



HAL
open science

Le calcul littéral au cycle 4 : un chemin vers l'autonomie

Nathalie Gulino

► **To cite this version:**

Nathalie Gulino. Le calcul littéral au cycle 4 : un chemin vers l'autonomie. Education. 2018. dumas-02112013

HAL Id: dumas-02112013

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02112013v1>

Submitted on 21 Sep 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Année universitaire 2017-2018

Diplôme Universitaire

Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation

Mention Second degré

Parcours : Mathématiques

Le calcul littéral au cycle 4 : un chemin vers l'autonomie.

Présenté par Nathalie Gulino

Écrit scientifique réflexif encadré par Daniela Guiol

Table des matières

1	Introduction.....	1
2	Partie théorique	2
2.1	Etat de l’art	2
2.1.1	Documents institutionnels	2
2.1.1.1	Objectifs de l’enseignement du calcul littéral au collège	2
2.1.1.2	Connaissances et compétences attendues	2
2.1.2	Obstacles inhérents à l’apprentissage du calcul algébrique	3
2.1.2.1	Passage du numérique au littéral : entre rupture et continuité	3
2.1.2.2	Les différentes significations du signe égal	5
2.1.2.3	Les différents statuts de la lettre	6
2.1.2.4	Les priorités opératoires et les parenthèses.....	6
2.1.3	Stratégies d’enseignement efficaces.....	7
2.1.3.1	Cultiver la continuité entre arithmétique et algèbre.....	7
2.1.3.2	Travailler avec les programmes de calcul.....	8
2.1.3.3	Familiariser les élèves à la production de formules littérales	9
2.1.3.4	Motiver le recours au calcul littéral	9
2.1.3.5	Eviter une conception formaliste des écritures algébriques.....	9
2.1.3.6	Faire remobiliser par les élèves les éléments du cadre numérique	10
2.1.3.7	Résoudre des problèmes	11
2.1.4	La situation du « Carré bordé ».....	11
2.1.4.1	Présentation.....	11
2.1.4.2	Différentes versions du carré bordé	12
2.1.4.3	Potentialités didactiques de cette situation	13
2.1.4.4	Conditions pour une mise en œuvre réussie.....	13
2.2	Problématique.....	14
2.3	Hypothèses	14
3	Expérimentation.....	15
3.1	Participants	15
3.2	Procédure.....	15

3.2.1	Présentation schématique de l'expérimentation	15
3.2.2	Préparation des élèves en amont	17
3.2.2.1	Questions flash.....	17
3.2.2.2	Séance TICE : Algorithmique et programmes de calcul.....	18
3.2.3	Evaluation diagnostique	18
3.2.4	Activité d'introduction « La suite de maisons »	19
3.2.5	Activité de recherche « Les carreaux gris » - Séances 1 et 2	19
3.2.5.1	Objectifs	20
3.2.5.2	Séances.....	20
3.2.5.3	Modalités de travail.....	21
3.2.5.4	Déroulement prévu des séances	21
3.2.5.5	Analyse a priori.....	22
3.2.6	Activité de remédiation « Autour de l'implicite »	22
3.2.7	Evaluation sommative	23
4	Résultats et discussion	23
4.1	Préparation des élèves en amont	23
4.1.1	Résultats	23
4.1.2	Discussion	24
4.2	Activité d'introduction « La suite de maisons »	25
4.2.1	Résultats	25
4.2.2	Discussion	27
4.3	Activité de recherche « Les carreaux gris »	29
4.3.1	Résultats	29
4.3.2	Discussion	34
4.4	Activité de remédiation « Autour de l'implicite »	35
4.5	Evaluation sommative	35
5	Conclusion	36
6	Bibliographie.....	37
7	Présentation des annexes.....	38

1 Introduction

Cet écrit a pour objectif de rendre compte d'une réflexion et d'une expérimentation, conduites au cours de l'année scolaire 2017-2018. J'enseigne durant cette année scolaire en tant que professeur stagiaire de mathématiques au collège de La Pierre Aiguille, localisé sur la commune du Touvet (Isère). J'ai à ma charge une classe de sixième et une classe de quatrième.

Suite à diverses discussions avec mes collègues enseignants, il m'est apparu que le calcul littéral était un thème d'importance et difficile à enseigner au collège. En outre, j'avais assisté, en début d'année, à un cours d'Accompagnement Personnalisé, en classe de quatrième, durant lequel avait été mise en œuvre la situation du « carré bordé », qui m'avait enthousiasmée par son intérêt. J'ai donc décidé, pour ces raisons, de choisir la thématique du calcul littéral comme support de cet écrit scientifique réflexif.

La lecture des documents institutionnels et de leurs ressources d'accompagnement m'ont permis, dans un premier temps, de bien cerner les objectifs et finalités de l'enseignement du calcul littéral au cycle 4. Ces derniers sont récapitulés dans la première partie de cet écrit réflexif. Ces documents mettent l'accent sur les obstacles et difficultés inhérents à l'apprentissage du calcul algébrique par les élèves. Plusieurs articles et publications scientifiques pointent également ces obstacles et difficultés, et en expliquent l'origine. J'ai tenté d'en réaliser une synthèse dans la partie théorique de ce mémoire. Cette première recherche a conforté l'idée selon laquelle l'enseignement du calcul littéral au cycle 4 est délicat. J'ai ensuite naturellement focalisé mon attention sur la recherche de stratégies d'enseignement efficaces à mettre en œuvre pour :

- aider les élèves à surmonter les obstacles, et donc prévenir leurs difficultés ;
- favoriser une acquisition durable des compétences en calcul algébrique.

J'ai donc lu dans cette optique des articles issus de la recherche et des publications issues d'associations de professeurs de mathématiques, pour dégager des pistes d'enseignement efficaces. Ces lectures m'ont apporté de nombreux éléments de réponse, que je me suis efforcée de synthétiser dans la dernière partie de l'état de l'art.

Cette synthèse a abouti à un questionnement, que je présenterai dans la partie intitulée « problématique ». Pour répondre à cette problématique, je me suis inspirée des travaux en didactique présentés précédemment. Ces articles m'ont permis de sélectionner trois hypothèses de travail, que j'ai souhaité tester, dans la mesure de mes possibilités, à l'aide d'une expérimentation, au sein de ma classe de quatrième. Les différentes phases de cette expérimentation, ses résultats et leur analyse, puis les conclusions qui en ont découlé, sont présentées dans la seconde partie de cet écrit scientifique réflexif.

2 Partie théorique

2.1 Etat de l'art

2.1.1 Documents institutionnels

L'enseignement du calcul littéral en classe de quatrième s'inscrit désormais dans le cadre des nouveaux programmes pour le cycle 4, applicables depuis la rentrée 2016. L'objectif de cette partie est de présenter une synthèse des attentes exprimées dans les programmes officiels et dans leurs documents d'accompagnement.

2.1.1.1 Objectifs de l'enseignement du calcul littéral au collège

Selon les termes du Ministère de l'Education nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche (8) : « Au titre de l'entrée dans l'algèbre, l'enseignement du calcul littéral au cycle 4 vise les objectifs suivants :

- Traduire un programme de calcul sous la forme d'une expression littérale ;
- Faire le lien entre l'aspect procédural et l'aspect structural d'une expression ;
- Modéliser et résoudre des problèmes à l'aide d'équation ou d'inéquations du premier degré ;
- Introduire les concepts de « variable » et de « fonction » ;
- Démontrer qu'une propriété est vraie dans un cadre général. »

Nous pouvons constater que la maîtrise des transformations d'écriture ne constitue pas un objectif en soi de l'enseignement du calcul littéral. Néanmoins, il s'avère être un prérequis essentiel à l'atteinte de ces objectifs.

2.1.1.2 Connaissances et compétences attendues

Les préconisations relatives à l'enseignement du calcul littéral sont développées principalement dans la rubrique « *Nombres et calculs* » des programmes officiels (2) et correspondent à l'attendu de fin de cycle « *Utiliser le calcul littéral* ». Les connaissances et compétences que doivent acquérir les élèves au cours des trois années du cycle 4 sont les suivantes :

Connaissances et compétences associées :	Repères de progressivité :
<ul style="list-style-type: none">• Mettre un problème en équation en vue de sa résolution.• Développer et factoriser des expressions algébriques dans des cas très simples.• Résoudre des équations ou des inéquations du premier degré. → Notions de variable, d'inconnue.• Utiliser le calcul littéral pour prouver un résultat général, pour valider ou réfuter une conjecture.	<p>Dès le début du cycle 4, les élèves comprennent l'intérêt d'utiliser une écriture littérale. Ils apprennent à tester une égalité en attribuant des valeurs numériques au nombre désigné par une lettre qui y figure.</p> <p>À partir de la 4e, ils rencontrent les notions de variables et d'inconnues, la factorisation, le développement et la réduction d'expressions algébriques. Ils commencent à résoudre, de façon exacte ou approchée, des problèmes du 1er degré à une inconnue, et apprennent à modéliser une situation à l'aide d'une formule, d'une équation ou d'une inéquation.</p> <p>En 3e, ils résolvent algébriquement équations et inéquations du 1er degré, et mobilisent le calcul littéral pour démontrer. Ils font le lien entre forme algébrique et représentation graphique.</p>

Les ressources d'accompagnement des programmes officiels, ainsi que la littérature, pointent la difficulté de l'enseignement du calcul littéral. Ainsi, selon les auteurs du document « Utiliser le calcul littéral » (8) : « *Le passage à l'algèbre correspond à un accès à l'abstraction dont on ne doit pas minimiser la difficulté. L'apprentissage du calcul littéral se heurte de façon naturelle à un certain nombre d'obstacles. Les professeurs aideront d'autant mieux leurs élèves à les surmonter qu'ils en auront une connaissance fine.* » Les origines de ces difficultés sont présentées dans le paragraphe ci-après.

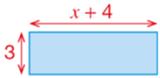
2.1.2 Obstacles inhérents à l'apprentissage du calcul algébrique

Les obstacles sont nombreux et de plusieurs types.

2.1.2.1 Passage du numérique au littéral : entre rupture et continuité

Selon Ferraton, G. & Chaachoua, H. (2013) (6) : « *Comme le souligne Grugeon dans sa thèse (Grugeon, 1995), il est vrai que : la pensée algébrique se construit sur le support de la pensée arithmétique mais aussi en rupture avec cette dernière.* » Ainsi, bien qu'il soit possible d'opérer une continuité entre arithmétique et algèbre, et qu'il soit nécessaire de la cultiver, de nombreuses discontinuités apparaissent. Les deux tableaux qui suivent illustrent cet état de fait :

Eléments de continuité entre la pensée numérique et la pensée algébrique :

Du numérique (cycle 3) au littéral (cycle 4)
<p>Faire fonctionner les propriétés des opérations dans le champ des nombres...</p> <p>Exemple : « Calculer astucieusement $4 \times 0,23 \times 25$ »</p> <p>→ En jeu : associativité et commutativité de la multiplication.</p>	<p>... Transformation d'expressions littérales.</p> <p>Exemple : « Réduire $15x \times (-3)$ »</p> <p>→ En jeu : associativité et commutativité de la multiplication / conventions d'écriture (multiplication implicite).</p>
<p>Utilisation de formules littérales sans identification explicite du processus de substitution des lettres par des valeurs numériques...</p> <p>Exemple : « Calculer l'aire du rectangle en utilisant la formule $A = L \times l$ »</p>	<p>... Production de formules pour généraliser, modéliser ou démontrer.</p> <p>Exemple : « Exprimer l'aire de ce rectangle en fonction de x. »</p> 
<p>Utilisation du signe d'égalité avec un sens d'équivalence : décompositions et compositions des nombres...</p> <p>Exemple : « $21 \times 15 = 20 \times 15 + 1 \times 15 = 315$ »</p>	<p>... Equivalence entre différentes expressions algébriques : identités.</p> <p>Exemple : « $2 \times (x + 3) = 2 \times x + 2 \times 3$ »</p>
<p>Egalités à trou...</p> <p>Exemple : « Compléter : $9 \times \dots = 72$ »</p>	<p>... Résolution d'équations</p> <p>Exemple : « Résoudre : $9 \times x = 72$ »</p>

Eléments de rupture entre la pensée numérique et la pensée algébrique :

<p>Résolution de problèmes du premier degré par tâtonnement, ou en « remontant » un programme de calcul.</p> <p>Exemple : « Je prends un nombre, je le multiplie par 8 et j'ajoute 10. J'obtiens 98. A quel nombre ai-je pensé ? »</p>	<p>Insuffisance de la démarche numérique face à des problèmes du type $ax + b = cx + d$, conduisant à des solutions non entières ou non décimales.</p> <p>Exemple¹ : « Pour $a = 11, b = 5, c = 4, d = 9$, la solution $4/7$ est inaccessible à la main, et un tableur ne pourra en donner qu'une valeur décimale approchée. »</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Partir du connu pour aller vers l'inconnu. • Contrôle des calculs par un « retour au sens ». Les résultats des calculs conservent une signification concrète, en lien direct avec le problème. <p>Exemple² : « On achète 18 bouteilles de vin par correspondance. Le prix du port est de 65 Francs. On a payé en tout 299 Francs. Quel est le prix de vente d'une bouteille ? »</p> <ul style="list-style-type: none"> • Prix de 18 bouteilles : 234 Francs ($299 - 65 = 234$). • Prix d'une bouteille : 13 Francs ($234/18 = 13$). 	<ul style="list-style-type: none"> • Etablir des relations entre des données connues et un résultat à trouver (l'inconnue), puis traiter ces relations jusqu'à obtenir le résultat cherché. Manipuler un nombre inconnu comme s'il était connu. • Contrôle des calculs sans « retour au sens » : lors du traitement, la signification des lettres et nombres manipulés est perdue. Le problème acquiert une très grande autonomie par rapport à l'énoncé d'origine. <p>Exemple : Résolution algébrique du problème énoncé à gauche :</p> <p>Soit x le prix d'une bouteille. On a :</p> $18 \times x + 65 = 299$ $18 \times x = 299 - 65$ $18 \times x = 234$ $x = 234/18$ $x = 13$

¹ Exemple issu de la situation « Alice et Bertrand » empruntée à Gérard Combier, Jean-Claude Guillaume et André Pressiat, « Les débuts de l'algèbre au collège » publication de l'INRP. (3)

² Exemple proposé par Reisz, D. (2003). Sur l'introduction du calcul littéral. *Bulletin de l'APMEP*, 445, 197-213

2.1.2.2 Les différentes significations du signe égal

La signification du signe d'égalité évolue progressivement au cours de la scolarité de l'élève. Les différentes significations du signe égal susceptibles d'être rencontrées à l'école primaire sont les suivantes :

Significations du signe égal	Exemples
1) Annonce d'un résultat Le signe « = » est lu comme « cela donne » ou « cela fait ». Il est alors orienté de la gauche vers la droite et n'est pas perçu comme le symbole d'une relation symétrique et transitive.	$8 + 5 = 13$
2) Décomposition d'un nombre (additive, multiplicative,...)	$42 = 30 + 12$ $42 = 3 \times 2 \times 7$
3) Egalité entre deux expressions d'un même objet mathématique Le signe égal commence à être perçu comme le symbole d'une relation symétrique et transitive.	$5 \times 36 = 5 \times 2 \times 18$

Dans les faits, les significations 2) et 3) ne sont pas toujours reconnues et comprises par les élèves à l'entrée en sixième, le signe « = » ayant pour ces élèves uniquement la signification de l'annonce d'un résultat. Au collège, à travers la pratique du calcul littéral, le signe égal acquiert quatre nouvelles significations :

Significations du signe égal	Exemples
4) Identité Le signe « égal » correspond implicitement à une quantification universelle (pour tout ...).	$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ (« quelles que soient les valeurs de k , a et b ».)
5) Symbole d'affectation	Calculer l'expression $(a + 2b)^2$ pour $a =$ et $b = -0,5$
6) Egalité vue comme une assertion dont la vérité est à examiner	L'égalité $6 \times y = y + 15$ est-elle vraie si $y = 3$?
7) Equation Ce sens du symbole « égalité », nouveau pour les élèves correspond implicitement à une quantification existentielle (existe-t-il ...?).	Résoudre l'équation : $6 \times y = y + 15$

Si ces changements de signification ne sont pas perçus par l'élève, cela peut le mener à de nombreuses confusions.

2.1.2.3 Les différents statuts de la lettre

Le statut de la lettre évolue également au cours de la scolarité de l'élève :

Statuts de la lettre	Exemples
<u>Au cycle 3</u>	
1) Etiquette : Symbole d'une unité	m, g, h, s, \dots
2) Etiquette : Désignation d'un objet mathématique	Le point A , le nombre π
3) Désignation de la mesure d'une grandeur dans une formule	$A = L \times l, P = 2 \pi R$
<u>Au cycle 4</u>	
1) Variable L'utilisation du tableur peut faciliter la compréhension de la notion de variable.	Variable R dans l'égalité $P = 2 \pi R$ Variable x dans l'expression symbolique d'une fonction $x \mapsto f(x)$
2) Indéterminée Dans les identités, la lettre représente des nombres quelconques.	Pour toutes valeurs des nombres k, a et b l'égalité $k(a + b) = k a + k b$ est vraie
3) Inconnue Heurte l'habitude de penser qu'une égalité est « toujours » vraie.	
4) Paramètre La lettre conserve une valeur fixe, mais de portée générale.	Le rôle de la lettre a lorsqu'elle représente le coefficient de la fonction linéaire $x \mapsto a x$.

Les propos de Reisz, D. (2003) (11) résument bien les difficultés liées à ces différents statuts : « La difficulté didactique majeure est qu'au sein d'un même problème, d'une même démarche, ces différents statuts peuvent intervenir et que les glissements d'un statut à l'autre sont souvent non explicites (et ne peuvent être explicités simplement aux élèves) ».

2.1.2.4 Les priorités opératoires et les parenthèses

Une bonne compréhension des règles de priorités opératoires et du rôle des parenthèses est indispensable pour que l'élève puisse faire le lien entre l'aspect procédural et l'aspect structural d'une expression. Ainsi, une non maîtrise de ces règles dans le domaine numérique constitue un frein important à l'apprentissage du calcul algébrique.

Nous l'avons vu, les obstacles à l'apprentissage du calcul littéral sont nombreux. Quelles stratégies d'enseignement le professeur peut-il adopter pour aider ses élèves à les surmonter ?

2.1.3 Stratégies d'enseignement efficaces

Cette partie constitue une synthèse des pistes proposées dans les documents institutionnels mentionnés précédemment, mais également dans plusieurs articles et publications scientifiques (dont la conférence d'Artigues, M. (2012) (1)).

2.1.3.1 Cultiver la continuité entre arithmétique et algèbre

Il convient de préparer de manière régulière, continue et progressive les élèves, bien en amont des chapitres dédiés au calcul littéral, en renforçant leurs compétences dans le registre numérique :

- Propriétés des opérations (commutativité, associativité, **et de manière fondamentale, distributivité de la multiplication sur l'addition**) ;

Exemples possibles	
Calcul astucieux s'appuyant sur l'associativité et la commutativité de l'addition et de la multiplication. <i>(L'analyse des exercices proposés dans les manuels montre que cet aspect est très peu abordé en pratique.)</i>	Calculer astucieusement $2,4 + 1,9 + 3,6 + 4,1$: $2,4 + 1,9 + 3,6 + 4,1 = (2,4 + 3,6) + (1,9 + 4,1)$ $= 6 + 6 = 12$ Calculer astucieusement 12×25 : $12 \times 25 = (4 \times 3) \times 25 = 3 \times (4 \times 25) = 3 \times 100 = 300$
Calcul astucieux s'appuyant sur la distributivité de la multiplication sur l'addition.	Calculer astucieusement 11×17 : $11 \times 17 = 10 \times 17 + 1 \times 17 = 170 + 17 = 187$

- Sens des opérations (lien entre addition et soustraction, entre multiplication et division) ;

Exemples possibles	
« Opérations à trou ».	Compléter : $15 + \dots = 26$ Compléter : $14 \times \dots = 52$
Egalité associée à une division euclidienne.	Poser la division euclidienne $46 : 3$ Quelle est l'égalité associée à cette division ?

- Sens du signe « égal » avec les décompositions de nombres ;

Exemples possibles	
Décomposer et recomposer des nombres.	Décomposer 56 en un produit de trois facteurs. Décomposer 56 en une somme de deux termes.
Reconnaitre des expressions égales.	2×6 ; $2 + 10$; $2 \times 5 + 2$; ...

- Rôle des parenthèses et priorités opératoires ;

Exemples possibles	
Ecrire une suite de calculs en une seule expression.	Ecrire la suite de calculs « $5 + 8 = 13$; $13 \times 2 = 26$ » en un seul calcul. $\rightarrow (5 + 8) \times 2$
Calculer avec plusieurs opérations	Calculer $3 + 2 \times 7 - 5$

- Structure d'une expression numérique (somme, produit, double,...)

Exemples possibles	
Travail sur le vocabulaire	Quelle est le double de 8 ? Quel est la différence entre 10 et 3 ?
Passer d'une phrase à une expression	Quelle expression correspond à « la somme du double de 3 et du produit de 4 par 5 »

Cet entraînement, initié au cycle 3, peut être repris, tout au long de l'année de 4^{ème}, dans le cadre d'activités rapides, sous forme de questions flash par exemple, pour préparer efficacement les chapitres relatifs à l'algèbre. Cette anticipation sur des exemples numériques permettra par la suite aux élèves de donner plus de sens aux expressions littérales.

2.1.3.2 Travailler avec les programmes de calcul

Un travail structuré et progressif autour des programmes de calcul permet aux élèves de :

- Faire le lien entre aspect procédural et structurel d'une expression
- Approcher la notion de variable
- Approcher la notion d'équation sans formalisme
 - Recherche d'antécédents dans des programmes de calcul que l'on peut « remonter »
 - Recherche d'antécédent par tâtonnement intelligent dans les programmes que l'on ne peut pas remonter
- Approcher la notion de transformation d'expression (équivalence entre les programmes de calcul)

2.1.3.3 Familiariser les élèves à la production de formules littérales

Cette familiarisation peut commencer dès la sixième. Elle doit cependant s'effectuer de manière très progressive. En effet, selon Munck, F. & Percot, S. (Juin 2013) (10) : « *Il est essentiel de ne jamais imposer le recours à une lettre. Tout élève doit pouvoir vivre par lui-même le passage à la lettre comme facilitateur pour exprimer sa pensée, son raisonnement.* ».

Les élèves doivent donc être entraînés, graduellement et successivement, à :

- Elaborer une méthode de calcul (exprimé à l'aide de phrases par exemple) ;
- Traduire la méthode de calcul en programme de calcul ;
- Traduire un programme de calcul par une formule ;
- Comprendre que différentes formules représentent la même expression algébrique

Cet entraînement, initié au cycle 3, peut être repris tout au long de l'année de 4^{ème}, dans le cadre d'activités rapides, en amont des chapitres relatifs à l'algèbre.

2.1.3.4 Motiver le recours au calcul littéral

Les élèves doivent ressentir eux-mêmes la nécessité de recourir au calcul algébrique. C'est ainsi que, selon les auteurs du document « Utiliser le calcul littéral » (8) : « *Pour motiver le recours au calcul littéral et aider les élèves à accepter une approche autre que numérique, il est essentiel qu'ils soient confrontés à des situations révélant les limites des procédures dont ils disposent déjà, basées sur des tâtonnements, des essais-erreurs ou l'utilisation d'un tableur.* »

Il est par exemple intéressant de proposer aux élèves des problèmes aboutissant à des équations du type $ax + b = cx + d$, conduisant à des solutions non entières ou non décimales.

2.1.3.5 Eviter une conception formaliste des écritures algébriques

Il est nécessaire que les élèves « comprennent » ce qu'ils font, quand ils développent, réduisent ou factorisent une expression, c'est-à-dire qu'ils soient conscients qu'ils utilisent des propriétés mathématiques valides dans le champ numérique. Or, un des risques inhérent à ce type d'activité est une perte totale de sens, due à l'absence de lien avec le champ numérique. Il est fréquent, pour justifier des transformations d'écritures, que les élèves emploient des règles (plus ou moins justes) et utilisent des arguments qualifiés de « légal » par Coulange, L. & Grugeon, B. (2008) (5). Selon ces auteurs, il est donc nécessaire que les enseignants :

- n'utilisent pas eux-mêmes ce type d'argument, d'ordre « légal » ;

Par exemple : éviter de justifier la réduction par des arguments du type « **on ne doit pas** ajouter des x et des x au carré ».

- s'abstiennent de donner des règles a priori ;

Par exemple : s'abstenir de mentionner : « pour additionner des termes en x , on additionne les nombres qui les multiplient ».

- limitent le nombre de règles institutionnalisées :

Par exemple : institutionnaliser la simple distributivité, mais pas la double distributivité (qui découle en réalité de la simple).

- mais qu'au contraire, les enseignants incitent les élèves à établir un lien avec le cadre numérique. *Ceci est explicité dans le paragraphe suivant.*

2.1.3.6 Faire remobiliser par les élèves les éléments du cadre numérique

Voici quelques pistes permettant aux élèves de revenir au cadre numérique quand ils travaillent avec des expressions algébriques :

- Mobiliser la notion de contre-exemple pour montrer que l'égalité de deux expressions algébriques est fautive ;

Par exemple, pour prouver que $2 \times (x + 3)$ n'est pas égal à $2 \times x + 3$, calculer la valeur de l'expression lorsque l'on remplace x par 1. (Cela suppose de connaître les conventions liées aux priorités opératoires.)

- Vérifier la justesse d'une transformation en testant avec des valeurs simples ;

Par exemple, prendre l'habitude de tester les expressions avant et après transformation en remplaçant x par zéro. (Technique de détection d'erreurs).

Un élève effectue le développement suivant : $(x + 3) \times (x - 4) = x^2 - x - 7$. S'il a l'habitude de tester ses expressions avec $x = 0$, il s'apercevra rapidement que son développement est faux.

- Illustrer les expressions littérales par des situations concrètes pour montrer que ces expressions ne sont pas égales ;

Par exemple³ : « Un élève écrit : $2(a - 2) = 2a - 2$ (a pouvant prendre n'importe quelle valeur). On peut lui demander d'illustrer $2(a - 2)$ et $2a - 2$ dans un contexte familier, puis le laisser proposer une correction. »

- Et vice versa, profiter d'un travail sur des situations concrètes pour « travailler la technique » (en maintenant un contrôle possible par retour à la situation) ;

³ Exemple tiré du document « De la résolution de problèmes à la construction d'automatismes » Munck, F. & Percot, S. (Juin 2013) (10)

Ces nombreux allers et retour entre situations concrètes et écritures formelles permettront aux élèves de construire leurs compétences calculatoires.

Nous venons de voir l'importance de se référer à un cadre numérique et à des situations concrètes. Mais quelle est l'importance à accorder à la résolution de problèmes dans une séquence d'enseignement ?

2.1.3.7 Résoudre des problèmes

Les enseignants doivent garder à l'esprit que l'objectif principal de la formation en mathématiques est de résoudre des problèmes. L'enseignant devra amener ses élèves à percevoir que le recours à l'algèbre permet de résoudre des problèmes plus facilement que par des voies purement arithmétiques. Le rôle du professeur sera donc de proposer des situations permettant dans un premier temps à tout élève de résoudre (en partie) le problème avec ou sans recours à l'algèbre, puis de susciter l'intérêt de recourir à l'outil algébrique. Pour cela, les problèmes devront être posés de façon la plus ouverte possible.

Si l'on se réfère aux propos de Munck, F. & Percot, S. (Juin 2013) (10), « *il est nécessaire de maintenir un équilibre entre la résolution de problèmes et la construction d'automatismes* ». « *Le problème ouvert s'impose pour donner du sens, ou donner à comprendre, l'intérêt d'une stratégie calculatoire nouvelle, ou d'une stratégie que l'on a déjà rencontrée mais que tous ne se sont pas encore appropriée* »

L'expérimentation décrite dans ce mémoire s'appuiera sur deux de ces problèmes ouverts, la situation dite « des allumettes » et celle dite « du carré bordé ». La situation du « carré bordé » est présentée succinctement dans le paragraphe qui suit.

2.1.4 La situation du « Carré bordé »

Cette partie s'appuie largement sur les conclusions publiées par Coulange, L. & Grugeon, B. (2008) (5), et par Coppé, S., Grugeon-Allys, B. & Pilet, J. (2016) (4), dans les revues *Petit x*, n°78 et *Petit x*, n°102.

2.1.4.1 Présentation

La situation du « Carré bordé » est une situation d'apprentissage bien connue, issue de la recherche en didactique des mathématiques, et qui a été largement diffusée auprès des enseignants. Cette situation, à fort potentiel didactique, a été élaborée par Combier et al. (1996) dans l'ouvrage « Les débuts de l'algèbre au collège. Au pied de la lettre ! » (3). Ce livre avait pour objectif de proposer une réflexion sur le passage de l'arithmétique à l'algèbre en début du collège français. La situation du « Carré Bordé » a été centrale dans le document d'accompagnement « du numérique au littéral », publié par la Dgescs en 2008 (9). Elle est encore citée dans le document d'accompagnement des nouveaux programmes de 2016,

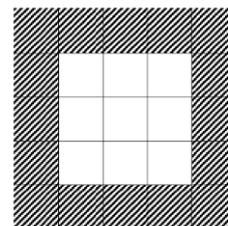
« Utiliser le calcul littéral » (8), en tant qu'exemple d'activité à prise d'initiative. Cette situation est également régulièrement reprise, quoique souvent dénaturée, dans de nombreux manuels scolaires.

2.1.4.2 Différentes versions du carré bordé

Nous exposons dans cette partie l'énoncé initial du carré bordé, puis l'énoncé qui est proposé dans les documents d'accompagnement des programmes de 2016.

- Le livre « Les débuts de l'algèbre au collège »

Le texte initial qui avait été proposé par Combiere et al. (1996) (3) pour la classe de 6^e (élèves de 11-12 ans) était le suivant : « Le problème consiste à établir une formule qui permet de calculer le nombre de carreaux hachurés d'une figure construite sur le modèle ci-contre, quel que soit le nombre de carreaux sur le côté du carré. » L'auteur avait pour objectif d'amener les élèves à formuler une méthode générale de calcul pour aboutir finalement à une expression littérale. Il n'était pas encore question, dans ce premier énoncé, d'utiliser la situation à des fins autres que l'élaboration d'une expression littérale pour généraliser.



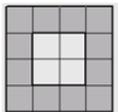
- Texte proposé dans le document « Utiliser le calcul littéral » (8) :

Énoncé

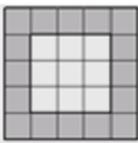
Pierre joue avec des carreaux de mosaïque. Il dispose ses carreaux gris autour de différents carrés formés de carreaux blancs. En voici quatre.



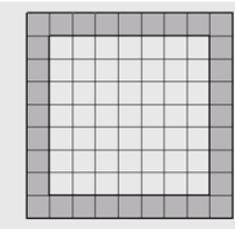
Carré Taille 1



Carré Taille 2



Carré Taille 3



Carré Taille 7

1. Combien y a-t-il de carreaux gris entourant le carré blanc de taille 1 ? Celui de taille 2 ? Celui de taille 3 ?
2. Produire un calcul qui donne le nombre de carreaux gris entourant un carré blanc de taille 7, puis de taille 56.
3. Expliquer par une phrase ou par un programme de calcul comment on peut calculer le nombre de carreaux entourant un carré de n'importe quelle taille.
4. Si on double le côté du carré blanc, double-t-on le nombre de carrés gris de la bordure ? Toujours ? Jamais ? Dans certains cas ? Si oui, lesquels ?
5. Peut-on obtenir des bordures de 100, 150, 200, 250 carreaux ?
6. Etant donné un nombre de carreaux gris, peut-on savoir s'il correspond au nombre exact de carreaux d'une bordure ?

La situation qui est proposée dans ce document prolonge donc la situation initiale et vise de nouveaux objectifs (questions 4 à 6) : notion de contre-exemple, et résolution d'équation.

La transformation d'écriture est également envisagée dans la partie « Pistes pédagogiques » du document « Utiliser le calcul littéral » (8) : « *La variété des formules produites au sein de la classe crée le besoin de s'assurer de leur validité en transformant leurs écritures à partir de la propriété de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.* »

2.1.4.3 Potentialités didactiques de cette situation

L'analyse a priori de la situation du carré bordé en montre la richesse d'un point de vue didactique. Cette situation permet en effet de viser différents objectifs d'enseignement :

- Production d'une formule littérale ;
- Montrer l'équivalence entre différentes formules littérales ;
- Introduction à la résolution d'équation.

2.1.4.4 Conditions pour une mise en œuvre réussie

L'article publié par Coppé, S., Grugeon-Allys, B. & Pilet, J. (2016) (4) fournit des pistes à propos des conditions à mettre en place autour de la situation du carré bordé :

- Travailler en amont autour de certains prérequis :
 - Priorités opératoires
 - Substitution d'une lettre par un nombre

Selon Coppé, S. (2016) (4) : « Il ne semble pas pertinent d'envisager de proposer cette activité de façon isolée (comme un problème de recherche). Il est nécessaire de se questionner sur sa place dans une organisation mathématique et didactique. »

Il semble donc nécessaire au préalable de :

- Intégrer la situation dans une progression :
 - Utilisant des programmes de calculs ;
 - Ayant mis en œuvre à plusieurs reprises la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition dans les cadres numérique et algébrique ;
- Ne pas dénaturer la situation en ajoutant des questions intermédiaires ou en guidant la situation de manière excessive ;
- Ne pas utiliser d'arguments non pertinents, et qui s'appuient sur le registre « légal » : par exemple : « On n'a pas le droit de ... ».

2.2 Problématique

Selon la progression définie par l'établissement dans lequel j'effectue mon stage, les connaissances et compétences à acquérir, en quatrième, en matière de calcul littéral, sont les suivantes :

- Transformer des expressions littérales (développer, factoriser et réduire) en mettant en œuvre la propriété de la distributivité ;
- Utiliser le calcul littéral pour résoudre des problèmes menant à des équations du premier degré.

A la lumière des éléments qui ont été exposés précédemment, se posent les questions suivantes : Comment aider les élèves à surmonter les obstacles et comment prévenir leurs difficultés ? Quels outils instaurer, et quelles activités mettre en œuvre, en amont des chapitres relatifs au calcul littéral ? Au cours de ces chapitres ?

Ainsi, l'objectif de ce mémoire est-il de répondre à la question suivante :

Quelles stratégies d'enseignement mettre en place dans une classe de quatrième pour guider les élèves vers l'acquisition **des compétences en calcul littéral ?**

2.3 Hypothèses

Les éléments mis en lumière dans l'état de l'art de cet écrit réflexif m'ont amenée à formuler les 3 hypothèses suivantes :

Hypothèse n°1 : Préparer de manière régulière et progressive les élèves en amont des chapitres relatifs au calcul littéral est une stratégie efficace d'enseignement.

Cette préparation pourrait se décliner selon les trois axes de travail suivants :

- ➔ Mobilisation des propriétés des opérations ;
- ➔ Familiarisation à la lettre : production de formules / tests de formules ;
- ➔ Programmes de calcul et algorithmique.

Hypothèse n°2 : Redonner du sens aux expressions littérales est une stratégie efficace d'enseignement.

Dans cet objectif, trois axes de travail sont envisagés :

- ➔ Utiliser une situation de référence, comme fil conducteur à tout le chapitre ;
- ➔ Programmes de calcul et algorithmique ;
- ➔ Problèmes ouverts et production de formules.

Hypothèse n°3 : Expliciter l'implicite est une stratégie efficace d'enseignement.

Deux axes de travail sont retenus :

- ➔ Explicitation des conventions mathématiques ;
- ➔ Mise en mots d'expressions algébriques.

L'expérimentation qui sera mise en place dans ma classe de 4^{ème} aura pour objectif de tester ces trois hypothèses, par la mise en place de plusieurs types d'activités.

3 Expérimentation

Cette partie a pour objectif de décrire l'expérimentation qui a été mise en place dans ma classe de 4^{ème}, pour répondre à la problématique formulée dans la partie théorique.

3.1 Participants

L'expérimentation porte sur une classe de 4^{ème}, au sein du collège de La Pierre Aiguille, situé sur la commune du Touvet (Isère). La classe est composée de 26 élèves, âgés de 12 à 14 ans (23 élèves de 13 ans, 2 élèves de 14 ans et 1 élève de 12 ans). Le niveau global de la classe en mathématiques est moyen, avec une hétérogénéité importante. Les élèves sont majoritairement issus d'un milieu socio-culturel favorisé.

La classe est divisée en deux demi-groupes pour les séances d'Accompagnement Personnalisé (AP) (1 heure toutes les deux semaines pour chaque demi-groupe). Ces deux demi-groupes sont à peu près équivalents en termes de niveau, et présentent chacun une hétérogénéité marquée :

- 4 élèves d'un bon niveau ;
- 6 élèves de niveau moyen ;
- 3 élèves en difficulté.

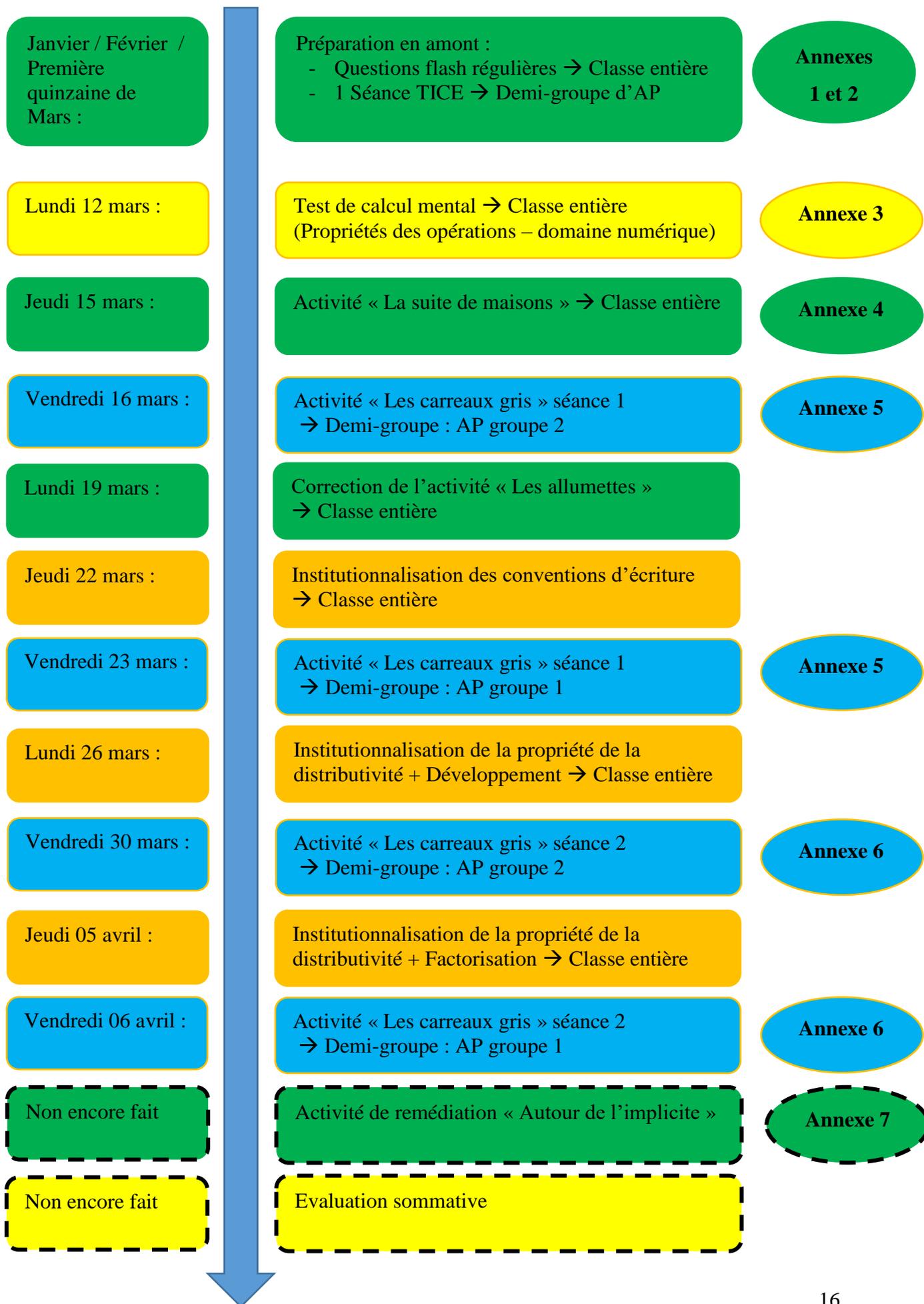
3.2 Procédure

3.2.1 Présentation schématique de l'expérimentation

L'expérimentation se déroule en deux phases :

- Une première phase de préparation au premier chapitre relatif au calcul littéral (distributivité), qui s'étale sur les mois de janvier, février et sur la première quinzaine de mars ;
- Une seconde phase, au cours de ce premier chapitre relatif au calcul littéral, qui se déroule durant la seconde quinzaine du mois de mars et au début du mois d'avril.

Le déroulement temporel de l'expérimentation est schématisé ci-dessous :



3.2.2 Préparation des élèves en amont

La première phase de l'expérimentation a consisté à préparer les élèves durant environ deux mois, avant d'aborder le premier chapitre relatif au calcul littéral. Cette phase permet de tester les hypothèses n°1 et n°2 décrites précédemment. La préparation a consisté en :

- Plusieurs séries de « questions flash » ;
- 1 séance TICE pour faire le lien entre programmes de calcul et algorithmique.

3.2.2.1 Questions flash

Pour tester l'hypothèse 1 (« Préparer de manière régulière et progressive les élèves en amont des chapitres relatifs au calcul littéral est une stratégie efficace d'enseignement »), j'ai proposé régulièrement aux élèves des « questions flash » en début de séance. L'objectif de ces questions flash était de faire (re)mobiliser les éléments suivants :

- Les propriétés des opérations dans le cadre du calcul numérique ;
- Les aspects « structural » et « procédural » d'une expression ;
- La production de formules littérales.

Ces questions flash se sont présentées sous la forme de séries de 5 à 10 questions, projetées au tableau, et minutées. Les questions étaient ensuite corrigées en interaction avec le groupe classe. Durant cette correction, les objectifs visés et les propriétés mathématiques mises en jeu étaient explicitées aux élèves. Chaque série de questions permettait d'aborder les différents objectifs d'apprentissage mentionnés ci-dessus, en suivant une progression pour chaque objectif. Par exemple, pour le point « aspect procédural d'une expression », j'avais envisagé la progression suivante :

	Progression envisagée :
Domaine numérique	Calculer le résultat d'un programme de calcul, pour un nombre de départ donné.
Domaine numérique	Déterminer l'expression numérique qui décrit le résultat d'un programme de calcul, pour un nombre de départ donné.
Domaine littéral	Choisir, parmi plusieurs propositions, l'expression littérale qui décrit le résultat d'un programme de calcul, pour un nombre de départ quelconque.
Domaine littéral	Déterminer, seul, l'expression littérale qui décrit le résultat d'un programme de calcul, pour un nombre de départ quelconque.

L'annexe 1 présente quelques exemples de questions flash soumises aux élèves (non exhaustif). Elles sont classées selon « l'objectif d'apprentissage » abordé. L'ordre des questions présentées dans cette annexe ne correspond donc pas à l'ordre des questions soumises aux élèves.

3.2.2.2 Séance TICE : Algorithmique et programmes de calcul

Dans le cadre du thème « algorithmique et programmation », j'initie mes élèves à l'utilisation du logiciel « SCRATCH ». Les séances, prises sur les heures d'AP, se déroulent en salle de classe (algorithmique « débranchée »), puis en salle informatique. J'ai souhaité insérer dans ma progression une séance permettant aux élèves de faire le lien entre algorithmique, programmes de calcul et calcul littéral. Le document élève support de cette séance est présenté en **annexe 2**. L'objectif affiché pour cette séance était triple :

Objectif hors cadre de ce mémoire :

- D'un point de vue algorithmique : faire comprendre et utiliser la notion de variable en programmation ;

Objectifs dans le cadre de ce mémoire :

- Préparer les élèves au calcul littéral, et donc tester l'hypothèse 1 ;
- Donner du sens aux expressions littérales, et donc tester l'hypothèse 2.

En quoi cette séance permettait-elle selon, moi, de donner du sens aux expressions littérales ? En invitant les élèves à considérer un programme de calcul sous différents angles, et donc à changer de cadre, il me semble que cette séance permettait de tisser des liens entre les différents savoirs des élèves, et donc de donner du sens à leurs apprentissages. Par surcroît, la dernière partie de la séance permettait aux élèves d'observer, de manière concrète, que des programmes de calcul différents pouvaient aboutir à des résultats identiques. Ils devaient traduire, ensuite, ces programmes de calcul en expressions, présentant des formes différentes. J'avais pour ambition d'utiliser les résultats obtenus à l'issue de cette séance pour illustrer la propriété de distributivité. Cette séance devait donc servir de « situation de référence », par la suite.

3.2.3 Evaluation diagnostique

A l'issue de la phase de préparation, et juste avant de commencer le chapitre relatif à la distributivité, j'ai proposé à mes élèves un test de calcul mental « astucieux », portant sur les propriétés des opérations, dans le domaine numérique uniquement. Le document élève support de ce test est présenté en **annexe 3** (sujets A et B). Les élèves devaient répondre à une série de dix questions en un temps limité (10 minutes en tout) :

- 4 questions mobilisant la distributivité dans le sens du développement ;
- 4 questions mobilisant la distributivité dans le sens de la factorisation ;
- 2 questions mobilisant la commutativité et l'associativité de la multiplication.

L'objectif de cette évaluation était double :

- Etablir un bilan des connaissances des élèves dans le domaine numérique, avant le chapitre sur la distributivité, et donc adapter mon enseignement ultérieur ;
- Evaluer l'effet de la préparation sous forme de questions flash, qui avait eu lieu les mois précédents, et donc tester l'hypothèse 1 de ce mémoire.

3.2.4 Activité d'introduction « La suite de maisons »

J'ai démarré le premier chapitre relatif au calcul littéral avec cette activité, d'une durée d'une heure. Les élèves ont travaillé de manière individuelle et en autonomie, en classe entière. Ils pouvaient échanger avec leur binôme et j'étais disponible pour répondre à leurs questions. Leurs travaux ont été ramassés et évalués. Le document élève support de ce test est présenté en **annexe**

4. Cette activité visait également plusieurs objectifs :

- Susciter l'intérêt des élèves pour le calcul littéral, en commençant avec un problème ouvert motivant ;
- Etablir un diagnostic des connaissances des élèves en matière de production de formule littérale (les travaux des élèves ont été ramassés et évalués) ;
- Montrer aux élèves qu'il y a plusieurs méthodes pour résoudre un même problème ;
- **Aboutir à la production de formules finales différentes ;**
- Se servir de cette situation comme support pour introduire les conventions d'écriture ;
- Se servir de cette situation comme support pour illustrer l'utilisation de formules littérales et ainsi montrer l'intérêt de recourir au calcul littéral ;
- Se servir de cette situation comme référence pour illustrer et réinvestir la propriété de distributivité, institutionnalisée dans le champ littéral ;
- Dans la cadre de ce mémoire, tester les hypothèses 2 et 3.

Une correction de cette activité, basée sur la confrontation des méthodes utilisées par les élèves, a été réalisée en classe entière, lors d'une séance ultérieure (voir « 3.2.1 Présentation schématique de l'expérimentation »).

3.2.5 Activité de recherche « Les carreaux gris » - Séances 1 et 2

Cette activité constitue le **travail central** réalisé pour ce mémoire. Elle se déroule en demi-groupe d'AP (13 élèves par groupe), sur deux séances d'une heure chacune (soit 4 séances au total). Les documents élèves supports de ces deux séances sont présentés en **annexes 5 et 6**. Cette activité s'appuie sur la situation du « carré bordé » qui a été, je le rappelle, l'élément déclencheur de cet écrit réflexif, et que j'ai étudiée dans la partie théorique. J'ai essayé d'utiliser et d'adapter cette situation en respectant les « conditions pour une mise en œuvre réussie », qui

avaient été dégagées dans le paragraphe 2.1.4.4. Je me suis également appuyée, pour créer cette activité, sur le travail réalisé par Lé Quang, G. & Noirfalise, R. (2008) (7).

3.2.5.1 Objectifs

L'objectif de cette activité, dans le cadre de ce mémoire, est de tester l'hypothèse 2, qui est « Redonner du sens aux expressions littérales est une stratégie efficace d'enseignement. ». J'ai imaginé pour cela l'utilisation de la situation du carré bordé comme un **fil conducteur** à tout le travail des élèves en algèbre. Je souhaitais en effet que cette situation devienne une **situation de référence**, à laquelle les élèves pourraient se « raccrocher », à toutes les étapes de leurs apprentissages en matière de calcul littéral.

Pour le premier chapitre, dans lequel est institutionnalisée la propriété de la distributivité dans le champ littéral (et donc la transformation d'expressions littérales), mes objectifs étaient d'utiliser cette situation pour :

- Produire des méthodes de dénombrement (séance 1) ;
- Produire des expressions algébriques (« formules ») (séance 1) ;
- Tester des expressions algébriques (séance 2) ;
- Observer que deux expressions a priori différentes peuvent conduire à des résultats identiques (séance 2) ;
- S'interroger sur la signification de l'égalité de deux expressions (séance 2) ;
- Utiliser la distributivité pour montrer l'égalité de deux expressions (séance 2) ;

Mes objectifs étaient également de réutiliser cette situation ultérieurement (hors cadre de ce mémoire), comme situation de référence pour le deuxième chapitre relatif au calcul littéral (modélisation et résolution d'équations).

3.2.5.2 Séances

Lors de la première séance, les élèves élaborent des techniques de dénombrement, les traduisent en programme ou méthode de calcul, puis aboutissent à des formules littérales. Ils présentent ensuite leurs solutions au reste du demi-groupe, en utilisant le tableau de la classe. Le professeur photographie le tableau et réalise une synthèse des solutions, qu'il fournit à la classe lors de la deuxième séance.

Lors de la deuxième séance, les élèves sont amenés à observer l'ensemble des solutions trouvées par les deux demi-groupes d'AP (synthèse fournie par le professeur), à les tester, les valider ou les invalider. Ils sont ensuite amenés à prouver l'équivalence de certaines formules en réinvestissant la propriété de la distributivité, qui a été institutionnalisée au préalable en classe entière. Enfin, la dernière question de l'activité constitue une ouverture pour le second chapitre dévolu au calcul littéral (modélisation et résolution d'équation).

3.2.5.3 Modalités de travail

J'ai choisi de faire travailler les élèves par groupes hétérogènes de 3 ou 4 (au moins un élève habituellement « performant » par groupe). Ceci pour des raisons d'ordre pédagogique :

- accroître la motivation de tous les élèves ;
- éviter que certains élèves ne soient « coincés » et ne se découragent ;
- mettre tous les élèves au travail ;

mais également pour des raisons d'ordre didactique :

- faire émerger des solutions différentes, **en nombre restreint**, pour pouvoir les réutiliser par la suite ;
- présenter ces solutions au tableau et les confronter ;
- évaluer la compétence « communiquer » lors de la présentation des solutions au tableau.

Une phase de lecture individuelle du document a précédé la phase de recherche en groupes. Les élèves ont ensuite travaillé en autonomie au sein de leur groupe, à partir du document élève distribué à chaque séance. Les documents élèves ont été relevés et évalués, chaque élève du groupe devant rendre une production. Les échanges étaient interdits entre les groupes, de manière à ne pas orienter les solutions.

3.2.5.4 Déroulement prévu des séances

Séance 1

Phase	Description	Durée
1	Installation des élèves Placer les élèves par groupes (répartis aux 4 coins de la salle)	3 min
2	Présentation objectif séance Résolution de problème, travail de groupe	2 min
3	Distribution du document élève Passation des consignes Travail ramassé et évalué pour chaque élève / chaque élève rédige la réponse Explicitation du cartouche d'évaluation	5 min
4	Lecture individuelle du document Lecture individuelle Réponse aux questions	5 min
5	Recherche en groupe En autonomie / pas d'échange autorisé entre groupes	20 min
6	Présentation des solutions 5 min de présentation par groupe	20 min
7	Ramassage des travaux Photographie du tableau	2 min

Séance 2

Phase	Description	Durée
1	Installation des élèves Placer les élèves par groupes (répartis aux 4 coins de la salle)	3 min
2	Présentation objectif séance Poursuivre l'activité, travail de groupe	2 min
3	Distribution du document élève Passation des consignes Travail ramassé et évalué pour chaque élève / chaque élève rédige la réponse Explicitation du cartouche d'évaluation	5 min
4	Reprise et adaptation des 8 formules Travail en interaction avec tout le demi-groupe classe	15 min
5	Test des formules 2 formules à tester pour chaque groupe	15 min
6	Equivalence des formules 1 équivalence à montrer par groupe	15 min
7	Ramassage des travaux	2 min

3.2.5.5 Analyse a priori

Dans la séance 1, les élèves sont amenés à déterminer le nombre de carreaux gris disposés sur le pourtour du carré blanc (**voir annexe 5**). Pour résoudre ce problème, il existe principalement deux variantes pour le choix de la variable :

- Première possibilité : utiliser comme variable le nombre de carreaux blancs sur un côté du carré blanc (*carré intérieur*) : les formules produites font davantage appel à l'addition ;
- Deuxième possibilité : utiliser comme variable le nombre de carreaux gris sur un côté du grand carré (*carré extérieur*) : les formules produites font davantage appel à la soustraction.

L'analyse a priori de cette situation, traitée dans le cadre de la deuxième possibilité, est développée en détails par Coppé, S., Grugeon-Allys, B. & Pilet, J. (2016) (4). J'ai choisi, pour ma part, d'aiguiller les élèves, par la formulation de l'énoncé dans le document élève, vers la première possibilité. Ceci pour favoriser des formules comportant davantage d'additions, et ainsi faciliter légèrement le travail de recherche relatif à l'équivalence des expressions, lors de la seconde séance.

3.2.6 Activité de remédiation « Autour de l'implicite »

Cette activité peut être proposée aux élèves vers la fin du premier chapitre relatif à la transformation d'expressions littérales. Les élèves sont déjà bien familiarisés avec ces transformations et ont pratiqué le développement, la factorisation et la réduction à plusieurs reprises. Cette activité est un travail spécifique sur les règles et procédures implicites qui interviennent lors des transformations d'expressions littérales. (Par exemple, la reconnaissance de l'opération de multiplication implicite, la reconnaissance de la structure d'une expression

(somme ou produit), les priorités opératoires). C'est une activité qui permet de faire une synthèse d'éléments qui ont déjà été abordés, séparément. Dans le cadre de ce mémoire, cette activité avait pour objectif de tester l'hypothèse n°3 (« *Explicitement l'implicite est une stratégie efficace d'enseignement.* »). Le document élève support de cette activité est présenté en **annexe 7**.

3.2.7 Evaluation sommative

L'évaluation sommative conclut cette expérimentation. Elle doit permettre de mesurer le degré d'acquisition des compétences des élèves en calcul algébrique, dans l'objectif de valider ou invalider les trois hypothèses établies au départ.

4 Résultats et discussion

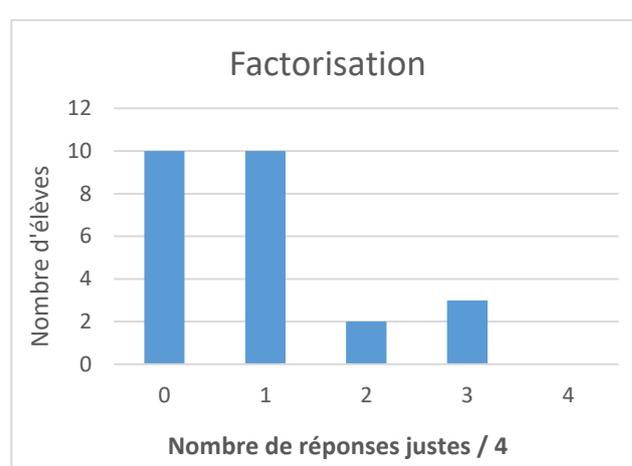
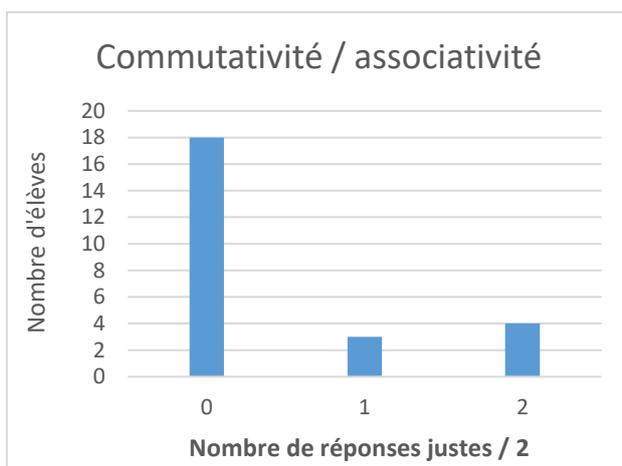
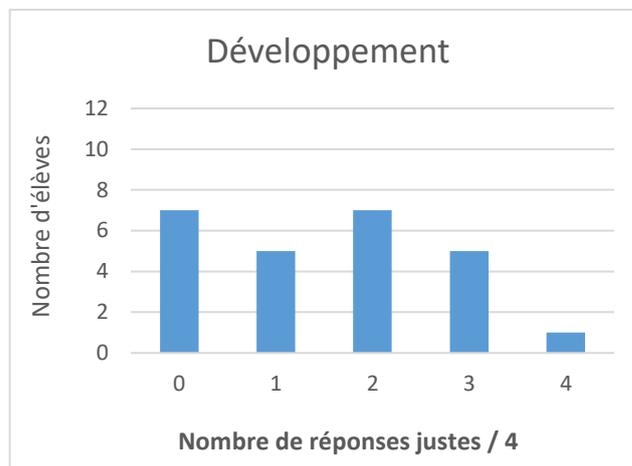
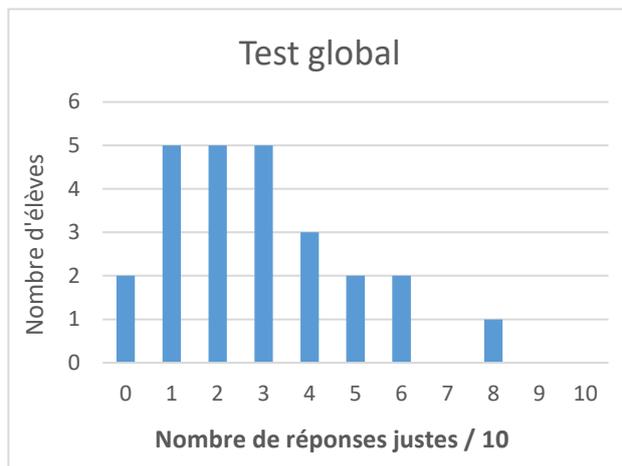
Cette partie a pour objectif de décrire et analyser quelques résultats obtenus suite à l'expérimentation qui a été mise en œuvre dans ma classe de quatrième, et qui a été décrite dans la partie précédente.

4.1 Préparation des élèves en amont

4.1.1 Résultats

Ce paragraphe présente les scores obtenus par les élèves à l'évaluation diagnostique (test de calcul mental nécessitant de mobiliser les propriétés des opérations), qui leur a été proposée en au début du chapitre relatif à la distributivité (le sujet du test est visible en **annexe 3**).

Le premier graphique ci-dessous (à gauche) présente, de manière globale, le nombre de réponses justes obtenues, au regard des 10 questions posées. Les trois graphiques qui suivent présentent les résultats de manière plus fine, selon le type de question abordée (distributivité dans le sens du développement, distributivité dans le sens de la factorisation ou commutativité / associativité).



4.1.2 Discussion

- Interprétation du résultat global au test :

On constate que, malgré la préparation sous forme de questions flash, les scores sont globalement faibles à ce test. Les élèves ont obtenu en moyenne 3 réponses justes sur 10. Les élèves ne sont donc majoritairement pas parvenus à mobiliser les propriétés des opérations dans le champ numérique. Comment expliquer ces faibles performances ?

Hypothèse 1 : Le test ne reflète pas les connaissances réelles des élèves. Le test a été minuté et a duré 10 minutes. Cela a-t-il placé les élèves en condition de stress ? Ont-ils simplement manqué de temps ? J'ai observé cependant que plusieurs élèves avaient déclaré avoir terminé le test alors qu'ils n'avaient pas répondu à l'ensemble des questions.

Hypothèse 2 : Le test reflète les connaissances des élèves. Les questions flash n'ont donc pas eu l'impact souhaité. Une explication possible serait que seule une partie des élèves ait tiré un bénéfice de cette activité. Les élèves ayant déjà assimilé, les années précédentes, les propriétés des opérations, ont pu remobiliser leurs connaissances et participer activement à la correction. Les autres élèves n'ont pas participé à la correction et ne l'ont peut-être pas comprise. Il est en

effet difficile pour moi d'avoir une vision globale du niveau de compréhension des élèves car, dans cette classe, certains élèves ne participent pas oralement.

- **Interprétation des résultats classés selon le type d'opération mobilisée :**

Si l'on analyse les résultats selon le type de question abordée, on observe que les questions mobilisant la distributivité dans le sens du développement ont été mieux réussies. Or, après un retour sur les questions flash effectivement proposées aux élèves, j'ai constaté que je n'avais pas proposé de question mobilisant la distributivité dans le sens de la factorisation et que j'avais proposé peu de questions relatives à la commutativité. Je leur avais en revanche soumis à plusieurs reprises des questions mobilisant la distributivité dans le sens du développement. Si l'on analyse les résultats sous cet angle, on peut donc supposer que les questions flash ont été bénéfiques à l'ensemble de la classe, puisque l'on constate un écart de réussite, entre les questions traitées régulièrement à l'aide de questions flash, et celles qui n'ont pas (ou peu) été traitées.

- **Conclusion :**

Avec le protocole que j'ai mis en place, il est délicat de mesurer de manière effective l'impact de la préparation à l'aide de questions flash sur les apprentissages des élèves.

Par ailleurs, il serait intéressant de compléter et d'approfondir l'analyse des résultats à ce test. Il serait envisageable, par exemple, d'effectuer un classement, puis une analyse des réponses des élèves en fonction de la procédure mobilisée (mobilisation de la distributivité ou non), du type d'erreur (non mémorisation de faits numériques de base (les tables) ; méconnaissance des priorités opératoires,...). Cette analyse permettrait de mesurer de manière plus rationnelle l'impact de la préparation à l'aide de questions flash. Par exemple, si l'élève fournit une réponse fautive à cause d'une erreur de calcul mental, tout en ayant quand même mobilisé la distributivité, on pourrait considérer que la préparation a eu un impact positif pour cet élève.

4.2 Activité d'introduction « La suite de maisons »

4.2.1 Résultats

Ce paragraphe présente une synthèse des procédures utilisées par les élèves pour résoudre le problème intitulé « La suite de maisons », qui leur a été proposé en tant qu'activité d'introduction au premier chapitre relatif au calcul littéral (l'énoncé de cette activité est visible en **annexe 4**). Les travaux des élèves ont été ramassés et évalués, ce qui m'a permis de réaliser cette synthèse. Celle-ci fait apparaître trois procédures de dénombrement justes et deux procédures fausses. Trois élèves n'ont pas réussi à établir une généralisation.

Ces procédures sont présentées dans le tableau ci-après. Les colonnes « *Formules produites* » et « *Explicitation de leurs variables* » sont une retranscription non modifiée de ce qu'ont écrit les élèves.

Méthode	Description	Nombre d'élèves	Formules produites	Explicitation de leurs variables
Procédure 1 <u>Juste</u>	Multiplier le nombre de maisons par 5, puis enlever les allumettes communes.	8	$5 \times a = x ;$ $x - c$ ou $5 \times a - c$	« a = le nombre de l'étape ; c = le nombre quelconque moins 1 »
			$5 \times x = a ;$ $a - (1 - x) = b$	<i>Non spécifié</i>
			$b \times 5 - a$	« on remplace les chiffres par des lettres »
			$n \times 5 - (n - 1)$	« étape n »
Procédure 2 <u>Juste</u>	Multiplier le nombre de maisons par 4, puis ajouter 1 allumette.	5	$A + Z \times Y = B$	« A = allumettes première maison ; Z = allumettes par maison ; Y = nombre de départ ; B = résultat »
			$4 \times x + 1$	« x représente le nombre de maisons. »
			$4 \times x + 1 = N$	« x est le nombre d'étapes »
Procédure 3 <u>Juste</u>	Compter la première maison à part : Multiplier le nombre de maison moins 1 par 4, puis ajouter 5 allumettes.	5	$5 + a \times x$	<i>Non spécifié</i>
			$5 + 4 \times a$	« a est égal à n'importe quel nombre »
Procédure 4 <u>Fausse</u>	Multiplier le nombre de maisons par 5.	1	$x \times \text{étape } 1 = a$	<i>Non spécifié</i>
Procédure 5 <u>Fausse</u>	Multiplier le nombre de maisons divisé par 2 par le nombre d'allumettes d'une configuration de base à 2 maisons (soit 9 allumettes).	3	-	-
Pas de généralisation	Dénombrement direct sur la représentation. Ou : Ajouter 4 allumettes à chaque étape.	3	-	-

4.2.2 Discussion

Motivation des élèves :

Cette activité a bien fonctionné pour ce qui est de la motivation des élèves. Cette activité les a intéressés et ils se sont mis au travail rapidement. La correction de l'activité a été attractive pour les élèves car elle s'appuyait sur **leurs propres procédures**. Les élèves se sont en effet appropriés de « manière affective » leur procédure et ont été ravis de la reconnaître lors de la correction. Ils ont donc été très à l'écoute.

Analyse des productions :

L'analyse des travaux produits par les élèves nous montre que :

- De nombreux élèves mobilisent spontanément les lettres pour généraliser ;
- Néanmoins, quelques élèves ont remplacé les nombres par des lettres, sans avoir pris conscience de la notion de variable ;
- Plusieurs élèves produisent spontanément des formules **avec plusieurs lettres (2 ou 3)** : les lettres représentent des variables qui sont dépendantes entre elles. Les formules qui en découlent sont donc en plusieurs « morceaux ».

Difficultés des élèves :

Les difficultés qu'ont rencontrées les élèves, lors de cette activité, ont été les suivantes :

- Difficulté à produire une méthode de dénombrement dans le champ numérique ;
- Difficulté à généraliser leur méthode, c'est-à-dire difficulté à constater les similitudes dans les différents calculs, à localiser la variable, puis à la remplacer par une lettre ;
- Difficulté à produire une formule d'un seul tenant : manque de maîtrise des priorités opératoires.

Bilan de cette activité, effectué en classe :

La correction de l'activité a été effectuée en classe entière lors d'une séance ultérieure. Cette correction a consisté en l'observation, l'explicitation et la comparaison des méthodes de dénombrement et formules produites par les élèves. Elle a permis de mettre en exergue, les éléments suivants :

- La localisation de ce qui varie entre les calculs pour des nombres d'étapes (de maisons) différents → notion de variable et généralisation ;
- La nécessité de nommer la variable de manière synthétique : la nommer par une lettre ;
- Les liens entre les différentes variables : « nombre de maisons », « étape », ou « nombre de maisons moins 1 » → rationalisation des formules en utilisant une unique variable ;

- La nécessité de simplifier les formules pour les utiliser → écriture des formules en un seul calcul, introduction des conventions d'écriture en calcul littéral ;
- L'intérêt de donner un nom à une expression littérale, pour la désigner plus facilement (ici : $N = \text{Nombre d'allumettes}$).
- L'utilisation de la formule simplifiée → intérêt et puissance des expressions littérales.

Cette activité a été, de plus, réinvestie comme exemple de référence, lors de l'écriture de la leçon :

Extrait de ce qui a été noté dans le cahier de leçon :

2 - Utiliser une expression littérale

Définition :
Calculer la valeur d'une expression littérale, c'est attribuer un nombre à chaque lettre, afin d'effectuer le calcul.

Exemple 1 :
Activité « Les allumettes » : calculer le nombre d'allumettes nécessaires pour fabriquer 246 maisons :

<p>Méthode n°1 : $N = n \times 5 - (n - 1)$</p> <p>Si $n = 246$: $N = 246 \times 5 - (246 - 1)$ $N =$ $N =$</p>	<p>Méthode n°2 : $N = n \times 4 + 1$</p> <p>Si $n = 246$: $N = 246 \times 4 + 1$ $N =$ $N =$</p>	<p>Méthode n°3 : $N = (n - 1) \times 4 + 5$</p> <p>Si $n = 246$: $N = (246 - 1) \times 4 + 5$ $N =$ $N =$</p>
---	---	---

Atteinte des objectifs

L'analyse des productions des élèves ainsi que l'observation de leur comportement et interventions orales m'incitent à penser que les objectifs assignés à cette activité ont été atteints (voir présentation de l'expérimentation).

Grâce à cette activité, la grande majorité des élèves a donné du sens à la production, la signification et l'utilisation d'expressions littérales. Je pense que c'est ce qui explique leur motivation pour l'activité. L'hypothèse n°2 (« Redonner du sens aux expressions littérales est une stratégie efficace d'enseignement ») a donc pu être testée.

Les expressions produites ont toutes été écrites, au départ, sans utiliser les conventions d'écriture (signe de multiplication écrit de manière explicite). C'est par la suite, lors du bilan effectué pendant la correction, que les conventions d'écriture ont été évoquées et institutionnalisées. Cela aura permis de tester l'hypothèse n°3 (« Expliciter l'implicite est une stratégie efficace d'enseignement. »).

4.3 Activité de recherche « Les carreaux gris »

4.3.1 Résultats

Séance 1 :

Déroulement :

La séance 1 s'est déroulée conformément aux prévisions, pour les deux demi-groupes d'AP. Les consignes ont été identiques pour les deux-demi groupes, mais nous verrons plus loin que leurs productions présentent des différences, que nous tenterons d'expliquer.

Motivation des élèves :

Les élèves des deux demi-groupes ont été motivés par le problème et se sont mis rapidement au travail. En revanche, j'ai constaté, pour une majorité de groupes, que c'est l'élève le plus compétent qui a pris en charge la recherche, puis qui a élaboré et rédigé la solution. Les autres élèves du groupe ont contribué aux dénombrements et aux calculs, mais ils ont ensuite recopié la solution rédigée par l'élève « moteur » (les travaux remis par les 3 ou 4 élèves d'un même groupe sont tous absolument identiques). Néanmoins, il me semble que l'ensemble des élèves de chaque groupe a compris et s'est bien approprié la solution proposée par son groupe. En ce sens, il semblerait que les élèves performants aient permis aux autres élèves de comprendre et de progresser.

J'ai eu l'impression que cette activité leur a plu. A titre d'exemple, voici la réflexion d'une élève à la sortie de la séance : « C'est bien Madame, quand on compare différentes méthodes ! ». Un autre exemple : quelques élèves du premier demi-groupe sont venus, la semaine suivante, voir les productions écrites au tableau par les élèves du second demi-groupe.

Productions des élèves :

Les 7 premiers groupes sont parvenus à produire une formule pour dénombrer le nombre de carreaux gris, et l'ont présentée, au tableau, au reste de la classe. Le groupe n°8 n'a pas réussi à expliquer clairement une méthode de dénombrement au tableau, mais l'un des élèves du groupe avait produit sur son « document élève » une formule, que j'ai réutilisée par la suite. J'ai photographié les traces écrites au tableau pour chacun des huit groupes. J'ai ensuite réalisé une synthèse de ces productions, que j'ai réutilisée avec les élèves lors de la séance n°2. Cette synthèse est la suivante :

Synthèse pour le premier demi-groupe : (séance réalisée *avant* la correction de l'activité

« La suite de maisons ») :

Groupe	Formule proposée par le groupe (tel qu'écrit au tableau)	Observation et analyse des formules
1	$n \times n - (n - 2) \times (n - 2)$ $n - 2 =$ la taille du carré blanc	1 variable : la taille du carré blanc + 2 1 seule lettre Formule en un seul tenant Priorité opératoires respectées
2	$P^2 - S^2 = G$ $S =$ la taille $P =$ la taille + 2	2 variables : la taille du carré blanc et la taille du carré blanc + 2 3 lettres Formule en un seul tenant 1 nom (lettre majuscule) pour le résultat
3	$a \times a = b$ $a + 2 = c$ $c \times c = d$ $d - b = e$ $a =$ la taille de départ	1 variable : la taille du carré blanc 5 lettres Formule en 4 morceaux Pas d'utilisation des priorités opératoires
4	$4 \times x + 8 = n$ $x =$ taille du carré moins 1 $n =$ le nombre de carreaux gris donc le résultat	1 seule variable : la taille du carré blanc - 1 2 lettres Formule en un seul tenant Priorité opératoires respectées 1 nom (1 lettre minuscule) pour le résultat

Synthèse pour le second demi-groupe : (séance réalisée *après* la correction de l'activité

« La suite de maisons ») :

Groupe	Formule proposée par le groupe (tel qu'écrit au tableau)	Observation et analyse des formules
5	$N = (n + 1) \times 4$ $n =$ la taille	1 variable : la taille du carré blanc 2 lettres Formule en un seul tenant Priorité opératoires respectées 1 nom (1 lettre majuscule) pour le résultat
6	$x \times 4 + 4$ $x =$ la taille	1 variable : la taille du carré blanc 1 lettre Formule en un seul tenant Priorité opératoires respectées
7	$4 \times t + 4 =$ Nombre de carreaux gris $t =$ la taille du carré	1 variable : la taille du carré blanc 1 lettre Formule en un seul tenant Priorité opératoires respectées 1 nom pour le résultat
8	$(N+2) \times 2 + 2$ $N =$ la taille	1 variable : la taille du carré blanc 1 lettre Formule en un seul tenant Priorité opératoires respectées

Constatations :

Méthodes de dénombrement :

- On relève, en tout, 6 méthodes de dénombrement différentes (2 pour le premier demi-groupe, 3 pour le second);
- 7 groupes, parmi les 8, ont utilisé une méthode de dénombrement attendue dans mon analyse a priori de l'activité ;
- 1 groupe (groupe 4) a utilisé une méthode non anticipée dans mon analyse a priori, basée sur le principe de récurrence (on ajoute 4 carreaux gris quand on ajoute 1 à la taille) ;
- Pour le premier demi-groupe, 3 groupes se sont basés sur la même méthode de dénombrement (méthode utilisant « les carrés ») ;
- Les méthodes utilisées par le second demi-groupe sont toutes différentes des méthodes utilisées dans le premier demi-groupe.

Variables utilisées :

- 3 variables différentes ont été utilisées dans le premier demi-groupe ;
- 1 seule variable utilisée dans le second demi-groupe ;

Formules produites :

- De 1 à 5 lettres utilisées pour chaque formule pour le premier demi-groupe ;
- De 1 à 2 lettres utilisées pour chaque formule dans le second demi-groupe ;
- Présence de formules en plusieurs tenants pour le premier demi-groupe ;
- Formules toutes d'un seul tenant pour le second demi-groupe.

Interprétation des différences observées entre les deux demi-groupes :

Le second demi-groupe a réalisé cette séance après avoir corrigé l'activité « La suite de maisons », dans laquelle la trame pour modéliser un problème avait été mise en exergue. Il semblerait donc que les élèves du second demi-groupe aient réinvesti les éléments mis en place lors de cette correction : ils ont produit des formules « d'un seul tenant », en utilisant 1 seule variable. Ils ont donc utilisé moins de lettres. Ils ont utilisé correctement les priorités opératoires. Certains ont également pensé à attribuer un nom au résultat.

Séance 2 :

Déroulement :

Le déroulement de la séance 2 n'a pas été conforme aux prévisions. La partie « équivalence des expressions » n'a pas pu être abordée, par manque de temps.

J'avais prévu d'utiliser cette séance principalement pour démontrer l'équivalence des expressions à l'aide de la propriété de distributivité. C'est finalement un tout autre thème qui a été travaillé avec les élèves.

J'ai passé beaucoup de temps à présenter à la classe la synthèse des solutions (première page du document élève, **annexe 6**). Nous avons explicité, pour chaque formule, la méthode de dénombrement sous-jacente. En parallèle de cette présentation, j'ai essayé de faire émerger chez les élèves les aspects suivants :

- Intérêt de définir la même variable pour tout le monde « pour parler le même langage » ;
- Intérêt de nommer de la même façon la variable ;
- Intérêt d'utiliser le minimum de lettres, pour exploiter facilement une formule.

Nous avons donc réécrit, ensemble, chaque formule, en utilisant la même variable et la même lettre pour la désigner (colonne « formule retenue aujourd'hui » en première page du document élève).

Nous avons donc, finalement, principalement réalisé un travail d'explicitation : comment s'y prendre pour modéliser un problème. Lors de cette première phase, les élèves ont été attentifs et ont bien participé.

J'ai ensuite demandé aux élèves comment nous pourrions valider ou invalider les différentes formules « retenues ». Les élèves n'ont pas compris l'intérêt de cette question, car pour eux, les formules avaient été validées par les méthodes de dénombrement sous-jacentes, que nous avions explicitées. Je leur ai demandé de tester les formules comme si elles leur avaient été données telles quelles, sans explications. J'ai cependant senti qu'ils avaient perdu en motivation à partir de ce moment.

Les groupes ont eu le temps de tester une ou deux formules, mais n'ont pas pu aller plus loin. Ils ont répondu de manière hâtive à la question : « Quelles formules semblent justes ? Peut-on en être certain ? Pourquoi ? » Leurs réponses montrent qu'ils sont encore loin d'avoir compris ce que signifie la justesse d'une expression (la formule donne un résultat juste quel que soit la taille du carré blanc) :

Voici quelques productions d'élèves :

Productions de deux élèves qui ont testé deux formules justes :

2. Quelles formules semblent justes ? Peut-on en être certain ? Pourquoi ?

La formule 2 est juste, elle a été testée sur plusieurs cas, et par la suite, on a compté les carreaux gris.

La formule 8 est juste, // // // // //

3. Montrer que les formules qui ont été validées sont équivalentes. Utiliser pour cela la propriété de distributivité de la multiplication sur l'addition.

2. Quelles formules semblent justes ? Peut-on en être certain ? Pourquoi ?

Les deux formules sont juste, on peut en être sûr, car elles donnent le bon résultat.

3. Montrer que les formules qui ont été validées sont équivalentes. Utiliser pour cela la propriété de

Ces élèves se basent sur le fait que les deux formules fonctionnent pour 4 cas différents, pour affirmer que les deux formules sont justes.

Production d'un élève qui a testé une formule juste et une formule fautive, et qui n'a pas fait d'erreur de calcul lors des tests :

1. Tester les différentes formules pour les carrés de tailles 1, 2, 3 et 7. Comparer avec les résultats obtenus lorsque l'on dénombre directement les carreaux gris sur les dessins.

Taille du carré	Taille 1	Taille 2	Taille 3	Taille 7
Formule n° 4..	$4 \times (1-1) + 8$ $4 \times 0 + 8$ $8 + 0 = 8$	$4 \times (2-1) + 8$ $4 \times 1 + 8$ $4 + 8 = 12$	$4 \times (3-1) + 8$ $4 \times 2 + 8$ $8 + 8 = 16$	$4 \times (7-1) + 8$ $4 \times 6 + 8$ $24 + 8 = 32$
Formule n° 8..	$(1+2) \times 2 + 2$ $3 \times 2 + 2$ $6 + 2 = 8$	$(2+2) \times 2 + 2$ $4 \times 2 + 2$ $8 + 2 = 10$	$(3+2) \times 2 + 2$ $5 \times 2 + 2$ $10 + 2 = 12$	$(7+2) \times 2 + 2$ $9 \times 2 + 2$ $18 + 2 = 20$
Dénombrement sur le dessin	8	12	16	32

2. Quelles formules semblent justes ? Peut-on en être certain ? Pourquoi ?

La formules qui semblent justes est la 4.

3. Montrer que les formules qui ont été validées sont équivalentes. Utiliser pour cela la propriété de

Cet élève utilise le mot « semble », mais ne répond à la question « peut-on en être certain ? ».

Production d'une élève ayant testé une formule juste et une formule fautive, et ayant réalisé une erreur de calcul pour la formule juste :

1. Tester les différentes formules pour les carrés de tailles 1, 2, 3 et 7. Comparer avec les résultats obtenus lorsque l'on dénombre directement les carreaux gris sur les dessins.

Taille du carré	Taille 1	Taille 2	Taille 3	Taille 7
Formule n° 4	$C = 4 \times (1-1) + 8$ $C = 4 + 8$ $C = 12$ (X)	$C = 4 \times (2-1) + 8$ $C = 4 + 8$ $C = 12$ -	$C = 4 \times (3-1) + 8$ $C = 4 \times 2 + 8$ $C = 8 + 8$ (C=16)	$C = 4 \times (7-1) + 8$ $C = 4 \times 6 + 8$ $C = 24 + 8$ (C=32)
Formule n° 8	$C = (1+2) \times 2 + 2$ $C = 3 \times 2 + 2$ $C = 6 + 2 = 8$ -	$C = (2+2) \times 2 + 2$ $C = 4 \times 2 + 2$ $C = 8 + 2 = 10$ -	$C = (3+2) \times 2 + 2$ $C = 5 \times 2 + 2$ $C = 10 + 2 = 12$ -	$C = (7+2) \times 2 + 2$ $C = 9 \times 2 + 2$ $C = 18 + 2 = 20$ -
Dénombrement sur le dessin	8 -	12 -	16 -	32 -

2. Quelles formules semblent justes ? Peut-on en être certain ? Pourquoi ?

La formule n°4 semble plus juste malgré son premier résultat qui est faux. Mais, si l'on veut avoir des tailles plus grande cela marchera alors que la formule n°8 est fautive malgré son premier résultat car si l'on veut que la taille soit plus grande, cela ne marchera pas.

3. Montrer que les formules qui ont été validées sont équivalentes. Utiliser pour cela la propriété de

La réponse fournie par cette élève est retranscrite ci-dessous :

« La formule n°4 semble **plus juste** malgré son premier résultat qui est faux. Mais, si l'on veut avoir des tailles plus grande cela marchera alors que la formule n°8 est fautive malgré son premier résultat car si l'on veut que la taille soit plus grande, cela ne marchera pas »/

Pour cette élève, une formule peut être « plus ou moins » juste. C'est donc bien la signification de ce qu'est une expression juste qui doit être explicitée.

Nous n'avons pas pu aborder le travail sur l'équivalence des formules.

4.3.2 Discussion

Séance 1 :

La séance 1 a bien fonctionné et les objectifs qui lui avaient été assignés ont été atteints. Il me semble que cette séance a contribué à donner du sens aux expressions littérales. Sa mise en œuvre est motivante pour les élèves. Elle permet, en outre, la production de méthodes de dénombrement et de formules variées, mais en nombre suffisamment restreint pour une exploitation ultérieure. Se pose tout de même la question de la composition des groupes. Comment constituer les groupes pour que chaque élève ait la possibilité de participer à l'élaboration de la solution ?

Séance 2 :

La séance 2 n'a pas permis d'atteindre l'objectif principal qui lui avait été assigné, à savoir montrer l'équivalence de deux expressions à l'aide de la distributivité. En revanche, un travail d'explicitation intéressant a été mené. Ce travail a été mené principalement à l'oral et n'a pas donné lieu à une trace écrite. Pour que les élèves puissent en tirer un bénéfice à long terme, il conviendrait de produire un bilan écrit de cette explicitation, à noter dans la partie leçon. Ce bilan pourrait s'intituler : « Modéliser un problème : comment s'y prendre ? ».

La mise en œuvre de la séance 2 n'a pas permis de susciter chez les élèves l'envie de montrer l'équivalence des expressions. Les élèves ont testé les différentes formules sans réellement comprendre pourquoi ils les testaient, et quelles informations ils pouvaient réellement tirer de ces tests.

Après cette expérimentation, on peut émettre l'hypothèse qu'en modifiant la mise en œuvre de la deuxième séance, on pourrait amener les élèves à mieux percevoir l'intérêt de tester et de montrer l'égalité des expressions.

Pistes d'amélioration :

Proposition de mise en œuvre pour la séance 2 :

- Les élèves travaillent en groupe ;
- Chaque groupe reçoit la formule élaborée par un autre groupe ;
- Chaque groupe doit préciser si l'expression qu'il a reçue lui semble correcte. Et pourquoi. Il doit la comparer avec sa propre expression ;
- Mise en commun partielle dont l'objectif est de faire ressortir :
 - o l'intérêt de tester les expressions ;
 - o la signification de ce que sont des expressions égales ;
- Relancer le travail pour aboutir à comparer les deux expressions ;
- Conclusion - synthèse :
 - o « Pour montrer que deux expressions ne sont pas égales, ... »
 - o « Pour montrer que deux expressions sont toujours égales, »

4.4 Activité de remédiation « Autour de l'implicite »

Cette activité n'a pas pu être mise en œuvre dans ma classe de quatrième, par manque de temps.

4.5 Evaluation sommative

L'évaluation sommative n'a pas encore été réalisée au moment de la rédaction de cet écrit.

5 Conclusion

L'expérimentation présentée dans cet écrit réflexif ne permet pas réellement de valider ou invalider les trois hypothèses de travail émises suite à la formulation de la problématique. En effet, le protocole mis en place mériterait d'être amélioré pour pouvoir en tirer des conclusions rigoureuses et précises. Néanmoins, grâce à la réflexion qui a été engagée, ainsi qu'à mes observations sur le terrain, j'ai pu acquérir une bonne connaissance des représentations des élèves, de leurs procédures et de leurs difficultés. Je retiendrai de ce travail deux points clés : en premier lieu, les difficultés des élèves proviennent essentiellement d'une méconnaissance des propriétés des opérations dans le registre numérique et d'une non-maitrise des règles de priorités opératoires. Ils doivent donc être préparés spécifiquement sur ce point, dès la sixième. En second lieu, faire travailler les élèves en groupe, leur permettre de confronter leurs procédures et résultats, utiliser leurs productions pour bâtir la leçon sont un ensemble d'éléments qui concourent à accroître leur motivation.

Certaines activités proposées aux élèves ne se sont pas déroulées conformément aux prévisions. En particulier, je n'ai pas pu exploiter toutes les potentialités de la situation dite « du carré bordé ». Par exemple, l'équivalence des expressions littérales n'a pas pu être abordée, par manque de temps. Il semblerait donc judicieux d'utiliser cette situation un peu plus tard dans le cycle 4, en troisième, lorsque les élèves maîtrisent davantage la distributivité, pour gagner en rapidité et atteindre tous les objectifs d'apprentissage assignés à l'activité, jusqu'à la résolution d'équations.

De manière générale, les activités proposées dans cette expérimentation ont été gourmandes en temps : faire un bilan des différentes procédures des élèves, en établir une synthèse, amener les élèves à comprendre ces procédures, est très long. En outre, ce type d'activité ne convient pas à tous les élèves : certains préfèrent un enseignement plus transmissif. Demeure donc une question en suspens : comment agencer, articuler les phases de recherche de ce type, avec les phases plus transmissives ? Quelle importance accorder à chacune d'entre elles dans l'élaboration d'une séquence d'enseignement ?

6 Bibliographie

1. Artigues, M. (2012). Enseignement et apprentissage de l'algèbre. Repéré à <http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/dossier-manifestations/conference-nationale/contributions/conference-nationale-artigue-1>
2. Bulletin officiel spécial n° 11 du 26 novembre 2015 : *Programme du cycle des approfondissements (cycle 4)*.
3. Combier, G., Guillaume, J-C. & Pressiat, A. (1996). *Les débuts de l'algèbre au collège: au pied de la lettre!* Institut National de Recherche Pédagogique.
4. Coppé, S., Grugeon-Allys, B. & Pilet, J. (2016). Conditions pour diffuser des situations issues de la recherche en didactique des mathématiques : l'exemple du carré bordé. *Petit x*, **102**, 57-81, IREM de Grenoble.
5. Coulange, L. & Grugeon, B. (2008). Pratiques enseignantes et transmission de situations d'enseignement en algèbre. *Petit x*, **78**, 5-23, IREM de Grenoble.
6. Ferraton, G. & Chaachoua, H. (2013). Rapport institutionnel au calcul littéral au collège. Etat des lieux et perspectives. *Petit x*, **91**, 49-67, IREM de Grenoble.
7. Lé Quang, G. & Noïrfalise, R. (2008). Les débuts de l'Algèbre au collège ou introduction au calcul littéral. IREM de Clermont-Ferrand. Repéré à http://www.irem.univ-bpclermont.fr/IMG/pdf/Les_debuts_del_algebre_en_cinquieme.pdf
8. Ministère de l'Education nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche. (Mars 2016). *Utiliser le calcul littéral*. Site EDUSCOL.
9. Ministère de l'Education nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche. (Février 2008). *Ressources pour les classes de 6^e, 5^e, 4^e, et 3^e du collège : Du numérique au littéral au collège*. Site EDUSCOL.
10. Munck, F. & Percot, S. (Juin 2013). De la résolution de problèmes à la construction d'automatismes. Site de l'académie de Nantes.
11. Reisz, D. (2003). Sur l'introduction du calcul littéral. *Bulletin de l'APMEP*, **445**, 197-213.

7 Présentation des annexes

- Annexe 1 : Exemples de questions flash
- Annexe 2 : Document élève : Séance TICE « Variables et programmes de calcul »
- Annexe 3 : Document élève : Evaluation diagnostique « Propriétés des opérations »
- Annexe 4 : Document élève : Activité d'introduction « La suite de maisons »
- Annexe 5 : Document élève : Activité de recherche « Les carreaux gris – Séance 1 »
- Annexe 6 : Document élève : Activité de recherche « Les carreaux gris – Séance 2 »
- Annexe 7 : Document élève : Remédiation « Autour de l'implicite »

ANNEXE 1 : Exemples de questions flash

Les questions flash présentées ci-dessous sont extraites de plusieurs séries de questions soumises aux élèves de quatrième. Ces séries de questions ont été proposées de manière régulière, sur une période de plusieurs mois, en tant que préparation au premier chapitre relatif au calcul littéral. Elles sont ici classées par objectif d'apprentissage.

I. Propriétés des opérations

Question 5

42 se décompose en :

- a. 7×6
- b. 6×8
- c. $2 \times 3 \times 7$

DIAPO 5 : 20 secondes

Question 6

$5 \times 6 \times 3$ est égal à :

- a) 30×18
- b) $3 \times 5 \times 6$
- c) 10×9

DIAPO 6 : 20 secondes

Question 4

14×12 est égal à :

- a. 12×14
- b. $14 \times (10 + 2)$
- c. $14 \times 10 + 14 \times 2$

DIAPO 4 : 40 secondes

Question 3

26×9 est égal à :

- a. $26 \times (10 - 1)$
- b. $26 \times 10 - 26 \times 1$
- c. $260 - 26$
- d. 234

DIAPO 3 : 40 secondes

II. Aspect structural des expressions

Question 1

Le somme du **carré de 3** et du **cube de 2** est égale à :

- a. 12
- b. 15
- c. 17

DIAPO 1 : 30 secondes

Question 5

b désigne un nombre quelconque.
La somme de b et de 12 s'exprime :

- a. $b + 12$
- b. $b \times 12$
- c. $b = 12$

DIAPO 5 : 30 secondes

Question 4

s désigne un nombre quelconque.
Le quotient de la somme de s et de 9 par 3 s'exprime :

- a. $s : 9 + 3$
- b. $s : (9 + 3)$
- c. $(s + 9) : 3$

DIAPO 4 : 40 secondes

Question 2

Soit $A = \frac{5}{y+6}$. On peut dire que A est égal à ...

- a. La somme du quotient de 5 par y et de 6
- b. La somme de 5 et du quotient de y par 6
- c. Le quotient de 5 par la somme de y et de 6

DIAPO 2 : 40 secondes

III. Aspect procédural des expressions

Question 1

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre
- Multiplier par 4
- Ajouter 7

En prenant **3** comme nombre de départ, on obtient :

- a. 12
- b. 19
- c. 40

DIAPO 1 : 40 secondes

Question 9

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre
- Multiplier par 7
- Ajouter 5

En prenant **3** comme nombre de départ, le nombre obtenu **à la fin du programme de calcul** est égal à ... :

- a. $3 + 5 \times 7$
- b. $3 \times 5 + 7$
- c. $3 \times 7 + 5$

DIAPO 9 : 40 secondes

Question 9

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre
- Ajouter 6
- Multiplier par 3

En prenant **5** comme nombre de départ, le nombre obtenu **à la fin du programme de calcul** est égal à ... :

- a. $5 + 6 \times 3$
- b. $(5 + 6) \times 3$
- c. $5 + (6 \times 3)$

DIAPO 9 : 40 secondes

Question 4

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre
- Soustraire 2
- Multiplier par le nombre choisi au départ

On note a le nombre choisi au départ.
Le nombre obtenu avec ce programme s'exprime :

- a. $a - 2 \times a$
- b. $(a + a) \times 2$
- c. $(a - 2) \times a$

DIAPO 4 : 50 secondes

Question 5

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre
- Ajouter 4
- Multiplier ce résultat par lui-même
- Soustraire le double du nombre choisi au départ

On note t le nombre choisi au départ.

Le nombre obtenu avec ce programme s'exprime :

- $t + 4 \times 4 - 8$
- $(t + 4)^2 - 2 \times t$
- $(t + 4) \times 4 - t \times t$

DIAPO 5 : 50 secondes

Question 4

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre
- Ajouter 1
- Multiplier par le nombre de départ
- Soustraire le nombre de départ
- Soustraire 1

On note x le nombre choisi au départ.

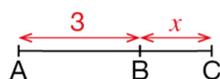
Déterminer l'expression du résultat obtenu avec ce programme de calcul.

DIAPO 4 : 50 secondes

IV. Production de formules

Question 3

Sur cette figure, la longueur du segment [AC] est ...

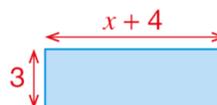


- $3 \times x$
- $3 + x$
- x^3

DIAPO 3 : 30 secondes

Question 4

L'aire de ce rectangle s'exprime ...



- $3 \times x + 4$
- $6 + 2 \times (x + 4)$
- $3 \times (x + 4)$

DIAPO 4 : 40 secondes

Question 7

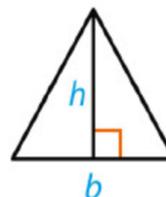
Exprimer l'aire de ce rectangle à l'aide d'une expression littérale:



DIAPO 7 : 30 secondes

Question 7

Exprimer à l'aide d'une expression littérale, le périmètre et l'aire du triangle équilatéral ci-dessous.



DIAPO 7 : 50 secondes

Algorithmique et programmation

Séance 3 : Programmes de calcul

1- Premier programme de calcul

- ▶ Choisir un nombre.
- ▶ Ajouter 3,5.
- ▶ Multiplier par 2.
- ▶ Retrancher 8,2.

a) Calculer le résultat de ce programme de calcul quand le nombre de départ est égal à 2, à 5, puis à 37.

.....
.....

b) On veut réaliser un script dans **SCRATCH**, permettant de déterminer le résultat du programme de calcul ci-dessus, **quel que soit le nombre choisi au départ**.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2- Deuxième programme de calcul

- ▶ Choisir un nombre de départ.
- ▶ Diviser par 2.
- ▶ Ajouter 7.
- ▶ Multiplier par le nombre de départ.

a) Calculer le résultat de ce programme de calcul quand le nombre de départ est égal à 2, à 5, puis à 37.

.....
.....

b) Ecrire un script dans **SCRATCH**, permettant de calculer le résultat du programme de calcul ci-dessus, **quel que soit le nombre choisi au départ par l'utilisateur**.

Essai :

Correction :

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

3- Travail à réaliser en salle informatique

a) Ecrire dans SCRATCH les scripts correspondant à chacun des 3 programmes de calcul ci-dessous :

Programme 1

- ▶ Choisir un nombre.
- ▶ Le multiplier par lui-même.
- ▶ Soustraire 1.

Programme 2

- ▶ Choisir un nombre.
- ▶ Ajouter 1.
- ▶ Multiplier par le nombre de départ.
- ▶ Soustraire le nombre de départ.
- ▶ Soustraire 1.

Programme 3

- ▶ Choisir un nombre.
- ▶ Ajouter 1.
- ▶ Multiplier ce résultat par lui-même.
- ▶ Soustraire le double du nombre de départ.
- ▶ Soustraire 2.

Enregistrer votre travail avec le nom suivant : **4E_Nom_Prénom_maths**

1) Dans votre zone personnelle

2) Dans la zone d'échange de la classe

b) Tester ces 3 programmes avec différentes valeurs de départ. Que constate-t-on ?

.....

.....

.....

.....

c) On note **x** le nombre de départ. Pour chaque programme de calcul, écrire l'expression qui décrit le résultat obtenu.

Programme de calcul	Expression
Programme n°1	
Programme n°2	
Programme n°3	

Rappel : Par exemple, si le programme de calcul est : « Choisir un nombre, lui ajouter 10 », l'expression qui correspond à ce programme est « $x + 10$ ».

ANNEXE 3 : Document élève : Evaluation diagnostique « Propriétés des opérations »

Classe : NOM / Prénom : Date :

Calcul littéral : avant de commencer... **Sujet A**

Calculer mentalement :

- | | |
|---|--|
| a) $102 \times 14 =$ | f) $18 \times 6 + 2 \times 6 =$ |
| b) $97 \times 4 + 3 \times 4 =$ | g) $105 \times 9 - 5 \times 9 =$ |
| c) $99 \times 15 =$ | h) $98 \times 22 =$ |
| d) $7,9 \times 95 + 7,9 \times 5 =$ | i) $25 \times 18 \times 4 =$ |
| e) $2003 \times 7 =$ | j) $5 \times 3,74 \times 2 =$ |

Classe : NOM / Prénom : Date :

Calcul littéral : avant de commencer... **Sujet B**

Calculer mentalement :

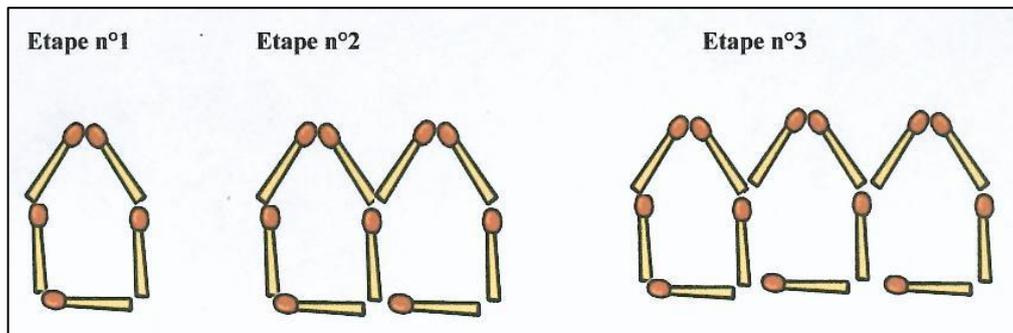
- | | |
|---|--|
| a) $104 \times 8 =$ | f) $2006 \times 7 =$ |
| b) $98 \times 5 + 2 \times 5 =$ | g) $105 \times 19 - 5 \times 19 =$ |
| c) $4,9 \times 95 + 4,9 \times 5 =$ | h) $98 \times 12 =$ |
| d) $99 \times 25 =$ | i) $5 \times 9,74 \times 2 =$ |
| e) $18 \times 8 + 2 \times 8 =$ | j) $25 \times 1,83 \times 4 =$ |

ANNEXE 4 : Document élève : Activité d'introduction « La suite de maisons »

CLASSE :	NOM / PRENOM :	DATE :	Evaluation
M1	Je fais et je rends mon travail à temps.		
F2	Je comprends et je respecte les règles communes dans la classe.		
Chercher	Je suis motivé et volontaire. J'extrais les données utiles, je reformule ma consigne, je mobilise mes connaissances.		

« La suite de maisons »

On représente par étape des maisons, à l'aide d'allumettes, comme cela est fait ci-dessous :



- 1) Combien faut-il d'allumettes :
 - a) A l'étape 1 ?
 - b) A l'étape 2 ?
 - c) A l'étape 3 ?

- 2) Combien faudra-t-il d'allumettes aux étapes n°4 et n°10 ?
Répondre sans faire de dessin. Expliquer votre méthode.

.....

.....

.....

.....

- 3) Vérifier si vous aviez trouvé les bons nombres à la question 2).

.....

.....

.....

.....

- 4) Combien d'allumettes faudra-t-il à l'étape n° 25 ? **Expliquer votre réponse.**

.....

.....

.....

.....

- 5) Combien faudra-t-il d'allumettes à l'étape n° 2007 ? **Expliquer votre réponse.**

.....

.....

.....

.....

- 6) Comment exprimer le nombre d'allumettes pour une étape quelconque ? **Expliquer votre réponse.**

.....

.....

.....

.....

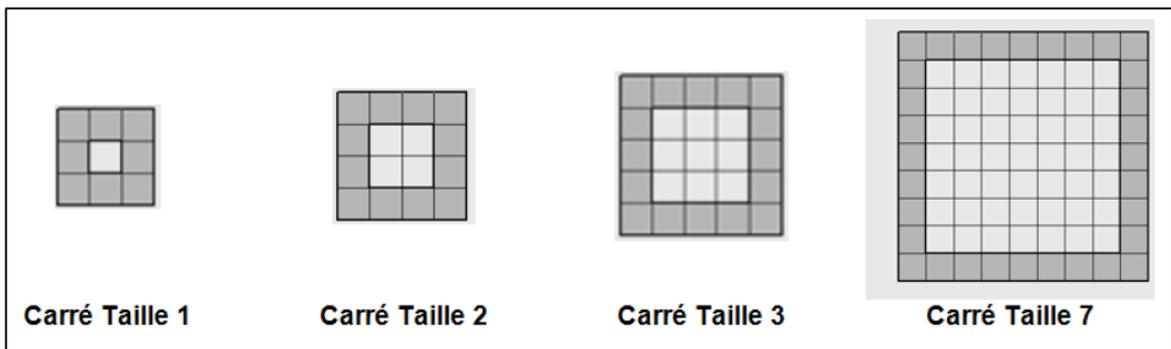
- 7) D'après vous, à quoi servent les lettres en mathématiques ? **(Répondre au dos de cette feuille.)**

ANNEXE 5 : Document élève : Activité de recherche « Les carreaux gris – Séance 1 »

M1	Je fais et je rends mon travail à temps.	
M2	Je travaille de manière constructive dans le groupe.	
F2	Je comprends et je respecte les règles communes dans la classe.	
Chercher	Je suis motivé et volontaire. J'extrais les données utiles, je reformule ma consigne, je mobilise mes connaissances.	
Communiquer	J'explique ma démarche, j'écoute celle de mes camarades et j'argumente dans un travail de groupe.	

« Les carreaux gris » / Séance 1 - Production de formules

Pierre joue avec des carreaux de mosaïque. Il dispose ses carreaux gris autour de différents carrés formés de carreaux blancs. En voici quatre :



1. Combien y a-t-il de carreaux gris entourant le carré blanc de **Taille 1** ? Celui de **Taille 2** ? Celui de **Taille 3** ?

.....

.....

.....

.....

2. Produire un calcul qui donne le nombre de carreaux gris entourant un carré blanc de **Taille 7**, puis de **Taille 56**.

.....

.....

.....

.....

3. Expliquer par une **phrase** ou par un **programme de calcul** comment on peut calculer le nombre de carreaux gris entourant un carré blanc de n'importe quelle taille.

.....

.....

.....

.....

.....

4. Ecrire une **formule** qui donne le nombre de carreaux gris en fonction de la taille du carré.

.....

.....

.....

.....

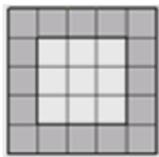
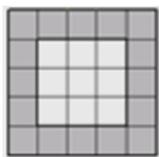
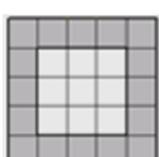
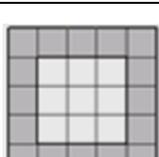
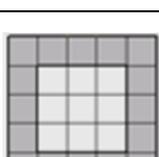
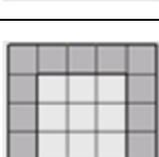
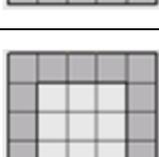
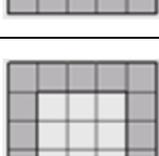
5. Présenter votre travail à la classe. (Ecrire au tableau **dans la bonne colonne** votre méthode et votre formule). Vous pourrez illustrer votre méthode à l'aide de schémas.

ANNEXE 6 : Document élève : Activité de recherche « Les carreaux gris – Séance 2 »

GROUPE :	NOM / PRENOM :	DATE :	Evaluation
M1	Je fais et je rends mon travail à temps.		
M2	Je travaille de manière constructive dans le groupe.		
F2	Je comprends et je respecte les règles communes dans la classe.		
Chercher	Je suis motivé et volontaire. J'extrais les données utiles, je reformule ma consigne, je mobilise mes connaissances.		

« Les carreaux gris » / Séance 2 - Validation et équivalence des formules

Rappel des différentes formules proposées par les groupes :

Groupe	Schéma	Formule proposée par le groupe	Formule retenue aujourd'hui
1		$n \times n - (n - 2) \times (n - 2)$ $n - 2 =$ la taille du carré blanc	
2		$P^2 - S^2 = G$ $S =$ la taille $P =$ la taille + 2	
3		$a \times a = b$ $a =$ la taille de départ $a + 2 = c$ $c \times c = d$ $d - b = e$	
4		$4 \times x + 8 = n$ $x =$ taille du carré moins 1 $n =$ le nombre de carreaux gris donc le résultat	
5		$N = (n + 1) \times 4$ $n =$ la taille	
6		$x \times 4 + 4$ $x =$ la taille	
7		$4 \times t + 4 =$ Nombre de carreaux gris $t =$ la taille du carré	
8		$(N+2) \times 2 + 2$ $N =$ la taille	

Autour de l'implicite

1) Décris par une phrase les expressions suivantes :

$A = 5x$

.....
.....
.....

$B = 2x + 3$

.....
.....
.....

$C = (x + 5)(x - 3)$

.....
.....
.....

$D = 3 - x^2$

.....
.....
.....

$E = (x + 2)^2$

.....
.....
.....

2) Décris par un programme de calcul les expressions suivantes :

$A = (x - 3)^2$

.....
.....
.....

$B = 6x^3 - 1$

.....
.....
.....

Année universitaire 2017-2018

DU Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation **Mention Second degré** **Parcours : Mathématiques**

Titre de l'écrit scientifique réflexif : « Le calcul littéral au cycle 4 : un chemin vers l'autonomie. »

Auteur : Nathalie Gulino

Résumé :

Cet écrit scientifique réflexif a pour thème le calcul littéral au cycle 4. Dans une première partie, il est récapitulé l'état de l'art relatif à l'enseignement du calcul littéral, à savoir les stratégies d'enseignement efficaces pour circonvenir les obstacles inhérents à l'apprentissage du calcul algébrique. Dans la deuxième partie est relatée la mise en place d'une expérimentation dans une classe de quatrième. Elle décrit le déroulement temporel de l'expérimentation sur trois mois d'enseignement et précise les outils didactiques mis en œuvre pour initier les élèves au calcul littéral. Parmi ces outils, la situation dite du « carré bordé » décrite par Combier et al. (1996). a été utilisée et s'est révélée efficace pour stimuler l'intérêt des élèves. Elle a permis également à l'enseignant d'acquérir de bonnes connaissances des procédures des élèves et de leurs difficultés. Elle a également révélé que faire travailler les élèves en groupe, leur permettre de confronter leurs procédures et résultats, utiliser leurs productions pour bâtir la leçon, sont un ensemble d'éléments qui concourent à les faire progresser.

Mots clés : Enseignement des mathématiques, Cycle 4, Classe de quatrième, Algèbre élémentaire, Statut de la lettre, Propriétés des opérations, Carré bordé.

Summary:

This dissertation focuses on algebra teaching in secondary school. In a first part, we recapitulate the state of art concerning elementary algebra teaching in mathematics education research. Research shows that pupils find the conceptual nature of algebra difficult and that a lot of obstacles have to be overcome. We start by describing these obstacles and their origin. Based on the analysis and synthesis of recent articles in mathematics education, we then search the best teaching strategies to improve algebra learning and to develop pupil mathematical competences. In the second part of this report, in order to test these strategies, we describe an experimentation implemented in a secondary school classroom (year 9). We explain the timing sequence of this experiment, the didactic situation and the tools used. We focus on the well-known "Carré bordé" situation, first described by Combier et al. in 1996. We observe that the use of this didactic tool greatly stimulates pupil motivation. Through this experiment, we gain insight into pupils' mathematical procedures and difficulties in algebra learning. We note that implementing group work, allowing method confrontation, and using pupil production to build mathematical lesson constitute a good strategy for stimulating child interest and progress.

Key words: Mathematics teaching, Cycle 4, Secondary school, Elementary Algebra, Algebraic letter meaning, Properties of basic mathematical operations, Carré bordé.