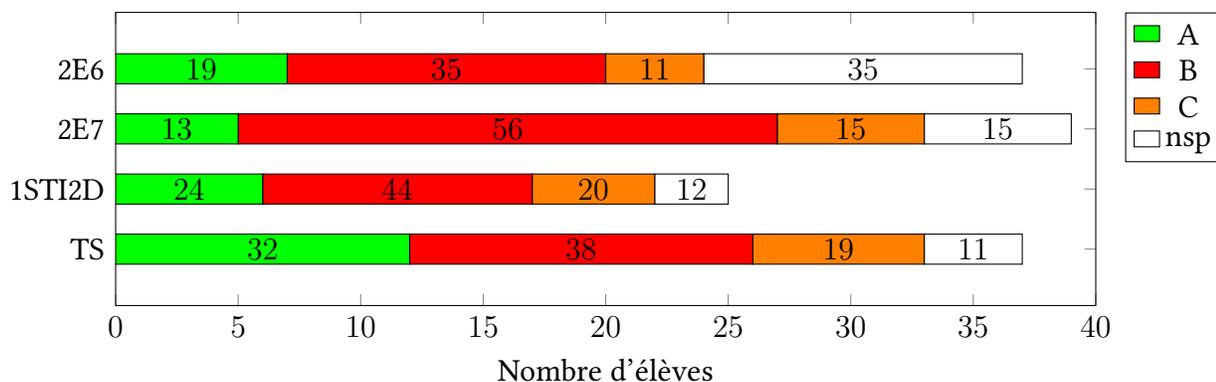
10 Par mémoire et intuition

$$29 \quad F = G \frac{m_1 m_2}{d^2} \iff G = F \frac{d^2}{m_1 m_2}$$

C.9 Question 6

Le poids P d'un objet sur Terre est lié à sa masse m par la relation $P = mg$ où g est l'intensité de la pesanteur. Parmi les énoncés suivants, lequel vous semble correct? (*Justifier au dos de la feuille*)

- A Il est possible de conserver à l'expression ci-dessus le même sens physique en remplaçant la lettre P par une autre lettre.
- B Il n'est pas possible de conserver à l'expression ci-dessus le même sens physique en remplaçant la lettre P par une autre lettre.
- C Il est possible de conserver à l'expression ci-dessus le même sens physique en remplaçant la lettre P par seulement un nombre restreint d'autres lettres, qui sont : _____



Seconde 6

- 1 P sert seulement à désigner cette force plus facilement, on peut donc la remplacer par n'importe quelle autre lettre, la "fonction physique" ne change pas.
- 2 Le poids est une force. On peut le remplacer par la lettre F.
- 6 Changer la lettre voudrait dire qu'il existe une autre relation entre la masse et l'intensité de la pesanteur, ce qui n'existe pas A MA CONNAISSANCE.
- 7 P est en Newton, donc il faut remplacer par une autre lettre dans la même unité pour conserver le sens physique, à savoir $F_{1 \rightarrow 2}$.
- 11 La lettre P signifie le poids et aucune autre lettre ne veut dire la même chose chose.
Cette formule définit le poids d'un objet, il serait faux de remplacer la lettre P .
- 23 Tant que la lettre que l'on choisit représente le poids d'un objet sur Terre, on peut la changer.
- 24 Chaque lettre définit quelque chose ($P \neq M$ car P est en Newton et M en g).

- 25 Dans d'autres langues pour dire poids.
- 27 On peut appeler le poids d'un objet par n'importe quelle lettre, cela ne changerait rien.
- 28 Tant que les lettres utilisées sont expliquées au préalable, le sens physique de la formule est conservé. Il est cependant préférable d'utiliser les lettres conventionnelles.
- 30 Si l'on remplace P par une autre lettre cela peut occasionner des erreurs de compréhension, certaines lettres ayant une autre signification.
- 33 F étant la lettre qui représente la force et le poids étant une force, je pense que l'on peut remplacer P par F .
- 35 Si l'on remplace, ça signifierait autre chose.

Seconde 7

- 1 Le poids étant une force, on pourrait remplacer la lettre P par F .
- 2 Par la lettre N car le poids s'exprime en Newton.
- 3 Car P représente le poids d'un objet sur Terre. nous ne pouvons donc pas écrire d'autres lettres à la place.
- 7 La lettre utilisée est là pour se retrouver dans les calculs et n'influe en rien le sens physique (même si on prends certaines habitudes). On ne peut pas prendre m et g car cela rendrait les calculs absurdes même si encore une fois tout ça est arbitraire.
- 12 Je pense qu'il est possible de remplacer P par une autre lettre à condition de justifier qu'il s'agit du poids. Si on note juste P on sait directement qu'il s'agit du poids.
- 16 Faute de savoir une réponse avec certitude, je ne vois pas pourquoi P ne pourrait être remplacé par Δ ou α .
- 17 La lettre P étant définie pour le poids, en utiliser une autre changerait le sens physique de la relation.
- 20 je ne connais pas la notion
- 24 Il me semble que par convention on attribut la lettre P au poids
- 25 g correspond à une force exercée $P = mG \frac{m_1 m_2}{d^2}$
- 28 La lettre "P" est juste une notation et n'a pas d'impact sur la formule tant que le sens de la notation utilisé est explicite.

29 J'hésite entre la 2 et la 3 : il me semble que l'on peut remplacer P par un nombre restreint d'autres lettres que je ne connaît pas. En physique les lettres ont une signification bien particulière. Il faudrait préciser que l'on remplace P .

Première STI2D

2 Cette lettre peut être remplacée car le poids d'un objet est la force d'attraction de la Terre sur cet objet.

5 Il est possible de le remplacer par G car il est en kN.

6 C'est comme ça!!

10 Chaque unité possède un symbole propre. Pour le poids il s'agit de P , et cela ne peut pas changer.

12 Possible de remplacer la lettre P par une autre, si on précise la signification de la nouvelle lettre.

15 P est uniquement P qui est la masse de l'objet.

22 F dans mes souvenirs.

Terminale S

3 Tant que la relation est la même, c'est à dire que la valeur du poids est homogène à cette relation, on peut choisir n'importe qu'elle lettre.

6 peu importe la lettre si on garde les unités adéquates.

8 Le choix de la lettre est arbitraire, on a pris P parce que le poids commence par un P . Changer une lettre ne modifie pas une formule.

10 B : je ne suis pas trop sûr(e). Il y avait peut-être risque de confusion avec une autre lettre.

19 Tout sauf m et g (ici). sauf si il y a des calculs supplémentaires.

20 Comme le poids est une force, on en déduit que $P = F$.

24 P =poids et mg ne marche que pour le poids et pas les autres forces.

26 il n'y a que le poids qui soit défini par la relation $P = mg$.

27 La lettre qui représente une grandeur physique n'est qu'une décision arbitraire et n'a pas d'influence sur sa définition et le sens physique que celle-ci prend.

31 P est la grandeur associée au poids dans le système international.

32 je ne comprends pas la question...

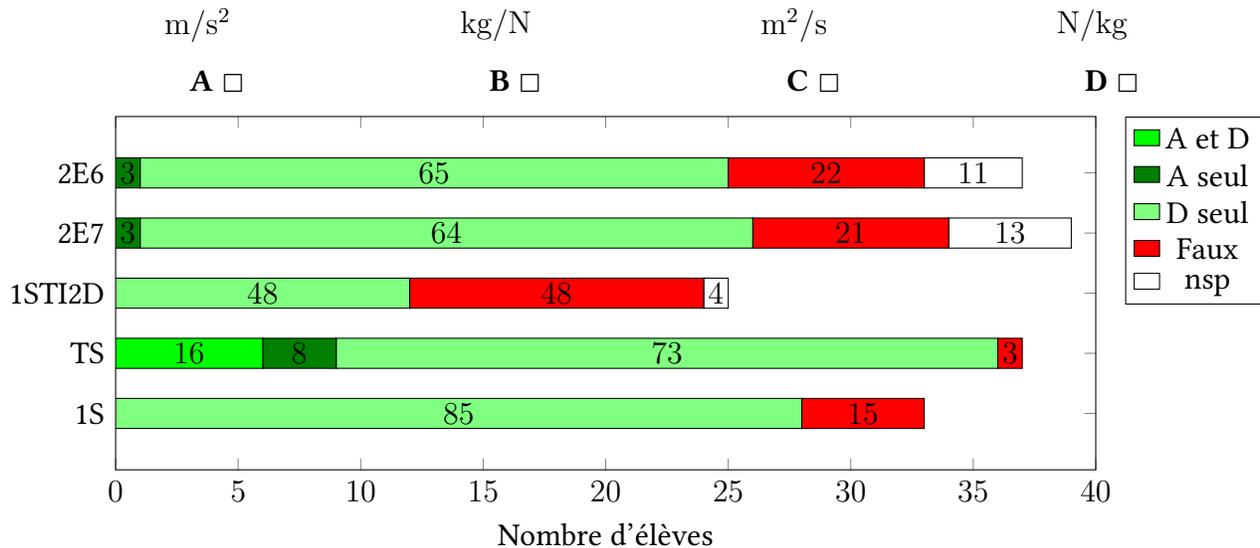
33 On peut conserver le sens physique ssi en changeant de lettres on change également l'énoncé (ou en y inscrivant mg ($mg = mg$ mais le sens physique est perdu)).

36 g est l'accélération de la pesanteur relative au poids seulement.

37 Comme en maths, on peut écrire soit \vec{X} le poids même si traditionnellement la lettre P est utilisée.

C.10 Question 7

Quelle peut être l'unité de g (défini dans la question précédente) parmi celles proposées ci-dessous ?



Seconde 7

5 Je ne sais pas car pour moi le N est lié au poids et non à l'intensité de pesanteur et le kg à la masse.

24 En effet, la force de gravité s'exprime en newton N est la masse en kg.

28 Les 2 autres énoncés sont en contradiction avec A donc sont faux car A est vrai (principe du tiers exclu).

30 $P = mg \quad g = \frac{g \rightarrow \text{en Newton}}{m \rightarrow \text{en kg}}$.

Première STI2D

22 sa je suis sur.

Terminale S

15 $N \, kg^{-1} = m \, s^{-2} \, kg \, kg^{-1} = m \, s^{-2}$

18 D : seule unité cohérente avec la formule.

22 A et D car g est une accélération et s'exprime en $N \, kg^{-1}$ car $N = \frac{m}{s^2} \times kg$.

33 D rend l'équation homogène. A aussi car $N \leftrightarrow kg \, m \, s^{-2}$ (g accélération).

35 g est une accélération donc d'unité m/s^2

Première S

$$31 \quad \vec{g} = \frac{\vec{P}}{m} \quad P = mg \quad g = \frac{mg}{m}$$

D Document de travail utilisé lors de la séance

TP-Cours : Introduction à l'analyse dimensionnelle

Introduction

On va réaliser l'expérience schématisée ci-dessous. Les températures seront exprimées en kelvins.

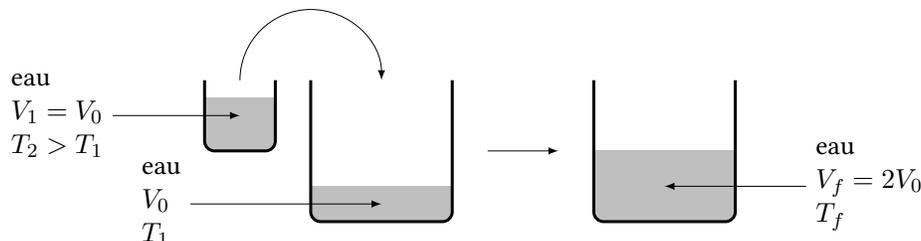


FIGURE 1 – Mélange de deux quantités d'eau à des températures différentes

Avant de mettre en œuvre la manipulation, on souhaite estimer la température finale de l'eau tiède. Pour cela, quelques formules sont proposées ci-dessous, à nous de trouver laquelle est plausible

$$T_f = \frac{T_1+T_2}{4} \quad T_f = \frac{T_1 T_2}{T_1+T_2} \quad T_f = \frac{2}{T_1+T_2} \quad T_f = \frac{T_1+T_2}{2} \quad T_f = T_1+T_2 \quad T_f = \frac{T_1}{T_2}$$

I Énergies potentielles et énergie cinétique

I.1 Quelques rappels

I.1.a Les unités fondamentales du système international

On a vu en début d'année que seules 7 unités fondamentales suffisent pour exprimer toutes les grandeurs physiques :

Grandeur physique	Notation courante	Unité ¹	Symbole de l'unité
Temps	t	seconde	s
Longueur	l	mètre	m
Masse	m	kilogramme	kg
Intensité du courant électrique	I	ampère	A
Température	T	kelvin	K
Quantité de matière	n	mole	mol
Intensité lumineuse ²	I	candela	cd

Quelques règles pour manipuler les grandeurs physiques :

★ Si $a = b$ alors forcément l'unité de a est égale à celle de b (on dit alors que l'équation est **homogène**).

1. Dans ce TP-cours, on ne s'occupera pas des préfixes comme milli- ou micro-. On dira par exemple que la milliseconde et la seconde sont la même unité.

2. Omise dans le document du début d'année car rarement utilisée au lycée.

- ★ On ne peut additionner que des grandeurs ayant la même unité.
- ★ L'unité du produit de deux grandeurs est égale au produit des unités de ces grandeurs.
- ★ L'unité de A^n est égale à l'unité de A à la puissance n .

I.1.b g : intensité de pesanteur

La Terre exerce une force sur les objets qu'on appelle le poids. C'est lui qui est responsable de la chute des objets. Comme toutes les forces, le poids s'exprime en newtons (N) et est relié à la masse de l'objet par la relation

$$P = m \times g$$

où g est l'accélération de la pesanteur. Sa valeur à Paris est $g = 9,81 \text{ N/kg}$.

I.1.c Énergie cinétique

Dans toutes les transformations³ qui sont étudiées en physique, une grandeur joue un rôle fondamental : c'est l'**énergie**. Cette notion apparaît d'abord en mécanique où elle signifie : *capacité de travail*. Le mot énergie provient d'un terme grec qui veut dire *force en action*.

L'unité de l'énergie est le joule (J)⁴. En mécanique, un système capable de fournir un tel travail est contient de la capacité de travail ou du travail en réserve : il contient de l'énergie. Si cette énergie est due à sa vitesse, on parle d'**énergie cinétique**, et si elle est due à sa position dans l'espace, on parle d'**énergie potentielle**⁵.

L'énergie cinétique d'un objet de masse m qui se déplace à la vitesse v dans un référentiel donné, est définie de la façon suivante

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

Il existe plusieurs sortes d'énergies potentielles. La plus connue d'entre elles est l'énergie potentielle de pesanteur qui vaut, pour un objet de masse m placé à une hauteur h à la surface de la Terre

$$E_p = mgh$$

Cette énergie est *potentielle* au sens où elle peut devenir énergie *concrète* (énergie cinétique lors d'une chute par exemple). D'ailleurs, les deux s'expriment dans la même unité, le joule (J).

II Analyse dimensionnelle

II.1 Retour sur g

La valeur de g définie dans le I.1.b n'est pas exprimée dans les unités fondamentales du système international rappelées dans le I.1.a car le newton n'en est pas une. Comment pourrait-on cependant y parvenir ?

3. Transformations en physique : échauffement, déplacement, compression...

4. Le joule tient son nom de James Prescott Joule (1818-1889), physicien anglais qui a quantifié la relation entre travail et chaleur et qui a également mis en évidence l'effet Joule. On retrouve cette unité sur les emballages alimentaires pour quantifier l'énergie apportée par tel ou tel aliment.

5. D'après G. Bruhat, *Thermodynamique*, 6^{ième} édition, Masson et C^{ie}, 1968, p.3

II.2 Notation

Dans la suite, pour écrire "l'unité de la grandeur A ", on utilisera la notation $[A]$.

Par exemple, pour une vitesse, on aura $[v] = \text{m/s}$.

II.3 Applications diverses

II.3.a En géométrie

Dans la configuration géométrique de la figure 2, (AD) et (BC) sont perpendiculaires à (DC) . O est l'intersection de (AC) et (DB) et H est le projeté orthogonal de O sur (DC) . On pose $a = AD$, $b = BC$, $c = CD$ et $h = OH$. On sait que h s'exprime comme le rapport du produit de a et b et de leur somme, à moins que cela ne soit l'inverse. On hésite donc entre

$$h = \frac{a+b}{ab} \quad \text{et} \quad h = \frac{ab}{a+b}$$

Lequel de ces 2 rapports est le bon ?

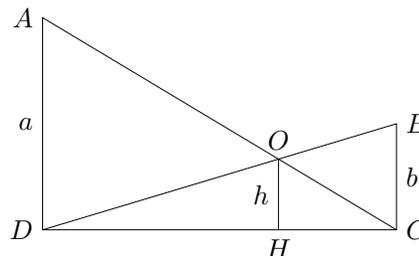


FIGURE 2 – Figure géométrique

II.3.b $E=mc$ combien déjà ?

Sur un de ses brouillons, un étudiant d'Einstein a écrit $E = mc$, $E = mc^2$ et $E = mc^3$ et $E = mc^4$. Il sait que E est une énergie c un vitesse et m un masse et il sait également que l'une de ces formules est la bonne, mais il ne souvient plus laquelle. Quelle formule doit-il choisir, et comment lui démontrer ?

II.3.c Un peu de chimie

Emmanuel a préféré apprendre ses formules de chimie juste avant une évaluation. Mais pris de panique, tout se mélange dans sa tête, parmi toutes les formules suivantes, il ne sait plus laquelle (ou lesquelles) relie effectivement la masse m d'un échantillon d'une espèce chimique, la quantité de matière n qu'il contient et la masse molaire de l'espèce chimique M :

$$n = M \times m \quad m = M \times n \quad M = m \times n \quad M = \frac{m}{n} \quad n = \frac{M}{m} \quad M = \frac{n}{m}$$

II.3.d Loi de Wien

La longueur d'onde λ_{max} de la radiation émise avec la plus grande intensité par un corps est reliée à sa température T par la relation de Wien $\lambda_{max} \times T = C$ où C est une constante. Déterminer $[C]$.

II.3.e Énergie des photons

On peut considérer toute onde électromagnétique comme un flot de photons ayant chacun une énergie $E = hf$ où f est la fréquence de l'onde et h est une constante. Quelle est l'unité de h ?

III Établir des lois sans démonstration

Avec ce que nous venons de faire, nous comprenons que l'analyse dimensionnelle nous permet de vérifier l'exactitude des relations entre grandeurs physiques. Plus précisément, nous ne pouvons pas être sûrs que certaines relations sont exactes mais nous pouvons être sûrs que certaines ne le sont pas. De façon plus impressionnante, nous allons maintenant montrer que l'analyse dimensionnelle nous permet également de trouver à coup sûr la relation (à un détail près) reliant différentes grandeurs d'un problème.

III.1 Le pendule simple

III.1.a Expérience sur la période d'un pendule

En physique, un pendule simple est simplement une masse m suspendue au bout d'un fil très léger (par rapport à la masse) et de longueur l . Un schéma de ce dispositif est donné en figure 3.

Sur Terre, lorsqu'on lâche une pendule simple avec un angle θ_0 non nul, il se met à osciller avec une période que l'on nommera T .

À votre avis, de quelle(s) grandeur(s) dépend T ?

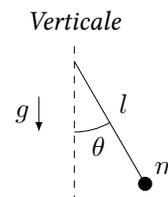


FIGURE 3 – Pendule simple

III.1.b Expression de la période

Des séries de manipulations ont permis de mesurer T pour différentes valeurs de m , l , g et θ_0 . Ces résultats sont résumés dans le tableau de la figure 6, en fin de polycopié. D'après ces résultats, de quel(s) paramètre(s) dépend effectivement la période T du pendule ?

Quelle est la plus simple relation⁶ que l'on peut proposer pour lier T et ces paramètres ? On pourra, si besoin, la vérifier à l'aide LatisPro®.

Le principe que l'on vient de voir est très général en physique. Certains disent même qu'il ne faut pas commencer un calcul si on ne connaît pas déjà le résultat⁷

6. C'est à dire une équation mathématiques entre grandeurs qui respecte les règles énoncées en I.1.a

7. On remarquera que le résultat ne peut être connu par cette méthode qu'à une constante près. En pratique, cette constante est généralement de l'ordre de grandeur de 1 et l'erreur commise n'est donc pas très importante. Voici quelques exemples supplémentaires.

III.2 D'autres exemples

III.2.a Des plus simples...

Fréquence et longueur d'onde Peut-on retrouver simplement la relation qui lie la fréquence f d'une onde, sa longueur d'onde λ et la vitesse v de l'onde dans ce milieu ?

Constante universelle de la gravitation La loi de la gravitation universelle stipule que la force $F_{1 \rightarrow 2}$ exercée par un corps 1 de masse m_1 sur un corps 2 de masse m_2 , séparés par une distance d est de la forme $F_{1 \rightarrow 2} = G \times \frac{m_1 \times m_2}{d^2}$, où G est la constante universelle de la gravitation. Quelle est l'unité de G dans le système international ?

Troisième loi de Kepler Les planètes effectuent un tour autour du Soleil en un temps T . Ce temps est lié à la distance R de la planète au Soleil, à la masse M_S du Soleil et de G étudiée précédemment. Trouver la relation la plus simple possible entre ces grandeurs.

Jeté de balle Lorsqu'on lance une balle m vers le haut, de quel(s) paramètre(s) dépend la hauteur maximale qu'elle va atteindre (en supposant que l'air n'exerce pas de frottement) ? En déduire une équation physique donnant cette hauteur en fonction de ce(s) paramètre(s).

Le volt Un récepteur électrique aux bornes duquel est appliquée une tension U reçoit une puissance $P = U \times I$ lorsqu'il est traversé par un courant d'intensité I . L'énergie reçue par ce dipôle pendant un temps t est donnée par la relation $E = P \times t$. À partir de ces informations (du programme de 3^{ième}), convertir le volt (V) en unités du système international.

III.2.b ...aux plus compliqués

La bombe atomique Une des plus illustres utilisations du type de raisonnement que nous venons de mettre en place est à attribuer au physicien G.I. Taylor. À partir d'une chronophotographie (reproduite en figure 4) de la première explosion atomique, il parvint à estimer l'ordre de grandeur de l'énergie E de cette bombe, qui était alors *top-secret*.

Pour ce faire, G.I. Taylor est parti du principe que le rayon $R(t)$ du nuage de l'explosion à un instant t après l'explosion n'est fonction que de cet instant t , de l'énergie E de la bombe et de la masse volumique ρ de l'air.

Retrouver la démarche de ce physicien et estimer l'énergie libérée par la bombe Trinity, sachant que la masse volumique de l'air est environ $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$ et que l'on peut mesurer sur les chronophotographies les valeurs données en figure 5.

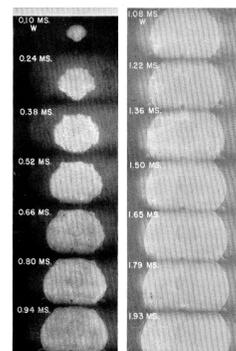


FIGURE 4 – Chronophotographie de l'explosion de la bombe *Trinity*

t (ms)	0,52	0,66	0,80	0,94	1,08	1,22	1,36	1,50	1,65	1,79	1,93
$R(t)$ (m)	28,8	31,9	34,2	36,3	38,9	41,0	42,8	44,4	46,0	46,9	48,7

FIGURE 5 – Rayon du nuage en fonction du temps, mesuré sur la chronophotographie de l'explosion.

		Sur Terre $g_T = 9,8 \text{ N/kg}$			Sur la Lune $g_L = 1,6 \text{ N/kg}$			Sur Mars $g_M = 3,7 \text{ N/kg}$		
		$m=1 \text{ g}$	$m=100 \text{ g}$	$m=1 \text{ kg}$	$m=1 \text{ g}$	$m=100 \text{ g}$	$m=1 \text{ kg}$	$m=1 \text{ g}$	$m=100 \text{ g}$	$m=1 \text{ kg}$
5°	10 cm	0,6 s	0,6 s	0,6 s	1,6 s	1,6 s	1,6 s	1,0 s	1,0 s	1,0 s
	50 cm	1,4 s	1,4 s	1,4 s	3,5 s	3,5 s	3,5 s	2,3 s	2,3 s	2,3 s
	1 m	2,0 s	2,0 s	2,0 s	5,0 s	5,0 s	5,0 s	3,3 s	3,3 s	3,3 s
10°	10 cm	0,6 s	0,6 s	0,6 s	1,6 s	1,6 s	1,6 s	1,0 s	1,0 s	1,0 s
	50 cm	1,4 s	1,4 s	1,4 s	3,5 s	3,5 s	3,5 s	2,3 s	2,3 s	2,3 s
	1 m	2,0 s	2,0 s	2,0 s	5,0 s	5,0 s	5,0 s	3,3 s	3,3 s	3,3 s
15°	10 cm	0,6 s	0,6 s	0,6 s	1,6 s	1,6 s	1,6 s	1,0 s	1,0 s	1,0 s
	50 cm	1,4 s	1,4 s	1,4 s	3,5 s	3,5 s	3,5 s	2,3 s	2,3 s	2,3 s
	1 m	2,0 s	2,0 s	2,0 s	5,0 s	5,0 s	5,0 s	3,3 s	3,3 s	3,3 s

FIGURE 6 – Résultat des mesures de la période d'un pendule