



HAL
open science

Comment sélectionner des exercices mathématiques historiques à présenter à des classes de collège ?

Arthur Besson

► To cite this version:

Arthur Besson. Comment sélectionner des exercices mathématiques historiques à présenter à des classes de collège?. Education. 2018. dumas-02111702

HAL Id: dumas-02111702

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02111702v1>

Submitted on 21 Sep 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Année universitaire 2017-2018

Master Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation

Mention Second degré

Parcours : Mathématiques

Comment sélectionner des exercices mathématiques historiques à présenter à des classes de collège ?

Présenté par Arthur Besson

Mémoire de M2 encadré par Bernard Ycart

Table des matières

Introduction	5
1 État de l'art	6
1.1 Histoire des mathématiques et enseignement de la matière	6
1.2 Pratique de l'utilisation de l'histoire des Mathématiques	7
1.3 Choix de textes historiques : anthologies	8
2 Méthode	10
2.1 Algorithme de catégorisation des exercices	10
2.2 Présentation d'exercices historiques en classe	13
3 Résultats et discussion	14
3.1 Application de l'algorithme aux anthologies	14
3.1.1 Exercices des Propositions d'Alcuin	14
3.1.2 Exercices de l'Anthologie Palatine	17
3.1.3 Commentaires	20
3.2 Sélection des exercices	21
3.3 Expérimentation : présentation d'exercices en classe	23
3.3.1 Alcuin : Jeux mathématiques à la cour de Charlemagne	23
3.3.2 L'anthologie Palatine	25
3.4 Conclusion de l'expérimentation : adéquation entre les exercices sélection- nés et le travail en classe	27
Conclusion	28
A Annexes	30
A.1 Exercices des propositions d'Alcuin	30
A.2 Exercices de l'anthologie Palatine	32

Introduction

La place de l'histoire des Mathématiques dans l'enseignement de cette matière est une question qui mobilise la recherche en enseignement depuis bon nombre d'années déjà. Des résultats sur l'utilisation de l'histoire de la matière dans les classes apparaissent régulièrement et permettent de répondre à la question de la pertinence de cette démarche. Toutefois, dans l'abondance de publications faisant le compte-rendu d'expérimentations d'utilisation de textes historiques en classe, la question centrale sur la sélection de ces textes n'est apparemment jamais posée. Dans ce mémoire, nous allons nous intéresser à cette question et tenter d'y apporter des éléments de réponse.

Nous commencerons par présenter l'évolution de l'utilisation de l'histoire des Mathématiques pour l'enseignement de cette matière. Nous verrons alors quel consensus existe sur cette pratique dans la recherche en enseignement. À partir de là, nous verrons comment en pratique les textes historiques sont utilisés par les enseignant-e-s dans leurs classes et quelles sont les recommandations des chercheurs et chercheuses tirées de leurs expérimentations. Pour compléter ce tour d'horizon, nous montrerons des exemples de sélections d'exercices et à partir de cela, nous définirons notre problématique. Nous présenterons alors quel outil nous avons développé pour répondre à cette problématique, puis l'expérimentation mise en place pour vérifier la pertinence de cet outil. Les résultats de l'application de l'outil à deux exemples de textes historiques et mathématiques seront présentés. Ils seront suivis par les retours d'expérimentation de présentation des textes sélectionnés à des classes de collège. À partir de ces observations, nous discuterons de l'intérêt de l'outil mis au point, déterminerons s'il a vraiment répondu à notre problématique et quels sont alors les perspectives d'utilisation de cet outil.

Chapitre 1

État de l'art

1.1 Histoire des mathématiques et enseignement de la matière

Les mathématiques sont une science ancienne, dont l'histoire est d'une richesse insoupçonnée et remplie d'anecdotes toutes plus passionnantes les unes que les autres. L'utilisation de cette richesse historique pour l'enseignement de la matière est une question qui se pose dans le monde de la recherche en enseignement depuis de nombreuses années, avec un regain d'intérêt depuis le début des années 2000. En effet, c'est à cette époque que paraît l'étude de Fauvel et Van Maanen [2] qui présente un vaste compte-rendu de l'utilisation de l'aspect historique des mathématiques pour leur enseignement à travers le monde. Peu de temps avant, en 2000, et dans le même champ de recherche avait lieu la conférence *History in Mathematics Education* à Taiwan qui présentait elle aussi un large panel d'études empiriques sur l'intérêt de l'utilisation de l'histoire des mathématiques [5]. Il en ressortait que cette pratique était largement répandue, géographiquement et dans le temps, et que son utilité était à chaque fois constatée. Cette question a ensuite continué d'intéresser les chercheuses et chercheurs en enseignement des mathématiques, comme le montre le mémoire d'Isabelle Fredette paru plus tard, en 2010 [3]. L'intérêt de l'histoire des mathématiques pour l'enseignement de la matière est alors avéré. Pour une vision plus complète de ce fait, se référer au mémoire de Halbout et Verplancken dont c'était la problématique et dont le présent mémoire est une continuation [4].

1.2 Pratique de l'utilisation de l'histoire des Mathématiques

Maintenant que l'intérêt de l'utilisation de l'histoire des mathématiques pour leur enseignement est avéré, une question d'ordre pratique se pose : comment intégrer cette histoire au cours ? Quel aspect historique incorporer à nos cours pour les améliorer ? Plusieurs voies sont possibles. Kleiner, dans un ouvrage spécialement consacré à l'histoire des mathématiques pour l'utilisation par des enseignant-e-s [8], propose d'incorporer l'histoire en tant que telle, en expliquant l'origine, le contexte des découvertes mathématiques, les évolutions des concepts. Selon lui, l'incorporation d'éléments historiques permet de mieux appréhender les concepts et facilite donc à la fois leur maîtrise par l'enseignant-e et leur apprentissage par les élèves et ce quelle que soit la notion abordée. Ce qu'il faut présenter aux élèves apparaît alors clairement : il faut leur présenter les écrits scientifiques de l'époque, avec les questionnements tels que les mathématicien-ne-s se les posaient, avec leurs recherches, leurs découvertes, en les mettant ensuite en parallèle avec les connaissances actuelles. C'est d'ailleurs l'une des conclusions à laquelle est arrivée Jankvist dans son article séminal de 2009[6] dans lequel il catégorisait les différents « pourquoi » enseigner l'histoire des mathématiques et les « comment » l'enseigner qui y sont liés. « Étudier les documents de l'époque » est une des manières (parmi d'autres) d'aborder l'histoire des mathématiques. Cette réponse est certainement satisfaisante pour un-e enseignant-e travaillant avec des élèves dans le supérieur, notamment pour quelqu'un qui formerait justement des enseignant-e-s de mathématiques, car il est possible dans ce contexte de s'appuyer sur le bagage mathématique déjà existant des étudiant-e-s. Toutefois, cette approche par recherche historique semble plus compliquée si l'on cherche à s'adresser à des élèves du secondaire, notamment au collège. C'est la difficulté qu'a rencontré Fredette lors de son expérimentation, en présentant directement un texte des éléments d'Euclide [3]. Il apparaît donc important de se poser la question suivante : quels textes va-t-on proposer aux élèves ? Comment déterminer s'ils sont pertinents ? Sur quels critères ? C'est la question sur laquelle ce mémoire va se concentrer.

Dans un ouvrage récemment paru, Barbin et al.[1] présentent les résultats de différents travaux où des élèves ont été mis-e-s face à des textes et des problèmes historiques pour réfléchir à des notions mathématiques allant des calculs d'angles aux probabilités. Le champ mathématique couvert par l'ouvrage est très large. Son existence montre que le monde de la recherche en éducation aux mathématiques s'intéresse encore beaucoup à l'histoire de cette science. On peut malheureusement déplorer que, malgré l'éventail de textes couvert, peu de précision soit apportée quant au choix des textes. Pour certains, on comprend qu'ils ont été choisis parce qu'ils illustraient la notion que l'enseignant-e voulait

aborder (mesure de la distance entre deux ports pour la notion de mesure d'angle). Pour d'autres, l'aspect historique du texte n'est pas abordé, il semble avoir été choisi pour son seul intérêt en tant que problème mathématique (problème d'inscrire un carré dans un triangle, avec des textes variés, notamment un d'al-Khwarizmi). C'est évidemment une bonne chose, mais alors dans ce cas, pourquoi choisir un texte historique au lieu de le réécrire ?

En considérant l'ouvrage dans son ensemble, on voit qu'aucune partie n'est vraiment explicitement consacrée au choix du texte utilisé par l'enseignant-e. On peut bien sûr dégager certaines tendances : la justification du type « le texte aborde [telle notion] qui est au programme du cycle dans lequel se trouvent les élèves » revient très souvent. Dans la majorité des cas, les auteur-e-s justifient leurs textes non pas par rapport à d'autres, mais dans l'absolu par justification de l'utilisation de l'histoire des mathématiques comme but ou outil d'enseignement. En somme, ils et elles restent dans la problématique soulevée au paragraphe précédent de cet état de l'art. D'où la nécessité de soulever une autre problématique pour aller plus loin, prenant comme acquise l'utilisation de textes historiques en classe de mathématiques, qui est : comment choisir un texte historique mathématique ?

1.3 Choix de textes historiques : anthologies

Pour répondre à la problématique de ce mémoire, nous avons choisi de nous baser sur des textes historiques qui sont des collections d'exercices, ou plutôt d'énigmes mathématiques, d'époque. Ces textes serviront à la fois de matériau de base pour élaborer des critères de sélection et d'exemples d'application de ces critères. Nous avons choisi deux anthologies : les propositions d'Alcuin et l'anthologie Palatine (aussi connue sous le nom d'anthologie grecque). Ce sont toutes les deux des recueils de courts énoncés de problèmes mathématiques (au sens large), numérotés, avec solution de l'auteur original pour les propositions d'Alcuin, sans solution pour l'anthologie Palatine.

Ces textes ont été choisis tout d'abord parce que nous disposons d'une traduction française de ces textes. Pour les propositions d'Alcuin, nous nous basons sur la traduction de Charles-Edouard Jean[7]. Pour l'anthologie Palatine, nous nous basons sur la traduction de François Jacobs, datant du XIX^e siècle, mise à disposition de tous par Philippe Remacle et son groupe[11]. Il est convenu que présenter des sources historiques traduites fait perdre l'aspect totalement historique du texte et introduit l'influence de la personne se chargeant de la traduction[8]. C'est une concession qui a été dûment faite pour l'utilisation des textes en classe. Lorsque l'on choisit de présenter des textes historiques face à une classe, il y a toujours deux approches possibles : soit une approche qui privilégie l'aspect pédagogique de la démarche, soit une approche qui privilégie le texte original. Dans le premier cas, on

présente des textes traduits avec un résultat qui se rapproche des énoncés modernes que l'on retrouve dans les manuels. Dans le second, le texte est toujours traduit (car le but est de le présenter à des élèves, qui ne parlent pas nécessairement la langue nécessaire, que ce soit le latin ou un français ancien) mais avec l'intention de coller le plus possible au ton de l'auteur originel, sans se demander si le résultat fait sens en tant que problème mathématique pour des élèves. Ces deux approches sont tout autant valables, elles ne relèvent simplement pas du même objectif.

En deuxième lieu, ces anthologies ont été choisies parce qu'elles avaient déjà été identifiées comme utilisables dans le contexte de l'enseignement des mathématiques. Legrand[9] propose dans un article du bulletin de l'APMEP vingt (en réalité vingt-et-un) problèmes extraits de l'anthologie grecque. C'est de ce genre de matériel prêt à l'emploi pour les enseignant-e-s dont nous voulons nous rapprocher dans ce mémoire. Toutefois, à aucun moment Legrand n'explique son choix. Il fournit ce que l'on peut interpréter comme des critères, pas vraiment de choix mais plutôt d'intérêt d'utilisation de ces exercices : « apprendre [aux élèves] à déchiffrer un énoncé », « leur faire manipuler les opérations sur les fractions », etc. Si l'on s'arrête un moment sur la dernière phrase, on peut remarquer qu'il n'est pas explicité pour quelle raison on veut faire manipuler les opérations sur les fractions aux élèves. C'est à ce genre de questions que nous voulons répondre.

Dans un autre article, Legrand travaille cette fois sur l'anthologie des propositions d'Alcuin [10]. L'article est très semblable au précédent, dans le sens où il propose une sélection d'exercices de cette anthologie avec leur solution. Les exercices sont triés par difficulté et par notion. Comme l'anthologie comporte plusieurs exercices pour chaque notion, un seul est présenté en exemple à chaque fois mais les références des autres sont données. Chaque exercice est accompagné d'un commentaire sur la solution proposée par l'auteur originel ou sur l'intérêt de l'exercice. La forme de l'article se rapproche donc de ce que nous voulons proposer ici, mais les explications de l'intérêt des exercices sont assez sommaires. On comprend que les exercices sont intéressants si l'on veut faire travailler la notion qui est associée. Mais aucun critère de choix n'est explicité, notamment sur le choix de l'exercice représentatif de la notion (en somme : pourquoi celui-là sur les équations diophantiennes plutôt qu'un autre ?). Cet article permet d'exploiter les propositions d'Alcuin, mais ne nous explique pas pourquoi et comment précisément elles sont exploitables. Ce sont ces questions auxquelles nous allons tenter de répondre dans ce mémoire, en prenant pour exemples les anthologies sélectionnées, ce qui devrait nous donner des critères applicables à tous les textes historiques.

Chapitre 2

Méthode

2.1 Algorithme de catégorisation des exercices

Les anthologies d'exercices utilisées contiennent chacune de nombreux problèmes de natures très différentes. Tous ne sont pas exploitables en classe, face à des élèves, pour diverses raisons. Afin de choisir les plus pertinents, un algorithme de catégorisation a été mis au point. Il a été élaboré pour catégoriser les exercices par rapport aux notions du programme de mathématiques du collège (fin du cycle 3 et tout le cycle 4). Le but est d'associer à chaque exercice des mots-clés qui permettront à tout-e enseignant-e voulant proposer à ses classes des exercices historiques de pouvoir identifier :

- à quel niveau de classe s'adresse l'exercice ;
- quelle(s) notions(s) des programmes il peut faire travailler ;
- quelle(s) compétence(s) des programmes il peut mettre en jeu.

Les notions des programmes sont regroupées selon les différents thèmes de ces derniers, à savoir :

- Nombres et calcul ;
- Organisation et gestion de données, fonctions ;
- Grandeurs et mesures ;
- Espace et géométrie ;
- Algorithmique et programmation ;

Des exercices ont été associés à chaque thème, en observant, quand elle existe, la solution de l'exercice pensée par l'auteur et en cherchant à quel thème elle se rapporte. De plus, le fait que l'auteur n'avait pas les connaissances mathématiques des personnes ayant écrit les programmes a été pris en compte : si l'exercice peut se résoudre en faisant appel à une méthode plus moderne, l'exercice sera référencé aussi dans le thème et la notion qui correspondent. Cela permet notamment de remplir le thème « Algorithmique et programmation ». Toutes les notions des programmes ne sont pas présentes, seules

celles qui apparaissent effectivement dans les exercices ont été retenues. Chaque notion n'a donc pas nécessairement un exercice qui lui est associée.

Le tableau des thèmes et des notions est présenté dans la figure 2.1. Ce tableau sert de référence lorsque l'algorithme de catégorisation est appliqué à un exercice. On peut y voir que bien que tous les thèmes des programmes y soient présents, toutes les notions de chaque thème ne le sont pas. Le thème du programme le plus fourni est « Espace et géométrie », car c'est celui dont on peut distinguer le plus de notions à l'intérieur.

L'algorithme de catégorisation des exercices consiste en une série de questions que l'on se pose par rapport à un exercice. La réponse de chaque question permet d'associer un mot-clé à l'exercice. L'algorithme fait intervenir le tableau des thèmes et notions mais aussi les compétences des programmes de Mathématiques des cycles 3 et 4. Il se présente ainsi :

Algorithme de catégorisation et d'attribution de mots-clés d'exercices d'anthologies historiques

1. Est-ce que l'exercice s'insère dans l'un des thèmes du programme ? Si oui, lequel ?
2. Comment s'insère-t-il dans le thème ? Quelles notions peut-on utiliser pour le résoudre ? (L'identification de ces notions se fait à l'aide du tableau.)
3. Est-ce que l'exercice fait intervenir directement une notion du programme, ou est-ce qu'utiliser cette notion est une méthode à laquelle l'auteur ne pouvait avoir pensé ?
4. Est-ce que l'exercice fait travailler l'une des six compétences du programme de mathématiques ? (Calculer ; Chercher ; Communiquer ; Modéliser ; Reasonner ; Représenter)
5. Si l'exercice ne s'insère pas dans un des thèmes du programme, est-ce qu'il fait travailler l'une des six compétences ?
 - Oui : choisir ce que l'on veut faire travailler avec cet exercice ;
 - Non : ne pas référencer l'exercice.

Cet algorithme a été appliqué aux deux anthologies d'exercices sur lesquelles nous nous basons. Le résultat final est une série de mots-clés associée à chaque exercice, indiquant :

- la ou les partie(s) du programme dans lequel s'insère l'exercice ;
- la ou les notion(s) associée(s) à cette ou ces partie(s) qui est (sont) en lien avec l'exercice ;
- la ou les compétence(s) travaillée(s) par l'exercice (éventuellement) ;
- le ou les niveau(x) de classe correspondant(s).

Ainsi, il devient possible de rechercher ces exercices selon les critères de ces mots-clés.

Parties du programme	Notions	Classes			
		6 ^e	5 ^e	4 ^e	3 ^e
Nombres et calculs	Fractions (additionner, soustraire, multiplier, diviser)		X	X	X
	Nombres décimaux	X	X		
	Puissances			X	X
	Division euclidienne	X	X	X	X
	Multiplés et diviseurs	X			
	Equation du premier degré			X	X
Organisation et gestion de données, fonctions	Calcul de probabilités dans le cas simple d'équiprobabilité		X	X	X
	Proportionnalité	X	X	X	X
	Fonctions du premier degré			X	X
Grandeurs et mesures	Périmètres : triangle, quadrilatère, cercle	X	X		
	Surfaces : triangle, rectangle, carré, disque	X	X	X	X
	Solides de l'espace		X	X	X
	Agrandissement ou réduction d'aire ou de volume			X	X
	Unités	X	X	X	X
	Se repérer dans un plan		X	X	X
	Mettre en œuvre le protocole de construction d'une figure géométrique	X	X	X	X
	Symétrie axiale	X	X	X	X
	Autres transformations du plan (symétrie centrale, rotation, translation, homothétie)			X	X
	Trouver la position relative de deux droites dans le plan			X	X
Espace et géométrie	Médiatrice d'un segment	X	X	X	X
	Propriétés des triangles		X	X	X
	Trigonométrie : rapports trigonométriques dans le triangle rectangle			X	X
	Propriétés des parallélogrammes		X	X	X
	Théorème de Pythagore et sa réciproque			X	X
	Théorème de Thalès et sa réciproque				X
	Créer un algorithme, utilisant les notions des autres parties ci-dessus, qui répond au problème	X	X	X	X
Algorithmique et programmation	L'auteur/l'autrice du problème donne comme méthode de résolution un algorithme à suivre, étape par étape	X	X	X	X

FIGURE 2.1 – Tableau des thèmes du programmes et des notions associées sélectionnées pour les exercices et triées par niveau de classe.

2.2 Présentation d'exercices historiques en classe

Ce mémoire s'inscrivant dans la continuité du travail de recherche en enseignement des mathématiques sur l'utilisation de l'histoire des mathématiques en classe, nous avons présenté certains exercices des anthologies sélectionnées, à des élèves durant des séances. Le but étant de montrer que les anthologies choisies et a fortiori les exercices sélectionnés par l'algorithme élaborés sont pertinentes pour l'utilisation en classe.

Les exercices choisis dans les propositions d'Alcuin sont les problèmes 18, 9 et 12. L'exercice 18 est le problème du loup, de la chèvre et du chou. C'est l'un des problèmes les plus connus d'Alcuin, bien que sa paternité ne soit que rarement rappelée. Il a été choisi car c'est un exercice qui après application de l'algorithme, ne rentre dans aucune partie du programme mais fait bien appel aux compétences « Chercher » et « Communiquer » du programme. L'exercice 12, le problème du partage de cruches d'huiles, a été choisi pour des raisons similaires. L'exercice 9, sur un découpage de couverture, a lui été choisi car il met en jeu la notion de proportionnalité et pouvait donc être présenté aux deux niveaux de classes que nous avons.

Ceux de l'anthologie Palatine sont le 6 et le 136. Ce dernier, problème des briquetiers, est un problème de Métrodore et il semblait intéressant de parler du seul auteur nommé de l'anthologie. De plus ce problème fait à la fois intervenir la proportionnalité et les grandeurs quotients, ce qui multiplie les solutions possibles. Le 6 est un problème de multiplication de fractions qui lui ne pouvait être présenté qu'aux classes de 4^e.

Chapitre 3

Résultats et discussion

3.1 Application de l'algorithme aux anthologies

Dans cette partie, nous allons présenter quels mots-clés ont été associés aux exercices des deux anthologies grâce à l'algorithme que nous avons mis au point.

Les résultats sont présentés dans deux tableaux, un pour chaque anthologie. Dans les deux, les exercices sont numérotés et ce sont ces numéros qui servent de référence par la suite pour indiquer de quel exercice on parle. Certaines "propositions" des anthologies ne sont pas des problèmes mathématiques. Pour Alcuin, ce sont la 11 et la 14 qui sont plus des devinettes et n'ont aucun mot clé de l'algorithme associé. Pour l'anthologie Palatine, de nombreuses propositions sont en réalité plus des poèmes. Comme l'anthologie est longue, ces derniers seront simplement omis dans ce travail. Notons aussi que certaines propositions sont tout simplement manquantes (la 20 chez Alcuin).

Par la suite, tous les problèmes seront présentés de la manière suivante : numéro du problème dans l'anthologie, partie(s) du programme où s'inscrit le problème, notion(s) de cette/ces partie(s) qu'utilise le problème, compétences mathématiques travaillées par le problème, niveau(x) de classe où donner le problème.

3.1.1 Exercices des Propositions d'Alcuin

1. Organisation et gestion de données, Grandeurs et mesures / Proportionnalité, Unités / Calculer / 6^e, 5^e
2. Nombres et calculs, Organisation et gestion de données / Fractions, Mise en équation, Équations du premier degré / Calculer / 6^e, 5^e, 4^e
3. Nombres et calculs, Organisation et gestion de données / Fractions, Mise en équation, Équations du premier degré / Calculer / 6^e, 5^e, 4^e

4. Nombres et calculs, Organisation et gestion de données / Fractions, Mise en équation, Équations du premier degré / Calculer / 6^e, 5^e, 4^e
5. Nombres et calculs, Organisation et gestion de données / Mise en équation, Proportionnalité / Reasonner / 4^e, 3^e
6. Nombres et calculs, Organisation et gestion de données / Mise en équation, Proportionnalité / Chercher, Reasonner / 4^e, 3^e
7. Nombres et calculs, Organisation et gestion de données / Mise en équation, Proportionnalité / Calculer, Reasonner / 4^e, 3^e
8. Nombres et calculs, Grandeurs et mesures, Organisation et gestion de données / Fractions, Unités, Proportionnalité / Calculer / 5^e, 4^e, 3^e
9. Grandeurs et mesures, Organisation et gestion de données / Surfaces, Unités, Proportionnalité / Calculer / 6^e, 5^e, 4^e
10. Grandeurs et mesures, Organisation et gestion de données / Surfaces, Unités, Proportionnalité / Calculer / 6^e, 5^e, 4^e
11. *N'est pas un problème mathématique*
12. Reasonner, Communiquer / 6^e, 5^e, 4^e
13. Nombres et calculs / Puissances / Calculer, Modéliser / 4^e, 3^e
14. *N'est pas un problème mathématique*
15. Calculer, Modéliser / 6^e, 5^e
16. Nombres et calculs / Mise en équation / Reasonner / 4^e, 3^e
17. Algorithmique et programmation / L'auteur du problème donne comme méthode de résolution un algorithme à suivre, étape par étape / Reasonner, Chercher, Communiquer, Modéliser / 6^e, 5^e, 4^e, 3^e
18. Algorithmique et programmation / L'auteur du problème donne comme méthode de résolution un algorithme à suivre, étape par étape / Reasonner, Chercher, Communiquer, Modéliser / 6^e, 5^e, 4^e, 3^e
19. Algorithmique et programmation / L'auteur du problème donne comme méthode de résolution un algorithme à suivre, étape par étape / Reasonner, Chercher, Communiquer, Modéliser / 6^e, 5^e, 4^e, 3^e
20. *Énoncé du problème manquant dans l'anthologie*
21. Grandeurs et mesures, Organisation et gestion de données / Proportionnalité, Unités, Surfaces / Calculer, Représenter / 5^e, 4^e, 3^e
22. Grandeurs et mesures / Unités, Surfaces / 6^e, 5^e, 4^e
23. Grandeurs et mesures / Unités, Surfaces / 6^e, 5^e, 4^e

24. Grandeurs et mesures / Unités, Surfaces / 6^e, 5^e, 4^e
25. Grandeurs et mesures / Unités, Surfaces / 6^e, 5^e, 4^e
26. Grandeurs et mesures, Organisation et gestion de données, Nombres et calculs / Surfaces, Unités, Proportionnalité, Mise en équation / Calculer, Modéliser / 5^e, 4^e, 3^e
27. Grandeurs et mesures, Organisation et gestion de données / Surfaces, Unités, Proportionnalité / Calculer, Représenter / 5^e, 4^e, 3^e
28. Grandeurs et mesures, Organisation et gestion de données / Surfaces, Unités, Proportionnalité / Calculer, Représenter / 5^e, 4^e, 3^e
29. Grandeurs et mesures, Organisation et gestion de données / Surfaces, Unités, Proportionnalité / Calculer, Représenter / 5^e, 4^e, 3^e
30. Grandeurs et mesures, Organisation et gestion de données / Surfaces, Unités, Proportionnalité / Calculer, Représenter / 5^e, 4^e, 3^e
31. Grandeurs et mesures, Organisation et gestion de données / Surfaces, Unités, Proportionnalité / Calculer, Représenter / 6^e, 5^e, 4^e
32. Nombres et calculs, Organisation et gestion de données / Mise en équation, Proportionnalité / Chercher, Reasonner / 4^e, 3^e
33. Nombres et calculs, Organisation et gestion de données / Mise en équation, Proportionnalité / Chercher, Reasonner / 4^e, 3^e
34. Nombres et calculs, Organisation et gestion de données / Mise en équation, Proportionnalité / Chercher, Reasonner / 4^e, 3^e
35. Nombres et calculs, Organisation et gestion de données / Mise en équation, Proportionnalité / Chercher, Reasonner / 4^e, 3^e
36. Nombres et calculs / Mise en équation, Équations du premier degré / Calculer, Reasonner / 5^e, 4^e, 3^e
37. Nombres et calculs / Mise en équation, Équations du premier degré, Fractions / Chercher, Calculer, Reasonner / 4^e, 3^e
38. Nombres et calculs / Mise en équation, Équations du premier degré / Chercher, Calculer, Reasonner / 4^e, 3^e
39. Nombres et calculs / Mise en équation, Équations du premier degré / Chercher, Calculer, Reasonner / 4^e, 3^e
40. Nombres et calculs / Mise en équation, Équations du premier degré, Fractions / Chercher, Calculer, Reasonner / 4^e, 3^e
41. Nombres et calculs / Puissances / Calculer / 4^e, 3^e

42. Chercher, Reasonner, Calculer / 6^e, 5^e, 4^e, 3^e
43. Nombres et calculs / Multiples et diviseurs / Reasonner / 6^e, 5^e, 4^e
44. Nombres et calculs / Mise en équation, Équations du premier degré / Chercher, Calculer, Reasonner / 5^e, 4^e, 3^e
45. Nombres et calculs / Mise en équation, Équations du premier degré / Chercher, Calculer, Reasonner / 5^e, 4^e, 3^e
46. Nombres et calculs, Organisation et gestion de données / Mise en équation, Équations du premier degré, Unités / Chercher, Calculer, Reasonner / 5^e, 4^e, 3^e
47. Nombres et calculs / Mise en équation, Équations du premier degré / Chercher, Calculer, Reasonner / 5^e, 4^e, 3^e
48. Nombres et calculs / Mise en équation, Équations du premier degré / Chercher, Calculer, Reasonner / 5^e, 4^e, 3^e
49. Nombres et calculs / Multiples et diviseurs / Calculer / 6^e
50. Organisation et gestion de données / Unités, Proportionnalité / Calculer / 6^e, 5^e
51. Nombres et calculs / Mise en équation / Chercher, Reasonner, Communiquer / 5^e, 4^e, 3^e
52. Algorithmique et programmation / L'auteur du problème donne comme méthode de résolution un algorithme à suivre, étape par étape / Reasonner, Chercher, Communiquer, Modéliser / 6^e, 5^e, 4^e, 3^e
53. Nombres et calculs / Mise en équation / Chercher, Reasonner, Communiquer / 5^e, 4^e, 3^e

3.1.2 Exercices de l'Anthologie Palatine

- 1 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Reasonner, Calculer / 5^e, 4^e, 3^e
- 2 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Reasonner, Calculer / 5^e, 4^e, 3^e
- 3 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Reasonner, Calculer / 5^e, 4^e, 3^e
- 4 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Reasonner, Calculer / 5^e, 4^e, 3^e
- 6 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Reasonner, Calculer / 5^e, 4^e, 3^e
- 7 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Reasonner, Calculer / 5^e, 4^e, 3^e

- 13 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e , 4^e , 3^e
- 48 : Nombres et calculs / Multiples et diviseurs, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e , 4^e , 3^e
- 49 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e , 4^e
- 50 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e , 4^e , 3^e
- 51 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e , 4^e , 3^e
- 116 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e , 4^e , 3^e
- 117 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e , 4^e , 3^e
- 118 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e , 4^e , 3^e
- 119 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e , 4^e , 3^e
- 120 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e , 4^e , 3^e
- 121 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e , 4^e , 3^e
- 122 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e , 4^e , 3^e
- 123 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e , 4^e , 3^e
- 124 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e , 4^e , 3^e
- 125 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e , 4^e , 3^e
- 126 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e , 4^e , 3^e
- 127 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e , 4^e , 3^e
- 128 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e , 4^e , 3^e
- 129 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner,

- Calculer / 5^e, 4^e
- 130 : Organisation et gestion de données / Proportionnalité, Unités / Calculer, Raisonner, Modéliser / 6^e, 5^e, 4^e
 - 131 : Organisation et gestion de données / Proportionnalité, Unités / Calculer, Raisonner, Modéliser / 6^e, 5^e, 4^e
 - 132 : Organisation et gestion de données / Proportionnalité, Unités / Calculer, Raisonner, Modéliser / 6^e, 5^e, 4^e
 - 133 : Organisation et gestion de données / Proportionnalité, Unités / Calculer, Raisonner, Modéliser / 6^e, 5^e, 4^e
 - 134 : Organisation et gestion de données / Proportionnalité, Unités / Calculer, Raisonner, Modéliser / 6^e, 5^e, 4^e
 - 135 : Organisation et gestion de données / Proportionnalité, Unités / Calculer, Raisonner, Modéliser / 6^e, 5^e, 4^e
 - 136 : Organisation et gestion de données / Proportionnalité, Unités / Calculer, Raisonner, Modéliser / 6^e, 5^e, 4^e
 - 137 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e, 4^e
 - 138 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e, 4^e
 - 139 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e, 4^e
 - 140 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e, 4^e
 - 141 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e, 4^e
 - 142 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e, 4^e
 - 143 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e, 4^e
 - 144 : Nombres et calculs / Fractions, Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 5^e, 4^e
 - 145 : Nombres et calculs / Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 6^e, 5^e, 4^e
 - 146 : Nombres et calculs / Équations du premier degré / Raisonner, Calculer / 6^e, 5^e, 4^e
 - 147 : Nombres et calculs / Calculer / 6^e, 5^e

3.1.3 Commentaires

Le premier fait que l'on remarque en regardant les mots-clés de tous les exercices des anthologies, c'est que toutes les parties du programme de mathématiques du cycle 4 ne sont pas représentées. En effet, on ne retrouve aucun exercice rentrant dans la catégorie « Espace et géométrie ». Cela est dû uniquement aux anthologies elles-mêmes. En effet, l'algorithme a été pensé pour pouvoir catégoriser n'importe quel exercice historique en fonction du programme. C'est une simple coïncidence que les deux anthologies sélectionnées pour notre travail ne contiennent pas d'exercices de géométrie. Aurait-on choisi d'autres textes que nous aurions très bien pu ne pas avoir d'exercice faisant appel à « Organisation et gestion de données, fonctions ». De la même manière, on ne retrouve pas toutes les notions de chaque partie du programme dans les exercices des deux anthologies. C'est toujours dû aux anthologies elles-mêmes. On peut mettre en lien l'absence d'exercices de géométrie et l'absence d'exercices faisant intervenir le périmètre de figures ou les volumes de solides. On remarque aussi l'absence d'exercices sur les probabilités.

Le corollaire de cette remarque, c'est qu'on retrouve souvent les mêmes combinaisons de parties du programmes et de notions dans les anthologies. C'est particulièrement flagrant dans le cas de l'anthologie Palatine, où l'on peut ranger tous les exercices dans deux catégories : ceux qui demandent d'écrire une équation du premier degré et ceux qui demandent de réfléchir en terme de grandeurs quotient. Là encore, ce fait est dû uniquement aux anthologies elles-mêmes et pas à l'algorithme. Chaque auteur a proposé des exercices selon ses propres connaissances mathématiques et ses objectifs d'enseignement. Alcuin voulait certainement proposer une éducation mathématique complète (pour l'époque), c'est pour cela que l'on retrouve des exercices de natures variées. C'est sûrement grâce à cette volonté que l'on retrouve dans cette anthologie des exercices plus de logique que de mathématiques. Ces exercices sont ceux qui permettent, d'ailleurs, de travailler l'algorithmique. Cette anthologie a donc comme avantage la diversité des exercices. L'anthologie Palatine, quant à elle, propose beaucoup d'exercices faisant intervenir une équation du premier degré certainement parce que son (ses) auteur(s) connaissaient la méthode de la fausse position, méthode antique permettant de résoudre des problèmes du premier degré sans avoir à poser d'équation. Pour rappel, cette méthode consiste à supposer une valeur du résultat cherché, puis de calculer la valeur des parts données dans le problème en fonction de cette valeur supposée. Pour trouver la valeur réelle, il suffit de multiplier la valeur finale supposée par le nombre qui permet de faire rentrer toutes les valeurs qui en découlent dans les données du problème.

Au final, des deux anthologies, les propositions d'Alcuin sont probablement les plus riches pour un-e enseignant-e de mathématiques au collège.

3.2 Sélection des exercices

Tous les exercices mentionnés se trouvent en annexe.

A voir les anthologies choisies, la quantité d'exercices qu'elles contiennent nous impose de faire des choix quant à savoir lesquels présenter. L'application de l'algorithme de catégorisation renforce ce constat lorsque l'on voit à quel point certains mots-clés se retrouvent dans de nombreux exercices. L'algorithme est une première étape de tri des exercices, après seulement peut en commencer la sélection. Une deuxième étape serait donc de prendre les exercices les plus proches en mots-clés (donc en notions qu'ils font travailler) et de trouver le plus intéressant pédagogiquement.

Pour l'anthologie Palatine, cela revient à trouver l'exercice qui fait travailler les équations du premier degré, le plus intéressant. Cela pourrait être le 4, celui où il faut calculer combien Augias possède de bœufs. Parmi les exercices de ce type, c'est l'un de ceux avec la situation la plus simplement compréhensible pour les élèves, tout en gardant ce qui fait l'intérêt de cette anthologie : l'usage de noms grecs (c'est ce qui crée l'ambiance de cette anthologie). Ensuite, on considère les exercices qui font travailler les grandeurs quotients et la proportionnalité. L'un des meilleurs est le 136, celui des briquetiers. Son intérêt réside dans l'originalité de sa situation : au lieu de considérer des volumes d'eau et des bassins qui se remplissent (des « problèmes de robinets »), ici on a des vitesses de fabrication de briques. La forme de l'énoncé est aussi assez originale, avec un narrateur qui s'adresse directement aux briquetiers avec lesquels il faut calculer. Toutefois, si l'on préfère que les élèves travaillent avec des débits, car c'est une grandeur quotient plus classique, l'exercice 7 avec la fontaine en forme de lion est plus adapté. Dans le cadre de l'anthologie Palatine, vu le peu de différences entre les notions des exercices, on effectue une sélection sur d'autres critères, notamment le degré de poésie de l'énoncé, ou la quantité de noms qu'il présente.

Il y a toutefois quelques exceptions à cela, car l'anthologie présente des exercices assez uniques dans leurs notions. Il convient alors de savoir pourquoi on les choisi : le 48 pour travailler les équations du premier degré, comme les autres exercices mentionnés plus haut, mais avec des coefficients entiers au lieu de fractionnaires ; et le 147 pour faire travailler la lecture d'énoncé. En effet pour ce dernier les calculs semblent peu compliqués (il n'y a que des multiplications à faire) mais il faut bien comprendre lesquels faire (y a-t-il trois fois trois cent grecs en tout ? Ou bien y a-t-il ce nombre autour de chaque rôti ?).

Dans le cas des propositions d'Alcuin, il y a plus de types d'exercices différents et donc plus de choix à faire. On peut commencer par regarder les exercices dans la catégorie la moins remplie, à savoir celle des exercices qui ne peuvent être rattachés à aucune partie du programme. Il y en a deux qui sont vraiment intéressants mathématiquement. Le premier est le 12, celui du partage de cruches et d'huile. Il peut être résolu par tâtonnement, en

modélisant les cruches par des fractions ou par une équation bien choisie. De plus, son énoncé le fait plus ressembler à une énigme qu'à un problème mathématique, ce qui aide les élèves à rentrer dedans. Le deuxième exercice est le 42, qui demande de façon cachée la somme des 100 premiers entiers strictement positifs. C'est un calcul classique qui est présenté d'une manière assez poétique, c'est là l'intérêt de l'exercice.

La deuxième catégorie la moins remplie est celle de l'algorithmique. Les propositions d'Alcuin comportent plusieurs exercices de ce genre, où il s'agit d'effectuer une suite de mouvements pour transporter des objets d'un point à un autre en respectant certaines contraintes. L'énoncé le plus connu est celui du problème 18 : le loup, la chèvre et le chou. Cet énoncé est très connu sans toutefois être lié au nom d'Alcuin. Sa célébrité fait que certain-e-s élèves l'auront peut-être déjà rencontré ce qui les aide, là encore, à rentrer dedans.

Une autre catégorie très peu remplie est celle des exercices ne faisant intervenir que la proportionnalité. Il n'y a que l'exercice 1 et le 50 dedans. Mais le seul présentant un intérêt est le 1, car le 50 ne peut être résolu sans une donnée extérieure (ce qu'est un mètre de vin). L'exercice 1 est toutefois intéressant car, étant très simple, il peut servir d'introduction à l'anthologie.

Ensuite, dans les catégories plus fournies, on trouve celle des exercices à équations linéaires. Certains énoncés sont très proches, notamment, les exercices 32, 33 et 34 sont identiques aux données numériques près. L'exercice le plus intéressant de cette catégorie est le 5, celui de l'acheteur de porcs. Le contexte est plus simple à comprendre que celui des autres. Il est nécessaire, pour qu'il soit compris par les élèves, de préciser que « verrat » et « truie » sont des catégories de porcs, mais cette curiosité de l'exercice peut justement le rendre intéressant. Une autre catégorie d'exercices de ces propositions serait celle des exercices de calcul d'aire. Il y a notamment trois problèmes avec des champs de différentes formes dont on demande de calculer l'aire en arpents (22, 23, 24 et 25). Le fait que ces champs soient différents demande d'utiliser une formule ou un raisonnement différent à chaque fois, ces exercices sont donc tous intéressants, encore plus s'ils sont posés ensemble. On a ensuite une variante dans les exercices 27, 28 et 29 où en plus d'avoir un calcul de surface, il faut faire rentrer des plus petites surfaces (des maisons) dedans. Cela fait intervenir des considérations géométriques supplémentaires, voire de la proportionnalité. En fait, il faut considérer les exercices 22-23-24-25 et 27-28-29 comme des tous, avec la deuxième série comme étant plus avancée et à ne proposer que si l'on veut faire travailler plusieurs notions.

Dans cette anthologie, Alcuin propose aussi des exercices qui demandent d'interpréter un texte pour poser une équation sur des entiers. De celle-ci, on peut sélectionner plusieurs exercices sur différents critères. L'exercice le plus accessible est le 7 car il ne présente pas

de difficulté de calcul une fois l'équation posée. Le plus intéressant est le 36 car le contexte est compréhensible mais il comporte une subtilité où il faut convertir le résultat en un âge (en années et en mois).

Au final, on peut retenir que l'aspect le plus important dans la sélection des exercices est leur accessibilité aux élèves, non pas dans le sens de facilité, mais dans le sens qu'ils et elles puissent comprendre l'énoncé, que son contexte soit déchiffrable sans trop d'apports supplémentaires de la part du professeur. Il est ensuite plus difficile de déterminer un deuxième critère général de sélection, car cela dépendra beaucoup de l'anthologie en elle-même. Par exemple, comme l'anthologie Palatine contient beaucoup d'exercices faisant travailler les mêmes notions, il faut choisir le meilleur de chaque catégorie. Pour les propositions d'Alcuin, il y a tellement de notions différentes qu'il faut choisir en fonction de ce que l'on veut travailler. Ainsi, après la catégorisation des exercices, la sélection se fait surtout en fonction des objectifs de l'enseignant-e.

3.3 Expérimentation : présentation d'exercices en classe

Cette section présente les observations effectuées lors de l'utilisation en classe du matériel historique que nous avons choisi. L'accent de ce mémoire étant porté sur la sélection des exercices, cette partie sera moins développée que dans la plupart des ouvrages cités dans l'état de l'art. Toutefois, le but de cette sélection étant de présenter des textes et exercices, il est essentiel d'en parler.

Les textes ont été présentés à trois classes différentes, deux classes de 4^e et une de 5^e. Les exercices ont été choisis pour être adaptés aux deux niveaux de classes. Chaque présentation s'est faite à l'aide d'une série de diapositives créée pour l'occasion, contenant des informations et les exercices choisis.

3.3.1 Alcuin : Jeux mathématiques à la cour de Charlemagne

Avant de présenter des exercices tirés des propositions d'Alcuin, le personnage et le contexte historique ont été situés. Charlemagne est d'abord présenté (sachant que cette figure historique est mentionnée dans le programme d'Histoire de 6^e et de 5^e), puis Alcuin en tant que tuteur de Charlemagne et quel était son rôle à la cour. La présentation se termine sur l'ouvrage en lui-même, pour expliquer de quoi il s'agit et ce qui va être présenté aux élèves. Cette contextualisation a apparemment intéressé une partie des élèves : plusieurs questions concernant le personnage ou le pourquoi de son métier de tuteur ont été posées.

Le premier problème présenté est celui du chou, de la chèvre et du loup (le problème 18). Il a été choisi comme introduction aux exercices de l'anthologie car il en est le plus cé-

lèbre (tout du moins, s'il n'est pas célèbre en tant que problème d'Alcuin, l'énoncé est très connu) : en demandant aux élèves s'ils avaient déjà rencontré ce problème, dans chaque classe plusieurs mains se sont levées. Les élèves ont ensuite cherché l'exercice. L'aspect plus énigme que problème nécessitant l'emploi de propositions vues dans un cours a intéressé et motivé les élèves. Après le temps de recherche, les élèves ont été interrogé-e-s pour la mise en commun. L'un d'entre elles et eux a donné sa réponse à l'oral et en même temps l'enseignant schématisait la réponse de l'élève au tableau. Les autres élèves pouvaient intervenir pour réagir sur la réponse écrite au tableau, le but étant d'arriver à une solution qui soit correcte. Les élèves ont apprécié de travailler sur ce qui leur semblait plus être un jeu (les discussions dans la classe étaient parfois vives).

Le deuxième exercice donné aux élèves est le problème 9 sur une couverture à partager. Il a été choisi car les élèves avaient déjà vu la proportionnalité et que cet exercice fait travailler aussi le calcul d'aires. Les élèves ont passé un peu plus de temps à comprendre l'exercice à cause de sa formulation, bien qu'elle soit parmi les plus proches des énoncés modernes de l'anthologie. Comme prévu, le terme « coudée » a perturbé les élèves et l'enseignant a donné un équivalent en cm (certains-e-s élèves n'en ont pas eu besoin). La mise en commun s'est faite là encore par une élève qui donnait sa réponse, l'enseignant qui la traduisait en schéma et les autres élèves qui intervenaient. Cet exercice a intéressé les élèves, la forme de l'énoncé les a intimidé-e-s au début mais après une période de lecture un peu plus longue que d'habitude, ils et elles ont pu rentrer dedans. La preuve en est que la réponse donnée par l'élève était tout de suite juste.

Le dernier exercice présenté était le problème 12, problème de répartition de cruches et d'huile. Il a été choisi car il peut à la fois se résoudre par essais successifs ou par modélisation du problème (par des équations, par des fractions) et aussi par son énoncé un peu éloigné des énoncés modernes (la question est formulée d'une manière qui se retrouve tout au long de l'anthologie : l'auteur, comme s'adressant à une assemblée, demande qui est capable de résoudre le problème). Les élèves sont rentrés dans l'exercice plus par l'aspect énigme que par l'aspect mathématique (le chapitre sur la mise en équation en 4^e n'avait pas encore été abordé et il n'est pas censé être abordé en 5^e), ils et elles ont donc plus raisonné par essais successifs. La mise en commun s'est faite comme pour les autres exercices : un élève a donné sa solution à l'oral et les autres l'ont commentée pour trouver une réponse satisfaisante.

Après cela, les élèves ont été interrogé-e-s sur ce qu'ils ont pensé des exercices, comment ils les trouvaient par rapport à ceux qu'ils et elles rencontrent habituellement. Des commentaires sur la difficulté de compréhension des énoncés sont apparus, ainsi que la question qui suit logiquement ces remarques : pourquoi sont-ils écrits ainsi ? C'est l'occasion de continuer le point historique entamé au début de la présentation de l'anthologie et de son

auteur en expliquant que la façon de faire des mathématiques a beaucoup changé de forme au fil de l'histoire. Cette explication répond aussi à la question de certain-e-s élèves sur pourquoi parle-t-on dans ces exercices de choux, chèvres, pères de famille et autres, au lieu de demander des calculs. Les élèves trouvent aussi les exercices assez faciles au final une fois les énoncés compris. Il faut leur rappeler qu'il y a encore beaucoup d'autres exercices dans l'anthologie, mais aussi que ceux qui leur ont été présentés ont été choisis justement pour montrer des énoncés différents et pas pour leur difficulté. Au final, il ressort que les élèves ont apprécié cette expérience nouvelle de résoudre des exercices anciens.

3.3.2 L'anthologie Palatine

Comme pour l'anthologie précédemment mentionnée, l'œuvre est présentée aux élèves avant les exercices. L'introduction est ici plus courte car on en sait comparativement moins sur les auteurs de cette anthologie, même pour Métrodore, le seul à être explicitement nommé. Les élèves semblent être un peu moins réceptifs à la présentation de cette anthologie, peut-être justement à cause du manque de nom, de personnage auquel la raccrocher. En tout cas, il y a moins de questions dessus de la part des classes. Notons que la période antique grecque est abordée au programme d'Histoire en 6^e et que les élèves sont censé-e-s être familier-e-s avec cette période, mais moins sur le plan scientifique et particulièrement mathématique : c'est l'occasion de parler des noms de l'époque retenus par l'Histoire et le programme de mathématiques. Il y a alors des questions de la part des élèves sur les noms qu'ils et elles connaissent déjà (au moment de la présentation, plus par culture générale que parce qu'ils ont déjà rencontré les théorèmes liés au noms, comme Thalès ou Pythagore, car ces notions n'ont pas encore été abordées à ce moment de l'année). Ces questions sont traitées mais sans trop s'attarder dessus pour passer aux exercices.

Le premier problème proposé est le problème 136, car il est attribué à Métrodore. Puisque l'on mentionne ce nom dans l'introduction, il est important de donner un exemple provenant de lui. De plus, l'exercice peut se résoudre en faisant intervenir des notions de proportionnalité, que toutes les classes ont vues. L'exercice peut se résoudre un peu plus facilement en utilisant la notion de grandeurs quotients, vue en 4^e. Dans tous les cas, la particularité la plus importante de l'exercice est son énoncé : comme il est présenté plus sous une forme plus poétique qu'un énoncé moderne, un effort est demandé aux élèves pour en extraire les informations pertinentes et surtout, les traduire dans un langage mathématique. Heureusement pour elles et eux, la question centrale du problème est bien formulée : « Par votre travail commun, en combien d'heures ferez-vous la fourniture demandée ? » (il est possible que cette tournure proche des énoncés modernes soit un choix de traduction, mais nous nous en accommodons ici). Pendant la présentation de l'énoncé,

la question sur le pourquoi d'écrire un énoncé de cette manière revient de la part d'élèves. Cela permet d'insister sur l'évolution de la manière d'appréhender les mathématiques au fil des âges (une notion, on le conçoit facilement, que les élèves ne s'imaginaient pas du tout avant d'être confronté-e-s à des textes historiques).

Les élèves cherchent entre elles et eux une solution à l'exercice. Comme attendu, c'est la traduction de l'énoncé qui leur a pris le plus de temps. Ainsi, avant la correction, une mise en commun a été faite par l'enseignant où il a été demandé aux élèves explicitement combien de briques les artisans fabriquent-ils en une journée. Là, dans une des classes, une élève pose la question de quelle durée on prend pour une journée. En effet à la lecture de l'énoncé, on peut considérer « une journée » comme « une journée complète » (24 heures) ou « une journée de travail » (8 heures), ce qui, au final, ne change pas le raisonnement. Un choix est donc fait avec la classe, puis les élèves sont interrogé-e-s pour avoir les différents nombres de briques fabriquées en une journée. Après cela, ils et elles cherchent de nouveau entre elles et eux pour trouver la solution. Elle finit par être trouvée et un-e élève donne son explication que l'enseignant note au tableau (pour les 5^e cela prend la forme d'un tableau de proportionnalité, pour les 4^e des vitesses de fabrication).

Ensuite, un deuxième problème est présenté, le problème 6, qui cherche à trouver une heure de la journée à partir d'une proportion fractionnaire d'heures restantes. Cela fait donc intervenir les fractions et la proportionnalité. On peut aussi résoudre l'exercice en mettant le problème en équation, mais ce n'est pas une méthode qui avait été abordée en classe. Les élèves cherchent la réponse entre eux, cette fois-ci l'énoncé est plus clair (malgré une formulation poétique : « Ô toi qui dit si bien les heures »), mais il y a toujours un travail de traduction d'information qui est demandé. Les élèves cherchent une solution entre elles et eux, il y a cette fois-ci moins de questions (avec l'exercice d'avant, les élèves savent déjà combien d'heures on met dans une journée). Les réponses sont pour la majorité trouvées par tâtonnement, en testant des valeurs. Mais il y a aussi des élèves qui arrivent à modéliser le problème en termes d'heures écoulées et d'heures restantes pour arriver au total d'heures, notamment sous forme de tableau (en lien avec la proportionnalité). Un-e élève est interrogé-e pour donner sa réponse puis le raisonnement est discuté avec la classe pour que tout le monde soit au point dessus.

Au final, les élèves font un bilan un peu plus mitigé sur cette anthologie que sur celle d'Alcuin. La difficulté de compréhension des exercices est globalement pour l'ensemble des classes un obstacle pour rentrer dans les problèmes. Il faut toutefois tempérer cela par le fait que les exercices d'Alcuin sélectionnés étaient d'apparence plus logiques que mathématiques, tandis que ceux de l'anthologie grecque demandaient vraiment d'utiliser des notions vues dans l'année. Il reste que, comme les exercices étaient d'un abord « assez difficile » pour les élèves, ils en tiraient un certain sentiment d'accomplissement après les

avoir résolus. En tout cas, il apparaît que ces exercices ont en premier lieu fait travailler la lecture d'énoncé et l'extraction d'informations des énoncés, ce qui est toujours un point essentiel à aborder avec les classes.

3.4 Conclusion de l'expérimentation : adéquation entre les exercices sélectionnés et le travail en classe

L'objectif de ce mémoire était de trouver des critères pertinents pour sélectionner des exercices historiques, dans l'optique d'utiliser ces exercices sélectionnés devant des classes, dans un cours de mathématiques. Ainsi, la pertinence des critères élaborés est donc jugée à l'aune des séances où ces exercices sont utilisés.

Si l'on se réfère aux séances décrites plus haut, on peut affirmer que les exercices choisis ont été pertinents et par extension, que les critères qui ont permis de les choisir le sont aussi. En effet, les élèves se sont lancé-e-s dans la résolution des exercices, ce qui est le plus important. Mieux encore, certain-e-s élèves ont fait preuve de curiosité par rapport au matériel historique qui leur était présenté, en posant des questions sur le contexte historique et sur les auteurs (Alcuin, surtout). Ce fait est majoritairement dû à la nature historique des exercices, néanmoins il faut que ces derniers intéressent un minimum les élèves pour que ces dernier-e-s se posent de telles questions. Enfin, certains exercices avaient été choisis pour des objectifs pédagogiques précis, en rapport avec le programme : faire travailler certaines notions du programme de mathématiques du cycle 4. On a vu que les élèves ont bien utilisé les notions attendues pour les résoudre. De même, lorsque les exercices ne faisaient pas appel à une notion du programme, les compétences mathématiques identifiées ont bien été travaillées par les élèves (« Communiquer » leur raisonnement, notamment). Ainsi, les notions attachées à ces exercices ont bien été identifiées. Cela valide le travail de catégorisation des exercices grâce à l'algorithme que nous avons mis au point. Et par là même, l'algorithme est validé.

Conclusion

Nous avons commencé par retracer l'évolution de la question de l'utilisation de l'histoire des mathématiques comme outil d'enseignement de cette matière dans la recherche en éducation. Il en est ressorti qu'il existe un consensus sur l'utilité et l'intérêt de cet outil. À partir de là, nous avons identifié que la question suivante à se poser est celle du choix des textes historiques devant être utilisés pour l'enseignement des mathématiques, ce qui nous a donné notre problématique. Pour répondre à cette problématique, nous nous sommes basés sur les programmes des cycles 3 et 4 en mathématiques pour élaborer un algorithme permettant de lier tout exercice historique à une notion du programme, ou à défaut à une compétence mathématique. Le résultat est, pour chaque exercice, une série de mots-clés permettant de voir rapidement à quel objectif de travail on peut le rattacher (thème, notion, niveau). Pour mettre à l'épreuve cet algorithme, nous l'avons appliqué à deux anthologies d'exercices historiques, les propositions d'Alcuin et l'anthologie Palatine. Le résultat en est deux séries d'exercices entièrement catégorisées par rapport aux programmes de mathématiques des cycles 3 et 4. Une fois les exercices catégorisés, nous avons opéré une vraie sélection, pour ne garder que les exercices les plus pertinents, selon des critères définis par nos objectifs. Ensuite, nous avons choisi parmi cette sélection quelques exercices de chacune des anthologies et nous les avons utilisés en classe, pour vérifier la pertinence de nos choix. L'intérêt montré par les élèves et leur utilisation des notions que nous attendions a montré que la sélection était cohérente.

Au-delà de ce mémoire, le développement de cet algorithme s'inscrit dans un projet nommé « Histoires de Mathématiques » mené par le directeur de ce mémoire, Bernard Ycart, dont l'objectif est justement de proposer des textes historiques et mathématiques à l'utilisation des enseignant-e-s de mathématiques. Jusqu'à présent, le site du projet mettait uniquement à disposition des histoires permettant de présenter un contexte historique, un personnage, une anecdote ou l'évolution d'une notion. Maintenant que nous avons à notre disposition un outil de tri d'exercices historiques (l'algorithme), nous pouvons l'appliquer à tout recueil de textes, et ainsi alimenter une base de donnée sur le site du projet. Le but est de fournir une sélection « clés en mains » d'exercices historiques pour les enseignant-e-s qu'ils et elles pourront utiliser en classe. La prochaine étape de ce projet est donc d'implémenter la base de données dans le site, en commençant par l'alimenter avec les deux anthologies traitées dans ce mémoire. Par la suite, d'autres anthologies pourront être traitées et ajoutées au projet, ce qui permettrait même d'améliorer l'algorithme et pourrait éventuellement faire l'objet d'un prochain mémoire en recherche en enseignement des mathématiques.

Bibliographie

- [1] Évelyne Barbin et al. *Let History into the Mathematics Classroom*. Springer, New York, 2018.
- [2] John Fauvel and Jan van Maanen. *History in Mathematics Education*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2002.
- [3] Isabelle Fredette. L’histoire des mathématiques : un outil pour l’humanisation des mathématiques au secondaire. Master’s thesis, Université du Québec à Montréal, 2010.
- [4] Floriane Halbout and Aurore Verplancken. Utilisation de l’histoire des mathématiques en classe : les leçons d’une expérience collective. Master’s thesis, Université Grenoble Alpes, 2017.
- [5] Wann-Sheng Horng and Fou-Lai Lin. *Proceedings of the HPM 2000 Conference History in Mathematics Education : Challenges for a new millenium*. Yuan-Liou Publishing Co., LTD, Taipeh, 2000.
- [6] Uffe Thomas Jankvist. A categorization of the ‘whys’ and ‘hows’ of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 71(3) :235–261, 2009.
- [7] Charles-Edouard Jean. Les propositions d’Alcuin. <http://www.recreomath.qc.ca>.
- [8] Israel Kleiner. *Excursions in the history of Mathematics*. Birkhauser, Basel, 2012.
- [9] Pierre Legrand. Vingt problèmes antiques pour le collège. *Bulletin de l’APMEP*, 510 :429–438, 2014.
- [10] Pierre Legrand. Enigmes carolingiennes. *Bulletin de l’APMEP*, 512 :25–35, 2015.
- [11] Philippe Remacle. Anthologie grecque : Problèmes, énigmes, oracles. <http://remacle.org/bloodwolf/erudits/Anthologie/enigmes.htm>.

Annexe A

Annexes

A.1 Exercices des propositions d'Alcuin

Proposition 1. D'un escargot

Un escargot est invité à un repas par un roseau qui est situé à une lieue. Toutefois, en un jour, il ne peut parcourir qu'une seule once de pied. Dis-moi, qui le désire, combien de temps sera nécessaire à l'escargot avant de prendre un repas.

Proposition 5. D'un acheteur de porcs

Un commerçant dit :

- Je veux acheter 100 porcs avec 100 deniers. Un verrat coûte 10 deniers, une truie 5 deniers et deux porcelets 1 denier.

Qui pourra déterminer le nombre de verrats, de truies et de porcelets que le commerçant achètera avec 100 deniers ?

Proposition 12. D'un père de famille

Un père de famille laissa en héritage à ses trois fils 30 cruches de verre dont 10 étaient pleines d'huile. Dix autres étaient remplies à moitié. Les dix dernières étaient vides.

Qui peut partager l'huile et les cruches de façon que chacun des trois fils reçoive le même nombre de cruches et la même quantité d'huile ?

Proposition 18. D'un homme, d'une chèvre et d'un loup

Un homme devait traverser une rivière avec un loup, une chèvre et un panier de choux. Il y avait là un bateau, mais si petit que seul pouvait passer avec lui le loup, la chèvre ou le panier de choux. Il ne voulait pas laisser la chèvre avec le loup ou avec les choux.

Dis-moi, qui le peut, comment l'homme s'y prendra pour transporter sans problèmes le loup, la chèvre et les choux.

Proposition 22. D'un champ irrégulier

Il est un champ en forme de quadrilatère qui mesure 100 perches d'un côté, 100 perches de l'autre, 50 perches de front, 60 perches au milieu et 50 perches à l'opposé.

Qui peut dire quelle est la superficie de ce champ en arpents ?

Proposition 23. D'un champ quadrangulaire

Il est un champ en forme de quadrilatère dont un côté mesure 30 perches, le côté opposé 32 perches, la base 34 perches et son opposé 32 perches.

Qui peut dire combien d'arpents mesure ce champ ?

Proposition 24. D'un champ triangulaire

Il est un champ qui mesure 30 perches sur un côté, 30 perches de l'autre et 18 perches à la base.

Qui peut dire combien d'arpents mesure ce champ ?

Proposition 25. D'un champ circulaire

Il est un champ en forme de cercle qui a 400 perches de circonférence.

Dis-moi combien d'arpents mesure ce champ.

Proposition 27. D'une ville quadrangulaire

Il est une ville qui mesure 1100 pieds d'un côté, 1000 pieds de l'autre côté, 600 pieds de front et 600 pieds à l'opposé. Je veux y construire des maisons de façon que chaque terrain ait 40 pieds de long et 30 de large.

Qui peut déterminer le nombre de maisons qui pourront y être construites ?

Proposition 28. D'une ville triangulaire

Il est une ville de forme triangulaire qui mesure 100 pieds d'un côté, 100 pieds de l'autre et 90 pieds à la base. Je veux construire des maisons de sorte que chaque terrain ait 20 pieds de long et 10 de large.

Dis-moi, qui le peut, combien il est possible de construire de maisons dans cette ville.

Proposition 29. D'une ville circulaire

Il est une ville de forme circulaire dont la frontière mesure 8000 pieds.

Dis-moi, qui le peut, combien de maisons peuvent être construites dans cette ville de façon que chaque terrain ait 30 pieds de long et 20 de large.

Proposition 36. D'un vieillard à un enfant

Un vieil homme salue un jeune garçon en lui disant :

- Puisse-tu vivre, mon fils, autant d'années que tu as vécu jusqu'à présent, puis autant d'années et une troisième fois encore autant d'années. Puisse-tu vivre en plus le triple de ce temps. En outre, que Dieu t'accorde une de mes années et tu vivras jusqu'à 100 ans. Détermine, qui le peut, l'âge du jeune garçon à ce moment.

Proposition 42. D'une échelle à 100 barreaux

Il est une échelle qui compte 100 barreaux. Sur le premier barreau du haut, 1 colombe est perchée ; sur le deuxième barreau 2 colombes, sur le troisième 3 colombes, sur le quatrième 4 colombes, sur le cinquième 5 colombes, et ainsi de suite jusqu'au centième barreau.

Qui peut dire combien il y a de colombes en tout ?

A.2 Exercices de l'anthologie Palatine

4. ANONYME. - Le puissant Alcide demandait à Augias le nombre de ses boeufs. Le roi lui répondit : « Sur les bords de l'Alphée, il y en a la moitié ; le huitième de mon troupeau est à paître sur la colline de Saturne ; le douzième est près de la borne de Taraxippe ; le vingtième pâture aux environs de la divine Élis. J'en ai laissé le trentième dans les herbages d'Arcadie ; tu verras ici le reste du troupeau, cinquante boeufs

7. ANONYME. - Je suis un lion de bronze ; deux jets jaillissent de mes yeux, un autre de ma gueule, un autre de mon pied. En deux jours, mon oeil droit remplit le bassin, mon oeil gauche en trois, et mon pied en quatre jours. Pour le remplir, six heures suffisent au jet d'eau de ma gueule. Si tous les jets, et de mes yeux et de ma gueule et de mon pied, coulent à la fois, en combien d'heures le bassin sera-t-il rempli

48. ANONYME. - Les Grâces portaient des paniers de pommes, et dans chaque panier il y avait le même nombre de fruits. Les neuf Muses les rencontrèrent, et leur demandèrent des pommes. Elles en donnèrent à chacune une quantité égale, et les neuf Muses et les trois Grâces en eurent toutes autant. Dites combien elles en donnèrent, et comment elles en avaient toutes un nombre égal

136. LE MÊME. Problème. - Briquetiers, je me hâte de bâtir cette maison. Le temps est beau aujourd'hui, sans nuages, et je n'ai plus besoin de beaucoup de briques : il ne m'en manque que trois cents. Or, à toi seul, tu en fabriques autant en un jour ; ton fils ne

se repose qu'après en avoir fait deux cents ; ton gendre en fabrique autant et cinquante en plus. Par votre travail commun, en combien d'heures ferez-vous la fourniture demandée

147. LE MÊME. Problème. - Hésiode demanda à Homère de combien de Grecs se composait l'armée d'expédition au siège de Troie ; Homère lui répondit : "Il y avait sept feux aux vives flammes, à chaque feu cinquante broches, et à ces broches cinquante rôtis. Autour de ces viandes se trouvaient trois fois trois cents Grecs"

Année universitaire 2017-2018

Master 2 Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation

Mention Second degré

Parcours : Mathématiques

Titre du mémoire : Comment sélectionner des exercices historiques mathématiques à présenter à des classes de collège ?

Auteur : Arthur Besson

Résumé : L'utilisation de textes historiques pour l'enseignement des mathématiques présente un intérêt qui a été prouvé par la recherche. La question qui se pose maintenant est de savoir comment sélectionner des exercices de ce type pour pouvoir les proposer à des élèves. En nous basant sur les programmes de mathématiques des cycle 3 (6^e uniquement) et 4 et sur deux anthologies d'exercices historiques (les propositions d'Alcuin et l'anthologie Palatine) nous avons mis au point un algorithme de sélection et de catégorisation d'exercices qui permet de les relier à une notion du programme et aux niveaux appropriés. Nous avons ensuite mis à l'épreuve cet algorithme en présentant des exercices sélectionnés de cette manière à des classes de 4^e et de 5^e. Les observations menées durant ces séances montrent que les exercices ont été choisis de façon pertinente.

Mots clés : enseignement des mathématiques, histoire des mathématiques, algorithme de sélection, cycle 4, 6^e, 5^e, 4^e, 3^e

Summary : The positive effect of using historic texts to teach mathematics has been proved by researchers working on the subject since some years now. The question that needs to be answered is: how to select such exercises in order to submit them to students? Using the mathematics curriculum for the french cycle 3 (6th grade only) and 4, and also two anthologies of historic texts (the propositions of Alcuin and the Greek Anthology), we elaborated a selection and categorization algorithm which can link any historic exercise to a notion from the curriculum and to the appropriate class level. We tested this algorithm by submitting some selected exercises to 7th and 8th grade classes. Our observations during these experiments showed us that that selection was relevant.

Key words : mathematics teaching, history of mathematics, selection algorithm, cycle 4, 6th grade, 7th grade, 8th grade, 9th grade