



HAL
open science

Les “ Remue-Méninges ” ou la motivation des élèves par la recherche de problèmes ouverts

Xavier Durand

► **To cite this version:**

Xavier Durand. Les “ Remue-Méninges ” ou la motivation des élèves par la recherche de problèmes ouverts. Education. 2018. dumas-02111881

HAL Id: dumas-02111881

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02111881>

Submitted on 21 Sep 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Année Universitaire 2017-2018

Diplôme Universitaire

Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation

Mention Second degré

Parcours : Mathématiques

**Les « Remue-Méninges »
ou la motivation des élèves par
la recherche de problèmes ouverts**

Présenté par Xavier Durand

Première partie en collaboration avec Pierre Glasson

Ecrit scientifique réflexif encadré par Daniela Guiol

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Madame Betina Debû, directrice de l'ESPE Grenoble de m'avoir accueilli dans son établissement. Je tenais également à remercier l'ensemble des formateurs que nous avons côtoyé durant cette année pour les conseils et les savoirs qu'ils nous ont transmis. Je tiens également à exprimer mes remerciements aux membres du jury pour le temps qu'ils ont consacré à l'étude de mon écrit scientifique réflexif et à sa soutenance.

Je tenais à remercier plus particulièrement, Madame Geneviève Martiel, ma tutrice universitaire, pour ses conseils pédagogiques précieux. Je remercie chaleureusement Madame Daniela Guiol, ma tutrice mémoire, pour le temps qu'elle nous a consacré dans le cadre de cet écrit. Elle a été d'une aide très précieuse pour orienter notre réflexion, nous conseiller dans nos lectures, nous guider dans la mise en place de notre expérimentation et nous encadrer pour la rédaction de l'écrit. Je remercie vivement et chaleureusement Pierre Glasson pour notre collaboration, nos échanges et la solidarité qui s'est instaurée entre nous.

Je remercie Monsieur Gilles Biétrix, proviseur du Lycée Ferdinand Buisson pour son accueil dans son établissement. Je remercie également l'ensemble des équipes pédagogiques et administratives qui ont contribué à faire de cette année de stage une période particulièrement agréable de ma vie. Je tenais à remercier très chaleureusement, Laurent Joannic, mon tuteur académique, pour cette année très particulière que nous avons passée ensemble. Son tutorat a été d'une incroyable qualité. J'ai pu énormément apprendre à ses côtés. La confiance qu'il m'a témoignée tout au long de l'année et son soutien m'ont profondément touché. Je remercie également chaleureusement toute l'équipe pédagogique de Mathématiques du lycée Ferdinand Buisson, Claude, Christine, Philippe, Thierry, Jérôme, Sébastien et Nicolas pour cette année passée à leur côté. Je remercie plus particulièrement Carole, pour ses conseils pédagogiques et Charlotte pour ses conseils humains. Je remercie Cédric Vignal, mon collègue stagiaire au lycée, pour nos échanges et je remercie Gilles Arsac, Philippe Dichiaro et Yohann Harroche pour cette année particulière passée ensemble sur les bancs de l'ESPE.

Je tiens à remercier tout particulièrement Claire-Lise Richard pour son aide, ses conseils. Elle a toujours cru en moi et elle a été une amie qui a compté dans ma reconversion professionnelle. Un grand merci à ma femme, Marie-Caroline Corlet, qui a été la deuxième personne qui a énormément compté dans cette reconversion professionnelle. Je la remercie tendrement car elle a toujours cru en moi et elle m'a toujours soutenu et conseillé de manière juste. Un grand merci à tous mes amis, vous avez participé par vos gestes du quotidien à ce que cette année soit une réussite. Un dernier grand merci à mes familles et mes deux enfants, Timothée et Joachim.

Sommaire

1. Introduction	1
2. Cadre Théorique	2
2.1 Principaux modèles d'enseignement	2
2.1.1 Enseignement direct – Modèle transmissif	3
2.1.2 Le behaviorisme	3
2.1.3 Le Constructivisme	3
2.1.4 Le Socioconstructivisme et la Zone Proximal de Développement (ZPD)	4
2.2 Les Mathématiques, une science vivante	5
2.3 Les différentes types d'activités pédagogiques en Mathématiques.....	6
2.4 Problèmes ouverts.....	7
2.4.1 Définition d'un problème	7
2.4.2 Caractéristiques du problème ouvert.....	7
2.4.3 Mise en place.....	8
2.5 Les problèmes de recherche au lycée	10
2.6 Les Situations de recherche	10
2.7 Recherche et changement de cadre.....	10
2.8 Intérêts des problèmes ouverts, de recherche et des situations de recherche	11
2.9 La motivation.....	12
2.9.1 Définition	12
2.9.2 Motivation intrinsèque et motivation extrinsèque.....	12
2.9.3 Interactions Motivation-Problème ouvert	14
2.10 Problématique	14
3. Méthode.....	14
3.1 Participants	14
3.2 Organisation.....	15
3.3 Matériel et procédure.....	16
3.4 Problèmes ouverts mis en place.....	17
3.4.1 Problème ouvert n°1	17
3.4.2 Problème ouvert n°2.....	19
3.4.3 Problème ouvert n°3.....	20
3.5 Remue-méninges mis en place	22
3.5.1 Remue-méninge n°1	22
3.5.2 Remue-méninge n°2.....	23
3.5.3 Remue-méninge n°3.....	24

3.5.4	Remue-méninge n°4.....	26
3.6	Protocole expérimental.....	27
4.	Résultats.....	29
4.1	Résultats des mesures sur l'évolution la démarche scientifique.....	29
4.2	Résultats des mesures sur l'évolution de la motivation.....	30
5.	Discussion.....	32
5.1	La motivation.....	32
5.1.1	Naissance d'une motivation globale.....	32
5.1.2	Prise en compte de la Zone Proximale de développement (ZPD).....	32
5.2	Formation des groupes.....	33
5.3	Placement des problèmes dans une séance.....	33
5.4	Acquisition des méthodes de recherche scientifique.....	33
5.5	Limites et perspectives.....	34
6.	Conclusion.....	34
7.	Bibliographie.....	36
8.	Annexes.....	8-1
	Annexe A : Productions de groupe, pour la résolution du problème ouvert n°1 « <i>l'alignement</i> ».....	8-1
	Annexe B : Productions de groupe, pour la résolution du problème ouvert n°2 « <i>l'héritage du pépère</i> ».....	8-3
	Annexe C : Productions de groupe, pour la résolution du problème ouvert n°3 « <i>le jeu du chocolat</i> ».....	8-4
	Annexe D : Productions de groupe, pour la résolution du remue-méninge n°1 « <i>La traversée du fleuve</i> ».....	8-5
	Annexe E : Productions de groupe, pour la résolution du remue-méninge n°2 « <i>jolie- bouteille</i> ».....	8-6
	Annexe F : Productions de groupe, pour la résolution du remue-méninge n°3 « <i>La liane...</i> »	8-7
	Annexe G : Productions de groupe, pour la résolution du remue-méninge n°4 « <i>Arnaud est un boss en calcul mental!</i> ».....	8-8
	Annexe H : Analyse a priori de problèmes ouverts par l'enseignant - Illustration pour le problème ouvert n°1 « <i>l'alignement</i> ».....	8-9
	Annexe I : Analyse a posteriori de problèmes ouvert par l'enseignant - Illustration pour le problème ouvert n°1 « <i>l'alignement</i> ».....	8-10

1. Introduction

Enseignant stagiaire en Mathématiques, au lycée polyvalent Ferdinand Buisson, dit « *La Nat* », de Voiron dans lequel je suis responsable d'une classe de trente-cinq élèves de seconde et d'une classe de trente-et-un élèves de première STI2D, j'ai durant l'élément de formation « *écrit scientifique réflexif* » travaillé en collaboration avec Pierre Glasson, enseignant stagiaire en Mathématiques au lycée de la Matheysine à la Mure, encadré par notre tutrice mémoire de l'ESPE, Madame Guiol Daniela.

L'enseignement ou comment participer à la construction intellectuelle et citoyenne de nos élèves? L'enseignement ou comment transmettre des connaissances, des savoir-faire et participer au développement de différentes compétences chez nos élèves? Pour atteindre au mieux nos objectifs, nous sommes et nous serons amenés à nous poser des questions sur les méthodes pédagogiques que nous utilisons et à les faire évoluer au cours de notre carrière.

Cette entrée dans le monde de l'éducation se fait avec un flot d'énergie, d'espoir mais aussi de questionnement, notamment sur les méthodes pédagogiques qu'il faudrait utiliser pour répondre au mieux aux besoins de tous nos élèves si proches et finalement si différents les uns des autres.

En observant mes classes, j'ai vu que des élèves étaient découragés, que certains manquaient d'intérêt et de confiance et que d'autres avait envie d'aller plus loin, d'explorer les Mathématiques. Je me suis alors posé une multitude de questions. Comment faire pour intéresser les élèves, pour les motiver, pour qu'ils vainquent leurs craintes et pourquoi pas comment faire pour qu'ils aiment les Mathématiques?

En échangeant avec Pierre Glasson sur nos débuts, deux éléments ont attiré notre attention : la diversification de nos méthodes pédagogiques et la motivation des élèves. Nous avons souhaité, ensemble, réaliser une étude sur ces thèmes qui nous paraissent essentiels. En effet, historiquement, comme nous le verrons dans l'analyse théorique, l'enseignement transmissif a très longtemps régné en maître dans notre système éducatif. Mais depuis, de nouveaux systèmes éducatifs ont été étudiés, mis en place et analysés. Nous pensons qu'il est désormais nécessaire de diversifier nos pratiques d'enseignement avec des activités découvertes, d'introduction, de formalisation, d'exercices d'applications, de problèmes ouverts de situations de recherche, de projet avec toujours comme fil conducteur l'interactivité entre l'enseignant et les élèves mais également entre les élèves eux-mêmes.

Parallèlement, il nous a paru primordial d'instaurer avec nos élèves, dès le premier cours, dès le premier contact, un climat, de confiance, de respect, d'échange, de bienveillance et de

travail dans nos classes. A partir de là, nous souhaitons conserver, stimuler voire accentuer la motivation de nos élèves et l'état d'esprit de groupe de la classe tout au long de l'année.

Après la participation aux cours d'ingénierie didactique du premier semestre de l'ESPE et la lecture de nombreux articles scientifiques, notre attention s'est portée sur les activités de type problèmes ouverts. En effet, il a été étudié que ces activités développent, chez les élèves, des compétences diverses et variées en les rendant plus actifs, autonomes et créatifs. Nous avons donc mis en place, vers la fin du premier trimestre du lycée, un premier problème ouvert.

Durant le début du deuxième semestre de l'ESPE, l'année suivant son cours pour les élèves, nous avons réfléchi à un moyen qui nous permettrait de susciter plus de motivation chez les élèves les plus découragés et de maintenir, voire d'accentuer la motivation des autres. Après plusieurs concertations avec Madame Daniela Guiol, notre tutrice mémoire, nous avons envisagé qu'une mise en place structurée et annualisée des activités de type problèmes ouverts pourrait permettre aux élèves, de prendre conscience de leurs acquisitions, de leur évolution et de leur progression. Ainsi ce dispositif pourrait accentuer la motivation et la confiance en soi des élèves. C'est pourquoi nous avons expérimenté, une ritualisation des activités de type problèmes ouverts, « *remue-méninges* », dans notre progression annuelle et mesuré l'impact qu'ils suscitent sur la motivation des élèves.

2. Cadre Théorique

Cette partie regroupe les travaux que nous avons lus au cours du premier semestre et qui nous ont paru important en tant que novice. C'est entre autre sur ces travaux que s'est appuyée notre démarche de recherche, du premier semestre. Nous présentons un résumé pour chacune des publications prises comme référence, en faisant la synthèse des observations retenues.

2.1 Principaux modèles d'enseignement

Afin de situer notre démarche parmi les principaux modèles d'enseignements, nous nous sommes référés à une conférence de G.Barnier, formateur de l'IUFM d'Aix-Marseille, intitulée : « *Théories de l'apprentissage et pratiques d'enseignement* ». Globalement, G.Barnier, nous indique qu'enseigner peut signifier « *transmettre, inculquer ou faire construire* » et qu'on ne peut pas désigner une manière d'enseigner qui soit fondamentalement meilleure qu'une autre. Le choix dépend des objectifs à atteindre, des contenus travaillés et des personnes avec qui l'on travaille. Toutefois, G.Barnier indique que « *les travaux en psychologie*

du développement et de l'apprentissage, et des sciences humaines en général, tendent à valoriser le constructivisme et le socioconstructivisme » que nous détaillerons dans les chapitres suivants. De plus, il indique « *qu'il ne peut pas être satisfaisant d'aborder de manière séparée les actes d'enseignement et ceux d'apprentissage.*»

Nous allons par la suite développer les principaux modèles d'enseignement existants.

2.1.1 Enseignement direct – Modèle transmissif

C'est la méthode d'enseignement qui dominait dans l'institution scolaire. On privilégie la transmission des connaissances et des savoirs ainsi que leurs qualités à ceux qui apprennent, les élèves. Dans ce modèle il faut des élèves, sérieux, attentifs, motivés, et qui ont un mode de fonctionnement similaire à celui de l'enseignant. Ce modèle génère une forme de passivité et de dépendance de l'élève vis-à-vis de son l'enseignant. Ainsi il n'est pas efficace pour développer la prise d'initiative, l'autonomie et l'esprit critique.

De nos souvenirs d'élèves du 20^{ème} Siècle, en France, nous avons beaucoup de références et de repères dans ce modèle. Des modèles d'enseignement différents ont vu le jour et il nous paraît important de les nommer et de les détailler car au début de notre année de stagiaire ils n'étaient pas forcément identifiables pour nous.

2.1.2 Le behaviorisme

Le behaviorisme a été fondé dans un premier temps par le psychologue américain J.Watson au début du XXème siècle puis développé et expérimenté par le psychologue américain B.Skinner dans les années quarante. Cette méthode d'enseignement prend sa source dans le mot « behaviour », « comportement » et se base sur les conditions d'apprentissage et de mise en activité des connaissances acquises. L'enseignant détermine les connaissances et les compétences à acquérir puis les associe à des comportements observables qui seront mis en œuvre en fin de cycle d'apprentissage. Le modèle behavioriste permet à l'enseignant de se centrer sur l'élève et sur les tâches qu'il doit accomplir. C'est un modèle qui s'avère efficace dans les apprentissages des filières techniques et/ou professionnels, mais il a l'inconvénient de démultiplier les objectifs à atteindre qui peuvent devenir vite trop importants.

2.1.3 Le Constructivisme

Ce modèle a été initié par J.Piaget, psychologue suisse, dans les années 1920 en réaction au behaviorisme. Il développe l'idée que « *les connaissances se construisent par ceux qui apprennent* ». L'élève devient l'acteur des activités d'apprentissage. Au cours de ces activités l'élève apprend de nouvelles connaissances, il les organise par rapport aux anciennes. Ainsi il

développe une capacité d'adaptation qui se base sur deux processus qui tendront à s'équilibrer : « *l'assimilation* », qui est le lien qu'il va créer entre les nouvelles et les anciennes connaissances, et « *l'accommodation* », qui est l'ajustement de sa manière de penser, générée par l'action de l'environnement. Cette méthode place l'élève au centre de l'apprentissage car elle se base sur des processus d'acquisition et de construction de connaissances par les élèves.

2.1.4 Le Socioconstructivisme et la Zone Proximal de Développement (ZPD)

Parallèlement aux travaux de J.Piaget, le psychologue russe du XXème siècle L.Vygotski, a poursuivi la démarche du constructivisme selon laquelle l'apprentissage des connaissances se construit. Il a cependant ajouté que cette construction ne devait pas être qu'individuelle mais qu'elle devait dépendre du milieu social et de l'environnement dans lequel se situait l'élève. Deux types d'apprentissage sont distingués, l'apprentissage personnel par l'élève et l'apprentissage social basé sur la collaboration avec l'enseignant et ses collègues. L.Vygotski définit le concept de Zone Proximale de Développement (*ZPD*). Cette zone correspond à l'apprentissage possible par un élève à un moment précis. C'est une zone de « *potentiel* » qui est propre à chaque élève mais que l'on peut élargir à une classe. L.Vygotski, mais également K.Renaud, F.Guillemette et C.Leblanc (2016), expliquent que plus l'élève travaille dans sa zone proximal de développement, plus il apprend et plus il progresse. Ainsi, il devient capable de résoudre des tâches plus difficiles mais il doit alors être aidé par quelqu'un, l'enseignant, pour ne pas sortir de sa zone. Lorsque l'élève travaille au début de sa zone, il réussit seul les tâches ou avec un minimum d'aide. Cette réussite est gratifiante et l'élève développe une perception de ses propres compétences et une confiance en soi qui lui permettra de tenter des exercices plus difficiles. Lorsque l'élève, guidé, réussit plusieurs fois des exercices difficiles en fin de sa zone, cette tâche devient au fur et à mesure plus facile pour lui et il peut s'attaquer à des défis plus difficiles au-delà de sa *ZPD*. L'élève est alors en pleine progression et sa *ZPD* se déplace sur l'axe des difficultés. Le rôle principal de l'enseignant est de proposer des activités d'apprentissage dans la *ZPD* des élèves. Si l'élève doit réaliser une tâche trop facile qui se situe en-dessous de sa *ZPD*, il n'apprend pas. De même, lorsque l'élève doit réaliser une tâche trop difficile qui se situe au-dessus de sa *ZPD*, il est en échec et n'apprend pas non plus. Un des rôles de l'enseignant est de se soucier que les activités des élèves se situent bien dans leur *ZPD*. Comme le décrit G.Barnier, « *l'enseignant devient alors un guide, un accompagnateur, un tuteur, une personne ressource* ».

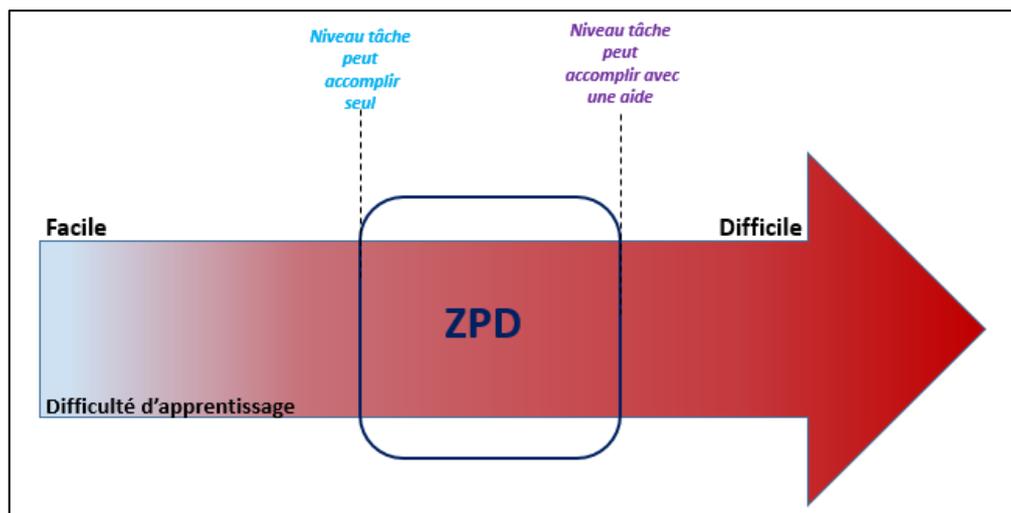


figure 1 : Schématisation de la ZPD d'un élève sur l'axe de difficulté des apprentissages.
 Schéma inspiré de l'article de K.Renaud, F.Guillemette et C.Lebanc, (2016).
 « Tenir compte de la zone proche de développement des étudiants dans son enseignement ».
 Réseau de l'université du Québec.

Dans la partie suivante de notre mémoire, nous poursuivrons notre réflexion dans notre domaine d'enseignement : les Mathématiques.

2.2 Les Mathématiques, une science vivante

En écoutant les cours délivrés à l'ESPE, en discutant avec nos collègues de nos lycées et en effectuant des recherches nous avons pu constater la légitimité de diversifier notre façon d'enseigner. Si on se réfère au livre de G.Arsac et M.Mante (2007), historiquement, les Mathématiques, ont permis de résoudre quantité de problèmes uniques puis de généraliser des méthodes de résolution pour des catégories de problèmes. Les Mathématiques ont alors été institutionnalisées et enseignées uniquement comme une science achevée et comme un outil pour résoudre des problèmes. Le fait est que les Mathématiques englobant théorèmes, propriétés, connaissances, conjectures, et méthodes, se sont développées dans toutes les civilisations depuis des milliers d'années, au travers d'activités de résolution de problèmes et elles continuent de se développer et d'évoluer au rythme des questions et des problèmes que les mathématiciens se posent et de leurs multiples phases de tentative de résolution.

Dans les années 1980, une équipe de l'IREM de Lyon a souhaité que l'on considère les Mathématiques pour la classe, également, comme une science vivante, qui évolue et se développe. C'est ainsi que la pratique du problème ouvert a été élaborée et expérimentée et commence à prendre place dans la pédagogie des Mathématiques au même titre que les activités d'acquisition des connaissances et la résolution de problèmes classiques. Lors de ces activités

de problèmes ouverts, la classe devient un mini-laboratoire de recherche Mathématiques qui utilise des méthodes de travail et un processus scientifique:

« *essayer – conjecturer - tester - prouver - débattre* ».

Les étapes de ce processus scientifique sont découvertes par le travail d'initiative des élèves. Ce travail de recherche se distingue toutefois de celui des Mathématiciens chercheurs par le fait que le problème scolaire a déjà été résolu, par le fait que les élèves disposent d'un temps limité pour le résoudre et enfin par le fait que le problème est utilisé dans un cadre pédagogique comme un outil afin de développer chez les élèves des compétences.

L'utilisation des problèmes ouverts dans l'enseignement se situe dans la démarche du socioconstructivisme. Ces activités rendent les élèves acteurs de leur formation en les mettant dans des situations d'apprentissage et d'investigation active leur permettant de développer des compétences qui s'intègrent dans un processus méthodologique et chronologique. La mise en place des activités de "*remue-méninges*" et de problèmes ouverts devraient permettre à nos élèves d'améliorer l'acquisition de connaissances et le développement de compétences transversales: « *chercher - modéliser - représenter - raisonner - communiquer - calculer* ».

2.3 Les différents types d'activités pédagogiques en Mathématiques

Avant de définir par la suite ce qu'est un problème, il est nécessaire avant tout, de bien différencier les différentes activités pédagogiques Mathématiques proposées aux élèves et leurs buts :

- les activités découvertes, afin de faire découvrir aux élèves de nouvelles notions. Ces activités sont utilisées en début de séquence ;
- les exercices d'application, pour que les élèves s'entraînent à appliquer une notion mathématique, un théorème, une formule. Exercices utilisés en cours de séquence afin d'automatiser des méthodes ;
- les devoirs et les tests, afin d'évaluer l'acquisition de connaissances et compétences par les élèves ;
- les situations problèmes, afin d'amener les élèves à prendre conscience des limites des conceptions actuelles dont ils disposent et de la nécessité de découvrir de nouvelles notions ;
- les tâches complexes, afin d'apprendre aux élèves à gérer des informations diverses et à travailler sur des situations concrètes en mobilisant des ressources, des connaissances et des compétences diverses ;

- les narrations de recherche, afin d'apprendre aux élèves à exposer de manière claire et détaillée leur travail de recherche ;
- et enfin les problèmes ouverts, les problèmes de recherche et les situations de recherche.

Les quatre premiers types d'activités ont toujours été très répandus dans la pédagogie scolaire des Mathématiques. Les autres types d'activités, que sont les tâches complexes, les narrations de recherche, les problèmes ouverts, les problèmes de recherche et les situations de recherche ont longtemps été peu utilisés et tendent à l'heure actuelle à être développés. Par la suite, nous tâcherons de nous intéresser aux problèmes ouverts, aux problèmes de recherche et aux situations de recherche car ils constituent le socle de notre étude.

2.4 Problèmes ouverts

Dans cette partie nous allons définir ce qu'est un problème et plus particulièrement un problème ouvert.

2.4.1 Définition d'un problème

Qu'est-ce qu'un problème? Si on se réfère aux définitions de :

- G.Vergnaud (1986) : « *Par Problème il faut entendre, dans le sens large que lui donne le psychologue, toute situation dans laquelle, il faut découvrir des relations, développer des activités d'exploration, d'hypothèse et de vérification pour produire une solution.* »
- J.Brun (1999) : « *une situation initiale, avec un but à atteindre, demandant au sujet d'élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but. Il n'y a problème, dans un rapport sujet/situation, que si la solution n'est pas disponible d'emblée, mais possible à construire. C'est dire aussi qu'un problème pour un sujet donné peut ne pas être un problème pour un autre sujet, en fonction de leur niveau de développement intellectuel par exemple.* »

2.4.2 Caractéristiques du problème ouvert

Un problème ouvert est une activité de classe durant laquelle les élèves sont confrontés à un problème nouveau dont la solution ne peut être trouvée directement à l'aide des connaissances acquises lors du chapitre en cours. La résolution du problème n'est pas toute faite. Il existe une multitude de démarches et de méthodes pour le résoudre. La résolution du problème ouvert nécessite des phases de recherche, d'essai, de test, de conjecture, de validation, d'argumentation et mobilise diverses connaissances et compétences acquises antérieurement. Les initiateurs de l'introduction des problèmes ouverts dans l'enseignement des Mathématiques

en France, G.Arsac et M.Mante (2007), ont décrit une méthode permettant de mettre les élèves en situation de recherche. Partant du fait que les Mathématiques se construisent au travers de la recherche de problèmes ils ont pris pour hypothèse que l'entraînement à la recherche de problèmes est important dans l'apprentissage des Mathématiques. Il faut donc faire acquérir aux élèves une démarche scientifique de résolution : « *essayer, conjecturer, tester, prouver* ».

Cette démarche diffère des exercices d'entraînement constituant une application directe du cours. On propose aux élèves des problèmes dont la formulation est simple, sans proposer de méthode, ni en orientant la résolution. Les élèves sont libres de puiser dans les connaissances qu'ils ont acquises en Mathématiques pour déterminer leur démarche et proposer une solution, en la justifiant. L'enseignant doit se préserver d'indiquer des pistes aux élèves et d'orienter les recherches. Il intervient aussi peu que possible, si nécessaire en répondant aux questions des élèves par d'autres questions.

Par cette méthode, on donne une véritable importance à la phase d'essai tant redoutée par les élèves, mais nécessaire à la construction et l'organisation de leurs connaissances. L'évaluation porte sur les étapes de recherche, les observations importantes, l'explication de la solution et non pas sur la solution elle-même. Tous les élèves peuvent ainsi s'impliquer à leur niveau dans l'étude du problème et proposer un travail.

Toujours d'après G.Arsac, M.Mante et l'équipe de l'IREM de Lyon (2007) nous citons : « *un problème ouvert possède les caractéristiques suivantes :*

- *L'énoncé est court ;*
- *L'énoncé n'induit ni la méthode ni la solution (pas de questions intermédiaires ni de question type « montrer que »). En aucun cas, cette solution ne doit se réduire à l'utilisation ou l'application immédiate des derniers résultats présentés en cours ;*
- *Le problème se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité. Ainsi, peuvent-ils prendre facilement « possession » de la situation et s'engager dans des essais, des conjectures, des projets de résolution, des contre-exemples ».*

2.4.3 Mise en place

D'après les travaux de G.Arsac, M.Mante et l'équipe de l'IREM de Lyon (2007) ainsi que des documents de l'IREM de la Réunion, une séance de problème ouvert comprend deux phases. Une phase de recherche et de production par les élèves. Une phase de mise en commun et de débat. Ces deux phases durent pour chacune une séance d'une heure.

2.4.3.1 La phase de recherche

Elle est constituée de trois étapes :

- 1^{ère} étape : Consigne et énoncé

Dans une organisation de classe standard (bus) le professeur donne les consignes des étapes deux, trois et de la phase de débat détaillées ci-après, les objectifs de la séance et l'énoncé du problème ouvert.

- 2^{ème} étape : Recherche

Dans une organisation en îlot (les groupes étant annoncés dans les consignes de la première étape) les élèves effectuent tout d'abord, pendant cinq minutes, une recherche individuelle (cette phase a également été annoncée dans les consignes). Ensuite ils effectuent une recherche collective avec les élèves de leur groupe. Cette phase a pour but de développer chez les élèves des compétences méthodologiques de recherche, d'essai, de test, de conjecture, de validation et des compétences du socle commun : « *rechercher* », « *modéliser* », « *représenter* », « *calculer* » et « *raisonner* ».

- 3^{ème} étape : Rédaction

Toujours dans une organisation en îlot, chaque groupe rédige un bilan de ses travaux, des explications pour convaincre, une proposition de solution totale ou partielle. Cette phase a pour but de développer chez les élèves des compétences méthodologiques d'argumentation et la compétence du socle commun : « *communiquer* ».

2.4.3.2 La phase de débat

La phase de débat permet aux groupes d'exposer leur travail et de débattre entre eux de l'exactitude et de la validité de leurs solutions. Cette séance a pour objectif de développer des compétences de travail d'équipe, d'écoute, d'argumentation. Ces séances doivent permettre également aux élèves de prendre conscience par eux même, confrontés à un auditoire, de l'intérêt majeur de l'argumentation et de la démonstration. L'argumentation qui paraît être souvent mise de côté par les élèves ne se rendant pas compte de son importance lorsqu'ils rédigent seuls sur une copie de devoir ou sur leur cahier d'exercice. Confrontés à l'auditoire, les élèves se rendent compte qu'ils doivent argumenter pour convaincre. L'argumentation prendra alors tout son sens et il faudra les sensibiliser à la rééditer en toutes circonstances : la résolution sur une copie, un cahier, au tableau. Cette phase a pour but de développer la compétence « *communiquer* ».

2.5 Les problèmes de recherche au lycée

Toujours dans une démarche suivant les idées du socioconstructivisme, A.Robert et M.Rogalsky (2004) ont travaillé sur l'utilisation de problèmes au lycée. A.Robert et M.Rogalsky considèrent que les Mathématiques ont été utilisées pour répondre à des questions, des problèmes qui se sont posés, et que l'on se pose encore. Les connaissances mathématiques résultantes de raisonnements logiques ont d'abord été utilisées comme des outils de résolution de problèmes puis ils sont devenus des objets, des concepts mathématiques. A.Robert et M.Rogalsky pensent que l'on doit retrouver cette même évolution dans l'apprentissage. Dans un premier temps les exercices doivent permettre de contextualiser le concept mathématique enseigné puis dans un deuxième temps le concept mathématique décontextualisé doit permettre d'apporter une nouvelle connaissance à l'élève. Il y a un rapport entre le contexte, le concept mathématique et l'organisation des connaissances. L'apprentissage doit résulter des activités de recherche et d'exploration des élèves dans des situations multiples. Il faut orienter les élèves à se confronter aux expérimentations. Les problèmes peuvent être utilisés afin d'introduire des nouvelles notions en cherchant à ce que les élèves se posent des questions, afin d'organiser des connaissances acquises mais également pour familiariser les élèves avec l'échec (montrer que l'échec est normal, qu'il fait avancer et qu'il n'est pas décourageant).

2.6 Les Situations de recherche

Si on se réfère à la publication issue du XXXIIIème colloque Copirelem "*Les situations-recherches pour la classe*", C.Ouvrier-Bufferet explique que l'organisation de la classe en une véritable petite communauté mathématique a un effet bénéfique pour les élèves et donne plus d'importance au raisonnement qu'aux connaissances. Les élèves se retrouvent alors en situation de recherche. Les élèves peuvent être pris dans un élan scientifique et être amenés à se poser de nouvelles questions. A la fin des recherches, une conclusion, sous forme de poster, de séminaire, peut être établie par les élèves afin de consolider l'esprit scientifique et de recherche d'investigation.

2.7 Recherche et changement de cadre

Pour compléter cet état de l'art, il faut considérer une recommandation faite dans les brochures n°150 et n°154 de l'APMEP : « *Pour un enseignement problématisé des Mathématiques au Lycée* ». Il est préconisé dans le Tome 2 page 34, de « *mettre si possible en jeu plusieurs cadres et/ou registres* ». Un cadre mathématique, en référence à la formulation de R.Douady, se compose « *d'un ensemble de concepts, des relations entre ces concepts, de*

formulations et un symbolisme », par exemple le cadre géométrique, ou le cadre arithmétique. Le registre est celui du langage, de la représentation (figure, graphisme, tableau). Un problème posé dans un certain cadre peut s'avérer insoluble. Le transposer dans un autre cadre plus approprié peut permettre de résoudre le problème transposé, et en revenant au cadre initial d'avoir la solution. La répétition de ce va-et-vient constitue un élément moteur de la démarche de recherche, permettant de faire le lien entre différents aspects du concept étudié et de faciliter l'élaboration de conjectures. L'aptitude à changer de cadre dans l'étude d'un problème correspond à la compétence « *représenter* » du lycée. Elle sera prise en compte dans la sélection des problèmes proposés en expérimentation afin d'accentuer l'effet structurant de la recherche sur les connaissances des élèves.

2.8 Intérêts des problèmes ouverts, de recherche et des situations de recherche

Après toutes ces lectures et recherches, il nous est apparu judicieux d'utiliser dans notre pédagogie de telles activités car les nombreux avantages pour les élèves sur le plan de l'apprentissage ont été démontrés.

Mais n'oubliant pas que depuis le début de l'année nous avons à l'esprit de conserver la motivation de nos élèves, nous avons petit à petit mûri notre réflexion pour en arriver à l'hypothèse que les problèmes ouverts pouvaient être une source de motivation. Ces activités développent des qualités de travail d'équipe qui sont source d'épanouissement et d'émulation : l'échange, l'entraide, l'argumentation, l'écoute, la rédaction, l'ouverture. De plus, d'après nos lectures, il a été remarqué, que ces activités entraînaient une modification de l'attitude des élèves quant à leur rapport aux cours et aux Mathématiques. Les élèves prennent rapidement des initiatives, s'investissent davantage, se sentent responsables de leurs travaux et deviennent créateurs de leur production. Elles développent donc de nombreuses compétences que ne permettent pas les exercices standards où l'élève est un simple exécutant d'une technique. Elles peuvent donc parallèlement faire éclore une motivation basée sur le besoin de relever des défis et la curiosité intellectuelle innée, chez l'être humain. L'intérêt de la mise en place de ces activités dans notre progression annuelle est donc double: gagner en efficacité dans le développement de diverses compétences et gagner en motivation. Sachant que les deux intérêts sont liés. En effet un élève qui sent qu'il progresse, qu'il acquiert des compétences et de l'autonomie gagnera en motivation et un élève motivé aura davantage envie de s'investir et développera encore plus de compétences.

Dans le chapitre suivant nous allons synthétiser la notion de motivation chez les élèves.

2.9 La motivation

En tant que professeur nous souhaiterions que nos élèves soient tous motivés par leur scolarité, et qu'ils aient en eux une soif intarissable de savoirs et d'apprentissage. Mais nous sommes très vite confrontés à la réalité, ce n'est pas aussi simple que cela car l'être humain n'a pas des comportements linéaires. Professeur, nous avons toutefois la chance d'avoir à disposition des leviers qui nous permettent d'essayer de tendre à accroître l'intérêt et la motivation de nos élèves. C'est un de nos objectifs majeurs. Mais qu'est-ce que la motivation et par quels paramètres est-elle régie ?

2.9.1 Définition

Si on se réfère à F. Fenouillet & A.Lieury (2013). « *La motivation est donc l'ensemble des mécanismes biologiques et psychologiques qui permettent le déclenchement de l'action, l'orientation (vers un but, ou à l'inverse pour s'en éloigner) et enfin l'intensité et la persistance : plus on est motivé et plus l'activité est grande et persistante* ».

La notion de motivation est donc une notion complexe car elle dépend de nombreux critères psychologiques qui sont tous différents d'un individu à une autre. Lors de notre enseignement nous devons nous adapter à la psychologie unique de chacun de nos élèves, notamment lors des séances de parcours adaptés, de remédiation, de travail différencié.

Si désormais nous partons du point de vue de la motivation d'un groupe et de l'ambiance de démarche scientifique que nous recherchons pour notre classe, on se référera à R. Viau (1997, p. 7). « *La motivation en contexte scolaire est un état dynamique qui a ses origines dans les perceptions qu'un élève a de lui-même et de son environnement et qui l'incite à choisir une activité, à s'y engager et à persévérer dans son accomplissement afin d'atteindre un but* ».

2.9.2 Motivation intrinsèque et motivation extrinsèque

Toujours d'après F. Fenouillet & A.Lieury (2003), ils distinguent deux types de motivation, la motivation intrinsèque et la motivation extrinsèque. La motivation est dite intrinsèque lorsque les actes qui en découlent proviennent d'une relation interne, personnelle et directe entre l'élève et ses actes. L'élève s'engage de lui-même par curiosité, il agit en première intention, il ressent un besoin d'agir, d'explorer, de rechercher et ressent une gratification personnelle à agir. La motivation est dite extrinsèque lorsque les actes qui en découlent proviennent d'un élément extérieur à l'élève. Il agit pour faire plaisir à son professeur, à ses parents, pour obtenir une bonne note, une récompense. Cette motivation est souvent d'ordre psychologique.

Nous pensons que nous devons faire émerger chez les élèves cette motivation intrinsèque et là, encore une fois, nous pensons que le problème ouvert et les situations de recherche s'y prêteront bien. En effet, d'après les recherches sur la motivation intrinsèque globale, celle-ci se voit plus facilement augmentée lorsque l'on propose aux individus des défis, des objectifs à atteindre, si on joue sur la curiosité de l'individu à aller explorer dans des domaines qu'il peut toutefois partiellement contrôler et qui plus est, si cela se fait en équipe.

D'après R.Viau (2000), les analyses des recherches sur la motivation à apprendre en contexte scolaire, ont démontré que la motivation des élèves pouvait être influencée par quatre facteurs : les activités d'apprentissage proposées ; les évaluations ; les récompenses et les sanctions utilisées ; le professeur et, ses qualités pédagogiques, sa passion pour sa matière, le respect qu'il porte à ses élèves.

Toujours d'après R.Viau (2000), il distingue dix conditions pour qu'une activité suscite de la motivation chez les élèves. En effet, l'activité doit : «

- *être signifiante aux yeux des élèves, c'est-à-dire qu'elle doit être en phase avec ses préoccupations et être en accord avec les projets pédagogiques qui ont été définis par le professeur en début d'année ;*
- *être diverse et variée. Les activités doivent changer et elles doivent comprendre plusieurs tâches à accomplir ;*
- *proposer un défi abordable aux élèves ;*
- *permettre de produire un résultat ;*
- *solliciter un investissement cognitif de l'élève : rechercher, organiser, tester ;*
- *responsabiliser l'élève en lui donnant la possibilité de faire des choix, de s'engager ;*
- *permettre à l'élève d'interagir et de collaborer avec les autres ;*
- *avoir un caractère interdisciplinaire. Utilisation de la langue française notamment ;*
- *comporter des consignes claires et précises ;*
- *se déployer sur une période de temps suffisante. »*

Le choix du problème ouvert pour accentuer la motivation des élèves en Mathématiques semble judicieux puisqu'il répond aux dix critères évoqués par R.Viau. Notre deuxième phase de recherche d'articles et d'études sur la motivation des élèves nous a confortés dans l'idée que les problèmes ouverts et les situations de recherche comme activités d'apprentissage peuvent faire évoluer la motivation des élèves.

2.9.3 Interactions Motivation-Problème ouvert

La motivation prend sa source dans la vision qu'un élève a de lui-même et de son environnement. Il est donc nécessaire de donner une place importante aux élèves dans leur parcours d'apprentissage. Les élèves doivent redevenir acteur de leur formation afin de prendre confiance en eux, afin de se sentir exister, afin de se sentir responsable et afin de se sentir capable de créer. Les élèves doivent travailler en équipe afin de sentir les atouts du travail à plusieurs et de générer des élans de solidarité. Les élèves doivent travailler sur des activités qui les incitent à essayer, à s'engager. C'est pour toutes ces raisons que nous pensons que les problèmes ouverts et les situations de recherche sont compatibles avec la notion de motivation.

2.10 Problématique

La motivation est un état dynamique, en perpétuel mouvement, que nous devons entretenir. C'est pourquoi nous pensons qu'il est important de rechercher une méthode qui nous permettrait de maintenir cet état dynamique à un niveau seuil convenable. En concertation avec notre tutrice, Madame Guiol, nous avons donc pensé à ritualiser les activités de problèmes ouverts. Suite à plusieurs réunions sur le choix des problèmes ouverts à donner à nos élèves, nous avons découvert des petits problèmes de recherche, comme ceux issus des épreuves du concours de Mathématiques Kangourou. Il nous est donc venu l'idée d'allier dans notre rituel des séances de problèmes ouverts d'une heure et des petits problèmes de recherche de vingt minutes que nous nommerons les « *remue-méninges* ».

La problématique que nous nous posons et à laquelle nous allons essayer de répondre grâce à une expérimentation de plusieurs semaines est : « est-ce qu'un rituel de problème ouvert et de *remue-méninges* suscite, maintient ou accentue la motivation des élèves ? ».

Nos nombreuses lectures nous laissent à penser que oui. Notre expérimentation et son analyse nous permettront de répondre à notre problématique avec des arguments.

3. Méthode

Dans cette partie, nous allons détailler l'expérimentation mise en place.

3.1 Participants

J'ai mis en place un travail ritualisé de problèmes ouverts et de "*remue-méninges*" avec ma classe de seconde générale qui comprend trente-quatre garçons de quinze à dix-sept ans provenant de milieux sociaux divers et variés. Au regard des résultats et de l'ambiance de travail, on peut dire que la classe a très bien évolué, qu'elle a progressé et qu'elle a accepté le

rythme soutenu de l'année. Le niveau de la classe est très correct et en constante progression. Les niveaux à l'intérieur de la classe sont hétérogènes mais la classe est réceptive aux remarques et une émulation de travail s'est forgée petit à petit au cours de l'année.

Ci-après est présenté un tableau récapitulatif des résultats de la classe de seconde au cours des deux premiers trimestres.

Moyenne classe	1 ^{er} Trim	+ basse	+ haute	Nbr <8	Nbr 8-12	Nbr >12	2 ^{ème} Trim	+ basse	+ haute	Nbr <8	Nbr 8-12	Nbr >12
Maths	10,58	4,5	16,55	8	15	11	11,18	4,5	17,48	4	15	15
Générale	12,23						12,41					

figure 2 : tableau de résultats des deux premiers trimestres de la classe de seconde.

On constate que la classe est de niveau hétérogène mais qu'elle tend à s'homogénéiser au cours de l'année et que les résultats sont en progrès.

3.2 Organisation

L'expérimentation s'est déroulée du mois de janvier au mois d'avril 2018 dans mon lycée polyvalent de Ferdinand Buisson à Voiron en Isère. La fréquence des problèmes ouverts était de un par mois et la fréquence des remue-méninges était de un par semaine. Les problèmes ouverts ont été organisés dans des séances de module d'une heure durant laquelle la classe était présente en demi-groupe. Les élèves travaillaient en îlot par groupe de quatre ou de trois dont les constitutions avaient été au préalable étudiées. Nous avons travaillé dans un premier temps avec des groupes hétérogènes et dans un second temps avec des groupes homogènes afin d'analyser les avantages et inconvénients de ces deux organisations.



figure 3 : illustration d'une salle de recherche de résolution de problème ouvert.

Les « *remue-méninges* », petits problèmes de recherche, ont été organisés dans des séances de cours d'une heure durant laquelle la classe était présente dans son intégralité ou dans des séances de module d'une heure durant laquelle la classe était présente en demi-groupe. Les élèves travaillaient par deux et l'activité durait vingt minutes. Nous avons testé les *remue-méninges*, dans un premier temps, en début de séance et, dans un second temps, en fin de séance afin d'analyser également les avantages et inconvénients de ces deux organisations. Pour le choix des problèmes ouverts comme pour les *remue-méninges*, nous avons essayé de traiter des sujets variés (géométrie, arithmétiques, probabilité).



figure 4 : illustration d'une activité de remue-méninge.

3.3 Matériel et procédure

Les problèmes ouverts et les *remue-méninges* ne traitaient pas du chapitre, de la séquence en cours lorsqu'ils ont été organisés puisque, notamment pour les problèmes ouverts, il y a plusieurs méthodes possibles faisant appel à des notions de chapitres différents. Néanmoins, le choix des problèmes ouverts et des *remue-méninges* était réfléchi afin qu'ils soient variés et puisqu'il fallait vérifier que les élèves aient suffisamment de prérequis pour les résoudre de plusieurs manières avec les compétences de l'année en cours ou des années précédentes.

Avant de donner les problèmes et *remue-méninges*, Pierre et moi, nous avons réalisé, pour chaque activité, une analyse a priori, c'est à dire une analyse poussée des énoncés, afin de cibler les objectifs visés en terme d'acquisition de connaissances et de compétences, de détailler les prérequis et le matériel nécessaires, l'organisation à mettre en place, les différentes méthodes de résolution possibles, les aides (« *coup de pouce* ») que l'on pourrait fournir aux élèves, les hypothèses de déroulement de la séance, de raisonnement des élèves, et les erreurs qu'ils pourraient commettre. Après chaque séance nous avons réalisé, pour chaque activité, une analyse a posteriori, détaillant le déroulement réel de la séance, le comportement de recherche des élèves et des groupes, les méthodes utilisées, les aides données, les résultats obtenus, les comptes rendus remis, la mise en commun orale des solutions et le débat. Nous avons conservé la même procédure pour tous les problèmes ouverts et *remue-méninges*.

3.4 Problèmes ouverts mis en place

Le choix des problèmes ouverts s'est porté sur les situations suivantes.

3.4.1 Problème ouvert n°1

Le problème n°1, présenté ci-dessous, a été mis en place en janvier. Il s'intitule « l'alignement ». Il est tiré du site internet « eduscol ».

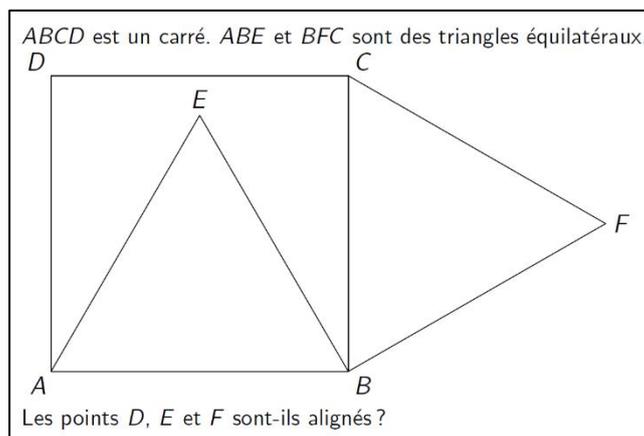


figure 5 : énoncé du problème ouvert n°1, « l'alignement ».

C'est un problème dans lequel il faut expliquer si trois points de la figure sont alignés. Le problème est à dominante géométrique et peut se résoudre par plusieurs méthodes : angles, longueurs, trigonométrie, repère et équation de droite, vecteurs. Les objectifs visés sont la découverte de la démarche de recherche scientifique et le développement des compétences, « chercher », en analysant le problème, en s'engageant dans une démarche de recherche, « représenter », en choisissant un cadre et un registre pour résoudre le problème, « raisonner », en conduisant une démonstration, « communiquer », en développant une argumentation à l'écrit et à l'orale, et enfin « calculer » en utilisant les méthodes du calcul littéral.

L'énoncé était projeté au tableau via un vidéoprojecteur. Les élèves ont travaillé en groupe homogène de deux. Le déroulement temporel fut le suivant :

- 2mn : j'ai placé les élèves par binôme. J'avais projeté au tableau le placement ;
- 3mn : j'ai donné le but de la séance, les objectifs et les consignes de travail ;
- 5mn : les élèves ont travaillé individuellement ;
- 45mn : les élèves ont travaillé en binôme en réalisant une mise en commun de leurs idées.

Au début de la séance, je suis passé voir les élèves de chaque groupe pour leur donner un rôle à l'intérieur de l'équipe : un secrétaire, un orateur, un responsable temps et un responsable niveau sonore. Sur l'ensemble de la classe, environ un quart a été productif sur un papier de brouillon. Les trois quart ont réfléchi sans poser leurs idées sur papier. J'ai ensuite pu remarquer beaucoup d'implication et d'échanges pour quatorze binômes sur seize avec pour ces quatorze

groupes des idées de départ. Ces quatorze groupes sont des binômes de tous « niveaux ». Après observation, certains binômes commettaient des petites erreurs de départ mais l'investissement, l'envie de recherche, de réflexion, d'analyse, d'utilisation d'outils étaient présentes et créaient une émulation positive. Deux binômes paraissaient plus discrets dans les échanges, de par le caractère des élèves qui les constituaient et par le fait qu'ils semblaient également rencontrer des difficultés à démarrer. Ces élèves ont semblé être déconcertés par la liberté offerte par le problème ouvert en terme de résolution. J'ai donc décidé de leur fournir une aide orale afin qu'ils puissent démarrer. La démarche de recherche était alors lancée pour tous les groupes. La totalité des binômes ont travaillé jusqu'à la fin du temps imparti avec un très bon investissement. Certains binômes sont restés pendant les dix minutes de la pause récréative pour terminer la résolution du problème ouvert, étant tellement investis.

Nous avons fait le choix avec mon tuteur de ne pas donner aux élèves le schéma et l'énoncé sur une feuille. Le schéma et l'énoncé du problème étaient uniquement projetés au tableau. Tous les binômes ont pensé à reproduire la figure, avant de démarrer, sans problème au niveau de la justesse et au niveau de la concordance des longueurs (côté des carrés et des triangles équilatéraux). Néanmoins, j'ai pu constater au départ, qu'un ou deux binômes étaient perturbés par la reproduction du schéma, projeté en gros au tableau, sur leur plus petite feuille, sans qu'on leur donne d'échelle. J'ai alors, grâce au zoom informatique, augmenté puis diminué la taille de la figure. Je leur ai demandé si les propriétés des figures géométriques présentes sur le schéma avaient été modifiées pendant le changement de taille. Ils ont très rapidement compris que la taille n'était pas l'élément important et qu'ils pouvaient choisir librement l'échelle de reproduction. A la fin de la séance, tous les binômes m'ont rendu un travail sur une copie double et tous les binômes ont produit un essai réflexif de résolution du problème ouvert.

Pour résoudre ce problème ouvert, un binôme a utilisé une méthode des angles (cf. 8. *Annexe A, figure A.3*), et quinze binômes ont utilisé des méthodes de repérage dans le plan avec les équations de droites et les coefficients directeurs (cf. 8. *Annexe A, figures A.1 et A.2*) car c'était le chapitre que nous venions de travailler précédemment. Je m'attendais à plus de résolution par une méthode des angles qui fait appel à des prérequis du collège. Visiblement les élèves se sont focalisés sur les compétences et méthodes vues cette année au lycée en classe de seconde. Concernant les résultats, sur les seize binômes,

- cinq binômes ont résolu correctement le problème avec une très bonne rédaction ;
- deux binômes sont arrivés au résultat attendu en commettant des petites erreurs de raisonnement et en argumentant de manière confuse ;

- huit binômes n'ont pas pu conclure correctement car ils ont fait des approximations dans la détermination des coordonnées des points de leur figure ;
- un binôme n'a pas pu conclure correctement car malgré les aides de la première demi-heure ils n'ont pas pu produire un travail assez poussé.

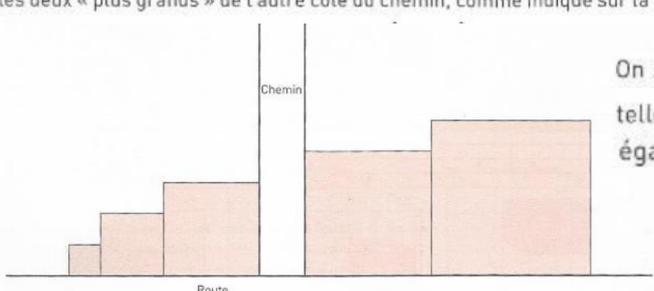
Lors de la séance de mise en commun, j'ai projeté les productions des élèves au préalablement scannées et les élèves sont venus au tableau présenter leur démarche aux autres groupes. J'ai animé la séance afin d'instaurer un débat entre les élèves qui se sont véritablement investis. Cette séance a permis de mettre en avant les procédures de recherche scientifique nécessaires, de développer les échanges et l'argumentation et de faire ressortir positivement les raisons des erreurs commises et à ne plus commettre. Une petite émulation de petit laboratoire de recherche Mathématiques où chacun échange sur les méthodes effectuées a commencé visiblement à se mettre en place. Pour le problème ouvert n°1, j'ai résumé les analyses a priori et a posteriori que nous avons effectuées et je les ai placées en annexe (cf. 8. Annexes H et I). Dans la suite du rapport et pour les autres problèmes ouverts et remue-méninges, je ne présenterai plus ces analyses avec autant de détails afin que nous portions notre attention uniquement sur les évolutions que nous avons apportées aux séances et sur l'observation de la motivation des élèves qui est le thème central de notre étude. Les évolutions portent notamment sur le fait que désormais les groupes seront homogènes et que nous avons ajouté dans l'énoncé des activités un tableau d'autoévaluation avec des indicateurs.

3.4.2 Problème ouvert n°2

Le problème n°2, donc l'énoncé distribué aux élèves, est présenté ci-dessous a été mis en place en février. Il s'intitule « *l'héritage de pépère* ». Il est tiré du livre « *Mathématiques classe de 3^{ème}* », sous la direction de D.Duponchel et M.Bilas, collection « *Méthode en pratique* ».

L'héritage de pépère

Deux frères ont hérité de cinq terrains carrés dont les côtés ont pour longueur cinq nombres entiers consécutifs. Les terrains sont disposés en deux groupes le long d'une route : les trois « plus petits » d'un côté d'un chemin et les deux « plus grands » de l'autre côté du chemin, comme indiqué sur la figure ci-dessous.



On souhaite déterminer les dimensions des terrains telles que les aires de part et d'autre du chemin soient égales.

figure 6 : énoncé du problème ouvert n°2.

Les objectifs visés sont « *chercher* », en analysant le problème, en s'engageant dans une démarche, en expérimentant à l'aide de valeurs, « *modéliser* », en traduisant en langage mathématiques la situation réelle à l'aide d'équations, « *représenter* », en changeant de cadre géométrique/numérique pour résoudre le problème, « *raisonner* », en conduisant une démonstration, « *communiquer* », en développant une argumentation à l'écrit et à l'oral, et enfin « *calculer* », en exerçant l'intelligence du calcul littéral notamment la factorisation et l'équation produit.

Dans un premier temps, les élèves ont fait des essais avec des valeurs et sont tous arrivés à une conjecture. Dans un deuxième temps, ils doivent démontrer cette conjecture. La preuve de la conjecture est une phase plus délicate qui nécessite plus d'accompagnement et de coup de pouce. Les élèves ont travaillé en groupe homogène de trois ou quatre. L'énoncé était distribué sur feuille pour chaque élève. C'est un problème qui peut être résolu par tâtonnement, ou par une mise en équation qui peut déboucher sur une résolution algébrique d'une équation produit ou sur une résolution graphique d'une équation du second degré selon sur quelle parcelle l'élève a situé sa variable.

Sur les neuf groupes, quatre ont fait une résolution algébrique à l'aide d'une équation produit, quatre ont fait une résolution graphique à l'aide d'une équation du second degré (cf. 8. *Annexe B, figures B.1 et B.2*) et un groupe a effectué un raisonnement par tâtonnement.

Pour cette deuxième séance, j'ai noté une mise au travail encore plus rapide car les élèves étaient déjà habitués à ce type d'activité. L'émulation de groupe a été très bonne et certains élèves sont encore restés à la fin de la séance pendant la pause pour terminer leur rédaction. J'ai remarqué qu'un groupe d'élèves avec des résultats très moyens au cours du premier trimestre a très vite trouvé la solution et a été très productif dans le compte-rendu. La séance de mise en commun a été véritablement productive car les élèves commencent à sentir l'intérêt de savoir expliquer leur raisonnement pour convaincre l'assemblée

3.4.3 Problème ouvert n°3

Le problème n°3, dont l'énoncé distribué aux élèves est présenté ci-dessous, a été mis en place en avril. Il s'intitule « *le jeu du chocolat* ». Il est extrait du livre « *Situation de recherche pour la classe* », édition « *revue et augmentée* », IREM de Grenoble. C'est un jeu mathématique dans lequel il faut trouver la stratégie gagnante. Le jeu peut être résolu empiriquement en réalisant des parties et en conjecturant la stratégie gagnante ou par réflexion et raisonnement. Les élèves se familiarisent avec la différence entre conjecture et preuve de la conjecture, développent les méthodes de recherche par l'expérimentation et les compétences « *chercher* »,

en analysant le problème, en s'engageant dans une démarche, en expérimentant et en jouant, « *modéliser* », en traduisant en langage mathématiques une situation à l'aide de configurations géométriques, « *raisonner* », en conduisant une démonstration sur la stratégie gagnante à adopter à chaque tour, et enfin « *communiquer* », en développant une argumentation à l'écrit et à l'oral.

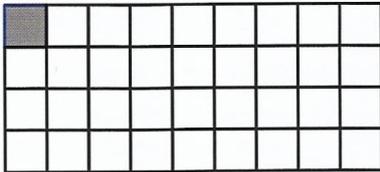
Le jeu du chocolat

Jeu à deux (équipes de) joueurs

Chaque joueur doit, à tour de rôle, « couper » la tablette dans une seule de ses dimensions et choisir de garder l'un des deux morceaux. Celui qui est obligé de prendre le carreau de savon (en gris sur le dessin) doit le manger et il a perdu.

Existe-t-il une stratégie gagnante (pour ne pas manger le carreau de savon !) quelles que soient les dimensions de la tablette ?

Version 1a. Le rectangle est de dimensions quelconques et le carreau de savon est dans un coin



Version 1b. Tablette de dimensions $1 \times n$, carreau de savon n'importe où sur la ligne.



figure 7 : énoncé du problème ouvert n°3.

Lors de ce 3^{ème} problème, j'ai fourni en plus de l'énoncé plusieurs grilles afin qu'ils testent le jeu entre eux avec une paire de ciseaux.

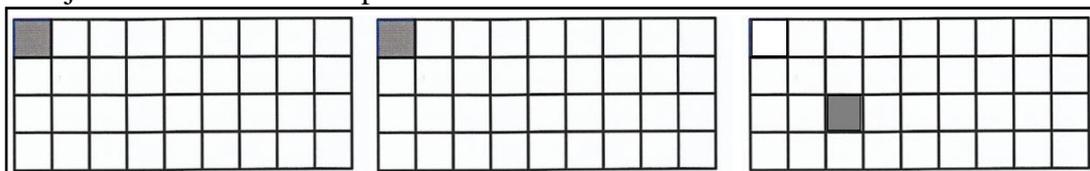


figure 8 : grilles de jeu du problème ouvert n°3.

J'ai anticipé les aides que je pourrais fournir aux groupes dans le besoin. J'ai donc pensé à imprimer des grilles simplifiées qui pourraient les mettre sur un semblant de voie.

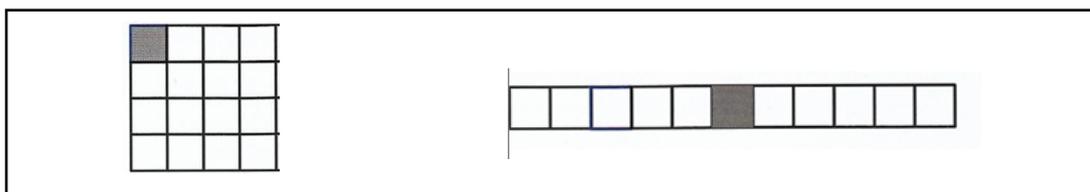


figure 9 : coups de pouce du problème ouvert n°3.

Lors de cette séance, la nature du problème sous forme de jeu a créé une très forte émulation. Les élèves ont fait des parties entre eux et ont essayé de trouver la stratégie gagnante.

Cette activité qui sortait de l'ordinaire a généré un état d'esprit collectif de recherche. Un élève très sérieux, très impliqué, au moment de trouver la solution était tellement « excité » qu'il en a « crié » le résultat « *J'ai trouvé il faut arriver à un carré !* » sans toutefois que les autres groupes n'entendent. Pour la version 1a, les élèves en jouant plusieurs fois arrivent à déduire qu'il faut arriver à donner à l'adversaire la forme carré 2x2  contenant le savon. Les élèves arrivent à cette conjecture. Ensuite une moitié des groupes, soit quatre, arrivent seul à se rendre compte que la stratégie est de construire à chaque coup un carré que l'on donne à l'adversaire pour arriver à la fin au savon qui est un carré. (cf. 8. Annexe C, figure C.2). Pour les cinq autres, le coup de pouce a été nécessaire et débouchera sur la trouvaille de la stratégie gagnante pour seulement trois groupes. Pour la version 1b, cette fois cinq groupes ont trouvé la stratégie gagnante qui est de construire un regroupement symétrique de carreaux de chocolat de part et d'autre du savon. Les quatre autres auront besoin également du coup de pouce qui débouchera sur deux succès. La rédaction de l'explication de la stratégie gagnante s'est montrée compliquée pour certains groupes car sortant du cadre des rédactions mathématiques traditionnelles. La séance aura été très intéressante. Un groupe d'élèves notant dans son compte rendu « *après de nombreuses tentatives et un cuisant échec contre M.Durand, nous avons fini par trouver la réponse* » (cf. 8. Annexe C, figure C.1). En effet lors du premier quart d'heure, j'ai joué contre des élèves qui pensaient avoir la solution. Il s'avérait que sur le moment, ils ne l'avaient pas! Pour leur prouver, rien de mieux qu'une partie ensemble, une partie dans un très bon état d'esprit. Cette séance a été très positive et enrichissante, il me semble, pour l'ensemble de la classe, élèves comme professeur.

3.5 Remue-méninges mis en place

J'ai expérimenté les *remue-méninges* pendant les mois de mars et d'avril. Le choix des *remue-méninges* s'est porté sur les situations suivantes.

3.5.1 Remue-méninge n°1

Le 1^{er} *remue-méninge* a été placé en début d'une séance de cours comme une question du jour. Les élèves travaillaient en binôme. Pendant les cinq premières minutes, ils font une recherche individuelle et dans les quinze autres minutes ils mutualisent leur résultat et rédigent leur raisonnement et la solution. L'énoncé distribué aux élèves, est présenté ci-dessous, il a été mis en place en mars. Il s'intitule « *traversée du fleuve* ». Les objectifs principaux sont de développer chez nos élèves les compétences « *chercher* », en s'engageant dans une démarche de recherche, « *modéliser* », en modélisant une situation ouverte et concrète à l'aide d'outils

mathématiques et de logiciel de géométrie dynamique, « *représenter* », en choisissant un cadre et des représentations adaptées pour élaborer une démarche de résolution du problème, et enfin « *communiquer* » en expliquant par écrit et oralement leur démarche de résolution.

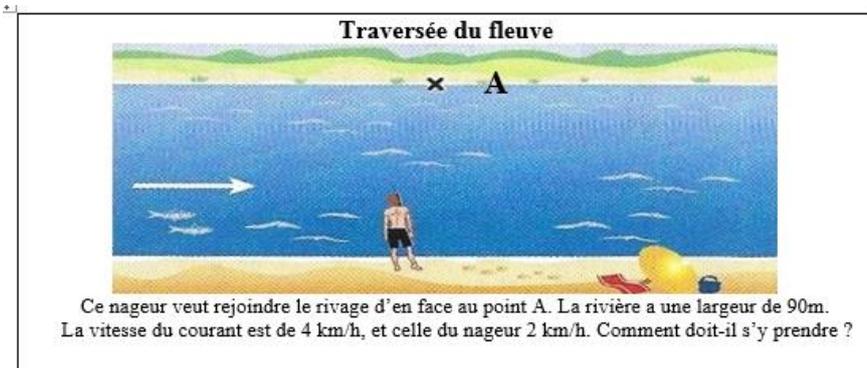


figure 10 : énoncé du remue-méninge n°1.

L'exercice peut être résolu par une construction géométrique, qui peut être vectorielle, par des calculs algébriques de temps et de distance ou par un repère et une équation réduite de droite. Cette activité nécessite des prérequis sur les vecteurs, la proportionnalité, le calcul de vitesse et de distance. Aucun élève n'a utilisé les vecteurs car au moment de réaliser le *remue-méninge* nous n'avions pas encore abordé les vecteurs. Sur les dix-sept binômes, huit ont utilisé la méthode consistant à calculer la distance de dérive durant le temps de traversée, quatre ont utilisé une méthode de calcul de proportionnalité, quatre ont utilisé une construction géométrique basée sur la proportionnalité (cf. 8. Annexe D, figure D.1) et en utilisant sans le savoir les vecteurs et enfin un a utilisé un repère et une équation réduite de droite (cf. 8. Annexe D, figure D.2). Douze binômes ont trouvé la solution et cinq ont fait des erreurs de calcul.

3.5.2 Remue-méninge n°2

Le deuxième *remue-méninge* a été expérimenté en mars et placé cette fois en fin de séance de cours. Les élèves travaillaient toujours en binôme et avec la même procédure. Il est tiré du sujet 2017 du « Rallye des Mathématiques de l'Académie de Lyon ».

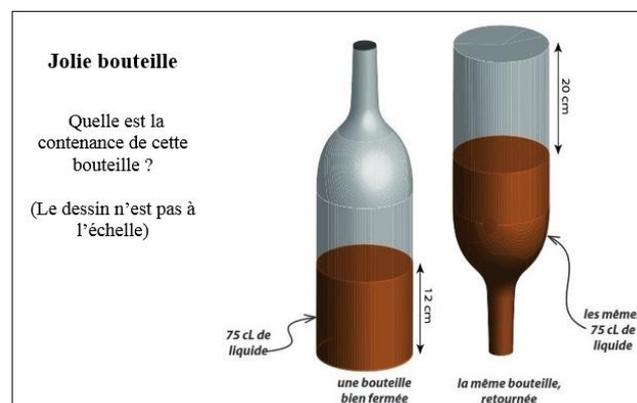


figure 11 : énoncé du remue-méninge n°2.

Les objectifs visés sont de développer les compétences « *rechercher* » en identifiant les informations contenues dans l'énoncé, « *représenter* », en changeant de cadre géométrique/algébrique, « *calculer* », en effectuant des calculs de volumes, « *communiquer* » en expliquant par écrit et oralement les démarches de résolution. Les prérequis nécessaires sont la conversion des unités de volume, l'utilisation des formules de volume et de cylindre, le calcul algébrique. Le problème peut être résolu en calculant le rayon du culot de la bouteille à l'aide du volume et des informations de la bouteille debout. Ensuite on peut déterminer le volume cylindrique de la partie vide lorsque la bouteille est retournée et alors déduire le volume total de la bouteille. Néanmoins, seulement cinq binômes ont utilisé cette méthode (cf. 8. Annexe E, figure E.1). Douze binômes ont observé qu'en retournant la bouteille de droite, et en admettant que le liquide ne coulerait pas, celle-ci comprendrait trois volumes dont celui du milieu qui est vide. Ils ont pu à l'aide d'une règle de proportionnalité déterminer sa valeur et donc en déduire le volume total (cf. 8. Annexe E, figure E.2). Tous les binômes ont trouvé le bon résultat.

3.5.3 Remue-méninge n°3

Le troisième *remue-méninge* a été expérimenté en avril. Il est tiré, de l'édition 2016, du concours de Mathématiques « *Kangourou* ». Les objectifs visés dans ce problème sont de développer chez nos élèves les compétences « *chercher* », en s'engageant dans un démarche de recherche, « *représenter* », en choisissant un cadre géométrique concret pour traiter le problème puis en basculant sur un cadre numérique, « *modéliser* », en traduisant en langage mathématique la situation et en élaborant une simulation géométrique, « *calculer* », en utilisant l'intelligence du calcul, et enfin « *communiquer* » en expliquant par écrit et oralement leur démarche de résolution.

Une liane grimpante s'enroule régulièrement autour d'un poteau comme montré sur le dessin.

La liane s'est enroulée 5 fois et atteint 2 m de hauteur.

Si le poteau a une circonférence de 30 cm, quelle est la longueur de la liane ?

A) 1,5 m
 B) 2 m
 C) 2,5 m
 D) 3 m
 E) 3,5 m



figure 12 : énoncé du remue-méninge n°3.

Pour ce *remue-méninge* j'avais pensé à préparer un coup de pouce modélisation, présenté ci-dessous, avec un seul tour de liane afin que les élèves guidés aient encore une démarche de recherche pour arriver au bon résultat.

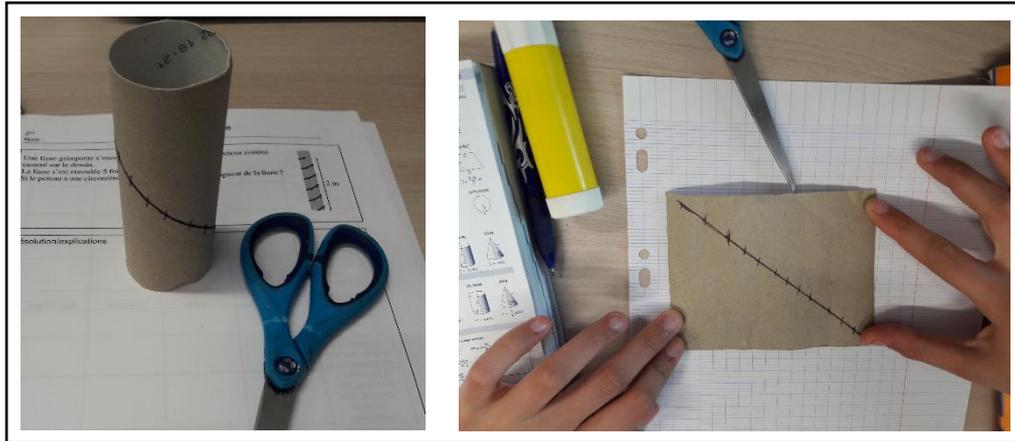


figure 13 : coup de pouce – modélisation du remue-méninge n°3.

Néanmoins, lors de cette séance j'ai été agréablement surpris de voir des élèves qui commençaient à structurer leur démarche de recherche. Tous les groupes ont sorti des cahiers de brouillon et ont mis à plat leurs idées par des schémas, des représentations, des débuts de calcul. Très vite, deux élèves de deux groupes différents ont commencé une modélisation : l'un en créant seul un cylindre en papier, et en dessinant la liane, l'autre en enroulant un câble autour d'un stylo.

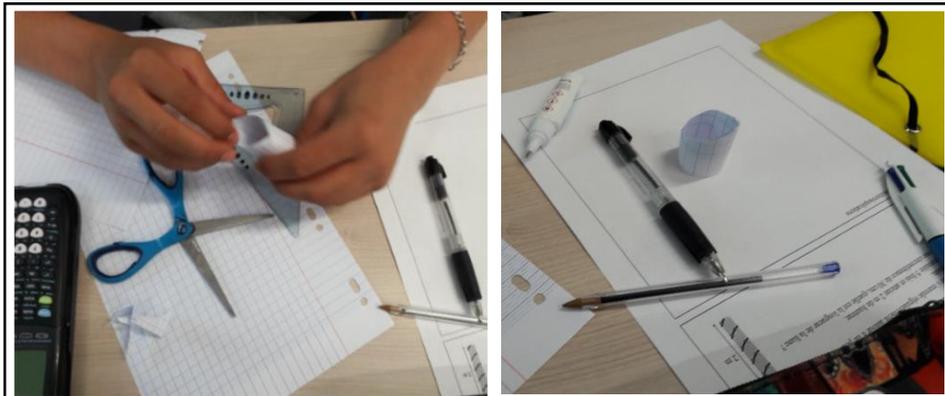


figure 14 : modélisation du remue-méninge n°3, par les élèves.

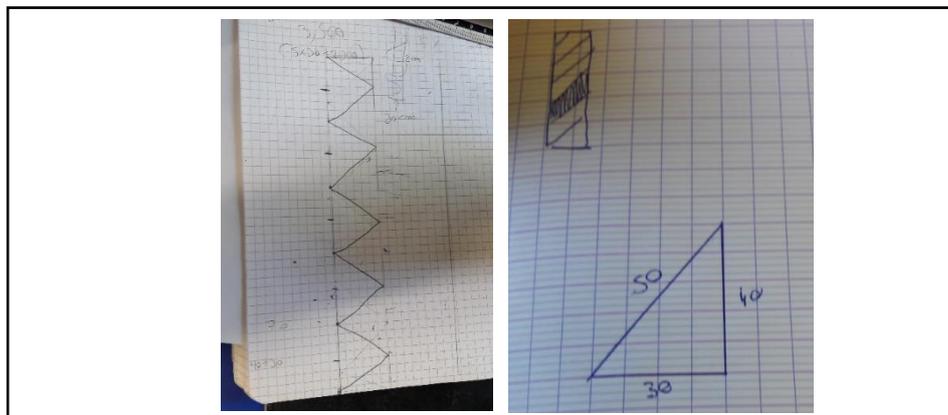


figure 15 : schématisation du remue-méninge n°3, par les élèves.

Neuf groupes ont trouvé la solution en autonomie (cf. 8. Annexe F, figure F.1) et neuf groupes ont été guidés à l'aide de mon coup de pouce. Suite au coup de pouce, les neuf groupes ont

compris la représentation mais quatre n'ont pas pensé aux cinq enroulements. Cette séance a été très enrichissante dans le sens où les élèves ont, pour la plupart, réalisé une modélisation expérimentale d'un énoncé théorique, qu'ils commencent à structurer, organiser et expliquer leur démarche de recherche en autonomie (cf. 8. Annexe F, figure F.2). Des élèves sont également venus me dire qu'ils trouvaient « ces séances très intéressantes car ils travaillaient de manière différente ; qu'ils se sentaient très actifs et en perpétuelle action et réflexion ; que les exercices étaient concrets et qu'ils y trouvaient du sens ».

3.5.4 Remue-méninge n°4

Le quatrième *remue-méninge* a été expérimenté en avril, c'est un problème dont l'énoncé est une vidéo des « Dudu » intitulée : « Arnaud est un boss en calcul mental ?! » tiré du site « <https://mathix.org/linux/ Problemes-ouverts/les-problemes-dudu> ».



figure 16 : *remue-méninge* n°4.

L'énoncé est le suivant : « Arnaud » affirme à son frère qu'il est « un boss en calcul mental », pour cela il demande à son frère de penser à un nombre. Une fois le nombre révélé, « Arnaud », lui donne très rapidement le résultat de la différence du carré de ce nombre et du carré du nombre suivant. L'expérience est répétée pour quatre nombres différents (5, 10, 17, 1789). « Arnaud se dit être un boss, son frère pense qu'il y a un truc »! Il est demandé aux élèves « Et vous. Vous en pensez quoi ? ».

La vidéo a été visionnée, une première fois, en collectif par l'ensemble de la classe à l'aide du vidéoprojecteur, puis une deuxième fois, par binôme, à l'aide d'un portable. Les élèves ont réagi positivement au nouveau format proposé et ont été sensibles au jeu de comédien des deux enseignants. Ils ont vite compris qu'il y avait une méthode, mais laquelle? Comment affirmer en quelques secondes que " $18^2 - 17^2 = 35$ " ou que " $11^2 - 10^2 = 21$ ". Une recherche collective s'est instaurée. Très vite tout le monde est arrivé à la conjecture : Arnaud additionne les deux nombres ($5 + 6$, $10 + 11$, $17 + 18$, $1789 + 1790$). La phase de la preuve

de la conjecture reste toujours plus compliquée. Seulement quelques groupes ont, ensuite, tenté de démontrer le résultat (cf. 8. Annexe G, figure G.1), les autres se satisfaisant de l'observation. Très peu de groupe ont identifié l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ qui pourtant a été travaillée au collège et cette année en seconde. Lors de la démonstration, beaucoup de groupes sont partis sur une identité remarquable $(x + 1)^2 - x^2 = ((x + 1) + x)((x + 1) - x)$ car les deux nombres sont successifs. Ils démontrent alors que le résultat est égal à : $2x + 1$. Beaucoup restent perplexes car pour eux ils ne trouvent pas le résultat attendu : l'addition des deux nombres $(x + 1) + x$. Ils remarquent néanmoins qu'ils ont trouvé une deuxième méthode qui fonctionne: multiplier le plus petit nombre par deux et ajouter un. Quelques groupes ont choisi de nommer le premier nombre a le deuxième b . A l'aide de l'identité remarquable et de tests ils arrivent à : $a^2 - b^2 = (a + b)$ étant donné que $a - b = 1$. (cf. 8. Annexe G, figures G.2).

3.6 Protocole expérimental

Tout au long des activités de problèmes ouverts et de *remue-méninge*, parallèlement à mon rôle d'enseignant qui donne les consignes, fourni les coups de pouce, veille au bon déroulement des séances, fait la synthèse des procédures correctes et valide les résultats, j'ai observé le comportement scientifique des élèves, leur engouement et leur motivation et pris des notes. De plus, au verso des sujets fournis aux élèves, était placé un tableau d'autoévaluation concernant les étapes de recherche et la motivation que les élèves devaient remplir et me remettre. Ce tableau a évolué au cours de l'année et a connu trois versions.

Démarche	Oui	Un peu	Non
J'ai su démarrer le problème	X		
J'ai fait des essais	X		
Je pense être arrivé au bout de ma démarche de résolution	X		
J'ai utilisé mes connaissances mathématiques		X	
Je pense avoir réussi la résolution	X		
Motivation			
Le problème est intéressant	X		
La résolution du problème est captivante	X		
Aller au bout de la démarche de résolution est motivant	X		

figure 17 : tableau d'autoévaluation formative, version 1.

Démarche	non	Un peu	oui	
J'ai su démarrer le problème			X	
J'ai fait des essais			X	
J'ai essayé de valider ou d'invalider mes essais		X		
J'ai communiqué avec mon binôme			X	
J'ai argumenté oralement avec mon binôme			X	
J'ai argumenté à l'écrit et expliqué mon raisonnement			X	
Motivation	Pas du tout	Un peu	beaucoup	énormément
le problème a suscité chez moi de la motivation		X		
La recherche de la solution a suscité chez moi de la motivation			X	

figure 18 : tableau d'autoévaluation formative, version 2.

	Je ne me suis pas engagé dans une démarche de recherche et d'expérimentation	Je me suis engagé dans une démarche de recherche et d'expérimentation uniquement lors de la phase de mise en commun	Je me suis engagé dans une démarche de recherche et d'expérimentation dès la phase individuelle
Chercher			X
	Je n'ai jamais traduit une situation en langage mathématique	J'ai traduit une situation en langage mathématique uniquement lors de la phase de mise en commun	J'ai traduit une situation en langage mathématique dès la phase individuelle
Modéliser		X	
	Je n'ai jamais choisi un cadre (numérique, algébrique, géométrique) pour résoudre un problème	J'ai choisi un cadre (numérique, algébrique, géométrique) pour résoudre un problème uniquement lors de la phase de mise en commun	J'ai choisi un cadre (numérique, algébrique, géométrique) pour résoudre un problème dès la phase individuelle
Représenter		X	
	Je n'ai jamais conduit une démonstration	J'ai conduit une démonstration uniquement lors de la phase de mise en commun	J'ai conduit une démonstration dès la phase individuelle
Raisonner			X
	Je n'ai jamais développé d'argumentation écrite et/ou orale	J'ai développé une argumentation écrite et/ou orale uniquement lors de la phase de mise en commun	J'ai développé une argumentation écrite et/ou orale dès la phase individuelle
Communiquer			X

figure 19 : tableau d'autoévaluation formative, version 3.

4. Résultats

4.1 Résultats des mesures sur l'évolution la démarche scientifique

Les diagrammes circulaires présentés ci-après représentent le pourcentage de réponses « oui » (vert), « un peu » (orange) et « pas du tout » (rouge) aux questions citées en titre auxquelles les élèves devaient répondre à la fin des activités.

Voici les résultats de l'autoévaluation *version 1*, qui ont concerné les problèmes ouverts « alignement » et « l'héritage du pépère » et le remue-méninge « traversée du fleuve ».

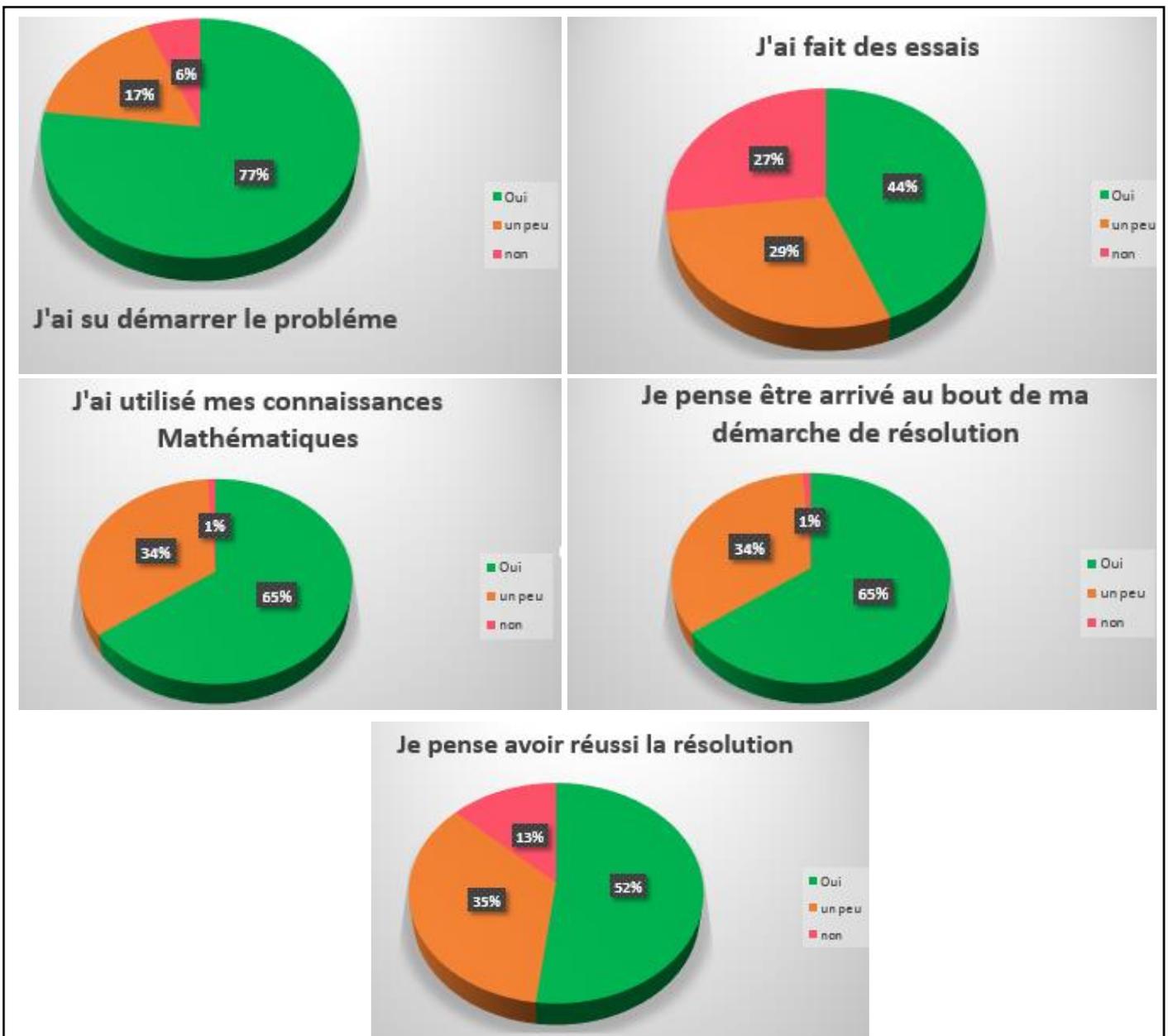


figure 20 : diagrammes circulaires des réponses élèves à l'autoévaluation sur la démarche scientifique réalisée pour les problèmes ouverts « alignement » et « l'héritage du pépère » et le remue-méninge « traversée du fleuve ».

Voici les résultats de l'autoévaluation *version 2* qui ont concerné le problème ouvert « le jeu du chocolat » et les remue-méninges « jolie bouteille », « la liane », « Arnaud est un boss au calcul mental ».

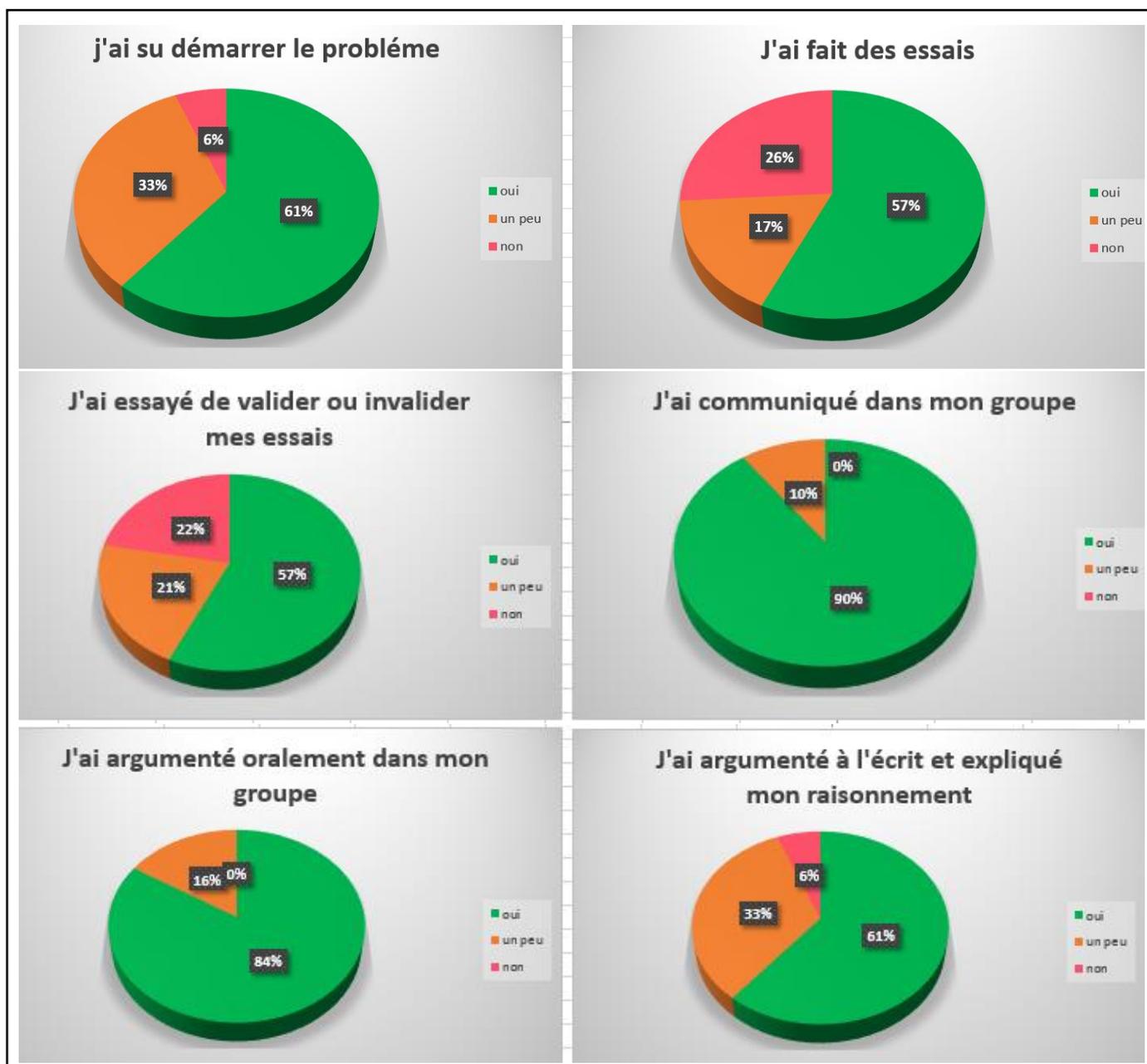


figure 21 : diagrammes circulaires des réponses élèves à l'autoévaluation sur la démarche scientifique réalisée pour le problème ouvert « le jeu du chocolat » et les remue-méninges « jolie bouteille », « la liane » et « Arnaud est un boss au calcul mental ».

4.2 Résultats des mesures sur l'évolution de la motivation

Dans cette partie est présentée les résultats des mesures sur la motivation des élèves. Le premier diagramme circulaire représente le pourcentage de réponses « énormément » (vert foncé), « beaucoup » (vert clair), « un peu » (orange) et « pas du tout » (rouge) à la question

« le problème a suscité chez moi de la motivation ? » à laquelle les élèves devaient répondre à la fin des quatre activités. Le deuxième diagramme circulaire représente le pourcentage de réponses « énormément » (vert foncé), « beaucoup » (vert clair), « un peu » (orange) et « pas du tout » (rouge) à la question « la recherche de la solution a suscité chez moi de la motivation ? » à laquelle les élèves devaient répondre à la fin des quatre activités. Cette étude a été menée pour le problème ouvert « le jeu du chocolat » et les remue-méninges « jolie bouteille », « la liane » et « Arnaud est un boss au calcul mental ».

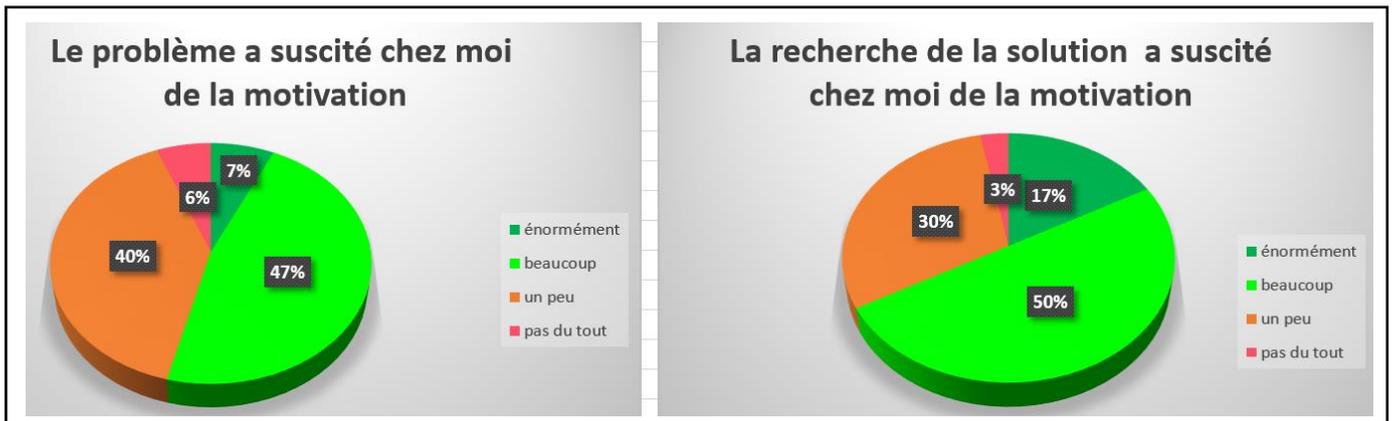


figure 22 : diagrammes circulaires des réponses élèves à l'autoévaluation sur la motivation générée par le problème ouvert « le jeu du chocolat » et les remue-méninges « jolie bouteille », « la liane » et « Arnaud est un boss au calcul mental ».

Dans cette partie est présentée les résultats des mesures sur la motivation des élèves uniquement pour le remue-méninge « jolie bouteille ».

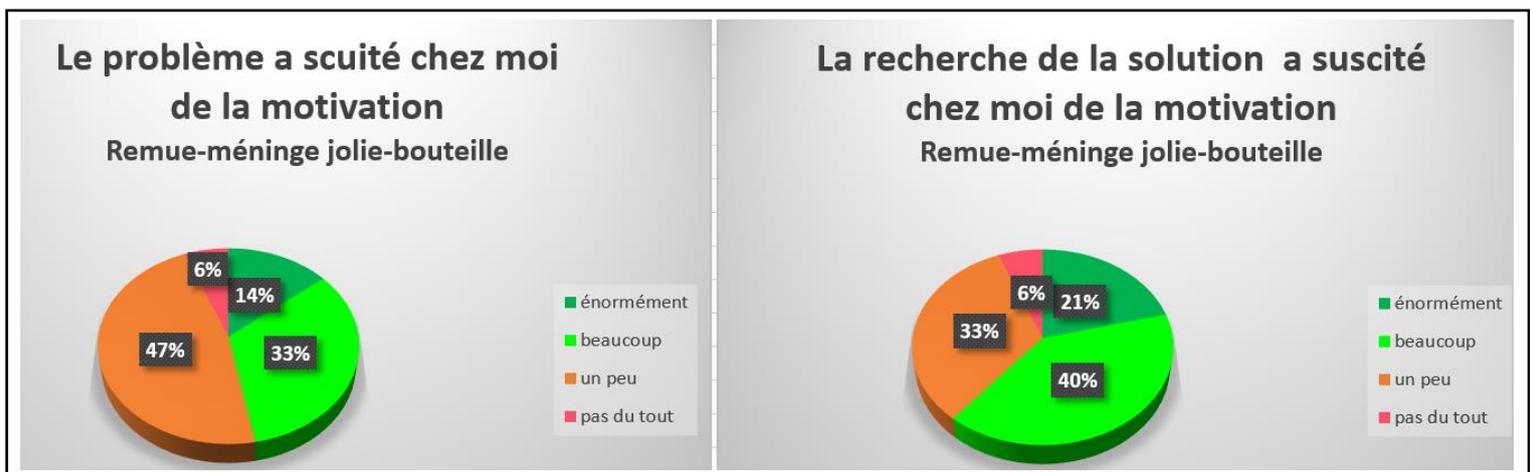


figure 23 : diagrammes circulaires des réponses élèves à l'autoévaluation sur la motivation générée par le problème ouvert « jolie bouteille ».

5. Discussion

L'objectif principal de l'étude était de vérifier si la ritualisation des *remue-méninges* et des problèmes ouverts avait un impact sur la motivation des élèves. Durant cette étude nous avons pu également analyser les différentes constitutions de groupe, le placement des *remue-méninges* dans une séance, et l'acquisition des méthodes de recherche scientifique par les élèves.

5.1 La motivation

5.1.1 Naissance d'une motivation globale

Les résultats obtenus (cf. 4.2 *Résultats des mesures sur l'évolution de la motivation*) nous permettent de constater que les activités de type problème ouvert et *remue méninge* semblent engendrer une motivation certaine chez les élèves, avec 54 et 67% de réponses « *beaucoup* » et « *énormément* » aux questions « *le problème a suscité chez moi de la motivation ?* » et « *la recherche de la solution a suscité chez moi de la motivation ?* ». On constate également que c'est la phase de démarche de la recherche de la solution qui engendre le plus de motivation chez les élèves. Les comportements positifs et dynamiques des élèves, observés pendant les séances, (cf. 3.4 *Problèmes ouverts mis en place*) abondent également dans ce sens. La motivation est de type intrinsèque (cf. 2.9.2 *Motivation intrinsèque et motivation extrinsèque*) car les problèmes ouverts et les *remue-méninges* ne sont, soient pas notés, soient notés mais avec une note de très faible coefficient (Une note sur 5, coefficient 1. Par comparaison, les DS sont notés sur 20 coefficient 3, les tests et les DM sont notés sur 20 coefficient 1). Notre hypothèse, selon laquelle les rituels d'activités de type problème ouvert, qui sont définis dans la littérature pédagogique des Mathématiques comme des activités qui développent des méthodes et compétences de recherche, de la créativité, de l'autonomie, de la confiance en soi, a été validée par notre étude.

5.1.2 Prise en compte de la Zone Proximale de développement (ZPD)

Si on étudie les activités une par une (cf. 4.2 *Résultats des mesures sur l'évolution de la motivation, figures 22 et 23*) on se rend compte que le *remue-méninge* « *jolie-bouteille* » qui avait été ressenti comme facile par les élèves et qui avait été résolu rapidement a suscité moins de motivation. On constate que le niveau de motivation est plus bas lorsque le problème est trop facile pour les élèves. Il faut donc bien veiller à ce que les exercices donnés ne soient pas trop durs au risque d'écœurer les élèves et de les décourager mais qu'ils ne soient pas non plus trop faciles au risque d'obtenir l'effet inverse de ce qui est recherché : générer de la motivation et développer des compétences. Le choix des problèmes ouverts et des *remue-méninges* doit donc

être étudié de manière à ce que les élèves travaillent dans leur Zone Proximal de Développement (ZPD), comme nous l'avons vu dans le cadre théorique (cf. 2.1.4 *Le Socioconstructivisme*). Notre étude confirme qu'un exercice trop facile, en-deçà, de la ZPD moyenne d'un groupe d'élèves génère moins de motivation chez les élèves et n'est donc pas efficace dans un processus d'apprentissage.

5.2 Formation des groupes

On a pu constater que la constitution de groupe homogène était intéressante dans le fait que les élèves dits « *en difficulté* » pouvaient plus se focaliser sur les étapes de recherche scientifique et se faire aider par les élèves ayant plus de facilités pour les calculs notamment. Néanmoins, on a remarqué que les élèves avec des facilités pouvaient prendre beaucoup de place dans un groupe et que les élèves dits « *en difficulté* » avaient tendance à s'effacer. J'ai privilégié très rapidement les groupes homogènes car il m'a semblé que l'implication de tous les élèves était plus homogène. Il faut cependant veiller à bien préparer les coups de pouce pour ne pas laisser un groupe d'élèves dits « *en difficulté* » trop longtemps sans arriver à démarrer ou produire une démarche, un résultat. J'ai été très surpris, néanmoins, tout au long de ces séances de remarquer que parfois ce sont les groupes auxquels on s'attend le moins, les groupes de niveau « *en difficulté* » qui trouvent rapidement la solution de ce genre de problème! C'est un point très positif pour eux car ils se sentent valorisés et prennent un peu plus confiance en eux et en leurs capacités de réussir.

5.3 Placement des problèmes dans une séance

Les *remue-méninges* ont une durée de vingt minutes. Les placer en début de séance permet de mettre les élèves rapidement au travail, sur un exercice de réflexion ludique, comme une question du jour. Les placer en fin de séance permet de conclure une session dont le contenu principal ne permettrait pas de terminer l'heure. Elles offrent également la possibilité de varier les activités et de rythmer une séance. On apprend donc que les activités de type *remue-méninge* peuvent se faire en début ou en fin de séance.

5.4 Acquisition des méthodes de recherche scientifique

Tout au long de ces séances on a pu remarquer que les élèves ont progressivement acquis les différentes étapes nécessaires à une démarche scientifique. Ils analysent le problème et ses données, ils sortent un cahier de brouillon, font des figures, des essais, ils essaient de modéliser, de choisir des cadres de représentation, (cf. 2.7 *Recherche et changement de cadre*) ils font des

conjectures puis tentent pour certains de les prouver. Ensuite, ils communiquent entre les membres du groupe, avancent leurs arguments, écoutent ceux des autres. Puis ils entament un démarche de démonstration écrite et orale.

5.5 Limites et perspectives

Il faut avoir à l'esprit que l'évaluation de la motivation reste une mesure peu précise car elle fait appel au ressenti de l'élève. Les résultats peuvent être donc biaisés. Toutefois elle est relativement facilement observable par l'enseignant lors des séances.

Notre expérimentation s'est déroulée dans un temps très limité, du mois de janvier au mois d'avril 2018, avec deux coupures pour les vacances de février et de printemps. Il serait donc nécessaire de poursuivre cette étude sur une durée plus conséquente comme pendant une année complète. L'expérimentation a été mise en place que pour une seule classe de seconde générale comprenant trente-quatre garçons. Il serait nécessaire d'élargir l'étude dans différents établissements (collège, lycée), avec un panel de participants plus élargi comme le sexe, l'âge, les sections (générale, technologique, professionnelle).

Il serait également intéressant, dans un même établissement, de comparer la motivation de plusieurs classes. Un groupe de classes suivant des problèmes-ouverts et *remue-méninge* de manière aléatoire tout au long de l'année et un autre groupe de classe suivant ces mêmes activités avec le même enseignant mais de manière ritualisée.

Persuadé et convaincu des effets bénéfiques de la mise en place des problèmes ouverts et des *remue-méninges* de manière régulière sur la motivation des élèves et sur l'acquisition et le développement des méthodes de recherche scientifique et des compétences mathématiques, je compte poursuivre dans ma future carrière d'enseignant en Mathématiques ces séances. J'envisage également d'améliorer ces séances en effectuant de nouveaux essais notamment dans la phase de mise en commun sous forme de débat et en effectuant une veille intellectuelle dans le domaine des sujets de problèmes ouverts.

6. Conclusion

Cette étude a été très riche, pour nous enseignants, car elle nous a permis dans un premier temps d'étudier les différents systèmes éducatifs existants (transmissif, behaviorisme, constructivisme, socioconstructivisme), de découvrir des modèles éducatifs importants, comme la Zone Proximal de Développement (ZPD), d'enrichir nos connaissances sur la théorie de la motivation chez les élèves.

Dans un deuxième temps, nous avons pu alors réfléchir à l'importance de diversifier nos méthodes pédagogiques en alliant, des activités de découverte par l'investigation des élèves, des questions du jour introduisant les séances, des problèmes ouverts, des séances de formalisation du cours, et le tout avec des organisations de salles différentes : en classe standard, en binôme, en îlot de trois ou quatre élèves.

Dans un troisième temps, nous avons souhaité réaliser une étude sur une hypothèse que nous avons émise : «*Est-ce qu'un travail ritualisé, un rendez-vous hebdomadaire sur des remue-méninges et mensuel sur des problèmes ouverts peut susciter et accentuer la motivation des élèves?*». Nous avons mis en place cette étude durant plusieurs mois avec un protocole expérimental.

Dans un quatrième temps, nous avons analysé les activités mises en place et nos mesures. Du point de vue de la motivation, il en résulte que la ritualisation des *remue-méninges* et des problèmes ouverts a créé une émulation positive chez les élèves. Ces séances étaient très attendues par les élèves et ont créé une synergie de travail. Les élèves ont pu nous faire remarquer oralement qu'ils appréciaient ces séances car ils se sentaient actifs, créatifs et responsabilisés. Ils ont également pu nous faire part que ces problèmes étaient concrets et qu'ils donnaient du sens aux Mathématiques et aux notions qu'ils apprenaient dans les cours classiques. Les mesures effectuées abondent dans ce sens. Nous avons constaté que les activités de type problème ouvert et *remue méninge* ont engendré une motivation chez nos élèves avec 54% d'entre eux qui répondent que les problèmes ouverts ont suscité «*beaucoup*» ou «*énormément*» de motivation et 67% d'entre eux qui répondent que la recherche de la solution a généré chez eux «*beaucoup*» ou «*énormément*» de motivation. Nous avons ressenti qu'une petite communauté de chercheurs en Mathématiques se créait sur certaines séances.

Du point de vue de l'apprentissage des méthodes, les élèves ont progressé. Une très grande majorité distingue les différentes étapes (*rechercher, tester, expérimenter, valider, invalider, re chercher, communiquer, argumenter, démontrer*) même si parfois ils ne sont pas toujours capables de les réaliser en autonomie. Ils ont cependant assimilé l'importance de savoir démontrer et argumenter oralement pour convaincre un auditoire et à l'écrit pour convaincre le lecteur. Le choix des problèmes ouverts et des remue-méninges, ainsi que la préparation des aides «*coup de pouce*» sont très importants pour que les élèves travaillent tous dans leur Zone Proximale de Développement (ZPD). Les coups de pouce des problèmes ouverts pourraient être l'objet d'une future réflexion et expérimentation.

7. Bibliographie

Arsac, G & Mante, M. (2007). *Les pratiques du problème ouvert*. IREM de Lyon, CRDP de Lyon, Villeurbanne, Collection : Repères pour agir

Barnier, G. (2009) *Théories de l'apprentissage et pratiques d'enseignement*.

Brun, J. (1999). *Revue Math-Ecole*, n°141, 1999.

Fenouillet, G & Lieury, A. (1997). *Motivation et réussite scolaire*, Paris, Edition Dunod.

<http://eduscol.education.fr/maths/docs-telecharge/integrer-TIC-Maths>

<http://irem.univ-reunion.fr/>

<https://mathix.org/linux/problemes-ouverts/les-problemes-dudu>

<http://www.mathkang.org/pdf/kangourou2016j.pdf>

http://rallye-math.univ-lyon1.fr/IMG/pdf/2017_sujet_classique_complet_ok.pdf

Mathématiques classe de 3^{ème}, sous la direction de D.Duponchel et M.Bilas, collection Méthode en pratique.

Ministère de l'éducation nationale (DGESCO - IGEN) *Mathématiques - Les compétences mathématiques au lycée*.

Ouvrier-Bufferet, C. XXXIII^e colloque COPIRELEM. *Les situations-recherches pour la classe*.

Renaud, K, Guillemette, F & Leblanc, C (2016). *Tenir compte de la zone proche de développement des étudiants dans son enseignement*. Réseau de l'université du Québec.

Robert, A & Rogalsky, M (2004). *Problèmes d'introduction et autres problèmes de recherche au lycée*. Irem de Paris 7 et Irem de Lille. Repères Irem. N° 54 - janvier 2004, pages 77 à 103.

Situation de recherche pour la classe, édition: revue et augmentée. IREM de Grenoble.

Vergnaud, G. (1986). *Psychologie du développement cognitif et didactique des Mathématiques*. Revue Grand N n°38, 1986.

Viau.R. (2000). *Des conditions à respecter pour susciter la motivation des élèves*. Volume 5, numéro 3.

8. Annexes

Annexe A : Productions de groupe, pour la résolution du problème ouvert n°1
« l'alignement »

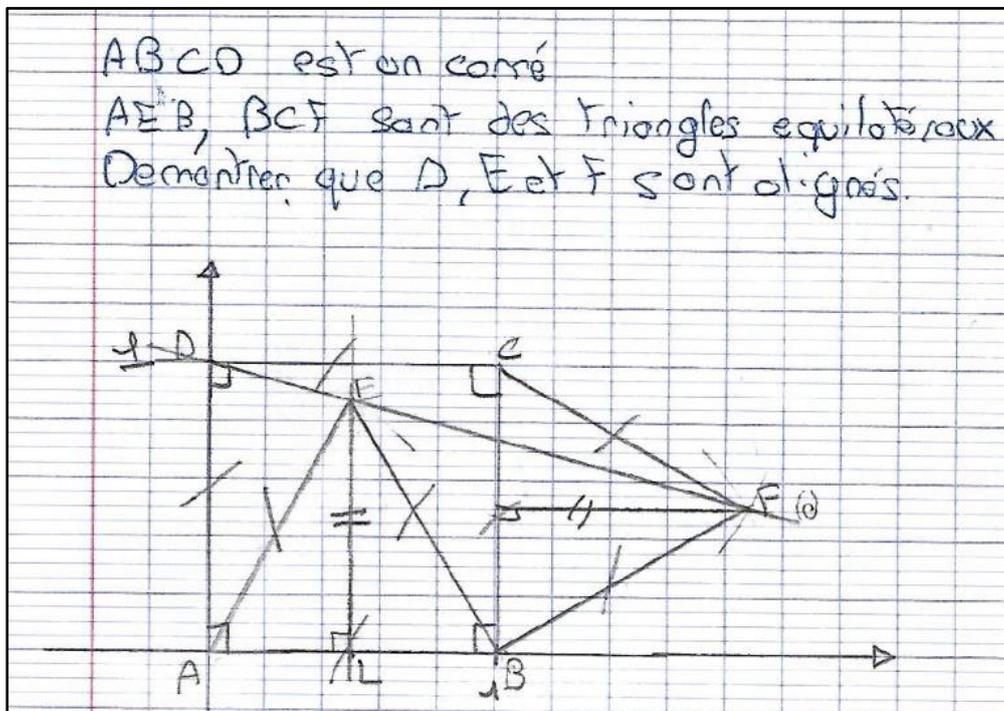


figure A.1 : problème ouvert n°1 « l'alignement » - création d'un repère orthonormé

Pour calculer le coefficient directeur, on fait ce calcul.

$$DE = \frac{y_D - y_A}{x_D - x_A} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} - 1}{\frac{1}{2} - 0} \Rightarrow \frac{-2 + \sqrt{3}}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{-2 + \sqrt{3}}{\frac{1}{2}} \times \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{-2 + \sqrt{3}}{1}$$

$$\Rightarrow -2 + \sqrt{3}$$

$$DF = \frac{y_F - y_B}{x_F - x_B} \Rightarrow \frac{-1}{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{2 + \sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \frac{-1}{2 + \sqrt{3}} \Rightarrow \frac{-1 \times (2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3}) \times (2 - \sqrt{3})}$$

$$\Rightarrow \frac{-2 + \sqrt{3}}{2^2 - \sqrt{3}^2} \Rightarrow \frac{-2 + \sqrt{3}}{4 - 3} \Rightarrow -2 + \sqrt{3}$$

les coefficients directeur sont égaux, donc les points DEF sont alignés.

figure A.2 : problème ouvert n°1 « l'alignement » - résolution par les coefficients directeurs

Les points D, E et F sont-ils alignés

Si les points D, E et F sont alignés, alors l'angle \widehat{DEF} fait 180° . Dans ce cas,

$$\widehat{DEA} + \widehat{AEB} + \widehat{BEF} = 180^\circ$$

Je vais donc trouver la valeur de ces trois angles (\widehat{DEA} , \widehat{AEB} et \widehat{BEF})

Puisque CBE est un triangle équilatéral qui partage un côté avec le carré ABCD, et que c'est aussi le cas avec le triangle AEB:

$DA = DC = CB = BA = AE = AB = CE = BE$

Donc, le triangle DAE est isocèle en A.

Donc, les angles \widehat{ADE} et \widehat{AED} sont égaux.

Puisque AEB est équilatéral, $\widehat{EAB} = 60^\circ$

Puisque DCAB est un carré, $\widehat{DAB} = 90^\circ$

Donc: $\widehat{DAE} = \widehat{DAB} - \widehat{EAB}$
 $= 90^\circ - 60^\circ$
 $= 30^\circ$ Donc \widehat{DAE} fait 30°

Je sais que la somme des angles d'un triangle font 180° . Donc:

$$\widehat{AED} = (180^\circ - \widehat{DAE}) \div 2$$

$$= (180^\circ - 30^\circ) \div 2$$

$$= 150 \div 2$$

$$= 75$$

Donc l'angle \widehat{AED} fait 75°

Enfin, je trouve \widehat{BEF} .

Puisque $EB = EF$, EBF est isocèle en E.

$$\widehat{BEF} = (180 - \widehat{EBF}) \div 2$$

$$= (180 - (30 + 60)) \div 2$$

$$= 90 \div 2$$

$$= 45$$

Donc l'angle \widehat{BEF} fait 45°

Enfin, puisque AEB est équilatéral, $\widehat{AEB} = 60^\circ$

J'additionne les angles \widehat{AED} , \widehat{AEB} et \widehat{BEF} .

$$\widehat{AED} + \widehat{AEB} + \widehat{BEF}$$

$$= 75 + 60 + 45$$

$$= 180$$

Donc puisque l'angle \widehat{DEF} est composé de ces trois angles qui ensemble font 180° , D, E et F sont alignés.

figure A.3 : problème ouvert n°1 « l'alignement »- résolution par les angles

Annexe B : Productions de groupe, pour la résolution du problème ouvert n°2
« l'héritage du père »

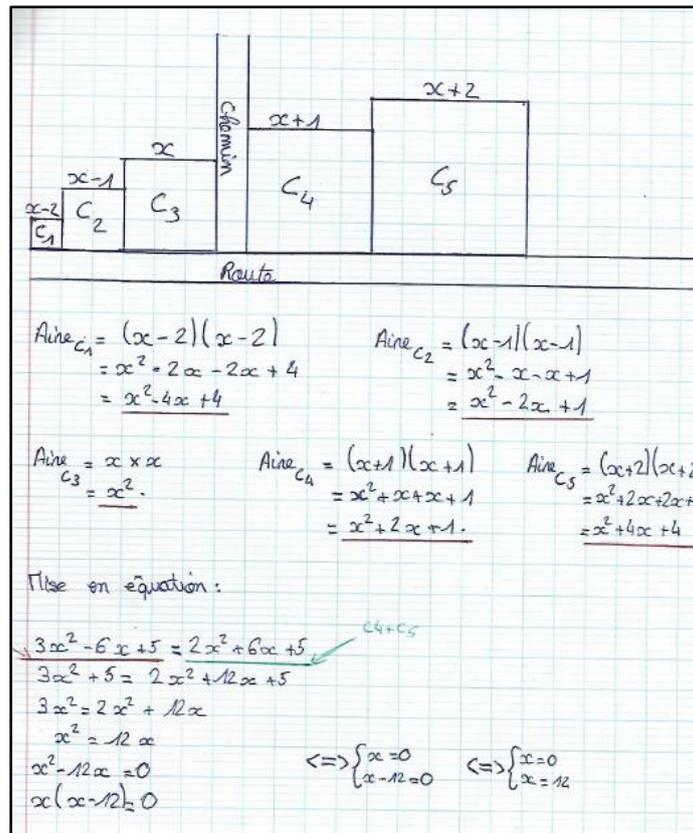


figure B.1 : problème ouvert n°2 « l'héritage du père » - résolution par équation produit

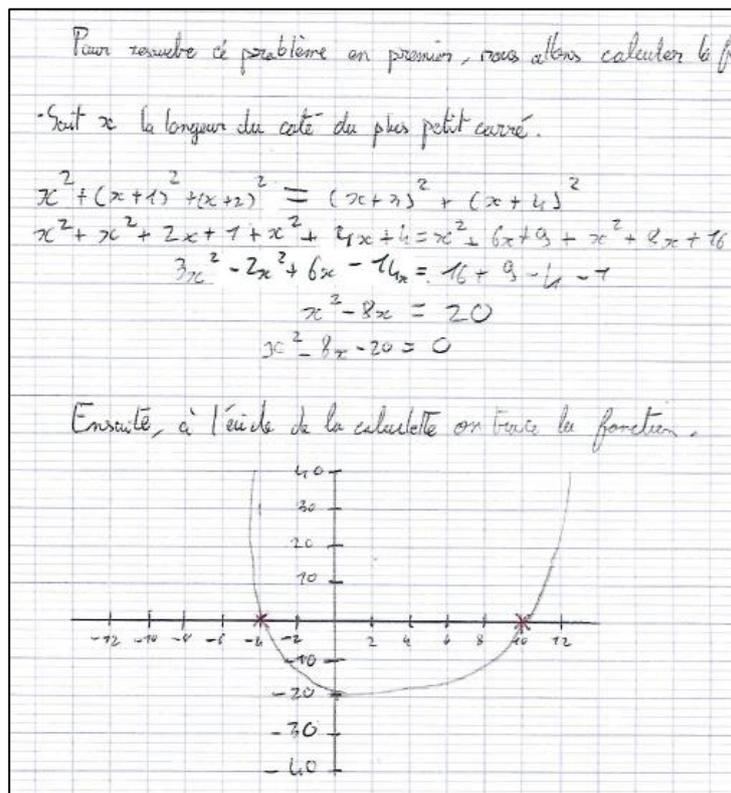


figure B. 2 : problème ouvert n°2 « l'héritage du père » - résolution graphique

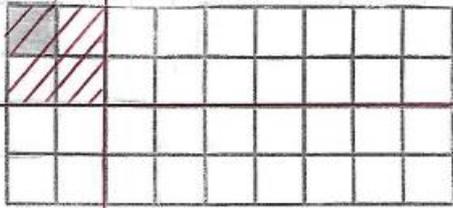
Annexe C : Productions de groupe, pour la résolution du problème ouvert n°3 « le jeu du chocolat »

Version 1.a.

de rectangle de la version 1.a. a pour dimensions 9×6 .

Après de nombreuses tentatives et un cuisant échec. conf. M. Durand, nous avons fini par trouver la bonne réponse.

Pour parvenir à gagner à tout les coups, il faut former un carré à chaque fois qu'on coupe la tablette de chocolat.



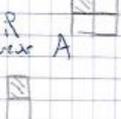
Pour être sûr de gagner, il faut réussir à réaliser figure schématisé sur le schéma ci-dessus.

figure C.1 : problème ouvert n°3 « le jeu du chocolat » - stratégie gagnante

Après plusieurs essais et maigre réflexion, nous remarquons que si un joueur A crée une forme de carré 2×2 :



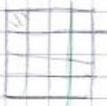
Si le joueur B doit couper cette forme, il donnera forcément au joueur A la forme 1×2 :



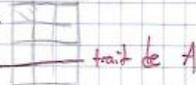
Mais en déduisant, après d'autres essais, que le joueur A qui commence doit donner une forme de carré 4×4 à B.

Alors le joueur A peut couper en deux cette forme et donner au B le saron.

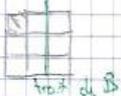
De cette manière, le joueur B, qui a cette forme, ne peut que créer une forme rectangulaire :



et le joueur a ceci à couper :



Il peut alors donner une forme de carré à B :



qui devra créer un rectangle.

Le joueur A peut alors donner à son B la forme de carré 2×2 :

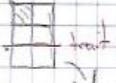


figure C.2 : problème ouvert n°3 « le jeu du chocolat » - stratégie gagnante

Annexe D : Productions de groupe, pour la résolution du remue-méninge n°1 « La traversée du fleuve »

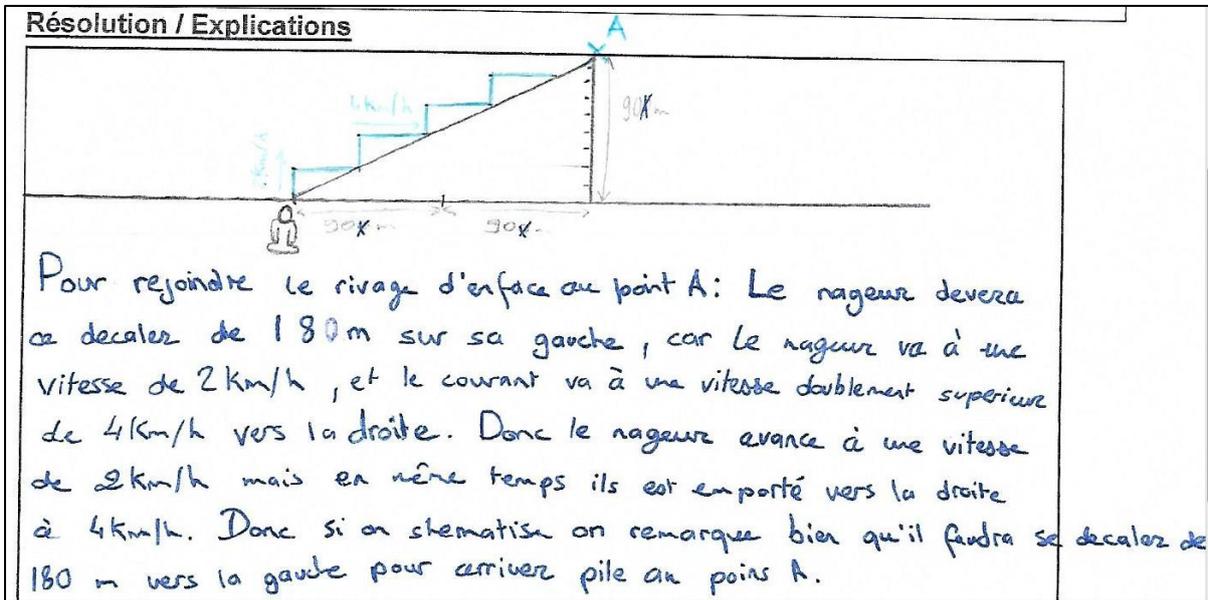


figure D.1 : remue-méninge n°1 « La traversée du fleuve » - résolution géométrique

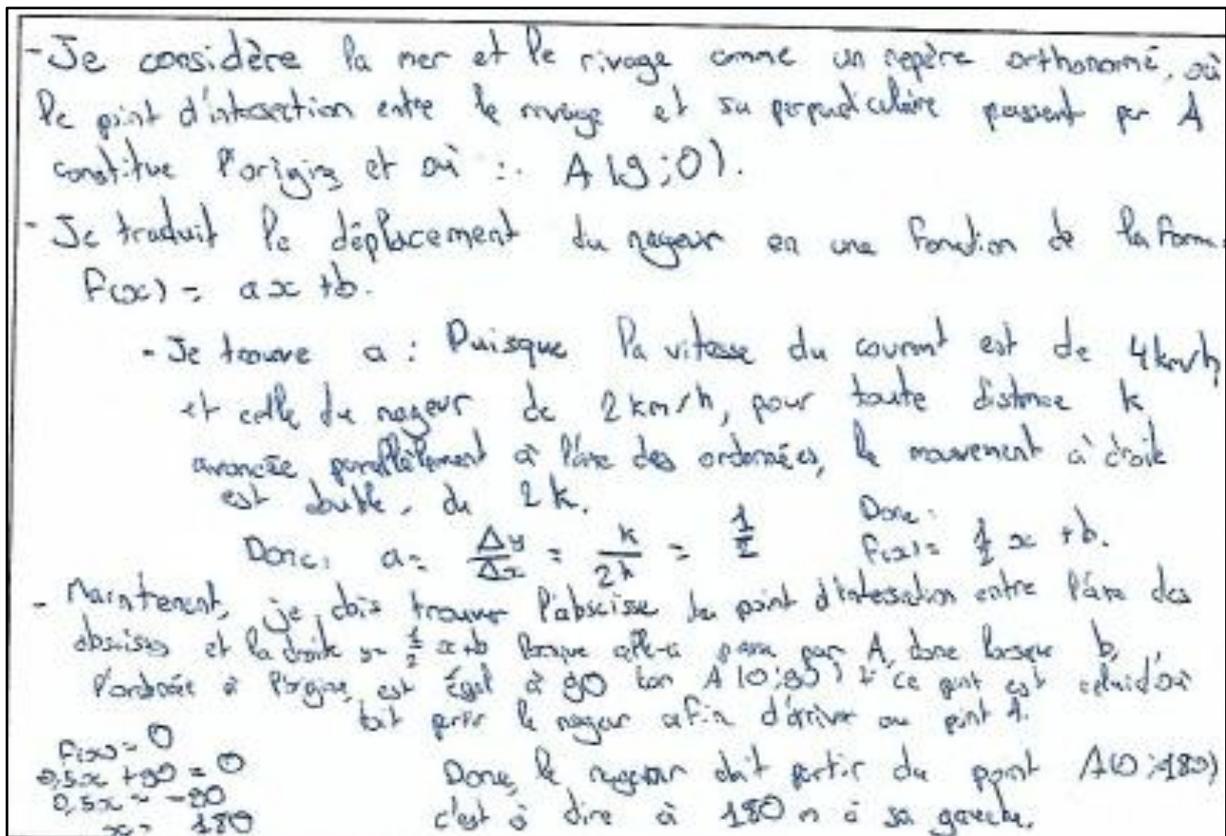


figure D.2 : remue-méninge n°1 « La traversée du fleuve » - résolution par équation de droite dans un repère orthonormé

Annexe E : Productions de groupe, pour la résolution du remue-méninge n°2
« jolie-bouteille »

Explications / résolution $V = \pi \times R^2 \times h$

75 cL \rightarrow 750 cm³
 Bouteille bien fermée :
 $750 = \pi \times R^2 \times 12$

$\frac{750}{12 \times \pi} = R^2$
 $\sqrt{\frac{750}{12 \times \pi}} \approx R$
 $R \approx 4,46$

Bouteille retournée :
 $\pi \times 4,46^2 \times 20 \approx 1,25 \text{ L}$
 Volume pris par l'air

donc $1,25 + 0,75 = 2 \text{ L}$
 La contenance de la bouteille est de 2 L

figure E.1 : remue-méninge n°2 « jolie bouteille » - résolution par calcul du rayon du culot de la bouteille

Explications / résolution

On cherche la contenance de la bouteille :
 On voit que à l'endroit la bouteille fait 75 cl et que à l'envers elle fait 75 cl. Il y a donc 8 cm d'interstice. La hauteur est donc de 40 cm (8 + 12 + 20).

Si on retourne la bouteille on voit que on peut mettre 2 fois 75 cl.
 On cherche pour ça combien de cl :
 $75 \div 12 = 6,25 \text{ cl}$
 On cherche la quantité de l'interstice :
 $8 \times 6,25 = 50 \text{ cl}$
 La bouteille peut contenir 200 cl (75 + 75 + 50)

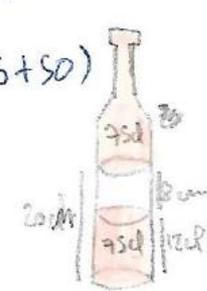
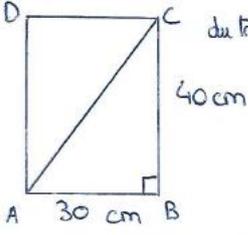


figure E.2 : remue-méninge n°2 « jolie bouteille » - résolution par méthode de proportionnalité

Annexe F : Productions de groupe, pour la résolution du remue-méninge n°3 « La liane... »

Résolution/explications

On fait un schéma à plat avec les 2 mètres coupés en 5 car la liane fait 5 fois le tour.
 $200 \div 5 = 40$



du triangle ABC Sur le schéma l'hypoténuse est la liane. Comme c'est un rectangle il y a 2 triangle rectangle. Je peux donc utiliser le théorème de Pythagore.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 30^2 + 40^2$$

$$AC^2 = 900 + 1600$$

$$AC^2 = 2500$$

$$AC = \sqrt{2500}$$

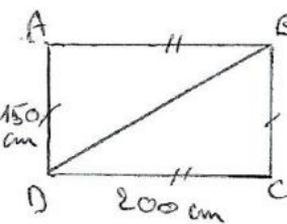
$$AC = 50$$

Comme on a coupé les 2m en 5 on multiplie l'hypoténuse par 5 : $5 \times 50 = 250 \text{ cm}$
 $250 \text{ cm} = 2,5 \text{ m}$. La liane mesure 2,5 m de longueur

figure F.1 : remue-méninge n°3 « la liane » - développement des compétences « rechercher », « modéliser », « représenter », « calculer ».

Résolution/explications

Ala début nous avons pensé que la longueur de la liane était de $5 \times$ la circonférence du pote soit ~~250~~ 250cm. Après cette erreur nous avons pris un cylindre de même dimension et nous l'avons mis à plat. Nous avons pu remarquer que le cylindre géomé un rectangle dont les dimension sont de 200 cm par $5 \times 30 \text{ cm}$ et que la liane est la diagonale de ce rectangle et forme donc un triangle rectangle dont elle est d'hypoténuse. Nous pouvons donc utiliser le théorème de Pythagore :



$$BD^2 = AD^2 + AB^2$$

$$BD^2 = 150^2 + 200^2$$

$$BD = \sqrt{22500 + 40000}$$

$$BD = \boxed{250} \text{ cm}$$

la liane a une longueur de 250 cm soit 2,5m

figure F.2 : remue-méninge n°3 « la liane » - explication de toute la démarche de résolution

Annexe G : Productions de groupe, pour la résolution du remue-méninge n°4
 « Arnaud est un boss en calcul mental! »

1^{ère} solution:

Dans la vidéo, on voit que "la boss du calcul mental" fait la différence entre un nombre $(10x+1)^2$ et le nombre x^2 .

On a remplacé les nombres de la vidéo par une expression littérale : $(10x+1)^2 - x^2$.

On a remarqué que la boss du calcul mental faisait additionner le nombre x avec son nombre suivant $(x+1)$.
 Il fait donc le calcul : $x + x + 1 = 10x + 1$

On vérifie cette hypothèse en développant l'expression : $(x+1)^2 - x^2$

$$(10x+1)^2 - x^2$$

$$= 100x^2 + 20x + 1 - x^2$$

$$= 99x^2 + 20x + 1$$

Nous retenons une autre hypothèse de départ donc nous avons déduit que la boss du calcul mental faisait simplement l'addition du premier nombre $(10x)$ avec le nombre d'après $(x+1)$.

figure G.1 : remue-méninge n°4 «Arnaud est un boss en calcul mental» - conjecture et preuve de la conjecture.

Nous avons vu une vidéo avec deux hommes l'un d'eux dit à l'autre que il est super fort au calcul mental donc il le défie. Il dit de lui donner un chiffre, il lui donne donc 5. Il prend le carré de 5 et le chiffre de dessus, donc 6. A l'aide de ses techniques, il trouve 11. Alors pas de deuxième homme n'a toujours pas trouvé. En cherchant nous nous sommes aperçus qu'il utilisait les identités remarquables qui est $a^2 - b^2 = (b+a) \times (b-a)$

donc pour 5 par leur exemple, cela fait :

$$5^2 - 6^2 = (6+5) \times (6-5)$$

$$= 11 \times 1$$

$$= 11$$

↳ le chiffre sera automatiquement 11 car que les deux chiffres se suivent

Et cela marche avec tous les chiffres.

2^{ème} exemple : ~~17~~ ~~18~~

$$17^2 - 18^2 = (18+17) \times (18-17)$$

$$= 35 \times 1$$

$$= 35$$

figure G.2 : remue-méninge n°4 «Arnaud est un boss en calcul mental» - conjecture

Annexe H : Analyse a priori de problèmes ouverts par l'enseignant - Illustration pour le problème ouvert n°1 « l'alignement »

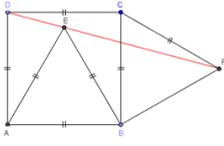
<p>A. Analyse a priori</p> <p>I. Analyse du problème – Prérequis</p> <p>Ce problème ouvert est un problème à dominante géométrique qui peut faire appel selon les méthodes de résolutions utilisées à des notions de calcul algébriques. Il existe plusieurs méthodes, utilisables selon le niveau d'étude des élèves, pour répondre à la question posée.</p> <p>Selon les méthodes utilisés des prérequis seront nécessaire dans les domaines de :</p> <ul style="list-style-type: none"> - la géométrie des angles, - la géométrie des longueurs, Thalès / Pythagore, - la trigonométrie, <p>1. Figure - Code</p> <p>Pour se faciliter la tâche il est judicieux dans un premier temps de compléter la figure pour indiquer les longueurs égales.</p>  <p>2. Méthode 1 des angles (cycle 4)</p> <p>Le triangle ABE est un triangle équilatéral, donc $\widehat{BAE} = \widehat{ABE} = \widehat{AEB} = 60^\circ$</p> <p>ABCD est un carré donc $\widehat{ABC} = \widehat{BCD} = \widehat{CDA} = \widehat{DAB} = 90^\circ$</p> <p>$\widehat{DAE} = \widehat{DAB} - \widehat{EAB} = 90 - 60 = 30^\circ$ De même pour $\widehat{CBE} = 30^\circ$</p> <p>Le triangle BCF est un triangle équilatéral, donc l'angle $\widehat{CBF} = 60^\circ$</p> <p>$\widehat{EBF} = \widehat{CBE} + \widehat{CBF} = 30 + 60 = 90^\circ$</p>	<p>Le triangle BEF est un triangle rectangle en B.</p> <p>ABE et BFC sont des triangles équilatéraux de côtés égaux au côté du carré ABCD donc : $EB = BF$</p> <p>Le triangle BEF est un triangle rectangle isocèle en B.</p> <p>$\widehat{BEF} = \widehat{BFE} = \frac{180 - 90}{2} = 45^\circ$</p> <p>On sait que pour les mêmes raisons $AD = AE$ donc le triangle ADE est un triangle isocèle en A.</p> <p>$\widehat{ADE} = \widehat{AED} = \frac{180 - 30}{2} = 75^\circ$</p> <p>$\widehat{DEP} = \widehat{DEA} + \widehat{AEB} + \widehat{BEF} = 75 + 60 + 45 = 180^\circ$</p> <p>L'angle \widehat{DEP} est un angle plat (180°), donc les points D, E et F sont alignés.</p> <p>3. Méthode 2 des angles (cycle 4)</p> <p>Le début de démonstration est le même que dans la méthode 1 des angles</p> <p>$\widehat{ADE} = 75^\circ$</p> <p>ABCD est un carré donc $\widehat{ABC} = \widehat{BCD} = \widehat{CDA} = \widehat{DAB} = 90^\circ$</p> <p>D'où $\widehat{CDE} = \widehat{CDA} - \widehat{ADE} = 90 - 75 = 15^\circ$</p> <p>Le triangle BCF est un triangle équilatéral $\widehat{BCF} = 60^\circ$</p> <p>ABCD est un carré donc $\widehat{BCD} = 90^\circ$</p> <p>$\widehat{DCF} = \widehat{BCD} + \widehat{BCF} = 90 + 60 = 150^\circ$</p> <p>On sait que $CD = CF$ donc le triangle CDF est un triangle isocèle en C.</p> <p>Donc $\widehat{CDF} = \widehat{CFD}$</p> <p>On sait que la somme des angles dans un triangle est égale à 180°</p> <p>$\widehat{CDF} = \widehat{CFD} = \frac{180 - \widehat{DCF}}{2} = 15^\circ$</p>	<p>On vient de démontrer que $\widehat{CDE} = \widehat{CFD}$ donc les points D, E et F sont alignés.</p> <p>4. Méthode des longueurs (cycle 4)</p> <p>Calculs des longueurs DE, EF et DF à l'aide du théorème de Pythagore dans les triangles rectangles DME, EKF et DNF sachant que :</p> <ul style="list-style-type: none"> - H est le projeté orthogonal de E sur (AB) et est donc le milieu de [AB] - G le projeté orthogonal de F sur (BC) et est donc le milieu de [BC] - M le projeté orthogonal de E sur (CD) et est donc le milieu de [CD] - K le projeté orthogonal de F sur (EH) et est donc le milieu de [EH] - N le projeté orthogonal de F sur (CD) <p>- la carrée ABCD a un côté de longueur unité $AB = 1$.</p> <p>On calcule :</p> <ul style="list-style-type: none"> - à l'aide du théorème de Pythagore dans les triangles rectangles AHE et GFB les longueurs HE, GF - les longueurs ME, EK, KF, DN, - à l'aide du théorème de Pythagore dans les triangles rectangles DME, EKF et DFN les longueurs DE, EF, DF <p>En démontrant que $DF = DE + EF$, on démontre que les points D, E et F sont alignés.</p> <p>5. Méthode trigonométrique (cycle 4)</p> <p>On calcule :</p> <ul style="list-style-type: none"> - à l'aide du théorème de Pythagore dans les triangles rectangles AHE et GFB les longueurs HE, GF - les longueurs ME, CN et DN - Dans les triangles rectangles DNE et FDN rectangle respectivement en M et N <p>$\tan(\widehat{NDE}) = \frac{EM}{DM}$</p>
<p>D, E, F sont alignés.</p> <p>6. Méthode du théorème de Thalès (cycle 4)</p> <ul style="list-style-type: none"> - H est le projeté orthogonal de E sur (AB) et est donc le milieu de [AB] - M le projeté orthogonal de E sur (CD) et est donc le milieu de [CD] - la carrée ABCD a un côté de longueur unité $AB = 1$. <p>On calcule :</p> <ul style="list-style-type: none"> - à l'aide du théorème de Pythagore dans les triangles rectangles AHE et GFB les longueurs HE, GF - les longueurs DN, DM, NF et ME <p>On montre que $\frac{DN}{DM} = \frac{NF}{ME}$</p> <p>En utilisant la réciproque du théorème de Thalès, on démontre que les droites (ME) et (NF) sont parallèles et que les points D, E et F sont alignés.</p> <p>7. Méthode 1 du repère – Calcul de longueur (cycle lycée)</p> <p>On choisit le repère orthonormé (A, B, D)</p> <p>On détermine les coordonnées des points D, E, F.</p> <p>On détermine y_E en calculant HE à l'aide du théorème de Pythagore dans le triangle rectangle AHE.</p> <p>On calcule les longueurs DE, EF et DF</p> <p>Formule des longueurs :</p> $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$	<p>En constatant que $DF = DE + EF$</p> <p>On démontre les points D, E et F sont alignés.</p> <p>8. Méthode 2 du repère – Equation de droite (cycle lycée)</p> <p>On choisit le repère orthonormé (A, B, D)</p> <p>On détermine l'équation de la droite (DE) :</p> <ul style="list-style-type: none"> - coefficient directeur : on calcule HE à l'aide du théorème de Pythagore dans le triangle rectangle AHE $HE = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $E(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2})$ D(0; 1) $m = \frac{y_D - y_E}{x_D - x_E} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{0 - \frac{1}{2}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{-1} = \sqrt{3} - 2$ <p>Donc l'équation de la droite (DE) est de la forme : $y = (\sqrt{3} - 2)x + p$</p> <p>Le point D appartient à la droite (DE) donc ses coordonnées vérifient l'équation :</p> $1 = (\sqrt{3} - 2) \times 0 + p$ $1 = p$ <p>L'équation de la droite (DE) est de la forme : $y = (\sqrt{3} - 2)x + 1$</p> <p>On vérifie que le point F appartient à la droite (DE) :</p> <p>$GF = HE = \frac{\sqrt{3}}{2}$ donc $F(\frac{2+\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2})$</p> <p>Soit un point d'abscisse $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ appartenant à la droite (DE).</p> <p>Son ordonnée est :</p> $y = (\sqrt{3} - 2) \times \frac{2+\sqrt{3}}{2} + 1 = \frac{2\sqrt{3} + 3 - 4 - 2\sqrt{3} - 3}{2} + 1 = \frac{-4}{2} + 1 = -2 + 1 = -1$ <p>Un point d'abscisse $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ appartenant à la droite (DE) a pour ordonnée $\frac{1}{2}$, c'est le point F $(\frac{2+\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2})$</p> <p>Le point F appartient à la droite (DE) donc les points D, E et F sont alignés.</p> <p>9. Méthode 3 du repère – coefficient directeur (cycle lycée)</p> <p>On utilise la même figure et les mêmes coordonnées de points données dans la méthode 7 et 8.</p> <p>On détermine le coefficient directeur de la droite (DE) :</p> $E(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}) \quad D(0; 1) \quad m = (\sqrt{3} - 2)$	<p>On détermine le coefficient directeur de la droite (DF) :</p> $F(\frac{2+\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}) \quad D(0; 1) \quad m' = (\sqrt{3} - 2)$ <p>On constate que $m' = m$ donc les droites (DE) et (DF) sont parallèles. Comme elles ont le point D en commun, elles sont confondues, donc les points D, E et F sont alignés.</p> <p>II. Contexte</p> <p>Ce problème ouvert a pour but :</p> <ul style="list-style-type: none"> - de mettre les élèves en situation de recherche, d'essai, de démarche d'investigation active, - de développer des compétences méthodologiques (réfléchir, chercher, analyser, utiliser des outils, représenter, modéliser, calculer, démontrer, argumenter) <p>Il intervient dans la continuité :</p> <ul style="list-style-type: none"> - du cycle 4 pendant lequel les élèves ont travaillé la géométrie des angles, des longueurs, les théorèmes de Thalès et Pythagore ainsi que leur réciproque - du chapitre 1 du cycle lycée sur le repérage dans le plan et l'équation de droites <p>III. Organisation</p> <p>1. Constitution des groupes</p> <p>Je vais réaliser le problème ouvert avec ma classe de seconde (34 élèves) pendant les heures de module, donc je travaillerai avec des demi-groupes (17 élèves).</p> <p>Au préalable et après réflexion, pour ce premier problème ouvert je constituerai des binômes homogènes afin que les élèves régulièrement en « difficultés » depuis le début de l'année ne se reposent pas sur les élèves qui ont des facilités. Je fournirai selon l'avancement et selon les niveaux des groupes des « aides » sous forme de questionnaire. L'« aide » sera plus consistante pour les groupes d'élèves en « difficultés » et je m'efforcerai de veiller à ce qu'ils ne se découragent pas.</p> <p>Lors des précédentes activités de groupes que j'ai pu réaliser (2 depuis le début d'année) sur des tâches complexes guidées par groupe de 4, j'avais constitué des équipes avec des élèves au niveau hétérogène en leur donnant à chacun des rôles selon leur caractère (scribeur, orateur, gestionnaire de temps, gestionnaire du niveau sonore).</p> <p>Je vais donc pouvoir expérimenter la différence pédagogique entre le travail en groupe avec des élèves de niveau hétérogène ou homogène.</p> <p>2. Déroulement</p> <p>Après avoir placé les élèves :</p> <ul style="list-style-type: none"> - je donne oralement le but de l'exercice ouvert - je donne oralement les consignes : <ul style="list-style-type: none"> o 5mn de recherche individuel sans échanges o Mise en commun en binôme, échange, concertation,
<p>o Décision d'une méthode.</p> <p>o Travail de recherche, rédaction sur les 2 cahiers</p> <p>o Rédaction au propre sur 1 copie double que je ramasse</p> <p>- je projette au tableau, via l'ordinateur et le projecteur, le problème ouvert</p> <p>3. Aides</p> <p>La salle de module est une petite salle de 5 rangées de 2 bureaux établies sur 2 colonnes (20 places). Je répartirai les groupes dans la salle afin d'avoir un espace travail cohérent.</p> <p>Pendant la phase de 5mn de recherche personnelle je me déplacerai pour prendre des informations sur l'avancement de chacun, la méthode plébiscitée, l'absence d'idée. Je continuerai mon analyse pendant la phase de mise en commun en binômes pendant 5mn.</p> <p>Passées ces 10mn et mes informations relevées je pourrai laisser travailler les groupes qui ont des idées et commencer la divulgation d'aide sous forme de questionnaire afin de faire démarrer les groupes sans idées ou d'inciter les groupes avec des élèves qui n'ont pas confiance en eux ou qui n'osent pas oser. La divulgation d'aide sous forme de questions sera de niveau différent selon les niveaux des groupes.</p> <p>Je ramasserai une copie par binôme que je noterai sur 5, comme je l'ai fait pour les tâches complexes.</p>		

figure H : analyse a priori du problème ouvert n°1 « l'alignement »

Annexe I : Analyse a posteriori de problèmes ouvert par l'enseignant - Illustration pour le problème ouvert n°1 « l'alignement »

B. Analyse à posteriori

1. Déroulement de la séance

Comme convenu, j'ai réalisé ma séance du problème ouvert en demi-groupe sur 2h de module. Étaient présents 13 élèves sur 34. J'avais prévu en amont la constitution de mes groupes homogènes. Étant donné qu'un élève était absent j'ai constitué un trinôme homogène.

Le déroulement temporel fut le suivant :

- 2mn : placement des élèves par binôme. J'avais projeté au tableau le placement dans la salle.
- 3mn : explication du but de la séance, des objectifs et des consignes de travail.
- 5mn : travail individuel. Sur l'ensemble de la classe environ un quart a été productif sur un papier de brouillon. Les trois quart ont réfléchi sans poser leurs idées sur papier.
- 45mn : travail en binôme. Mise en commun, en binôme, des idées.

Beaucoup d'implications et d'échanges pour 14 binômes sur 16 avec pour ces 14 groupes des idées de départ. Ces 14 groupes sont des binômes de tous « niveaux ». Après observation, certains binômes commettent des petites erreurs de départ mais l'investissement, l'envie de recherche, de réflexion, d'analyse, d'utilisation d'outils sont présents et créent une émulation positive.

Deux binômes paraissent plus discrets dans les échanges, de par le caractère des élèves qui les constituent et par le fait qu'ils semblent également rencontrer des difficultés à démarrer. Ce sont deux binômes de niveau « faible ». Ils semblent déconcentrés par la liberté offerte par le problème ouvert en terme de résolution. Je décide donc de leur fournir une aide afin qu'ils puissent démarrer. Pour ce faire je leur demande de me répéter la question posée par le problème et j'insiste après leur citation, sur les mots « points alignés ». Je leur demande, alors, s'ils visualisent ces 3 points sur leur schéma. Ils décident d'essayer de tracer une droite passant par les 3 points. On discute sur le fait que la droite semble passer par les 3 points, donc qu'ils sont alignés, mais qu'on ne peut se fier à un croquis et qu'il va falloir le démontrer. Ensuite ils se remémorent des méthodes de travail vue dans l'année sur la démonstration de points alignés et les 2 groupes arrivent à la conclusion qu'ils doivent définir un repère orthonormé, déterminer les équations de deux droites passant respectivement par D, E et D, F, et analyser les coefficients directeurs. La résolution est alors lancée pour tous les groupes.

Toutefois des binômes vont travailler jusqu'à la fin du temps imparti avec un très bon investissement. Certains binômes resteront pendant les 10mn de la pause récréative pour terminer la résolution du problème ouvert, étant tellement investis.

Nous avions fait le choix, avec mon tuteur de ne pas donner aux élèves le schéma et l'énoncé sur une feuille. Le schéma et l'énoncé du problème étaient uniquement projetés au tableau.

Tous les binômes ont pensé à reproduire la figure, avant de démarrer, sans problème au niveau de la justesse et au niveau de la concordance des longueurs (côté des carrés et des triangles équilatéraux). Néanmoins, j'ai pu constater au départ qu'un ou deux binômes étaient perturbés par la reproduction du schéma, projeté en gros au tableau, sur leur plus petite feuille, sans qu'on leur donne d'échelle. J'ai alors, grâce au zoom informatique, augmenté puis diminué la taille de la figure. Je leur ai demandé si les propriétés des figures géométriques présentées sur le schéma avaient été modifiées pendant le changement de taille.

Ils ont très rapidement compris que la taille n'était pas l'élément important et qu'ils pouvaient choisir librement l'échelle de reproduction.

A la fin de la séance, tous les binômes m'ont rendu un travail sur une copie double et tous les binômes ont produit un essai réflexif de résolution du problème ouvert.

Durant l'année, avec cette classe de seconde, j'avais déjà fait du travail en équipe par îlot sur des tâches complexes pour le repérage dans le plan. J'avais constitué des groupes de 4 élèves, avec un secrétaire, un orateur, un responsable temps et un responsable niveau sonore. L'investissement avait également été très intéressant.

2. Étude des rendus écrits des élèves

Pour résoudre ce problème ouvert :

- 1 binôme a utilisé une méthode des angles pour résoudre le problème.
- 15 binômes ont utilisé des méthodes de repérage dans le plan avec les équations de droites et les coefficients directeurs.

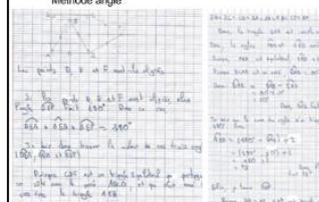
Je m'attendais à plus de résolution par une méthode des angles qui fait appel à des pré-requis du collage. Visiblement les élèves se sont focalisés sur les compétences et méthodes vues cette année au lycée en classe de seconde.

Je ferais rapidement lors de la séance de mise en commun en groupe entier, un petit rappel sur l'importance pour les élèves de travailler dans la continuité d'année en année afin d'accumuler des savoirs faire, des méthodes, des connaissances, des compétences, qu'ils peuvent réutiliser.

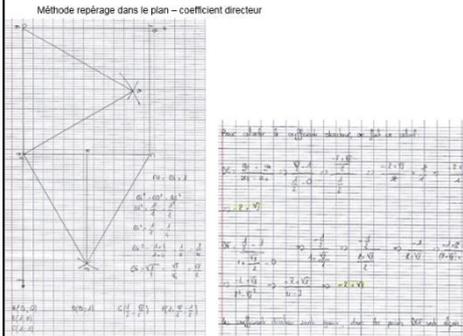
Sur les 16 binômes :

- 5 binômes ont résolu correctement le problème.

Méthode angle



Méthode repérage dans le plan – coefficient directeur



- 1 binôme est arrivé au résultat attendu. Petite erreur sans conséquences : il calcule le coefficient directeur de la droite (EF) et non (DE). Il utilise une valeur arrondie pour la longueur de la hauteur du triangle et donc pour les coordonnées de certains points.

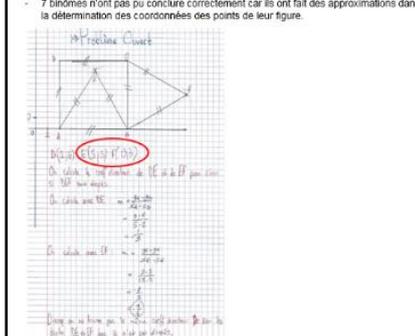
- 1 binôme est arrivé au résultat attendu. Il a cependant des difficultés avec les techniques de calcul littéral (réduction d'écriture fractionnaire dont le dénominateur et le numérateur possèdent des nombres irrationnels $\sqrt{3}$). Il s'en sort néanmoins en effectuant visuellement à la calculatrice, le calcul de la différence des deux coefficients directeurs. La différence m-m' étant nulle m-m'.

Je vérifie que les coefficients directeurs sont égaux.

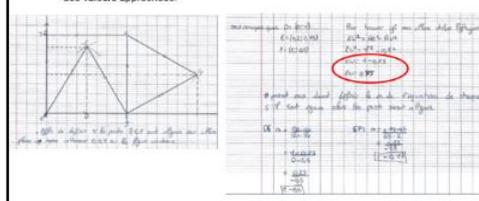
Les droites sont parallèles, mais comme D, E et F sont sur la même droite, les droites sont confondues et donc les points sont alignés.

D, E et F sont alignés.

- 7 binômes n'ont pas pu conclure correctement car ils ont fait des approximations dans la détermination des coordonnées des points de leur figure.



- 1 binôme n'a pas pu conclure correctement car il a fait une erreur de calcul puis utilisait des valeurs approchées.



- 1 binôme n'a pas pu conclure correctement car malgré les aides de la première demi-heure ils n'ont pas pu produire un travail assez poussé.



3. **Correction – Remédiation**

Nous allons effectuer cette semaine une séance de mise en commun collective, avec projection des productions au tableau et explication orale de la recherche de chacun. J'espère que cette séance permettra d'appuyer les méthodes correctes et de faire ressortir positivement les raisons des erreurs commises et à ne plus commettre. Je souhaite que cette séance crée une émulation de petit laboratoire de recherche Mathématiques où chacun échange sur les méthodes effectuées.

Les prochaines années, si je ré-utilise ce problème ouvert, je me pose la question sur l'intérêt éventuel de leur demander de dessiner le schéma sur une partie de feuille blanche sans carreaux, afin d'éviter les erreurs d'approximations des coordonnées des points. Néanmoins, afin d'éviter la confrontation à l'erreur, puis l'échange collectif en remédiation permet de réduire une récidive.

C. Conclusion

Je compte refaire des problèmes ouverts dès cette année sur les vecteurs, les fonctions avec mes classes.

Je trouve que ces séances créent une vraie émulation de travail au sein de la classe, permet de développer des capacités de travail en collectif (écoute, échange, délégation) et personnel (recherche, analyse, réflexion). Ces séances permettent également de valoriser chaque étape de travail des élèves et donc leur permet de gagner en confiance en eux.

J'ai testé :

- les binômes hétérogènes sur des tâches complexes. L'élève plus « faible » peut travailler des compétences ciblées du programme et s'appuyant sur un élève « fort » pour des pré-requis pas encore acquis. L'élève « fort » consolide ses connaissances lors de la transmission pédagogique avec son binôme. Il est d'ailleurs prouvé scientifiquement que l'élève « tuteur » gagne plus que l'élève « tutoré », notamment lors de la phase d'explication (métalangage).
- les binômes homogènes sur des problèmes ouverts avec des aides différenciées de ma part selon les niveaux. J'ai été agréablement surpris par la production de certains binômes « faible ». Le travail est constructif et très valorisant pour les élèves.

Pour la prochaine séance je vais tenter de renforcer ma réflexion personnelle sur les différents types d'aides que l'on peut proposer aux élèves.

figure I : analyse a posteriori du problème ouvert n°1 « l'alignement »

Année universitaire 2017-2018

DU Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation
Mention Second degré **Parcours : Mathématiques**

Titre de l'écrit scientifique réflexif : Les « remue-méninges » ou la motivation par la recherche de problèmes ouverts.

Auteur : Xavier Durand

Résumé : Cet écrit scientifique réflexif s'inscrit dans le cadre d'un diplôme universitaire en Master 2 MEEF mené entre l'ESPE de Grenoble et le lycée polyvalent Ferdinand Buisson de Voiron. Les modèles d'enseignement pédagogique se sont diversifiés et ont évolué au cours des années. En Mathématiques, des activités de type problèmes ouverts, situation de recherche se sont développées. Si elles sont exercées dans la zone proximale de développement (ZPD) des élèves, leur mise en place permet aux élèves d'acquérir des compétences et des méthodes de recherche scientifique. Souhaitant parallèlement, instaurer une ambiance de travail dans nos classes nous nous sommes demandés si une ritualisation de ces activités de type problèmes ouverts, remue-méninge, était susceptible de stimuler la motivation de nos élèves. Une étude sur ce thème a donc été menée durant plusieurs mois avec une classe de seconde du Lycée Ferdinand Buisson. Cette étude comprend une phase théorique, une expérimentation et une analyse.

Mots clés: Mathématiques, problèmes ouverts, remue-méninge, rituel, zone proximale de développement (ZPD), motivation.

Summary: This essay is a compulsory component for the master's degree in Mathematics teaching option at ESPE Grenoble and Ferdinand Buisson High school in Voiron. Teaching models have diversified and evolved over the years. In Mathematics, problem-type activities and research situations have developed. If they are practiced in the students' proximal development zone (ZPD), their implementation allows students to acquire the skills and methods of scientific research. At the same time, wishing to create a working atmosphere in our classrooms, we wondered whether the ritualization of activities such as open problems and brainstorming, were likely to stimulate the motivation of our students' motivation. A study on this theme was therefore conducted for several months with a class of "second" at Ferdinand Buisson High school in Voiron. This study includes a theoretical phase, an experiment and an analysis.

Key words: Mathematics, open problems, brainstorming, ritual, zone of proximal development (ZPD), motivation.