

# Comment mettre en œuvre un problème de restauration de figure afin de favoriser les apprentissages géométriques ?

Jennifer Madi

► **To cite this version:**

Jennifer Madi. Comment mettre en œuvre un problème de restauration de figure afin de favoriser les apprentissages géométriques?. Education. 2018. dumas-02132028

**HAL Id: dumas-02132028**

**<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02132028>**

Submitted on 16 May 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**PARCOURS DE FORMATION PROFESSIONNELLE ADAPTÉ :  
ENSEIGNEMENT, ÉDUCATION (POUR PROFESSEURS STAGIAIRES)**

**ÉCRIT SCIENTIFIQUE DE NATURE RÉFLEXIVE**

**Comment mettre en œuvre un problème de restauration  
de figure afin de favoriser les apprentissages  
géométriques ?**

**Jennifer MADI**

<b>Encadrant-e de l'écrit scientifique de nature réflexive</b> (en précisant le statut)	<b>Co-encadrant-e de l'écrit scientifique de nature réflexive</b> (en précisant le statut)
<b>Marc CAILHOL (PRAG)</b>	
<b>Remis le</b> <b>..../05/2018</b>	

## Ecrit réflexif

---

La résolution de problèmes en géométrie : la restauration de figure.

Comment mettre en œuvre un problème de restauration de figure afin de favoriser les apprentissages géométriques ?

Réalisé par Jennifer Madi



## Table des matières

Introduction .....	3
Partie 1 : Cadre théorique .....	4
1. La fonction de la figure dans une démarche géométrique, de Raymond Duval .....	4
2. La nécessité de changer de regard sur les figures, de Raymond Duval et Marc Godin .....	5
3. Théorie des situations didactiques de Guy Brousseau.....	6
Partie 2 : Application en classe .....	8
1. Situation proposée en début d'année : situation « Faisceaux de traits », extraite du manuel Ermel Apprentissages géométriques et résolution de problème au cycle 3.....	8
2. Situation proposée en milieu d'année : situation extraite de l'article Droites perpendiculaires au CM2 : restauration de figure et activité des élèves, de Thomas BARRIER, Christophe HACHE et Anne-Cécile MATHE.....	10
Partie 3 : Synthèse de la réflexion .....	12
Annexe I .....	14
Annexe II .....	15
Annexe III .....	16
Annexe IV.....	17
Annexe V.....	18
Références bibliographiques .....	19

## Introduction

La géométrie a une place importante dans la vie quotidienne, même si elle est moins visible que la finalité pratique des apprentissages numériques. D'après le rapport de la Commission Kahane, publié en 2000, les objectifs de l'enseignement de la géométrie sont :

- développer la « vision dans l'espace »
- apprendre à raisonner
- initier aux aspects culturels et esthétiques de la géométrie : urbanisme, architecture, arts visuels...
- connaître quelques utilisations courantes et professionnelles de la géométrie : lecture de plans, déménageurs, vitriers, astronomie...

La géométrie, comme la numération, est enseignée tout au long de la scolarité depuis l'école maternelle ; pourtant elle pose davantage de difficultés aux élèves. J'ai donc trouvé intéressant d'explorer la spécificité de la géométrie et sa didactique dans le cadre de mon écrit réflexif.

D'autre part, cette année, j'ai eu en charge d'enseigner la géométrie à mes élèves de CM1 (groupe de 8 élèves). Les programmes de 2015 mettent l'accent sur la résolution de problème, à la fois comme critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais également comme moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens. J'ai donc souhaité proposer à mes élèves des situations problèmes en géométrie. Ainsi, je me suis particulièrement intéressé à la restauration de figures. L'activité de restauration de figures consiste à reproduire une figure modèle à partir d'une amorce, à la même échelle ou non. En amorçant la reproduction, certains algorithmes de reproduction sont imposés. Cette tâche de restauration de figures est une source importante de problèmes, dans lesquels des variables didactiques sont disponibles. De plus, la tâche « Reproduire à partir d'une amorce » donne la possibilité de mettre en œuvre des situations fondamentales, dans le cadre de la théorie des situations didactiques développée par Guy Brousseau (TSD), qui permettent de donner du sens aux apprentissages.

Au cours de mon année de Master 1, j'ai eu l'occasion de mener une séance de géométrie pendant mon stage SOPA, au sein d'une classe de CM2. J'ai proposé aux élèves une activité de restauration de figure mettant en jeu les notions d'alignement et de milieux. Au cours de cette séance, j'ai commis des erreurs d'organisation, mes interventions ont manqué d'efficacité, et j'ai éprouvé des difficultés à mener les phases de mise en commun.

J'ai donc choisi, dans cet écrit réflexif, de m'intéresser à la mise en œuvre d'une situation de restauration de figure dans le cadre de la théorie des situations didactiques, en répondant à la question : Comment mettre en œuvre un problème de restauration de figure afin de favoriser les apprentissages géométriques ?

## Partie 1 : Cadre théorique

### 1. La fonction de la figure dans une démarche géométrique, de Raymond Duval

Une figure est une représentation d'une situation géométrique plus facile à appréhender que sa présentation orale. Elle permet de saisir d'un coup et rapidement une situation dans son ensemble.

Il y a 4 types d'appréhension possible d'une figure dans une démarche géométrique :

- appréhension perceptive

Elle correspond à ce qu'une figure montre au 1<sup>er</sup> coup d'œil. Elle permet d'identifier, de reconnaître des formes, des objets dans le plan ou l'espace. La forme globale de la figure, c'est-à-dire en tant que surface (dimension 2D), est donc privilégiée. En mathématique, on ne peut s'en tenir à cette appréhension, car elle reste trop globale et s'en tient à des constatations.

- appréhension discursive

Les propriétés mathématiques représentées ne peuvent être déterminées par une simple constatation visuelle, certaines doivent être données par une indication discursive : dénomination, hypothèse, légende. Elle permet la démonstration en explicitant d'autres propriétés à partir de celles données (en utilisant définitions, axiomes, théorèmes).

- appréhension séquentielle : la mieux prise en compte dans l'enseignement

Elle correspond à l'ordre de construction d'une figure. Cet ordre dépend des propriétés mathématiques à représenter et des contraintes techniques des instruments utilisés.

- appréhension opératoire : la plus méconnue

Elle correspond aux différentes modifications qui peuvent être opérées sur une figure, matériellement ou mentalement (la partager en sous-figures et les recombinaison en une autre, agrandir, diminuer, incliner).

L'appréhension opératoire correspond à la capacité de voir la figure de différentes manières : aussi bien en termes de surfaces (assemblage par juxtaposition), qu'en termes de lignes (assemblage par superposition).

Dans l'enseignement de la géométrie, l'objectif est d'amener l'élève à regarder une figure de manière mathématique faisant intervenir 2 ou 3 de ses appréhensions possibles. La prégnance de l'appréhension perceptive, et l'incapacité à discerner dans une figure des éléments de solutions possibles à un problème posé, sont les difficultés persistantes rencontrées par les élèves.

Les problèmes de restauration de figure permettent de travailler en priorité l'appréhension opératoire, même si les autres appréhensions sont présentes aussi. En effet, dans un premier temps l'appréhension perceptive domine mais l'objectif est de la contrôler afin de la rendre opératoire. L'appréhension séquentielle intervient lors de l'établissement de l'ordre des tracés. Elle tient compte des instruments à disposition, et nécessite donc également l'appréhension opératoire pour être mise en œuvre.

## 2. La nécessité de changer de regard sur les figures, de Raymond Duval et Marc Godin

Dans les programmes de mathématiques de 2015, le champ d'apprentissage « Espace et géométrie » définit une double orientation de la géométrie et repose sur les travaux de René Berthelot et Marie-Hélène Salin qui ont identifié deux champs de connaissances : les connaissances spatiales et les connaissances géométriques.

Depuis toujours, les connaissances géométriques portent sur des objets (études de figures planes et des solides). Mais, depuis 2002, les programmes mettent davantage en évidence les connaissances relatives aux relations (liens entre les objets) et aux propriétés (liens entre objets et relations). En effet, à l'école primaire, les objectifs d'enseignement donnent la priorité aux droites, à leurs relations, à leurs propriétés (perpendicularité, parallélisme).

Or, en dehors des mathématiques, les figures sont avant tout perçues comme une forme 2D (surface), et non comme un réseau de formes 1D (droite). Il y a donc une priorité cognitive des figures 2D sur les figures 1D. Les processus spontanés d'identification visuelle des formes se heurtent donc à l'enseignement de la géométrie à l'école primaire.

C'est pourquoi, un des enjeux fondamentaux de la géométrie à l'école primaire, est d'amener les élèves à changer de regard sur les figures. En effet, l'élève doit être capable de décomposer une figure en sous-éléments de dimensions 2 (surfaces, plans), de dimension 1 (lignes, segments, droites) ou dimension 0 (points) pour pouvoir s'approprier et utiliser les notions géométriques visées au cycle 3 (alignement, parallélisme, perpendicularité, égalité de longueur, milieu d'un segment, etc.). C'est ce que Raymond Duval appelle la déconstruction dimensionnelle d'une figure.

Le passage d'une vision 2D des figures à une vision 1D implique un développement des capacités d'analyse visuelle des figures.

Il y a 3 voies différentes pour analyser une figure :

- la perception : le premier travail de l'enseignant est d'amener l'élève à passer d'une analyse visuelle des figures en termes d'assemblage de surfaces à une analyse visuelle en termes d'assemblages de ligne.
- la connaissance de propriétés géométriques : les propriétés géométriques portent essentiellement sur des relations entre des éléments 1D. Donc analyser une figure en fonction de connaissance de propriétés géométriques suppose la déconstruction dimensionnelle.
- l'utilisation d'instruments : le recours à des instruments offre un moyen indépendant d'analyse (pas lié à la déconstruction dimensionnelle).

D'autre part, le changement de regard peut aussi être encourager grâce aux variables didactiques utilisées :

- le choix des instruments (pour passer d'une analyse perceptive à une analyse géométrique)

Les tâches de reproduction peuvent être radicalement différentes, d'un point de vue cognitif et d'un point de vue géométrique, selon le type d'instruments proposés à l'élève (instruments qui produisent des formes 1D ou des formes 2D).

C'est l'utilisation d'instruments différents, les uns permettant de transporter des informations 2D, les autres seulement des informations 1D, qui va permettre aux élèves d'entrer progressivement dans la déconstruction dimensionnelle des formes 2D.

- le choix de la figure
- le type de tâche : reproduction, restauration

L'activité de restauration de figures, et pas seulement de reproduction, est parfois plus efficace. Elle consiste à « reproduire une figure modèle à partir d'une amorce, à la même échelle ou non ». En amorçant la reproduction, on impose certains algorithmes de reproduction. L'activité de restauration

fournit une variable didactique supplémentaire selon le nombre et les propriétés des tracés que l'on a effacés.

- le jeu de malus / système de coût

Il faut que les élèves soient poussés à prendre conscience des possibilités et des contraintes de chaque instrument utilisé, c'est-à-dire au fait que l'utilisation d'instruments différents conduit à des procédures différentes. Il est alors intéressant de faire différencier le coût de chaque procédure par un jeu de malus.

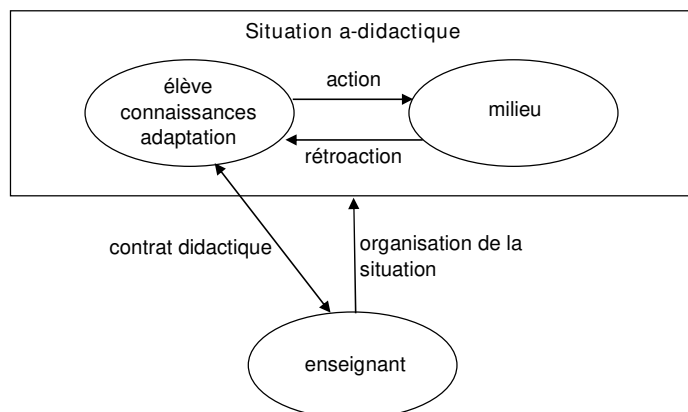
### 3. Théorie des situations didactiques de Guy Brousseau

D'après Piaget, l'enfant apprend en s'adaptant au milieu, producteur de contradictions, de déséquilibres. Quand il a appris, il retrouve un état d'équilibre avec le milieu. Le rôle de l'enseignant est donc de choisir judicieusement les situations qu'il propose pour provoquer chez les élèves les adaptations souhaitées. Le sens d'une connaissance pour l'élève provient essentiellement des situations dans lesquelles elle intervient comme une adaptation pertinente, c'est-à-dire qui conduit à la réussite.

Dans la TSD, ces situations sont appelées situations fondamentales. Pour qu'une situation didactique soit fondamentale, il est nécessaire :

- qu'elle soit a-didactique = la connaissance en cours de construction n'est pas apparente, ce que l'élève fait a un caractère de nécessité par rapport au savoir, et non pour des raisons didactiques.
- qu'elle permette de dépasser un obstacle, un obstacle étant une connaissance qui engendre des réponses fausses dans le contexte de la situation fondamentale et qui est à l'origine du conflit cognitif.
- qu'elle permette à l'élève d'envisager ce que peut être une réponse au problème et d'engager une procédure sur la base de ses connaissances antérieures.
- qu'elle permette à l'élève de valider ou invalider ses réponses par la rétroaction du milieu.

Un contrat didactique entre l'élève et l'enseignant est nécessaire pour que chacun connaisse ses droits et ses devoirs à propos des objets de savoir mathématique enseignés.

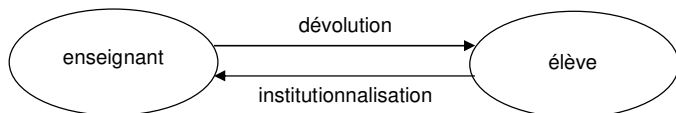




Dans le cadre de la TSD, un processus de dévolution est nécessaire. Ainsi, l'enseignant doit faire en sorte que les élèves assument leur part de responsabilité dans l'apprentissage.

« La dévolution est l'acte par lequel l'enseignant fait accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage ou d'un problème et accepte lui-même les conséquences de ce transfert. » (p.303 TDS)

De plus, il est essentiel que la connaissance passe du rôle de moyen de résolution d'une situation a-didactique au rôle de référence pour des situations futures. Ainsi, le processus d'institutionnalisation est le processus dans et par lequel l'enseignant signifie aux élèves les savoirs qu'il leur faut retenir comme les enjeux de l'apprentissage attendu.



## Partie 2 : Application en classe

### 1. Situation proposée en début d'année : situation « Faisceaux de traits », extraite du manuel Ermel Apprentissages géométriques et résolution de problème au cycle 3

#### a) Présentation de la situation

##### Objectifs

- Se familiariser avec ce type de problème
- Utiliser uniquement des relations d'alignement et d'appartenance d'un point à une ou deux droites comme outils de restauration d'une figure

##### Connaissances préalables des élèves sur l'alignement

Les programmes de mathématiques de 2015 spécifient que, dès le cycle 2, les élèves doivent être capable d'utiliser la règle (non graduée) pour repérer et produire des alignements de points ou de segments. Les connaissances visées sur l'alignement sont donc déjà acquises en classe de CM1 (cycle 3). Cependant, l'alignement engendre de nouveaux objets mathématiques, la droite et le segment, avec lesquels les élèves doivent se familiariser tout au long du cycle 3. De plus, en début de cycle 3, les élèves n'ont pas forcément eu l'occasion de résoudre des problèmes sur l'alignement.

##### Description de la situation

Le problème consiste à donner à l'élève une configuration de droites sécantes sur une première feuille (annexe I), ainsi que, sur une deuxième feuille, le début de la reproduction de cette configuration par certains points d'intersection des droites. L'élève doit terminer la reproduction.

##### L'amorce

L'amorce (annexe II) est constituée par 4 points (puis par 5 points pour la séance 2), correspondant à 4 points d'intersection des droites. L'orientation et l'échelle de l'amorce sont les mêmes que celles de la figure modèle à reproduire.

##### Instruments à disposition

Tous les instruments de géométrie : règle informable, règle graduée, ficelle, équerre, ...

##### Analyse de la situation dans le cadre de la TSD

L'objet à reproduire n'est pas un objet usuel (carré, rectangle, cercle...), ni même une composition d'objets usuels. Les relations d'alignement et d'appartenance sont les outils de solution appropriés, la situation est donc bien a-didactique.

Dans cette situation, la connaissance sur les longueurs est l'obstacle à dépasser.

La réponse au problème peut être envisagé par l'élève car chaque élève a la figure modèle à reproduire scotchée sur son bureau.

Pour la validation, les élèves vont pouvoir superposer un calque avec la figure à reproduire dessinée, sur leur production. Il y a donc bien rétroaction du milieu.

b) Déroulement de la situation

Séance 1 (annexe III)	Séance 2
L'amorce donnée permet de reproduire la figure directement à partir des points proposés.	La figure proposée est différente, l'amorce donnée ne permet pas de reproduire la figure directement avec les points proposés, il y a nécessité de procéder par étape.
1 - Phase de communication du problème L'enseignant présente la figure modèle, puis l'amorce. Il énonce le problème : « Sur la première feuille, il y a une figure. Sur la deuxième feuille, des points de cette figure ont été reproduits. Vous devez terminer la reproduction de la figure. »	
2 - Phase de recherche individuelle des élèves	
3 - Phase de bilan Les élèves valident ou non leur production à l'aide du calque. Ils présentent, à tout de rôle, leur production, leur méthode et leur conclusion.	
4 – Phase d'institutionnalisation A la suite de la leçon sur l'alignement, un paragraphe sur l'alignement comme outil de restauration de figure a été ajouté.	

c) Analyse

Les élèves sont tout de suite entrés dans la tâche car ils n'ont pas eu de difficultés à se projeter la réponse au problème puisque chacun avait la figure modèle sur son bureau. De plus, le problème posé a suscité une grande motivation.

Parmi les outils mis à disposition des élèves, la règle informable a été très peu utilisée. Je me suis rendue compte que les élèves n'étaient pas familiers de cet outil.

Les élèves ont tous essayé de construire les points en utilisant à la fois l'alignement et les longueurs. La mise en place d'un système de coût sur les instruments, pénalisant l'utilisation de la règle graduée, aurait pu amener les élèves à faire évoluer leur procédure.

D'autre part, pour les phases de bilan, Ermel recommande à l'enseignant de ne pas intervenir pour faire émerger la méthode de tracé. Pour la séance 1, j'ai voulu suivre cette recommandation et me suis sentie très démunie dans la phase de bilan ne sachant pas comment amener les élèves à prendre conscience que l'alignement était la solution optimale pour restaurer la figure. Pour la phase de bilan de la séance 2, j'ai donc décidé de lier l'analyse de la figure à la procédure de restauration attendue.

Cette situation s'est déroulée sur deux séances. J'ai trouvé que c'était assez lourd en termes de temps consacré à cette situation.


Enfin, j'ai eu la sensation que les élèves étaient frustrés de ne pas avoir réussi à restaurer la figure. Je pense qu'à la suite de la mise en commun, j'aurais dû leur proposer de réaliser à nouveau le problème.

2. Situation proposée en milieu d'année : situation extraite de l'article Droites perpendiculaires au CM2 : restauration de figure et activité des élèves, de Thomas BARRIER, Christophe HACHE et Anne-Cécile MATHE

a) Présentation de la situation

 Objectif


Utiliser les relations d'alignement, d'appartenance et de perpendicularité pour restaurer une figure.

 Connaissances préalables des élèves


Les élèves connaissent le type de problème : restauration de figure.

Un travail sur l'alignement a été mené en début d'année.


Une séquence sur les droites perpendiculaires a été menée un mois auparavant. Les élèves ont appris à reconnaître deux droites perpendiculaires à l'aide d'une équerre, et à tracer une droite perpendiculaire à une droite donnée et passant par un point donné, soit appartenant à la droite, soit extérieur à la droite, en utilisant l'équerre et la règle graduée.

 Description de la situation

La figure modèle (annexe IV) est constituée d'objets usuels (carré). Elle est construite sur un réseau riche en droites perpendiculaires. Cette figure modèle, accompagné d'un récapitulatif du système de coût des instruments, est distribuée à chaque élève. Les élèves ont également, sur une deuxième feuille, une amorce de la figure modèle qu'ils doivent donc compléter pour restaurer la figure.

 L'amorce

L'amorce proposée (annexe V) est constituée de deux côtés consécutifs du carré extérieur. L'amorce est dans une position oblique et est agrandie par rapport à la figure modèle.

 Les instruments à disposition et le système de coût des instruments

Les élèves ont à disposition une règle informable, une règle graduée, une bande de papier, une équerre et un gabarit d'angle droit.

Mais l'utilisation de ces instruments a un coût :

- tracer un trait : 0 point
- utiliser l'équerre ou un gabarit d'angle : 0 point
- reporter une longueur avec une règle informable : 5 points
- mesurer une longueur avec une règle graduée : 10 points

 Analyse de la situation dans le cadre de la TSD

La figure modèle, l'amorce, ainsi que le système de coût des instruments ont été choisis de manière à amener l'élève à utiliser les relations d'alignement, d'appartenance et de perpendicularité entre droites, notamment à repérer un point appartenant à une droite, celle-ci étant perpendiculaire à une autre droite.

Dans cette situation, la connaissance sur les longueurs, en tant qu'outil de reproduction de figure, est l'obstacle à dépasser.

La réponse au problème peut être envisager par l'élève car chaque élève a la figure modèle à reproduire scotchée sur son bureau.

Pour la validation, les élèves vont pouvoir superposer un calque avec la figure attendue, sur leur production. Il y a donc bien rétroaction du milieu.

b) Déroulement de la situation

1 - Phase de mise en route Communication du problème : « Vous avez ici une figure, vous allez devoir reproduire cette figure à partir des deux côtés tracés sur la deuxième feuille. Mais il y a une règle du jeu particulière. Aujourd'hui, il va y avoir un coût sur l'utilisation des instruments. C'est-à-dire que ça va vous coûter des points. Le but du jeu c'est d'avoir le moins de points possibles. »  Explication du système de coût des instruments
2 - 1 <sup>ère</sup> phase de recherche individuelle
3 - 1 <sup>ère</sup> phase mise en commun Validation des productions par superposition avec une version de la figure attendue sur papier calque Discussion autour des procédures utilisées et leur coût : mettre en avant les différences de coûts entre les procédures Amener les élèves à analyser plus précisément la figure modèle
4 - 2 <sup>ème</sup> phase de recherche individuelle Recherche d'une procédure de restauration « économique »
5 - 2 <sup>ème</sup> phase de mise en commun Mise en évidence des propriétés géométriques de la figure modèle qui permettent d'obtenir la procédure la plus économique.

c) Analyse

Le système de coût des instruments a empêché certains élèves d'entrer dans la tâche car ils ont tout de suite cherché à utiliser le moins de point possible et sont restés bloqués. Je pense que j'aurais dû ajouter cette contrainte aux élèves que dans un deuxième temps, c'est-à-dire pour la deuxième phase de recherche.

D'autre part, dans le récapitulatif des coûts, des actions et des instruments étaient mélangés. Les élèves ont donc demandé s'ils pouvaient utiliser l'équerre pour mesurer puisque la mesure avec la règle graduée coûtait 10 points alors que l'utilisation de l'équerre coûtait 0 point. J'ai donc précisé que l'équerre ne pouvait être utilisée que pour reconnaître ou tracer un angle droit.

Le gabarit d'angle droit était à disposition des élèves mais il n'a pas été utilisé, les élèves étant peu familiers de cet outil.

Je n'ai pas fait d'institutionnalisation suite à cette séance car j'avais fait une leçon sur les droites perpendiculaires peu de temps auparavant. Cependant, je pense que d'autres connaissances géométriques auraient pu être institutionnalisées, comme par exemple :

- Que l'on peut voir une figure de différentes manières : on peut voir des carrés assemblés, ou bien un réseau de droites perpendiculaires.
- Qu'il suffit de deux points pour tracer une droite
- Que l'on peut tracer une droite si on a repéré qu'elle était perpendiculaire à une autre droite et qu'on connaît un point par lequel elle doit passer.
- ...

### Partie 3 : Synthèse de la réflexion

Ma réflexion porte sur la mise en œuvre d'une situation de restauration de figure en classe, dans le but de favoriser les apprentissages géométriques.

Tout d'abord, les problèmes de restauration de figure peuvent permettre de consolider des connaissances, et dans ce cas ils sont proposés à la suite d'une ou plusieurs séances sur la notion géométrique visée. Mais ils peuvent également être proposés en tant que situation d'entrée d'une séquence.

Ayant essayé deux mises en œuvre différentes, il m'apparaît plus efficace de procéder, sur une même séance, selon les étapes suivantes :

- 1) Phase de communication du problème
- 2) Première phase de recherche individuelle
- 3) Première phase de mise en commun
- 4) Deuxième phase de recherche individuelle
- 5) Deuxième phase de mise en commun
- 6) Phase d'institutionnalisation

La phase de mise en route consiste à présenter de la figure modèle, communiquer le problème et présenter le système de coût des instruments. Il apparaît important, lors de cette phase, de bien dire clairement aux élèves qu'ils sont autorisés à écrire sur la figure modèle et à gommer sur leur production. En effet, sans cette explicitation, les élèves n'osent pas faire des tracés sur la figure modèle, ce qui rend difficile le repérage de relations entre les éléments de la figure.

Concernant le système de coût, c'est une des variables didactiques essentielles des problèmes de restauration de figure. En effet, le type d'instrument choisi pour la restauration, et donc privilégié grâce au système de coût, est essentiel afin de solliciter telle ou telle vision de la figure, et ainsi amener les élèves à changer de regard sur la figure.

Cependant, mon expérience en classe m'a permis de me rendre compte que le système de coût des instruments peut désorienter les élèves la première fois qu'ils y sont confrontés, et les empêcher d'entrer dans la tâche car ils se focalisent uniquement sur le nombre de points, et ne s'autorisent pas à essayer des procédures coûteuses. Je propose donc, lors de la 1<sup>ère</sup> confrontation des élèves à ce type de problème, d'utiliser uniquement dans une première phase un système de comptage des instruments utilisés, mais sans coût, pour encourager les élèves à aller au bout de la restauration. Puis la notion de coût des instruments peut être amenée pendant la mise en commun. A ce moment, chaque élève calcule le coût de sa procédure, ce qui permet de bien expliciter le fonctionnement du système de coût des instruments. Une deuxième phase de recherche visant à chercher la procédure la plus économique est alors lancée. Par la suite, le système de coût pourra être proposé dès la première phase de recherche, tout en précisant aux élèves que l'objectif de cette première phase est d'arriver à la réalisation de la restauration même si la procédure est coûteuse.

Avec la mise en place du système de coût, il me semble nécessaire de mettre en œuvre deux phases de recherche individuelles, suivie chacune par une phase de mise en commun. En effet, le but de la première phase de recherche individuelle est que les élèves réalisent la restauration de la figure, valide ou non, avec une procédure qu'ils maîtrisent, et liée à la ou les appréhensions de la figure mises en jeu dans leur démarche.

La première mise en commun permet tout d'abord de valider ou d'invalider les productions des élèves. Puis les échanges portent sur les procédures utilisées. Les élèves peuvent répondre de leur place ou venir au tableau pour expliciter leur procédure. Je me suis rendue compte qu'il était nécessaire d'afficher au tableau un agrandissement de la figure modèle. Les échanges sur les procédures doivent conduire les élèves à une analyse de la figure modèle, faisant intervenir les différentes appréhensions. Le rôle de l'enseignant est de guider cette analyse de façon à amener les élèves vers la déconstruction dimensionnelle de la figure. J'ai remarqué que le langage oral (par exemple, carré, trait, ligne, point), tout comme la gestuelle (par exemple, des gestes larges pour désigner une surface), utilisés par les élèves pour expliciter leur procédure, contribue au changement de regard sur la figure. La phase de mise en commun se termine par la confrontation des coûts des différentes procédures fait apparaître des écarts importants du nombre de points utilisés.

Ces différences permettent alors de relancer une deuxième phase de recherche individuelle ayant pour but la recherche de la procédure la plus économique. La deuxième mise en commun sert à mettre en évidence les propriétés géométriques de la figure modèle, en lien avec la procédure la plus économique. L'apprentissage géométrique visé doit alors être clairement explicité.

J'ai pu constater que l'auto validation, grâce à l'utilisation d'un calque avec la figure attendue, était une source de motivation pour les élèves.

La phase d'institutionnalisation est cruciale pour que la connaissance, utilisée comme solution de résolution du problème de restauration, devienne un savoir officiel qui pourra être réutilisé. Cependant, si l'institutionnalisation arrive trop tôt, juste après la première phase de mise en commun par exemple, elle perturbe la construction du sens de la connaissance. A l'inverse, si l'institutionnalisation arrive trop tard, les interprétations erronées des élèves seront renforcées, ce qui ralentira l'apprentissage. L'institutionnalisation permet de décontextualiser la connaissance afin de lui donner un caractère universel. Au cours de cette phase, une trace écrite peut être élaborée avec les élèves. Par la suite, une ou plusieurs séances d'entraînement seront proposées aux élèves afin de compléter le processus d'apprentissage.

En conclusion, ce travail de réflexion m'a permis de me familiariser avec la théorie des situations didactiques de Guy Brousseau. Par la suite, il me sera intéressant de pouvoir analyser les situations que je proposerai dans ma pratique de classe, sous l'angle de cette théorie, afin de mettre en œuvre des situations didactiquement riches. De plus, cette réflexion m'a conduite à approfondir la didactique de la géométrie, ce qui me sera très profitable pour ma pratique professionnelle. Je suis convaincue que les problèmes de restauration de figure sont cruciaux pour les apprentissages géométriques et que, grâce aux variables didactiques possibles (le système de coût des instruments, le choix de l'amorce ainsi que sa position et son échelle, la complexité de la figure modèle, ...), ils sont plus riches que les problèmes de reproduction. Il me semble donc important de proposer ce type de problème dès le cycle 2 afin de développer chez les élèves une mobilité du regard entre surfaces, lignes et points dans la vision d'une figure.

Annexe I

Figure de la séance 1 :

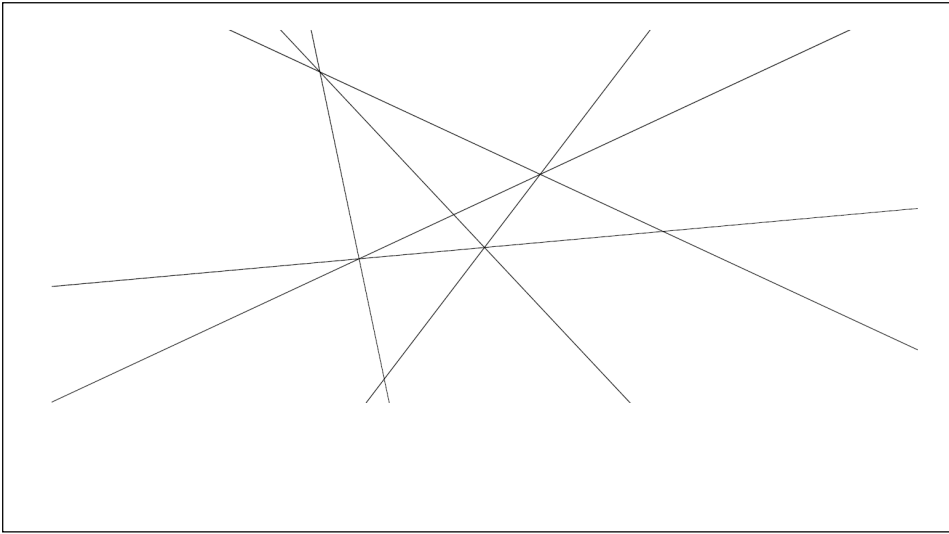
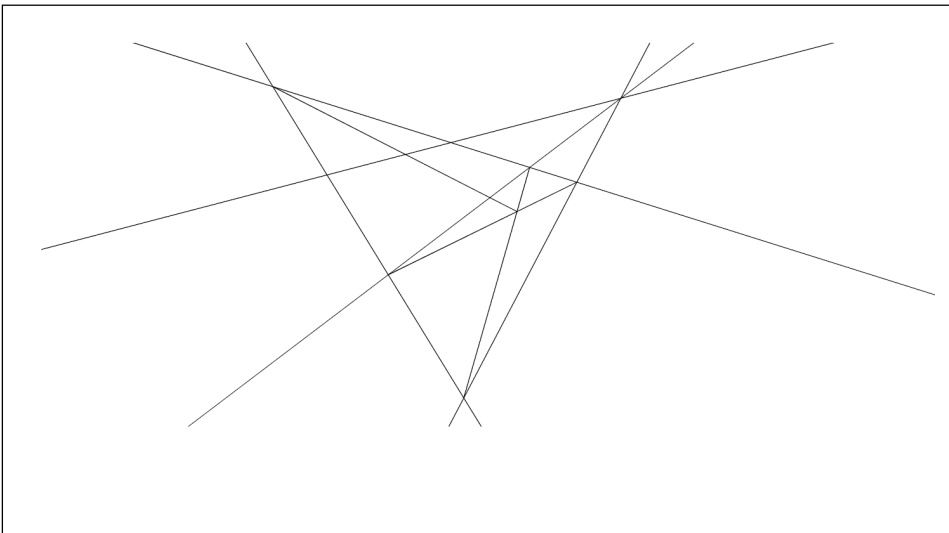


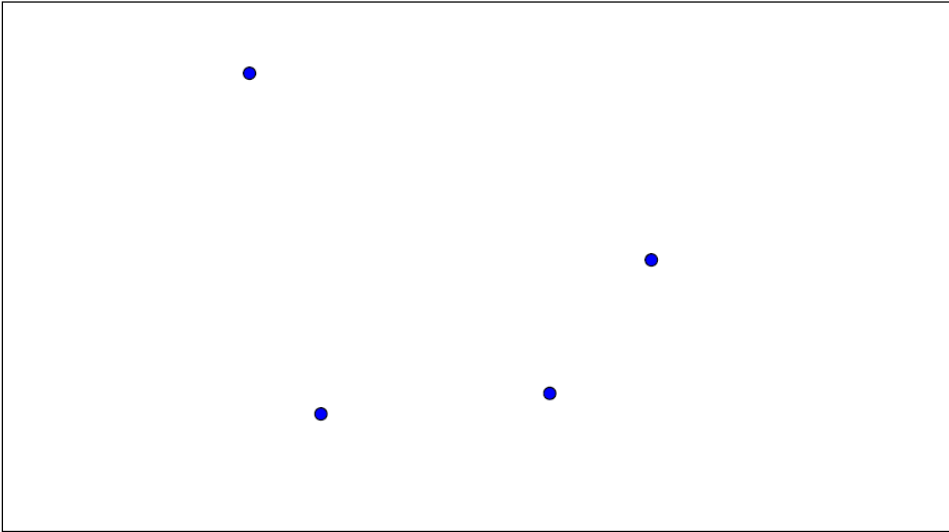
Figure de la séance 2 :



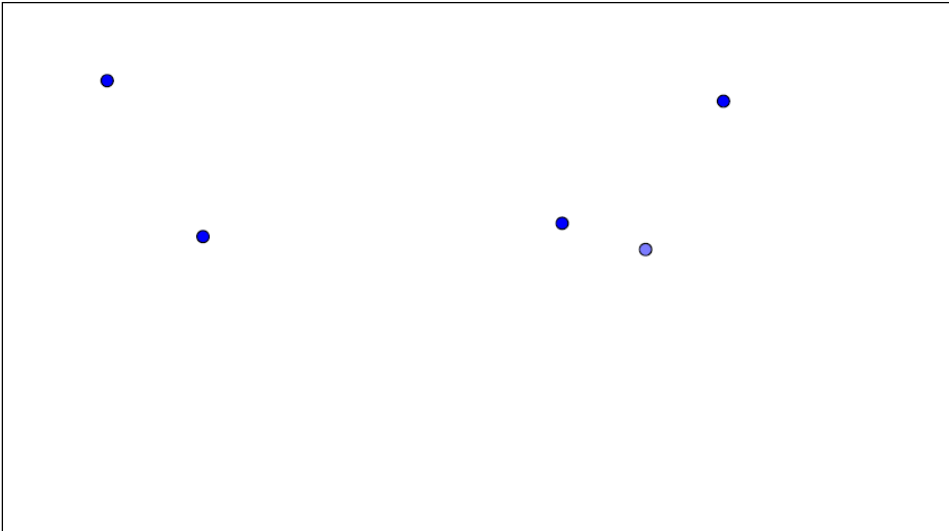


Annexe II

Amorce de la séance 1 :



Amorce de la séance 2 :

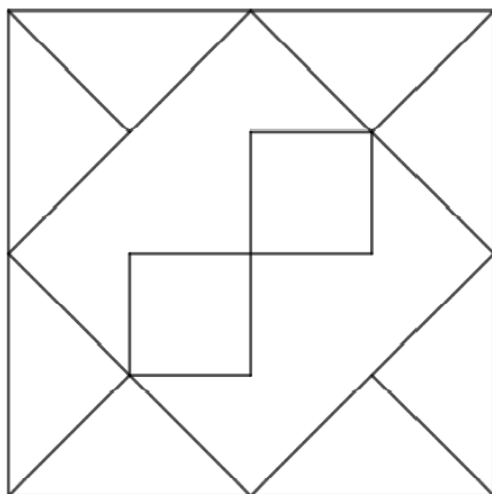


## Annexe III

1h		Séance 1	
Objectifs	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se familiariser avec le type de problème (consistant à reproduire une configuration plane non usuelle)</li> <li>- Comprendre que des objets du plan (points notamment) peuvent être construits sans le recours à certaines relations comme les longueurs</li> <li>- Comprendre que certains des objets d'une figure dépendent d'autres objets</li> </ul>		
Temps	Déroulement	Organisation/ Matériel	
15 min	<p><u>Communication du problème</u> Distribution de la fiche 1 (figure modèle) aux élèves. PE : « Que voyez-vous ? » Réponse attendue : C'est une figure, un dessin... Il y a des traits, il y a des traits qui indiquent des segments et d'autres des droites...</p> <p>Faire fixer la fiche 1 avec du scotch sur le bureau dans une orientation standard (avec le point de concours de 3 droites du faisceau en haut de la feuille). Distribution de la fiche 2 (amorce) aux élèves. PE : « Qu'est-ce que c'est d'après-vous ? » Réponse attendue : Les élèves font des hypothèses jusqu'à ce qu'ils expriment que les points que l'on voit sont les reproductions de points de la figure origine. → Le PE peut intervenir pour faire expliciter en quoi les deux figures diffèrent (sur la 1<sup>ère</sup>, il y a des traits et des points ; sur la 2<sup>nd</sup>, il n'y a que des points), ou en quoi elles sont analogues (les points sont placés pareil, si on superposait les fiches 1 et 2 les points seraient l'un sur l'autre).</p> <p>Faire lire l'énoncé du problème, écrit sur une affiche : « Sur la première feuille, il y a une figure. Sur la deuxième feuille, des points de cette figure ont été reproduits. Termine la reproduction de la figure. »</p>	<p>8 Boîte à outils 8 fiches, 8 fiches 2 + 1 calques avec figure 1 + 1 feuille consigne</p> <p>Collectif / oral</p>	
20 min	<p><u>Recherche</u> Le PE n'apporte ni aide, ni conseil.</p>	Individuel	
25 min	<p><u>Bilan</u> Les élèves viennent à tour de rôle présenter leur seconde feuille en montrant leur production, leur méthode et leur conclusion. En plaçant, le calque de la figure par-dessus, il est possible de conclure sur la validité de la production :  <ul style="list-style-type: none"> <li>- points ou traits mal dessinés</li> <li>- pas de distinction entre traits indiquant des segments et traits indiquant des droites.</li> </ul>           Les élèves peuvent revenir sur leur mode de tracé, mais l'explicitation de la méthode n'est pas exigée. Le PE ne doit pas intervenir pour la faire émerger.</p>	Collectif/ oral	
<u>Bilan</u>			

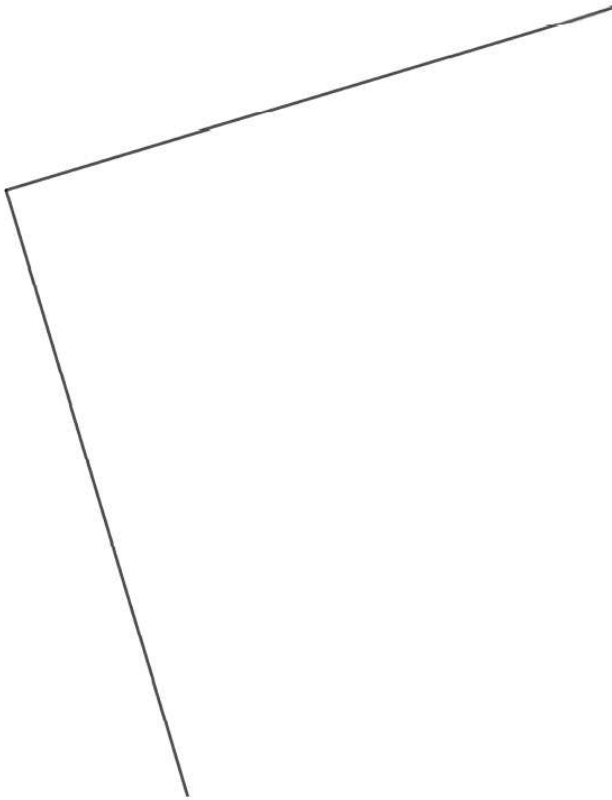
## Annexe IV

Figure modèle



Action	Coût	Comptes
Tracer un trait	0 point	
Utiliser l'équerre ou un gabarit d'angle droit	0 point	
Reporter une longueur avec la règle informable ou la bande de papier	5 points	
Mesurer une longueur avec la règle graduée	10 points	
Total des points :		

Amorce



## Références bibliographiques

---

BARRIERE T., HACHEC, MATHEA-C. (2014). Droites perpendiculaires au CM2: restauration de figures et activités des élèves, Grand N, 93, 13-37

BULF C., CELI V. (2014). Des problèmes de reproduction aux problèmes de restauration de figures planes : quelles adaptations pour la classe ?, Actes du 41<sup>ème</sup> colloque COPIFELEM

DUVAL R. (1994). Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique, Repères-IREM, 17, 121-138

DUVAL R., & GODIN M. (2006). Les changements de regards nécessaires sur les figures, Grand N, 76, 7-27

HOUEMONT C., KUZNIAK A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie, Annales de didactiques et de sciences cognitives, 11, 175-216

KESKES B., PERRIN-GLORIAN M.-J., DELPLACE J.-R. (2007). Géométrie plane et figures au cycle 3. Une démarche pour élaborer des situations visant à favoriser une mobilité du regard sur des figures de géométrie, Grand N, 79, 33-60

PERRIN-GLORIAN M.-J., MATHÉ A.-C., LECLEFQ R. (2013). Comment penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans? Le jeu sur les supports et les instruments, Repères-IREM, 90, 7-41

Apprentissages géométriques et résolution de problèmes Cycle 3, HATIER ERME L. - 2006