

L'âge de la retraite, une analyse des différentes approches théoriques

Cindy Gumbs

▶ **To cite this version:**

Cindy Gumbs. L'âge de la retraite, une analyse des différentes approches théoriques. Economies et finances. 2016. dumas-02142860

HAL Id: dumas-02142860

https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02142860

Submitted on 28 May 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

FACULTÉ DE DROIT ET D'ÉCONOMIE DE LA MARTINIQUE

ANNÉE UNIVERSITAIRE 2015- 2016

MASTER ÉCONOMIE

SPECIALITE I : ECONOMIE ET GESTION DES ENTREPRISES ET DES INSTITUTIONS FINANCIERES

Parcours 1 : *MONNAIE – BANQUE – FINANCE*

« L'âge de la retraite, une analyse des différentes approches théoriques »

PRÉSENTÉ ET SOUTENU PUBLIQUEMENT EN SEPTEMBRE 2016 PAR :

Mme GUMBS Cindy

DIRECTEUR DE MÉMOIRE :

Mr JOSEPH Gilles, Maître de Conférences en Sciences Economiques

L'Université n'entend donner aucune approbation ni improbation aux opinions émises dans les mémoires : ces opinions doivent être considérées comme propres à leurs auteurs.

Résumé

Le système de retraite français doit faire face, comme dans l'ensemble des pays développés, aux problématiques liées à l'impact de la crise économique et du vieillissement de la population.

Parallèlement à cela, le taux d'emploi des seniors, malgré une orientation progressive à la hausse, demeure encore trop faible et pèse ainsi dans le déséquilibre financier du système lorsqu'on tient compte de l'augmentation de l'espérance de vie. En outre, l'augmentation de l'âge de la retraite ne fait qu'accroître les inquiétudes des individus sur la viabilité du système.

Ce travail de recherche s'intéresse donc à la détermination de l'âge optimal de la retraite tant d'un point de vue macroéconomique que d'un point de vue microéconomique.

Notions-clés : Âge de la retraite, emploi des seniors, vieillissement de la population, financement des retraites, taxation implicite.

Remerciements

Je tiens à remercier M. JOSEPH Gilles, directeur de ce mémoire, pour ses conseils précieux, sa patience et le temps qu'il m'a accordé.

J'aimerais remercier l'ensemble des professeurs du Master 2 Économie et gestion parcours MBF et dans une plus large dimension, l'ensemble des professeurs que j'ai rencontré tout au long de mon parcours universitaire, pour toutes les notions et techniques qu'ils m'ont permis de découvrir tout au long de ces années.

Je voudrais enfin remercier l'ensemble des personnes m'ayant apporté leur soutien, leur motivation et leur aide au cours de cette année et qui ont ainsi contribué de près ou de loin à ce mémoire.

Table d'abréviations

AFD : Agence française de développement.

AGIRC : Association générale des institutions de retraite des cadres.

ARRCO : Association pour le régime de retraite complémentaire des salariés.

ASPA : Allocation de solidarité aux personnes âgées.

CAE : Conseil d'analyse économique.

CNAV : Caisse nationale d'assurance-vieillesse.

COR : Conseil d'orientation des retraites.

DARES : Direction de l'animation de la recherche, des études et des statistiques.

Enquête **ESSA** : Enquête Emploi des salariés selon l'âge.

FRR : Fonds de réserve pour les retraites.

FSV : Fonds de solidarité vieillesse.

IEDOM : Institut d'émission des départements d'Outre-mer.

INED : Institut national d'études démographiques.

INSEE : Institut national de la statistique et des études économiques.

MICO : Minimum contributif.

OASDI : Old-age, Survivors and disability insurance.

OCDE : Organisation de coopération et de développement économiques.

PERCO : Plan d'épargne pour la retraite collectif.

PERP : Plan d'épargne retraite populaire.

PIB : Produit intérieur brut.

PLFSS : Projet de loi de financement de la sécurité sociale.

RGPS : Regime geral de previdência social.

RPPS : Regimes próprios de previdência social.

SMIC : Salaire minimum de croissance.

Introduction

Le système de retraite français trouve ses origines sous l'Ancien régime[1]. En effet, J.-B. Colbert, sous le règne de Louis XIV, met en place un système de retraite pour les marins, dans l'optique de fidéliser la main-d'œuvre de l'Etat. Par la suite, d'autres régimes sont créés tels que :

- Le régime pour les fonctionnaires de la Banque de France en 1806.
- Celui des fonctionnaires de l'Impression Nationale en 1824.
- Le régime des militaires en 1831.
- Celui des fonctionnaires civils en 1853.
- Le régime des mineurs en 1894.
- Celui des cheminots en 1909.

Concernant le secteur privé, il faudra attendre la fin du 19ème siècle pour voir apparaître les premiers régimes de retraite. A cette époque, on assiste à la dégradation du niveau de vie des personnes âgées. Celle-ci est principalement due au manque de transferts intergénérationnels au sein d'une même famille, dans une société à l'esprit de plus en plus individualiste. Les entreprises se proposent donc de créer une protection contre le risque vieillesse dans le but de fidéliser leurs salariés. Dans la réalité, cette protection couvre essentiellement les salariés les plus qualifiés. Ceux ne bénéficiant pas de cette protection, sont laissés à leurs tristes sorts, les conditions d'épargne étant défavorables à cause des niveaux de salaires très bas.

Il faudra attendre le début des années 1900, pour que l'objectif des retraites évolue du stade de protection contre le risque vieillesse au titre de récompense pour des services effectués pour la société pendant la vie active.

Ainsi, la loi du 5 avril 1910 donne naissance au premier régime de retraite officiel. Celui-ci est basé sur le principe de la capitalisation. En 1941, après plusieurs réformes, le régime se base désormais sur un mélange des principes de la capitalisation et de la répartition, par notamment, l'introduction d'une pension minimale.

[1] L'Ancien régime est assimilé à la période correspondant aux deux siècles antérieurs à la Révolution française (1789) et à la proclamation de la Première République (1792).

Sous les influences anglaises (Rapport de Beveridge en 1942), le système de retraite prend place, en 1945, au sein du plan de la sécurité sociale. Par la suite, les différentes réformes successives vont conduire le système de retraite à l'état dans lequel nous le connaissons aujourd'hui.

En France, le système actuel de retraite est composé de régimes de base obligatoires, représentatifs de l'ensemble des domaines professionnels présents en France, ainsi que de régimes complémentaires. Au sein des régimes de base, se trouve le régime général assurant la couverture des travailleurs du secteur privé. Ce régime constituera le cadre d'étude de ce mémoire car il touche, par définition, une grande partie de la population.

Cependant, de nos jours, le système actuel de retraite est controversé. Les français restent inquiets quant à la viabilité du système de retraite.

En 2015, d'après le baromètre réalisé par la Direction de la recherche, des études, de l'évaluation et des statistiques (DREES), 71 % des français pensent que le niveau de vie des retraités sera inférieur à celui du reste de la population au moment de leur retraite.

Selon une enquête effectuée pour la Caisse des dépôts et consignations en 2013, « 74 % des personnes interrogées sont globalement inquiètes, ou très inquiètes sur le devenir du système ». Ce sentiment criant d'inquiétude doit être pris en compte dans les travaux de préparation d'une nouvelle réforme du système en traitant la question de la pérennité du système.

Selon le baromètre DREES 2015, les français restent fortement attachés à un système de retraite public mais les personnes d'âge actif pensent qu'il faut ajouter au système actuel un complément d'assurance ou d'épargne individuelle (56 % pour les moins de 30 ans et 42 % pour les plus de 30 ans). En opposition à cela, une grande majorité des retraités restent favorables à un système de retraite par répartition. On peut se demander ici si l'opinion des jeunes générations se rapprochera de celle des retraités actuels lorsqu'elles vieilliront ou si c'est le contexte économique actuel qui influence leur jugement ou alors un changement de comportement de la société plus individualiste.

On observe que le critère de richesse des ménages ainsi que l'éducation jouent également un rôle dans la dualité des opinions des français sur l'avenir de leur système de retraite. Ainsi, les ménages les plus riches sont relativement moins attachés au système actuel (54 % contre 66 % pour les ménages les plus pauvres). De même, pour les personnes titulaires d'un doctorat ou d'un diplôme d'une grande école (51 % contre 68 % pour les individus de niveau de formation inférieure).

Les inquiétudes des individus touchent également la question de l'âge de la retraite. En effet, en 2015, seul 29 % des français seraient en faveur d'un allongement de la durée de cotisation et 28 % accepteraient un report de l'âge de la retraite.

Ainsi, nous pouvons nous demander :

Comment déterminer l'âge optimal du départ à la retraite pour financer efficacement le système de retraite ?

Il s'agit, tout d'abord, de définir l'âge de la retraite, puis d'observer comment il est approché dans un cadre macroéconomique, puis microéconomique.

Chapitre 1 :

La place de l'âge de la retraite en France et à l'étranger

L'âge de départ à la retraite est un paramètre essentiel du système de retraite. En effet, tout comme le taux de cotisation et le niveau relatif des pensions, il fait partie des trois leviers d'action permettant d'établir les réformes du système.

Ainsi, de nombreuses réformes ont impacté l'âge de départ à la retraite depuis la création du système de retraite.

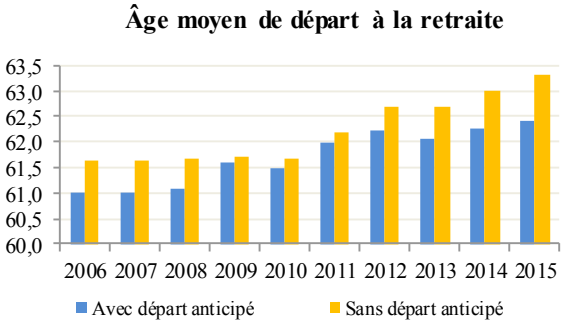
Section 1 : Les différents âges de départ à la retraite

L'âge de départ à la retraite est souvent assimilé à l'âge à partir duquel l'individu devient un retraité. Cependant, notre système de retraite utilise plusieurs notions pour définir l'âge de départ à la retraite, ce qui peut vite porter à confusion.

A/ L'âge effectif de départ à la retraite

L'âge effectif de départ à la retraite est défini comme l'âge auquel l'individu part réellement à la retraite. A partir de cet âge, on peut calculer l'âge moyen de départ à la retraite qui n'est rien d'autre que la moyenne algébrique des différents âges des individus entrant à la retraite. Cet indicateur a l'avantage d'être facilement disponible car il se base sur la population des nouveaux retraités de l'année observée. Il permet ainsi de mesurer assez rapidement l'impact des réformes sur le comportement individuel de départ à la retraite. Cependant, du fait de sa définition, il est relié au poids de la population des nouveaux retraités à une année donnée.

En 2015, l'âge moyen de départ à la retraite est de 62,4 ans (+1,4 an sur 9 ans). L'augmentation rapide de l'âge effectif de départ à la retraite est fortement impactée par le poids des réformes du système de retraite ainsi que par l'arrivée massive à la retraite des individus issus du baby-boom.



Source : CNAV

Graphique 1.1 A : Evolution de l'âge moyen de départ à la retraite

On peut également mesurer l'âge de départ à la retraite par génération qui correspond à la moyenne algébrique des différents âges des individus entrant à la retraite mais appartenant, cette fois-ci, à la même génération. Cet indicateur est plus pertinent que le précédent car les individus nés pendant la même année évoluent dans le même contexte économique et sont impactés par les mêmes réformes. Il permet ainsi de rendre compte de l'influence d'une réforme sur le départ à la retraite par génération. Par contre, il présente l'inconvénient d'être calculé que pour les anciennes générations car il faut qu'une grande majorité d'individus de la génération soit partie à la retraite. Ce qui engendre un retard entre la mise en application de la réforme et le calcul de l'indicateur.

Pour limiter les inconvénients des deux précédents indicateurs, le Conseil d'orientation des retraites (COR) a créé un nouvel indicateur : l'âge conjoncturel de départ à la retraite. Cet indicateur est défini comme l'âge moyen de départ à la retraite d'une génération fictive dont la proportion de retraités à chaque âge serait identique à la génération correspondant à cet âge. Dans le calcul de l'âge conjoncturel de départ à la retraite intervient le taux de retraités à chaque âge qui correspond au rapport entre le nombre d'individus d'une génération déjà à la retraite et le nombre d'individus de cette génération ayant validé au moins un trimestre de cotisation. L'indicateur est ainsi défini comme la différence entre 77[1] et la somme des taux de retraités entre 55[2] et 76 ans.

B/ L'âge légal de départ à la retraite

Trois distinctions peuvent être faites à propos de l'âge légal de départ à la retraite.

- L'âge légal minimal :

L'âge légal minimal de départ à la retraite correspond à l'âge, fixé par la loi, autorisant les individus à liquider leurs droits de retraite. En prenant sa retraite à cet âge, l'individu n'est pas garanti de percevoir des pensions de retraite complètes. En effet, le montant des pensions dépend de la durée de cotisation de l'individu. Il doit ainsi avoir cotisé pendant un certain temps[3]

[1] Pour le calcul de l'âge conjoncturel de départ à la retraite, le COR définit un âge maximal de départ à la retraite égal à 77 ans.

[2] Le COR définit également un âge minimal de départ à la retraite pour la formule de l'âge conjoncturel de départ à la retraite qui serait égal à 55 ans.

[3] Aujourd'hui, la durée de cotisation est de 43 ans (soit 172 trimestres) pour les générations nées à partir de 1973.

pour prétendre à une retraite à taux plein. Cependant, l'individu peut faire le choix de partir à la retraite sans avoir respecté la durée de cotisation ouvrant les droits d'accès à une retraite à taux plein. Il sera alors pénalisé par une réduction du montant de ses pensions. Il existe, tout de même, des cas particuliers dans lesquels l'individu peut obtenir une retraite à taux plein sans avoir atteint la durée de cotisation nécessaire (comme par exemple, les personnes ayant une incapacité permanente supérieure à 50 %).

Depuis 2010, l'âge légal minimal de départ à la retraite est défini ainsi :

Année de naissance	Âge légal minimal
Avant 1952	60 ans (pour les individus nés avant le 1er juillet 1951) et 60 ans et 4 mois (pour ceux nés entre le 1er juillet 1951 et le 31 décembre 1951)
1952	60 ans et 9 mois
1953	61 ans et 2 mois
1954	61 ans et 7 mois
A partir de 1955	62 ans

Source : service-public.fr

Tableau 1.1 A : Caractéristiques de l'âge légal minimal depuis 2010 en fonction de la génération de l'individu

- L'âge légal d'obtention automatique d'une retraite à taux plein :

L'âge légal d'obtention automatique d'une retraite à taux plein permet à un individu de percevoir des pensions de retraite complètes, même s'il n'a pas atteint la durée de cotisation nécessaire.

Aujourd'hui, l'âge légal d'obtention automatique d'une retraite à taux plein est défini ainsi :

Année de naissance	Âge légal d'accès à une retraite à taux plein
Avant 1952	65 ans (pour les individus nés avant le 1er juillet 1951) et 65 ans et 4 mois (pour ceux nés entre le 1er juillet 1951 et le 31 décembre 1951)
1952	65 ans et 9 mois
1953	66 ans et 2 mois
1954	66 ans et 7 mois
A partir de 1955	67 ans

Source : service-public.fr

Tableau 1.1 B : Caractéristiques de l'âge légal d'accès automatique au taux plein depuis 2010 en fonction de la génération de l'individu

- L’âge de départ à la retraite d’office :

L’âge de départ à la retraite d’office correspond à l’âge à partir duquel un employeur peut mettre un salarié à la retraite d’office. Avant cet âge, l’employeur peut lancer une procédure de mise à la retraite d’office sous deux conditions : il faut que le salarié ait atteint l’âge légal d’obtention automatique d’une retraite à taux plein et qu’il donne son accord. En cas de refus, l’employeur pourra effectuer une nouvelle demande au salarié chaque année jusqu’à ce qu’il atteigne l’âge de départ à la retraite d’office.

Lorsque le salarié franchit cet âge, l’employeur n’a plus besoin de son accord. Il doit juste informer le salarié de sa décision par le biais d’un préavis. Toute irrégularité dans la procédure de mise à la retraite d’office transformera la fin du contrat de travail du salarié en licenciement.

Aujourd’hui, l’âge de départ à la retraite d’office est fixé à 70 ans.

Section 2 : Les réformes autour de l'âge de la retraite

De nombreuses réformes ont permis de transformer le système de retraite depuis sa création en 1945 à sa forme actuelle. On peut regrouper ses réformes en deux grands groupes, en fonction de leur objectif principal.

A/ Les réformes jusqu'en 1982 : Vers une amélioration des droits des retraités

Avant 1982, les réformes du système de retraite sont principalement établies dans le but de faire progresser les droits des retraités. Ainsi, on assiste, entre autres choses, à l'élargissement de la protection vieillesse à tous les individus, la création des retraites complémentaires (comme l'AGIRC[1] en 1947, ou encore l'ARRCO[2] en 1961), l'instauration d'un minimum-vieillesse et une amélioration du calcul du montant des pension par le décret de 1972.

L'âge de départ à la retraite est impacté par diverses réformes dont les plus importantes sont :

- La loi du 31 décembre 1971, énoncée par Robert Boulin[3], impose une évolution du taux de remplacement à 60 ans de 20 % à 25 % mais rallonge la durée de cotisation de 30 à 37,5 ans.
- La loi du 3 novembre 1975 supprime la durée minimale de cotisation donnant le droit au versement d'une pension.
- L'ordonnance du 26 mars 1982 permet de diminuer l'âge légal minimal de départ à la retraite de 65 ans à 60 ans.

[1] Association générale des institutions de retraite des cadres.

[2] Association pour le régime de retraite complémentaire des salariés.

[3] Robert Boulin était le Ministre de la Santé publique et de la sécurité sociale au sein du gouvernement de Jacques Chaban-Delmas entre 1969 et 1972.

B/ Les réformes après la fin des années 80 : Des solutions apportées pour protéger la viabilité du système

A la fin des années 80, les perspectives sur la pérennité du système de retraite deviennent de plus en plus inquiétantes à cause des premiers effets du vieillissement de la population et la baisse de la population active soutenue par le chômage et l'entrée de plus en plus tardive des jeunes individus sur le marché du travail.

Ainsi, plusieurs réformes seront appliquées pour tenter un rééquilibrage du système. On peut alors observer la création de deux dispositifs d'épargne salariale (le PERP[1] pour l'épargne individuelle et le PERCO[2] pour l'épargne en entreprise), le rapprochement des régimes spéciaux du régime général.

L'âge de départ à la retraite est également concerné par plusieurs réformes :

- La loi du 22 juillet 1993, énoncée par Edouard Balladur[3], qui est plus connue pour avoir changé la méthode d'indexation des pensions, a aussi permis d'augmenter la durée de cotisation nécessaire pour bénéficier d'une retraite au taux plein. Cette durée est ainsi passée de 37,5 ans à 40 ans.
- La réforme des retraites de 2010, mise en place par Eric Woerth[4], permet d'augmenter progressivement l'âge légal minimal de départ à la retraite de 60 à 62 ans. L'âge légal qui garantit une retraite au taux plein passe, quant à lui, de 65 à 67 ans. Ces âges s'appliqueront aux individus nés à partir de 1955. La durée de cotisation est également rallongée à 41 ans.
- La loi du 21 décembre 2012 prévoit une accélération dans la mise en place totale de la réforme de 2010 : l'échéance a été avancée à 2017 au lieu de 2018.
- La réforme des retraites de 2014 prévoit plusieurs mesures sur la justice et l'équité devant le système de retraite mais surtout une augmentation de la durée de cotisation nécessaire pour bénéficier d'une retraite au taux plein à 43 ans pour les individus nés à partir de 1973.

[1] Plan d'épargne retraite populaire.

[2] Plan d'épargne pour la retraite collectif.

[3] Edouard Balladur était le Premier Ministre du Président François Mitterrand entre 1993 et 1995.

[4] Eric Woerth était le Ministre du Travail, de la Solidarité et de la Fonction publique au sein du gouvernement de François Fillon en 2010.

Section 3 : L'âge de la retraite dans le monde

L'âge de la retraite dans le monde évolue en fonction de l'histoire de chaque pays et de son niveau de développement.

Ainsi, les questions sur la retraite ne sont pas traitées de la même manière dans les pays développés, dans les pays émergents et dans les pays les moins avancés.

A/ Dans les pays développés

Les systèmes de retraites dans les pays développés rencontrent les mêmes problématiques que celui de la France. En effet, le vieillissement de la population et les effets de la crise économique de 2008 ont touché l'ensemble des pays développés mais à des niveaux différents.

Tout comme en France, les réformes, de ces 20 dernières années, ont été mises en œuvre dans le but de résoudre le problème de financement des systèmes de retraite, d'améliorer l'effet de la solidarité dans leurs fonctionnements, de favoriser des régimes complémentaires par capitalisation et de reculer progressivement l'âge de la retraite.

- L'exemple des Etats-Unis :

Aux Etats-Unis, le système de retraite a été créé en 1935 suite à la crise de 1929. Il s'agit d'un système par répartition dont le caractère redistributif est plus prononcé qu'en France. En effet, il favorise les personnes aux revenus modestes en leur offrant un taux de remplacement plus avantageux que les autres individus aux revenus plus élevés. Ainsi, ce taux de remplacement est de l'ordre de 90% pour les travailleurs ayant un salaire appartenant au quintile le plus bas dans la distribution salariale, alors qu'il est légèrement au-dessus des 20 % pour les individus dont le salaire appartient au quintile le plus élevé. Ce système est constitué d'un unique régime de base[1], où le calcul des pensions reste assez proche de la méthode française. Il existe également des régimes complémentaires d'entreprise offrant un éventail assez représentatif des différentes professions. Cependant, les américains préfèrent plutôt utiliser l'épargne-retraite individuelle que ces régimes d'entreprise.

Une autre caractéristique est que le financement du système se base uniquement sur les cotisations prélevées sur les salaires, laissant les autres revenus à la disposition du financement

[1] Le régime de base américain s'appelle Old-age, Survivors and disability insurance (OASDI).

des régimes complémentaires ou de l'épargne individuelle. Les cotisations sociales sont équitablement réparties entre l'employeur et le salarié, de l'ordre de 6 % par catégorie de cotisations.

Comme en France, les réformes du système de retraite américain ont eu pour but d'augmenter l'âge moyen effectif de départ à la retraite en soutenant la prolongation de l'activité et en limitant les dispositifs de départs anticipés. A noter que les dispositifs encourageant la poursuite de l'activité sont plutôt efficaces puisque le taux d'emploi des individus de 69 ans est de 40 %.

Aujourd'hui, l'âge légal minimal de départ à la retraite aux Etats-Unis est de 62 ans, qui est constant depuis le début des années 60. L'âge légal d'obtention automatique d'une retraite à taux plein est passé de 65 ans au début des années 60, à 67 ans depuis l'application de la loi de 1983.

B/ Dans les pays émergents

Les systèmes de retraite, au sein des pays émergents, ne sont pas concernés par les mêmes problématiques relevées dans les pays développés. En effet, ayant commencé leur transition démographique à des vitesses différentes selon les pays, les pays émergents ont une population relativement jeune et ne sont donc pas encore touchés par le vieillissement de la population.

Pour ces pays, la question à propos de la retraite découle des conséquences de l'économie informelle. En effet, le développement de cette économie indirecte limite le niveau des revenus obtenus dans le cadre d'une économie formelle et réduit ainsi les sources de financement des systèmes de retraite. Par ailleurs, l'épargne-retraite est peu soutenue par les individus.

Depuis quelques années, les reformes des systèmes de retraite dans les pays émergents ont pour but de lutter contre la pauvreté des personnes âgées et d'assurer la viabilité des systèmes.

- L'exemple du Brésil :

Le système de retraite brésilien respecte le principe de la répartition comme en France. Il est constitué d'un régime de base pour les salariés du secteur privé[1] et un régime spécial pour les salariés du secteur public[2].

Son financement est basé sur les cotisations prélevées sur les salaires, la recette de la taxe sur le chiffre d'affaires et des aides de l'Etat. Les cotisations varient en fonction du montant du salaire.

Les pensions y sont calculées différemment qu'en France. Ainsi, le calcul brésilien correspond au produit de la moyenne de 80 % des salaires les plus élevés par le facteur Previdenciario[3] si celui-ci est supérieur à 1. Les pensions sont revalorisées, comme en France, par rapport à l'indice des prix à la consommation. Il existe une pension minimale (qu'on pourrait rapprocher du minimum contributif (MICO) en France) et une pension maximale dont les deux montants sont fixés par la loi.

Aujourd'hui, l'âge légal minimal de départ à la retraite au Brésil est atteint lorsque la durée de cotisation est de 35 ans pour les hommes et 30 ans pour les femmes. L'âge légal d'obtention automatique d'une retraite à taux plein est de 65 ans pour les hommes et de 60 ans pour les femmes à condition d'avoir cotisé pendant 15 ans minimum.

C/ Dans les pays les moins avancés

La problématique des retraites dans ces pays diffère également. Dans ces pays où le taux de fécondité reste très élevé, la priorité est donnée à la lutte contre la pauvreté.

Les systèmes de retraite y sont très peu développés et sont, pour la grande majorité, basés sur des régimes d'entreprise. La couverture de ces systèmes ne concerne qu'une faible proportion d'individus, essentiellement des fonctionnaires. Les réformes de ces systèmes de retraite

[1] Le régime spécial des salariés brésilien du secteur privé se nomme Regime geral de previdência social (RGPS).

[2] Le régime spécial des salariés brésilien du secteur public s'appelle Regimes próprios de previdência social (RPPS).

[3] Ce facteur dépend du taux de cotisation de l'individu, de sa durée de cotisation, de son âge et de l'espérance de vie.

devraient soutenir la lutte contre la pauvreté en favorisant davantage le critère de la solidarité et en améliorant les taux de remplacement.

En Afrique, l'âge légal minimum a été repoussé à plus de 60 ans dans la quasi-totalité des pays alors qu'il était de 55 ans environ dans les années 60.

Chapitre 2 :

L'âge de la retraite, observé d'un point de vue macroéconomique

Le système actuel de retraite fait l'objet de nombreuses critiques. Les débats autour de ses diverses problématiques peuvent être regroupés en deux catégories : ceux provenant d'une approche macro-économique et ceux découlant d'une approche micro-économique.

Les principales préoccupations d'ordre macro-économique sont axées sur la croissance, l'emploi, le vieillissement de la population et le financement du système de retraite.

Section 1 : Retraite et croissance

Beaucoup d'auteurs reprochent au système de retraite actuel d'être dépendant de la croissance économique. En effet, dans le cas d'une croissance faible, le système actuel n'est pas efficace. Par ailleurs, il se montre beaucoup plus dur envers les retraités dans des contextes de bonne croissance. Certains auteurs ont ainsi recherché des alternatives au système de retraite tel que nous le connaissons aujourd'hui.

A/ Les modèles de croissance contribuent à l'analyse du système de retraite

Le système de retraite peut être étudié à partir d'un modèle de croissance. Ainsi, Hairault et al., en 2000, veulent trouver une relation entre l'âge de départ à la retraite et le système de retraite. Pour ce faire, ils utilisent un modèle à générations imbriquées dont les pionniers sont Allais (1947), puis Samuelson (1958) et Diamond (1965). Ce modèle est souvent utilisé pour étudier les propriétés du système par répartition.
Nous allons tout d'abord commencer par modéliser le comportement de chacun des acteurs participant à notre économie modélisée.

- Les ménages :

On peut modéliser la population grâce à un modèle à générations imbriquées. Dans ce modèle, la vie de l'individu est déterminée par deux périodes : l'une nommée « jeunesse »,

l'autre appelée « vieillesse ».

A chaque période, la population est composée d'une sous-population de personnes âgées de taille N_{t-1} et d'une sous-population de jeunes individus de taille $N_t = (1+n)N_{t-1}$, constituant la population active (n, étant le taux de croissance de la population).

Dans ce modèle, pendant la première période de vie d'un individu (période t), celui-ci travaille en contrepartie d'un salaire w_t. Une fraction v_t de ce salaire est prélevée pour financer la pension des retraités, le reste est entièrement utilisé pour financer la consommation c_t et l'épargne s_t de l'individu. On obtient donc :

$$c_t + s_t = w_t - v_t \quad (1)$$

Pendant la seconde période (période $t+1$), l'individu vieillit et part à la retraite. Il reçoit le produit de son épargne rémunérée au taux $(1+r_{t+1})$ qu'il avait constituée pendant la période t (avec r_{t+1}, le taux d'intérêt). Il percevra également une pension de retraite x_{t+1} jusqu'à la fin de sa vie. La consommation d_{t+1} de la période $t+1$ s'écrit alors :

$$d_{t+1} = (1+r_{t+1})s_t + x_{t+1} \quad (2)$$

Tout au long de sa vie, l'individu cherchera à maximiser sa fonction d'utilité $U(c_t, d_{t+1})$ en choisissant ses consommations de première et de seconde période, en fonction de sa contrainte budgétaire intertemporelle définie de la façon suivante :

L'équation (1) nous donne :

$$c_t + s_t = w_t - v_t \quad \Longrightarrow s_t = w_t - v_t - c_t$$

En réinjectant dans l'équation (2), on obtient :

$$d_{t+1} = (1+r_{t+1})(w_t - v_t - c_t) + x_{t+1}$$

$$\Longrightarrow d_{t+1} + (1+r_{t+1})c_t = (1+r_{t+1})(w_t - v_t) + x_{t+1}$$

$$\Longrightarrow c_t + \frac{d_{t+1}}{1+r_{t+1}} = w_t - v_t + \frac{x_{t+1}}{1+r_{t+1}} \quad (3)$$

- Les entreprises :

On suppose que notre économie est composée d'un grand nombre d'entreprises identiques en situation de concurrence parfaite.

On note $Y_t = F(K_t, L_t)$, la fonction de production telle que Y_t, K_t et L_t sont respectivement la quantité de bien produite à la date t, le stock de capital et le volume de main d'œuvre. Ici, l'impact du progrès technique n'est pas pris en compte.

La fonction de production est supposée croissante avec ses deux arguments ($F'(.) \geq 0$),

concave ($\boldsymbol{F''(.) \leq 0}$) et possédant des rendements d'échelles constants.

La propriété des rendements d'échelles constants implique que pour tout $\boldsymbol{\alpha}$, on a :

$\boldsymbol{\alpha\, F(K_t, L_t) = F(\alpha K_t, \alpha L_t)}$

En posant $\boldsymbol{\alpha = \frac{1}{L_t}}$, on a : $\boldsymbol{\frac{1}{L_t}\, F(K_t, L_t) = F\left(\frac{K_t}{L_t}, \frac{L_t}{L_t}\right) = F(k_t, 1)}$, avec $\boldsymbol{k_t = \frac{K_t}{L_t}}$

$\boldsymbol{\Longrightarrow \frac{1}{L_t}\, F(K_t, L_t) = f(k_t)}$, avec $\boldsymbol{f(k_t) = F(k_t, 1)}$

$\boldsymbol{\Longrightarrow\ F(K_t, L_t) = L_t\, f(k_t)}$

$\boldsymbol{f}$ est donc une fonction croissante et concave.

En effet, on a $\boldsymbol{f(k_t) = F(k_t, 1)}$.

D'où $\boldsymbol{f'(k_t) = F'(k_t, 1) \geq 0}$ car $\boldsymbol{F}$ croissante avec ses deux arguments.

Par ailleurs, on a $\boldsymbol{f''(k_t) = F''(k_t, 1) \leq 0}$ car $\boldsymbol{F}$ est concave.

On peut également déterminer les expressions des productivités marginales par rapport à $\boldsymbol{k_t}$:

$$\boldsymbol{F'_K(K_t, L_t) = L_t\, \frac{\partial f(k_t)}{\partial K_t} = L_t\, \frac{\partial f\left(\frac{K_t}{L_t}\right)}{\partial K_t} = L_t \times \frac{1}{L_t} \times \frac{\partial f\left(\frac{K_t}{L_t}\right)}{\partial K_t} = \frac{\partial f\left(\frac{K_t}{L_t}\right)}{\partial K_t} = \frac{\partial f(k_t)}{\partial K_t}}$$

$$\boldsymbol{F'_L(K_t, L_t) = \frac{\partial L_t\, f(k_t)}{\partial L_t} = L_t\, \frac{\partial f(k_t)}{\partial L_t} + f(k_t)}$$

Or $\boldsymbol{\frac{\partial f(k_t)}{\partial L_t} = \frac{\partial f\left(\frac{K_t}{L_t}\right)}{\partial L_t} = \frac{-K_t}{L_t^2}\, \frac{\partial f\left(\frac{K_t}{L_t}\right)}{\partial L_t}}$

donc $\boldsymbol{F'_L(K_t, L_t) = \frac{-K_t\, L_t}{L_t^2}\, \frac{\partial f\left(\frac{K_t}{L_t}\right)}{\partial L_t} + f(k_t) = \frac{-K_t}{L_t}\, \frac{\partial f\left(\frac{K_t}{L_t}\right)}{\partial L_t} + f(k_t) = f(k_t) - k_t\, \frac{\partial f(k_t)}{\partial L_t}}$

Les auteurs font l'hypothèse que le stock de capital se constitue en une période. Ainsi, les individus nés en $\boldsymbol{(t-1)}$ achètent du capital en $\boldsymbol{(t-1)}$ mais ils ne pourront l'utiliser qu'à la date $\boldsymbol{t}$. Cependant, dans ce modèle, les individus ne disposent pas de capital à la naissance. Ainsi, pour pouvoir acheter du capital en $\boldsymbol{(t-1)}$, les agents vont devoir s'endetter à cette date, sur le marché des titres, à hauteur de $\boldsymbol{P_{t-1} K_t}$ (avec $\boldsymbol{P_{t-1}}$, le prix du capital en $\boldsymbol{(t-1)}$). Le remboursement sera réalisé la période suivante, pour un montant équivalent à $\boldsymbol{(1 + i_t) P_{t-1} K_t}$. En notant $\boldsymbol{\delta}$, le taux de dépréciation du capital $\boldsymbol{K_t}$ en fin de période, on peut définir le capital résiduel qui correspond à la partie du capital restante après la dépréciation du capital en fin de

période. D'une valeur $(\mathbf{1}-\boldsymbol{\delta})\boldsymbol{K_t}$, il est entièrement revendu en fin de période.

Le profit nominal escompté $\boldsymbol{\Pi_t}$ pour la période $\boldsymbol{t}$ est ainsi défini par la formule suivante :

$$\boldsymbol{Profit = Valeur\ des\ gains - Valeur\ des\ charges}$$

$$\boldsymbol{Valeur\ des\ gains = Production + capital\ résiduel = P_t(Y_t + (1-\delta)K_t)}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{Valeur\ des\ charges}\\ &= \boldsymbol{Salaires\ versés}\ \text{à}\ \boldsymbol{la\ main\ d'œuvre}\\ &+ \boldsymbol{Remboursement\ de\ l'emprunt}\end{aligned}$$

Donc $\boldsymbol{Valeur\ des\ charges = W_t\,L_t + (1+i_t)P_{t-1}K_t}$

D'où $\boldsymbol{\Pi_t = P_t(Y_t + (1-\delta)K_t) - W_t\,L_t - (1+i_t)P_{t-1}K_t}$, avec $\boldsymbol{W_t}$, le salaire nominal à la période $\boldsymbol{t}$.

Comme $\boldsymbol{\Pi_t}$ est le profit escompté, $\boldsymbol{P_t}$ et $\boldsymbol{W_t}$ sont obtenus à partir des anticipations des agents. En faisant l'hypothèse que les individus sont capables de formuler des anticipations parfaites, nous pouvons définir le profit réel $\boldsymbol{\pi_t}$ tel que :

$$\boldsymbol{\pi_t = \frac{\Pi_t}{P_t} = \frac{P_t}{P_t}\,(Y_t + (1-\delta)K_t) - \frac{W_t}{P_t}\,L_t - (1+i_t)\frac{P_{t-1}}{P_t}K_t}$$

En définissant le taux d'intérêt réel $\boldsymbol{r_t}$ entre les dates $\boldsymbol{t}$ et $\boldsymbol{(t-1)}$, par la formule suivante :

$$\boldsymbol{1 + r_t = (1+i_t)\frac{P_{t-1}}{P_t}}$$

On obtient donc :

$$\boldsymbol{\pi_t = Y_t - \frac{W_t}{P_t}\,L_t - (1+r_t)K_t + (1-\delta)K_t = F(K_t, L_t) - w_t\,L_t - (\delta + r_t)K_t}$$

Où $\boldsymbol{w_t = \frac{W_t}{P_t}}$ est le salaire réel.

La maximisation du profit est obtenue en annulant les dérivées partielles du profit :

$$\boldsymbol{\frac{\partial \pi}{\partial K_t} = 0 \implies \frac{\partial\, F(K_t, L_t)}{\partial K_t} - (r_t + \delta) = 0 \implies \frac{\partial\, F(K_t, L_t)}{\partial K_t} = f'(k_t) = r_t + \delta} \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\frac{\partial \pi}{\partial L_t} = 0 \implies \frac{\partial\, F(K_t, L_t)}{\partial L_t} - w_t = 0 \implies \frac{\partial\, F(K_t, L_t)}{\partial L_t} = f(k_t) - k_t\, f'(k_t) = w_t} \quad (5)$$

Donc $\boldsymbol{r_t}$ et $\boldsymbol{w_t}$ dépendent de $\boldsymbol{k_t}$. D'où : $\boldsymbol{r_t = r(k)}$ et $\boldsymbol{w_t = w(k)}$.

- Le système de retraite par répartition :

Le système de retraite est supposé être par répartition et non actuariellement neutre.
Dans un système de retraite par répartition, l'ensemble des cotisations versées par la population active $(\boldsymbol{N_t\ v_t})$ est immédiatement utilisé pour financer les pensions des retraités $(\boldsymbol{N_{t-1}\ x_t})$.

Pour simplifier le modèle, on supposera que les pensions des retraités sont uniquement financées par les cotisations versées par la population active. Ainsi, on a alors :

$$\boldsymbol{N_t\ v_t = N_{t-1}\ x_t} \quad \boldsymbol{\Rightarrow x_t = v_t\ \frac{N_t}{N_{t-1}} = (1+n)v_t} \text{ car } \boldsymbol{N_t = (1+n)N_{t-1}}$$

En introduisant cette dernière relation dans la contrainte budgétaire intertemporelle définie par l'équation $(\mathbf{3})$, on obtient :

$$\boldsymbol{c_t + \frac{d_{t+1}}{1+r_{t+1}} = w_t - v_t + \frac{(1+n)\ v_{t+1}}{1+r_{t+1}}}$$

Si on note $\boldsymbol{\varsigma_t}$, le revenu réel actualisé tel que $\boldsymbol{\varsigma_t = w_t - v_t + \frac{(1+n)\ v_{t+1}}{1+r_{t+1}}}$, on peut définir une fonction d'épargne sur les revenus réels telle que $\boldsymbol{s(\varsigma_t, r_{t+1}) = \varsigma_t - c_t}$.

En reprenant l'équation $(\mathbf{1})$, on obtient :

$$\boldsymbol{s_t = w_t - v_t - c_t} \quad \boldsymbol{\Rightarrow s_t = w_t - v_t + s(\varsigma_t, r_{t+1}) - \varsigma_t}$$

$$\boldsymbol{\Rightarrow s_t = w_t - v_t + s(\varsigma_t, r_{t+1}) - \left(w_t - v_t + \frac{(1+n)\ v_{t+1}}{1+r_{t+1}}\right)}$$

$$\boldsymbol{\Rightarrow s_t = s(\varsigma_t, r_{t+1}) - \frac{(1+n)\ v_{t+1}}{1+r_{t+1}}} \qquad (\mathbf{6})$$

- Equilibre concurrentiel :

Etant donné que nous sommes en présence de trois marchés (marché du travail, marché des titres, marché des biens et des services), l'équilibre général de l'économie est défini lorsque ces trois marchés se trouvent à l'équilibre.
Selon la loi de Walras, si deux marchés sont à l'équilibre, le troisième l'est forcément. Ainsi, il nous suffit de caractériser l'équilibre sur deux marchés. Nous allons nous intéresser à l'équilibre sur le marché du travail et sur le marché des titres.

- *Equilibre sur le marché du travail :*

Sur ce marché, l'équilibre est défini lorsque l'offre de travail est égale à la demande de travail. L'offre de travail peut être comptabilisée par le nombre d'individus prêts à travailler, ce qui représente la taille de la population active $(\boldsymbol{N_t})$. La demande de travail peut, quant à elle, être

comptabilisée par le nombre d'individus dont la firme a besoin pour effectuer une quantité de travail. Ce nombre d'individus est par définition, le volume de main d'œuvre $\boldsymbol{L_t}$. Ainsi, l'équilibre sur le marché du travail est caractérisé par :

$\boldsymbol{N_t = L_t}$

- *Equilibre sur le marché des titres :*

Sur le marché des titres, l'équilibre est atteint quand la valeur des titres émis par les firmes est égale à la valeur des titres demandés. Le système de retraite par répartition n'intervient pas sur ce marché par définition. Nous avons vu que la valeur des titres émis par les firmes vaut $\boldsymbol{P_t\, K_{t+1}}$ à la date $\boldsymbol{t}$. Par ailleurs, sur le marché des titres, les firmes sont financées par l'épargne des ménages. Selon le modèle, seule la génération des jeunes peut épargner. Ainsi, à la date $\boldsymbol{t}$, le volume d'épargne globale est égal à $\boldsymbol{N_t\, s_t}$. La valeur des titres demandés est donc $\boldsymbol{P_t\, N_t\, s_t}$ à la date $\boldsymbol{t}$. Ainsi, l'équilibre sur le marché des titres est défini par :

$\boldsymbol{P_t\, K_{t+1} = P_t\, N_t\, s_t \quad \Longrightarrow K_{t+1} = N_t\, s_t}$

- *Equilibre général :*

L'équilibre général est donc défini par :

$$\begin{cases} \boldsymbol{N_t = L_t} & (\text{é}\boldsymbol{quilibre\ sur\ le\ march}\text{é}\ \boldsymbol{du\ travail}) \\ \boldsymbol{K_{t+1} = N_t\, s_t} & (\text{é}\boldsymbol{quilibre\ sur\ le\ march}\text{é}\ \boldsymbol{des\ titres}) \end{cases}$$

$$\boldsymbol{K_{t+1} = N_t\, s_t \quad \Longrightarrow \frac{K_{t+1}}{L_{t+1}} = \frac{N_t}{L_{t+1}}\, s_t \quad \Longrightarrow k_{t+1} = \frac{N_t}{L_{t+1}}\, s_t}$$

Or, $\boldsymbol{N_t = L_t}$ donc $\boldsymbol{k_{t+1} = \frac{N_t}{N_{t+1}}\, s_t}$

Or, $\boldsymbol{(1+n)\, N_t = N_{t+1}}$ donc $\boldsymbol{k_{t+1} = \frac{1}{1+n}\, s_t}$

$\boldsymbol{\Longrightarrow (1+n)\, k_{t+1} = s_t}$

Or, $\boldsymbol{s_t = s(\varsigma_t, r_{t+1}) - \frac{(1+n)\, v_{t+1}}{1+r_{t+1}}}$, donc $\boldsymbol{(1+n)\, k_{t+1} = s(\varsigma_t, r_{t+1}) - \frac{(1+n)\, v_{t+1}}{1+r_{t+1}}}$ $\quad (\boldsymbol{7})$

Supposons maintenant que les cotisations sont constantes. On a donc pour tout $\boldsymbol{t}$,

$\boldsymbol{v_t = v = constante}$.

Nous pouvons déterminer une valeur $\boldsymbol{k}$ pour laquelle l'économie se trouve en situation d'équilibre stationnaire stable. En effet, d'après l'équation $(\boldsymbol{7})$, on a :

$\boldsymbol{(1+n)\, k = s\big(\varsigma, r(k)\big) - \frac{(1+n)\, v}{1+r(k)}}$, car $\boldsymbol{r_t = r(k)}$ et $\boldsymbol{w_t = w(k)}$.

Avec $\boldsymbol{\varsigma = w(k) - v + \frac{(1+n)\, v}{1+r(k)} = w(k) + \frac{(1+n)\, v - (1+r(k))\, v}{1+r(k)} = w(k) + \frac{(n-r(k))\, v}{1+r(k)}}$

Pour étudier les propriétés du système de retraite par répartition, nous pouvons nous demander si l'Etat peut fixer un taux de cotisation $\widehat{\boldsymbol{v}}$ prenant en compte la valeur $\widehat{\boldsymbol{k}}_{\boldsymbol{0}}$ qui respecte la règle d'or. Cette règle, encore appelée règle d'accumulation du capital, est issue du modèle de Solow (1956).

Elle s'énonce ainsi :

« La consommation par tête en régime semi-stationnaire est maximale lorsque le capital par tête est tel que la productivité marginale du capital est égale au taux de croissance de l'économie ».

En supposant que le taux d'intérêt réel est déterminé à partir de la productivité marginale du capital (tous les facteurs de production sont rémunérés par la productivité marginale et le taux d'intérêt réel rémunère justement le capital), le taux d'intérêt réel est alors égal au taux de croissance de la population. On a donc $\boldsymbol{r = n}$.

D'où :

$$(\mathbf{1}+\boldsymbol{n})\,\widehat{\boldsymbol{k}}_{\boldsymbol{0}} = \boldsymbol{s}(\hat{\boldsymbol{\varsigma}},\boldsymbol{n}) - \frac{(\mathbf{1}+\boldsymbol{n})\,\boldsymbol{v}}{\mathbf{1}+\boldsymbol{n}} = \boldsymbol{s}(\hat{\boldsymbol{\varsigma}},\boldsymbol{n}) - \boldsymbol{v}$$

Avec $\hat{\boldsymbol{\varsigma}} = \boldsymbol{w}\left(\widehat{\boldsymbol{k}}_{\boldsymbol{0}}\right) + \frac{(n-n)\,v}{1+n} = \boldsymbol{w}\left(\widehat{\boldsymbol{k}}_{\boldsymbol{0}}\right)$

Donc $\boldsymbol{s}\left(\boldsymbol{w}\left(\widehat{\boldsymbol{k}}_{\boldsymbol{0}}\right),\boldsymbol{n}\right) - (\mathbf{1}+\boldsymbol{n})\,\widehat{\boldsymbol{k}}_{\boldsymbol{0}} = \boldsymbol{v}$

Pour que l'Etat puisse mettre en œuvre cette hypothèse, il suffit que $\widehat{\boldsymbol{v}}$ soit positif, soit $\boldsymbol{s}\left(\boldsymbol{w}\left(\widehat{\boldsymbol{k}}_{\boldsymbol{0}}\right),\boldsymbol{n}\right) \geq (\mathbf{1}+\boldsymbol{n})\,\widehat{\boldsymbol{k}}_{\boldsymbol{0}}$

Plaçons-nous dans une économie sans système de retraite où la fonction d'utilité des agents s'écrirait sous la forme $\boldsymbol{U} = \boldsymbol{log}(\boldsymbol{c}_t) + \frac{1}{1+\rho}\,\boldsymbol{log}(\boldsymbol{d}_{t+1})$, avec $\boldsymbol{\rho} \geq \mathbf{0}$

Et que la fonction de production serait de type Cobb-Douglas :

$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{K}_t, \boldsymbol{L}_t) = \boldsymbol{K}_t^{\alpha}\,\boldsymbol{L}_t^{1-\alpha}$, avec $\mathbf{0} < \boldsymbol{\alpha} < \mathbf{1}$

Les consommations de première et seconde période s'écriraient :

$$\boldsymbol{c}_t = \boldsymbol{w}_t - \boldsymbol{s}_t$$

$$\boldsymbol{d}_{t+1} = (\mathbf{1}+\boldsymbol{r}_{t+1})\boldsymbol{s}_t$$

D'où :

$$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{log}(\boldsymbol{w}_t - \boldsymbol{s}_t) + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1}+\boldsymbol{\rho}}\,\boldsymbol{log}\left((\mathbf{1}+\boldsymbol{r}_{t+1})\boldsymbol{s}_t\right)$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{U} = \boldsymbol{log}(\boldsymbol{w}_t - \boldsymbol{s}_t) + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1}+\boldsymbol{\rho}}\left(\boldsymbol{log}(\boldsymbol{s}_t) + \boldsymbol{log}(\mathbf{1}+\boldsymbol{r}_{t+1})\right)$$

Maximisons $\boldsymbol{U}$ par rapport à $\boldsymbol{s_t}$:

$$\frac{\partial U}{\partial s_t} = 0 \implies \frac{-1}{w_t - s_t} + \frac{1}{1+\rho}\frac{1}{s_t} = 0 \implies \frac{1}{w_t - s_t} = \frac{1}{(1+\rho)\, s_t}$$

$$w_t - s_t = (1+\rho)\, s_t \implies (2+\rho)\, s_t = w_t \implies s_t = \frac{w_t}{2+\rho}$$

D'après l'équation (5), on a : $w_t = f(k_t) - k_t\, f'(k_t) = F'_L(K_t, L_t) = (1-\alpha)\, K_t^{\alpha}\, L_t^{1-\alpha-1}$

Donc $w_t = (1-\alpha)\, K_t^{\alpha}\, L_t^{-\alpha} = (1-\alpha)\left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{\alpha} = (1-\alpha)\, k_t^{\alpha}$

D'où $s_t = \frac{w_t}{2+\rho} = \frac{1-\alpha}{2+\rho}\, k_t^{\alpha}$, avec $\rho \geq 0$ et $0 < \alpha < 1$.

D'après son expression, on peut remarquer que la fonction d'épargne est concave. En effet :

$$\frac{\partial s_t}{\partial k_t} = \frac{\alpha\,(1-\alpha)}{2+\rho}\, k_t^{\alpha-1}$$

$$\frac{\partial^2 s_t}{\partial {k_t}^2} = \frac{\alpha\,(1-\alpha)\,(\alpha-1)}{2+\rho}\, k_t^{\alpha-2}$$

Cherchons le signe de $\frac{\partial^2 s_t}{\partial {k_t}^2}$:

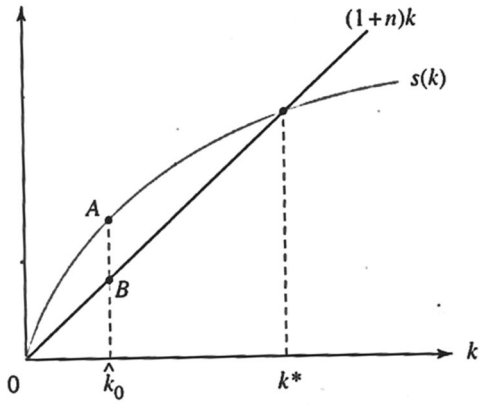
On a $k_t \geq 0$, alors $k_t^{\alpha-2} \geq 0$

On a $\rho \geq 0$, alors $2 + \rho \geq 0$

On a $0 < \alpha < 1$, alors $\alpha > 0$, $\alpha - 1 < 0$ et $1 - \alpha > 0$. Donc $\alpha\,(1-\alpha)\,(\alpha-1) < 0$.

D'où $\frac{\partial^2 s_t}{\partial {k_t}^2} \leq 0$ donc s_t est bien concave.

L'équilibre de cette économie sans système de retraite, caractérisé par la relation $(1+n)\, k = s(k)$, est atteint lorsqu'il existe un k^* vérifiant cette relation. Si nous représentons ceci dans un graphique, k^* correspondrait à l'abscisse du point d'intersection entre la droite d'équation $y = (1+n)\, k$ et la courbe représentative de s. Le segment $[AB]$ représente la cotisation $\hat{v}$.



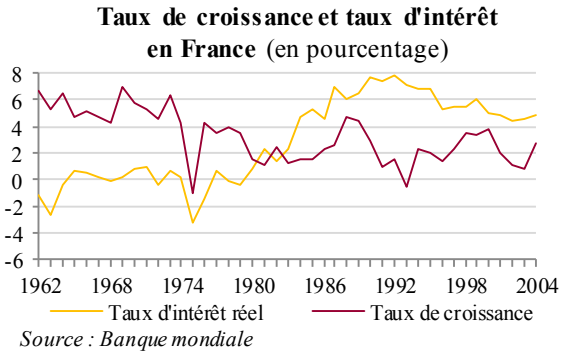
Source : Analyse macroéconomique 2

Graphique 2.1 A : Représentation graphique du modèle

Lorsque $(1+n)\, k \leq s(k)$, c'est-à-dire quand la mise en place d'un système de retraite par

répartition est optimale, on remarque que $\boldsymbol{k^* \geq \hat{k}_0}$. L'économie se trouverait donc en situation de suraccumulation de capital. Ainsi, lorsque le taux de croissance de l'économie est supérieur au taux d'intérêt $(\boldsymbol{n > r})$ correspondant à une situation de suraccumulation, le système de retraite par répartition est préférable. A l'inverse, si $\boldsymbol{n < r}$, le système par répartition devient le système le moins adapté à la situation. Un système par capitalisation pourrait être une solution même si cela revient à négliger une partie de la population. En effet, en remplaçant un système de répartition par un système de capitalisation, la dernière génération ayant versé les cotisations pour financer les pensions des retraités sera lésée car elle ne bénéficiera pas d'une retraite financée par les cotisations des plus jeunes.

Par ailleurs, si on observe l'évolution du taux de croissance de la France ainsi que l'évolution de son taux d'intérêt, on remarque que, depuis les années 80, le taux d'intérêt réel est supérieur au taux de croissance de la France. Ainsi, on peut se demander si nous devrions garder un système de retraite par répartition ou si des réformes structurelles devront être envisagées.



Source : Banque mondiale

Graphique 2.1 B : Evolutions du taux de croissance et du taux d'intérêt en France entre 1962 et 2004

B/ Un système de retraite dépendant de la croissance

Dès 1980, les réformes de retraite s'enchaînent afin de soutenir la viabilité du système. La plus importante a été celle de 1993 car elle modifie la revalorisation des pensions de retraite. En effet, à partir de 1993, les pensions ne sont plus indexées sur les salaires mais sur les prix. Dans le cas d'une indexation par les prix, les pensions sont revalorisées par rapport à l'indice des prix à la consommation qui permet ainsi de tenir compte de l'inflation et de garantir le pouvoir d'achat des retraités. Par ailleurs, le salaire annuel moyen prend aussi en compte l'inflation en devenant une moyenne des 25 meilleurs salaires annuels revalorisés. Les salaires annuels revalorisés ne sont rien d'autre que les produits entre les salaires annuels et un coefficient déterminé en fonction de l'évolution des prix. Ces changements permettent de contenir l'évolution des pensions mais rendent plus dépendant le système à la croissance économique.

L'ensemble des projections du Conseil d'orientation des retraites (COR) appuie l'hypothèse de dépendance du système à la croissance. En fonction de la croissance économique à venir, des

mécanismes d'ajustement seront à prévoir. En effet, en cas d'un taux de croissance favorable, le solde financier du système de retraite pourra probablement dégager un excédent qu'il faudra redistribuer entre les différents régimes. De même, lorsque le taux de croissance devient défavorable, les ressources du système restent stables alors que les pensions continuent d'augmenter. Ce qui conduira à un besoin de financement où des mécanismes d'ajustement seront nécessaires en vue d'un retour à l'équilibre.

C/ Quelques solutions pour limiter la dépendance du système à la croissance

Dans leur étude, Blanchet, Bozio et Rabaté (2015) proposent trois alternatives :

- Le système en comptes notionnels :

Au sein de ce système, les cotisations de retraite (salariés et employeurs) sont stockées sur un compte individuel attribué au salarié. Les cotisations y sont revalorisées en fonction de l'inflation mais aussi par un taux de rendement garanti par l'Etat équivalent au taux de croissance de la masse salariale. Le système en comptes notionnels resterait un système par répartition où les cotisations récoltées aujourd'hui servent à financer les pensions versées de nos jours. Quand vient le moment de la liquidation des droits de retraite, le capital ainsi constitué est transformé en rente grâce à un coefficient de conversion dépendant de l'espérance de vie de la génération de l'individu et de l'âge de départ à la retraite. Plus l'individu partira tard à la retraite, plus le coefficient sera élevé. En outre, plus l'espérance de vie de la génération de l'individu sera élevée, plus le coefficient sera faible. Dans ce système, les pensions sont revalorisées en fonction du taux de croissance de la masse salariale et par l'inflation. Ainsi, l'individu resterait soumis au même taux de rendement pendant sa vie active que pendant sa retraite.

On pourrait également faire le choix d'une revalorisation des pensions par les prix. Elle permettrait d'obtenir, lors du départ à la retraite, un meilleur taux de remplacement. Cependant, elle diminuerait le pouvoir d'achat des retraités partis plus tôt à la retraite en comparaison avec le pouvoir d'achat des retraités partis à la retraite plus récemment. De plus, les taux de croissance futurs de la masse salariale n'étant pas connus au moment du départ à la retraite, il faut les anticiper grâce à des mécanismes d'anticipation et de correction. La revalorisation des pensions par les prix impliquerait une anticipation à la baisse du taux de croissance de la masse salariale due à l'augmentation des pensions que cette revalorisation par les prix génère.

Concernant l'âge de départ à la retraite, on pourrait imaginer une liberté totale des individus dans le choix de l'âge de liquidation ainsi que dans le choix du mode de versement de la pension

(versement en rente ou versement total du capital). Cependant, cela irait à l'encontre de la nature du système. En effet, les comportements individuels face à l'épargne de longue période étant extrêmement différents et imprévisibles, le système se doit d'appliquer des règles permettant de limiter les effets de ces comportements afin de garantir son équilibre financier. Ainsi, l'interdiction de départ à la retraite avant 60 ans resterait d'actualité mais avec la possibilité de cumuler ses pensions avec des revenus d'activité. Le compte de l'individu restant opérationnel jusqu'à son décès, il pourra s'il le souhaite, travailler pendant sa retraite et compléter sa pension de retraite par d'autres revenus.

Ce système offre plusieurs avantages en comparaison au système actuel :

- Une meilleure prise en compte des carrières longues, des salaires modestes ainsi que des différences des espérances de vie entre les générations.
- Une simplification et une meilleure lecture du fonctionnement du système.

Malgré ce système, les efforts visant à soutenir l'emploi devront être poursuivis. D'après les simulations des auteurs, l'application d'un tel système permettrait à long terme (à horizon 2050), d'éliminer presque complètement la dépendance du système de retraite à la croissance.

- Le système par points :

Ce système est basé, tout comme le système en comptes notionnels, sur l'accumulation des droits de retraite tout au long de la carrière de l'individu et en fonction du volume des cotisations versées. Cependant, plusieurs différences avec le système en comptes notionnels sont à noter.

La principale différence vient de la nature des cotisations versées. En effet, elles sont comptabilisées sous forme de points et non plus en euros. L'individu cumule ainsi des points pendant sa vie active contre le versement de cotisations. Le nombre de points est déterminé en fonction de la valeur d'achat du point qui permet de convertir des euros en points.
C'est au moment de la liquidation de ses droits de retraite que l'individu connaîtra la valeur monétaire de ses points qui dépendra de la valeur de service du point à cette date. La valeur de service est un coefficient qui permet de convertir, lors de la liquidation, le nombre total de points de l'individu en pension. Ce coefficient est revalorisé chaque année.

Pour limiter la dépendance du système par points à la croissance, deux solutions sont proposées :

- Calculer la valeur de service du point comme le rapport entre l'ensemble des ressources du système et la totalité du nombre de points des retraités actuels. Même

si elle permettrait d'assurer l'équilibre du système, cette solution ne garantit pas en revanche, les pensions futures des nouveaux retraités.

- Une indexation sur les salaires de la valeur d'achat et de la valeur de service du point. Ceci permettrait de valoriser la pension de retraite en fonction du volume actuel de salaires tout en protégeant le système de la dépendance à la croissance.

Les résultats des simulations effectuées avec ce système ne sont pas très concluants car tant qu'il restera des pensions financées par le système actuel, le système sera dépendant de la croissance.

- Les réformes paramétriques :

Les réformes paramétriques visent à rechercher la façon permettant de diminuer la dépendance à la croissance du système en gardant ses caractéristiques. En ce qui concerne le régime général, la dépendance à la croissance est essentiellement induite par la revalorisation des salaires sur les prix. Une réforme paramétrique permettant de limiter cette dépendance serait de revenir à une revalorisation sur les salaires avant la réforme de 1993.

Selon les simulations, une revalorisation sur les salaires du salaire annuel moyen combiné à une revalorisation sur les prix des pensions conduiraient à une dépendance partielle de la croissance. Alors qu'une revalorisation totale sur les salaires permettrait d'éliminer presque entièrement cette dépendance et ce, avant 2035. Ceci serait possible car le changement d'indexation concernerait également les pensions déjà liquidées.
Les réformes, depuis 1980, ont permis au système de retraite de se rapprocher de son équilibre financier mais en creusant les écarts d'harmonisation entre les différents régimes et en rendant plus complexes les règles s'appliquant au sein du système. Elles ont également conduit à une augmentation de la dépendance à la croissance du système de retraite.

Les trois systèmes présentés permettent à leur manière de limiter cette dépendance. Parmi ces trois systèmes, la réforme paramétrique par l'indexation sur les salaires serait la plus pratique car elle ne modifie qu'un seul paramètre alors que les deux autres systèmes modifient la structure du système actuel. Des soucis d'application de cette réforme pourraient tout de même survenir mais pourront être contenus. Les deux autres systèmes ne devront pas pour autant être écartés car seules des réformes structurelles permettront d'accéder à une meilleure simplification des règles du système ainsi qu'à une meilleure harmonisation entre les différents régimes.

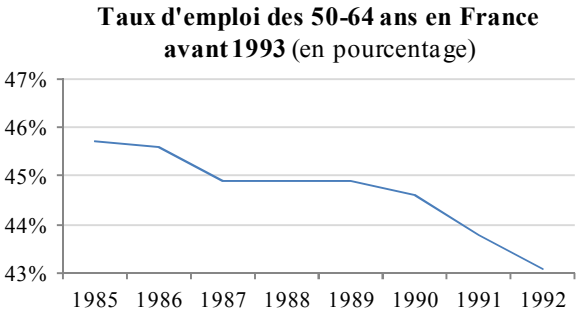
Section 2 : Retraite et emploi

Nous pouvons observer deux périodes à propos de l'évolution du taux d'emploi[1] des seniors entre 1975 et 2014. Le taux d'emploi est orienté à la baisse entre 1975 et 1993, mais connaît une augmentation à partir de 1993. L'année 1993 est une date importante de l'histoire du système de retraite français car elle correspond à l'année de la mise en application d'une réforme du système de retraite français par la loi du 22 juillet 1993. Cette réforme proposée par le Premier Ministre de l'époque, Edouard Balladur, va permettre, entre autres, de repousser progressivement l'âge de la retraite de 60 ans à 65 ans.

En Martinique, on constate une situation particulière. Tandis que les seniors ont un taux d'emploi assez élevé, les moins de 25 ans sont fortement touchés par le chômage.

A/ La situation de l'emploi des seniors avant 1993

Entre 1975 et 1993, le taux d'emploi des seniors n'a cessé de diminuer. D'après les travaux théoriques, sont considérés comme seniors, les individus ayant franchi le seuil des 50 ans. En réalité, le seuil est placé à 55 ans, car les 50-54 ans gardent la même dynamique face à l'emploi que les individus d'âges inférieurs.



Source : INSEE

Graphique 2.2 A : Evolution du taux d'emploi des 50-64 ans en France entre 1985 et 1992

Ainsi, on peut noter l'importante chute du taux d'emploi des 60-64 ans entre 1975 et 1995 et dans une moindre mesure, celle des 55-59 ans mais uniquement sur le début des années 80.
Ces chutes, plus ressenties chez les hommes que chez les femmes, sont les conséquences de la politique de retrait des seniors du marché du travail. Cette politique est adoptée en 1970, en solution face à la montée du chômage. Ainsi, les préretraites, permettant à un salarié de profiter d'une indemnité jusqu'à la retraite, amorcent la chute du taux d'emploi des 60-64 ans. Quand l'âge d'accès à une retraite à taux plein passe de 65 ans à 60 ans en 1983, cette baisse s'accentue et touche l'ensemble du groupe des seniors de 60-64 ans et commence également à concerner la classe des 55-59 ans qui peuvent, du coup, bénéficier des préretraites. La mise en place de

[1] Le taux d'emploi correspond à la part d'individus en emploi dans la population active.

dispense de recherche d'emploi en 1984, qui indemnisait un senior au chômage sans obligation de recherche d'emploi, intensifie la chute du taux d'emploi.

On peut trouver diverses sources aux réductions d'emploi chez les seniors : ouverture des échanges, délocalisation accrue d'activités industrielles mais aussi de services, implantation de nouvelles activités dans des pays en expansion forte.

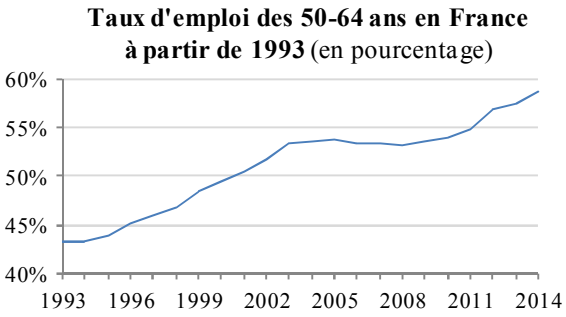
Le choix de privilégier la performance au détriment d'un taux d'emploi élevé des seniors, a conduit l'Etat à mettre en application des mesures afin que le départ précoce à la retraite semble plus avantageux pour un senior, plutôt que de rester en emploi. Cette stratégie a longtemps été proposée comme la solution au problème de l'emploi des jeunes mais en réalité, les résultats n'ont pas été concluants : le marché de l'emploi des jeunes ne s'est pas amélioré et le problème de l'emploi s'est même amplifié, ce qui a probablement induit une baisse du produit intérieur brut (PIB). Malgré cela, cette problématique malthusienne du partage du travail reste encore ancrée dans les idéologies.

Même si cette politique n'a pas eu les effets espérés, elle a tout de même permis à améliorer le bien-être des retraités. Ainsi, à partir de 1980, le salarié français a gagné environ 10 années de retraite : 5 années de retraite grâce à l'abaissement à 60 ans de l'âge de la retraite et 5 années supplémentaires grâce à l'amélioration de l'hygiène, des conditions de travail et de vie, ainsi qu'aux systèmes de santé.

B/ La situation de l'emploi des seniors après 1993

La non-efficacité de la politique d'exclusion des seniors du marché de l'emploi a conduit l'Etat, dès les années 90, à modifier son point de vue en favorisant l'emploi des seniors. Pour ce faire, plusieurs réformes sont appliquées agissant sur trois données déterminantes du système, à savoir une augmentation du taux de prélèvement, une diminution de la pension moyenne relative et une hausse de l'âge moyen de départ à la retraite. Concrètement, depuis la fin des années 90, l'emploi des seniors est soutenu, tout d'abord, par la fin des incitations vers les préretraites et la fermeture définitive du dispositif de dispense de recherche d'emploi puis, par les dernières réformes des retraites.

La hausse du taux d'emploi des seniors commence alors dès le début des années 1993 et s'accélère à la fin des années 90. Les plus de 60 ans restent cependant fortement touchés par un taux faible d'emploi, ce qui réduit la création de richesses.



Source : INSEE

Graphique 2.2 B : Evolution du taux d'emploi des 50-64 ans en France entre 1993 et 2014

La hausse du taux d'emploi des seniors s'est combinée avec une hausse de leur taux de chômage[1] ne faisant que rapprocher le profil emploi-chômage des seniors vers celui du reste de la population.

Des dispositifs restent, tout de même, envisageables afin de réduire l'âge moyen de départ à la retraite :

- Les retraites anticipées pour longues carrières qui concernent les personnes entrées prématurément dans la vie active (vers 14-16 ans) et qui ont atteint la durée de cotisation nécessaire au départ à la retraite avant l'âge légal de la retraite.
- Les préretraites qui sont aujourd'hui principalement utilisées par des individus ayant des problèmes de santé ou souffrant de fortes pénibilités au travail (même si l'état de santé des seniors ne gêne relativement pas la hausse de leur taux d'emploi grâce à la progression de l'espérance de vie et l'amélioration de la qualité de vie).

De nouvelles réformes vont être nécessaires pour assurer l'équilibre du système de retraite. L'occasion se présente donc pour définir de nouvelles règles pour obtenir un système aux bases financières solides, compris par tous et un système d'assurance-chômage qui n'incite pas au départ anticipé des seniors.

La retraite « à la carte » pourrait permettre d'orienter l'équilibre financier du système de retraite dans ce sens. Il faudrait ainsi prendre en compte l'arbitrage individuel du choix de l'âge de la retraite au lieu de s'intéresser au choix collectif. Pour atteindre cette retraite « à la carte », les dispositifs de décote/surcote et cumul emploi/retraite seraient un premier pas dans ce sens. En effet, le système de décote/surcote préserve l'emploi et le bien-être des seniors tout en rendant l'équilibre financier du système indifférent au choix de l'âge de la retraite grâce à sa

[1] Le taux de chômage correspond à la fraction d'individus au chômage dans la population active.

convergence vers la neutralité actuarielle[1]. De plus, le dispositif cumul emploi/retraite[2] devrait retrouver l'avantage d'attribuer des droits supplémentaires pour tendre vers le principe de la retraite « à la carte ». Une simplification de ce dispositif permettrait une meilleure assimilation par les individus.

Par ailleurs, une réforme de l'assurance-chômage est nécessaire pour éviter qu'elle ne serve d'issue précoce des séniors de la vie active. Un plan d'accompagnement et de formation des plus de 50 ans permettrait de soutenir une telle réforme. En contrepartie, la durée de versements des indemnités-chômage devrait être réduite à 24 mois. Cela permettrait de faire des économies au système et motiverait les seniors à retrouver un emploi plus rapidement. Dans cette optique de favoriser un retour à l'emploi plutôt qu'un départ précoce des seniors à la retraite, il faudrait aussi supprimer la période d'indemnisation entre l'âge légal de la retraite et l'âge d'accès à une retraite au taux plein. Les cotisations d'assurance-chômage versées par les employeurs devraient être pondérées par un bonus ou un malus en fonction du nombre de seniors travaillant dans leurs sociétés. Cela permettrait de préserver le taux d'emploi des seniors d'une chute en cas de licenciement abusif des employeurs.

Enfin, la convergence des différents régimes de retraite vers un régime unique à points, par exemple, simplifierait les règles actuelles d'accès à la retraite.

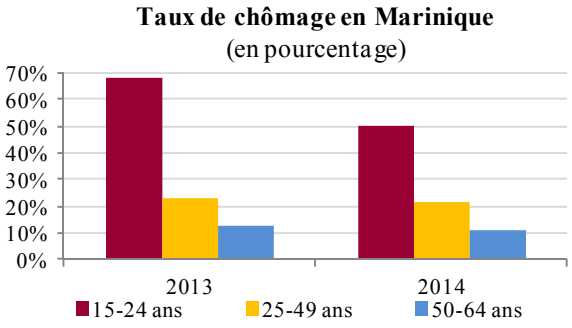
C/ Point sur l'emploi des seniors en Martinique

L'évolution du marché de l'emploi présente des différences entre la France et la Martinique. Le marché du travail en Martinique est marqué par un fort taux de chômage (19,4 %) qui est largement supérieur à celui de la Métropole (9,9 %), même s'il reste inférieur aux taux des autres départements d'Outre-mer (DOM).

[1] La neutralité actuarielle ou financière est atteinte lorsque l'équilibre du système de retraite est garanti ainsi que la liberté du choix individuel de l'âge de départ à la retraite.

[2] Dispositif permettant à un retraité de reprendre une activité professionnelle après la liquidation de ses droits de retraite. La pension de retraite peut alors être complétée totalement ou partiellement avec les nouveaux revenus d'activité.

Alors que le chômage touche environ 50,6 % des jeunes martiniquais de moins de 25 ans en 2014 (soit -17,6 points sur un an), les seniors de 50 ans et plus le sont plus rarement avec un taux de chômage de 10,9 % (soit -1,7 points sur un an).



Source : INSEE

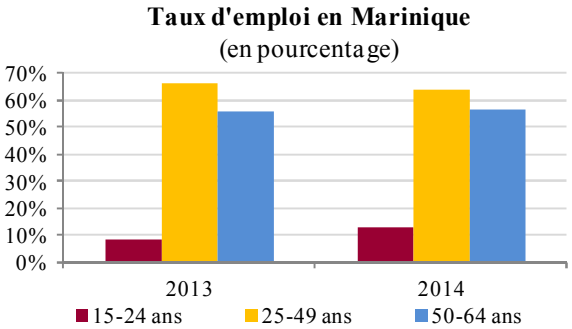
Graphique 2.2 C : Evolution du taux de chômage en Martinique entre 2013 et 2014

Cette situation peut être justifiée par la durée d'inactivité des jeunes lors de leur recherche d'emploi.

Alors que la Martinique possède, en 2014, le meilleur taux d'emploi des départements français d'Amérique (52,6 %), les différences de taux d'emploi en fonction de l'âge sont très importantes.

Au niveau des moins de 25 ans, le taux stagne autour des 10 % entre 2001 et 2013 et s'établit à 13,1 % en 2014 (soit +5,1 points sur un an). Ce faible taux est la conséquence du choix, de plus en plus important, des jeunes de poursuivre leurs études car le diplôme reste, tout de même, le meilleur moyen de se protéger contre le chômage. Les difficultés à trouver rapidement un emploi peuvent justifier également un taux d'emploi si bas.

Les seniors, quant à eux, voient leur taux d'emploi augmenter depuis 2001. En 2014, le taux d'emploi des 50-64 ans est de 56,3 % (soit +0,8 point sur un an). Nous pouvons expliquer cette augmentation par la hausse du nombre de personnes âgées dans la population active due au vieillissement de la population très marqué en Martinique.



Source : INSEE

Graphique 2.2 D : Evolution du taux d'emploi en Martinique entre 2013 et 2014

De plus, après la crise mondiale de 2008 et, à un niveau local, la crise sociale de 2009, l'adoption de mesures contre le licenciement automatique des seniors a permis une baisse de la probabilité des seniors à perdre leur emploi, qui était jusque-là identique à celles des personnes de 25-49 ans. Depuis 2006, l'âge n'est plus la raison principale du retour vers l'emploi qui est de plus en plus expliquée par la motivation de l'individu lors de sa recherche d'emploi.

Section 3 : Retraite et vieillissement de la population

La population française s'élève à 66,6 millions d'habitants au 1er janvier 2016 (soit +0,4 % sur un an). Cette hausse est associée à l'accroissement naturel[1] de la population même s'il reste à un niveau nettement inférieur depuis 1976. La situation est différente en Martinique où la population, estimée à 378 243 habitants, reste orientée à la baisse depuis 2008, causée par un solde migratoire négatif.

Le vieillissement de la population est un fait d'actualité qui touche l'ensemble des pays développés avec l'augmentation de l'espérance de vie[2] et le passage des générations du baby-boom[3] à des âges élevés. Ainsi, l'âge médian[4] de la population française poursuit son ascension et s'établit à 40,2 ans en 2015 (contre 42 ans en Martinique).

Les prévisions démographiques laissent penser qu'une absorption totale du phénomène est prévue vers 2060. Des mesures sont donc à envisager pour éviter que le phénomène impacte négativement nos indicateurs économiques.

A/ Le contexte démographique

L'amélioration des conditions de vie et sanitaires a entrainé une augmentation progressive de la durée de vie. Ainsi, l'espérance de vie à la naissance en France est en moyenne de 82,1 ans en 2015 (soit +5,3 % sur 20 ans) même si nous pouvons constater une légère baisse par rapport à 2014 (-0,4 %) qui serait dû à une période épisodique de grippe. L'espérance de vie à 60 ans suit également la même évolution. En 2015, elle s'établit à 25,1 ans (soit +12,6 % sur 20 ans mais -1,2 % sur 1 an). Concernant la Martinique, la durée de vie progresse également

[1] L'accroissement naturel correspond à la différence entre le nombre de naissances et le nombre de décès sur la même période.

[2] L'espérance de vie est le nombre moyen d'années qu'une population serait supposée vivre en ayant la même probabilité de mourir que l'année considérée. On peut calculer l'espérance de vie d'un individu à chaque année de sa vie représentant la durée moyenne de vie qu'il reste à un individu dont la probabilité de mourir reste constante jusqu'à la fin de sa vie.

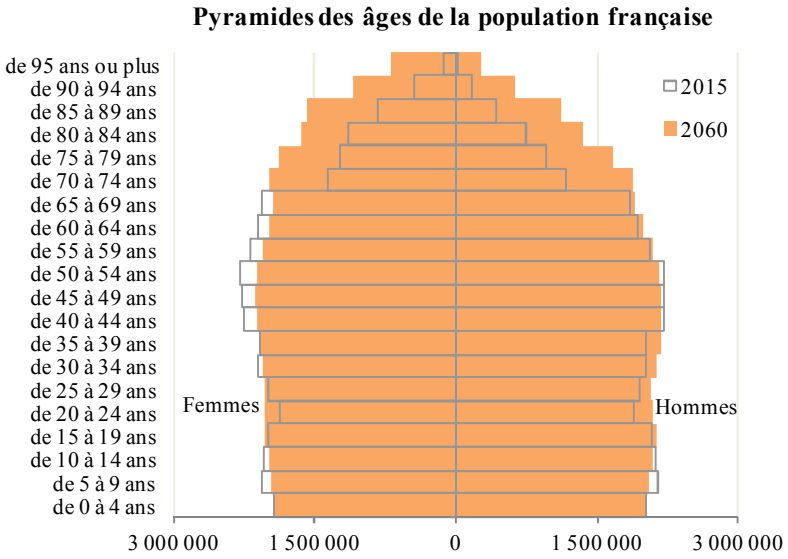
[3] Expression signifiant une forte hausse du taux de natalité. Elle fait également référence à la période suivant la fin de la Seconde Guerre Mondiale caractérisée par un nombre important de naissances. En France, elle s'étend de 1945 à 1975 environ.

[4] L'âge médian partage la population en deux sous-populations de tailles identiques. A ne pas confondre avec l'âge moyen qui représente la moyenne des âges d'une même population.

mais plus rapidement qu'en France métropolitaine. Grâce à l'amélioration des conditions de vie et sanitaires, les espérances de vie en Martinique et en France étaient déjà à des niveaux semblables au début des années 90.

Par ailleurs, nous pouvons constater que la proportion des individus de plus de 60 ans augmente de 5,0 points en 20 ans et s'établit à 25,2 % en 2015. Cependant, la part des moins de 20 ans dans la population s'est réduite à 24,4 % en 2015 (soit -1,6 point sur 20 ans).
Les personnes âgées de 20 à 59 ans voient également leur proportion dans la population totale diminuer de 3,1 points sur 20 ans en atteignant 50,7 % en 2015.

L'Institut national de la statistique et des études économiques (INSEE) estime que si l'évolution démographique reste constante, le nombre d'individus de plus de 60 ans augmenterait fortement jusqu'en 2035 sous l'effet du papy-boom[1]. Par la suite, l'augmentation deviendrait de plus en plus lente.



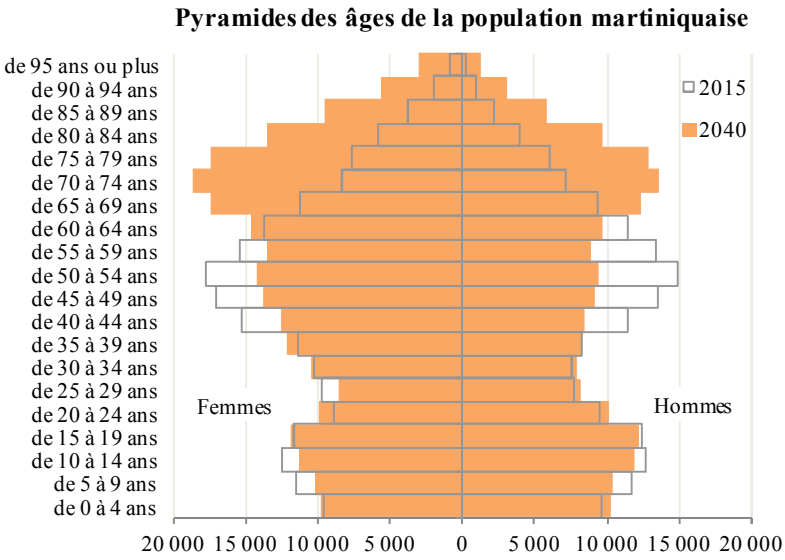
Source : INSEE (estimations de population arrêtées à fin 2015 et projections à 2060)

Graphique 2.3 A : Evolution de la population française entre 2015 et 2060

Il faudrait alors attendre 2060 pour voir les effets du vieillissement de la population s'estomper.

En Martinique, l'évolution est à peu près similaire. En 2015, les moins de 20 ans représentent 91 829 individus (soit -21,7 % sur 15 ans). De même, le nombre de personnes âgées de 20 à 59 ans (à 191 843 en 2015) subit une baisse de 5,9 % sur 15 ans. Ces deux diminutions sont principalement dues aux départs de plus en plus importants des jeunes martiniquais afin de continuer leurs études ou trouver un emploi. Ce qui accentue le vieillissement au sein de la population martiniquaise. La classe des plus de 60 ans s'agrandit quant à elle en atteignant 94 571 personnes (soit +52,3 %).

[1] Allusion aux générations du baby-boom qui sont devenues aujourd'hui des seniors.



Source : INSEE (estimations de population arrêtées à fin 2015 et projections à 2040)

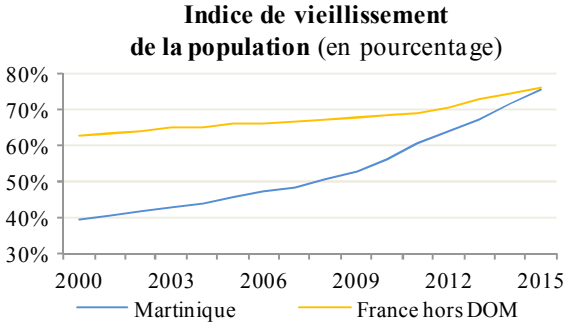
Graphique 2.3 B : Evolution de la population martiniquaise entre 2015 et 2040

Selon les projections de l'INSEE, la Martinique devrait faire partie des régions les plus âgées de France. La proportion des plus de 60 ans sera multipliée par 1,7 alors que la population active continuera à se rétracter.

Le non-renouvellement de la population sera de plus en plus criant avec un taux de natalité[1] trop faible et un volume de jeunes sortants martiniquais trop élevé. L'attractivité de plus en plus grandissante de l'île sur les personnes en âge d'être à la retraite participera également à l'accélération du vieillissement de la population martiniquaise.

On peut également suivre l'évolution du vieillissement de la population grâce à l'indice de vieillissement qui représente le rapport entre le nombre d'individus de plus de 65 ans et l'effectif des moins de 20 ans.

L'indice de vieillissement ne cesse d'augmenter tant pour la France que pour la Martinique. Cependant, son évolution est plus rapide en Martinique lui permettant de concurrencer le niveau national dès 2014. Ainsi, en 2015, l'indice de vieillissement en Martinique s'élève à 75,5 % (soit +36,2 points en 15 ans) contre 76,4 % pour la France métropolitaine (soit +13,7 points en 15 ans).



Source : INSEE

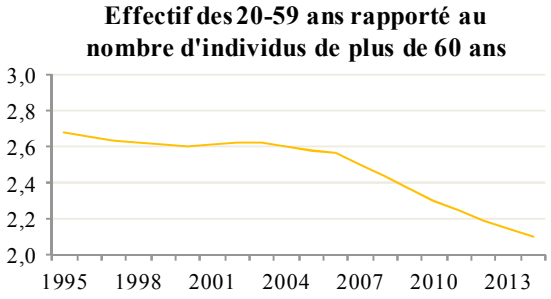
Graphique 2.3 C : Evolution de l'indice de vieillissement aux niveaux local et national

[1] Le taux de natalité correspond au rapport entre le nombre de naissances vivantes et la taille de la population.

B/ Incidence du vieillissement sur le système de retraite

Le nombre des 20-59 ans rapporté aux 60 ans et plus est une bonne indication pour évaluer l'impact du vieillissement sur le système de retraite.

Ce rapport, qui diminue progressivement, est supérieur à 2,5 jusqu'en 2007. Il passe à 2,1 environ en 2014. Le papy-boom entraine une chute du ratio qui est estimée à 1,5 en 2040. Cela signifierait que 2 individus de 60 ans et plus seraient représentés par 3 individus de 20-59 ans contre 5 en 2007.



Source : CNAV

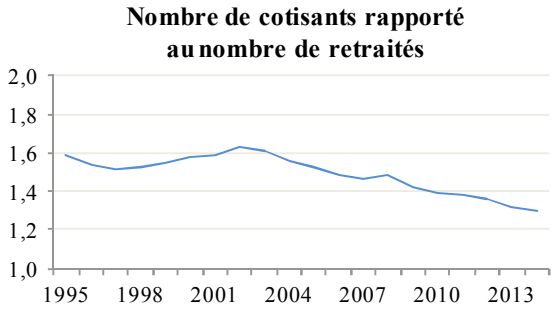
Graphique 2.3 D : Evolution du ratio des individus âgés de 20 à 59 ans sur les plus de 60 ans

L'augmentation de ce ratio peut survenir à la suite :

- D'une hausse du nombre de 60 ans et plus (on parle de vieillissement par le haut)
- D'une baisse du nombre des 20-59 ans (on parle de vieillissement par le bas)

Le vieillissement par le bas est observable dans l'ensemble des pays présentant un taux de fécondité si bas que la problématique du remplacement de la population active est posée. Cependant, il n'explique qu'une faible partie de l'augmentation du ratio, le reste étant expliqué par le vieillissement par le haut. Le rapport entre les 20-59 ans et les plus de 60 ans présente toutefois l'inconvénient de prendre en compte l'ensemble de la classe des 20-59 ans alors qu'il n'est pas certain que tous les individus âgés entre 20 et 59 ans cotisent pour la retraite. En effet, l'ensemble de ces personnes ne sont peut-être pas tous en activité[1]. De même, pour la classe des individus âgés de 60 ans et plus, où il n'est pas sûr non plus que la totalité de cette classe soit à la retraite. Même s'il est largement utilisé car il fait appel à des données facilement accessibles, on préfère utiliser le rapport cotisants/retraités qui permet alors d'éliminer un biais.

Le ratio entre le nombre de cotisants et le nombre de retraités est orienté à la baisse entre 2002 et 2014 dû à l'augmentation du nombre de retraités dans notre société sous l'effet du vieillissement de la population et de l'amélioration du niveau de vie. Ainsi, il passe de 1,6 en 2002 à 1,3 en 2014.



Source : CNAV

Graphique 2.3 E : Evolution du ratio du nombre de cotisants par le nombre de retraités

[1] Qualifie les individus en emploi ou au chômage.

Cela signifie qu'en 2014, un individu à la retraite était représenté par 1,3 personne en activité.

Le ratio est donc sous l'influence des caractéristiques de la pyramide des âges de notre société et de l'allongement de l'espérance de vie à 60 ans. Il dépend aussi de l'âge moyen de départ à la retraite qui est défini en fonction des réformes du système de retraite.

Le vieillissement de la population combiné à l'entrée plus tardive des jeunes sur le marché du travail, solidifie la part des individus d'âge moyen ou plus dans la population active. C'est pour cela que les données concernant l'emploi des seniors sont devenues importantes car elles permettent de se faire une idée sur la santé du marché du travail.

Par ailleurs, il peut générer des contraintes en termes de flexibilité face à l'emploi (lors d'un emploi aux horaires décalés ou imposant des périodes avec un rythme effréné de travail), aux nouvelles technologies et à la prise en charge de plusieurs tâches. Le vieillissement de la population a également conduit à une augmentation du nombre de versements des pensions de retraite, suite à la hausse du nombre d'individus de plus de 60 ans.

C/ Vers un vieillissement actif

Pour que le système de retraite soit financièrement viable, les politiques devront mettre en place des réformes permettant d'absorber le choc démographique. De nombreuses réflexions se sont déjà portées sur le sujet afin de trouver des solutions en réponse au vieillissement de la population.

Le vieillissement de la population étant un phénomène touchant la majorité des pays du monde, l'organisation mondiale de la santé a ainsi défini le vieillissement actif comme « le processus d'optimisation des possibilités en matière de santé, de participation et de sécurité, visant à améliorer la qualité de vie à mesure que les individus vieillissent ». Ce processus impliquerait, entre autres, une augmentation du taux d'emploi des seniors et une meilleure adaptation face aux conditions de travail. Il pourrait également soutenir les personnes ayant atteint l'âge légal de la retraite qui souhaitent et peuvent continuer à travailler. Le vieillissement actif permettrait ainsi d'augmenter la contribution des seniors dans la croissance de notre société.
En vue de limiter les effets négatifs du vieillissement de la population, l'Europe a décidé depuis 2010, d'intégrer la notion de vieillissement actif parmi les diverses priorités de la stratégie Europe 2020.

Au niveau de la retraite, le vieillissement actif favoriserait l'équilibre entre la durée de la vie professionnelle et celle de la vie à la retraite ainsi que l'utilisation des régimes de retraite complémentaires.

En effet, l'équilibre entre la durée de la vie professionnelle et la durée de la vie à la retraite est très important pour la viabilité du système de retraites. Il est cependant de plus en plus menacé par l'allongement de la durée de vie. Il faudrait ainsi envisager une politique favorisant une hausse de l'âge de départ à la retraite et qui annulerait ainsi, les effets de l'allongement de la durée de vie. De plus, une prise en compte plus importante de l'espérance de vie, dans le choix de l'âge légal de la retraite, permettrait d'accéder à un âge plus juste de départ à la retraite tant pour les individus que pour le régime.

Par ailleurs, le développement des régimes de retraite complémentaires pourrait occasionner des économies pour le régime général au niveau du versement des pensions. Cependant, il faudrait les rendre plus accessibles et plus intéressants grâce, par exemple, à des avantages fiscaux ou encore par le biais de la retraite collective.

Section 4 : Retraite et financement

Le système de retraite a été impacté par une croissance rapide de ses dépenses pour des raisons de court ou long terme. Malgré ses diverses sources de financement, le système de retraite n'a pas réussi à combler son déficit depuis 2008.

Même si les prévisions de court terme du Conseil d'orientation des retraites (à horizon 2020) restent quelque peu inquiétantes, celles de moyen et long terme sont plutôt optimistes.

A/ Le solde financier du système de retraite

- La situation financière du système :

Entre 2004 et 2014, le solde financier du système de retraite[1] se dégrade suite à un volume de dépenses plus important que celui des ressources. Alors qu'il représentait un excédent annuel jusqu'en 2007, il devient un besoin de financement dès 2008. Entre 2008 et 2010 le déficit s'est amplifié mais il s'améliore dès 2010. En 2015, le besoin de financement représente 0,3 % du PIB (-0,4 point en 5 ans). Cette amélioration est principalement due à la diminution progressive du besoin de financement des régimes de base ainsi qu'à la stabilisation de celui des régimes complémentaires.

Le Conseil d'orientation des retraites (COR) prévoit tout de même une amélioration progressive de la situation jusqu'en 2020. Par la suite, le déficit augmenterait jusqu'en 2030 avant de connaitre une inflexion. La réduction du déficit dès 2030 serait principalement la conséquence de la réduction des dépenses de retraite suite à la fin du papy-boom et une hausse plus modérée du nombre de retraités. On pourrait également observer en 2030 une augmentation de la population active qui permettrait ainsi d'orienter à la hausse les ressources de financement du système de retraite.

Le solde financier est principalement influencé par trois paramètres :

- Le rythme de croissance des revenus d'activité influence fortement le solde financier. Une croissance suffisante des revenus d'activité (supérieure à 1,5 %

[1] A noter que le solde financier du système de retraite correspond à la somme des soldes financiers des différents régimes de retraite. Ainsi, un équilibre financier du système de retraite ne renvoie pas nécessairement à un équilibre financier de chacun des régimes mais que les excédents des uns compensent les déficits des autres.

par an) pourrait permettre un retour à l'équilibre financier. En 2020, il est estimé à -0,2 % du PIB.

- Le chômage influence aussi les prévisions du solde financier mais les effets, liés à la baisse des cotisations sociales, seraient atténués par l'arrivée de nouveaux transferts pour une prise en charge de ce manque de cotisation et à plus long terme par une légère baisse du montant des pensions de retraite. Les effets du chômage sur le solde financier restent nettement moins importants que ceux relatifs à la croissance des revenus d'activité. Selon le COR, l'impact du chômage sur le solde financier serait relativement stable et s'atténuerait au cours du temps alors que les effets liés à la croissance des revenus d'activité se cumuleraient au fil du temps.
- Le solde financier dépend également des conjonctures démographiques. Une baisse du solde migratoire dégraderait la situation financière du système pour atteindre entre -0,3 à -0,4 point de PIB vers la fin des années 2040. Pendant les années 2050, l'effet de la baisse du solde migratoire s'estomperait grâce à la compensation partielle de la baisse du nombre de pensions sur la baisse du nombre de cotisants. L'amélioration du niveau des ressources du système permettrait ainsi d'améliorer la situation financière du système.

Concernant la crise économique de 2008, ses effets sont supposés être atténués à long terme mais ils auront pour conséquence de limiter l'effet « noria[1] » sur l'évolution de la pension moyenne des retraités tant que les générations touchées par la crise ne seront pas parties à la retraite. Par contre, un rôle plus important des mécanismes de capitalisation dans le financement des retraites aurait conduit à une aggravation du déséquilibre financier du système de retraite.

- Les différents indicateurs du solde financier :

L'équilibre financier du système de retraite est représenté par l'égalité suivante :

$$\boldsymbol{Volume\ des\ ressources = Volumes\ des\ dépenses}$$

En considérant les différents déterminants des ressources et des prestations de retraites (le nombre de cotisants, le nombre de retraités, le taux de prélèvement finançant les pensions de retraite, la pension moyenne et le revenu d'activité moyen), on obtient :

[1] Phénomène qui caractérise l'arrivée à la retraite de générations dont le montant moyen de pension est plus élevé que celui des générations qui décèdent.

$$\boldsymbol{Volume\ des\ ressources} = \boldsymbol{Nombre\ de\ cotisants} \times \boldsymbol{taux\ de\ pr\acute{e}l\grave{e}vement} \times \boldsymbol{revenu\ moyen\ d'activit\acute{e}}$$

$$\boldsymbol{Volume\ des\ d\acute{e}penses} = \boldsymbol{Nombre\ de\ retrait\acute{e}s} \times \boldsymbol{pension\ moyenne}$$

D'après l'équation de l'équilibre financier, on obtient :

$$\boldsymbol{Nombre\ de\ cotisants} \times \boldsymbol{taux\ de\ pr\acute{e}l\grave{e}vement} \times \boldsymbol{revenu\ moyen\ d'activit\acute{e}} = \boldsymbol{Nombre\ de\ retrait\acute{e}s} \times \boldsymbol{pension\ moyenne}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\boldsymbol{Nombre\ de\ cotisants}}{\boldsymbol{Nombre\ de\ retrait\acute{e}s}}\right) \times \boldsymbol{Taux\ de\ pr\acute{e}l\grave{e}vement} = \left(\frac{\boldsymbol{pension\ moyenne}}{\boldsymbol{Revenu\ moyen\ d'activit\acute{e}}}\right)$$

L'équilibre financier dépend donc de trois facteurs :

- *Le ratio du nombre de cotisants et le nombre de retraités*

(Cf. Chapitre 2 Section 3 : Retraite et vieillissement de la population)

- *La pension moyenne rapportée aux revenus moyens d'activité :*

Entre 2004 et 2014, la croissance des pensions de retraite a été supérieure à celle des revenus d'activité. Le montant de la pension moyenne des retraités a ainsi augmenté plus rapidement que le montant du revenu d'activité moyen des actifs sous l'effet « noria ».

La pension moyenne augmenterait environ de 0,7 % par an sur la période de court terme (jusqu'en 2020). Son rythme annuel de croissance s'accélèrerait par la suite pour évoluer entre 1,0 % et 2,0 % sur la période de long terme (vers 2060). L'effet « noria » resterait important sur un horizon de court terme mais s'atténuerait après 2030 grâce à une augmentation de la pension moyenne de l'ensemble des retraités.

- *Le taux de prélèvement :*

Le taux de prélèvement correspond au rapport entre l'ensemble des ressources du système (cotisations sociales, versements de l'Etat ou d'autres organismes, etc.) et les revenus d'activité brut (hors cotisations de la part des employeurs). En 2014, il est de 31,3 % (+4,2 points par rapport à 2004). Cette augmentation est la conséquence d'une hausse des taux de cotisations fixés par la loi mais également de l'affectation de nouvelles ressources fiscales au régime général et à certains régimes spéciaux. Par la suite, le taux de prélèvement devrait diminuer progressivement pour se rapprocher du seuil des 30 % en 2060.

B/ Les sources de financement

En 2014, les ressources du système correspondent à 13,9 % du PIB (soit +2,0 points du PIB sur 12 ans). Cette hausse est en lien avec l'augmentation du taux de cotisations et à l'affectation de nouvelles ressources. Les sources de financement proviennent de divers postes :

- Les cotisations sociales :

Ce sont des versements qui fournissent à l'assuré des droits d'accès aux prestations de retraite. Les cotisations sociales peuvent être effectives quand elles sont réellement ponctionnées sur les revenus de l'individu. Elles peuvent être prises en charge par l'Etat lorsque ce dernier finance une partie des charges patronales et des prélèvements sociaux. On parle aussi de cotisations sociales fictives d'employeur (au sens de la comptabilité nationale), si celui-ci offre directement des prestations sociales.

- Les transferts reçus :

Il peut s'agir de déplacements de fonds entre les différents régimes du système de retraite, des prises en charge par des organismes participant au financement des retraite, ou encore des subventions venant de l'Etat.

- Les impôts et les taxes :

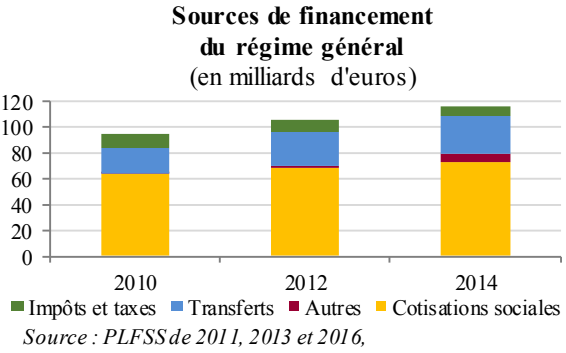
Ce sont les recettes fiscales allouées aux organismes de retraite.

- Les autres postes :

Ils occupent une part marginale dans l'ensemble des sources de financement. On y retrouve les produits financiers (qui concernent les revenus des placements), les autres produits (qui concernent principalement les procédures de remboursement des tiers telles que les opérations de régularisation) et les autres contributions sociales (qui concernent toutes les cotisations hors du champ de définition des cotisations sociales).

Les recettes du système de retraites sont principalement portées par les cotisations sociales. Viennent ensuite, les transferts et les recettes fiscales.

Au sein du régime général, les recettes s'élèvent à 115,6 milliards d'euros en 2014 (soit +23,4 % sur 4 ans). Elles sont principalement assurées par les cotisations sociales (63,3 % en 2014, soit -4,3 points sur 4 ans) à hauteur de 73,2 milliards d'euros en 2014 (soit +15,6 % par rapport à 2010). Les transferts s'élèvent à 29,6 milliards d'euros en 2014 (contre 20,2 milliards d'euros en 2010) représentant 25,6 % des recettes (+4,0 points sur 4 ans).



Source : PLFSS de 2011, 2013 et 2016,

Graphique 2.4 A : Evolution des recettes du régime général en 2010, 2012 et 2014.

Les principaux transferts proviennent du Fonds de réserve pour les retraites[1] (FRR) et du Fonds de solidarité vieillesse[2] (FSV). Les impôts et taxes s'établissent à 7,1 milliards d'euros (-29,0 % en comparaison avec 2010), dont la part dans le financement du régime n'a cessé de diminuer depuis ces 4 dernières années (6,1 % en 2014 contre 10,7 % en 2010).

C/ Les dépenses du système de retraite

Les dépenses du système de retraite représentent 14,2 % du PIB (soit +2,7 points en 12 ans). L'augmentation progressive des dépenses est la conséquence de la hausse du nombre de retraités ainsi que de l'augmentation du montant de la pension moyenne. Les dépenses se décomposent en différents postes :

[1] Le Fonds de réserve pour les retraites (FRR) est un établissement public créé par la loi n° 2001-624 du 17 juillet 2001, dont la mission principale est « d'investir au nom de la collectivité, les sommes que lui confient les pouvoirs publics en vue de participer au financement des retraites ». Les investissements du FRR se concentrent sur une politique d'optimisation du rendement de ses placements (offrant des conditions de placements les plus sûres que possible) ; tout ceci en accord avec « un développement économique, social et environnemental équilibré ». Les rendements obtenus suite aux divers placements sont en partie réinjectés dans le système de retraite à hauteur de 2,1 milliards d'euros tous les ans afin de « participer au financement des déficits au titre des exercices 2011 à 2018 des organismes chargés d'assurer les prestations du régime de base de l'assurance vieillesse ».

[2] Le Fonds de solidarité vieillesse (FSV) a été créé en 1993 pour financer l'ensemble des charges relevant de la solidarité nationale. Il permet donc d'alléger les dépenses des régimes de base et complémentaires.

- Les prestations :

Elles englobent les prestations légales nettes, les prestations extra-légales nettes et les autres prestations nettes. On peut classer les différentes prestations en fonction de l'effet qu'elles transmettent au système de retraite.

- *L'effet contributif :*

L'effet contributif du système de retraite est le principe d'un accès aux prestations en fonction de la vie professionnelle de l'assuré. Cet effet se retrouve principalement dans le calcul des pensions de retraite, où se trouve des paramètres qui appuient le caractère contributif du système de retraite (le décompte des années de cotisation, la prise en compte du salaire de référence, etc.).

Pour un salarié du secteur privé, le calcul de la pension du régime général s'effectue de la façon suivante : les pensions de base sont obtenues à partir d'un salaire de référence[1] auquel s'applique un taux d'annuité fixé par la loi en fonction de la durée de cotisation. Ce taux peut être corrigé à la hausse ou à la baisse quand cette durée de cotisation est respectivement supérieure ou inférieure à une certaine durée de référence.

Le régime général prévoit « un filet de sécurité » en assurant un niveau minimum de vie aux retraités. En effet, une pension minimale est garantie aux salariés ayant reçu de faibles salaires mais bénéficiant d'une retraite à taux plein : il s'agit du minimum contributif (MICO). Le minimum contributif s'élève à 628,99 euros par mois au 1er avril 2013. La réforme de 2003 prévoit tout de même une majoration de 58,33 euros par mois réservée aux individus ayant effectué pendant toute la durée de cotisation un travail à temps plein au SMIC. L'utilisation de ce dispositif est assez fréquente puisqu'en 2011, 46,0% des départs à la retraite sont effectués sous le MICO du régime général.

- *L'effet redistributif :*

Des dispositifs de redistribution ont été créés pour corriger les effets contributifs du calcul de la pension. Ainsi, certaines catégories de retraités sont favorisées dans l'attribution de droits à la retraite au nom de la solidarité nationale. Parmi ces dispositifs, on peut retenir :

  - L'exonération de l'abattement pour certains assurés qui ne remplissent pas une durée de référence de cotisations (invalidité à l'âge minimum, maladie, personnes âgées de 65 ans et plus, etc.).

[1] Aujourd'hui, il correspond à la moyenne des salaires annuels obtenus sur les 25 meilleures années.

- Une majoration attribuée aux assurés ayant élevé trois enfants et plus.
- La validation de périodes de cotisation sans apport contributif personnel (service militaire, maladie, chômage, parent au foyer, etc.).
- Le minimum vieillesse[1] pour les plus de 65 ans et les ménages à faible ressources.

Le COR affirme que l'ensemble des dispositifs de redistribution permet une réelle diminution des inégalités entre retraités. Malheureusement, leurs mécanismes restent complexes (car ils interviennent dans la formule de calcul des pensions) et leurs divers champs d'intervention sont restreints à des cas bien spécifiques. Ils représentent également un poids financier de plus en plus important pour le système.

- Les transferts versés :

Ce sont des mouvements de fonds au titre, par exemple, de compensation entre régimes ou de prises en charges spéciales de prestations.

- Les charges de gestion courante :

Ce sont des dépenses qui permettent d'assurer le bon fonctionnement du système de retraite.

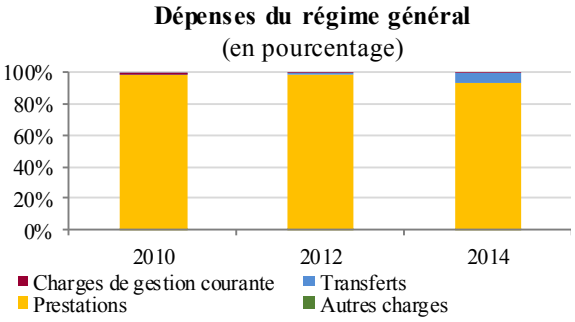
- Les autres charges :

Elles comprennent les charges financières en vue de la couverture de besoins de trésorerie ainsi que d'autres charges telles que les charges techniques et les charges exceptionnelles.

Les dépenses du système de retraite sont essentiellement allouées aux prestations de retraite.

[1] L'allocation de solidarité aux personnes âgées (ASPA) plus communément appelée minimum vieillesse, permet aux personnes âgées de 65 ans et plus, résidant sur le territoire français, d'atteindre un niveau de vie proche du seuil de pauvreté. Elle est versée sous forme de complément de ressources. Cependant, le nombre de bénéficiaires du minimum vieillesse n'a cessé de baisser depuis 1960 grâce à l'amélioration du niveau des pensions.

Concernant le régime général, les dépenses s'établissent à 116,8 milliards d'euros en 2014 (soit -39,8 % sur 4 ans). Les dépenses du régime général sont essentiellement orientées vers le financement des prestations de retraite (92,9 % en 2014, soit -5,1 points sur 4 ans) à hauteur de 108,5 milliards d'euros en 2014 (soit -43,0 % par rapport à 2010).



Source : PLFSS de 2012, 2013 et 2016.

Graphique 2.4 B : Evolution des dépenses du régime général en 2010, 2012 et 2014.

Les transferts versés s'élèvent à 6,9 milliards d'euros (contre 1,2 milliard d'euros en 2010) mais ils ne représentent qu'une faible part des dépenses du système (5,9 % ; +5,3 points sur 4 ans). Les charges de gestion courante ainsi que les autres charges occupent une part très marginale des dépenses du système en 2014 (respectivement 1,1 % et 0,1 %).

Chapitre 3 :

L'âge de la retraite, dans le cadre d'une approche microéconomique

La littérature contient de nombreux travaux de recherche sur la détermination de l'âge optimal de départ à la retraite à partir d'une approche microéconomique. Cependant, un déséquilibre persiste entre le volume de recherches effectuées au niveau de la demande de travail et celui concernant l'offre de travail.

Parallèlement à cela, divers études et modèles ont fait ressortir l'existence d'une taxe explicite qui influence le salarié lors de son choix de départ à la retraite.

Section 1 : Retraite et demande de travail

La demande de travail, comparée à l'offre de travail, est très peu utilisée dans les travaux de recherche pour étudier le comportement des entreprises face au départ à la retraite des travailleurs âgés. Ceci reste paradoxal en repensant au rôle important qu'ont joué les entreprises au niveau des incitations de départ précoce à la retraite des salariés âgés.

A/ Un volume de recherches plutôt faible du point de vue de la demande de travail

Le thème de la retraite observé du point de vue de la demande de travail est peu étudié si on compare au nombre de travaux effectués du côté de l'offre de travail. Les déterminants de la demande de travail sont parfois assez difficiles à modéliser et à analyser. C'est ainsi le cas de la productivité individuelle des travailleurs âgés, qui ne possède pas de mesures directes au niveau empirique. On peut tout de même l'approcher par d'autres paramètres en contrepartie de l'introduction d'un biais dans le modèle.

La majorité des travaux entrepris sur les problématiques de la retraite en adoptant une approche microéconomique explique le départ précoce à la retraite des travailleurs âgés en se plaçant du côté de l'offre de travail. Les travaux à partir de la demande de travail sont ainsi quelques peu délaissés. La demande de travail est alors une approche originale pour expliquer le départ à la

retraite des travailleurs âgés. Elle reste tout aussi importante lorsqu'on se rend compte de l'importance de l'avis des entreprises sur l'âge de départ à la retraite. En effet, la faible part des salariés âgés dans l'emploi en France n'est pas du seul fait des seniors. Les entreprises ont aussi une part de responsabilité car elles ont longtemps soutenu les dispositifs de préretraites qui leur permettaient de remplacer des travailleurs âgés par des travailleurs plus jeunes.

B/ Le comportement des entreprises face aux travailleurs âgés

Le tissu économique en France est constitué d'une majorité d'entreprises dont la pyramide des âges des salariés est plutôt ventrale (c'est-à-dire que la population des individus de 30-49 ans est la plus importante). Les entreprises aux conditions extrêmes (contenant une majorité de seniors ou, à l'inverse, une majorité de jeunes) sont donc moins nombreuses.

Selon l'enquête Emploi des salariés selon l'âge[1] (ESSA) effectuée en 2001 par la Direction de l'animation de la recherche, des études et des statistiques (DARES), on peut remarquer que les entreprises, possédant un nombre important de salariés de 50 ans et plus, ont une faible population de jeunes individus de moins de 30 ans. A l'inverse, les entreprises, connaissant une part importante de jeunes de moins de 30 ans dans leurs effectifs, emploient moins de salariés de plus de 50 ans. Cette situation peut être constatée dans tous les secteurs d'activité mais elle est plus frappante dans certains domaines comme l'automobile, l'informatique ou encore la santé.

Cette enquête s'intéresse aussi aux opinions des chefs d'entreprise sur le vieillissement de leur effectif. Les résultats de l'enquête indiquent un sentiment de désintérêt pour cette problématique. Ainsi, en 2001, 13 % des entreprises interrogées se sont penchées sur le problème du vieillissement des effectifs. Par ailleurs, dans 70 % des entreprises interrogées, les responsables pensent que le vieillissement des effectifs n'occasionnera pas de soucis lors du départ à la retraite des salariés. Ce manque d'anticipation de l'évolution de l'effectif salarial est la principale conséquence d'un manque d'études et de projections sur la structure de la pyramide des âges des salariés de l'entreprise. Pourtant, les départs massifs à la retraite engendrés par le vieillissement de la population pourraient avoir un impact sur les entreprises qui n'auraient pas prévu de mesures correctrices à ce problème. Ces entreprises pourraient,

[1] L'enquête ESSA étudie le vieillissement de la main-d'œuvre et la gestion des effectifs des entreprises. Elle se base sur l'opinion des responsables d'entreprise.

ainsi, avoir des difficultés à recruter pour remplacer les nouveaux retraités. Une autre conséquence de ces départs massifs pourrait être la perte du savoir-faire.

Les entreprises ayant choisi d'effectuer une gestion prévisionnelle de leurs effectifs restent minoritaires, même si cette gestion est plus fréquente dans les entreprises employant des individus qualifiés. Les mesures prises pour limiter le problème sont plutôt de nature correctrice que de nature préventive. Ainsi, selon l'enquête, 7% des entreprises interrogées se sont préparées aux conséquences du vieillissement des effectifs en créant des adaptations de poste pour les personnes de plus de 50 ans et 5% ont prévu des aménagements de fin de carrière pour leurs seniors tel que le tutorat.

Beaucoup d'entreprises restent accrochées au stéréotype autour de la productivité des travailleurs âgés. En effet, du fait de l'évolution du progrès technique et de l'arrivée de nouvelles technologies, les seniors seraient ainsi moins productifs. Parmi les entreprises interrogées ayant recruté en 2000, près de 90% de ces établissements ont embauché un individu de moins de 30 ans alors que 15% ont embauché une personne de plus de 50 ans. Les responsables ne pensent pas que ceci est entièrement dû à une distinction indirecte selon l'âge à l'embauche comme Brunet et Richet-Mastain (2002). Cette situation tiendrait plus, selon eux, à une différence de volume de candidatures entre les jeunes et les seniors. Le nombre de candidatures des jeunes est plus important car ceux-ci sont plus nombreux à la recherche d'un emploi après leurs études. Même si l'âge des salariés ne semble pas avoir d'impact sur la gestion des effectifs, près de 80% des responsables seraient contre une augmentation de l'âge de départ à la retraite.

Section 2 : Retraite et choix individuel en univers certain

Il existe de nombreux travaux sur le choix individuel de l'âge de départ à la retraite. L'hypothèse d'utiliser le modèle en univers certain limite, certes, le lien entre les résultats obtenus et la réalité mais permet cependant de simplifier les mécanismes du modèle.

Dans cette section, nous nous intéressons au modèle de Patrick Artus (2001), qui étudie l'impact du choix de l'âge de la retraite sur le bien-être social dans deux situations :

- Lorsque l'Etat choisit l'âge de départ à la retraite.
- Lorsque ce choix revient aux salariés.

A/ Présentation du modèle

- Les ménages :

Pour représenter la population, on utilise un modèle à générations imbriquées à deux périodes. Pendant la première période de sa vie, un jeune individu travaille et reçoit en contrepartie, un salaire noté $\boldsymbol{w_t}$. Une fraction $\boldsymbol{\tau\, w_t}$ de ce salaire est prélevée pour financer les pensions des retraités alors que le reste (soit $\boldsymbol{(1-\tau)\, w_t}$) est consacré soit à la consommation $\boldsymbol{C_t^j}$ de l'individu, soit à son épargne $\boldsymbol{e_t}$. Donc, on a :

$$\boldsymbol{C_t^j + e_t = (1-\tau)\, w_t} \quad (1)$$

Avec $\boldsymbol{0 \leq \tau \leq 1}$

Par la suite, l'individu vieillit. Il continue de travailler pendant une période $\boldsymbol{h}$. Il reçoit donc un salaire $\boldsymbol{w_{t+1}}$, sur lequel sont prélevées les cotisations de retraite au taux $\boldsymbol{\tau}$. Puis, il décide de partir à la retraite. Ici, $\boldsymbol{h}$ correspond donc à l'âge de départ à la retraite. Il percevra une pension de retraite pendant une durée $\boldsymbol{(1-h)}$ d'une valeur $\boldsymbol{w_{t+1}\,(1-h)\,\lambda}$ tel que $\boldsymbol{\lambda}$ représente le taux de remplacement. Il correspond à la part du revenu que l'individu conserve une fois à la retraite. Ainsi, le taux de remplacement est égal au rapport entre la pension de retraite et les revenus d'activité. Par ailleurs, il reçoit l'épargne, qu'il avait placé lorsqu'il était jeune ($\boldsymbol{e_t}$), rémunérée au taux d'intérêt réel $\boldsymbol{r_t}$ entre les périodes $\boldsymbol{t}$ et $\boldsymbol{t+1}$. Donc la consommation de l'individu pendant la période $\boldsymbol{t+1}$ est :

$$\boldsymbol{C_{t+1}^v = e_t\,(1+r_t) + w_{t+1}\,(1-\tau)\,h + w_{t+1}\,(1-h)\,\lambda} \quad (2)$$

On suppose que $\boldsymbol{\lambda}$, $\boldsymbol{h}$ et $\boldsymbol{\tau}$ sont constants. On en déduit alors l'expression de la contrainte budgétaire intertemporelle définie par l'égalité entre les flux de consommations actualisées à la période $\boldsymbol{t}$ et les flux de revenus actualisés à la période $\boldsymbol{t}$. On a donc :

$$C_t^j + \frac{C_{t+1}^v}{1+r_t} = \big((1-\tau)\, w_t - e_t\big) + \frac{1}{1+r_t}\,\big(e_t\,(1+r_t) + w_{t+1}\,(1-\tau)\,h + w_{t+1}\,(1-h)\,\lambda\ \big)$$

$$\Longrightarrow C_t^j + \frac{C_{t+1}^v}{1+r_t} = (1-\tau)\, w_t + \frac{(1-\tau)\,h}{1+r_t}\, w_{t+1} + \frac{(1-h)\,\lambda}{1+r_t}\, w_{t+1}$$

On peut également définir la fonction d'utilité des jeunes individus :

$$U_t = ln\big(C_t^j\big) + \frac{1}{1+\rho}\, ln(C_{t+1}^v) + \frac{\alpha}{1+\rho}\, ln(1-h)$$

Avec :

$\boldsymbol{\rho}$, la préférence pour le présent

$\boldsymbol{\alpha}$, le bien-être que le loisir procure au consommateur.

Dans un premier temps, on suppose que $\boldsymbol{h}$ est fixé par les autorités. Les individus cherchent à maximiser leurs utilités sous la contrainte budgétaire intertemporelle. Ils cherchent donc à optimiser le programme suivant :

$$Max_{C_t^j, C_{t+1}^v}\ U_t\ \ sc\ \ C_t^j + \frac{C_{t+1}^v}{1+r_t} = (1-\tau)\, w_t + \frac{(1-\tau)\,h}{1+r_t}\, w_{t+1} + \frac{(1-h)\,\lambda}{1+r_t}\, w_{t+1}$$

Le Lagrangien s'écrit alors :

$\mathcal{L} = U_t + \beta\left((1-\tau)\, w_t + \frac{(1-\tau)\,h}{1+r_t}\, w_{t+1} + \frac{(1-h)\,\lambda}{1+r_t}\, w_{t+1} - C_t^j - \frac{C_{t+1}^v}{1+r_t}\right)$, avec $\boldsymbol{\beta}$, un réel représentant le multiplicateur de Lagrange.

$$\Longrightarrow \mathcal{L} = ln\big(C_t^j\big) + \frac{1}{1+\rho}\, ln(C_{t+1}^v) + \frac{\alpha}{1+\rho}\, ln(1-h) + \beta\left((1-\tau)\, w_t + \frac{(1-\tau)\,h}{1+r_t}\, w_{t+1} + \frac{(1-h)\,\lambda}{1+r_t}\, w_{t+1} - C_t^j - \frac{C_{t+1}^v}{1+r_t}\right)$$

- *Conditions de premier ordre :*

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t^j} = \frac{1}{C_t^j} - \beta = 0 \quad \Rightarrow \beta = \frac{1}{C_t^j} \qquad (3)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_{t+1}^v} = \frac{1}{1+\rho}\,\frac{1}{C_{t+1}^v} - \frac{\beta}{1+r_t} = 0 \quad \Rightarrow \frac{\beta}{1+r_t} = \frac{1}{1+\rho}\,\frac{1}{C_{t+1}^v} \qquad (4)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \beta} = (1-\tau)\,w_t + \frac{(1-\tau)\,h}{1+r_t}\,w_{t+1} + \frac{(1-h)\,\lambda}{1+r_t}\,w_{t+1} - C_t^j - \frac{C_{t+1}^v}{1+r_t} = 0 \qquad (5)$$

En injectant l'équation (3) dans l'équation (4), on obtient :

$$\frac{\frac{1}{C_t^j}}{1+r_t} = \frac{1}{1+\rho}\,\frac{1}{C_{t+1}^v} \quad \Rightarrow \frac{1}{1+\rho}\,\frac{1}{C_{t+1}^v} = \frac{1}{C_t^j}\,\frac{1}{1+r_t} \quad \Rightarrow \frac{C_t^j}{1+\rho} = \frac{C_{t+1}^v}{1+r_t}$$

$$\Rightarrow C_t^j = \frac{1+\rho}{1+r_t}\,C_{t+1}^v$$

En réinjectant dans l'équation (1), on obtient :

$$\frac{1+\rho}{1+r_t}\,C_{t+1}^v + e_t = (1-\tau)\,w_t$$

$$\Rightarrow e_t = (1-\tau)\,w_t - \frac{1+\rho}{1+r_t}\,(e_t\,(1+r_t) + w_{t+1}\,(1-\tau)\,h + w_{t+1}\,(1-h)\,\lambda)$$

(d'après l'équation (2))

D'où : $e_t = (1-\tau)\,w_t - e_t\,(1+\rho) + \frac{1+\rho}{1+r_t} w_{t+1}\,(1-\tau)\,h - \frac{1+\rho}{1+r_t} w_{t+1}\,(1-h)\,\lambda$

$$\Rightarrow (2+\rho)\,e_t = (1-\tau)\,w_t + \frac{1+\rho}{1+r_t} w_{t+1}\,(1-\tau)\,h - \frac{1+\rho}{1+r_t} w_{t+1}\,(1-h)\,\lambda$$

$$\Rightarrow e_t = \frac{1}{2+\rho}(1-\tau)\,w_t - \frac{1+\rho}{2+\rho}\,\frac{w_{t+1}\,(1-\tau)\,h + w_{t+1}\,(1-h)\,\lambda}{1+r_t}$$

D'où : $C_t^j = (1-\tau)\,w_t - e_t = (1-\tau)\,w_t - \frac{1}{2+\rho}(1-\tau)\,w_t + \frac{1+\rho}{2+\rho}\,\frac{w_{t+1}\,(1-\tau)\,h + w_{t+1}\,(1-h)\,\lambda}{1+r_t}$

$$\Rightarrow C_t^j = \frac{1+\rho}{2+\rho}(1-\tau)\,w_t + \frac{1+\rho}{2+\rho}\,\frac{w_{t+1}\,(1-\tau)\,h + w_{t+1}\,(1-h)\,\lambda}{1+r_t}$$

- Les entreprises :

Le tissu économique de notre économie est régi par une fonction de production de type Cobb-Douglas telle que : $\boldsymbol{Y_t = M_t^a\, K_t^{1-a}}$ $\quad (6)$

Où $\boldsymbol{Y_t}$ représente la production, $\boldsymbol{K_t}$, le capital et $\boldsymbol{M_t}$, la main d'œuvre utilisée et $\boldsymbol{0 < a < 1}$.

En divisant les deux membres de l'équation par $\boldsymbol{N_t}$, on obtient :

$$\frac{\boldsymbol{Y_t}}{\boldsymbol{N_t}} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{N_t}} \boldsymbol{M_t^a\, K_t^{1-a}} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{N_t^a\, N_t^{1-a}}}\, \boldsymbol{M_t^a\, K_t^{1-a}}$$

$$\Longrightarrow \frac{\boldsymbol{Y_t}}{\boldsymbol{N_t}} = \left(\frac{\boldsymbol{M_t}}{\boldsymbol{N_t}}\right)^{\boldsymbol{a}} \left(\frac{\boldsymbol{K_t}}{\boldsymbol{N_t}}\right)^{\boldsymbol{1-a}}$$

En nommant respectivement, $\boldsymbol{y_t = \frac{Y_t}{N_t}}$, $\boldsymbol{m_t = \frac{M_t}{N_t}}$ et $\boldsymbol{k_t = \frac{K_t}{N_t}}$, la production, l'emploi total et le capital par tête pendant la période $\boldsymbol{t}$, on obtient ainsi :

$$\Longrightarrow \boldsymbol{y_t = m_t^a\, k_t^{1-a}}$$

En sachant que la population active $\boldsymbol{N_t}$ croît au taux $\boldsymbol{n}$, on obtient que :

$$\boldsymbol{N_t = N_{t-1}\,(1+n) = N_0\,(1+n)^t}$$

Cette propriété est facilement démontrée par récurrence. En effet :

- *Au rang* $\boldsymbol{k = 0}$*, on a :*

$$\boldsymbol{N_0\,(1+n)^0 = N_0}$$

Donc la propriété est vraie au rang $\boldsymbol{k = 0}$.

- *Supposons maintenant que la propriété soit vraie au rang* $\boldsymbol{k}$.

On a donc $\boldsymbol{N_k = N_0\,(1+n)^k}$.

Montrons qu'elle est toujours vraie au rang $\boldsymbol{k+1}$. On doit donc montrer que :

$\boldsymbol{N_{k+1} = N_0\,(1+n)^{k+1}}$.

Par définition, $\boldsymbol{N_{k+1} = N_k\,(1+n) = N_0\,(1+n)^k\,(1+n)}$, d'après l'hypothèse de récurrence.

Donc $\boldsymbol{N_{k+1} = N_0\,(1+n)^{k+1}}$

Donc, la propriété est vraie au rang $\boldsymbol{k+1}$, donc pour tout entier positif $\boldsymbol{t}$, on a : $\boldsymbol{N_t = N_0\,(1+n)^t}$

La main d'œuvre utilisée pendant la période $\boldsymbol{t}$, que nous avons noté $\boldsymbol{M_t}$, est composée de l'ensemble de la population des jeunes ainsi que des individus âgés travaillant encore une fraction $\boldsymbol{h}$, avant de partir à la retraite. Ainsi : $\boldsymbol{M_t = N_t + h\, N_{t-1}}$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{m_t = \frac{M_t}{N_t} = \frac{N_t + h\, N_{t-1}}{N_t} = 1 + \frac{h}{1+n}}$$

Car $\boldsymbol{N_t = N_{t-1}\,(1+n)}$

Donc :

$$\Longrightarrow \boldsymbol{y_t = m_t^a\, k_t^{1-a} = \left(1 + \frac{h}{1+n}\right)^a k_t^{1-a}}$$

L'entreprise cherche à maximiser son profit $\boldsymbol{\Pi_t}$ tel que :

$$\boldsymbol{\Pi_t = P_t\, Y_t - (w_t\, M_t + r_t\, K_t) = P_t\left(M_t^a\, K_t^{1-a}\right) - (w_t\, M_t + r_t\, K_t)}$$

Avec :

$\boldsymbol{w_t}$, le salaire réel

$\boldsymbol{r_t}$, le taux d'intérêt réel

$\boldsymbol{P_t}$, le niveau des prix pendant la période $\boldsymbol{t}$ que nous normalisons à 1.

$$\Longrightarrow \boldsymbol{\Pi_t = N_t\, y_t - (w_t\, N_t\, m_t + r_t\, N_t\, k_t) = N_t\, m_t^a\, k_t^{1-a} - (w_t\, N_t\, m_t + r_t\, N_t\, k_t)}$$

- *Maximisation de* $\boldsymbol{\Pi_t}$ *:*

$$\boldsymbol{Max_{M_t, K_t}\, \Pi_t \quad \Longrightarrow \frac{\partial\, \Pi_t}{\partial\, m_t, k_t} = 0}$$

Donc :

$$\boldsymbol{\frac{\partial\, \Pi_t}{\partial\, m_t} = a\, N_t\, k_t^{1-a} m_t^{a-1} - N_t\, w_t = 0}$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{w_t = \; a\, k_t^{1-a} m_t^{a-1} = a\left(1 + \frac{h}{1+n}\right)^{a-1} k_t^{1-a}}$$

$$\boldsymbol{\frac{\partial\, \Pi_t}{\partial\, k_t} = (1-a)\, N_t\, m_t^a\, k_t^{-a} - N_t\, r_t = 0}$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{r_t = \; (1-a)\, m_t^a\, k_t^{-a} = (1-a)\left(1 + \frac{h}{1+n}\right)^a k_t^{-a}}$$

- *Statique comparative :*

$$\frac{\partial \mathrm{y}_t}{\partial h} = \frac{a}{1+n}\, k_t^{1-a} \left(1 + \frac{h}{1+n}\right)^{a-1}$$

On a $n \geq 0$, $h \geq 0$, $k_t \geq 0$ et $0 < a < 1$ donc $\frac{\partial y_t}{\partial h} \geq 0$

Une augmentation de h conduit à une augmentation de la production par tête.

$$\frac{\partial \mathrm{w}_t}{\partial h} = \frac{a\,(a-1)}{1+n}\, k_t^{1-a} \left(1 + \frac{h}{1+n}\right)^{a-2}$$

On a $n \geq 0$, $h \geq 0$, $k_t \geq 0$ et $0 < a < 1$ donc $\frac{\partial w_t}{\partial h} \leq 0$

Une augmentation de h conduit à une diminution du salaire réel.

$$\frac{\partial \mathrm{r}_t}{\partial h} = \frac{1-a}{1+n}\, k_t^{1-a} \left(1 + \frac{h}{1+n}\right)^{a-1}$$

On a $n \geq 0$, $h \geq 0$, $k_t \geq 0$ et $0 < a < 1$ donc $\frac{\partial r_t}{\partial h} \geq 0$

Une augmentation de h conduit à une augmentation du taux d'intérêt réel.

- Le système de retraite :

Le système de retraite est supposé être par répartition. Dans un tel système, l'ensemble des cotisations versées par la population active ($M_t\, \tau\, \mathrm{w}_t$) est immédiatement utilisé pour financer les pensions des retraités ($N_{t-1}\, w_t\, (1-h)\, \lambda$). Pour simplifier, on supposera que les pensions de retraite sont uniquement financées par les cotisations versées par la population active. D'où, l'égalité suivante :

$$M_t\, \tau\, \mathrm{w}_t = N_{t-1}\, w_t\, (1-h)\, \lambda \quad \Longrightarrow N_t\, \tau\, \mathrm{w}_t + h\, N_{t-1}\, \tau\, \mathrm{w}_t = N_{t-1}\, w_t\, (1-h)\, \lambda$$

A long terme, l'équation devient : $N_t\, \tau\, w + h\, N_{t-1}\, \tau\, w = N_{t-1}\, w\, (1-h)\, \lambda$

$$\Longrightarrow N_t\, \tau + h\, N_{t-1}\, \tau = N_{t-1}\, (1-h)\, \lambda \quad \Longrightarrow (1-h)\, \lambda = \frac{N_t\, \tau + h\, N_{t-1}\, \tau}{N_{t-1}}$$

$$\Longrightarrow \lambda = \frac{(1+n)\, \tau + h\, \tau}{1-h} = \frac{\tau\, (1+n+h)}{1-h}$$

- Statique comparative :

$$\frac{\partial \lambda}{\partial h} = \tau \frac{1-h-(-1)(1+n+h)}{(1-h)^2} = \tau \frac{1-h+1+n+h}{(1-h)^2} = \frac{\tau n}{(1-h)^2}$$

On a $n \geq 0$, $\tau \geq 0$ et $(1-h)^2 \geq 0$ donc $\frac{\partial \lambda}{\partial h} \geq 0$

Une augmentation de h conduit à une augmentation du taux de remplacement.

- Equilibre général :

L'équilibre général est défini par :

$(1+n)\, k_{t+1} = e_t$ (Cf. Partie 2 Chapitre 1 Section 1 : Retraite et croissance)

$$\Rightarrow \frac{1}{2+\rho}(1-\tau)\, w_t - \frac{1+\rho}{2+\rho} \frac{w_{t+1}(1-\tau)\, h + w_{t+1}(1-h)\, \lambda}{1+r_t} = (1+n)\, k_{t+1}$$

A long terme, l'équilibre devient :

$$\frac{1}{2+\rho}(1-\tau)\, w - \frac{1+\rho}{2+\rho} \frac{w(1-\tau)\, h + w(1-h)\, \lambda}{1+r} = (1+n)\, k$$

$$\frac{w}{2+\rho}\left[(1-\tau) - \frac{1+\rho}{1+r}\left((1-\tau)\, h + (1-h)\, \lambda\right)\right] = (1+n)\, k$$

On sait que $\lambda = \frac{\tau(1+n+h)}{1-h}$, alors on a :

$$\frac{w}{2+\rho}\left[(1-\tau) - \frac{1+\rho}{1+r}\left((1-\tau)\, h + \tau(1+n+h)\right)\right] = (1+n)\, k$$

$$\Rightarrow \frac{w}{2+\rho}\left[(1-\tau) - \frac{1+\rho}{1+r}(\tau + \tau n + h)\right] = (1+n)\, k$$

En réinjectant l'expression de w dans l'équation, on obtient :

$$\Rightarrow a\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a-1} k^{1-a} \frac{1}{2+\rho}\left[(1-\tau) - \frac{1+\rho}{1+r}(\tau + \tau n + h)\right] = (1+n)\, k$$

$$\Rightarrow a\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a-1} \frac{1}{2+\rho}\left[(1-\tau) - \frac{1+\rho}{1+r}(\tau + \tau n + h)\right] = (1+n)\frac{k}{k^{1-a}}$$

$$\Rightarrow a\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a-1} \frac{1}{2+\rho}\left[(1-\tau) - \frac{1+\rho}{1+r}(\tau + \tau n + h)\right] = (1+n)\, k^a$$

- *Statique comparative :*

Calculons la dérivée partielle de $\boldsymbol{k}$ par rapport à $\boldsymbol{h}$ (soit $\frac{\partial k}{\partial h}$) :

Dérivons les deux membres de l'équation précédente par $\boldsymbol{h}$:

$$\boldsymbol{a(1+n)k^{a-1}}\ \frac{\partial k}{\partial h} = \frac{a}{2+\rho}\left[(a-1)\ \frac{1}{1+n}\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a-2}\ \left[(1-\tau)-\frac{1+\rho}{1+r}\ (\tau+\tau n+h)\right] - \frac{1+\rho}{1+r}\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a-1}\right]$$

$$\Longrightarrow \frac{\partial k}{\partial h} = \frac{1}{(1+n)k^{a-1}}\ \frac{1}{2+\rho}\left[(a-1)\ \frac{1}{1+n}\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a-2}\ \left[(1-\tau) - \frac{1+\rho}{1+r}\ (\tau+\tau n+h)\right] - \frac{1+\rho}{1+r}\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a-1}\right]$$

Or :

$$a\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a-1}\ \frac{1}{2+\rho}\left[(1-\tau)-\frac{1+\rho}{1+r}\ (\tau+\tau n+h)\right] = (1+n)\ k^{a}$$

$$\Longrightarrow (1-\tau)-\frac{1+\rho}{1+r}\ (\tau+\tau n+h) = \frac{(1+n)\ k^{a}}{\frac{a}{2+\rho}\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a-1}} \geq 0$$

car $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{h}$, $\boldsymbol{\rho}$, $\boldsymbol{a}$, et $\boldsymbol{k}$ sont positifs.

De plus, on a $\boldsymbol{0 < a < 1}$. Donc :

$$(a-1)\ \frac{1}{1+n}\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a-2}\ \left[(1-\tau)-\frac{1+\rho}{1+r}\ (\tau+\tau n+h)\right] - \frac{1+\rho}{1+r}\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a-1} \leq 0$$

D'où :

$$\frac{\partial k}{\partial h} \leq 0$$

Une augmentation de $\boldsymbol{h}$ conduit à une diminution du capital par tête.

B/ Evolution du bien-être social dans le modèle

On définit le bien-être social par la relation suivante :

$$\boldsymbol{V = ln(C^j) + \frac{1}{1+n}\, ln(C^v) + \frac{\alpha}{1+n}\, ln(1-h)}$$

On a $\boldsymbol{C^v = \frac{1+r}{1+\rho}\, C^j}$ donc :

$$\boldsymbol{V = ln(C^j) + \frac{1}{1+n}\, ln\left(\frac{1+r}{1+\rho}\, C^j\right) + \frac{\alpha}{1+n}\, ln(1-h)}$$

$$\boldsymbol{V = \left(1+\frac{1}{1+n}\right) ln(C^j) + \frac{1}{1+n}\, ln\left(\frac{1+r}{1+\rho}\right) + \frac{\alpha}{1+n}\, ln(1-h)}$$

L'épargne de long terme étant définie par :

$$\boldsymbol{e = \frac{w}{2+\rho}\left[(1-\tau) - \frac{1+\rho}{1+r}\,(\tau + \tau\, n + h)\right]}$$

On a donc, d'après l'équation $(\mathbf{1})$:

$$\boldsymbol{C^j = (1-\tau)\, w - e = (1-\tau)\, w - \frac{w}{2+\rho}\left[(1-\tau) - \frac{1+\rho}{1+r}\,(\tau + \tau\, n + h)\right]}$$

$$\boldsymbol{\Longrightarrow C^j = (1-\tau)\, w\left(1 - \frac{1}{2+\rho}\right) + \frac{w}{2+\rho}\,\frac{1+\rho}{1+r}\,(\tau + \tau\, n + h)}$$

$$\boldsymbol{\Longrightarrow C^j = \frac{1+\rho}{2+\rho}(1-\tau)\, w + \frac{w}{2+\rho}\,\frac{1+\rho}{1+r}\,(\tau + \tau\, n + h)}$$

$$\boldsymbol{\Longrightarrow C^j = \frac{1+\rho}{2+\rho}\, w\left[(1-\tau) + \frac{(\tau + \tau\, n + h)}{1+r}\right]}$$

Par ailleurs, le salaire de long terme $\boldsymbol{w}$ est défini par :

$$\boldsymbol{w = a\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a-1} k^{1-a}}$$

- *Statique comparative :*

Calculons la dérivée partielle de $\boldsymbol{V}$ par rapport à $\boldsymbol{\tau}$ (soit $\frac{\partial V}{\partial \tau}$) :

$$\boldsymbol{\frac{\partial V}{\partial \tau} = \left(1+\frac{1}{1+n}\right)\frac{1}{C^j}\,\frac{\partial C^j}{\partial \tau} + \frac{1}{1+n}\,\frac{1}{1+\rho}\,\frac{1+\rho}{1+r}\,\frac{\partial r}{\partial \tau}}$$

$$\boldsymbol{\Longrightarrow \frac{\partial V}{\partial \tau} = \left(1+\frac{1}{1+n}\right)\frac{1}{C^j}\,\frac{\partial C^j}{\partial \tau} + \frac{1}{1+n}\,\frac{1}{1+r}\,\frac{\partial r}{\partial \tau}}$$

Or :

$$\frac{\partial C^j}{\partial \tau} = \frac{1+\rho}{2+\rho}\left[(1-\tau) + \frac{(\tau + \tau n + h)}{1+r}\right]\frac{\partial w}{\partial \tau} - \frac{1+\rho}{2+\rho} w + \frac{1+\rho}{2+\rho} w \frac{1+n}{1+r}$$
$$- \frac{1+\rho}{2+\rho} w (\tau + \tau n + h) \frac{1}{(1+r)^2}\frac{\partial r}{\partial \tau}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial C^j}{\partial \tau} = \frac{1+\rho}{2+\rho}\left[(1-\tau) + \frac{(\tau + \tau n + h)}{1+r}\right]\frac{\partial w}{\partial \tau} + \frac{1+\rho}{2+\rho} w \left(\frac{1+n}{1+r} - 1\right)$$
$$- \frac{1+\rho}{2+\rho} w (\tau + \tau n + h) \frac{1}{(1+r)^2}\frac{\partial r}{\partial \tau}$$

D'où :

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} = \left(1 + \frac{1}{1+n}\right)\frac{1}{C^j}\frac{1+\rho}{2+\rho}\left[(1-\tau) + \frac{(\tau + \tau n + h)}{1+r}\right]\frac{\partial w}{\partial \tau}$$
$$+ \left(1 + \frac{1}{1+n}\right)\frac{1}{C^j}\frac{1+\rho}{2+\rho} w \left(\frac{1+n}{1+r} - 1\right)$$
$$- \left(1 + \frac{1}{1+n}\right)\frac{1}{C^j}\frac{1+\rho}{2+\rho} w \frac{(\tau + \tau n + h)}{(1+r)^2}\frac{\partial r}{\partial \tau} + \frac{1}{1+n}\frac{1}{1+r}\frac{\partial r}{\partial \tau}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial V}{\partial \tau} = \left(1 + \frac{1}{1+n}\right)\frac{1}{C^j}\frac{1+\rho}{2+\rho} w \frac{n-r}{1+r}$$
$$+ \left(1 + \frac{1}{1+n}\right)\frac{1}{C^j}\frac{1+\rho}{2+\rho}\left[(1-\tau) + \frac{(\tau + \tau n + h)}{1+r}\right]\frac{\partial w}{\partial \tau}$$
$$- \left(1 + \frac{1}{1+n}\right)\frac{1}{C^j}\frac{1+\rho}{2+\rho} w \frac{(\tau + \tau n + h)}{(1+r)^2}\frac{\partial r}{\partial \tau} + \frac{1}{1+n}\frac{1}{1+r}\frac{\partial r}{\partial \tau}$$

L'impact d'une augmentation du taux de cotisation sur le bien-être social dépend de la nature de l'économie (signe de $(n-r)$), de l'impact du taux de cotisation sur le salaire (signe de $\frac{\partial w}{\partial \tau}$) et de l'impact du taux de cotisation sur le taux d'intérêt (signe de $\frac{\partial r}{\partial \tau}$).

Ainsi, si le taux de cotisation augmente, alors :

- Si on est en présence d'une économie sous-capitalisée alors $n - r < 0$, ce qui réduit l'impact de du taux de cotisation sur le bien-être social (premier terme de droite)
- On peut montrer que $\frac{\partial w}{\partial \tau} \leq 0$. En effet, on peut définir le salaire réel de long terme ainsi que le taux d'intérêt réel de long terme de la façon suivante :

$$\boldsymbol{w = a\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a-1} k^{1-a}}$$

$$\boldsymbol{r = (1-a)\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a} k^{-a}}$$

Donc :

$\boldsymbol{\frac{\partial w}{\partial \tau} = a(1-a)\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a-1} k^{-a} \frac{\partial k}{\partial \tau} = A \frac{\partial k}{\partial \tau}}$, avec $\boldsymbol{A = a(1-a)\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a-1} k^{-a} \geq 0}$

$\boldsymbol{\frac{\partial r}{\partial \tau} = -a(1-a)\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a} k^{-a-1} \frac{\partial k}{\partial \tau} = -B \frac{\partial k}{\partial \tau}}$, avec $\boldsymbol{B = a(1-a)\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a} k^{-a-1} \geq 0}$

On a :

$$\boldsymbol{a\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a-1} \frac{1}{2+\rho}\left[(1-\tau)-\frac{1+\rho}{1+r}(\tau+\tau n+h)\right] = (1+n)k^{a}}$$

$$\boldsymbol{\Rightarrow a(1+n)k^{a-1}\frac{\partial k}{\partial \tau} = a\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a-1}\frac{1}{2+\rho}\left[-1-\frac{1+\rho}{1+r}(1+n) + \frac{(1+\rho)(\tau+\tau n+h)}{(1+r)^2}\frac{\partial r}{\partial \tau}\right]}$$

$$\boldsymbol{\Rightarrow a(1+n)k^{a-1}\frac{\partial k}{\partial \tau} = a\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a-1}\frac{1}{2+\rho}\left[-1-\frac{1+\rho}{1+r}(1+n) - \frac{(1+\rho)(\tau+\tau n+h)}{(1+r)^2}B\frac{\partial k}{\partial \tau}\right]}$$

$$\boldsymbol{\Rightarrow \left[a(1+n)k^{a-1} + a\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a-1}\frac{1}{2+\rho}\frac{(1+\rho)(\tau+\tau n+h)}{(1+r)^2}B\right]\frac{\partial k}{\partial \tau} = -a\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a-1}\frac{1}{2+\rho}\left[1+\frac{1+\rho}{1+r}(1+n)\right]}$$

$$\boldsymbol{\Rightarrow \frac{\partial k}{\partial \tau} = \frac{-a\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a-1}\frac{1}{2+\rho}\left[1+\frac{1+\rho}{1+r}(1+n)\right]}{a(1+n)k^{a-1} + a\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a-1}\frac{1}{2+\rho}\frac{(1+\rho)(\tau+\tau n+h)}{(1+r)^2}B} \leq 0}$$

Donc $\frac{\partial w}{\partial \tau} \leq 0$, ce qui réduit l'impact de du taux de cotisation sur le bien-être social (second terme de droite)

- On a :

$\frac{\partial k}{\partial \tau} \leq 0$ donc $\frac{\partial r}{\partial \tau} \geq 0$. Ceci produit deux effets : une réduction de l'impact de du taux de cotisation sur le bien-être social (troisième terme de droite) et une augmentation de l'impact de du taux de cotisation sur le bien-être social (dernier terme de droite).

Calculons la dérivée partielle de V par rapport à h (soit $\frac{\partial V}{\partial h}$) :

$$\frac{\partial V}{\partial h} = \left(1 + \frac{1}{1+n}\right)\frac{1}{C^j}\frac{\partial C^j}{\partial h} + \frac{1}{1+n}\frac{1}{1+r}\frac{\partial r}{\partial h} - \frac{\alpha}{1+n}\frac{1}{1-h}$$

Or :

$$\frac{\partial C^j}{\partial h} = \frac{1+\rho}{2+\rho}\left[(1-\tau) + \frac{(\tau + \tau n + h)}{1+r}\right]\frac{\partial w}{\partial h} + \frac{1}{1+r}\frac{1+\rho}{2+\rho}w - \frac{1+\rho}{2+\rho}w\frac{(\tau+\tau n+h)}{(1+r)^2}\frac{\partial r}{\partial h}$$

Donc :

$$\frac{\partial V}{\partial h} = \left(1 + \frac{1}{1+n}\right)\frac{1}{C^j}\frac{1}{1+r}\frac{1+\rho}{2+\rho}w + \left(1 + \frac{1}{1+n}\right)\frac{1}{C^j}\frac{1+\rho}{2+\rho}\left[(1-\tau) + \frac{(\tau+\tau n+h)}{1+r}\right]\frac{\partial w}{\partial h} - \left(1 + \frac{1}{1+n}\right)\frac{1}{C^j}\frac{1+\rho}{2+\rho}w\frac{(\tau+\tau n+h)}{(1+r)^2}\frac{\partial r}{\partial h} + \frac{1}{1+n}\frac{1}{1+r}\frac{\partial r}{\partial h} - \frac{\alpha}{1+n}\frac{1}{1-h}$$

L'impact d'une augmentation de l'âge de départ à la retraite sur le bien-être social dépend de l'impact de l'âge de départ à la retraite sur le salaire (signe de $\frac{\partial w}{\partial h}$), de l'impact de l'âge de départ à la retraite sur le taux d'intérêt (signe de $\frac{\partial r}{\partial h}$) et de la quantité de loisir ($(1-h)$).

Ainsi, si l'âge de départ à la retraite augmente, alors :

- On a :

$$w = a\left(1 + \frac{h}{1+n}\right)^{a-1}k^{1-a}$$

Donc :

$$\frac{\partial w}{\partial h} = a\,\frac{a-1}{1+n}\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a-2} k^{1-a} + a\,(1-a)\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a-1} k^{-a}\,\frac{\partial k}{\partial h} \leq 0$$

Car $0 < a < 1$ et $\frac{\partial k}{\partial h} \leq 0$

Le second terme de droite de l'équation réduit donc l'impact de h sur le bien-être social.

- On a :

$$r = (1-a)\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a} k^{-a}$$

Donc :

$$\frac{\partial r}{\partial h} = a\,\frac{1-a}{1+n}\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a-1} k^{-a} - a\,(1-a)\left(1+\frac{h}{1+n}\right)^{a} k^{-a-1}\frac{\partial k}{\partial h} \geq 0$$

Car $0 < a < 1$ et $\frac{\partial k}{\partial h} \leq 0$

Le second terme de droite de l'équation réduit donc l'impact de h sur le bien-être social.

- Si h augmente, alors la quantité de loisir va diminuer. D'où $\frac{\alpha}{1+n}\,\frac{1}{1-h}$ augmentera. Le dernier terme de droite de l'équation réduit également l'impact de h sur le bien-être social.

C/ Cas d'une économie où les salariés choisiraient leur âge optimal de départ à la retraite

Supposons maintenant que les salariés sont libres de choisir à quel âge ils souhaitent partir à la retraite dans le but de maximiser leur fonction d'utilité intertemporelle U_t telle que :

$$U_t = ln\left(C_t^j\right) + \frac{1}{1+\rho}\,ln(C_{t+1}^v) + \frac{\alpha}{1+\rho}\,ln(1-h)$$

Les consommations de première et seconde période restent définies par les équations (1) et (2) :

$$C_t^j + e_t = (1-\tau)\,w_t \quad (1)$$

$$C_{t+1}^v = e_t\,(1+r_t) + w_{t+1}\,(1-\tau)\,h + w_{t+1}\,(1-h)\,\lambda \quad (2)$$

Les salariés connaissent leur niveau de salaire réel $\boldsymbol{w}$ et le taux d'intérêt réel $\boldsymbol{r}$. Ils connaissent également la méthode de fixation du niveau des retraites qui est la même pour chaque individu :

$$\boldsymbol{\lambda = \frac{\tau\,(1+n+h)}{1-h}}$$

Ici, le taux de cotisation pour la retraite $\boldsymbol{\tau}$ est choisi par l'Etat.

La consommation de seconde période s'écrit donc :

$$\boldsymbol{C_{t+1}^{v} = e_t\,(1+r_t) + w_{t+1}\,(1-\tau)\,h + w_{t+1}\,(1-h)\,\frac{\tau\,(1+n+h)}{1-h}}$$

$$\boldsymbol{\Rightarrow C_{t+1}^{v} = e_t\,(1+r_t) + w_{t+1}\,[(1-\tau)\,h + \tau\,(1+n+h)]}$$

$$\boldsymbol{\Rightarrow C_{t+1}^{v} = e_t\,(1+r_t) + w_{t+1}\,[h + \tau\,(1+n)]}$$

Donc la contrainte budgétaire intertemporelle du consommateur s'écrit :

$$\boldsymbol{C_t^j + \frac{C_{t+1}^{v}}{1+r_t} = \left((1-\tau)\,w_t - e_t\right) + \frac{1}{1+r_t}\,(e_t\,(1+r_t) + w_{t+1}\,[h + \tau\,(1+n)])}$$

$$\boldsymbol{\Rightarrow C_t^j + \frac{C_{t+1}^{v}}{1+r_t} = (1-\tau)\,w_t + \frac{h}{1+r_t}\,w_{t+1} + \frac{\tau\,(1+n)}{1+r_t}\,w_{t+1}}$$

Le consommateur cherche donc à optimiser le programme suivant :

$$\boldsymbol{Max_{e_t,h}\,U_t \;\; sc \;\; C_t^j + \frac{C_{t+1}^{v}}{1+r_t} = (1-\tau)\,w_t + \frac{h}{1+r_t}\,w_{t+1} + \frac{\tau\,(1+n)}{1+r_t}\,w_{t+1}}$$

Le Lagrangien s'écrit alors :

$\boldsymbol{\mathcal{L} = U_t + \beta\left((1-\tau)\,w_t + \frac{h}{1+r_t}\,w_{t+1} + \frac{\tau\,(1+n)}{1+r_t}\,w_{t+1} - C_t^j - \frac{C_{t+1}^{v}}{1+r_t}\right)}$, avec $\boldsymbol{\beta}$, un réel représentant le multiplicateur de Lagrange.

$$\boldsymbol{\Rightarrow \mathcal{L} = ln\left(C_t^j\right) + \frac{1}{1+\rho}\,ln(C_{t+1}^{v}) + \frac{\alpha}{1+\rho}\,ln(1-h)}$$
$$\boldsymbol{+ \beta\left((1-\tau)\,w_t + \frac{h}{1+r_t}\,w_{t+1} + \frac{\tau\,(1+n)}{1+r_t}\,w_{t+1} - C_t^j - \frac{C_{t+1}^{v}}{1+r_t}\right)}$$

- *Conditions de premier ordre :*

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial e_t} = -\frac{1}{C_t^j} + \frac{1+r_t}{1+\rho}\frac{1}{C_{t+1}^v} + \beta - \frac{1+r_t}{1+r_t}\beta = 0 \quad \Rightarrow C_t^j = \frac{1+\rho}{1+r_t} C_{t+1}^v \qquad (7)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h} = w_{t+1}\frac{1}{1+\rho}\frac{1}{C_{t+1}^v} - \frac{\alpha}{1+\rho}\frac{1}{1-h} + \frac{\beta w_{t+1}}{1+r_t} - \frac{\beta w_{t+1}}{1+r_t} = 0 \quad \Rightarrow \frac{w_{t+1}}{C_{t+1}^v} - \frac{\alpha}{1-h} = 0 \qquad (8)$$

L'équation (7) implique que :

$$C_t^j = \frac{1+\rho}{1+r_t}\left[e_t\,(1+r_t) + w_{t+1}\,[h + \tau\,(1+n)]\right]$$

$$\Rightarrow C_t^j = (1+\rho)e_t + \frac{1+\rho}{1+r_t}\,h\,w_{t+1} + \frac{1+\rho}{1+r_t}\,\tau\,(1+n)w_{t+1}$$

L'équation (7) nous donne :

$$C_t^j + e_t = (1-\tau)\,w_t$$

D'où :

$$e_t + (1+\rho)e_t + \frac{1+\rho}{1+r_t}\,h\,w_{t+1} + \frac{1+\rho}{1+r_t}\,\tau\,(1+n)w_{t+1} = (1-\tau)\,w_t$$

$$\Rightarrow (2+\rho)e_t = -\frac{1+\rho}{1+r_t}\,h\,w_{t+1} - \frac{1+\rho}{1+r_t}\,\tau\,(1+n)w_{t+1} + (1-\tau)\,w_t$$

A long terme, on obtient :

$$(2+\rho)e = -\frac{1+\rho}{1+r}\,h\,w - \frac{1+\rho}{1+r}\,\tau\,(1+n)w + (1-\tau)w$$

$$\Rightarrow e = \frac{(1-\tau)w}{2+\rho} - \frac{1+\rho}{2+\rho}\,w\,\frac{\tau\,(1+n)+h}{1+r}$$

En reprenant l'équation de la consommation de seconde période, on obtient à long terme :

$$C^v = e(1+r) + w\,[h + \tau\,(1+n)]$$

$$\Rightarrow C^v = (1+r)\frac{(1-\tau)w}{2+\rho} - \frac{1+\rho}{2+\rho}\,(1+r)w\,\frac{\tau\,(1+n)+h}{1+r} + w\,[h + \tau\,(1+n)]$$

$$\Rightarrow C^v = \frac{(1+r)(1-\tau)w}{2+\rho} - \frac{1+\rho}{2+\rho}\,(\tau\,(1+n)+h)w + w\,[h + \tau\,(1+n)]$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{C^v} = \frac{\boldsymbol{(1+r)(1-\tau)w}}{\boldsymbol{2+\rho}} + \left[\boldsymbol{1} - \frac{\boldsymbol{1+\rho}}{\boldsymbol{2+\rho}}\right] \boldsymbol{(\tau\,(1+n)+h)w}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{C^v} = \frac{\boldsymbol{(1+r)(1-\tau)w}}{\boldsymbol{2+\rho}} + \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2+\rho}} \boldsymbol{(\tau\,(1+n)+h)w}$$

A long terme, l'équation $(\mathbf{8})$ devient :

$$\frac{\boldsymbol{w}}{\boldsymbol{C^v}} - \frac{\boldsymbol{\alpha}}{\boldsymbol{1-h}} = \boldsymbol{0} \quad \Rightarrow \frac{\boldsymbol{w}}{\dfrac{\boldsymbol{(1+r)(1-\tau)w}}{\boldsymbol{2+\rho}} + \dfrac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2+\rho}} \boldsymbol{(\tau\,(1+n)+h)w}} - \frac{\boldsymbol{\alpha}}{\boldsymbol{1-h}} = \boldsymbol{0}$$

$$\Rightarrow \frac{\boldsymbol{1}}{\dfrac{\boldsymbol{(1+r)(1-\tau)}}{\boldsymbol{2+\rho}} + \dfrac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2+\rho}} \boldsymbol{(\tau\,(1+n)+h)}} = \frac{\boldsymbol{\alpha}}{\boldsymbol{1-h}}$$

$$\Rightarrow \frac{\boldsymbol{(1+r)(1-\tau)}}{\boldsymbol{2+\rho}} + \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2+\rho}} \boldsymbol{(\tau\,(1+n)+h)} = \frac{\boldsymbol{1-h}}{\boldsymbol{\alpha}}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{-h}\left(\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2+\rho}} + \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{\alpha}}\right) = \frac{\boldsymbol{(1+r)(1-\tau)}}{\boldsymbol{2+\rho}} + \frac{\boldsymbol{\tau\,(1+n)}}{\boldsymbol{2+\rho}} - \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{\alpha}}$$

$$\Rightarrow -\frac{\boldsymbol{\alpha+2+\rho}}{\boldsymbol{\alpha(2+\rho)}}\,\boldsymbol{h} = \frac{\boldsymbol{\alpha\,(1+r)(1-\tau)+\alpha\tau\,(1+n)-2-\rho}}{\boldsymbol{\alpha(2+\rho)}}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{h\,(\alpha+2+\rho) = 2+\rho-\alpha\,(1+r)(1-\tau)-\alpha\tau\,(1+n)}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{h\,(\alpha+2+\rho) = 2+\rho-\alpha\,(1+r)(1-\tau)-\alpha\tau\,(1+n)}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{h\,(\alpha+2+\rho) = 2+\rho-\alpha-\alpha r+\alpha\tau+\alpha r\tau-\alpha\tau-\alpha\tau n}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{h\,(\alpha+2+\rho) = 2+\rho-\alpha\big(1+r-\tau\,(r-n)\big)}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{h} = \frac{\boldsymbol{2+\rho-\alpha\big(1+r-\tau\,(r-n)\big)}}{\boldsymbol{\alpha+2+\rho}}$$

- *Statique comparative :*

En présence d'une économie sous-capitalisée (donc quand $\boldsymbol{r > n}$), on a :

$$\frac{\boldsymbol{\partial\,h}}{\boldsymbol{\partial\,\alpha}} = \frac{\boldsymbol{-\big(1+r-\tau\,(r-n)\big)\,(\alpha+2+\rho) - \Big(2+\rho-\alpha\big(1+r-\tau\,(r-n)\big)\Big)}}{\boldsymbol{(\alpha+2+\rho)^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\boldsymbol{\partial\,h}}{\boldsymbol{\partial\,\alpha}}$$

$$= \frac{\boldsymbol{-\alpha\big(1+r-\tau\,(r-n)\big) - \big(1+r-\tau\,(r-n)\big)(2+\rho) + \alpha\big(1+r-\tau\,(r-n)\big) - (2+\rho)}}{\boldsymbol{(\alpha+2+\rho)^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial h}{\partial \alpha} = \frac{-\big(2 + r - \tau\,(r - n)\big)(2 + \rho)}{(\alpha + 2 + \rho)^2} = \frac{-(2 + r\,(1 - \tau) + n\tau)(2 + \rho)}{(\alpha + 2 + \rho)^2}$$

On a $0 \leq \tau \leq 1$, $r \geq 0$, $n \geq 0$ et $\rho \geq 0$ donc $\frac{\partial h}{\partial \alpha} \leq 0$.

Une augmentation α de conduit ainsi à une diminution de h.

$$\frac{\partial h}{\partial \tau} = \frac{\alpha(r - n)}{\alpha + 2 + \rho}$$

On a, $r > n$, $\alpha \geq 0$ et $\rho \geq 0$ donc $\frac{\partial h}{\partial \tau} \geq 0$.

Une augmentation τ de conduit ainsi à une augmentation de h.

L'équation de l'épargne de long terme peut ainsi s'écrire :

$$e = \frac{(1 - \tau)w}{2 + \rho} - \frac{1 + \rho}{2 + \rho}\, w\, \frac{\tau\,(1 + n) + \dfrac{2 + \rho - \alpha\big(1 + r - \tau\,(r - n)\big)}{\alpha + 2 + \rho}}{1 + r}$$

$$\Rightarrow e = \frac{w}{2 + \rho}\left[1 - \tau - \tau\,(1 + n)\frac{(1 + \rho)}{1 + r} - \frac{(1 + \rho)\Big(2 + \rho - \alpha\big(1 + r - \tau\,(r - n)\big)\Big)}{(1 + r)\,(\alpha + 2 + \rho)}\right]$$

$$\Rightarrow e = \frac{w}{2 + \rho}\left[1 - \tau\left(1 + (1 + n)\frac{1 + \rho}{1 + r}\right) - \frac{1 + \rho}{1 + r}\,\frac{2 + \rho - \alpha(1 + r)}{\alpha + 2 + \rho} - \frac{1 + \rho}{1 + r}\,\frac{\alpha\tau\,(r - n)}{(\alpha + 2 + \rho)}\right]$$

L'équation de la consommation de seconde période à long terme peut également s'écrire :

$$C^v = \frac{(1 + r)(1 - \tau)w}{2 + \rho} + \frac{1}{2 + \rho}\left(\tau\,(1 + n) + \frac{2 + \rho - \alpha\big(1 + r - \tau\,(r - n)\big)}{\alpha + 2 + \rho}\right)w$$

$$\Rightarrow C^v = \frac{(1 + r)w}{2 + \rho}\left[1 - \tau + \frac{\tau\,(1 + n)}{1 + r} + \frac{2 + \rho - \alpha\big(1 + r - \tau\,(r - n)\big)}{(1 + r)\,(\alpha + 2 + \rho)}\right]$$

$$\Rightarrow C^v = \frac{(1 + r)w}{2 + \rho}\left[1 - \tau\left(1 - \frac{1 + n}{1 + r}\right) + \frac{1}{1 + r}\,\frac{2 + \rho - \alpha(1 + r)}{\alpha + 2 + \rho} + \frac{1}{1 + r}\,\frac{\tau\,(r - n)}{\alpha + 2 + \rho}\right]$$

- *Statique comparative :*

En présence d'une économie sous-capitalisée (donc quand $\boldsymbol{r > n}$), on a :

$$\frac{\partial e}{\partial \alpha} = \frac{w}{2+\rho}\left[-\frac{1+\rho}{1+r}\,\frac{-(1+r)\,(\alpha+2+\rho)-\big(2+\rho-\alpha(1+r)\big)}{(\alpha+2+\rho)^2}\right.$$
$$\left.-\frac{1+\rho}{1+r}\,\frac{\tau\,(r-n)(\alpha+2+\rho)-\alpha\tau\,(r-n)}{(\alpha+2+\rho)^2}\right]$$

$$\Longrightarrow \frac{\partial e}{\partial \alpha} = \frac{w}{2+\rho}\left[\frac{1+\rho}{1+r}\,\frac{(2+r)\,(2+\rho)}{(\alpha+2+\rho)^2}-\frac{1+\rho}{1+r}\,\frac{\tau\,(r-n)(2+\rho)}{(\alpha+2+\rho)^2}\right]$$

$$\Longrightarrow \frac{\partial e}{\partial \alpha} = \frac{w}{2+\rho}\,\frac{1+\rho}{1+r}\,\frac{2+\rho}{(\alpha+2+\rho)^2}\,[2+r-r+n]$$

$$\Longrightarrow \frac{\partial e}{\partial \alpha} = \frac{w}{2+\rho}\,\frac{1+\rho}{1+r}\,\frac{2+\rho}{(\alpha+2+\rho)^2}\,[2+n]$$

On a $\boldsymbol{w \geq 0}$, $\boldsymbol{\alpha \geq 0}$, $\boldsymbol{r \geq 0}$, $\boldsymbol{n \geq 0}$ et $\boldsymbol{\rho \geq 0}$ donc $\frac{\partial e}{\partial \alpha} \geq \boldsymbol{0}$.

Une augmentation $\boldsymbol{\alpha}$ de conduit ainsi à une augmentation de $\boldsymbol{e}$.

$$\frac{\partial C^v}{\partial \alpha} = \frac{(1+r)w}{2+\rho}\left[\frac{1}{1+r}\,\frac{-(1+r)\,(\alpha+2+\rho)-\big(2+\rho-\alpha(1+r)\big)}{(\alpha+2+\rho)^2}\right.$$
$$\left.-\frac{1}{1+r}\,\frac{\tau\,(r-n)}{(\alpha+2+\rho)^2}\right]$$

$$\Longrightarrow \frac{\partial C^v}{\partial \alpha} = \frac{w}{2+\rho}\left[\frac{-(2+r)\,(2+\rho)}{(\alpha+2+\rho)^2}-\frac{\tau\,(r-n)}{(\alpha+2+\rho)^2}\right]$$

$$\Longrightarrow \frac{\partial C^v}{\partial \alpha} = -\frac{w}{2+\rho}\,\frac{1}{(\alpha+2+\rho)^2}\,[(2+r)\,(2+\rho)+\tau\,(r-n)]$$

Or $\boldsymbol{w \geq 0}$, $\boldsymbol{r \geq 0}$, $\boldsymbol{r > n}$ et $\boldsymbol{\rho \geq 0}$ donc $\frac{\partial C^v}{\partial \alpha} \leq \boldsymbol{0}$.

Une augmentation $\boldsymbol{\alpha}$ de conduit ainsi à une diminution de $\boldsymbol{C^v}$.

Regardons ce qui se passe au niveau du bien-être social de long terme. L'Etat cherche à maximiser le bien-être social de long terme $\boldsymbol{V}$ tel que :

$$V = \left(1+\frac{1}{1+n}\right)\,ln(C^j)+\frac{1}{1+n}\,ln\left(\frac{1+r}{1+\rho}\right)+\frac{\alpha}{1+n}\,ln(1-h)$$

En sachant que $\boldsymbol{C^j = \frac{1+\rho}{1+r}\,C^v}$, on obtient :

$$V = \left(1 + \frac{1}{1+n}\right) ln\left(\frac{1+\rho}{1+r} C^v\right) + \frac{1}{1+n} ln\left(\frac{1+r}{1+\rho}\right) + \frac{\alpha}{1+n} ln(1-h)$$

$$\Longrightarrow V = \left(1 + \frac{1}{1+n}\right) ln(C^v) + ln\left(\frac{1+\rho}{1+r}\right) + \frac{\alpha}{1+n} ln(1-h)$$

- *Statique comparative :*

Calculons la dérivée partielle de V par rapport à τ (soit $\frac{\partial V}{\partial \tau}$) :

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} = \left(1 + \frac{1}{1+n}\right)\frac{\partial C^v}{\partial \tau}\frac{1}{C^v} - \frac{1+\rho}{(1+r)^2}\frac{1+r}{1+\rho}\frac{\partial r}{\partial \tau} - \frac{\alpha}{1+n}\frac{\partial h}{\partial \tau}\frac{1}{1-h}$$

$$\Longrightarrow \frac{\partial V}{\partial \tau} = \left(1 + \frac{1}{1+n}\right)\frac{\partial C^v}{\partial \tau}\frac{1}{C^v} - \frac{1}{1+r}\frac{\partial r}{\partial \tau} - \frac{\alpha}{1+n}\frac{\partial h}{\partial \tau}\frac{1}{1-h}$$

Or :

$$\frac{\partial h}{\partial \tau} = \frac{\alpha(r-n)}{\alpha+2+\rho}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial C^v}{\partial \tau} = {} & \frac{(1+r)}{2+\rho}\frac{\partial w}{\partial \tau}\left[1 - \tau\left(1 - \frac{1+n}{1+r}\right) + \frac{1}{1+r}\frac{2+\rho-\alpha(1+r)}{\alpha+2+\rho} + \frac{1}{1+r}\frac{\tau(r-n)}{\alpha+2+\rho}\right] \\ & + \frac{(1+r)w}{2+\rho}\left[\left(\frac{1+n}{1+r} - 1\right)\right. \\ & + \frac{1}{\alpha+2+\rho}\frac{-\alpha(1+r) - \left(2+\rho-\alpha(1+r)\right)}{(1+r)^2}\frac{\partial r}{\partial \tau} \\ & \left. + \frac{\tau}{\alpha+2+\rho}\frac{1+r-r+n}{(1+r)^2}\frac{\partial r}{\partial \tau}\right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Longrightarrow \frac{\partial C^v}{\partial \tau} = {} & \frac{1+r}{2+\rho}\frac{\partial w}{\partial \tau}\frac{2+\rho}{(1+r)w}C^v \\ & + \frac{w}{2+\rho}\left[n - r + \frac{1}{\alpha+2+\rho}\frac{-2-\rho}{1+r}\frac{\partial r}{\partial \tau} + \frac{\tau}{\alpha+2+\rho}\frac{1+n}{1+r}\frac{\partial r}{\partial \tau}\right]\end{aligned}$$

$$\Longrightarrow \frac{\partial C^v}{\partial \tau} = \frac{C^v}{w}\frac{\partial w}{\partial \tau} + \frac{w}{2+\rho}\left[n - r + \frac{1}{\alpha+2+\rho}\frac{-2-\rho}{1+r}\frac{\partial r}{\partial \tau} + \frac{\tau}{\alpha+2+\rho}\frac{1+n}{1+r}\frac{\partial r}{\partial \tau}\right]$$

Donc :

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} = \left(1 + \frac{1}{1+n}\right)\frac{1}{w}\frac{\partial w}{\partial \tau} + \frac{w}{2+\rho}\frac{1}{C^v}\left(1 + \frac{1}{1+n}\right)\left[n - r + \frac{1}{\alpha+2+\rho}\frac{-2-\rho}{1+r}\frac{\partial r}{\partial \tau} + \frac{\tau}{\alpha+2+\rho}\frac{1+n}{1+r}\frac{\partial r}{\partial \tau}\right] - \frac{1}{1+r}\frac{\partial r}{\partial \tau} - \frac{\alpha}{1+n}\frac{\alpha(r-n)}{\alpha+2+\rho}\frac{1}{1-h}$$

L'impact d'une augmentation du taux de cotisation sur le bien-être social dépend de l'impact du taux de cotisation sur le salaire (signe de $\frac{\partial w}{\partial \tau}$), de l'impact du taux de cotisation sur le taux d'intérêt (signe de $\frac{\partial r}{\partial \tau}$) et de la quantité de loisir ($(1-h)$).

Lorsque le taux de cotisation augmente :

- On a :

$\frac{\partial w}{\partial \tau} \leq 0$, ce qui réduit l'impact du taux de cotisation sur le bien-être social (premier terme de droite).

- On a aussi :

$\frac{\partial r}{\partial \tau} \geq 0$, ce qui produit deux effets : une réduction de l'impact de du taux de cotisation sur le bien-être social et une augmentation de l'impact de du taux de cotisation sur le bien-être social (deuxième terme de droite).

- En présence d'une économie sous-capitalisée (où $r - n \geq 0$), h augmente à cause de l'inefficacité du système de retraite par répartition.

En effet, une augmentation du taux de cotisation conduit à une baisse du revenu actualisé. Les individus chercheront à compenser cette perte en augmentant leur durée de travail, soit un recul de l'âge de départ à la retraite.

Ainsi, la quantité de loisir se réduit. Donc, le dernier terme de droite réduit aussi de l'impact de du taux de cotisation sur le bien-être social.

Section 3 : Retraite et taxation implicite

Nous pouvons convenir que les individus utilisant leurs droits avant ou après l'âge légal d'obtention automatique d'une retraite à taux plein sont très pénalisés.

Lors d'une liquidation précoce, l'individu subit une baisse du montant de ses pensions pour ne pas avoir attendu l'âge d'accès à une retraite au taux plein. Cette baisse reste, tout de même, supérieure à l'absence de gains pour le régime. En effet, le système subit un manque à gagner car en choisissant une retraite anticipée, le nouveau retraité ne cotisera plus et il percevra sa rente de retraite plus longtemps que s'il était parti à l'âge où il pourrait bénéficier d'une retraite au taux plein.

Quant à la liquidation tardive, elle est faiblement encouragée par les entreprises et le système de retraite. En effet, le profit des entreprises est impacté négativement par la présence de travailleurs âgés. Par ailleurs, pour une année supplémentaire de travail, l'individu est soumis :

- Aux prélèvements standards (les cotisations sociales et l'impôt sur le revenu).
- A la diminution des droits de retraite quand on les compare avec une année de retraite.

A/ Etude comparative de J. Gruber et D. Wise (1998)

Une étude, dirigée en 1998 par J. Gruber et D. Wise, a été réalisée sur 11 pays industrialisés afin d'observer les décisions des travailleurs âgés par rapport à la retraite. Plusieurs constats ont été exposés. Le premier décrit une population qui vieillit rapidement et des individus qui vivent plus longtemps ; cela étant lié étroitement aux progrès dans le domaine de la santé. Par ailleurs, une baisse marquante de la participation des travailleurs âgés dans la population active est observée dans tous les pays étudiés. Les auteurs s'aperçoivent également qu'une pression financière s'est installée sur le système de retraite à cause de la tendance démographique et du départ, de plus en plus précoce, des salariés de la population active. Ils expliquent l'augmentation de la sortie précoce des salariés âgés en montrant que le système de retraite génère par lui-même une grande incitation pour quitter le marché du travail plus tôt. Deux éléments ont un impact sur les incitations du système de retraite : il s'agit de l'accroissement de la richesse des pensions de retraite et de l'âge de la retraite anticipée.

L'accroissement de la richesse des pensions de retraite permet d'apprécier l'existence des incitations du système de retraite. Avant de définir l'accroissement de la richesse des pensions de retraite, les deux auteurs se sont intéressés à la notion de richesse des pensions de

retraite. En effet, si à un âge $\boldsymbol{a}$ donné, un individu obtient les droits nécessaires pour partir à la retraite, ils définissent la richesse des pensions de retraite (notée $\boldsymbol{SSW_a}$) comme la valeur actualisée des pensions de retraite diminuées des impôts futurs à payer. La décision de prendre ou non sa retraite s'appuie alors sur la question :

Comment évolue cette richesse si l'individu continue de travailler une année supplémentaire ?

Ainsi, l'accroissement de la richesse des pensions de retraite (que l'on notera $\boldsymbol{A_{SSW}}$) est défini comme la différence entre la richesse des pensions de retraite si la retraite est prise à l'âge $\boldsymbol{a}$ et la richesse des pensions de retraite si la retraite est prise à l'âge $\boldsymbol{a+1}$.

On a donc : $\boldsymbol{A_{SSW} = SSW_{a+1} - SSW_a}$

En sachant que l'individu cherche à maximiser sa richesse, nous pouvons ainsi distinguer deux cas :

- Si $\mathbf{A_{SSW} < 0}$ alors $\mathbf{SSW_{a+1} < SSW_a}$.
  Cela signifie que la richesse des pensions de retraite pour une retraite prise à l'âge $\boldsymbol{a}$ est plus importante que la richesse des pensions de retraite pour une retraite prise l'année suivante (soit en $\boldsymbol{a+1}$). Donc, un accroissement négatif de la richesse des pensions de retraite décourage la population active à continuer de travailler une année supplémentaire. Il existe, alors, une taxe implicite quand l'accroissement de la richesse des pensions de retraite est négatif.
- Inversement, si $\mathbf{A_{SSW} > 0}$ alors $\mathbf{SSW_{a+1} > SSW_a}$.
  Cela signifie que la richesse des pensions de retraite pour une retraite prise à l'âge $\boldsymbol{a}$ est inférieure à la richesse des pensions de retraite pour une retraite prise à l'âge $\boldsymbol{a+1}$. Alors, un accroissement positif de la richesse des pensions de retraite encourage la population active à continuer de travailler une année supplémentaire. Il existe, ainsi, une subvention implicite lorsque l'accroissement de la richesse des pensions de retraite est positif.

D'après l'étude, l'accroissement de la richesse des pensions de retraite est généralement négatif chez les travailleurs âgés, ce qui implique donc la présence d'une taxe implicite expliquée par un ajustement actuariel insuffisant pour des années en moins de perception de pensions, associé à de généreux taux de remplacement de revenu pour les retraités et de fortes charges sociales pour les travailleurs.

L'âge de la retraite anticipée a un rôle plus important que l'âge d'accès à une retraite au taux plein car aujourd'hui peu d'individus travaillent jusqu'à l'âge d'accès à une retraite au taux plein.

On peut définir le taux de départ anticipé de la population active à la date $\boldsymbol{T}$ comme le rapport entre le nombre de personnes partant à la retraite à la date $\boldsymbol{T}$ avant l'âge où l'on peut bénéficier d'une retraite au taux plein et le nombre total d'individus partant à la retraite à la date $\boldsymbol{T}$. Dans tous les pays, le taux de départ anticipé de la population active est étroitement lié à l'âge d'accès à une retraite au taux plein. Ce taux traduit aussi le rôle important de la taxe implicite. Les auteurs établissent, grâce aux études sur les différents pays, une relation entre la taxe implicite et la participation des personnes âgées dans la population active.

Au cours des diverses études, les auteurs soulèvent quelques cas particuliers.

En effet, dans certains pays, le système de retraite a été construit ainsi en connaissance de cause : le but étant d'encourager le départ des travailleurs âgés de la population active car, par exemple, cela permettrait d'obtenir plus d'opportunités d'emploi pour les jeunes travailleurs.

Par ailleurs, dans certains cas, le système de retraite permettait de prendre en compte des situations réelles. Par exemple, la retraite anticipée pourrait soutenir des individus âgés qui ne trouvent plus d'emploi et qui sont, alors, déjà sortis de la population active. Ainsi, dans certains pays, le chômage et l'invalidité sont utilisés comme des plans de retraite anticipée.

Bien que les tendances démographiques semblent imposer un renversement de la prédisposition à la retraite anticipée, les auteurs pensent que la modification du mécanisme de la retraite anticipée resterait une action fondamentale.

B/ Modèle de H. Cremer, J.-M. Lozachmeur et P. Pestieau (2004)

Selon les auteurs, la taxe implicite serait due au critère de redistribution du système de retraite et au fait que les autorités ne disposent que d'une information partielle sur les caractéristiques des individus. Ils souhaiteraient montrer que la taxe implicite n'est pas souhaitable en présence d'informations et de contrôles parfaits. Cependant, cela est différent dans la réalité dans laquelle, on ne retrouve que des informations et des contrôles imparfaits.

Pour ce faire, ils utilisent un modèle simple de cycle de vie. Dans ce modèle, l'individu possède une fonction d'utilité $\boldsymbol{U}$ du type : $\boldsymbol{U = \int_0^h u(c(t))dt - \int_0^z r(t)dt}$ $\quad (1)$

Avec : $\boldsymbol{u(c(t))}$, l'utilité instantanée qui découle de sa consommation annuelle $\boldsymbol{c(t)}$,

$\boldsymbol{h}$, l'âge du décès,

$\boldsymbol{z}$, l'âge de la retraite,

$\boldsymbol{r(t)}$, la désutilité instantanée du travail.

L'utilité $\boldsymbol{U}$ de l'agent peut être interprétée comme la différence entre l'utilité instantanée qu'il acquiert tout au long de sa vie sous sa contrainte budgétaire et la désutilité instantanée du travail qu'il acquiert pendant qu'il travaille sur l'intervalle $[\boldsymbol{0; z}]$.

L'individu cherche à maximiser sa fonction d'utilité $\boldsymbol{U}$ sous sa contrainte budgétaire globale :

$$\int_0^h \boldsymbol{c(t)dt} = \int_0^z \boldsymbol{w(1-\tau)dt} + \int_z^h \boldsymbol{p(z)dt} \qquad \boldsymbol{(2)}$$

Avec : $\boldsymbol{w}$, le salaire,

$\boldsymbol{\tau}$, le taux de cotisation sociale,

$\boldsymbol{p(z)}$, la pension de retraite.

La contrainte peut s'expliquer ainsi :

Tout au long de sa vie, la consommation de l'individu est financée uniquement par son salaire diminué des cotisations sociales lorsqu'il travaille et par le montant des pensions de retraite lorsqu'il est retraité.

Les auteurs énoncent plusieurs hypothèses :

- Il n'y a pas de contrainte de liquidité
- L'épargne peut être positive ou négative
- Le taux d'intérêt est constant et normalisé à 0
- Le taux de préférence pour le présent est nul.

Pour simplifier le modèle, on considère que la consommation et le salaire ne dépendent pas du temps. Ainsi, la contrainte budgétaire peut se réécrire :

$$\int_0^h \boldsymbol{c\,dt} = \int_0^z \boldsymbol{w(1-\tau)dt} + \int_z^h \boldsymbol{p(z)dt}$$

$$\int_0^h \boldsymbol{c\,dt} = \int_0^z \boldsymbol{w\,dt} - \int_0^z \boldsymbol{\tau w\,dt} + \int_z^h \boldsymbol{p(z)dt}$$

On pose $\boldsymbol{T(z)} = \int_0^z \boldsymbol{\tau w\,dt} - \int_z^h \boldsymbol{p(z)dt} \qquad \boldsymbol{(3)}$

La fonction $\boldsymbol{T}$ représente les cotisations sociales auxquelles sont déduites les pensions de retraite. C'est donc la fonction des taxes implicites. On obtient alors :

$$\Longrightarrow [\boldsymbol{c}.\boldsymbol{t}]_{\boldsymbol{0}}^{\boldsymbol{h}} = [\boldsymbol{w}.\boldsymbol{t}]_{\boldsymbol{0}}^{\boldsymbol{z}} - \boldsymbol{T}(\boldsymbol{z})$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{h}.\boldsymbol{c} = \boldsymbol{z}.\boldsymbol{w} - \boldsymbol{T}(\boldsymbol{z})$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{c} = \frac{\boldsymbol{z}.\boldsymbol{w}-\boldsymbol{T}(\boldsymbol{z})}{\boldsymbol{h}} \qquad (\mathbf{4})$$

Par ailleurs, on a :

$$\boldsymbol{U} = \int_{\boldsymbol{0}}^{\boldsymbol{h}} \boldsymbol{u}(\boldsymbol{c})\boldsymbol{dt} - \int_{\boldsymbol{0}}^{\boldsymbol{z}} \boldsymbol{r}(\boldsymbol{t})\boldsymbol{dt}$$

On pose $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{z}) = \int_{\boldsymbol{0}}^{\boldsymbol{z}} \boldsymbol{r}(\boldsymbol{t})\boldsymbol{dt}$, qui représente la désutilité au travail. On a donc :

$$\boldsymbol{U} = \int_{\boldsymbol{0}}^{\boldsymbol{h}} \boldsymbol{u}(\boldsymbol{c})\boldsymbol{dt} - \boldsymbol{R}(\boldsymbol{z})$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{U} = [\boldsymbol{u}(\boldsymbol{c}).\boldsymbol{t}]_{\boldsymbol{0}}^{\boldsymbol{h}} - \boldsymbol{R}(\boldsymbol{z})$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{U} = \boldsymbol{h}.\boldsymbol{u}(\boldsymbol{c}) - \boldsymbol{R}(\boldsymbol{z}) \qquad (\mathbf{5})$$

Ainsi, l'individu choisit son âge optimal de départ à la retraite $\mathbf{z}$ et sa consommation optimale $\mathbf{c}$ afin de maximiser sa fonction d'utilité $\boldsymbol{U} = \boldsymbol{h}.\boldsymbol{u}(\boldsymbol{c}) - \boldsymbol{R}(\boldsymbol{z})$ sous la contrainte budgétaire $\boldsymbol{c} = \frac{\boldsymbol{z}.\boldsymbol{w}-\boldsymbol{T}(\boldsymbol{z})}{\boldsymbol{h}}$.

- *Conditions de premier ordre :*

On a $\boldsymbol{U} = \boldsymbol{h}.\boldsymbol{u}(\boldsymbol{c}) - \boldsymbol{R}(\boldsymbol{z}) = \boldsymbol{h}.\boldsymbol{u}(\frac{\boldsymbol{z}.\boldsymbol{w}-\boldsymbol{T}(\boldsymbol{z})}{\boldsymbol{h}}) - \boldsymbol{R}(\boldsymbol{z})$ (en remplaçant $\boldsymbol{c}$ par son expression).

D'où $\boldsymbol{Max}_{\boldsymbol{z}}\, \boldsymbol{U} = \boldsymbol{h}.\boldsymbol{u}\left(\frac{\boldsymbol{z}.\boldsymbol{w}-\boldsymbol{T}(\boldsymbol{z})}{\boldsymbol{h}}\right) - \boldsymbol{R}(\boldsymbol{z})$

$$\Longrightarrow \frac{\boldsymbol{\partial U}}{\boldsymbol{\partial z}} = \mathbf{0}$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{h}.\left(\frac{\boldsymbol{w}-\boldsymbol{T}'(\boldsymbol{z})}{\boldsymbol{h}}\right)\boldsymbol{u}'(\boldsymbol{c}) - \boldsymbol{R}'(\boldsymbol{z}) = \mathbf{0}$$

$$\Longrightarrow \big(\boldsymbol{w}-\boldsymbol{T}'(\boldsymbol{z})\big)\boldsymbol{u}'(\boldsymbol{c}) - \boldsymbol{R}'(\boldsymbol{z}) = \mathbf{0} \qquad (\mathbf{6})$$

Par la suite, les auteurs s'intéressent à la détermination de l'optimum social. Pour ce faire, ils imaginent une société où les individus se différencient uniquement par leur préférence à la

retraite que l'on notera $\mathbf{R_i}$. Pour simplifier, on considère deux types de préférences à la retraite $\mathbf{R_1}$ et $\mathbf{R_2}$ tels que $\boldsymbol{R_1 > R_2}$. De plus, on suppose que :

- Les individus ayant la préférence $\mathbf{R_1}$ à la retraite sont en mauvaise santé.
- Les individus ayant la préférence $\mathbf{R_2}$ à la retraite sont en bonne santé.

Le taux de salaire $\mathbf{w}$ est présumé identique pour tous les individus et est normalisé à 1. On notera $\mathbf{f_i}$, la fréquence du type i ($\boldsymbol{i = 1; 2}$). Les auteurs représentent cette société par un modèle à générations imbriquées saisi à l'état stationnaire avec une population constante.

- *Optimum de premier rang :*

Ici, on suppose que le planificateur, qui observe les préférences R_i de chaque individu, cherche à maximiser $\mathbf{W = \sum_i f_i U_i}$ sous la contrainte $\mathbf{\sum_i f_i (h.c_i) = \sum_i f_i (w_i z_i - T(z_i))}$.

Il s'agit du programme de maximisation d'un individu généralisé à l'ensemble de la société en prenant en compte la fréquence des préférences à la retraite.

Etant donné que le planificateur peut observer les préférences R_i de chaque individu, un système de taxation serait superflu. Ainsi, on se place dans le cas où $\boldsymbol{T_i(z_i) = 0}$.

D'où le programme de maximisation devient :

$$\mathbf{Max\ W} = \sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{2}} \mathbf{f_i U_i} \quad \mathbf{sc} \quad \sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{2}} \mathbf{f_i (h.c_i)} = \sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{2}} \mathbf{f_i (w_i z_i)}$$

Le lagrangien s'écrit donc ainsi :

$$\mathcal{L} = \sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{2}} \mathbf{f_i U_i} + \boldsymbol{\lambda} \sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{2}} \mathbf{f_i (h.c_i - w_i z_i)}$$

$$= \mathbf{f_1 U_1} + \boldsymbol{\lambda} \mathbf{f_1 (h.c_1 - w_1 z_1)} + \mathbf{f_2 U_2} + \boldsymbol{\lambda} \mathbf{f_2 (h.c_2 - w_2 z_2)}$$

Avec $\boldsymbol{\lambda}$, le multiplicateur de Lagrange.

D'où :

$$\mathcal{L} = \mathbf{f_1}(\mathbf{h}.\mathbf{u}(\mathbf{c_1}) - \mathbf{R_1}(\mathbf{z_1})) + \boldsymbol{\lambda}\mathbf{f_1}(\mathbf{h}.\mathbf{c_1} - \mathbf{z_1}) + \mathbf{f_2}(\mathbf{h}.\mathbf{u}(\mathbf{c_2}) - \mathbf{R_2}(\mathbf{z_2})) + \boldsymbol{\lambda}\mathbf{f_2}(\mathbf{h}.\mathbf{c_2} - \mathbf{z_2})$$

Avec $\mathbf{w_i} = \mathbf{1}$, pour $\mathbf{i} = \mathbf{1}; \mathbf{2}$

- *Conditions de premier ordre :*

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_1} = f_1\big(h.u'(c_1)\big) + \lambda f_1 h = 0 \implies u'(c_1) = -\lambda \quad (9a)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_2} = f_2\big(h.u'(c_2)\big) + \lambda f_2 h = 0 \implies u'(c_2) = -\lambda \quad (9b)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_1} = -f_1.R_1'(z_1) - \lambda f_1 = 0 \implies R_1'(z_1) = -\lambda \quad (9c)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_2} = -f_2.R_2'(z_2) - \lambda f_2 = 0 \implies R_2'(z_2) = -\lambda \quad (9d)$$

D'après les équations $(9a)$ et $(9b)$, on a :

$$u'(c_1) = u'(c_2) \qquad (10)$$

Une augmentation de la consommation implique alors le même niveau de bien-être que l'on soit un individu en mauvaise ou en bonne santé. D'après les propriétés de la fonction u (fonction croissante et concave), on a :

$$c_1 = c_2 \qquad (11)$$

Les auteurs prouvent donc qu'à l'optimum, la consommation est redistribuée parmi l'ensemble des individus.

Par ailleurs, les équations $(9c)$ et $(9d)$ nous donnent :

$$R_1'(z_1) = R_2'(z_2) \qquad (12)$$

Ceci signifie que la désutilité marginale au travail est la même pour chaque individu quel que soit son état de santé. Mais, en raison de son mauvais état de santé, un individu ayant une préférence $\mathbf{R_1}$ à la retraite, partira, tout de même, plus tôt à la retraite qu'un individu ayant une préférence $\mathbf{R_2}$.

D'où, $z_2 \geq z_1 \qquad (13)$.

En outre, comme nous sommes dans le cas où $\mathbf{T_i(z_i) = 0}$ pour $\mathbf{i = 1; 2}$, alors on a bien $\mathbf{T_i'(z_i) = 0}$ pour $\mathbf{i = 1; 2}$. Donc il n'y a pas de taxe implicite due au choix de l'âge de la retraite.

Les auteurs nous indiquent qu'il serait possible de décentraliser cet optimum en introduisant un système de transferts forfaitaires individualisé $\mathbf{T_i}$ mais uniquement dans le cas où les préférences à la retraite $\boldsymbol{R_i}$ sont parfaitement observables. Or, ce n'est pas le cas dans la réalité. En effet, si nous appliquons ces conditions d'optimalité dans la vie réelle, un individu en bonne santé aura tout intérêt à se faire passer pour un individu en mauvaise santé (donc à modifier sa réelle préférence à la retraite) pour bénéficier d'une réduction de l'âge de départ à la retraite tout en conservant un même niveau de consommation. Il faut donc ainsi rechercher un optimum de second rang.

- *Optimum de second rang :*

Ici, nous allons modifier le problème précédent. En effet, on va supposer que le planificateur ne peut plus observer parfaitement les préférences $\mathbf{R_i}$ à la retraite mais qu'il dispose, cependant, d'un système de transferts forfaitaires individualisé $\mathbf{T_i}$. Pour décourager les individus en bonne santé à camoufler leur véritable état de santé pour bénéficier des avantages qu'offre le statut « être en mauvaise santé », on ajoute une contrainte d'auto-sélection. Pour ce faire, il faut que le niveau d'utilité de l'individu de type 2 ($\mathbf{U_2}$) soit supérieur au niveau d'utilité de l'individu de type 2 voulant se faire passer pour un individu de type 1 ($\mathbf{U_{2|1}}$). Ainsi, on obtient :

$$\boldsymbol{U_2 \geq U_{2|1} \implies U_2 - U_{2|1} \geq 0 \implies h.u(c_2) - R_2(z_2) - (h.u(c_1) + R_2(z_1)) \geq 0}$$

D'où : $\boldsymbol{h.u(c_2) - R_2(z_2) - h.u(c_1) + R_2(z_1) \geq 0}$

Le problème de maximisation sous contraintes devient alors :

$$\boldsymbol{Max\ W = \sum_{i=1}^{2} f_i U_i}$$

$$\boldsymbol{sc\ \sum_{i=1}^{2} f_i(h.c_i) = \sum_{i=1}^{2} f_i(w_i z_i - T_i(z_i))}$$

$$\boldsymbol{et\ h.u(c_2) - R_2(z_2) - h.u(c_1) + R_2(z_1) \geq 0}$$

Le programme de maximisation présente deux contraintes, ainsi il faudra utiliser les conditions de Kuhn et Tucker. Le lagrangien s'écrit donc ainsi :

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^{2} f_i U_i + \alpha \sum_{i=1}^{2} f_i(h.c_i - w_i z_i + T_i(z_i)) + \beta(h.u(c_2) - R_2(z_2) - h.u(c_1) + R_2(z_1))$$

Avec α et β, les multiplicateurs de Lagrange.

D'où :

$$\mathcal{L} = f_1 U_1 + f_2 U_2 + \alpha.f_1\big(h.c_1 - z_1 + T_1(z_1)\big) + \alpha.f_2\big(h.c_2 - z_2 + T_2(z_2)\big)$$
$$+\beta(h.u(c_2) - R_2(z_2) - h.u(c_1) + R_2(z_1))$$

Avec $\mathbf{w_i = 1}$, pour $\mathbf{i = 1; 2}$

On obtient ainsi :

$$\mathcal{L} = f_1\big(h.u(c_1) - R_1(z_1)\big) + \alpha.f_1\big(h.c_1 - z_1 + T_1(z_1)\big)$$
$$+f_2(h.u(c_2) - R_2(z_2)) + \alpha.f_2\big(h.c_2 - z_2 + T_2(z_2)\big)$$
$$+\beta(h.u(c_2) - R_2(z_2) - h.u(c_1) + R_2(z_1))$$

- *Conditions de premier ordre :*

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_1} = f_1\big(h.u'(c_1)\big) + \alpha.f_1 h - \beta.h.u'(c_1) = 0 \implies u'(c_1) = \frac{-\alpha.f_1}{f_1 - \beta} \quad (14a)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_2} = f_2\big(h.u'(c_2)\big) + \alpha.f_2 h + \beta.h.u'(c_2) = 0 \implies u'(c_2) = \frac{-\alpha.f_2}{f_2 + \beta} \quad (14b)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_1} = -f_1.R_1'(z_1) - \alpha f_1 + \alpha f_1.T_1'(z_1) + \beta R_2'(z_1) = 0 \quad (14c)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_2} = -f_2.R_2'(z_2) - \alpha f_2 + \alpha f_2.T_2'(z_2) - \beta R_2'(z_2) = 0$$

$$\implies R_2'(z_2) = \frac{-\alpha.f_2}{f_2 + \beta}.(T_2'(z_2) - 1) \quad (14d)$$

$$\alpha \cdot \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \alpha} = \alpha.f_1\big(h.c_1 - z_1 + T_1(z_1)\big) + \alpha.f_2\big(h.c_2 - z_2 + T_2(z_2)\big) = 0 \quad (14e)$$

$$\beta \cdot \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \beta} = \beta(h.u(c_2) - R_2(z_2) - h.u(c_1) + R_2(z_1)) = 0 \quad (14f)$$

Pour déterminer les solutions de ce système, il faut lever les indéterminations sur $\boldsymbol{\alpha}$ et $\boldsymbol{\beta}$. A savoir :

- Est-ce que $\boldsymbol{\alpha}$ est nul ou strictement positif ?
- De même pour $\boldsymbol{\beta}$, a-t-on $\boldsymbol{\beta = 0}$ ou $\boldsymbol{\beta > 0}$?

D'après l'équation **(14a)**, on a $\mathbf{u'(c_1) = \frac{-\alpha.f_1}{f_1-\beta}}$

Or, on sait que $\mathbf{u}$ est une fonction croissante et concave, ainsi $\mathbf{u' \geq 0}$.

On a $\boldsymbol{\alpha}$ qui est soit strictement positif ou nul et $\mathbf{f_1 > 0}$ car $\mathbf{f_1}$ représente la fréquence du type 1 (les individus en mauvaise santé) d'où $\boldsymbol{-\alpha.f_1 \leq 0}$

Pour que $\mathbf{u' \geq 0}$, il faut donc que $\mathbf{f_1 - \beta < 0}$. Donc, on a $\mathbf{0 < f_1 < \beta}$.

Ainsi, $\boldsymbol{\beta}$ est strictement positif.

- Si $\boldsymbol{\alpha = 0}$:

Les équations du système deviennent :

$$\boldsymbol{u'(c_1) = 0} \qquad (\boldsymbol{14a'})$$

$$\boldsymbol{u'(c_2) = 0} \qquad (\boldsymbol{14b'})$$

$$\boldsymbol{-f_1.R_1'(z_1) + \beta R_2'(z_1) = 0} \qquad (\boldsymbol{14c'})$$

$$\boldsymbol{R_2'(z_2) = 0} \qquad (\boldsymbol{14d'})$$

Ce système sera optimal si et seulement s'il admet les mêmes conditions d'optimalité de premier rang vu précédemment. Ainsi, on doit avoir $\mathbf{R'(z_1) = R'(z_2)}$.

Or l'équation $(\boldsymbol{14c'})$ nous donne :

$$\boldsymbol{-f_1.R_1'(z_1) + \beta R_2'(z_1) = 0 \Rightarrow R_1'(z_1) = \frac{\beta}{f_1} \cdot R_2'(z_1)}$$

Ainsi, on doit obtenir $\mathbf{\frac{\beta}{f_1} = 1 \Longrightarrow f_1 = \beta}$

Ceci est impossible car on a $\mathbf{f_1 < \beta}$. Donc $\boldsymbol{\alpha \neq 0}$.

$\boldsymbol{\alpha}$ et $\boldsymbol{\beta}$ sont alors strictement positifs.

Recherchons maintenant les conditions d'optimalité de second rang. Pour ce faire, reprenons l'équation $(\boldsymbol{14f})$:

$$\boldsymbol{\beta(h.u(c_2) - R_2(z_2) - h.u(c_1) + R_2(z_1)) = 0}$$

$$\boldsymbol{\Rightarrow h.\big(u(c_2) - u(c_1)\big) = R_2(z_2) - R_2(z_1) = 0}$$

Or, la fonction $\mathbf{R}$, telle que $\mathbf{R(z) = \int_0^z r(t)dt}$, représente la désutilité au travail. Elle croît donc avec le temps. Comme on a $\mathbf{z_2 \geq z_1}$, alors $\mathbf{R_2(z_2) - R_2(z_1) \geq 0}$.

Ainsi $\mathbf{h.\big(u(c_2) - u(c_1)\big) \geq 0}$. D'où $\mathbf{u(c_2) \geq u(c_1)}$.

En sachant que $\mathbf{u}$ est une fonction croissante et concave, alors on en déduit que $\mathbf{c_2 \geq c_1}$

On observe alors qu'il n'y a pas de redistribution de la consommation.

Un système de taxation sur les départs précoces (donc pour les individus de type 1 avec $\boldsymbol{T_1'(z_1) > 0}$) serait optimal. En effet, nous savons que les individus de type 1 seraient prêts à tout pour partir à la retraite le plus tôt que possible. Ils accepteraient même facilement de payer une taxe $\boldsymbol{T_1'(z_1) > 0}$ pour pouvoir partir plus tôt à la retraite. Par ailleurs, cette taxe $\boldsymbol{T_1'(z_1)}$ permettrait, à elle seule, de dissuader les individus de type 2 à cacher leur état de santé car ils seraient doublement pénalisés. En effet, déjà que leurs consommations diminueraient ($\boldsymbol{c_2 \geq c_1}$), ils devraient en plus supporter une taxe $\boldsymbol{T_1'(z_1) > 0}$ pour obtenir un départ plus tôt à la retraite. Ainsi, $\boldsymbol{T_2'(z_1) = 0}$.

Par la suite, les auteurs se demandent comment réduire cette taxe. En remarquant que cette taxe implicite est la conséquence de l'asymétrie d'information sur les caractéristiques des individus, ils proposent de créer un audit qui aurait la possibilité de contrôler l'état de santé des individus. Dans un premier temps, les auteurs s'intéressent au critère d'audit parfait qui permettrait de définir sans erreur l'état de santé de l'individu. Ici, l'audit ne contrôle uniquement les individus se déclarant de type 1. Nous gardons alors les mêmes hypothèses de bases auxquelles nous ajouterons :

- La probabilité de contrôle sur les individus se réclamant de type 1 (on la notera $\boldsymbol{\pi}$)
- Le coût marginal de l'audit noté $\mathbf{k}$. Ainsi, on peut définir le coût total $\mathbf{CT}$ de l'audit par $\mathbf{f_1 k \pi}$.
- Les individus de type 2 souhaitant se faire passer pour des individus de type 1 mais déterminés par l'audit comme des menteurs auront une utilité minimale $\bar{\mathbf{u}}$.

Les contraintes de ressources et d'auto-sélection sont modifiées à cause de la présence de l'audit. On a donc :

$$\sum_i \boldsymbol{f_i(wz_i - hc_i - f_1 k\pi) = 0}$$

$$\boldsymbol{u(c_2) - R_2(z_2) - (1-\pi)\big(u(c_1) - R_2(z_1)\big) - \pi\bar{u} = 0}$$

On peut remarquer qu'une augmentation de $\boldsymbol{\pi}$ a un double impact :

- On a $\mathbf{CT = f_1 k\pi}$ donc $\frac{\partial CT}{\partial \pi} = \mathbf{f_1 k > 0}$

Augmenter $\boldsymbol{\pi}$ implique donc une augmentation du coût total de l'audit.

- On a :

$$\boldsymbol{u(c_2) - R_2(z_2) - (1-\pi)\big(u(c_1) - R_2(z_1)\big) - \pi\bar{u} = 0}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\bar{u} = \frac{1}{\pi}\big(u(c_2) - R_2(z_2)\big) - \frac{1-\pi}{\pi}\big(u(c_1) - R_2(z_1)\big)}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\bar{u} = \frac{u(c_2) - R_2(z_2) - u(c_1) + R_2(z_1)}{\pi} + u(c_1) - R_2(z_1)}$$

Donc $\frac{\partial \bar{u}}{\partial \pi} = \frac{-(u(c_2) - R_2(z_2) - u(c_1) + R_2(z_1))}{\pi^2}$

On a vu précédemment que $\mathbf{R_2(z_2) - R_2(z_1) \geq 0}$ et $\mathbf{u(c_2) - u(c_1) \geq 0}$ d'où $\frac{\partial \bar{u}}{\partial \pi} \leq \mathbf{0}$

Donc une augmentation de $\boldsymbol{\pi}$ permettrait une baisse de $\bar{\mathbf{u}}$.

Regardons maintenant l'évolution du modèle en fonction de la valeur du coût de l'audit **CT**.

- Lorsque $\mathbf{CT = 0}$:

Le coût de l'audit étant la seule limite d'utilisation de l'audit par l'Etat, ce dernier se retrouve alors libre de fixer la probabilité d'audit $\boldsymbol{\pi}$ comme il l'entend. Pour lutter contre les individus de type 2 cherchant à imiter ceux du type 1, l'Etat devra ainsi choisir une probabilité $\boldsymbol{\pi}$ assez grande mais différente de 1 car dans ce cas, on reviendrait à une situation en information complète non représentative de la réalité. Cette stratégie permet également d'éviter la mise en place d'une taxation implicite sur l'âge de départ à la retraite.

- Lorsque $\mathbf{CT \neq 0}$:

Lorsque **CT** augmente, l'Etat est obligé de réduire le nombre de ses contrôles (donc de diminuer la valeur de $\boldsymbol{\pi}$) afin de limiter ses coûts. Cela implique que des individus de type 2 peuvent

réussir à se faire passer pour des individus de type 1. Cependant, ils seront moins nombreux que dans une situation sans audit car dans le cas où ils se feraient détecter comme tricheurs par l'audit, ces individus seraient pénalisés par une diminution de leur utilité. La présence d'une taxation implicite sera alors justifiée mais dans une moindre intensité que dans une situation sans audit.

Une fois que le coût de l'audit devient trop élevé selon l'Etat, celui devra alors décider de ne plus utiliser l'audit. Ce qui nous ramène à un optimum de second rang dans une situation sans audit.

Nous pourrions nous demander ce qu'il se passerait si l'audit était imparfait c'est-à-dire s'il ne permettait pas toujours de distinguer correctement l'état de santé des individus.

Cette question n'a pas été traitée par les auteurs de l'article mais ils ont cependant repris les résultats des recherches de Diamond et Sheshinski (1995) qui ont traité ce cas. L'idée, ici, est d'introduire une probabilité d'erreur de l'audit sur sa distinction entre les deux états de santé. Diamond et Sheshinski supposent aussi que le coût de l'audit est nul ce qui permet à l'Etat de ne plus être contraint par un choix entre le coût que représente l'utilisation de l'audit et le gain que représente l'efficacité du contrôle de l'audit. Ainsi, tous les individus sont soumis au contrôle de l'audit.

A l'optimum, les auteurs distinguent 3 groupes d'individus :

- Les individus de type 1 en activité
- Les individus de type 1 et de type 2 en inactivité et reconnus par l'audit comme des individus de type 2
- Les travailleurs de type 2 reconnus par l'audit comme des individus de type 1

Une solution optimale proposée par Diamond et Sheshinski est la création d'un régime d'invalidité où la proportion d'individu de type 1 serait identique à la probabilité d'erreur de l'audit. Dans ce régime, les travailleurs de type 1 reconnus par l'audit comme des individus de type 2, recevraient une indemnité plus faible que si l'audit ne s'était pas trompé, dans le but de dissuader les individus de type 2 de mentir sur leur état de santé.

Dans la réalité, on peut observer les résultats des 2 modèles d'audit sous la forme :

- D'un régime de préretraite pour les individus de type 1 non contrôlés (à partir d'un audit parfait) ou pour des personnes reconnues par l'audit comme des individus de type 2 (à partir d'un audit imparfait). On choisira ici les indemnités de façon à rendre

les individus de type 2, souhaitant cacher leur véritable état de santé, indifférents entre la poursuite de leur activité ou le bienfait de ce régime.

- D'un régime d'assurance-invalidité pour les individus de type 1 contrôlés (à partir d'un audit parfait) ou des personnes reconnues par l'audit comme des individus de type 1 (à partir d'un audit imparfait). Où les indemnités de ce régime seraient plus importantes que celles du régime de pré-retraite.

Les auteurs pensent que l'existence de programmes permettant aux individus de partir plus tôt à la retraite (comme l'assurance-invalidité, l'assurance-chômage, les préretraites, etc.) est à l'origine de la taxation implicite sur l'âge de départ à la retraite pénalisant les individus souhaitant prolonger leur activité. Cependant, ils montrent qu'une certaine proportion de cette taxe implicite est immanquable et qu'ainsi, nous ne pouvons pas partir à la retraite aussi tard que nous le souhaiterions.

Néanmoins, il est possible de réduire cette taxe grâce à :

- Un système de transferts (combinant prestations, taxes et cotisations) où deux paramètres entrent en jeu : l'état de santé de l'individu et sa productivité (non utilisée dans l'article car elle permet d'aboutir à des résultats compliqués).
- Une contrainte d'auto-sélection qui ne peut pas être utilisée dans les cas où des individus distincts ont des préférences semblant identiques (comme le même désir d'une retraite anticipée pour deux raisons différentes : une raison de santé ou une raison de goût pour le loisir). Ici, l'audit permettrait de différencier les agents.

C/ Modèle de B. Sédillot (2000)

Dans son article, B. Sédillot pense qu'un assouplissement des règles d'abattement permettrait d'améliorer le bien-être des travailleurs âgés en leur accordant plus de liberté dans le choix de l'âge de départ à la retraite. Pour ce faire, elle mise sur la transformation des règles actuelles de décote. Ainsi, l'auteur illustre ses propos avec un modèle simple de cycle de vie déterministe sur deux périodes : une période d'emploi (période 1) et une période de retraite (période 2).

Dans ce modèle, l'individu passe de la période 1 à la période 2 en suivant un arbitrage travail-loisir. Il maximise son utilité sous sa contrainte budgétaire intertemporelle, en fonction de sa consommation optimale et de son âge optimal de départ à la retraite.

On suppose ici que la fonction d'utilité $\mathbf{U}$ de l'individu s'écrit :

$$\mathbf{U} = \ln(\mathbf{W}) + \alpha \ln\left(1 - \bar{\mathbf{I}}\right) \frac{1-e^{-\rho(r-a)}}{1-e^{-\rho(v-a)}} \qquad (1)$$

Avec : $\mathbf{W}$, la richesse intertemporelle,

α, la préférence pour le loisir,

ρ, la préférence pour le présent,

$\bar{\mathbf{I}}$, la part du temps disponible consacrée au travail quand l'individu est actif,

$\mathbf{a}$, l'âge de début d'activité,

$\mathbf{r}$, l'âge de cessation d'activité (ici, on supposera qu'il est égal à l'âge de liquidation des droits de retraite),

$\mathbf{v}$, l'âge de décès.

La richesse intertemporelle $\mathbf{W}$ est définie comme la richesse actualisée, au taux d'intérêt $\mathbf{i}$, des salaires nets $\mathbf{w_t}$ et des pensions de retraite $\mathbf{p_t}$.

On a donc : $\mathbf{W} = \int_a^r e^{-i(t-a)} w_t \, dt + \int_r^v e^{-i(t-a)} p_t \, dt$

Où $e^{-i(t-a)}$, représente le facteur d'actualisation.

On suppose que $\mathbf{w_t}$ et $\mathbf{p_t}$ croissent au même rythme $\mathbf{g}$. on choisit $\mathbf{g}$ constant pour simplifier le modèle. Ainsi, on déterminer les expressions de $\mathbf{w_t}$ et $\mathbf{p_t}$:

$w_t = w_0 e^{g(t-a)} = e^{g(t-a)}$ avec $\mathbf{w_0}$, le premier salaire perçu par l'individu normalisé à 1 ;

$p_t = \pi(r) w_t = \pi(r) w_0 e^{g(t-a)} = \pi(r) e^{g(t-a)}$ avec $\pi(r)$, le taux de remplacement.

Le taux de remplacement est donc la part du salaire à laquelle on pourra prétendre une fois à la retraite. Il dépend de l'âge de l'individu, de la durée de cotisation et de l'âge légal de la retraite.

On obtient alors :

$$W = \int_a^r e^{-i(t-a)} w_t \, dt + \int_r^v e^{-i(t-a)} p_t \, dt$$

$$\Rightarrow W = \int_a^r e^{-i(t-a)} e^{g(t-a)} \, dt + \int_r^v e^{-i(t-a)} \pi(r) e^{g(t-a)} \, dt$$

$$\Rightarrow W = \int_a^r e^{(g-i)(t-a)} \, dt + \pi(r) \int_r^v e^{(g-i)(t-a)} \, dt$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{W} = \left[\frac{e^{(g-i)(t-a)}}{g-i}\right]_{a}^{r} + \boldsymbol{\pi}(r)\left[\frac{e^{(g-i)(t-a)}}{g-i}\right]_{r}^{v}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{W} = \frac{e^{(g-i)(r-a)} - e^{0}}{g-i} + \boldsymbol{\pi}(r)\frac{e^{(g-i)(v-a)} - e^{(g-i)(r-a)}}{g-i}$$

D'où : $\mathbf{W} = \frac{1-e^{-(i-g)(r-a)}}{i-g} + \boldsymbol{\pi}(\mathbf{r})\frac{e^{-(i-g)(r-a)} - e^{-(i-g)(v-a)}}{i-g}$ (on remarque bien que pour que $\mathbf{W} \geq \mathbf{0}$, il faut que $\mathbf{g} \leq \mathbf{i}$).

L'individu choisit alors **r** de façon à maximiser sa fonction d'utilité **U** telle que :

$$\boldsymbol{U} = \ln\left(\frac{1-e^{-(i-g)(r-a)}}{i-g} + \boldsymbol{\pi}(r)\frac{e^{-(i-g)(r-a)} - e^{-(i-g)(v-a)}}{i-g}\right) + \boldsymbol{\alpha}\ln\left(1-\bar{l}\right)\frac{1-e^{-\rho(r-a)}}{1-e^{-\rho(v-a)}} \qquad (2)$$

On peut s'apercevoir que l'âge de départ à la retraite est une notion importante car il influence 3 paramètres : la part du temps destinée au loisir, la richesse intertemporelle **W** et le niveau des pensions.

L'auteur se propose par la suite d'étudier la relation entre l'âge de départ à la retraite et la préférence pour le loisir. Pour ce faire, on considérera un individu qui a commencé à travailler à 25 ans, qui aurait travaillé pendant 35 ans (soit 140 trimestres) et dont la durée de vie est de 82 ans. On suppose qu'il est resté continuellement actif, ce qui nous permet d'éliminer les effets des éventuelles interruptions sur le salaire de référence. En sachant que l'article a été rédigé au cours de l'année 2000, nous utiliserons alors les conditions d'accès à la retraite de cette année pour rester cohérent avec les résultats de l'auteur. Ainsi, en 2000, l'âge minimum de départ à la retraite était de 60 ans et pour obtenir une retraite à taux plein, il fallait avoir au moins 65 ans ou avoir cotisé pendant 40 ans. Ainsi, lorsque l'individu sera âgé de 60 ans, il ne remplira pas les conditions nécessaires pour partir à la retraite à taux plein. On utilisera alors le modèle à partir des données suivantes :

- L'âge de décès $\mathbf{v = 82\ ans}$
- L'âge de début d'activité $\mathbf{a = 25\ ans}$
- La préférence pour le présent $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{i - g} = \mathbf{2}\%$
- La préférence pour le loisir $\boldsymbol{\alpha}$
- La durée de cotisation $\mathbf{d = 35\ ans}$
- La part du temps destinée au travail $\bar{\mathbf{l}} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$

- On s'intéressera aux valeurs de $\mathbf{r}$ (âge de liquidation) comprises entre 60 ans (âge minimum de départ à la retraite) et 70 ans (âge à partir duquel un employeur peut mettre un salarié à la retraite sans son accord).
- Nous devons définir le calcul du taux de remplacement $\boldsymbol{\pi(r)}$:
  - Avant 60 ans, l'individu ne pouvant pas prendre sa retraite, on a donc $\boldsymbol{\pi(r) = 0}$.
  - Quand $\boldsymbol{60 \leq r < 65}$, l'individu a la possibilité de partir à la retraite mais celle-ci sera réduite car il n'aurait pas assez cotisé ($\boldsymbol{d < 40}$ **ans**). Donc, son taux de remplacement sera impacté par une décote. La formule générale du taux de remplacement est :

$$\boldsymbol{\pi(r) = max(\delta, \gamma) \,.\, min\left(1, \frac{d}{40}\right)}$$

Avec : la durée de cotisation $\mathbf{d}$,

$\boldsymbol{\delta}$, le taux de remplacement lié à l'âge tel que :

$$\boldsymbol{\delta = \begin{cases} 0,25 + 0,05(r - 60), & 60 \leq r < 65 \\ 0,5, & r \geq 65 \end{cases}}$$

(En sachant qu'en 2000, le taux de remplacement lors d'une retraite au taux plein valait 50%).

$\boldsymbol{\gamma}$, le taux de remplacement lié à la durée de cotisation tel que :

$$\boldsymbol{\gamma = \begin{cases} 0,5 - 0,05(37,5 - d), & d < 40 \\ 0,5, & d \geq 40 \end{cases}}$$

Dans le cas où $\boldsymbol{60 \leq r < 65}$, on aura $\boldsymbol{\delta = 0,25 + 0,05(r - 60)}$

Et $\boldsymbol{\gamma = 0,5 - 0,05(40 - d) = 0,5 - 0,05(40 - 35) = 25\%}$

(avec $\boldsymbol{d = 35}$ **ans**).

Or, $\boldsymbol{\delta > 25\% \Rightarrow 0,25 + 0,05(r - 60) > 25\% \Rightarrow r - 60 > 0 \Rightarrow r > 60}$

De plus, $\boldsymbol{\frac{d}{40} = \frac{35}{40} < 1}$

Donc, quand $\boldsymbol{60 \leq r < 65}$, on a $\boldsymbol{\pi(r) = \frac{d \,.\, \delta}{40} = \frac{35 \times (0,25 + 0,05(r - 60))}{40} = \frac{-77}{32} + \frac{7r}{160}}$

  - Quand $\boldsymbol{r \geq 65}$, le taux de remplacement est toujours défini par :

$$\boldsymbol{\pi(r) = max(\delta, \gamma) \,.\, min\left(1, \frac{d}{37,5}\right)}$$

Cette fois-ci, on a $\boldsymbol{\delta = \gamma = 0,5}$ et $\boldsymbol{\frac{d}{40} = \frac{35}{40} < 1}$ donc

$$\boldsymbol{\pi(r) = \frac{0,5d}{40} = \frac{35 \times 0,5}{40} = \frac{17,5}{40} = \frac{7}{16}}$$

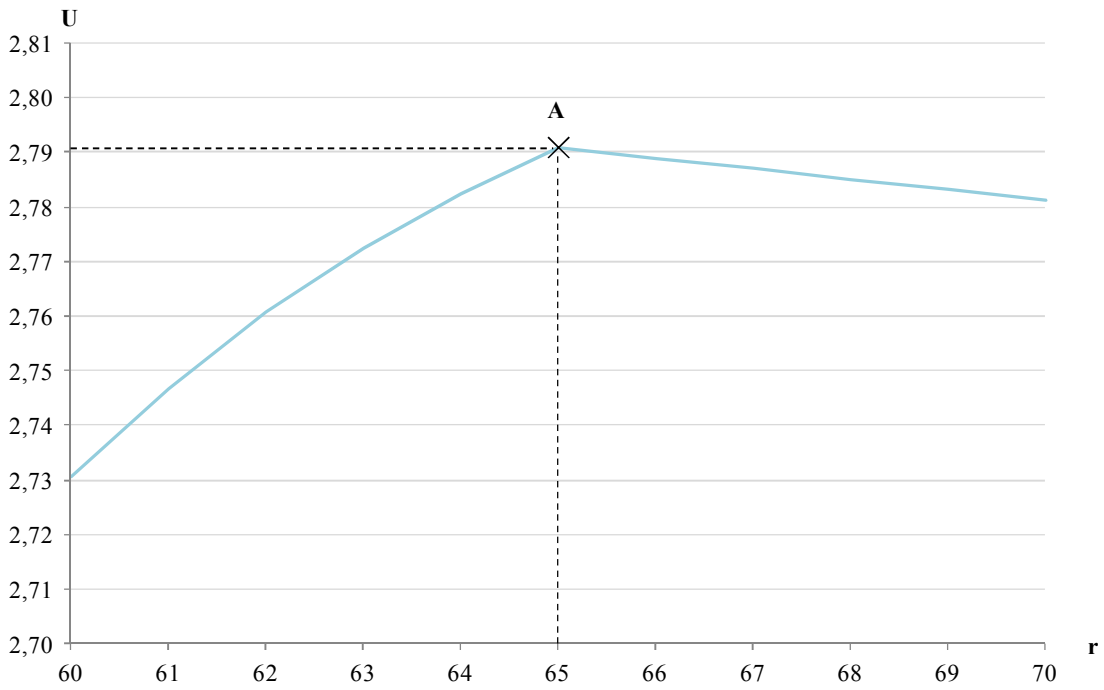
- Pour résumer, on obtient donc :

$$\pi(r) = \begin{cases} 0 \ ; & si\ r < 60 \\ \frac{-77}{32} + \frac{7r}{160} \ ; & si\ 60 \leq r < 65 \\ \frac{7}{16} \ ; & si\ r \geq 65 \end{cases}$$

Une fois tous ces paramètres définis, il suffira de choisir une valeur pour α pour déterminer l'utilité U en fonction des valeurs de r. Prenons, par exemple, $\boldsymbol{\alpha = 0,7}$. On obtient les résultats suivants :

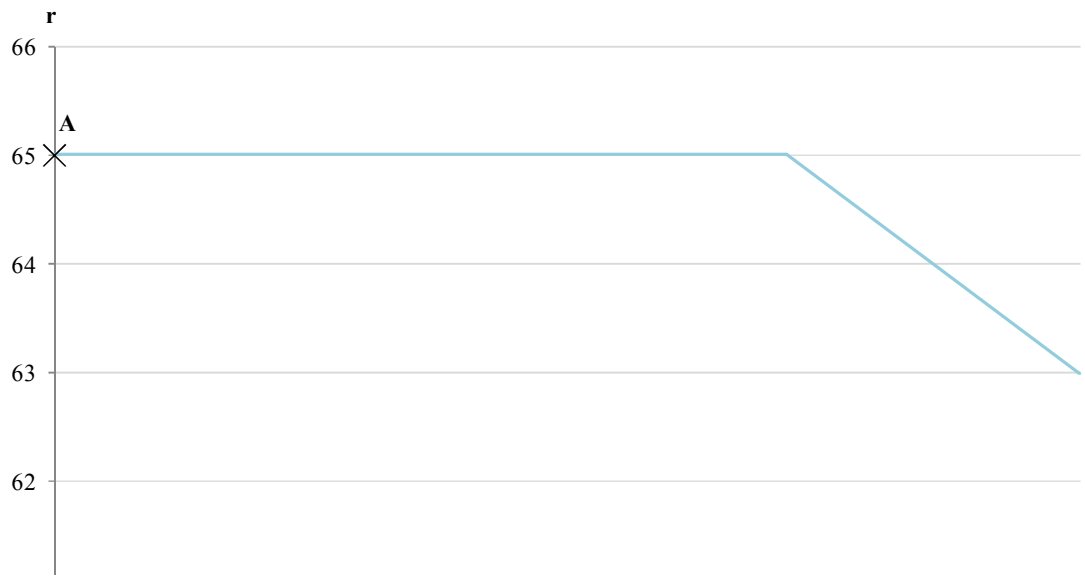
r	α	U
60	0,7	2,73051311
61	0,7	2,74666457
62	0,7	2,76057059
63	0,7	2,77243712
64	0,7	2,78244231
65	0,7	2,7907411
66	0,7	2,78888836
67	0,7	2,78700747
68	0,7	2,78510251
69	0,7	2,78317727
70	0,7	2,78123527

Tableau 3.3 A : Evolution des différentes valeurs de U pour 60<r<70 et α=0,7



Graphique 3.3 A : Evolution de la fonction d'utilité U en fonction de l'âge de liquidation r

On s'aperçoit qu'au point **A** défini par ($\mathbf{r = 65;\ \alpha = 0,7; U = 2,7907411}$), se trouve l'utilité maximale. Ainsi, l'individu dont la préférence pour le loisir est de 0,7 choisira, à l'optimum, de partir à la retraite à 65 ans. Il suffit ensuite de placer ce point **A** dans le plan $\mathbf{(\alpha\,;r)}$. En suivant la même méthode pour différentes valeurs de $\boldsymbol{\alpha}$, on obtient le graphique suivant :



Graphique 3.3 B : Evolution de l'âge de liquidation r en fonction de la préférence pour le loisir α

On peut remarquer que l'individu préfèrera liquider ses droits de retraite à l'âge auquel il peut accéder à une retraite à taux plein (soit à 65 ans en 2000) tant que sa préférence pour le loisir

reste faible. Cependant, dès que sa préférence pour le loisir devient importante (dans notre exemple, lorsque $\boldsymbol{\alpha > 1,2}$), l'individu souhaitera partir de plus en plus tôt à la retraite.

Par la suite, l'auteur pense que l'on pourrait augmenter le bien-être des retraités en rendant les mécanismes d'abattement moins pénalisants. Cependant, si on ne veut pas changer la méthode de financement du système de retraite actuel, toute modification de l'âge de départ en retraite ne doit pas avoir d'incidences financières pour le régime. L'auteur se propose alors d'individualiser les règles d'abattement.

Supposons qu'un individu souhaite partir à la retraite un an avant l'âge d'accès à une retraite au taux plein (que l'on notera $\mathbf{q}$) et regardons ce qui se passe au niveau des gains et des pertes du régime.

Au niveau des pertes, le régime doit verser la pension diminuée de la décote depuis l'année d'entrée précoce à la retraite par l'individu (ici, $\mathbf{q-1}$) jusqu'à la mort de l'individu. Par ailleurs, le régime ne perçoit pas à la date ($\mathbf{q-1}$), de cotisations-retraite de la part de l'individu. En notant, $\boldsymbol{\Gamma_{q-1}}$, les pertes du régime depuis la date ($\mathbf{q-1}$) jusqu'à la mort de l'individu, on obtient :

$$\boldsymbol{\Gamma_{q-1}} = \sum_{t=q-1}^{N} \frac{(1-d)P}{(1+r)^t} + \frac{tW}{(1+r)^{q-1}}$$

Avec : $\mathbf{q}$, l'âge d'accès à une retraite au taux plein

$\mathbf{d}$, la décote

$\mathbf{P}$, le montant annuel de la pension si l'individu choisit une retraite au taux plein

$\mathbf{N}$, l'âge de décès anticipé

$\mathbf{r}$, le taux d'actualisation

$\mathbf{t}$, le taux de cotisation-retraite

$\mathbf{W}$, le salaire brut.

Au niveau des gains, le régime s'économise le versement d'une pension à taux plein de la date $\mathbf{q}$ jusqu'à la mort de l'individu. Tout en sachant qu'à la date ($\mathbf{q-1}$), le gain du régime serait nul.

En notant, $\boldsymbol{\Phi_{q-1}}$, les gains du régime depuis la date ($\mathbf{q-1}$) jusqu'à la mort de l'individu, on obtient :

$$\boldsymbol{\Phi_{q-1}} = \sum_{t=q}^{N} \frac{\boldsymbol{P}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{t}}$$

Avec : $\mathbf{q}$, l'âge d'accès à une retraite au taux plein

$\mathbf{P}$, le montant annuel de la pension si l'individu choisit une retraite au taux plein

$\mathbf{N}$, l'âge de décès anticipé

$\mathbf{r}$, le taux d'actualisation

On suppose le régime financièrement neutre, donc l'équilibre entre les gains et les pertes du régime doit être respecté. On a donc :

$$\boldsymbol{\Phi_{q-1}} = \boldsymbol{\Gamma_{q-1}}$$

$$\Rightarrow \sum_{t=q}^{N} \frac{\boldsymbol{P}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{t}} = \sum_{t=q-1}^{N} \frac{(\mathbf{1}-\boldsymbol{d})\boldsymbol{P}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{t}} + \frac{\boldsymbol{tW}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{q-1}}$$

En notant $\boldsymbol{\pi} = \frac{\mathbf{P}}{\mathbf{W}}$, le taux de remplacement, on obtient :

$$\sum_{t=q}^{N} \frac{\boldsymbol{\pi W}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{t}} = \sum_{t=q-1}^{N} \frac{\boldsymbol{\pi}.(\mathbf{1}-\boldsymbol{d})\boldsymbol{W}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{t}} + \frac{\boldsymbol{tW}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{q-1}}$$

$$\Rightarrow \sum_{t=q}^{N} \frac{\boldsymbol{\pi}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{t}} = \sum_{t=q-1}^{N} \frac{\boldsymbol{\pi}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{t}} - \sum_{t=q-1}^{N} \frac{\boldsymbol{d\pi}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{t}} + \frac{\boldsymbol{t}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{q-1}}$$

$$\Rightarrow \sum_{t=q-1}^{N} \frac{\boldsymbol{d\pi}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{t}} = \sum_{t=q-1}^{N} \frac{\boldsymbol{\pi}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{t}} - \sum_{t=q}^{N} \frac{\boldsymbol{\pi}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{t}} + \frac{\boldsymbol{t}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{q-1}}$$

$$\Rightarrow \sum_{t=q-1}^{N} \frac{\boldsymbol{d\pi}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{t}} = \frac{\boldsymbol{\pi}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{q-1}} + \frac{\boldsymbol{t}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{q-1}}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{d\pi}.\sum_{t=q-1}^{N} \frac{\mathbf{1}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{t}} = \frac{\boldsymbol{t}+\boldsymbol{\pi}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{q-1}}$$

$$\Rightarrow \sum_{t=q-1}^{N} \frac{\mathbf{1}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{t}} = \frac{\boldsymbol{t}+\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{d\pi}.(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{q-1}} \qquad (\mathbf{3})$$

Le terme de droite de l'équation $(\mathbf{3})$ représente la somme d'une suite géométrique de raison $\frac{1}{(1+r)}$ et de premier terme $\frac{1}{(1+r)^{q-1}}$. Ainsi, on a :

$$\Rightarrow \sum_{t=q-1}^{N} \frac{1}{(1+r)^t} = \frac{1}{(1+r)^{q-1}} \cdot \frac{1-\frac{1}{(1+r)^{N-(q-1)+1}}}{1-\frac{1}{1+r}}$$

$$= \frac{1}{(1+r)^{q-1}} \cdot \frac{1-\frac{1}{(1+r)^{N-q+2}}}{1-\frac{1}{1+r}}$$

En réinjectant cette expression dans l'équation $(\mathbf{3})$, on obtient :

$$\frac{1}{(1+r)^{q-1}} \cdot \frac{1-\frac{1}{(1+r)^{N-q+2}}}{1-\frac{1}{1+r}} = \frac{t+\pi}{d\pi \,.(1+r)^{q-1}}$$

$$\Rightarrow \frac{1-\frac{1}{(1+r)^{N-q+2}}}{1-\frac{1}{1+r}} = \frac{t+\pi}{d\pi}$$

$$\Rightarrow d = \frac{1-\frac{1}{1+r}}{1-\frac{1}{(1+r)^{N-q+2}}} \cdot \frac{t+\pi}{\pi}$$

$$\Rightarrow d = \left(1+\frac{t}{\pi}\right) \cdot \frac{1-\frac{1}{1+r}}{1-\frac{1}{(1+r)^{N-q+2}}} \qquad (4)$$

Donc la décote d qui rendrait le régime financièrement neutre dépend de la durée de vie de l'individu, du taux d'actualisation, l'âge d'accès à une retraite au taux plein et au taux de remplacement à cet âge. C'est pour cela que l'auteur voudrait que les règles d'abattement soient individualisées en fonction de la durée de vie de l'individu, de sa carrière passée ainsi que de l'âge de liquidation des droits de retraite.

- *Statique comparative :*

$$\frac{\partial d}{\partial N} = -\left(1+\frac{t}{\pi}\right)\left(1-\frac{1}{1+r}\right)\cdot\frac{\frac{ln(1+r)\cdot(1+r)^{N-q+2}}{(1+r)^{2(N-q+2)}}}{\left(1-\frac{1}{(1+r)^{N-q+2}}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial d}{\partial N} = -\left(1+\frac{t}{\pi}\right)\left(\frac{r}{1+r}\right)\cdot\frac{\frac{ln(1+r)}{(1+r)^{N-q+2}}}{\left(1-\frac{1}{(1+r)^{N-q+2}}\right)^2}$$

On a :

- $t \geq 0$ et $\pi \geq 0$ donc $\left(1+\frac{t}{\pi}\right) \geq 0$
- $r \geq 0$ donc $\left(\frac{r}{1+r}\right) \geq 0$
- $r \geq 0$ donc $1 + r \geq 1$ d'où $\ln(1+r) \geq 0$ et $(1+r)^{N-q+2} \geq 0$
- $\left(1-\frac{1}{(1+r)^{N-q+2}}\right)^2 \geq 0$

Donc $\frac{\partial d}{\partial N} \leq 0$

Une augmentation de la durée de vie de l'individu implique donc une diminution de la décote.

$$\frac{\partial d}{\partial q} = \left(1+\frac{t}{\pi}\right)\left(1-\frac{1}{1+r}\right)\cdot\frac{\frac{\ln(1+r)\cdot(1+r)^{N-q+2}}{(1+r)^{2(N-q+2)}}}{\left(1-\frac{1}{(1+r)^{N-q+2}}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial d}{\partial q} = \left(1+\frac{t}{\pi}\right)\left(\frac{r}{1+r}\right)\cdot\frac{\frac{\ln(1+r)}{(1+r)^{N-q+2}}}{\left(1-\frac{1}{(1+r)^{N-q+2}}\right)^2}$$

On a :

- $t \geq 0$ et $\pi \geq 0$ donc $\left(1+\frac{t}{\pi}\right) \geq 0$
- $r \geq 0$ donc $\left(\frac{r}{1+r}\right) \geq 0$
- $r \geq 0$ donc $1 + r \geq 1$ d'où $\ln(1+r) \geq 0$ et $(1+r)^{N-q+2} \geq 0$
- $\left(1-\frac{1}{(1+r)^{N-q+2}}\right)^2 \geq 0$

Donc $\frac{\partial d}{\partial q} \geq 0$

Une augmentation de l'âge d'accès à une retraite au taux plein de l'individu implique donc une augmentation de la décote.

$$\frac{\partial d}{\partial \pi} = -\frac{1}{\pi^2} \cdot \frac{1 - \frac{1}{1+r}}{1 - \frac{1}{(1+r)^{N-q+2}}}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial d}{\partial \pi} = -\frac{1}{\pi^2} \cdot \frac{\frac{r}{1+r}}{\frac{(1+r)^{N-q+2} - 1}{(1+r)^{N-q+2}}}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial d}{\partial \pi} = -\frac{1}{\pi^2} \cdot \frac{r}{1+r} \cdot \frac{(1+r)^{N-q+2}}{(1+r)^{N-q+2} - 1}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial d}{\partial \pi} = -\frac{1}{\pi^2} \cdot \frac{r \,.\, (1+r)^{N-q+1}}{(1+r)^{N-q+2} - 1}$$

On a :

- $\pi^2 \geq 0$
- $r \geq 0$ donc $1 + r \geq 1$ d'où $(1+r)^{N-q+1} \geq 0$
- $N \geq q$ donc $N - q \geq 0$ d'où $N - q + 2 \geq 2$
- $1 + r \geq 1$ donc $(1+r)^{N-q+2} \geq 1^{N-q+2}$ d'où $(1+r)^{N-q+2} \geq 1$

Donc $\frac{\partial d}{\partial \pi} \leq 0$

Une augmentation du taux de remplacement implique donc une diminution de la décote.

$$\frac{\partial d}{\partial r} = \left(1 + \frac{t}{\pi}\right) \cdot \frac{\frac{1}{(1+r)^2} \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+r)^{N-q+2}}\right) - \frac{(N-q+2) \cdot (1+r)^{N-q+1}}{(1+r)^{2(N-q+2)}} \cdot \left(1 - \frac{1}{1+r}\right)}{\left(1 - \frac{1}{(1+r)^{N-q+2}}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial d}{\partial r} = \left(1 + \frac{t}{\pi}\right) \cdot \frac{\frac{(1+r)^{N-q+2} - 1}{(1+r)^{N-q+4}} - \frac{(N-q+2)}{(1+r)^{N-q+3}} \cdot \frac{r}{1+r}}{\left(1 - \frac{1}{(1+r)^{N-q+2}}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial d}{\partial r} = \left(1 + \frac{t}{\pi}\right) \cdot \frac{(1+r)^{N-q+2} - 1 - (N-q+2)r}{(1+r)^{N-q+4}} \Big/ \left(1 - \frac{1}{(1+r)^{N-q+2}}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{\partial d}{\partial r} = \left(1 + \frac{t}{\pi}\right) \cdot \frac{(1+r)^{N-q+2} - (N-q+2)r - 1}{(1+r)^{N-q+4}\left(1 - \frac{1}{(1+r)^{N-q+2}}\right)^2}$$

On a :

- $t \geq 0$ et $\pi \geq 0$ donc $\left(1 + \frac{t}{\pi}\right) \geq 0$
- $r \geq 0$ donc $1 + r \geq 1$ d'où $(1+r)^{N-q+4} \geq 0$
- $\left(1 - \frac{1}{(1+r)^{N-q+2}}\right)^2 \geq 0$
- Déterminons le signe de $(1+r)^{N-q+2} - (N-q+2)r - 1$.

  Posons $k = N - q + 2$ et montrons par récurrence que pour tout entier $k \geq 0$, on a $(1+r)^k - k\,.\,r - 1 \geq 0$ (avec $r \geq 0$).

  Initialisation : pour $k = 0$, on a :

  $(1+r)^0 - 0\,.\,r - 1 = 1 - 0 - 1 = 0$

  Donc l'hypothèse est vraie au rang $k = 0$.

  Hérédité : supposons qu'au rang k, on a $(1+r)^k - k\,.\,r - 1 \geq 0$ (avec $r \geq 0$).

  Montrons qu'au rang $k+1$, on a : $(1+r)^{k+1} - (k+1)r - 1 \geq 0$.

  On a $(1+r)^k - k\,.\,r - 1 \geq 0$

  $\Rightarrow (1+r).(1+r)^k - k\,.\,r(1+r) - (1+r) \geq 0$ $\quad (car\ 1+r \geq 0)$

  $\Rightarrow (1+r)^{k+1} - k\,.\,r - k\,.\,r^2 - 1 - r \geq 0$

  $\Rightarrow (1+r)^{k+1} - r(k+1) - 1 \geq k\,.\,r^2$

  Or $k\,.\,r^2 \geq 0$ donc $(1+r)^{k+1} - r(k+1) - 1 \geq k\,.\,r^2 \geq 0$

  Donc si l'hypothèse est vraie au rang k, elle reste vraie au rang $k+1$.

  Conclusion : pour tout entier $k \geq 0$, on a bien $(1+r)^k - k\,.\,r - 1 \geq 0$ (avec $r \geq 0$).

D'où $(1+r)^{N-q+2} - (N-q+2)r - 1 \geq 0$

Alors $\frac{\partial d}{\partial r} \geq 0$

Une augmentation du taux d'actualisation implique donc une hausse de la décote.

Cependant, l'auteur reste conscient que la mise en pratique d'un calcul individualisé de la décote est trop complexe car il faudrait obtenir une information parfaite sur les caractéristiques individuelles des salariés. Mais, une baisse de la décote permettrait de favoriser le bien-être des individus souhaitant liquider leurs droits plus tôt mais aussi de ceux craignant un abattement trop important de leur pension. Ainsi, dans son article, l'auteur montre qu'une baisse de 2,5 points de la décote actuelle inciterait un individu à liquider avant le taux plein pour des préférences pour le loisir plus faible que dans le régime actuel. De plus, un barème symétrique permettrait une meilleure répartition des âges de départ à la retraite. Les salariés ayant une faible préférence pour le loisir pourront continuer à travailler après l'âge d'accès à une retraite au taux plein. L'âge légal de la retraite sera une contrainte uniquement pour les individus ayant une forte préférence pour le loisir.

Au niveau de l'équilibre financier du régime, les conséquences d'une telle réforme ne sont pas évidentes à cause de la forte diversité des individus. Plusieurs facteurs entreraient en jeu.

Le premier étant les dépenses du système augmentées par la hausse des pensions servies aux salariés voulant faire une liquidation précoce en l'absence de réforme. D'autres employés peuvent désirer liquider précocement, après la réforme. Ce qui occasionnera un coût ou une économie pour le régime en fonction des caractéristiques des salariés.

Le départ précoce à la retraite sera coûteux pour le régime, lorsque la décote rendant le régime financièrement neutre sera supérieure à la règle d'abattement en vigueur. En effet, plaçons-nous dans le cas d'un départ précoce à la retraite d'un individu. Lors de l'application de la règle d'abattement en vigueur (que l'on notera $\boldsymbol{a}$), le régime se trouve à un équilibre financier où le niveau de ses gains est supérieur au niveau de ses pertes.

On a donc, pour reprendre les notations précédentes :

$$\boldsymbol{\Phi_{q-1} > \Gamma_{q-1}}$$

avec

$$\boldsymbol{\Gamma_{q-1} = \sum_{t=q-1}^{N} \frac{(1-a)P}{(1+r)^t} + \frac{tW}{(1+r)^{q-1}}}$$

et

$$\boldsymbol{\Phi_{q-1} = \sum_{t=q}^{N} \frac{P}{(1+r)^t}}$$

Supposons que la décote rendant le régime financièrement neutre (que l'on notera $\mathbf{d}$) soit supérieure à la règle d'abattement en vigueur. D'après l'expression de $\boldsymbol{\Gamma_{q-1}}$, on s'aperçoit que le niveau des pertes diminue lorsqu'on utilise $\mathbf{d}$ à la place de $\boldsymbol{a}$. Cependant, si le régime est financièrement neutre, on doit alors avoir $\boldsymbol{\Phi_{q-1} = \Gamma_{q-1}}$. Ainsi, les gains du régime diminuent nécessairement. Donc, le départ précoce à la retraite représentera bien un coût pour le régime, lorsque la décote rendant le régime financièrement neutre sera supérieure à la règle d'abattement en vigueur. Un raisonnement analogue peut nous permettre de comprendre qu'un départ précoce à la retraite sera perçu comme un gain pour le régime, lorsque la décote rendant le régime financièrement neutre sera inférieure à la règle d'abattement en vigueur.

Conclusion

Le système de retraite français soulève de nombreuses questions à propos de sa pérennité, de son modèle de financement mais également sur l'âge de départ à la retraite.

La problématique sur l'âge de départ à la retraite est assez complexe car il faut pouvoir gérer à la fois, la dégradation du modèle de financement du système nécessitant une augmentation de l'âge de la retraite et le mécontentement des individus face à la hausse de cet âge qui est devenu, pour eux, un acquis social.

Des réformes importantes doivent ainsi être prises pour préserver sa viabilité, passant par une redéfinition des paramètres d'intervention ou par un élargissement et une diversification des ressources. Par ailleurs, une harmonisation des différents régimes obligatoires en un unique régime de base, combinée à des règles et des notions plus simples, permettrait d'améliorer la lisibilité du système. Le Conseil d'orientation des retraites (COR) a dégagé quelques recommandations en vue du rapprochement des différents régimes de retraite vers un régime unique :

- Etablir un inventaire des mécanismes de financement autres que les cotisations sociales s'appuyant sur les revenus des assurés (FSV, subventions d'équilibre, etc.) qui permettrait d'obtenir une meilleure vision d'ensemble et inspirer de nouvelles réformes dans le sens d'un financement de ces avantages, commun à l'ensembles des régimes.
- Modifier la nature principalement contributive du système de retraite.
- Mieux orienter les dépenses pour une meilleure lecture.

Cependant, le problème du financement des retraites fait également partie d'une problématique plus générale touchant l'ensemble du financement de la sécurité sociale. Considérer un financement de chacun des principaux risques pris dans leur globalité permettrait d'obtenir une vue d'ensemble sur les problèmes d'équité et limiterait ainsi les transferts de couverture entre les différents régimes et procurerait ainsi une meilleure lisibilité du schéma de l'accès au droit par les assurés.

Tandis que l'impact de la crise économique devrait s'estomper d'ici là, les conséquences du vieillissement de la population se feront encore ressentir pendant de nombreuses années.

Maintenir l'activité des seniors est donc primordial pour la survie du système. Le développement des dispositifs soutenant l'emploi des seniors tels que l'épargne-retraite ou encore le tutorat et les aménagements de postes dans les entreprises à la faveur des individus âgés doit ainsi être poursuivi.

Cependant, on peut s'apercevoir que les entreprises restent attachées à l'idée que les seniors seraient moins productifs. Une évolution des mentalités du côté de la demande de travail est ainsi nécessaire pour une meilleure anticipation des problèmes futurs.

Au niveau de l'offre de travail, l'élimination de la taxe implicite, tout en rendant le système financièrement neutre, permettrait d'augmenter la liberté dans le choix de l'âge de la retraite et par la même, d'accroître le bien-être des retraités. Beaucoup de travaux ont été réalisés ces dernières années à partir de modèles sur les choix irréversibles en univers incertain tels que Stock et Wise (1990) ou encore Rust et Phélan (1997). Le choix de départ à la retraite peut être assimiler à un choix irréversible compte tenu de la réalité. En effet, après la liquidation des droits à la retraite, le système de retraite laisse, aux retraités, l'opportunité de retravailler. Mais dans les faits, cela paraît très compliqué lorsqu'on tient compte des conditions d'accès à l'emploi des seniors.

Bibliographie

- ARTUS, P. (2001). Taille du système de retraite par répartition et âge optimal de départ à la retraite. Revue économique, vol. 52, n°4, 773-790.

- D'AUTUME, A., BETBEZE, J.-P., & HAIRAULT, J.-O. (2005). Les seniors et l'emploi en France. CAE, rapport n° 58, 9-125.

- BICHOT, J. (2011). La retraite par répartition aux Etats-Unis : une inconnue « very exciting ». Sauvegarde Retraites, Etudes et analyses n°37, 1-13.

- BLANCHET, D. (2014). Démographie et soutenabilité du système de retraite : les réformes ont-elles tout résolu ?. Revue Informations sociales, vol. 183, 126-135.

- BLANCHET, D., BOZIO, A., & RABATE, S. (2015). Quelles options pour réduire la dépendance à la croissance du système de retraite français ?. Revue économique, vol. 67, 879-911.

- BOZIO, A., & PIKETTY, T. (2008). Pour un nouveau système de retraite : Des comptes individuels de cotisations financés par répartition. Editions de la rue d'Ulm, col. du CEPREMAP, 17-58.

- BRUNET, F. (2002). Comment les entreprises anticipent-elles le vieillissement de l'emploi?. INSEE, Données sociales, 193-198.

- BRUNET, F., & RICHET-MASTAIN, L. (2002). L'âge des salariés joue surtout à l'embauche. DARES, Premières synthèses n° 15-3, 1-7.

- CAHUC, P., HAIRAULT, J.-O., & PROST, C. (2016). L'emploi des seniors : un choix à éclairer et à personnaliser. CAE, note n° 32, 1-12.

- CATHERINE, A., & TREYENS, P.-E. (2015). Dans les DOM, l'activité et l'emploi stagnent depuis dix ans. INSEE, INSEE Analyses n° 4, 1-4.

- Commission européenne. (2012). Démographie, vieillissement actif et retraites. Commission européenne, Guide de l'Europe sociale, vol. 3, 7-65.

- Conseil d'orientation des retraites. (2001). Les retraites depuis 1945. COR, 1-7.

- Conseil d'orientation des retraites. (2003). Le système de retraite des Etats-Unis. COR, 1-19.

- Conseil d'orientation des retraites. (2010). Le relèvement des âges de la retraite dans les principaux pays développés. COR, document n°5, 1-20.

- Conseil d'orientation des retraites. (2010). Retraites : annuités, points ou comptes notionnels ? Options et modalités techniques. COR, 77-85.

- Conseil d'orientation des retraites. (2016). Evolutions et perspectives des retraites en France (Rapport annuel du COR). COR, 9-63 & 95-117.

- CREMER, H., LOZACHMEUR, J.-M., & PESTIEAU, P. (2004). Départ à la retraite et taxation optimale. Revue d'économie politique, vol. 115, 197-211.

- Direction de la recherche, des études, de l'évaluation et des statistiques. (2016). Baromètre d'opinion de la DREES sur la santé, la protection sociale et les inégalités : Principaux enseignements de l'enquête 2015. DREES, 5 & 56-63.

- GRAGNIC, B. (2013). Démographie : Un vieillissement accéléré de la population. INSEE, Antiane Martinique n° 76, 1-2.

- GRUBER, J., & WISE, D. (1998). Social security and retirement : an international comparison. The american economic review, vol. 88, n°2, 158-163.

- HAIRAULT, J.-O. et al. (2000). Analyse macroéconomique. Editions La Découverte, vol. 2, 228-253.

- Haut Conseil du financement de la protection sociale. (2013). Rapport d'étape sur la clarification et la diversification du financement des régimes de protection sociale. Haut Conseil du financement de la protection sociale, 29 & 49-51 & 123-124.

- HORATIUS-CLOVIS, H. (2011). Projections de la population à l'horizon 2040 : Faible croissance de la population martiniquaise et vieillissement accéléré. INSEE, Premiers résultats n° 72, 1-4.

- Institut d'émission des départements d'outre-mer. (2016). Rapport annuel 2015 de l'IEDOM Martinique. IEDOM, 26-30.

- LAVILLE, A., & VOLKOFF, S., (2000). Travail, vieillissement et cessation d'activité : approche ergonomique. dans TADDEI, D. (2000). Retraites choisies et progressives. CAE, 155-162.

- MARTIAL, F., NAUDY-FESQUET, I., ROOSZ, P., & TRONYO, J. (2016). Tableau de l'économie française. INSEE, col. INSEE Références, 24-27 & 34-35.

- MINNI, C., & TOPIOL, A. (2003). Les entreprises face au vieillissement de leurs effectifs. Economie et statistiques, vol. 368, n°1, 43-63.

- MOREAU, Y. et al. (2013). Nos retraites demain : équilibre financier et justice. Direction de l'information légale et administrative, 9-75.

- Observatoire des Retraites. (2013). Les retraites dans le monde. Observatoire des Retraites, la lettre de l'Observatoire des retraites n°19, 31-67.

- Organisation de coopération et de développement économiques. (2013). Etudes économiques de l'OCDE : Brésil 2011. Editions OCDE, 81-83.

- Organisation de coopération et de développement économiques. (2013). Panorama des pensions 2013 : les indicateurs de l'OCDE et du G20. Editions OCDE, 286-288.

- SEDILLOT, B. (2000). La réforme des règles de décote dans le régime général : quels enjeux pour le bien-être des retraités et l'équilibre financier du régime. dans TADDEI, D. (2000). Retraites choisies et progressives. CAE, 249-258.

- SUDRIE, O. (2015). Vieillissement de la population en Martinique : Une analyse prospective des enjeux socioéconomiques. AFD, Etudes de l'AFD n°1, 7-26.

- TANTIN-MACHECLER, M., & TREYENS, P.-E. (2015). Un taux de chômage de 19,4 % en moyenne en 2014. INSEE, INSEE Flash n° 17, 1-2.

- TOURNIAIRE-KASHARI, A. (2014). Les enjeux du vieillissement actif et de la solidarité entre les générations dans l'Union européenne. Revue Informations sociales, vol. 183, 116-124.

- TOUTAIN, S. (2007). Le nouvel âge des retraites. Ellipses, col. Transversale Débats, 37-182 & 192-199.

- TREYENS, P.-E. (2014). Enquête emploi 2013 en Martinique : le taux d'emploi reste constant depuis 3 ans. INSEE, Premiers résultats n° 105, 1-4.

Table des matières

Table d'abréviations 6

Introduction 7

Chapitre 1 : La place de l'âge de la retraite en France et à l'étranger 10

Section 1 : Les différents âges de départ à la retraite 10

A/ L'âge effectif de départ à la retraite 10

B/ L'âge légal de départ à la retraite 11

Section 2 : Les réformes autour de l'âge de la retraite 14

A/ Les réformes jusqu'en 1982 : Vers une amélioration des droits des retraités 14

B/ Les réformes après la fin des années 80 : Des solutions apportées pour protéger la viabilité du système 15

Section 3 : L'âge de la retraite dans le monde 16

A/ Dans les pays développés 16

B/ Dans les pays émergents 17

C/ Dans les pays les moins avancés 18

Chapitre 2 : L'âge de la retraite, observé d'un point de vue macroéconomique 20

Section 1 : Retraite et croissance 20

A/ Les modèles de croissance contribuent à l'analyse du système de retraite 20

B/ Un système de retraite dépendant de la croissance 28

C/ Quelques solutions pour limiter la dépendance du système à la croissance 29

Section 2 : Retraite et emploi 32

A/ La situation de l'emploi des seniors avant 1993 32

B/ La situation de l'emploi des seniors après 1993 33

C/ Point sur l'emploi des seniors en Martinique 35

Section 3 : Retraite et vieillissement de la population 37
A/ Le contexte démographique 37
B/ Incidence du vieillissement sur le système de retraite 40
C/ Vers un vieillissement actif 41
Section 4 : Retraite et financement 43
A/ Le solde financier du système de retraite 43
B/ Les sources de financement 46
C/ Les dépenses du système de retraite 47
Chapitre : 3 : L'âge de la retraite, dans le cadre d'une approche microéconomique 51
Section 1 : Retraite et demande de travail 51
A/ Un volume de recherches plutôt faible du point de vue de la demande de travail 51
B/ Le comportement des entreprises 52
Section 2 : Retraite et choix individuels en univers certain 54
A/ Présentation du modèle 54
B/ Evolution du bien-être social dans le modèle 62
C/ Cas d'une économie où les salariés choisiraient leur âge optimal de départ à la retraite 66
Section 3 : Retraite et taxation implicite 74
A/ Etude comparative de J. Gruber et D. Wise (1998) 74
B/ Modèle de H. Cremer, J.-M. Lozachmeur et P. Pestieau (2004) 76
C/ Modèle de B. Sédillot (2000) 87
Conclusion 101
Bibliographie 103