



**HAL**  
open science

## Comment faire entrer les élèves dans la résolution de problèmes par la manipulation ?

Diana Odemis, Aurélie Barry, Jeanne Joyaud

### ► To cite this version:

Diana Odemis, Aurélie Barry, Jeanne Joyaud. Comment faire entrer les élèves dans la résolution de problèmes par la manipulation ?. Education. 2019. dumas-02153139

**HAL Id: dumas-02153139**

**<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02153139>**

Submitted on 12 Jun 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Mention : « Métiers de l'Enseignement, de  
l'Education et de la Formation »

Spécialité : 1<sup>er</sup> degré

Parcours : Professorat des écoles

# **Comment faire entrer les élèves dans la résolution de problèmes par la manipulation ?**

soutenu par  
**ODEMIS Diana, BARRY Aurélie  
et JOYAUD Jeanne**  
**le 17 mai 2019**

Nom des Référents de mémoire  
TRETOLA Jessyca et DAVIN Fatima

Jury de soutenance :  
TRETOLA Jessyca et DAVIN Fatima

## Remerciements

Nous tenons vivement à remercier l'ensemble des personnes qui nous ont accompagnées durant la réalisation de ce mémoire au cours de notre parcours de formation.

Nous remercions plus particulièrement Madame Davin Fatima et Madame Tretola Jessyca pour leurs conseils et le suivi qu'elles ont assuré pour ce mémoire en tant que référents.

Nous remercions également Monsieur Massa Roger, ancien professeur des écoles et conseiller pédagogique, pour ses conseils avisés qui nous ont guidés lorsque nous en avons besoin.

Nous remercions également nos élèves pour leur enthousiasme, leur implication et leur curiosité.

## Table des matières

Introduction.....	5
1. Le cadre institutionnel.....	6
1.1. La résolution de problèmes et la manipulation dans le bulletin officiel n°30 du 26 juillet 2018 .....	6
1.2. Le socle commun de connaissances, de compétences et de culture .....	7
1.3. Le référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation (arrêté du 01-07-2013 – J.O. du 18-07-2013).....	8
2. Le cadre scientifique et théorique.....	9
2.1. Les différents types de problèmes .....	9
2.2. La classification des problèmes selon Gérard Vergnaud .....	11
2.3. La difficulté d'abstraction.....	12
2.4. L'importance de la manipulation en mathématiques .....	16
3. Méthode de recherche.....	19
3.1. Le contexte professionnel.....	19
3.1.1. Difficultés rencontrées : constat commun aux deux cycles .....	19
3.1.2. L'étude de cas d'une classe de CM1 en milieu défavorisé.....	20
3.1.3. L'étude de cas d'une classe de CM1 en milieu favorisé.....	21
3.1.4. L'étude de cas d'une classe de maternelle .....	21
3.2. La méthode de recherche retenue.....	22
4. Méthodologie .....	22
4.1. Présentation et mise en œuvre du dispositif en moyenne section.....	22
4.2. Présentation et mise en œuvre du dispositif en CM1 .....	36
4.2.1. L'évaluation diagnostique.....	37

4.2.2.	Les séances d'apprentissage.....	38
4.2.3.	L'évaluation sommative.....	43
4.2.4.	Les séances décrochées et le rituel.....	44
4.2.5.	Le matériel de manipulation.....	45
5.	Résultats et analyse de la recherche.....	46
5.1.	Les résultats et analyses en moyenne section.....	46
5.2.	Les résultats en analyses en CM1.....	50
5.2.1.	Les résultats et analyses relatifs à l'évaluation diagnostique.....	50
5.2.2.	Les résultats et analyses relatifs aux séances d'apprentissage.....	56
5.2.3.	Les résultats et analyses relatifs à l'évaluation sommative.....	61
5.3.	Les limites du dispositif.....	63
	Conclusion.....	65
	Références bibliographiques.....	66
	Annexes.....	67
	4ème de couverture.....	72

## Introduction

D'après les bulletins officiels des programmes des cycles 1 et 3 et le socle commun de connaissances, de compétences et de culture, la manipulation tient une place importante dans l'enseignement des mathématiques. A l'école maternelle, la manipulation, à travers le jeu, est fondamentale pour la construction du nombre. Elle se met en œuvre par une manipulation effective mais également mentale. Largement répandue, grâce notamment aux travaux de Maria Montessori et des différents pédagogues constructivistes, la manipulation est également présente à l'école élémentaire. En effet, selon les programmes du cycle 3, « l'introduction et l'utilisation des symboles mathématiques sont réalisées au fur et à mesure qu'ils prennent sens dans des situations basées sur la manipulation, assurant une entrée progressive dans l'abstraction qui sera poursuivie au cycle 4. ».

Cependant, nous constatons que le passage de la compréhension du problème à l'élaboration d'une stratégie de résolution de problèmes s'avère difficile pour certains élèves. Qu'en est-il de la place de la manipulation dans la résolution de problèmes numériques selon les auteurs ? Georges Charpak, fondateur de « La main à la pâte » prône une démarche d'investigation tout comme Britt-Mari Barth, professeur à l'Institut Supérieur de Pédagogie, qui insiste sur le fait de casser les représentations mentales des élèves et de favoriser leur enrôlement dans la tâche grâce à la manipulation. Nous pourrions alors, nous interroger sur la place et les enjeux de la manipulation au cycle 1 et au cycle 3 : permet-elle aux élèves de s'approprier le problème et de le résoudre ? Nous posons donc la problématique suivante : **« Comment faire entrer les élèves dans la résolution de problèmes par la manipulation ? »**

En tant que professeur des écoles, il nous appartient de réfléchir à ces questions puisque, d'après le référentiel de compétences, notre mission est d'accompagner les élèves dans leur parcours de formation en prenant en compte leur diversité.

Pour cela, après avoir présenté le contexte institutionnel, nous développerons le cadre scientifique et théorique. Puis, nous aborderons la méthode de recherche et le dispositif choisis. Enfin, les résultats et l'analyse de la recherche nous permettront de répondre à la problématique.

## 1. Le cadre institutionnel

### 1.1. La résolution de problèmes et la manipulation dans le bulletin officiel n°30 du 26 juillet 2018

A l'école maternelle, le jeu tient une place très importante. Il « permet aux enfants d'exercer leur autonomie, d'agir sur le réel, de construire des fictions et de développer leur imaginaire, d'exercer des conduites motrices, d'expérimenter des règles et des rôles sociaux variés. Il favorise la communication avec les autres [...]»<sup>1</sup>. L'élève apprend en réfléchissant et en résolvant des problèmes : « Pour provoquer la réflexion des enfants, l'enseignant les met face à des problèmes à leur portée. Quels que soient le domaine d'apprentissage et le moment de vie de classe, il cible des situations, pose des questions ouvertes pour lesquelles les enfants n'ont pas alors de réponse directement disponible. Mentalement, ils recourent à des situations, ils font appel à leurs connaissances, ils font l'inventaire des possibles, ils sélectionnent. Ils tâtonnent et font des essais de réponse. L'enseignant est attentif aux cheminements qui se manifestent par le langage ou en action ; il valorise les essais et suscite des discussions. » Afin de quantifier des collections jusqu'à 10 au moins, les composer et les décomposer, on passera par des manipulations effectives puis mentales.

Au cycle 3, les mathématiques doivent être enseignées à raison de 180 heures par an soit 5 heures par semaine en moyenne aux élèves. A l'école élémentaire, « les notions mathématiques étudiées prendront tout leur sens dans la résolution de problèmes qui justifie leur acquisition. » L'élève acquiert donc « les bases de langages scientifiques qui lui permettent de formuler et de résoudre des problèmes, de traiter des données. Il est formé à utiliser des représentations variées d'objets, d'expériences, de phénomènes naturels (schémas, dessins d'observation, maquettes...) ». L'élève peut donc passer par la manipulation pour résoudre des problèmes.

Au cycle 3, « l'introduction et l'utilisation des symboles mathématiques sont réalisés au fur et à mesure qu'ils prennent sens dans des situations basées sur la manipulation, en relation avec le vocabulaire utilisé, assurant une entrée progressive

---

<sup>1</sup> Bulletin officiel n°30 du 26 juillet 2018.

dans l'abstraction qui sera poursuivie au cycle 4. La verbalisation reposant sur une syntaxe et un lexique adaptés est encouragée et valorisée en toute situation et accompagne le recours à l'écrit. »

De plus, le cycle 3 assure la poursuite du développement des six compétences majeures des mathématiques :

- « Chercher » : prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés, s'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle ;

- « Modéliser » : utiliser les mathématiques pour résoudre des problèmes issus de situations de la vie quotidienne, reconnaître et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives et de situations de partage ;

- « Reasonner » : résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement ;

- « Représenter » : utiliser des outils pour représenter un problème tels que des dessins, schémas ;

- « Calculer » : calculer en utilisant des stratégies ou techniques appropriées, contrôler la vraisemblance de ses résultats ;

- « Communiquer » : expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

A la lecture de ce bulletin officiel, nous pouvons souligner que la manipulation peut être un moyen afin d'aider les élèves à entrer dans la résolution de problèmes. Elle fait partie intégrante de nos pratiques professionnelles.

### **1.2. Le socle commun de connaissances, de compétences et de culture**

Le socle commun de connaissances, de compétences et de culture couvre la période allant du cycle 2 au cycle 4. « Il donne aux élèves les moyens de s'engager dans les activités scolaires, d'agir, d'échanger avec autrui, de conquérir leur autonomie et d'exercer ainsi progressivement leur liberté et leur statut de citoyen responsable. L'élève engagé dans la scolarité apprend à réfléchir, à mobiliser des connaissances,

à choisir des démarches et des procédures adaptées, pour penser, résoudre un problème, réaliser une tâche complexe ou un projet, en particulier dans une situation nouvelle ou inattendue. <sup>2</sup>»

Les domaines qui serviront à appuyer notre mémoire sont les suivants :

- Domaine 1 : les langages pour penser et communiquer

Un des objectifs est de « comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques. » Dans ce domaine, les langages mathématiques « permettent la construction du système de numération et l'acquisition des quatre opérations sur les nombres, mobilisées dans la résolution de problèmes ».

- Domaine 2 : les méthodes et outils pour apprendre

Ce domaine a pour objectif de « permettre à tous les élèves d'apprendre à apprendre, seuls ou collectivement [...]. Les méthodes et outils pour apprendre doivent faire l'objet d'un apprentissage explicite en situation [...]. En classe, l'élève est amené à résoudre un problème, comprendre un document [...]. Il doit savoir s'entraîner en choisissant les démarches adaptées aux objectifs d'apprentissage préalablement explicités. Ces compétences requièrent l'usage de tous les outils théoriques et pratiques à sa disposition [...]. »

### **1.3. Le référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation (arrêté du 01-07-2013 – J.O. du 18-07-2013)**

Dans l'arrêté du 01 juillet 2013, J.O. du 18 juillet 2013, le référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation définit les objectifs et la culture commune que tous les professionnels du professorat et de l'éducation doivent adopter. Ce référentiel est composé de quatorze compétences communes à tous les professeurs et personnels d'éducation et de cinq compétences plus précises communes à tous les professeurs.

Selon le référentiel, la compétence 2 du professeur des écoles est d'« inscrire son action dans le cadre des principes fondamentaux du système éducatif <sup>3</sup>».

---

<sup>2</sup> Socle commun de connaissances, de compétences et de culture. Bulletin officiel n°17 du 23 avril 2015. p.2.

La compétence 3 est de « connaître les élèves et les processus d'apprentissage ». Le professeur des écoles doit « connaître les processus et les mécanismes d'apprentissage, en prenant en compte les apports de la recherche ».

La compétence 4 est de « prendre en compte la diversité des élèves ». Le professeur des écoles doit « adapter son enseignement et son action éducative à la diversité des élèves ».

La quatorzième compétence du professeur des écoles est de « s'engager dans une démarche individuelle et collective de développement professionnel ».

La compétence P3 est de « construire, mettre en œuvre et animer des situations d'enseignement prenant en compte la diversité des élèves ». Il s'agit pour le professeur des écoles de « sélectionner des approches didactiques appropriées au développement des compétences visées » mais aussi de « tirer parti de l'importance du jeu dans le processus d'apprentissage ».

Enfin, la compétence P5 est celle qui consiste à « évaluer les progrès et les acquisitions des élèves ». En situations d'apprentissage, le professeur des écoles doit « repérer les difficultés des élèves afin de mieux assurer leur progression, construire et utiliser des outils permettant l'évaluation des besoins, des progrès et d'acquisition des savoirs. Enfin, il doit analyser les réussites et les erreurs, concevoir et mettre en œuvre des activités de remédiation et de consolidation des acquis ».

## **2. Le cadre scientifique et théorique**

### **2.1. Les différents types de problèmes**

Les problèmes mathématiques se distinguent des exercices car ils ne demandent pas seulement un travail d'application de notions mais également un travail de recherche par les élèves.

La pédagogie socio-constructiviste, initiée par Jean Piaget (2004), plébiscite l'utilisation de différents problèmes, pour développer ou construire une nouvelle notion et s'exercer.

---

<sup>3</sup> Référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation. Arrêté du 01 juillet 2013 – J.O. du 18 juillet 2013.

Elle est à l'inverse de la pédagogie transmissive où le positionnement du maître est différent : il dispense un enseignement, une leçon. Les élèves l'apprennent et s'entraînent ensuite avec des exercices.

Il existe donc quatre types de problèmes que nous allons détailler ci-dessous :

- Les activités d'application ou de réinvestissement

Ces activités seront plutôt qualifiées d'exercices mathématiques que de réelles situation-problèmes. Elles permettent d'appliquer une notion que les élèves viennent d'apprendre, de mettre en pratique un nouveau savoir. Il ne s'agit pas alors de problème demandant une recherche et l'élaboration d'une stratégie. Elles font appel à une même compétence mais sont déclinées dans différents contextes.

- Les problèmes ouverts

Les problèmes ouverts sont des problèmes nécessitant l'élaboration d'une stratégie pour arriver au résultat. Ils ne nécessitent pas forcément de faire appel à une procédure experte et peuvent être résolus de différentes manières. L'élève est face à une situation nouvelle, et doit entrer, à l'aide de schémas, de calculs dans un processus allant de la représentation à la résolution du problème.

- Les situations problèmes

Ces problèmes visent l'acquisition d'une connaissance nouvelle. Elle permet, à travers une pédagogie constructiviste de donner à l'élève le besoin d'acquérir une compétence nouvelle. Lors de la résolution, l'élève va développer des stratégies mais va manquer de compétence experte pour arriver au résultat. A la suite de ces différents essais de résolution, l'enseignant amène l'élève à éprouver le besoin d'apprendre une nouvelle technique opératoire, un nouveau symbole etc.

- Les problèmes de transfert

Ce type de problème ressemble aux problèmes d'application. Ils se basent sur des connaissances et des compétences précédemment acquises. Mais à l'inverse des problèmes d'application, qui arrivent directement à la suite d'une "leçon", ces problèmes demandent à l'élève de compiler plusieurs compétences afin d'arriver au résultat. Lors du travail de résolution, l'élève doit d'abord reconnaître à quelle catégorie le problème appartient puis remobiliser ses connaissances en les associant les unes aux autres.

## 2.2. La classification des problèmes selon Gérard Vergnaud

Gérard Vergnaud (1997), didacticien des mathématiques et psychologue, a établi un classement des problèmes mathématiques selon six catégories pour des problèmes de type additifs et soustractifs, multiplicatifs et de division.

Pour établir les catégories des problèmes additifs et soustractifs, il est nécessaire de distinguer les nombres désignant des mesures d'état (état initial ou état final) et les nombres désignant une transformation ou une comparaison. Il propose une schématisation de ces problèmes pour apprendre aux élèves à les résoudre (cf. annexe 1).

Les problèmes de type additifs et soustractifs se partagent en quatre catégories :

- Les problèmes de transformation d'état

Dans les problèmes de transformation d'état, une transformation, de type additive ou soustractive, s'effectue sur un état initial pour aboutir à un état final.

En général, la recherche de l'état final est plus facile car il suit le cheminement de la pensée. Ils doivent faire l'objet d'étude au cycle 2 et doivent être reconnus par l'élève comme devant nécessiter l'utilisation de l'addition ou de la soustraction. On différenciera ces problèmes selon la place de l'inconnu au cycle 3.

- Les problèmes de composition d'état

Dans les problèmes de composition d'état, on retrouve deux grandeurs initiales réunies pour former un tout, un état final. On distingue alors deux types de problèmes :

- la recherche du composé final quand les deux états initiaux sont connus ;
- la recherche d'une partie, quand l'un des deux états initiaux et la réunion des deux états sont connus.

- Les problèmes de comparaison d'état

Dans les problèmes de comparaison d'états, on compare deux états distincts. On s'intéresse à ce qui différencie les deux états. Ces problèmes sont à étudier au cycle 2 mais les expressions du type "de plus que" et "de moins que" sont difficiles à comprendre. Il faut donc commencer avec des situations simples, qui peuvent se matérialiser et continuer au cycle 3. On distingue deux types de problèmes en fonction de la place de l'inconnue :

- la recherche de l'un des états

- la recherche de la comparaison

- Les problèmes de composition de transformation

Dans les problèmes de composition de transformation, on ne s'intéresse pas à des états mais à l'effet résultant de plusieurs transformations.

On peut faire varier le nombre de transformation (3 au lieu de 2 par exemple). Ce type de problème est difficile à conceptualiser donc il est à aborder plutôt au cycle 3.

En effet, une succession de transformations va s'opérer sur des mesures qui ne sont pas connues. On cherchera alors soit la transformation totale soit l'une des deux transformations.

Les problèmes multiplicatifs se partagent de deux manières :

- Les problèmes de configuration rectangulaire qui mettent en jeu un produit de mesures et qui aident à construire le concept de multiplication ;
- Les problèmes de multiplication qui relèvent de l'addition répétée, où l'on cherche le nombre total d'éléments.

Gérard Vergnaud (1997) distingue également les problèmes de division partagés en deux types :

- La division quotient pour laquelle on calcule le nombre de paquets identiques que l'on peut faire dans une collection en connaissant la valeur d'un paquet ;
- La division partition pour laquelle on calcule la valeur d'un paquet connaissant le nombre de paquets identiques que l'on peut faire dans une collection.

Après l'identification des différentes classes de problèmes, différentes procédures pourront être mises en place pour les résoudre. La théorie des champs conceptuels de Gérard Vergnaud (1997) se fonde sur le postulat que c'est au travers de situations et de problèmes à résoudre qu'un concept acquiert du sens pour l'enfant.

### **2.3. La difficulté d'abstraction**

La numération a été inventée afin d'éviter la manipulation d'objets lorsque les quantités devenaient trop importantes mais elle est aujourd'hui trop souvent dissociée de la vie quotidienne et semble souvent scolaire et fastidieuse pour les

élèves. Elle nécessite une gymnastique d'esprit : passer de la manipulation d'objets réels à l'abstraction.

Selon la définition du dictionnaire Larousse, l'abstraction est « l'opération intellectuelle qui consiste à isoler par la pensée l'un des caractères de quelque chose et à le considérer indépendamment des autres caractères de l'objet <sup>4</sup>».

C'est bien cette notion d'abstraction qu'il est difficile d'appréhender chez le jeune enfant. Elle est le fruit de plusieurs étapes propres au développement du cerveau de l'enfant.

Jean Piaget (2004) définit différents stades de la pensée :

- Le stade sensori-moteur, de 0 à 2 ans : l'enfant découvre le monde par le mouvement et les sensations ;
- Le stade pré-opératoire, de 2 à 6-7 ans : le présent et le concret. L'enfant commence à se représenter les choses à partir d'images ou de mots. Il se construit des images mentales ;
- Le stade des opérations concrètes, de 6-7 ans à 11-12 ans : l'enfant peut imaginer des transformations d'objets ou de situations tout en conservant l'état initial (acquisition de la réversibilité) ;
- Le stade des opérations formelles, à partir de 11-12 ans : l'enfant manipule des concepts abstraits.

L'abstraction est un processus cognitif instinctif chez l'homme. Elle permet de créer un concept : mettre ensemble des objets selon un élément commun, sans tenir compte de leurs caractéristiques annexes (forme, couleur etc.). L'abstraction mathématique sert donc à regrouper des objets, sous la forme générique du nombre. Exemple : 1 sac rouge est égal à 1 sac vert au sens mathématique, même s'ils ne sont pas de la même couleur.

Elle sert à regrouper des opérations sous la forme des symboles mathématiques.

Exemple : ajouter des crayons entre eux ou des sacs entre eux nécessite la même forme d'opération : l'addition, et le même symbole : +.

---

<sup>4</sup> Dictionnaire Larousse

Toute la difficulté pour l'élève est donc de passer à des représentations concrètes du monde et de son vécu. Par exemple, passer du vécu de l'élève (je vais au marché acheter des légumes : 5 carottes et 7 poireaux) à la représentation mathématique qu'elle représente (c'est-à-dire une opération sous la forme :  $5+7=12$ ).

L'action n'est plus à effectuer sur les « choses » (des légumes dans un panier) mais sur des symboles qui ont une fonction très précise et non aléatoire.

Luis Radford, Serge Demers et Isaias Miranda (2009) pensent que « l'abstraction mathématique repose sur l'utilisation de symboles qui expriment des relations de plus en plus complexes ».

L'utilisation et la manipulation de ces symboles n'est aisée pour l'élève que s'il a acquis profondément la signification de ces derniers. La manipulation des symboles « chiffres » n'est possible que lorsque la construction du nombre est bien acquise.

Pour des élèves de maternelle, il s'agit de comprendre qu'à chaque objet est associé un symbole « nombre » composé de chiffres. Mais que ce nombre a une fonction cardinale et peut être associé à n'importe quel objet de la collection. Il ne s'agit pas de donner un nom nouveau à cet objet mais un nombre transitoire pour connaître la composition de la collection. Ainsi, la connaissance de la seule file numérique ne constitue pas la compréhension de ce qu'est le nombre.

Dans de nombreuses situations, lorsque la compréhension du nombre n'est pas acquise, l'élève promène son doigt sur les objets de la collection, en récitant la file numérique mais sans faire correspondre terme à terme les constituants de la collection avec les nombres. On évoque souvent la « comptine numérique » car elle représente pour le jeune élève une simple chanson.

Pour les élèves de cycle 2, l'importance des mathématiques repose sur la compréhension profonde de la construction du nombre sous la forme décimale. En base décimale, on regroupe les unités en paquets de 10 : les dizaines. Puis les dizaines sont regroupées en paquets de 10 : les centaines, etc. Tant que cette décomposition n'est pas maîtrisée, elle représente un grand obstacle dans la réalisation des opérations. Il est également important pour les élèves de savoir jongler avec les différentes formes d'écriture du nombre car cela rend plus aisée la résolution de problèmes mathématiques.

Exemple :  $39 + 53 = 30 + 9 + 50 + 3 = 30 + 50 + 9 + 3 = (3 + 5) d + (9 + 3) u$  etc.

Pour les élèves de cycle 3 qui possèdent les quatre modes opératoires (addition, soustraction, multiplication et division), l'abstraction mathématique consiste à traduire un énoncé littéraire en opération, avec l'utilisation des symboles liés.

Ainsi, l'abstraction joue un rôle essentiel lors de la résolution de problèmes, quel que soit le niveau de classe. Plus le problème est complexe, plus le remplacement des représentations physiques (par schéma, par dessin, par tableau etc.) par des représentations mathématiques est importante. Cette méthodologie permet une simplification du comptage et évite les erreurs. Une abstraction mathématique insuffisante est la cause principale des échecs : l'élève éprouve des difficultés à s'éloigner du réel et à le remplacer par des symboles.

Britt-Mari Barth (2001) met en avant la difficulté d'abstraction par les élèves. Pour l'auteure, l'enseignant doit aider les élèves à prendre conscience de la structure du savoir, des stratégies d'apprentissages qui leur permettront de le construire et de faire la distinction entre les éléments pertinents et non-pertinents. Elle se base sur les travaux du psychologue Jérôme Bruner, notamment sur la manière dont les individus cherchent à organiser le monde qui les entoure, à construire des concepts. Elle distingue donc le terme d'abstraction qui est le concept et l'opération mentale menant au concept, c'est-à-dire le processus, la conceptualisation. Elle souhaite favoriser le plaisir de compréhension de l'élève en le mettant dans une posture de chercheur et l'enseignant dans une posture de guide pour les élèves. Elle insiste sur le fait de casser les représentations mentales des élèves et de favoriser leur enrôlement dans la tâche grâce à la manipulation.

Selon l'auteure, pour aider les élèves à construire leur savoir, il faut plusieurs phases :

- 1) Une phase d'observation durant laquelle l'enseignant établit l'existence d'un problème à résoudre et établit les consignes. Dans cette phase, les élèves doivent être conscients qu'ils vont s'approprier un nouveau contenu et qu'ils ont le droit à l'erreur. Cela nécessite un climat affectif qui encourage la recherche sans méfiance. L'enseignant doit laisser un temps de réflexion aux élèves. Afin de guider les élèves dans leur recherche, l'enseignant peut proposer des exemples et contre-exemples pour engager les apprenants dans un processus de réflexion.

2) Une phase de clarification et de vérification de la représentation mentale durant laquelle l'enseignant doit s'assurer du niveau d'acquisition du concept en proposant des exemples différents de ceux de la première phase. Il va demander aux élèves de justifier leurs réponses. L'important, dans cette phase, est la confrontation d'avis et des justifications des uns et des autres. Selon Jérôme Bruner, il est important de valider immédiatement les hypothèses afin de fixer l'apprentissage. Afin de faciliter l'apprentissage, les élèves peuvent proposer de décrire le problème sous la forme d'un schéma dans lequel les termes sont identifiables.

3) La phase d'abstraction qui consiste à vérifier que la situation d'apprentissage est acquise et transférable à un autre contexte. L'auteure insiste sur la nécessité d'évaluer les élèves afin de savoir si les élèves mettent en œuvre un raisonnement argumenté.

Quant au psychologue cognitiviste Jean Julo (1995), « Représentation des problèmes et réussite en mathématiques », il fait le postulat qu' « il faut chercher les principales causes d'échec dans la résolution de problème ». Selon lui, il ne s'agit pas de « guider l'élève vers une procédure particulière, le conduisant à la solution, ni de l'entraîner à utiliser des stratégies cognitives, mais de l'aider à se représenter le problème. » Pour cela, il décrit trois processus en jeu :

- 1) Interprétation et sélection : le professeur doit aider les élèves à construire des connexions entre le champ sémantique et l'opération numérique en jeu. Il parle de « schémas de problèmes ».
- 2) Structuration : les élèves doivent sortir de leur représentation initiale qui n'est pas efficace. La représentation d'un problème forme un ensemble structuré.
- 3) Opérationnalisation : c'est le processus qui permet de passer de la compréhension du problème au raisonnement et au calcul. Il permet de mettre en œuvre des connaissances opératoires, précédemment acquises.

#### **2.4. L'importance de la manipulation en mathématiques**

Ce n'est que récemment que les programmes d'enseignement ont incité les professeurs des écoles à mettre en œuvre les démarches expérimentales. Le

dictionnaire Larousse définit la manipulation comme « l' action de manipuler quelque chose, un objet, un appareil <sup>5</sup>».

Le prix Nobel de physique, Georges Charpak<sup>6</sup> (1996), a développé les principes d'un enseignement basé sur l'expérimentation et la manipulation en sciences. Créateur du site « La main à la pâte », il a permis de modifier les approches traditionnelles d'enseignement afin d'améliorer le système éducatif et de lutter contre l'échec scolaire en milieu défavorisé. La démarche pédagogique privilégie une démarche d'investigation. Elle permet la construction de connaissances et de capacités à partir de situations-problèmes motivantes et proche du vécu des élèves afin de conduire l'élève à proposer et réaliser un protocole expérimental permettant de valider les hypothèses ou de les infirmer par la manipulation, la mesure, le calcul.

On ne peut pas parler de manipulation dans l'apprentissage sans évoquer les travaux de Maria Montessori (1907). Cette célèbre pédagogue italienne s'était intéressée à l'élaboration d'une méthode spécifique dédiée aux enfants en grande difficulté. La pédagogie Maria Montessori (1907) est tout d'abord un état d'esprit : laisser l'enfant explorer et apprendre par lui-même, l'adulte étant juste une aide, un guide, pour orienter ses explorations. L'adulte n'est pas intrusif, effectue le minimum de « leçons » et agit comme un scientifique, en observant les comportements de l'enfant. Mais l'aspect matériel est également très important. Le matériel Montessori répond à des normes précises, de forme, de matière, de couleur, de fonction. Il ne peut être remplacé par un substitut approximatif.

En expliquant ce que devrait être la position des enseignants, Maria Montessori (1907) précisait : « Il faut qu'ils apprennent à laisser faire le matériel pédagogique car, d'une certaine façon, c'est le matériel qui est le véritable professeur et qui dirige dans le détail le travail de l'enfant. »<sup>7</sup>

---

<sup>5</sup> Dictionnaire Larousse.

<sup>6</sup> Site de La main à la pâte.

<sup>7</sup> D'après Wapler, N. (2007). *La « pédagogie scientifique » de Maria Montessori*.

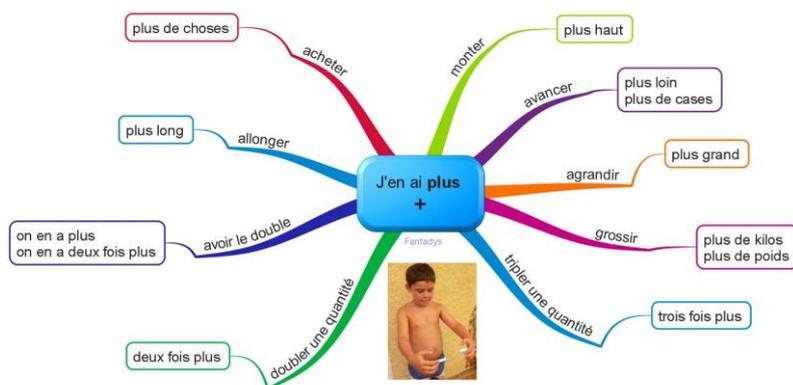
Selon le Centre de Stimulation Précoce Montessori<sup>8</sup>, le but de l'utilisation du matériel est :

- 1) L'importance : donner du sens à l'objet
- 2) L'isolation : ne garder que l'essentiel
- 3) L'auto-correction : l'élève peut avoir un contrôle de son erreur sur la plupart du matériel (forme, couleur, associations etc.)
- 4) Répétition et mouvement : l'élève, à travers les exercices proposés, vit la notion de nombre avec son corps.
- 5) La séquence : le matériel prévoit une progression pour aller vers plus d'abstraction.
- 6) Savoir pourquoi : « Tout le matériel permet non seulement de connaître, de savoir les concepts, de développer des connaissances, mais ça permet aussi de raisonner, de comprendre le mécanisme des étapes qui vont former le tremplin pour les expériences scientifiques qui vont suivre. »

L'expérience vécue doit être soutenue par un affichage en classe.

Elle montre que les cartes heuristiques apportent beaucoup d'aide aux élèves lorsqu'elles sont construites avec eux, à l'issue d'une réflexion collective. Elles commencent généralement avec une partie centrale représentant la notion clé autour de laquelle s'articule les idées sous-jacentes. Sous cette forme, graphique et colorée, le cerveau humain retient plus facilement les connaissances nouvellement apprises.

Exemple de carte heuristique en résolution de problème<sup>9</sup> :



<sup>8</sup> Issu de <http://csprmontessori.com/>

<sup>9</sup> Issu de <https://fantadys.com/>

### **3. Méthode de recherche**

#### **3.1. Le contexte professionnel**

D'après les études PISA (2015), la France se situe dans la moyenne des pays de l'OCDE (Organisation de Coopération et de Développement Économiques) quant aux capacités des élèves français en sciences et mathématiques. L'étude PISA a été mise en place pour faire état du suivi des acquis des élèves. Elle est, selon le secrétaire de l'OCDE, Angel Gurría (2016), « la référence mondiale dans le domaine de l'évaluation de la qualité, de l'équité et de l'efficacité des systèmes d'éducation ». Elle met en comparaison des évaluations d'élèves issus de 72 pays et est publiée tous les 3 ans.

A travers ces études internationales mais également à travers les différentes évaluations nationales, le constat est sans appel : le niveau en mathématiques, et notamment en numération, chez les élèves français est insuffisant. L'attrait pour les sciences a diminué entre 2006 et 2012 ainsi que l'envie d'intégrer des filières scientifiques. La performance en mathématiques des élèves a significativement baissé entre 2003 et 2012 et est restée stable depuis. Mais les évaluations faites chez des élèves de cycle 2 et de cycle 3 révèlent en fait des difficultés dès le cycle 1.

Le cycle 1 est un cycle fondamental dans l'apprentissage de la numération, bien que son importance n'ait été mise en avant qu'au cours des programmes de 2015. La véritable construction du nombre se fait chez l'enfant de moins de 6 ans et la compréhension des premiers concepts est capitale pour l'apprentissage des mathématiques en école élémentaire. Autrement dit, durant les trois années de maternelle, le rôle des séances mathématiques est de faire évoluer l'enfant vers plus d'abstraction. La notion de jeu a alors toute sa place lors de séances de mathématiques.

##### **3.1.1. Difficultés rencontrées : constat commun aux deux cycles**

Le constat est que la résolution de problèmes est une tâche complexe pour nos élèves. Ce qui importe ce n'est pas le résultat mais la procédure et le raisonnement mis en œuvre par l'élève.

Différents obstacles :

- difficultés à comprendre la notion du nombre pour les jeunes élèves,
- difficultés à résister à l'impulsion de vouloir agir, sans prendre le temps de la réflexion,
- difficultés liées au lexique et à la maîtrise de la langue française ;
- difficultés dans la compréhension de l'énoncé et dans le tri des informations, dans le traitement des informations en fonction des différentes étapes du problème (problèmes complexes avec différentes étapes), difficultés de structuration (cf. Jean Julo), difficultés à verbaliser à oraliser avec leurs propres mots pour raconter le problème ;
- difficultés à interpréter l'énoncé et à se faire une représentation mentale de celui-ci ;
- difficultés à transposer la représentation mentale en signe opératoire (tables de multiplication non apprises) ;
- difficultés à résoudre l'opération.

Notre étude portera sur trois classes.

### **3.1.2. L'étude de cas d'une classe de CM1 en milieu défavorisé**

L'expérimentation se déroulera dans une classe de CM1, en cycle 3 à l'école élémentaire Romain Rolland, située à Port-de-Bouc. L'établissement compte un effectif important d'élèves répartis dans 17 classes. L'équipe enseignante est stable. Les élèves évoluent dans un contexte socio-économique défavorisé, et l'école est située en réseau d'éducation prioritaire.

La classe est composée de 26 élèves dont 13 garçons et 13 filles. Le constat général est que plus d'un tiers des élèves de la classe éprouve des difficultés en mathématiques, dans la résolution de problèmes. En effet, ils rencontrent des difficultés à comprendre l'énoncé d'un problème, à se représenter mentalement les situations, à raisonner en construisant une démarche et à en déduire le symbole mathématique adéquat pour résoudre le problème.

### **3.1.3. L'étude de cas d'une classe de CM1 en milieu favorisé**

L'étude portera également dans une classe de CM1 à l'école de La Pounche, située sur la commune d'Allauch. Ce secteur est relativement favorisé. Néanmoins, il existe une mixité sociale. Cette dernière est constituée de 13 classes. L'établissement compte 340 élèves et ne fait pas partie d'un réseau d'éducation prioritaire. L'équipe enseignante est stable.

La classe compte 30 élèves dont 16 filles et 14 garçons. Il s'agit d'une classe très hétérogène avec différents niveaux allant du CE1 au CM1. Le constat général est que plus d'un tiers des élèves de la classe éprouve des difficultés en résolution de problèmes. En effet, certains élèves ont des difficultés en lecture, en compréhension et leur lexique est pauvre. Lors de la résolution de problème, ces obstacles sont un frein à la représentation mentale et donc au raisonnement afin de déduire le symbole mathématique adéquat. De plus, une partie de ces élèves manquent de confiance en eux.

### **3.1.4. L'étude de cas d'une classe de maternelle**

L'étude portera également sur une classe de maternelle. L'école est située aux Pennes Mirabeau, dans le quartier des Cadeneaux. Ce secteur est relativement favorisé, composé en partie de résidences en lotissements et de petits immeubles. Néanmoins, il existe une mixité sociale au sein de l'école. L'école est composée de 4 classes. L'équipe enseignante est stable.

La classe est composée de 5 élèves de petite section et 21 élèves de moyenne section. Le niveau attendu en numération est atteint pour 80% des élèves. Les 20% restants, ne dénombrent pas encore avec un comptage terme à terme. Lors du dénombrement, ils promènent l'index sur les objets à compter tout en récitant la comptine numérique. Ils n'ont pas encore acquis la notion : à un objet correspond la quantité 1 et « tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente<sup>10</sup> ».

---

<sup>10</sup> Bulletin officiel spécial n°2 du 26 mars 2015.

### **3.2. La méthode de recherche retenue**

La méthode de recherche retenue est la méthode clinique. Cette méthode permet de mettre en avant la singularité des individus en mettant l'accent sur leur parcours de vie, leur façon de comprendre le monde et leur relation aux autres. Dans la clinique des cas, l'approche est qualitative : ce n'est pas le nombre de sujets rencontrés qui fait la qualité de la recherche. Le chercheur doit rester attentif à ce qui déborde des attendus théoriques. L'écoute de la parole et le langage non verbal du sujet est important. Cette méthode consiste à construire une question de recherche et à la mettre à l'épreuve en construisant une expérimentation sur un groupe d'individus en particulier. A l'issue de l'expérience, le résultat permet de confirmer ou d'infirmier la véracité de la question de départ.

Notre problématique de départ est la suivante : « Comment faire entrer les élèves dans la résolution de problème par la manipulation ? »

Celle-ci permettra de se focaliser sur un échantillon d'élèves en difficultés que nous avons choisi en fonction de nos classes respectives.

Notre question de recherche est donc la suivante : la manipulation permet-elle aux élèves de s'approprier un problème et de le résoudre ?

Le dispositif envisagé sera présenté ci-dessous.

## **4. Méthodologie**

### **4.1. Présentation et mise en œuvre du dispositif en moyenne section**

Afin de faire évoluer la capacité des élèves en matière de résolution de problèmes, nous avons mis en œuvre 5 situations différentes, toutes basées sur le jeu. Les problèmes sont analogues : aller chercher le nombre d'objets correspondant à une quantité, créer une collection en ayant au préalable dénombré les objets nécessaires. L'objectif est similaire mais les contextes sont différents pour donner envie à l'enfant de rentrer dans la résolution de ce problème et de gagner le jeu. Le dispositif mis en place en moyenne section est donc expliqué dans le tableau suivant.

<b>Découvrir les nombres et leurs utilisations</b>	<b>Numération</b>	<b>6 séances</b>	<b>MS</b>
--	-------------------	------------------	-----------

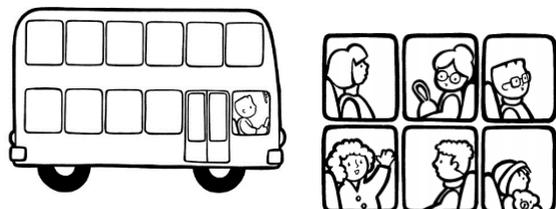
Objectifs :

- Évaluer et comparer des collections d'objets avec des procédures numériques ou non numériques.
- Réaliser une collection dont le cardinal est donné. Utiliser le dénombrement pour comparer deux quantités, pour constituer une collection d'une taille donnée ou pour réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée.
- Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales. Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix.
- Mobiliser des symboles analogiques, verbaux ou écrits, conventionnels ou non conventionnels pour communiquer des informations orales et écrites sur une quantité.

Numéro de la séance	Titre de la séance	Durée	Modalités de travail	Matériel
1	<b>Le bus</b> (évaluation diagnostique)	25 min	Groupe de 4	<ul style="list-style-type: none"> <li>• un bus plastifié avec 10 places vides par élève</li> <li>• une barquette par élève</li> <li>• des images plastifiées de passagers étalées sur un plateau</li> </ul>
<p><u>But :</u> aller chercher le nombre exact de passagers pour remplir les places vides du bus</p> <p><u>Déroulement :</u> Un bus est présenté devant chaque élève, l'enseignant positionne quelques passagers pour diminuer la difficulté, à faire varier selon le niveau et l'évolution de la situation. Il reste donc des places vides.</p> <p>L'élève a dans ses mains une barquette. Des petites images de passagers sont positionnées sur une table, à distance de la</p>				

table de travail.

A l'aide de la barquette, l'élève doit aller chercher le nombre exact de passagers afin que le bus soit complet et qu'il puisse partir de l'arrêt.



### 1. présentation de la situation problème

PE : « Voici le bus qui va nous permettre de nous rendre à la sortie scolaire. Qu'il y a-t-il dans ce bus ? »

E : « Des fenêtres, des places, un conducteur... »

PE : « Pour que ce bus puisse partir de l'école, il faut que toutes les places soient occupées. »

Des passagers sont disposés au centre de la table. PE invite les élèves à combler les places vides.

### 2. problématisation

Les passagers sont retirés sauf quelques-uns.

PE : « Avec votre barquette, vous devez aller chercher juste ce qu'il faut de passagers pour que le bus soit rempli. Vous ne pouvez faire qu'un seul voyage. Attention, il ne faut pas que des passagers se retrouvent sur le trottoir ! »

### 3. recherche

Les élèves regardent les places vides de leur bus et partent à tour de rôle chercher des passagers dans leur barquette. Ils prélèvent une certaine quantité de passagers. Puis, retournent devant le bus et placent les passagers.

	<p>Trois cas sont observés : Le bus est plein et il ne reste pas de passagers, il y a trop de passagers, il n'y a pas assez de passagers et donc des places vides.</p> <p>4. mise en commun, échange et confrontation</p> <p>Lorsque tous les élèves ont placé leurs passagers, l'enseignant procède à un tour de table et chacun constate si les critères de réussite ont été atteints.</p> <p>PE : « Est ce que vos bus sont prêts à partir ? Reste-t-il des passagers sur le trottoir ? Reste-t-il des places vides ? »</p> <p>Cette vérification se fait rapidement et les élèves constatent vite leur réussite ou leur « échec » : il me reste des passagers ou des places vides.</p> <p><i>L'enseignant note les procédures utilisées par les 2 élèves de l'expérimentation.</i></p> <p>5. conceptualisation (pour un enseignement explicite)</p> <p>L'enseignant réalise le travail, sans commenter ce qu'il fait :</p> <p>Il compte le nombre de places vides en plaçant un doigt sur chaque case et en dénombrant à voix haute. Puis il fait état du nombre de places : « il y a 6 places vides dans mon bus » en montrant 6 doigts. Il se lève, se place à côté du plateau puis tout en prélevant les passagers, il compte : 1, 2, 3, 4, 5, 6 : « j'ai 6 passagers dans ma barquette ». Il retourne devant le bus et compte à nouveau en plaçant les passagers sous le bus, sur le trottoir. Puis en comptant, il les place un par un sur les cases vides.</p>			
2	<p><b>Les piquants des hérissons</b> (inspiré par de Vers les Maths, éditions Access)</p>	25 min	Groupe de 4	<ul style="list-style-type: none"> <li>• un hérisson en pâte à modeler par élève avec 5 trous</li> <li>• des piquants (bois, pailles)</li> </ul>

But : Prendre le nombre exact de piquants pour constituer une collection de 5.

Déroulement :

**Phase 1** :

1. Présentation de la situation problème

PE distribue un hérisson à chaque élève. Une réserve de piquants est placée au milieu de la table.

2. problématisation

PE : « Voici vos hérissons, ils ont perdu tous leurs piquants ! Vous allez leur redonner leurs piquants. Vous pouvez prendre des piquants pour les placer sur votre hérisson. »

3. recherche

Chaque élève prend des piquants et les place dans les trous sur leur hérisson. Certains se retrouvent avec des piquants en trop. D'autres doivent aller chercher plusieurs fois dans la réserve.

4. mise en commun, échange et confrontation

PE : « Est ce que tous vos hérissons ont retrouvé leurs piquants ? »

Les élèves regardent leur hérisson puis celui des autres. Ils constatent s'il reste des trous vides ou si tous les trous sont occupés.

5. conceptualisation

	<p>PE compte les piquants de son hérisson en pointant chaque piquant avec le doigt : « 1, 2, 3, 4, 5. 5 piquants. Est-ce que tous vos hérissons ont 5 piquants ? »</p> <p>Les élèves comptent et donnent le nombre de la collection : 5.</p> <p><i>Difficultés rencontrées : compter le nombre de trous et sélectionner le nombre exact de piquants.</i></p> <p><b>Phase 2 :</b></p> <p>Le problème est identique à la phase 1 mais avec des formes différentes de décomposition de 5.</p> <p>PE retire des piquants sur chaque hérisson : entre 2 et 4 selon le niveau de complexité et place la réserve de piquants au centre de la table.</p> <p>« Combien faut-il que votre hérisson possède de piquants ? » Réponse attendue : 5.</p> <p>« Vous allez réfléchir au nombre de piquants qu'il manque sur votre hérisson et vous allez les prendre dans la réserve. S'il vous reste des piquants, vous les placez à côté de votre hérisson »</p> <p>Les élèves prennent un certain nombre de piquants et les placent.</p> <p>Chacun regarde s'il lui reste des piquants ou s'il reste des trous vides.</p> <p><b>Phase 3 :</b></p> <p>Le problème est identique à la phase 2 mais la réserve se trouve à distance de la table de travail.</p> <p><i>Difficultés rencontrées : garder en mémoire la quantité durant le trajet.</i></p>			
3	<p><b>Les bouchons et les bouteilles</b></p>	20 min	Groupe de 4	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 7 bouteilles</li> <li>• 8 bouchons</li> <li>• 2 caisses</li> </ul>
<p><u>But</u> : anticiper le résultat d'une comparaison de 7 bouteilles et 8 bouchons séparés. Sans déplacer ni les bouteilles ni les</p>				

bouchons, l'enfant doit anticiper le résultat de la correspondance terme à terme.

Déroulement :

1. présentation de la situation problème

PE : « Nous avons des bouteilles dans une boîte et des bouchons dans une autre boîte. »

Les élèves découvrent le matériel et vissent les bouchons sur les bouteilles. Le nombre de bouteille est supérieur au nombre de bouchons.

Rapidement, les élèves remarquent qu'il manque un bouchon pour fermer la dernière bouteille. Puis l'enseignant retire deux bouteilles, les élèves se rendent compte qu'il y a trop de bouchons.

2. problématisation

Les bouteilles sont maintenant à distance des bouchons. Les élèves doivent savoir s'il y aura un bouchon pour chaque bouteille

3. recherche

Les élèves vont regarder les bouteilles dans une caisse, les comptent et mémorisent la quantité.

Puis ils vont dans la caisse des bouteilles et effectuent le comptage.

Si la collection des bouchons est supérieure à la collection de bouteilles alors il y a trop de bouchons.

4. mise en commun, échange et confrontation

Chaque élève donne son avis : il y a trop de bouchons, pas assez ou suffisamment pour boucher toutes les bouteilles et explique sa procédure. Il s'agit de comparer deux nombres : la plus grande collection est celle où le comptage va le plus loin.

	<p>Une autre manière de valider son résultat est la décomposition du nombre le plus grand (8 bouchons, c'est 7 bouchons, pareil que le nombre de bouteilles, et encore 1 bouchon tout seul)</p> <p>5. vérification du résultat</p> <p>Les bouchons sont rapprochés des bouteilles et les élèves visent les bouchons.</p> <p><i>Difficultés rencontrées : un mauvais comptage des bouchons ou des bouteilles. La mémorisation des deux quantités simultanément. La comparaison des deux quantités (plus ou moins).</i></p>			
4	<p><b>Les coccinelles</b> (extrait de Vers les Maths, éditions Access)</p>	20 min	Groupe de 4	<ul style="list-style-type: none"> <li>• des petites cartes avec des coccinelles et un nombre de points variable</li> <li>• des pions noirs dans une barquette</li> <li>• une barquette par élève</li> </ul>
	<p><u>But</u> : aller chercher le bon nombre de points pour chaque coccinelle</p> <p><u>Déroulement</u> :</p> <p>1. présentation de la situation problème</p> <p>Une carte coccinelle est distribuée à chaque élève. Des pions sont dans une boîte réserve sur la table. Les élèves placent les pions sur les cartes pour que chaque point de coccinelle soit recouvert.</p> <p>2. problématisation</p> <p>Les cartes sont maintenant au centre de la table, face cachée.</p> <p>Chaque élève pioche une carte coccinelle au centre de la table et la pose devant lui.</p>			

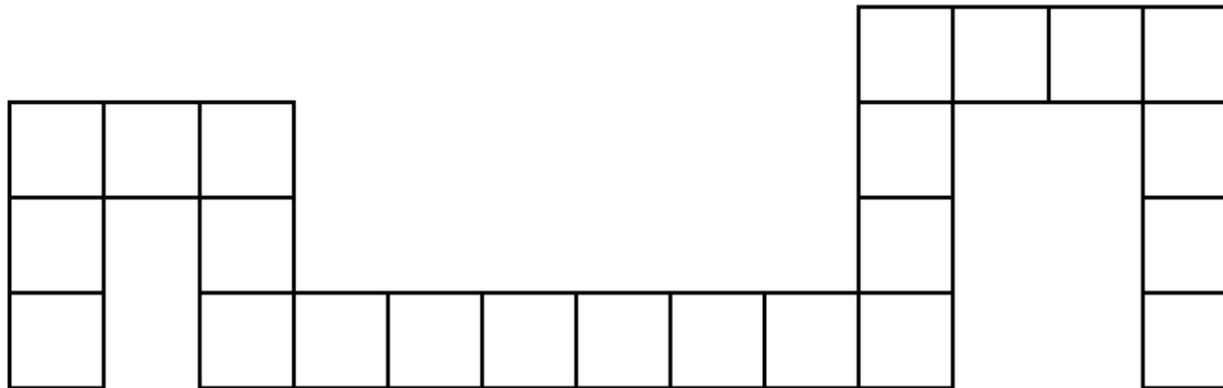
	<p>Il doit prélever dans la réserve autant de pions que sa coccinelle a de points et les disposer dans sa barquette.</p> <p>3. recherche Les pions sont prélevés et placés à côté de la carte pour une vérification. Lorsque l'élève est sûr de lui, il les pose alors sur la carte coccinelle. Si tous les points sont recouverts et que l'élève n'a plus de pions dans sa barquette alors la carte est gagnée.</p> <p>4. mise en commun, échange et confrontation Chaque élève compare son paquet de cartes gagnés et explique sa manière de procéder. Pour l'élève qui a appliqué la méthode experte par comptage et mémorisation de la quantité globale, la pile de cartes est normalement plus importante. Cela lui permet d'expliquer avec son vocabulaire sa façon de procéder.</p> <p>5. conceptualisation L'élève « expert » ou le professeur procède à l'explication de la procédure experte : réciter la comptine numérique en associant un point à un nombre et garder en tête le résultat final : 6 points. Puis il effectue de la même manière la collecte des pions à chaque fois qu'il en pose un dans sa barquette.</p>			
5	<p><b>Le chemin des couleurs</b> (extrait de la Méthode Heuristique Cycle 1)</p>	25 min	2 groupes de 2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• un chemin vierge</li> <li>• des cartes commandes (avec des nombres de cases différents)</li> <li>• des réglettes de couleur avec nombre de case différent</li> <li>• des barquettes</li> </ul>
<p><u>But</u> : recouvrir le chemin sans que les réglettes ne se superposent</p>				

Déroulement :

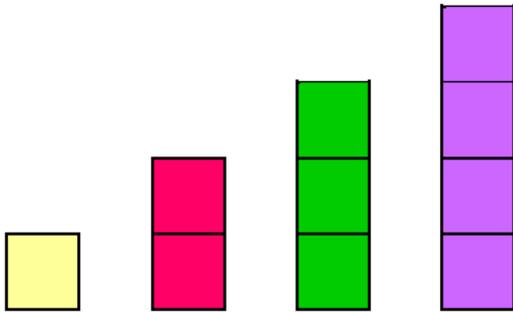
**Phase 1 :**

1. présentation de la situation problème

Un chemin vierge est présenté aux élèves :



PE : « ce chemin doit être entièrement couvert avec les réglettes de couleur :



Mais attention, elles ne doivent pas se superposer (aller l'une sur l'autre) et elles ne doivent pas dépasser du chemin ! »

## 2. problématisation

Un stock de réglettes est disposé sur un plateau à distance de la table de travail.

PE : « Vous allez aller chercher les réglettes qu'il vous faut pour que tout le chemin soit recouvert, qu'elles ne soient pas superposées et qu'elles ne dépassent pas. »

## 3. recherche

Les élèves évaluent le nombre de réglettes nécessaires, vont les chercher en effectuant plusieurs voyages et viennent les disposer pour recouvrir les cases du chemin vierge.

4.échange et confrontation

PE : « Est ce que toutes les cases sont recouvertes ? Est-ce que les réglettes ne dépassent pas et ne se superposent pas ? »

5. conceptualisation

Pour éviter de prendre uniquement des réglettes de 1 case, il faut compter les cases des barres droites.

**Phase 2 :**

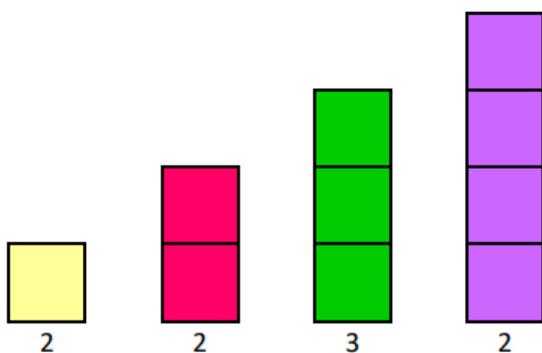
1. présentation de la situation problème

Identique à la phase 1

2. problématisation

PE : « cette fois ci, je vous ai préparé la commande. Avec toutes ces réglettes, vous allez pouvoir recouvrir tout le chemin. Il vous faut donc 2 réglettes beiges (PE montre 2 doigts), 2 réglettes roses, 3 réglettes vertes et 2 réglettes violettes. »

**CARTE COMMANDE (entraînement) :**



	<p>3. recherche</p> <p>En groupe, les élèves prennent la carte commande et vont remplir leur barquette avec les réglettes demandées.</p> <p>4. mise en commun, échange et confrontation.</p> <p>Les deux groupes exposent les cartes qu'ils sont allés chercher grâce à la commande et comparent leurs deux collections. On vérifie les quantités en mettant chaque paquet de réglettes devant la carte commande.</p> <p>Puis, ils placent leurs réglettes sur le chemin et on regarde ensemble si les règles de départ sont respectées (superposition, dépassement).</p> <p>5. conceptualisation</p> <p>« Pour aller chercher le nombre exact de réglettes, je dois regarder le nombre écrit sous la réglette et je dois mettre autant de réglettes de cette couleur que le nombre écrit. »</p> <p><b>Phase 3 :</b></p> <p>Identique à la phase 2 avec un chemin composé de 34 cases et de réglettes allant jusqu'à 10 cases.</p>			
6	Le bus (évaluation finale)	20 min	2 élèves (pour bien étudier les procédures)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• un bus plastifié avec 10 places vides et un conducteur</li> <li>• une barquette</li> <li>• des images plastifiées de passagers étalées sur un plateau</li> </ul>
La situation du bus est proposée de nouveau aux élèves.				

Durant les différentes situations de cette séquence, ils ont appris :

- à dénombrer les objets manquants
- à se souvenir de la quantité
- à aller chercher à distance, les objets nécessaires
- à vérifier leur résultat en plaçant les objets

*L'enseignant note les procédures utilisées par les 2 élèves de l'expérimentation.*

## 4.2. Présentation et mise en œuvre du dispositif en CM1

Afin d'apporter une réponse à notre problématique et de vérifier la véracité de notre question de recherche, nous avons mis en place un dispositif où nous avons proposé aux élèves choisis une séquence de cinq séances comprenant une évaluation diagnostique, trois séances d'apprentissage qui permettront de travailler sur les trois problèmes de l'évaluation diagnostique et une évaluation sommative.

La séquence mise en place se décline selon le plan suivant :

PLAN DE LA SEQUENCE				
Séance N°	Durée	Objectifs	Nature de la séance	Outils / Matériel
1	20 min	Évaluation diagnostique : résoudre des problèmes	Évaluation diagnostique	
2	35 min	Être capable de résoudre un problème de type additif	Séance d'apprentissage	- Manipulation (billes) - Schématisation - Construction d'un lexique, de sous-mains, et d'affichages
3	35 min	Être capable de résoudre un problème de type multiplicatif	Séance d'apprentissage	- Manipulation (fauteuils de cinéma) - Schématisation - Construction d'un lexique, de sous-mains, et d'affichages
4	35 min	Être capable de résoudre un problème de division	Séance d'apprentissage	- Manipulation (tulipes) - Schématisation - Construction d'un lexique, de sous-mains, et d'affichages

5	20 min	Evaluation sommativ e : résoudre des problèmes	Evaluation sommativ e	
---	-----------	---	--------------------------	--

#### 4.2.1. L'évaluation diagnostique

L'évaluation diagnostique mise en place en CM1 a été commune aux deux classes (cf. évaluation de deux élèves en annexe 3). Elle a été distribuée aux deux classes afin de pouvoir déterminer les élèves qui seraient soumis à l'expérimentation. Nous avons décidé d'opter pour des problèmes faisant appel à des objets communs pour les élèves, qui font partie de leur environnement, de leur vie quotidienne (fauteuil de cinéma, billes, fleurs) pour susciter leur intérêt et faciliter leur représentation mentale. Ils ne présentent à priori pas de difficulté de lexique. Il s'agit d'une évaluation comportant trois problèmes mathématiques de différentes catégories :

- le premier problème est un exercice de type additif (addition et soustraction) à double tâche sur le modèle de la composition de transformation ;
- le deuxième problème est un exercice de type multiplicatif qui relève de l'addition répétée ;
- le troisième problème fait appel à la division quotient.

Les élèves ont 25 minutes pour résoudre les problèmes de manière autonome sans l'aide de la calculatrice. L'évaluation présente une case schéma, une case calcul et enfin une ligne permettant à l'élève d'écrire la phrase réponse.

## **Énoncé des trois problèmes proposés aux élèves**

### **Problème n°1 : Les billes**

Sophie a 76 billes en arrivant à l'école à 8h30. Elle en perd 29 à la récréation de 10 h00 et en gagne 28 à 15h00. Combien de billes a-t-elle le soir à 16h30 quand elle quitte l'école ?

### **Problème n° 2 : Le cinéma**

Dans une salle de cinéma, il y a 11 rangées de 24 places chacune. Combien de places y-a-t-il dans la salle ?

### **Problème n°3 : Le bouquet**

Lucas a cueilli 24 tulipes et il a fait 3 bouquets identiques. Combien y-a-t-il de fleurs dans chaque bouquet ?

#### **4.2.2. Les séances d'apprentissage**

Chaque séance d'apprentissage qui suivra permettra de travailler sur un problème issu de l'évaluation diagnostique. Durant ces séances, le professeur des écoles guidera les élèves dans la démarche de résolution de problèmes. Il listera avec les élèves les six étapes nécessaires afin de résoudre un problème. Pour chaque séance d'apprentissage et donc pour chaque problème, la démarche à suivre est identique. Elle se décline en six étapes avec des objectifs bien précis. Les élèves disposent du problème en support papier mais le professeur des écoles (PE) l'écrira également au tableau. Les élèves ont à disposition une ardoise et le matériel pour écrire et effacer.

Ces trois séances, de 45 minutes chacune, consisteront à reprendre les six étapes explicitées et coconstruites en première séance en ayant recours à la verbalisation et à la manipulation.

Le professeur des écoles dispose d'une grille d'observation qu'il complètera à chaque séance de manière individuelle, pour chaque élève, afin de connaître quelles sont les étapes qui sont un frein à la résolution de problèmes.

## PROTOCOLE A SUIVRE LORS DES 3 SEANCES D'APPRENTISSAGE

Matériel pour le PE : Affiches, feutres, matériel de manipulation, grille d'observation				Durée totale : 45 min
Matériel pour l'élève : feuille, stylo, ardoise, dictionnaire				
	Du côté des élèves			Du côté du PE
Durée	Objectifs	Tâches	Modalités	Gestes professionnels
5 min	Lire l'énoncé	<p><b><u>Phase 1 : Lecture de l'énoncé.</u></b></p> <p>ECOLE 1 (Romain Rolland) : Première lecture individuelle de l'énoncé du problème par les élèves puis lecture par le professeur</p> <p>ECOLE 2 (La Pounche) : Lecture de l'énoncé par le professeur des écoles pour décharger les élèves et éviter la surcharge cognitive (difficultés de lecture)</p>	Individuel ET/OU collectif	En amont de la lecture, le PE présente une affiche explicitant les étapes de la résolution de problème qu'il explicitera au fur et à mesure des étapes.
5 min	Expliciter le lexique	<p><b><u>Phase 2 : Explicitation du lexique.</u></b></p> <p>Le PE demande aux élèves s'il y a des mots qui ne sont pas compris.</p> <p>ECOLE 1 : Question du PE : Que faut-il faire quand on ne comprend pas un mot ?</p> <p>Réponse attendue : On cherche la définition dans le dictionnaire.</p> <p>Les élèves recherchent le vocabulaire inconnu dans leur</p>	Collectif	Le PE vérifie que le vocabulaire soit compris. Le vocabulaire ne doit pas être un frein à la résolution de problème.

		<p>dictionnaire.</p> <p>ECOLE 2 : Si certains mots ne sont pas compris, les élèves connaissant le mot l'expliquent aux camarades. Dans le cas contraire, le PE l'explique en contextualisant.</p>		
10 min	Verbaliser le problème avec ses propres mots et échanger avec les autres élèves.	<p><b><u>Phase 3 : Représentation mentale du problème.</u></b></p> <p>Le PE a fermé le tableau et les élèves ont retourné leur feuille. L'élève ferme les yeux et écoute attentivement la lecture de l'énoncé.</p> <p>Question : Raconte-nous l'histoire.</p> <p>Les élèves, à tour de rôle, verbalisent le problème, infirment ou confirment les explications des autres. Le PE laisse les élèves échanger.</p>	Collectif	<p>Le PE laisse les élèves échanger mais les guide dans leur compréhension.</p> <p><b>Cette étape est primordiale. Tant que l'élève n'arrive pas à se représenter le problème, il ne peut pas passer à l'étape suivante. Il doit retourner à la lecture de l'énoncé.</b></p>
5 min	Renforcer l'appropriation du problème pour les	<p><b><u>Phase 4 : Compréhension des données du problème.</u></b></p> <p>Le PE interroge les élèves sur ce que l'on cherche et sur les données du problème.</p>	Collectif	Le PE guide l'échange et fait attention à ce que les élèves justifient

	élèves en difficulté.	<p>Question : A quelle question doit-on répondre ? Soulignez la question en rouge</p> <p>Réponse attendue : Les élèves relisent la question et l'expliquent avec leurs propres mots.</p> <p>Question : De quelles données a-t-on besoin pour résoudre le problème ? Existe-t-il des données que l'on n'utilisera pas ? Entourez les données que l'on doit utiliser.</p> <p>Question : A quoi correspond le chiffre ... ?</p> <p>Les élèves doivent répondre aux questions et justifier obligatoirement leur réponse en s'appuyant sur le texte.</p>		toujours leur réponse.
10 min	Manipuler des outils afin de se représenter le problème.	<p><b><u>Phase 5 : Phase de manipulation et/ou schématisation.</u></b></p> <p>Chacun à leur manière, les élèves devront mettre en situation le problème par la manipulation et/ou la schématisation.</p> <p>Ils mettront en avant les outils dont ils auront besoin et pourront s'en servir. Puis mise en commun.</p>	Individuel puis collectif	Le PE mettra à disposition des élèves divers outils dont ils pourraient se servir pour la manipulation.
10 min	Rechercher le signe opératoire et résoudre le	<p><b><u>Phase 6 : Recherche du signe opératoire et résolution du problème.</u></b></p> <p>Les élèves verbalisent pour trouver le signe opératoire. Ils</p>	Collectif	Le PE guide les élèves et les aide à oraliser. Il prend soin de leur faire

	<p>problème en posant le calcul et en faisant une phrase réponse.</p>	<p>ont recours à l'énoncé pour trouver les mots inducteurs et la place de l'inconnu.</p> <p>Puis les élèves résolvent le problème et mettent en commun leur réponses. Les élèves doivent valider leur résultat par le calcul et par le retour à la manipulation ou le schéma.</p> <p>Enfin, ils soumettent une phrase réponse.</p>		<p>justifier chacune de leur réponse. Il note les mots inducteurs sur un affichage et en demande d'autres, déjà rencontré, pour étoffer l'affichage.</p>
--	---	--	--	--

Durant la phase 6, le but est de placer les élèves dans un schéma réflexif face au choix opératoire et de mettre en œuvre une démarche de raisonnement. Dans cette étape, le résultat n'est donc pas une priorité. L'objectif pour le PE est de guider les élèves dans la construction des affichages : affichage sur les différentes étapes de résolution de problèmes, affichage sur le lexique qui renvoie au signe opératoire, affichage sur les types de schématisation que l'on peut utiliser selon le problème.

Lors des trois séances d'apprentissage et afin d'observer les critères de réussites des élèves, nous avons mis en place une grille d'observation en lien avec les six étapes du protocole pour évaluer les différentes étapes du raisonnement des élèves. Afin de créer cette grille, nous nous sommes inspirées des différents auteurs cités précédemment (J. Julo, G. Charpak, M. Montessori et B-M. Bart).

La grille d'observation se présente sous la forme suivante et sera complétée pour chaque élève et chaque problème.

Grille d'observation pour le professeur des écoles

Nom de l'élève :

N° du problème :

CRITERES DE REUSSITES	OUI	NON
L'élève est capable de <b>comprendre</b> l'énoncé.		
L'élève est capable de <b>se représenter mentalement</b> l'énoncé et de le <b>verbaliser</b>		
L'élève est capable de <b>manipuler</b> .		
L'élève est capable de <b>schématiser</b> l'énoncé.		
L'élève est capable de <b>trouver le bon signe opératoire</b> .		
L'élève est capable de <b>résoudre le calcul</b> et de faire une <b>phrase réponse</b> .		

#### 4.2.3. L'évaluation sommative

L'évaluation sommative reprendra les trois types de problèmes précités afin d'analyser l'évolution des élèves. Cependant, les données (variables didactiques)

seront différentes pour tester la capacité d'abstraction des élèves. Cette évaluation durera 40 minutes. L'objectif est de vérifier si les élèves, sans le recours à la manipulation, sont capables de résoudre ces problèmes.

Les énoncés des problèmes sont lus par le professeur des écoles et sont expliqués en amont.

#### **Énoncé des trois problèmes proposés aux élèves**

##### **Problème n° 1 : Le Vol New-York / Rome.**

Un avion part de New York à destination de Rome. Il fait un arrêt à Paris. 279 passagers montent à New York. A Paris, 46 passagers descendent et 21 montent. Combien de passagers descendent à Rome ?

##### **Problème n°2 : Les roses.**

La fleuriste vend des bouquets de roses. Dans chaque bouquet, il y a 5 roses. Fanny achète 3 bouquets. Combien a-t-elle de roses ?

##### **Problèmes n°3 : Les équipes.**

Dans la classe de Mme Durand, il y a 24 élèves. Elle leur demande de former des équipes de 4. Combien d'équipes de 4 les élèves pourront-ils former ?

#### **4.2.4. Les séances décrochées et le rituel**

En séances décrochées, en classe entière, nous réinvestissons la méthodologie utilisée en ayant recours au même type de problèmes mais en faisant jouer une variable didactique (grandeur des nombres, contexte, ...). Durant ces séances décrochées, les élèves ne pourront plus passer par la manipulation pour résoudre le problème. Ils auront à disposition leur sous-mains et les affichages. L'objectif final étant d'automatiser la résolution de problèmes et de pouvoir transposer cet apprentissage dans différentes situations.

### Exemples d'exercices en séances décrochées

#### **Problème 1 :**

Sophie joue aux billes avec ses amies à la récréation de 10h00 et de 15h00. Elle a 120 billes le matin en arrivant à l'école. Elle en perd 32 à la récréation de 10h00 et en gagne 64 l'après-midi. Combien a-t-elle de billes en quittant l'école ?

#### **Problème 2 :**

John doit parcourir 62 km en vélo. Il en a fait 27 avant manger, 17 après manger. Combien lui reste-t-il de km à parcourir ?

#### **Problème 3 :**

Dans un stade, il y a 425 rangées de 82 places chacune. Combien y a-t-il de places dans le stade ?

Quant au calcul mental, il repose sur la compréhension de la notion du nombre, le principe de la numération de position et les propriétés des opérations.

Les rituels de calcul mental permettent d'automatiser des procédures. C'est pour cela qu'il est important de lier le calcul mental et la résolution de problèmes.

Tous les matins, en activité ritualisée, nous proposons depuis le début de l'année à nos élèves le rituel « Le compte est bon ».

« Le compte est bon » est un rituel de calcul rapide (cf. fiche de préparation en annexe 2) qui demande aux élèves de trouver le bon résultat en utilisant l'addition, la soustraction, la multiplication. Pour cela, ils doivent utiliser les chiffres donnés mais ils ne sont pas obligés de tous les utiliser. De plus, ils ne peuvent les utiliser qu'une seule fois.

Ce rituel permet de travailler les tables de multiplication, d'automatiser le calcul, de mettre en jeu et de verbaliser des procédures et de s'entraîner au calcul rapide.

#### **4.2.5. Le matériel de manipulation**

Afin d'aider les élèves lors de la phase de manipulation, nous avons anticipé leurs besoins et préparé, en amont des séances, le matériel nécessaire que nous avons répertorié ci-dessous : des images de fauteuils de cinéma et de tulipes plastifiées,

des billes et le jeu Problemo. Nous avons également créé avec nos élèves des affichages sur les différentes étapes de résolution de problèmes ainsi que sur le lexique présent dans les problèmes. Nous les avons réunis, avec la table de Pythagore et le schéma étudié, sur une feuille A4 afin de leur fournir un sous-main.

**AIDE POUR LA RESOLUTION DE PROBLEMES**

**Pour résoudre un problème**

- 1 - Je lis l'énoncé
- 2 - Je me représente mentalement le problème
- 3 - Je me raconte le problème et je me demande ce que je cherche
- 4 - Si je n'y arrive pas, je retiens le problème
- 5 - Je surligne les données utiles et je repère les mots clefs
- 6 - Je fais un schéma
- 7 - Je pense le calcul et je vérifie
- 8 - J'écris la phrase

**Table de Pythagore**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

**LEXIQUE**

**Additions**

- On ajoute
- On met en plus
- Et ... et ...
- On donne
- On augmente
- On gagne
- On avance
- On monte
- On réunit
- Combien ... en tout ?**

**Soustractions**

- On enlève
- On retranche
- On prend
- On diminue
- On donne ...
- On perd ...
- On recule
- On dépense
- On descend
- Combien reste-t-il ?**

**Multiplications**

- On prend plusieurs fois la même chose
- On cherche combien de fois...est dans ...**

**Divisions**

- Combien de groupes, d'ensemble
- On partage
- On sépare
- On distribue

**Schéma Additions / Soustractions**



## 5. Résultats et analyse de la recherche

### 5.1. Les résultats et analyses en moyenne section

Nous avons choisi deux élèves pour expérimenter la séquence et étudier les procédures utilisées. Ces deux élèves présentent des difficultés dans plusieurs

domaines. Leurs compétences ne sont pas stabilisées et les procédures employées sont difficiles à percevoir. La particularité de l'école maternelle est que l'essentiel des apprentissages se fait à travers la manipulation. Nous avons donc peu de traces écrites à analyser. L'analyse se fera uniquement sur l'observation visuelle et la communication orale avec les élèves concernés.

Profil de l'élève observé :

Garçon (on le nommera L.)

Moyenne section de maternelle (né en août)

Nature assez sensible, émotif. Bonne participation orale en groupe.

Ecriture et graphisme peu précis

Difficultés en coloriage, difficultés dans la tenue du stylo.

Dénombrement incertain.

Capacités de concentration limitées.

Numéro de la séance	Séance	Observation du comportement de l'élève
1	Le bus	L. ne compte pas le nombre de places disponibles mais cherche à remplir le bus rapidement. L. va chercher un grand nombre de passagers, pour en avoir le plus possible. Il se rend compte de son erreur lorsqu'il tente de les mettre dans les cases. Mais ne semble pas comprendre néanmoins comment parvenir au bon résultat.
2	Les hérissons	L. dénombre correctement les trous laissés vides mais prélève les piquants un par un. A des difficultés à constituer une collection équivalente. Lorsque le stock de piquants est à distance, il retourne plusieurs fois pour en chercher de nouveau.
3	Les bouchons et les bouteilles	L. passe d'une caisse à l'autre en essayant d'estimer la quantité mais sans dénombrer. Puis, il compte le nombre de bouteilles mais ne mémorise pas la quantité finale. Lorsqu'il va compter les bouchons, il a oublié le nombre de bouteilles.

4	Les coccinelles	L. se lance rapidement dans l'activité dans prendre le temps de compter les points. La rapidité prévaut sur l'efficacité de la méthode employée. L. parvient à gagner quelques cartes sur des petites quantités (inférieures à 5). Pour la vérification des pions, il compte « 1 » en prélevant un pion dans chaque main, ce qui fausse le résultat. La proximité de la réserve et la vérification avant la pose des pions lui apportent de l'aide.
5	Le chemin des couleurs	L. a besoin de plusieurs explications pour comprendre la consigne. L. bénéficie de l'aide d'un élève ayant déjà acquis les compétences de dénombrement. Ce tutorat lui permet de comprendre la notion de commandes et il arrive par la suite à prélever le bon nombre de réglettes.
6	Le bus	Depuis la première séance, l'évaluation diagnostique, le comportement de L. a évolué. Il cherche à présent à dénombrer les places vides même s'il ne parvient pas toujours à garder en mémoire la quantité (dernier nombre prononcé). Par rapport à la séance 1, il réussit beaucoup plus souvent à compléter son bus. Ses compétences à ce sujet ne sont pas encore stabilisées.

Profil de l'élève observée :

Fille (on la nommera S.)

Moyenne section de maternelle (née en novembre)

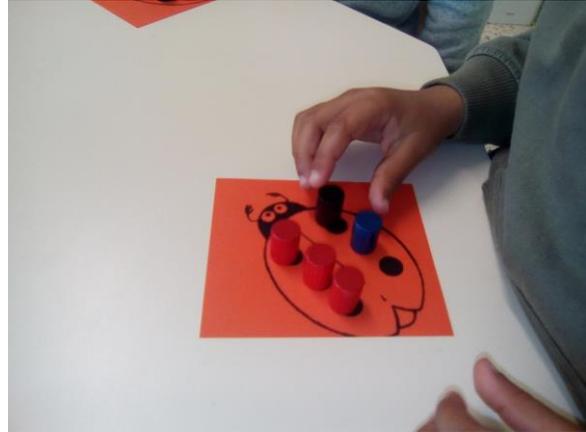
Peu mature. Pas de participation orale en groupe.

Bonne capacité de concentration mais uniquement en séances en groupe réduit.

Bonne tenue du stylo.

Peur de l'erreur.

Numéro de la séance	Séance	Observation du comportement de l'élève
1	Le bus	S. n'utilise pas le dénombrement pour connaître le nombre de places vacantes. Elle place alors les passagers mais ne se rend pas forcément compte de son erreur si des places sont vides. Elle s'empresse de se séparer des passagers qui lui restent. Il faut plusieurs tours pour qu'elle comprenne les critères de réussite.
2	Les hérissons	Sur cette activité où la quantité est faible (<à 5) et toujours la même, S. parvient à remplir le hérisson. La verbalisation n'est pas facile quant à la méthode retenue.
3	Les bouchons et les bouteilles	S. dénombre les bouteilles mais ne retient pas la quantité finale. Sous les sollicitations de l'enseignante, elle compte plusieurs fois mais arrive à des quantités différentes. Il lui est alors difficile de comparer les quantités de bouteilles et de bouchons.
4	Les coccinelles	Dans cette activité, S. se souvient de la situation du bus. Elle a compris les critères de réussite et les modalités du jeu. En revanche, les points étant dispersés sur la coccinelle, elle oublie des points ou les compte plusieurs fois. Elle réussit cependant à gagner des cartes de petites quantités. Elle arrive également à tomber sur le résultat sans que l'on visualise la procédure.
5	Le chemin des couleurs	La situation doit être simplifiée pour que le chemin soit une ligne droite. La disposition des réglettes pour constituer le chemin s'avère difficile au-delà de la notion de numération.
6	Le bus	Cette situation, qui ressemble à celle des coccinelles, à la différence près que les objets sont alignés donc plus faciles à compter, a été bien réussie par S. Le dénombrement au-delà de 6 reste difficile mais les règles du jeu et les critères de réussite sont respectés et validés dans la plupart des cas.



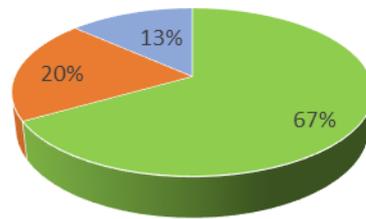
Jeu des coccinelles

## 5.2. Les résultats en analyses en CM1

### 5.2.1. Les résultats et analyses relatifs à l'évaluation diagnostique

A l'école de La Pounche, à Allauch, sur les 30 élèves, 20 élèves ont réussi les problèmes proposés. Sur les 10 élèves restants, tous ont commis des erreurs de calculs et seulement 4 élèves ont manifesté des problèmes de représentation mentale et n'ont pas réussi à résoudre les problèmes. L'expérimentation portera donc sur ces 4 élèves.

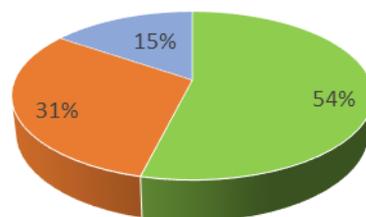
### Résultats de l'évaluation diagnostique Ecole La Pounche



- Elèves en réussite
- Elèves ayant commis des erreurs de calculs
- Elèves ayant eu des problèmes de représentation mentale

A l'école Romain Rolland de Port-de-Bouc, en milieu défavorisé, les résultats de cette évaluation ont montré que, sur les 26 élèves de la classe, 14 élèves ont réussi, 6 élèves ont commis des erreurs de calcul et 4 élèves ont manifesté des difficultés de représentation mentale. C'est donc sur ces 4 élèves que portera l'expérimentation.

### Résultats de l'évaluation diagnostique Ecole Romain Rolland



- Elèves en réussite
- Elèves ayant commis des erreurs de calculs
- Elèves ayant eu des problèmes de représentation mentale

Ces résultats nous ont permis de choisir les élèves qui bénéficieront de cette étude. Nous avons défini leurs profils dans des tableaux.

PROFILS DES ELEVES – ECOLE DE LA POUNCHE				
	Élève A	Élève B	Élève C	Élève D
PAI DYS Bilans	Bilan neuropsychologique Suivi pédopsychiatrie (motif TDAH) WISC à l'âge de 7 ans	Aucun bilan / Aucun suivi  Équipe éducative : en attente de bilan orthophoniste, pédopsychiatrie, ORL	PAI (épilepsie) Bilans : orthophoniste neurologique orthoptique Suivi par un neurologue	Bilan psychomoteur Orthophoniste Suivi orthophoniste (dysgraphie) Psychomotricien
Profils des élèves	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Manque de confiance en eux</li> <li>-Besoin de la présence de l'adulte / manque de motivation</li> <li>-Problèmes d'attention et de concentration</li> <li>-Faiblesse de mémoire de travail et vitesse de traitement</li> <li>-Peu de participation à l'oral</li> <li>- Faible lexique / déficit de compréhension écrite / difficulté en lecture</li> <li>-Problème d'abstraction</li> </ul>			
	- TDAH	Timide et réservé	Extrêmement réservé et timide Peu loquace	Nerveux Manque de motivation

Les résultats de l'évaluation diagnostique ont montré que, pour les 3 problèmes, l'élève A n'a pas effectué de schémas. Pour le problème 1, il a posé correctement les deux opérations. En revanche, une erreur de calcul a été commise lors de la soustraction ce qui a conduit à un résultat erroné. Il a fait une phrase réponse. Concernant les deux autres problèmes, cet élève ne les a pas résolus (ni schéma, ni calcul). Néanmoins, il a fait une phrase réponse avec un résultat correct. J'ai reçu l'élève afin de savoir comment il avait obtenu ce résultat. Il m'a avoué avoir demandé à sa voisine de classe la réponse au problème car il ne comprenait pas le problème.

Les résultats de l'évaluation diagnostique ont montré que l'élève B n'a pas effectué de schémas. Pour le problème 1, l'élève B a eu un raisonnement correct. En

revanche, il commet une erreur sur l'écriture mathématique et pose l'opération suivante ( $76-29+28=27$ ) ce qui l'a conduit à un résultat erroné. Il a fait une phrase réponse. Concernant la situation multiplicative et la situation de partage, l'élève a procédé à une addition dans les deux cas. Il semble que l'élève, par un contrat didactique, a procédé à trois additions concernant les trois problèmes par automatisme. Il a fait une phrase réponse.

Les résultats de l'évaluation diagnostique ont montré que l'élève C ne passe pas par la schématisation pour résoudre les problèmes. Pour le problème 1, l'élève C pose correctement les deux opérations. Le calcul est correct. La phrase réponse n'apparaît pas. Concernant le problème 2, l'élève a procédé à une addition et a écrit une phrase réponse. Le problème 3 n'a pas été résolu, non par manque de temps, mais dû à l'incompréhension de l'énoncé.

Les résultats de l'évaluation diagnostique ont montré que l'élève D n'est pas passé par le schéma dans les trois cas. Pour le problème 1, l'élève D pose correctement les deux opérations. Le calcul est correct. Concernant le problème 2, l'élève a procédé à une addition. Concernant le problème 3, l'élève a procédé à une multiplication. Dans les trois cas, la phrase réponse apparaît.

<b>PROFILS DES ELEVES – ECOLE ROMAIN ROLLAND</b>				
	<b>Elève A</b>	<b>Elève B</b>	<b>Elève C</b>	<b>Elève D</b>
PPRE PAP PAI Troubles DYS	PPRE suivi par le RASED PAP (besoin d'une AVS mais non désirée par les parents)	PAI (asthme) N'a commencé à parler qu'à l'âge de 6 ans. PAP (besoin d'une AVS mais non désirée par les parents) Bilans : dysphasique et dysorthographique Suivi par un orthophoniste	PPRE suivi par le RASED	PPRE suivi par le RASED
Profils des élèves	Manque de confiance en soi Elève motivé	Problème d'attention et de concentration Difficulté de lecture Besoin de la présence de l'adulte pour se rassurer	Manque de confiance en soi Timide et réservé	Manque de confiance en soi Difficulté de lecture et compréhension Problème d'abstraction

Les résultats de l'évaluation diagnostique ont montré que, pour le problème 1, l'élève A réalise un schéma et pose un calcul en ligne après plusieurs tentatives. Le résultat obtenu est correct. L'élève s'est appuyé sur le schéma pour trouver le résultat. Il a fait une phrase réponse. Pour le problème 2, l'élève ne trouve pas le bon signe opératoire. Il procède à une addition en ligne sans passer par un schéma. La phrase réponse apparaît avec un résultat erroné. Pour le problème 3, l'élève se trompe dans le signe opératoire et procède à une multiplication. Il ne fait pas de schéma. En revanche, il répond par une phrase réponse dont le résultat est erroné.

Les résultats de l'évaluation diagnostique ont montré que l'élève B ne passe pas par le schéma dans les trois problèmes et procède directement au calcul. Concernant le problème 1, l'élève comprend que le problème comporte deux étapes. Il fait deux calculs distincts (une soustraction puis une addition). En revanche, lors de la pose du calcul, il inverse les données et pose l'opération  $29-76$  au lieu de poser  $76-29$ . Le résultat est donc erroné. Sa phrase réponse est donc incorrecte. Concernant le problème 2, l'élève pose la bonne opération et trouve le bon résultat. Il écrit une phrase réponse correcte. Concernant le problème 3, il tente de passer par l'addition répétée pour trouver le nombre de tulipes dans chaque bouquet. Cependant, il ne prend pas en compte qu'il faut 3 bouquets. Il fait une phrase réponse dont le résultat est erroné.

Les résultats de l'évaluation diagnostique ont montré que l'élève C ne passe pas par le schéma dans les 3 problèmes et procède directement au calcul puis fait une phrase réponse. Concernant le problème 1, il comprend qu'il faut passer par deux étapes (addition et soustraction). Il sélectionne les bonnes données pour la première étape du calcul mais ne le résout pas correctement. Puis, il pose une soustraction avec une donnée inexistante. Son résultat est donc erroné. Pour les deux problèmes suivants, il ne choisit pas le bon signe opératoire et procède à une addition dans les deux cas. Ses phrases réponses prouvent que l'élève n'a pas réussi à se représenter mentalement le problème.

Les résultats de l'évaluation diagnostique ont montré que, dans les trois problèmes, l'élève ne passe pas par le schéma. Concernant le problème 1, l'élève ne trie pas les informations et ne dissocie pas la quantité de billes et les heures. Il additionne le nombre de billes et les heures ce qui manifeste une incompréhension de l'énoncé et un problème de représentation mentale. Concernant le problème 2, il fait le bon choix opératoire et pose une multiplication. En revanche, il fait une erreur de calcul ce qui le conduit à un résultat erroné. Il fait une phrase réponse. Concernant le problème 3, il ne fait pas le bon choix opératoire et pose une addition. Sa phrase réponse souligne qu'il y a une incompréhension du problème et qu'il ne comprend pas la situation de partage.

### 5.2.2. Les résultats et analyses relatifs aux séances d'apprentissage

Pour chaque école, nous avons retranscrits les résultats des élèves dans des tableaux récapitulatifs à double entrée. Dans chaque ligne, sont répertoriés les critères de réussites évalués et dans chaque colonne, les résultats par élève et par problème. Quand le critère de réussite a été validé par l'élève, le tableau comporte une croix. Dans le cas contraire, les obstacles rencontrés et les méthodes mises en œuvre pour les résoudre seront expliqués dans les commentaires qui suivent.

#### Résultats des élèves de l'école La Pounche d'Allauch

	Elève A			Elève B			Elève C			Elève D		
Les problèmes	P1	P2	P3									
L'élève est capable de <b>comprendre</b> l'énoncé.	X			X			X			X		
L'élève est capable de <b>se représenter mentalement</b> l'énoncé et de le <b>verbaliser</b>	X	X		X	X		X	X		X	X	
L'élève est capable de <b>manipuler</b> .	X	X		X	X		X	X		X	X	
L'élève est capable de <b>schématiser</b> l'énoncé.		X			X			X			X	
L'élève est capable de <b>trouver le bon signe opératoire</b> .	X			X			X	X		X		
L'élève est capable de <b>résoudre le calcul</b> et de faire une <b>phrase réponse</b> .	X						X	X		X		

### Commentaires relatifs à la séance 1 (problème 1) :

L'élève B a posé le calcul suivant en colonne :  $76 - 29 + 28 = 71$ . Son raisonnement est correct mais le résultat est erroné car l'opération posée n'est mathématiquement pas correcte.

Difficultés rencontrées : face à ce problème à double étape, l'élève a eu du mal à retranscrire la chronologie du problème en étapes de calcul. En effet, ce problème fait intervenir une étape intermédiaire.

Rôle du PE : face à cet obstacle, j'ai repris avec l'élève l'ordre chronologique du problème à l'aide d'une frise indiquant les heures. En repassant par la manipulation, l'élève a intériorisé le problème.

Lors de cette première séance, la manipulation a permis à tous les élèves de se représenter le problème et de le résoudre.

A la fin de cette séance, j'ai pris dix minutes avec les élèves pour leur lire des énoncés de problèmes additifs et soustractifs (Jeu Problemo), afin qu'ils en dégagent le bon signe opératoire (+ ou -). Nous avons au fur et à mesure co-construit une affiche lexicale avec les mots-clefs.

### Commentaires relatifs à la séance 2 (problème 2) :

Après la lecture du problème par le PE, tous les élèves se sont retrouvés face à des difficultés de lexique. Les mots « rangées », « place » et « chacune » ont été expliqués.

Afin de se représenter le problème, les élèves se sont déplacés dans la classe et ont verbalisé le nombre de rangées et de chaises.

Lors de la manipulation, les élèves ne sont pas allés jusqu'au bout de la manipulation, la tâche étant trop fastidieuse. Ils ont verbalisé qu'il y avait 24 fauteuils dans chaque rangée.

Lors de la schématisation, les élèves ont fait sur l'ardoise 11 rangées et ont écrit 24 en bout de ligne.

Au moment du choix opératoire, 3 élèves sur 4 ont effectué une addition :  $24+11=35$ .

Analyse du PE : Lors de l'étape de la manipulation et de la schématisation, j'ai commis une erreur. En effet, j'aurai dû laisser les élèves manipuler et schématiser jusqu'au bout afin qu'ils visualisent la quantité de fauteuils.

Rôle du PE : À la suite de leurs résultats, j'ai demandé aux élèves de manipuler en allant jusqu'au bout de la tâche. Je leur ai demandé de justifier et de vérifier leurs calculs de départ.

Les élèves ont commencé à compter, et à se rendre compte qu'il y en avait plus que 35. Afin de résoudre le problème, les élèves sont passés par une addition répétée  $24+24+24+24\dots$

Question du PE : Je leur ai demandé combien de fois y avait-il le nombre 24 ?  
Réponse des élèves : 11. Il y donc  $24 \times 11$ .

La difficulté dans ce problème a été de comprendre la signification du mot « fois ». En somme, les élèves, à ce stade, n'ont pas compris le sens de la multiplication. A la fin de la séance, la fiche lexicale a été complétée.

### Commentaires relatifs à la séance 3 (problème 3) :

Lors de cette troisième séance, tous les élèves ont eu de grandes difficultés à se représenter le problème. Après avoir expliqué le lexique : « bouquets », « identiques », avoir manipulé, avoir orienté les élèves par un questionnement ... Je me suis aperçue que le niveau du problème était trop élevé et que la notion de partage et de distribution leur était inconnue.

C'est pourquoi, à partir d'exemples de la vie quotidienne (gâteau d'anniversaire, bonbons ...), nous avons expliqué, mimé des situations de partage.

J'ai alors écrit le problème suivant au tableau : « Paul a 21 billes. Il donne toutes ses billes à ses 3 copains. Combien chacun va-t-il avoir de billes ? »

Les élèves ont alors manipulé les billes. Ils ont chacun joué un rôle (mise en scène). Ils ont ainsi pu, en manipulant et se mettant en scène, intellectualiser le problème et donner un résultat correct. En fin de séance, les élèves ont travaillé en groupe sur le problème qui faisait obstacle. Ils ont distribué correctement le nombre de tulipes et ont fait 3 bouquets de 8 tulipes.

A la suite de ces trois séances, j'ai fait le constat que certains élèves avaient encore des difficultés à identifier l'opération mathématique. J'ai donc fait appel à mon Conseiller Pédagogique de Circonscription pour travailler avec lui sur des problèmes additifs et soustractifs afin de consolider certains prérequis et d'automatiser les procédures. Les résultats à la suite de cette séance ont été positifs. Tous les outils créés pendant ces séances seront regroupés pour former un sous-main que les élèves auront à disposition lors de séances de problèmes.

## Résultats des élèves de l'école Romain Rolland de Port-de-Bouc

	Elève A			Elève B			Elève C			Elève D		
	P1	P2	P3									
Les problèmes												
L'élève est capable de <b>comprendre</b> l'énoncé.	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
L'élève est capable de <b>se représenter mentalement</b> l'énoncé et de le <b>verbaliser</b>	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
L'élève est capable de <b>manipuler</b> .		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
L'élève est capable de <b>schématiser</b> l'énoncé.	X	X	X		X			X			X	X
L'élève est capable de <b>trouver le bon signe opératoire</b> .	X	X		X	X		X			X	X	
L'élève est capable de <b>résoudre le calcul</b> et de faire une <b>phrase réponse</b> .				X	X							

### Commentaires relatifs à la séance 1 (problème 1) :

Durant cette séance, seul l'élève A est passé par le dessin en traçant 76 ronds symbolisant les billes. Les autres élèves ont préféré passer par la manipulation. Afin de valider leur compréhension, je leur ai demandé de schématiser le problème. Mis à part l'élève A, les autres élèves n'arrivaient pas à trouver un schéma cohérent. Je leur ai donc proposé la schématisation du problème de Vergnaud.

L'élève A a ressenti des difficultés à retranscrire la chronologie des faits en étapes de calcul. Après avoir posé  $76 - 29$ , il ne savait pas quel chiffre prendre pour rajouter 28. Pour remédier à cette difficulté, nous sommes retournés à la manipulation et à la schématisation pour comprendre ce qui restait dans le sac de billes après la première étape. Après cette seconde manipulation puis schématisation, il a pu comprendre son erreur et terminer l'exercice.

Tous les élèves ont manifesté des difficultés dans la technique opératoire de la soustraction que nous avons dû reprendre ensemble.

A la fin de cette séance, nous avons réalisé une affiche sur la schématisation des problèmes additifs et soustractifs ainsi qu'une affiche sur le lexique des problèmes additifs et soustractifs. Pour étoffer leur lexique, nous avons lu quelques énoncés de problèmes et repéré les mots clefs comme dans l'énoncé de l'exercice de cette séance.

#### Commentaires relatifs à la séance 2 (problème 2) :

Grâce à la manipulation, les élèves A, B et D ont réussi toutes les premières étapes jusqu'à trouver le bon signe opératoire : la multiplication. Ils ont donc posé la bonne opération mais n'ont pas su résoudre la multiplication à deux chiffres. Pour les élèves ayant une connaissance faible des tables de multiplication, je leur ai fourni une table de Pythagore. Pour les autres, la technique opératoire de la multiplication à deux chiffres a dû être reprise.

Seul l'élève C n'a pas réussi à trouver le bon signe opératoire malgré une manipulation correcte. Nous avons donc relu l'énoncé pour trouver le vocabulaire qui pourrait l'aider à trouver le signe opératoire adéquat. C'est dans ce but, que lors de la deuxième séance, nous avons créé un lexique basé sur le vocabulaire de la multiplication.

#### Commentaires relatifs à la séance 3 (problème 3)

Durant cette séance, de nombreuses difficultés ont émergé. Les élèves A et B ont réussi à comprendre l'énoncé, à se représenter le problème mentalement et à manipuler et/ou schématiser le problème. L'élève A est passé par la schématisation et la manipulation tandis que l'élève B n'est passé que par la manipulation. Cependant, la notion de situation de partage n'étant pas totalement acquise, les élèves n'ont pas réussi à transformer leur compréhension en signe opératoire.

Concernant les élèves C et D, ils n'ont pas réussi à comprendre le problème et à se représenter mentalement le problème. Ce n'est que grâce à la manipulation que ces deux élèves ont réussi à se représenter le problème et à comprendre qu'avec 24 tulipes, il fallait composer 3 bouquets de quantité identique.

Comme pour les élèves A et B, les élèves C et D n'ont pas réussi à transformer leur compréhension en signe opératoire. En effet, la séance s'est déroulée en début de

période 3 alors que nous n'avons pas encore abordé en classe la leçon sur la division.

Durant cette séance et afin de garder une trace de nos échanges, nous avons créé une affiche de lexique basé sur le vocabulaire de la division.

Tous les outils créés pendant ces séances seront regroupés pour former un sous-main que les élèves auront à disposition lors de séances de problèmes.

### 5.2.3. Les résultats et analyses relatifs à l'évaluation sommative

Nous avons répertorié dans un tableau récapitulatif à double entrée les résultats des élèves. Nous avons pris en compte les critères de réussites cités précédemment.

**Tableau des résultats de l'évaluation sommative des élèves de l'école  
La Pounche (Allauch)**

	Elève A			Elève B			Elève C			Elève D		
	P1	P2	P3									
Les problèmes												
L'élève est capable de <b>comprendre</b> l'énoncé.	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
L'élève est capable de <b>se représenter mentalement</b> l'énoncé et de le <b>verbaliser</b>	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
L'élève est capable de <b>schématiser</b> l'énoncé.		X	X	X	X	X			X	X		X
L'élève est capable de <b>trouver le bon signe opératoire.</b>	X	X		X	X		X	X		X	X	
L'élève est capable de <b>résoudre le calcul</b> et de faire une <b>phrase réponse.</b>	X	X	X	X	X	X		X	X		X	X

Lors de cette évaluation, et après lecture des énoncés et explication du lexique, les élèves ont ressenti le besoin de verbaliser les problèmes à tour de rôle. À la suite de cette étape (phase d'oralisation), ils ont résolu les problèmes en autonomie.

Analyse du problème n° 1 : Les élèves A et B ont réussi à résoudre le problème et à trouver le bon signe opératoire. L'élève B qui commettait des erreurs sur l'écriture mathématique a, cette fois-ci, réussi à poser deux opérations distinctes. Les élèves C et D ont commis uniquement des erreurs de calculs.

Analyse du problème n°2 : L'élève D est le seul élève à avoir posé une multiplication, les trois autres sont passés par l'addition réitérée pour trouver le résultat.

Analyse du problème n°3 : Les quatre élèves ont schématisé une situation de partage (ils ont fait des paquets de quatre élèves). C'est par cette schématisation qu'ils ont trouvé le bon résultat. Néanmoins, aucun d'entre eux n'a posé la division. Cette notion reste encore fragile.

**Tableau des résultats de l'évaluation sommative des élèves de l'école Romain Rolland de Port-de-Bouc**

	Elève A			Elève B			Elève C			Elève D		
	P1	P2	P3									
Les problèmes												
L'élève est capable de <b>comprendre</b> l'énoncé.	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
L'élève est capable de <b>schématiser</b> l'énoncé.	X		X	X		X	X		X	X		X
L'élève est capable de <b>trouver le bon signe opératoire.</b>	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	
L'élève est capable de <b>résoudre le calcul</b> et de faire une <b>phrase réponse.</b>	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	

Commentaires relatifs à l'évaluation sommative :

Concernant le problème 1, tous les élèves ont réussi le problème de la première à la dernière étape. Ils ont été capable de comprendre l'énoncé, de le schématiser, de

trouver le bon signe opératoire et de résoudre le problème. Les phrases réponse étaient correctement rédigées.

Concernant le problème 2, tous les élèves ont réussi le problème. Aucun des quatre élèves n'a ressenti le besoin de passer par la schématisation étant donné la valeur des nombres (3 et 5). Aucun élève n'a manifesté de difficulté dans la résolution de la multiplication puisque leurs erreurs passées étaient le fait d'une multiplication à deux chiffres.

Concernant le problème 3, les élèves A et B ont réussi à comprendre le problème et à trouver le signe opératoire. Ils ont posé la division, trouvé le résultat et écrit la phrase réponse. Cependant, les élèves C et D n'ont pas compris l'énoncé. Ils n'ont pas été capables de distinguer la situation de partage et donc de trouver le signe opératoire. La notion et le sens donné à la division est encore faible pour ces élèves.

### **5.3. Les limites du dispositif**

Concernant la classe de maternelle, il a été difficile dans le temps imparti d'approfondir les séances et de focaliser mon attention uniquement sur ces deux élèves. Le fonctionnement de ma classe, avec six ateliers qui fonctionnent en même temps, induit des sollicitations de la part des élèves et je suis interrompue quelques fois durant les ateliers dirigés par des élèves en ateliers non-dirigés.

Le dispositif pédagogique mis en place et l'analyse qui en découle, basés sur une grande différenciation pédagogique, demanderaient d'être réalisés lors de séance de décroisement ou d'APC. Or, durant les APC, j'ai privilégié les élèves présentant des difficultés de langage.

La grande difficulté pour un enseignant débutant est de comprendre le processus d'apprentissage propre à chaque enfant et de reconnaître les différentes étapes de cet apprentissage. Avec une analyse uniquement basée sur l'observation des stratégies, il m'a été difficile de savoir quelles compétences étaient vraiment acquises et stabilisées.

J'observe néanmoins des progrès remarquables fait par ces élèves, au cours des différentes situations mathématiques rencontrées, lors de rituels ou de petits jeux en groupe classe. C'est donc également grâce au travail quotidien, aux expériences

faites en classe, ou lors d'activités informelles que le cheminement se fait, et que les concepts prennent place petit à petit chez l'enfant.

Concernant les deux classes élémentaires, nous avons pu constater un progrès de la part de nos élèves. La manipulation leur a permis de s'approprier les problèmes et de les transposer dans diverses situations. Cependant, ce dispositif doit s'inscrire dans la durée, sur l'année entière afin d'automatiser des procédures et d'atteindre le stade de la résolution experte de manière autonome.

Nous avons également fait le constat que les élèves avaient un certain manque de concentration et de motivation. Cela est certainement dû au fait que les séances se sont déroulées lors des séances d'activités pédagogiques complémentaires de 11h30 à 12h00. Ainsi, nos élèves, après une matinée entière de travail, étaient en surcharge cognitive.

Lors de la programmation de notre dispositif, nous pensions nous appuyer sur la schématisation des problèmes selon Vergnaud. Cependant, nous nous sommes rendu compte que ces schémas sont difficilement appréhendables par des élèves de CM1 car leur compréhension est trop complexe. Nous avons donc été contraint de nous baser sur d'autres types de schémas.

Enfin, une rétrospective sur notre pratique d'enseignement nous permet d'émettre quelques axes d'amélioration. Nous avons, dès la première séance, proposé à nos élèves des problèmes que nous avons choisis. Afin de les motiver, il aurait été judicieux de leur proposer de choisir un problème à résoudre par séance parmi une sélection. En effet, les élèves reconnaîtraient davantage le contexte qui leur permet de mieux réussir lorsqu'ils choisissent les problèmes à résoudre. L'élève créerait alors sa propre mémoire de problèmes, qui lui permettrait de reconnaître que l'association entre des problèmes et des schémas de problèmes, pour s'engager dans une procédure de résolution de problèmes.

Un deuxième axe consisterait à amener les élèves à travailler sur les problèmes par le recours au jeu et au défi. En effet, la place du jeu est importante et permet à l'élève d'entrer plus facilement et avec plus de motivation dans l'activité proposée.

Enfin, un troisième axe de développement consisterait à intégrer dans le protocole de la transdisciplinarité (par exemple, la construction d'un plateau de jeu).

## Conclusion

Notre démarche clinique est basée sur une séquence d'apprentissage, des séances décrochées et des rituels afin d'aider les élèves choisis à entrer dans la résolution de problèmes. Pour cela, nous avons proposé à une sélection d'élèves en difficulté ; manifestant des difficultés de concentration, de numération, de représentation, d'abstraction, de compréhension et de confiance en eux ; plusieurs types de problèmes analogues proches de leur vie quotidienne ou de leur vie de classe. Cette prise en charge en petits groupes nous a permis de travailler avec eux afin de vérifier notre question de recherche : la manipulation permet-elle aux élèves de s'approprier un problème et de le résoudre ?

Les protocoles que nous avons mis en place ont aidé les élèves à se construire une stratégie de résolution de problème : comprendre la situation, se représenter mentalement le problème, manipuler ou schématiser pour obtenir le résultat.

Cette étude a montré que la représentation mentale est essentielle à la compréhension de l'énoncé et de son lexique, via la reformulation. La manipulation permet d'illustrer et de développer des concepts mathématiques, de représenter son raisonnement, de le mettre à l'épreuve, de vivre les situations et donc de s'approprier le problème. La manipulation peut être un tremplin vers le choix d'une procédure mathématique experte et automatisée. Elle est malheureusement trop souvent délaissée en cycle 2 et 3 et cela nuit aux élèves présentant des difficultés d'abstraction.

Nous nuancerons toutefois nos propos car il est nécessaire d'inscrire cette démarche dans le temps afin de rendre les élèves autonomes dans la résolution de problèmes. Le rôle du professeur des écoles est donc de guider et d'étayer les élèves dans cette procédure jusqu'à l'automatisation.

## Références bibliographiques

- Alsina, A. (2004). *Desarrollo de Competencias Matemáticas con recursos lúdico manipulativos para niños y niñas de 6 a 12 años*. Madrid : Narcea.
- Barth, B.-M. (2001). *L'apprentissage de l'abstraction*. Paris : Retz.
- Capraro, M.-M, Goldsby, D., Roslinda, R. (2015). Using manipulatives in solving and posing mathematical problems. *Creative Education*, 6, 1718-1725.
- Julo, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques*. Presse universitaire de Rennes.
- Ministère de l'Education nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche. (2018). *BO n°30 du 26 juillet 2018 : Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire*. Récupéré le 19/12/2018 de <http://www.education.gouv.fr/bo/2018>
- Ministère de l'Education nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche (2015). *BO n°17 du 23 avril 2015 : Socle commun de connaissances, de compétences et de culture*. Récupéré le 19/12/2018 de [http://cache.media.education.gouv.fr/file/17/45/6/Socle\\_commun\\_de\\_connaissances\\_de\\_compétences\\_et\\_de\\_culture\\_415456.pdf](http://cache.media.education.gouv.fr/file/17/45/6/Socle_commun_de_connaissances_de_compétences_et_de_culture_415456.pdf)
- Ministère de l'Education nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche (2013). *BO du 25 juillet 2013 : Référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation*. Récupéré le 28/12/2018 de [http://www.education.gouv.fr/pid25535/bulletin\\_officiel.html?cid\\_bo=73066](http://www.education.gouv.fr/pid25535/bulletin_officiel.html?cid_bo=73066)
- Organisation de coopération et de développement économiques. (2016). *Pisa 2015. Résultats à la loupe*. Récupéré le 09/05/2019 de <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus-FR.pdf>
- Piaget, J. & Inhelder, B. (2004). *La psychologie de l'enfant*. Paris : PUF
- Radford, L., Demers, S. & Miranda, I. (2009). *Processus d'abstraction en mathématiques : repères pratiques et conceptuels*. Récupéré le 10/05/2019 de <http://www.edu.gov.on.ca/fre/teachers/studentssuccess/abstraction.pdf>
- Wapler, N. (2007). La « pédagogie scientifique » de Maria Montessori. Récupéré le 10/05/2019 de [http://www.pedagogie-active.fr/lecture\\_suivie/2-51.html](http://www.pedagogie-active.fr/lecture_suivie/2-51.html)

# Annexes

## Annexe 1 : La classification des problèmes de Gérard Vergnaud

Typologie des problèmes additifs et soustractifs (classification de Gérard Vergnaud)

			Exemples
<b>Composition de deux états</b> On considère les situations qui portent sur 3 grandeurs où 2 d'entre elles se composent pour donner la 3ème.	<b>Recherche du composé</b>		Problèmes ternaires A midi, j'ai bu 2 verres d'eau et 1 verre de jus d'orange. Combien de verres ai-je bu en tout ? Dans notre cour, nous avons 5 bancs. Pendant la récréation, 3 bancs sont occupés par des enfants. Combien de bancs sont vides?
	<b>Recherche d'1 partie</b>		
<b>Transformation d'un état</b> Un état initial subit une transformation pour aboutir à un état final.	<b>Recherche de l'état final</b>		Problèmes ternaires Tu avais 2 petites voitures. Je t'en donne encore une. Combien en as-tu maintenant? Pose 5 cubes sur la table. Que dois-tu faire pour en avoir 7? J'ajoute 3 bonbons dans la boîte. Maintenant j'en ai 5. Combien la boîte contenait-elle déjà de bonbons?
	<b>Recherche de la transformation</b>		
	<b>Recherche de l'état initial</b>		
<b>Comparaison d'états</b> On compare 2 états. Dans ce type de problème, on trouve presque toujours les expressions « de plus/de moins »	<b>Recherche de l'un des états</b>		Problèmes ternaires Alexis a 3 ans. Il a 1 an de plus (ou de moins) que sa sœur. Quel est l'âge de sa sœur? Sur une assiette, il y a 2 gâteaux. Sur une autre, il y en a 5. Combien y a-t-il de gâteaux de plus sur la 2ème assiette?
	<b>Recherche de la comparaison</b>		

Typologie des problèmes multiplicatifs et de division (Gérard Vergnaud)

<b>Problèmes de multiplication</b>	<b>Configuration rectangulaire</b>	Ces problèmes mettent en jeu un produit de mesures et sont scolairement identifiés comme supports à la construction du concept de multiplication.	Problèmes ternaires	Quel est le nombre de carreaux de chocolat que contient une tablette de 3 sur 4 ?
	<b>Multiplication</b>	Ces problèmes relèvent de l'addition répétée. On cherche le nombre total d'éléments		Il y a 4 élèves. La maîtresse distribue 3 jetons à chaque élève. Combien distribue-t-elle de jetons en tout?
<b>Problèmes de division</b>	<b>Division quotient</b>	On calcule le nombre de paquets identiques que l'on peut faire dans une collection en connaissant la valeur d'un paquet.	Problèmes quaternaires	La maîtresse a 12 jetons. Elle les distribue à un groupe d'élèves. Chaque élève reçoit 3 jetons. Combien y a-t-il d'élèves ?
	<b>Division partition</b>	On calcule la valeur d'un paquet connaissant le nombre de paquets identiques que l'on peut faire dans une collection.		La maîtresse a 12 jetons. Elle les distribue à 4 élèves. Chaque élève a le même nombre de jetons. Combien de jetons a chaque élève ?

Annexe 2 : Fiche de préparation du rituel « Le compte est bon ».

Rituels calcul rapide : « Le bon compte »		20 min
Séance 1 sur 14		
<p><b>Objectifs</b> : - S'entraîner au calcul rapide</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Développer des stratégies de calcul</li> <li>- Justifier son raisonnement</li> </ul>		
<p><b>Compétences</b> : - Connaitre des procédures élémentaires de calcul</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Mobiliser des faits numériques mémorisés au cycle 2</li> <li>- Mettre en jeu des stratégies de calcul</li> </ul>		
Durée	Tâches	Modalités et matériel
2 min	<p><b>1. Présentation et explicitation du rituel :</b></p> <p>Le PE écrit au tableau et verbalise le rituel et les objectifs à atteindre.</p> <p><u>Annonce de la consigne</u> : « <i>Trouve le bon résultat en utilisant l'addition, la soustraction, la multiplication. Pour cela, utilise les chiffres donnés. Attention ! Tu n'es pas obligé de tous les utiliser, mais tu ne peux les utiliser qu'une seule fois.</i> »</p>	
10 min	<p><b>2. Découverte collective du rituel :</b></p> <p>Le PE anime le groupe et régule le travail collectif. Les élèves font des propositions sur ardoise et cahier de brouillon et font émerger des procédures. Dès qu'un élève trouve une procédure, il lève son ardoise ou cahier de brouillon et le PE valide ou non la proposition. Les élèves les plus rapides peuvent alors chercher une 2<sup>ème</sup> solution.</p> <p><u>Mise en pratique du rituel</u> :</p> <p>Trouver 25 avec les chiffres 1-2-3-4-5.</p> <p><u>Réponses attendues</u> : trois résolutions possibles</p> <p>Résolution 1 : <math>5 \times 4 = 20</math></p> <p style="text-align: center;"><math>3 + 2 = 5</math></p>	<p><u>Modalités de travail</u> :</p> <p><i>Travail en groupe classe</i></p> <p><u>Matériel élèves</u> :</p> <p><i>ardoise et cahier de brouillon</i></p> <p><u>Matériel PE</u> :</p> <p><i>chronomètre (2</i></p>

<p>1 min</p>	<p style="text-align: center;"><math>20+5=25</math></p> <p>Résolution 2 : <math>5 \times 3 = 15</math></p> <p style="text-align: center;"><math>15 \times 2 = 30</math></p> <p style="text-align: center;"><math>4 + 1 = 5</math></p> <p style="text-align: center;"><math>30 - 5 = 25</math></p> <p>Résolution 3 : <math>3 + 2 = 5</math></p> <p style="text-align: center;"><math>5 \times 5 = 25</math></p> <p>Le PE institutionnalise les procédures des élèves en les écrivant au tableau, en les faisant répéter et expliciter. Le PE fait constater aux élèves que certaines stratégies sont plus rapides que d'autres (la résolution 3 qui compte 2 étapes). Le PE propose éventuellement des procédures si celles attendues ne ressortent pas.</p> <p>Le PE peut faire ressortir certaines erreurs et les commenter avec les élèves.</p> <p style="text-align: center;"><b>3. Entraînement :</b></p> <p>Le PE redonne la consigne et note au tableau : « Trouver 24 avec : 1-2-3-4-5 ».</p> <p>Les élèves ont <u>une minute</u> pour trouver une solution possible. Les élèves qui ont terminé doivent faire valider leur stratégie par le PE et chercher une autre stratégie possible.</p> <p><u>Réponses attendues</u> : trois résolutions possibles</p> <p>Résolution 1 : <math>5 \times 4 = 20</math></p> <p style="text-align: center;"><math>3 + 1 = 4</math></p> <p style="text-align: center;"><math>20 + 4 = 24</math></p> <p>Résolution 2 : <math>2 \times 3 = 6</math></p> <p style="text-align: center;"><math>15 \times 2 = 30</math></p> <p style="text-align: center;"><math>30 - 6 = 24</math></p> <p>Résolution 3 : <math>5 + 1 = 6</math></p> <p style="text-align: center;"><math>6 \times 4 = 24</math></p>	<p><i>min pour résoudre le calcul)</i></p> <p><u>Modalités de travail</u> : Travail écrit individuel</p> <p><u>Matériel élève</u> : ardoise et cahier de brouillon</p> <p><u>Matériel PE</u> : chronomètre (1 min pour la résolution du calcul)</p>
--------------	--	---

	<p>4. <b>Mise en commun et validation</b> :</p> <p>Le PE fait oraliser les procédures par les élèves et les écrit au tableau. Les élèves doivent justifier leur démarche. Le PE fait répéter ces procédures par ceux qui n'ont pas réussi.</p>	<p><u>Modalités de travail</u> : Travail oral collectif</p>
5 min	<p>5. <b>Institutionnalisation</b> :</p> <p>Faire le lien avec une des stratégies possibles vues précédemment au tableau. Le PE co-construit avec les</p>	<p><u>Modalités de travail</u> : Travail oral collectif</p>
2 min	<p>élèves un affichage pour la classe récapitulant les stratégies</p>	

## Annexe 3 : Exemples d'évaluations de deux élèves.

Prénom : **ÉLÈVE C** Date : 4/3/19

Évaluation diagnostique

Problème n°1 : Les billes.

Sophie a 76 billes en arrivant à l'école à 8h30. Elle en perd 29 à la récréation de 10 heures et en gagne 28 à 15 heures. Combien de billes a-t-elle le soir à 16h30 quand elle quitte l'école ?

SCHEMA / DESSIN	CALCUL
	$\begin{array}{r} 76 \\ - 29 \\ \hline 47 \\ + 28 \\ \hline 75 \end{array}$
REPONSE :	75

Problème n°2 : Le cinéma.

Dans une salle de cinéma, il y a 11 rangées de 24 places chacune. Combien de places y a-t-il dans la salle ?

SCHEMA / DESSIN	CALCUL
	$\begin{array}{r} 24 \\ \times 11 \\ \hline 24 \\ 240 \\ \hline 264 \end{array}$
REPONSE :	Il y a 264 places dans la salle.

Problème n°3 : Le bouquet

Lucas a cueilli 24 tulipes et il a fait 3 bouquets identiques. Combien y a-t-il de fleurs dans chaque bouquet ?

SCHEMA / DESSIN	CALCUL
	?
REPONSE :	

Prénom : **ÉLÈVE C**

Problème 1 : le vol New York-Rome

Un avion part de New York à destination de Rome. Il fait un arrêt à Paris. 279 passagers montent à New York. A Paris, 46 passagers descendent et 21 montent. Combien de passagers descendent à Rome ?

SCHEMA :	Calcul(s) :
	$\begin{array}{r} 279 \\ - 46 \\ + 21 \\ \hline 254 \end{array}$
REPONSE :	Il y a 254 qui descendent à Rome.

Problème 2 : Les roses

La fleuriste vend des bouquets de roses. Dans chaque bouquet, il y a 5 roses. Fanny achète 3 bouquets. Combien a-t-elle de roses ?

SCHEMA :	Calcul(s) :
	$\begin{array}{r} 5 \\ + 5 \\ + 5 \\ \hline 15 \end{array}$
REPONSE :	elle a 15 roses.

Problème 3 : Les équipes

Dans la classe de Mme Durand, il y a 24 élèves. Elle leur demande de former des équipes de 4. Combien d'équipes de 4 les élèves pourront-ils former ?

SCHEMA :	Calcul(s) :
REPONSE :	ils formeront 6 équipes.

Prénom : **ÉLÈVE B** Date :

Évaluation diagnostique

Problème n°1 : Les billes.

Sophie a 76 billes en arrivant à l'école à 8h30. Elle en perd 29 à la récréation de 10 heures et en gagne 28 à 15 heures. Combien de billes a-t-elle le soir à 16h30 quand elle quitte l'école ?

SCHEMA / DESSIN	CALCUL
	$\begin{array}{r} 76 \\ - 29 \\ \hline 47 \\ + 28 \\ \hline 75 \end{array}$
REPONSE :	Sophie a 75 billes le soir.

Problème n°2 : Le cinéma.

Dans une salle de cinéma, il y a 11 rangées de 24 places chacune. Combien de places y a-t-il dans la salle ?

SCHEMA / DESSIN	CALCUL
	$\begin{array}{r} 24 \\ \times 11 \\ \hline 24 \\ 240 \\ \hline 264 \end{array}$
REPONSE :	Il y a 264 places dans la salle.

Problème n°3 : Le bouquet

Lucas a cueilli 24 tulipes et il a fait 3 bouquets identiques. Combien y a-t-il de fleurs dans chaque bouquet ?

SCHEMA / DESSIN	CALCUL
	$\begin{array}{r} 24 \\ \div 3 \\ \hline 8 \end{array}$
REPONSE :	Il y a 8 fleurs dans chaque bouquet.

Prénom : **ÉLÈVE B**

Problème 1 : le vol New York-Rome

Un avion part de New York à destination de Rome. Il fait un arrêt à Paris. 279 passagers montent à New York. A Paris, 46 passagers descendent et 21 montent. Combien de passagers descendent à Rome ?

SCHEMA :	Calcul(s) :
	$\begin{array}{r} 279 \\ - 46 \\ + 21 \\ \hline 254 \end{array}$
REPONSE :	à Rome 254 passagers descendent.

Problème 2 : Les roses

La fleuriste vend des bouquets de roses. Dans chaque bouquet, il y a 5 roses. Fanny achète 3 bouquets. Combien a-t-elle de roses ?

SCHEMA :	Calcul(s) :
	$\begin{array}{r} 5 \\ + 5 \\ + 5 \\ \hline 15 \end{array}$
REPONSE :	Fanny a 15 roses.

Problème 3 : Les équipes

Dans la classe de Mme Durand, il y a 24 élèves. Elle leur demande de former des équipes de 4. Combien d'équipes de 4 les élèves pourront-ils former ?

SCHEMA :	Calcul(s) :
REPONSE :	Il y a 6 équipes.

## 4ème de couverture

**Résumé :** L'objet de cette étude est centré sur l'influence de la manipulation dans la résolution de problèmes de l'école maternelle à l'école élémentaire. Les constats à l'origine de ce travail soulignent que, face à un énoncé de problème mathématique, certains élèves éprouvent des difficultés à se représenter mentalement les problèmes et à transposer leur compréhension en symboles mathématiques. Leur notion fragile de l'abstraction mathématique en est la cause principale. Nous avons donc tenté de comprendre en quoi la manipulation peut être une aide à la représentation mentale et à l'identification de l'opération mathématique qui convient. Pour cela, nous avons choisi de mettre en œuvre une démarche expérimentale sur des cas cliniques. Nous avons donc soumis à un échantillon d'élèves en difficulté, une série de problèmes de différents types afin qu'ils apprennent à se représenter le problème et à se construire une procédure personnelle de résolution. Les résultats de notre expérimentation ont démontré que la manipulation est une aide essentielle vers la résolution experte. Néanmoins, elle n'est pas la seule étape nécessaire à cette réussite : l'étayage et la verbalization peuvent s'avérer également efficaces.

**Mots clés :** mathématiques, résolution de problèmes, représentation mentale, manipulation, abstraction.

**Abstract:** The purpose of this study is to focus on the influence of manipulation in solving problems from pre elementary to elementary school. The findings at the origin of this work underline that, in front of a statement of mathematical problem, some students find it difficult to represent the problems mentally and to translate their understanding into mathematical symbols. Their poor notion of mathematical abstraction is the main reason of their trouble. We have therefore tried to study how manipulation can be a help to the mental representation and to the identification of the appropriate mathematical operation. So, we chose to implement an experimental approach on clinical cases. We have therefore submitted to a sample of pupils in difficulty, series of problems of different types so that they learn to represent the problem and to build a personal resolution process. The results of our scientific experimentation have shown that manipulation is an essential help towards expert resolution. Nevertheless, it is not the only necessary step to success: scaffolding proceeds and verbalization can also be effective.

**Key words:** mathematics, problem solving, mental representation, manipulation, abstraction.