



HAL
open science

Les problèmes ouverts en mathématiques en cycle 3

Hortense Perraud

► **To cite this version:**

Hortense Perraud. Les problèmes ouverts en mathématiques en cycle 3. Sciences de l'Homme et Société. 2018. dumas-02156786

HAL Id: dumas-02156786

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02156786>

Submitted on 14 Jun 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université de Bordeaux - ESPE d'Aquitaine

**Master Métiers de l'Enseignement, de l'Education et de la
Formation**

Mention Premier degré

Les problèmes ouverts en mathématiques en cycle 3

Mémoire présenté par **Hortense Perraud**

Sous la direction de Madame **Sylvie Henry**

REMERCIEMENTS

Je remercie dans un premier temps toute l'équipe de l'école qui m'a accueillie en stage et plus particulièrement mon maître d'accueil temporaire Guillaume Watier qui m'a laissée expérimenter au sein de sa classe et m'a donnée de précieux conseils. Je tiens également à remercier Madame Sylvie Henry qui m'a guidée tout au long de l'année pour la conception de ce mémoire.

TABLE DES MATIERES

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Remerciements | 2 |
| Table des matières | 3 |
| Sigles et abréviations | 6 |
| Introduction..... | 7 |
| Première partie : Exploration | 8 |
| I – Le problème | 8 |
| 1) Définition | 8 |
| 2) Typologie des problèmes | 9 |
| 3) Le problème ouvert..... | 10 |
| 4) Le cadrage institutionnel..... | 12 |
| 5) Le problème ouvert : une activité convoquant des connaissances mathématiques et des compétences transversales | 15 |
| II – Réflexions sur la mise en œuvre des problèmes ouverts dans le 1 ^{er} degré | 16 |
| 1) Le rôle du maître lors d'une séance de problème ouvert..... | 16 |
| 2) Fonctionnement d'une séance de problème ouvert..... | 17 |
| 3) Les gestes professionnels de l'enseignant | 19 |
| III – Les spécificités d'une classe à double niveau | 20 |
| 1) En théorie | 20 |
| 2) En pratique dans l'exemple d'une classe de CM1/CM2 à l'école primaire d'un village..... | 22 |
| IV - Problématique..... | 25 |
| Deuxième partie : Le modèle analytique | 26 |
| I- Problème ouvert choisi..... | 26 |
| II- Analyse a priori du problème | 27 |

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1) La solution mathématique du problème | 27 |
| 2) Procédures possibles envisagées | 29 |
| 3) Difficultés envisagées | 30 |
| 4) Les indices envisageables pour ce problème | 32 |
| III- Déroulement de la séance | 32 |
| 1) Donner du sens à la pratique des problèmes ouverts | 33 |
| 2) Lecture de l'énoncé | 33 |
| 3) Recherche individuelle | 33 |
| 4) Recherche par groupe | 34 |
| 5) Mise en commun | 34 |
| 6) Conclusion | 34 |
| IV- Prise en compte des spécificités de la classe | 35 |
| Troisième partie : Observations et interprétations | 38 |
| I- Analyse de l'activité de l'enseignant | 38 |
| 1) Les gestes de tissage | 38 |
| 2) Les gestes de régulation | 39 |
| 3) Les gestes d'étayage | 39 |
| 4) Les gestes de gestion et pilotage des tâches dans une dimension spatio-temporelle | 40 |
| 5) Les rôles de l'enseignant lors de la séance de problème ouvert | 41 |
| II- Analyse de l'activité de l'élève | 41 |
| 1) Recherche individuelle | 42 |
| 2) Recherche en groupe | 47 |
| 3) La mise en commun | 50 |
| III- Prolongements envisagés | 51 |
| 1) Prolongements pour les élèves de CM1 et de CM2 | 51 |
| 2) Prolongements pour les élèves de CM1 | 52 |

| | |
|----------------------------------------------|----|
| 3) Prolongements pour les élèves de CM2..... | 53 |
| Conclusion..... | 54 |
| Bibliographie..... | 55 |
| Sitographie | 57 |
| Sommaire des annexes..... | 59 |

SIGLES ET ABBREVIATIONS

AVS : Auxiliaire de Vie Scolaire

EMC : Enseignement Morale et Civique

MEEF : Métiers de l'Enseignement, de l'Education et de la Formation

SCCC : Socle Commun de Connaissances de Compétences et de Culture

UPE2A : Unité Pédagogique pour Elèves Allophones Arrivants

INTRODUCTION

Dans le cadre du Master 2 Métiers de l'Enseignement, de l'Education et de la Formation (MEEF) option 1^{er} degré, j'ai été affectée au sein d'une classe de CM1/CM2 à l'école d'un village. Le thème de la recherche qui a été choisi est le domaine des mathématiques. Etant donné que mon stage s'est effectué avec des élèves de cycle 3, il a fallu que je réfléchisse à un thème correspondant à ce cycle.

Ayant participé au module « Analyse de l'activité de l'enseignant et de l'élève », j'ai pu observer une séance sur un problème ouvert avec une classe de CM2. N'ayant jamais vu ce type de séance auparavant, j'ai trouvé cela motivant et enrichissant pour les élèves. Ainsi, lorsque j'ai su que mon maître d'accueil temporaire exerçait dans une classe à double niveau, je me suis questionnée sur la manière dont on pouvait mettre en place ce type de séance dans une classe ayant cette particularité. D'autant plus que ce n'est pas une pratique répandue au sein des classes. D'ailleurs, l'enseignant qui m'a accueillie ne met pas en place ce genre d'activité avec ses élèves.

Cette réflexion m'a donc amenée à la question de départ suivante : **Comment mettre en œuvre une séance de problème ouvert dans une classe à double niveau ?**

Afin d'approfondir cette question, nous aborderons tout d'abord quelques éléments théoriques relatifs à la notion de problèmes, aux problèmes ouverts, et aux spécificités d'une classe à double niveau. Puis, il s'agira d'exposer les moyens mis en œuvre pour apporter des éléments de réponse à la problématique. Enfin, ces moyens seront observés et analysés dans une troisième partie.

PREMIERE PARTIE : EXPLORATION

Au sein de cette première partie nous aborderons le problème dans un premier temps du côté de l'énoncé et dans un second temps du côté de sa mise en œuvre par le professeur. Enfin, nous définirons les spécificités d'une classe à double niveau afin d'aboutir à la problématique de ce mémoire.

I – Le problème

Après avoir défini le terme « problème », nous nous intéresserons à leur typologie, à l'énoncé du problème ouvert et enfin à la place que ce dernier a dans les Instructions Officielles en vigueur.

1) Définition

Le site internet du Centre National de Ressources Textuelles et Lexicales (CNRTL) propose un certain nombre de définitions du mot « problème ». Deux d'entre elles que nous pouvons voir ci-dessous paraissent intéressantes dans notre contexte :

■ **PROBLÈME**, subst. masc.

A. – ÉPISTÉMOL. Question à résoudre par des méthodes rationnelles ou scientifiques. *Synon. question. Problème d'astronomie, de physique; problème insoluble; problème mal posé; la clé, la solution du problème.*

- 1. Certes, Newton marque d'abord qu'il pourrait y avoir une cause de la gravitation à chercher, mais il ne l'a pas trouvée encore. Les disciples seront plus catégoriques; pour eux le **problème** n'existe pas, la gravitation est une propriété irréductible de la matière, il n'y a pas lieu de chercher au delà d'elle. *Gds cour. pensée math., 1948, p.376.*

- **MATH.** Question pouvant être résolue à partir des éléments donnés dans l'énoncé. *Problème d'algèbre, d'arithmétique, de mathématiques; problème de la quadrature du cercle, de la cubature de la sphère; données, énoncé, solution d'un problème; poser, résoudre un problème, faire un problème de géométrie. Le calcul de cette probabilité serait un problème compliqué, dont la solution dépendrait de la forme du calcul numérique qui a amené les deux résultats concordants, du nombre des chiffres employés, etc. (COURNOT, *Fond. connaiss.*, 1851, p.112). Il est fini, ce problème. Après avoir recommencé chaque opération deux fois (je me trompe si souvent!) j'obtiens un résultat de 22.850 francs, comme bénéfice du monsieur; un joli bénéfice! (COLETTE, *Cl. école*, 1900, p.209).*

Illustration 1 : Capture d'écran issu du site internet du CNRTL [consulté le 18/11/2017]

La première définition (épistémologique) relève le fait qu'un problème puisse être résolu par différentes méthodes. Cela induit qu'une recherche en dehors de l'énoncé soit nécessaire, et dans la définition mathématique la résolution consiste en une recherche à l'aide des éléments donnés au sein de l'énoncé.

Une autre définition du problème apparaît dans l'ouvrage de Gilbert Arzac et Michel Mante. Il s'agit de la définition de Jean Brun qui est la suivante :

« Un problème est généralement défini comme une situation initiale, avec un but à atteindre, demandant au sujet d'élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but. Il n'y a problème, dans un rapport sujet/situation, que si la solution n'est pas disponible d'emblée, mais possible à construire. » (Gilbert Arzac et Michel Mante, 2007)

Cette dernière paraît plus complète que les deux précédentes. En effet, elle comprend plusieurs idées. Tout d'abord, la notion de solution apparaît à travers le terme de « but à atteindre ». De plus, le fait d'élaborer des actions sous-entend la nécessité de mettre en œuvre des méthodes ou des stratégies pour atteindre ce but. Outre cela, il est précisé que la solution ne doit pas être disponible directement. Nous retiendrons de ce fait cette définition pour la suite de la recherche.

Après avoir défini le terme « problème », nous allons nous intéresser à leur typologie.

2) Typologie des problèmes

Catherine Houdement classe les problèmes selon trois catégories détaillées ci-après (Houdement, 2017).

2.1. Les problèmes basiques

Les problèmes basiques sont des situations où les élèves doivent utiliser une opération à l'aide des données pour les résoudre. De plus, ils sont construits de façon à ce qu'il n'y ait pas d'informations « inutiles ». Voici un exemple de problème basique adressé à des élèves de cycle 3 :

« Alice a 26 timbres dans sa collection, c'est deux fois plus que Leïla. Combien de timbres Leïla a-t-elle dans sa collection ? »

2.2. Les problèmes complexes

Ce type de problèmes nécessite une planification, une organisation des données et un raisonnement plus poussé que dans les problèmes précédents. D'autant plus que les informations présentes dans l'énoncé sont plus nombreuses et qu'il y a plusieurs étapes de résolution. En voici un exemple établi par l'équipe Ermel, là encore adressé à des élèves de cycle 3 :

« Au cinéma Royal Ciné un adulte paye 6 € par séance et un enfant paye 4 € par séance. A la séance de l'après-midi, il y avait 50 adultes et des enfants. A la séance du soir, il y a voir 15 adultes et 20 enfants. La recette de la journée est de 542 €. Combien y avait-il d'enfants à la séance de l'après-midi. »

2.3. Les problèmes atypiques

Quant aux problèmes atypiques, ils sont l'occasion de mettre les élèves en position de chercheur en mathématiques. En effet, lorsque l'on propose ce type de problèmes nous savons que les élèves n'ont pas à leur disposition des stratégies connues pour résoudre le problème. Ils doivent chercher une procédure grâce à leurs connaissances de base. Voici un exemple que nous pourrions proposer à des élèves de CE1 :

« Dans ma tirelire, j'ai 32 pièces de monnaie. Il n'y a que des pièces de 2€ et de 5€. Avec ces 32 pièces, j'ai 97€. Combien y a-t-il de pièces de chaque sorte ? »

Le problème ouvert fait donc partie des problèmes dits atypiques car ils offrent aux élèves l'occasion de chercher et d'argumenter.

3) Le problème ouvert

Le problème ouvert est proposé aux élèves afin qu'ils apprennent à chercher. Il ne s'agit donc pas ici d'un problème ayant pour objectif de faire acquérir une nouvelle notion, ou pour réinvestir ce qui a déjà été vu même s'ils vont faire appel à leurs connaissances antérieures.

L'activité de problème ouvert relève d'une démarche scientifique qui a pour objectif de placer les élèves en tant que chercheurs dans le domaine des mathématiques. D'ailleurs, cette discipline apparaît comme une science. La recherche y a donc toute sa place. La démarche scientifique que proposent ces auteurs est la suivante (Arsac et Mante,2007) :



Si nous nous appuyons sur l'ouvrage Les pratiques du problème ouvert et l'article Problème ouvert – problème pour chercher, les problèmes ouverts présentent un certain nombre de caractéristiques qui sont les suivantes :

- ✓ L'énoncé du problème doit être **court** ;
- ✓ L'énoncé ne doit pas induire de méthode ni de solution. Autrement dit, les élèves n'ont **pas accès à un modèle de résolution** ;
- ✓ Le problème doit porter sur un **contexte familier** aux élèves ;
- ✓ Les **informations** nécessaires à la résolution du problème doivent être **directement utilisables** ;
- ✓ Pour obtenir la solution au problème, **plusieurs procédures** doivent être possibles (Arsac et Mante,2007) .

Aussi, Catherine Houdement met en avant trois objectifs en ce qui concerne ce type de problèmes. Tout d'abord, ils sont utiles pour le réinvestissement de savoirs. Ensuite, ils servent à l'apprentissage de raisonnements. Enfin, un des objectifs est l'apprentissage de la validation de réponses et de raisonnements.

Les objectifs énumérés par ces deux documents se rapprochent car au sein de l'expression « comportement de chercheur » il est possible d'inclure les deux derniers objectifs énumérés par Catherine Houdement.

Il est à noter que les problèmes ouverts sont à dissocier des rallyes ou défis mathématiques. Effectivement, l'ouvrage de Gilbert Arsac et Michel Mante met en évidence les différences qu'il existe entre ces deux pratiques. D'une part les défis mathématiques, qui n'ont lieu qu'une fois par an, fonctionnent par la compétition avec un système de points. Et d'autre part, les problèmes ouverts, vécus plusieurs fois dans l'année, ne mettent pas les élèves dans cette position de compétition. De plus, lors d'une séance sur un problème ouvert, un seul problème est en jeu alors que pour les défis mathématiques plusieurs problèmes sont proposés aux élèves. De ce fait, les élèves disposent de davantage de temps de recherche lorsqu'ils doivent résoudre un problème ouvert. Il ne faut donc pas confondre l'activité de problème ouvert et celle de rallye mathématiques car les objectifs de séance ne sont pas les mêmes. Ainsi, le rôle de l'enseignant ne sera pas le même dans les deux cas. En effet, lors d'un rallye mathématique le professeur compte les points mais n'analyse pas réellement les procédures des élèves alors que lors d'une séance sur un problème ouvert leurs procédures sont analysées et mises en avant.

Les enseignements de l'école primaire sont encadrés par les Instructions Officielles inscrites au Bulletin Officiel. C'est pourquoi nous allons identifier la place de ces problèmes au sein des Programmes en vigueur.

4) Le cadrage institutionnel

Les problèmes ouverts contribuent à l'acquisition de compétences issues du socle commun de connaissances, de compétences et de culture (SCCCC). Selon le Bulletin Officiel spécial n°11 du 26 novembre 2015, les compétences travaillées en mathématiques pour les cycles 2 et 3 sont classées selon six verbes qui sont les suivants : « chercher », « modéliser », « représenter », « raisonner », « calculer » et « communiquer ».

Chercher implique une prise d'information, un engagement dans une démarche scientifique et des essais. **Modéliser** concerne l'utilisation d'outils mathématiques adaptés et reconnaître une situation additive ou multiplicative que nous pourrions qualifier de « modèle » au sein d'un problème. **Représenter** c'est traduire un problème, une situation par un moyen tel que le dessin, le schéma ou le nombre.

Raisonnement correspond à la réflexion que l'élève peut avoir à partir de la représentation qui a pu être réalisée. Grâce à celle-ci l'élève peut anticiper le résultat d'un calcul par exemple. **Calculer** implique l'action de calculer avec des nombres mais également le contrôle de la vraisemblance de ses résultats. Enfin, **communiquer** correspond à l'utilisation de la langue écrite et orale pour expliquer sa procédure et ses résultats.

1.1. La place des problèmes ouverts dans les domaines du Socle Commun de Compétences, de Connaissances et de Culture

Le SCCC présente cinq domaines qui sont les suivants :

- ✓ Les langages pour penser et communiquer ;
- ✓ Les méthodes et outils pour apprendre ;
- ✓ La formation de la personne et du citoyen ;
- ✓ Les systèmes naturels et les systèmes techniques ;
- ✓ Les représentations du monde et l'activité humaine.

La pratique des problèmes ouverts permet de développer des compétences s'inscrivant dans quatre de ces domaines. Effectivement, lorsque nous mettons en œuvre ce type de séance, les élèves vont être amenés à utiliser les langages pour penser et communiquer car ils vont écrire leurs essais, puis les communiquer aux autres élèves. De plus, la capacité à travailler en groupe est développée ce qui montre aux élèves l'intérêt du travail collaboratif pour apprendre. Cela s'inscrit donc dans le domaine « Les méthodes et outils pour apprendre » et également au sein du domaine « La formation de la personne et du citoyen » dans le sens où les élèves vont devoir argumenter en justifiant, et cela dans le respect des codes de la communication. Enfin, les problèmes ouverts contribuent également à l'acquisition de compétences dans le domaine intitulé « Les systèmes naturels et les systèmes techniques ». Effectivement, les élèves sont placés en position de chercheur grâce à laquelle ils vont pouvoir faire des essais et ainsi se former à la résolution de problèmes.

1.2. Les problèmes ouverts au sein des programmes de l'école primaire

Le Bulletin Officiel spécial n°2 du 26 mars 2015 montre qu'une des modalités spécifiques d'apprentissage à l'école maternelle est « *apprendre en réfléchissant et en résolvant les problèmes* ». Les élèves dès le plus jeune âge sont amenés à chercher par tâtonnement des solutions à un problème. Ici le rôle de l'enseignant sera de poser des questions ouvertes dont les élèves n'ont pas la réponse à disposition.

Au cycle 2 comme au cycle 3 la résolution de problèmes apparaît comme étant « *au centre de l'activité mathématiques des élèves, développant leurs capacités à chercher, raisonner et communiquer* »¹. Ainsi, il est essentiel de consacrer des séances à ce type d'activité en variant le type de problèmes. En effet, le Bulletin Officiel met en avant l'importance de proposer des problèmes ouverts, aussi appelés « problèmes pour apprendre à chercher ».

Au sein des programmes du cycle des apprentissages fondamentaux il est dit :

*« On veillera à proposer aux élèves dès le CP des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas de simples problèmes d'application à une ou plusieurs opérations mais nécessitent des recherches avec tâtonnements. »*².

Cette idée se poursuit au cycle de consolidation dans cet extrait des instructions officielles en vigueur :

*« On veille aussi à proposer aux élèves des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas directement reliés à la notion en cours d'étude, qui ne comportent pas forcément une seule solution, qui ne se résolvent pas uniquement avec une ou plusieurs opérations mais par un raisonnement et des recherches par tâtonnements. »*³.

Quant aux compétences travaillées⁴ en mathématiques, elles se ressemblent aux cycles 2 et 3 mais elles sont plus nombreuses au cycle de consolidation. Dans le cadre de ce dernier, concernant la résolution de problèmes, les programmes invitent les élèves à développer les compétences dans les domaines suivants :

✓ Le prélèvement et l'organisation des informations ;

¹ Extrait du Bulletin Officiel n°11 du 26 novembre 2015

² Extrait du Bulletin Officiel n°11 du 26 novembre 2015

³ Extrait du Bulletin Officiel n°11 du 26 novembre 2015

⁴ Cf Annexes 1 et 2 pages 60 et 61

- ✓ L'utilisation d'outils pour représenter un problème ;
- ✓ L'engagement collectif dans une démarche d'investigation ;
- ✓ L'explication et l'argumentation de sa démarche.

Ainsi, la résolution de problèmes est une demande institutionnelle importante. De plus, au sein même de cette activité, les problèmes ouverts sont clairement préconisés dans les Instructions Officielles pour les élèves de cycles 2 et 3 et sous-entendus pour les élèves de cycle 1.

5) Le problème ouvert : une activité convoquant des connaissances mathématiques et des compétences transversales

La notion de compétence est centrale dans les Instructions Officielles en vigueur. Selon le parlement Européen, depuis le 26 septembre 2006, voici comment est définie une compétence : « *Une compétence est une combinaison de connaissances, d'aptitudes (capacités) et d'attitudes appropriées à une situation donnée. (...).* ». Lorsque l'on dit qu'une compétence est transversale cela signifie qu'elle est utilisée dans plusieurs disciplines.

L'activité de problème ouvert convoque un certain nombre de compétences transversales qui sont les suivantes :

- ✓ S'exprimer dans un langage correct ;
- ✓ Ecouter les autres ;
- ✓ Prendre en compte l'opinion des autres ;
- ✓ Se mettre d'accord ;
- ✓ Respecter autrui ;
- ✓ Lire ;
- ✓ Ecrire.

Outre la mobilisation de connaissances mathématiques cette activité permet donc aux élèves de travailler des compétences nécessaires dans toutes les disciplines mais également dans leur vie extrascolaire.

Ainsi, les problèmes ouverts contribuant à l'acquisition de compétences en lien avec les Instructions Officielles, il est nécessaire pour un professeur des écoles de s'intéresser à la manière dont nous pouvons mettre en œuvre cette activité.

II – Réflexions sur la mise en œuvre des problèmes ouverts dans le 1^{er} degré

Dans cette partie sur la mise en œuvre des problèmes ouverts, nous aborderons tout d'abord les différents rôles du maître. Puis nous expliquerons le fonctionnement d'une séance de problème ouvert pour enfin aborder les gestes professionnels de l'enseignant.

1) Le rôle du maître lors d'une séance de problème ouvert

Selon Guy Brousseau, une situation ou une phase de séance peut être considérée selon différents types. En effet, elle peut être didactique, non didactique ou a didactique. Dans le cas d'une phase didactique, l'enseignant a l'intention d'enseigner un savoir et cela est explicite pour les élèves. En revanche, lors d'une phase non didactique il n'existe pas de finalité didactique. Enfin, lorsque l'enseignant propose une phase a didactique, il a l'intention d'enseigner un savoir mais cela n'est pas explicite pour les élèves.

Ainsi, un enseignant proposant une séance de problème ouvert va mettre en œuvre une situation d'apprentissage a didactique car l'intervention du professeur au niveau de l'apport des connaissances sera nulle. De plus, notamment lors du travail de groupe et lors de la mise en commun, ce sont les élèves qui prennent des décisions en interagissant entre eux.

Le maître devra donc assurer différents rôles. Tout d'abord l'enseignant doit proposer une situation d'apprentissage amenant à ce que les élèves mettent en œuvre des procédures personnelles. De plus, il est tenu de mettre en place une phase de dévolution de la situation, du problème. La définition de la dévolution est la suivante : « *La dévolution était un acte par lequel le roi – de droit divin – se départissait du pouvoir pour le remettre à une chambre.* » (Brousseau, 1988).

Autrement dit la dévolution est l'acte par lequel l'enseignant transfère la responsabilité aux élèves. Outre cela, le maître a en charge l'institutionnalisation et doit avoir connaissance des conceptions épistémologiques. Par exemple, l'enseignant doit avoir à l'esprit que pour un élève il est important d'être dans l'action, dans la réalité et dans le concret (Brousseau, 1988).

Après avoir défini les différents rôles du maître, intéressons-nous maintenant au fonctionnement spécifique d'une séance de problème ouvert.

2) Fonctionnement d'une séance de problème ouvert

L'ouvrage de Gilbert Arsac et Michel Mante propose avant tout un certain nombre de conseils destinés aux enseignants qui souhaiteraient mettre en œuvre une séance de problème ouvert. Ce que ces auteurs préconisent est de commencer par chercher des problèmes ouverts et en résoudre soi-même. Avant de proposer un problème ouvert aux élèves il faut en avoir fait une analyse a priori qui permet d'imaginer les procédures ou les solutions possibles pour un même problème. De plus, ce qui peut paraître déroutant pour un professeur est le fait que le but de la séance ne soit pas de trouver la bonne solution. En effet, les problèmes ouverts servent à développer la capacité des élèves à chercher. L'objectif sera donc d'amener tous les élèves à adopter un comportement de chercheur.

Dans le même ouvrage, la séance de problème ouvert se déroule en suivant les étapes ci-dessous :

- 1) La passation de consignes** : cette phase donne du sens à la pratique des problèmes ouverts.
- 2) La phase de dévolution du problème** : cela permet d'évacuer tous les problèmes liés à la compréhension du problème.
- 3) La phase de recherche individuelle** : la recherche individuelle force chaque élève à s'imprégner du problème donné.
- 4) La phase de recherche en groupes** : travailler en groupe requiert des compétences autres que celles liées aux mathématiques. Cette phase développe donc la capacité à prendre en compte ce que disent les autres

mais également à argumenter sa procédure. Et cela dans le but de se mettre d'accord sur une solution commune au groupe.

5) La phase de rédaction de propositions de solutions : ce travail permet aux élèves de préparer la phase de débat.

6) La phase de débat : d'après Gilbert Arzac et Michel Mante, celle-ci se décline en quatre temps qui sont les suivants :

- La **passation de consignes** servant à mettre en avant le fait que ce n'est pas l'enseignant qui donnera la bonne ou la mauvaise procédure. Suite à cette consigne, l'enseignant demande à chacun des groupes de choisir un porte-parole.
- Le **débat à partir de la première affiche** afin d'accepter ou de refuser la solution présentée.
- Le **débat** se poursuit **sur les autres affiches**.
- **Conclusion** du débat.

Cette phase de débat comporte une phase a didactique car pour les élèves l'intention d'enseigner du professeur n'est pas explicite. Pourtant ici c'est à l'élève de valider ou d'invalider une procédure par la justification (Brousseau, 1988).

Le guide de l'enseignant du manuel Cap Maths CM1 prévoit le déroulement suivant pour les problèmes ouverts :

- ✓ Une **phase de recherche** qui comprend une recherche individuelle suivie d'une recherche en groupe.
- ✓ Une **phase d'exploitation** est réalisée sous la forme d'une mise en commun qui permettra aux élèves de débattre concernant la validité des procédures utilisées.

De plus, Jacques Douaire et Christiane Hubert caractérisent la mise en commun comme étant un moment privilégié. Lors de cette dernière les élèves doivent prendre en charge la validation des productions de leurs pairs grâce aux échanges oraux au sein desquels les affirmations sont justifiées. Cette phase délivre à l'enseignant plusieurs tâches :

- ✓ « Analyser les productions des élèves » ;
- ✓ « Déterminer les connaissances visées dans la mise en commun » ;

- ✓ « Mettre en place les conditions du débat » ;
- ✓ « Garantir que les critères d'accord émergent lors de ces échanges soient compatibles avec ceux de la rationalité mathématique » ;
- ✓ « Prendre des décisions à l'issue des échanges » (Douaire et Hubert, 2000-2001).

Bien que des déroulements de séances soient préconisés par des didacticiens, il sera essentiel, pour chaque séance de réfléchir aux gestes professionnels à adopter. En effet, ces derniers vont permettre d'affiner la préparation de la séance afin qu'elle se déroule dans les meilleures conditions possibles. Ainsi, l'anticipation de ces gestes est indissociable de la fiche de préparation d'une séance.

3) Les gestes professionnels de l'enseignant

D'après Dominique Bucheton les gestes professionnels peuvent être caractérisés selon quatre catégories :

- ✓ Les gestes de tissage ;
- ✓ Les gestes de régulation ;
- ✓ Les gestes d'étayage ;
- ✓ Les gestes de gestion et pilotage des tâches dans une dimension spatio-temporelle.

Les gestes de **tissage** correspondent aux gestes du professeur visant à donner du sens aux apprentissages. Ils concernent donc le début de la séance mais également les transitions entre les différentes tâches.

Les gestes de **régulation** participent au maintien d'une atmosphère propice aux apprentissages. Cela passe notamment par la discipline et la création d'un climat de confiance entre l'enseignant et les élèves et au sein même du groupe d'élèves.

Les gestes de **étayage** correspondent aux différents gestes que le professeur adopte pour accompagner les élèves dans les apprentissages.

Enfin, les gestes de **gestion et pilotage dans une dimension spatio-temporelle** participent à une bonne organisation du temps et de l'espace.

Afin qu'une séance se déroule dans de bonnes conditions l'enseignant doit donc réfléchir à ces quatre gestes professionnels. Néanmoins cela n'est pas suffisant puisqu'il est essentiel de prendre en compte les spécificités de la classe dans laquelle on est. Ainsi, il faudra dans un premier temps réfléchir à cela avant de réaliser une fiche de préparation.

III – Les spécificités d'une classe à double niveau

Au sein de cette partie nous présenterons des éléments théoriques pour ensuite exposer plus précisément la mise en pratique dans une école d'un village.

1) En théorie

La théorie nous amène à nous intéresser à la classe à double niveau sous différents angles. En effet, nous en découvrirons tout d'abord les intérêts, puis ce à quoi il faut penser concernant l'aménagement du temps et de l'espace et l'organisation des apprentissages

1.3. Les intérêts

Bien que la classe multiniveaux puisse effrayer aussi bien les parents que les enseignants, elle présente des intérêts (Baraer, 2001).

Au sein de ce type de classe, le groupe est forcément hétérogène. De ce fait, les interactions sont riches et variées. De plus, l'autonomie est davantage développée grâce à cette structure que dans une classe dite « ordinaire ». Outre cela, la construction de soi par l'acceptation de l'autre est favorisée par le fait que l'élève soit tout d'abord le « petit » puis le « grand ». Ajoutons encore que ce cadre est un atout en ce qui concerne la continuité pédagogique. En effet, il est plus facile pour un enseignant de connaître ce que ses élèves savent ou non car il les accompagne pendant deux ou trois années. Ces intérêts supposent un aménagement du temps et de l'espace réfléchi au préalable par l'enseignant, ainsi qu'une organisation raisonnée des apprentissages (Baraer, 2001).

1.4.L'aménagement du temps

La vision du temps au sein d'une classe à multiniveaux est spécifique. En effet, le temps est qualifié de long car un élève peut rester dans une même classe deux, trois voire quatre années. Outre cet aspect du temps, il est crucial pour un enseignant de veiller à une alternance entre les moments dits « communs » et les moments spécifiques. L'organisation de la part des professeurs doit être rigoureuse, précise et explicite pour les élèves. D'ailleurs pour y contribuer, un outil peut être affiché et explicité quotidiennement : l'emploi du temps. Ainsi, l'organisation du temps est importante, mais il va de pair avec un aménagement de l'espace adapté.

1.5.L'aménagement de l'espace

Chaque division d'une classe de ce type doit avoir un espace qui lui est réservé. Néanmoins, la classe à multiniveaux doit pouvoir à n'importe quel moment travailler ensemble. De plus, Michel Baraer dit qu'il est nécessaire de prévoir des espaces spécifiques pour la bibliothèque, les sciences ou encore les arts plastiques. Enfin, il faut songer à la facilité de circulation au sein de la classe. L'autonomie ne peut se développer sans cela. En effet, les élèves doivent pouvoir s'occuper lorsqu'ils ont terminé un travail, chercher des outils, ou encore aider un camarade dans le besoin.

1.6.L'organisation des apprentissages

L'enseignant, lorsqu'il est face à une classe à multiniveaux doit prendre en compte deux nécessités qui sont les suivantes :

- ✓ Soumettre des apprentissages adaptés à l'âge et aux niveaux des élèves ;
- ✓ Conserver l'unité de la classe.

Afin de parvenir à cela, le professeur pourra proposer à la classe entière des situations initiales d'apprentissage communes. Cependant, les activités pour approfondir et s'entraîner devront être spécifiques à chaque division. Pour que l'organisation soit bénéfique, il est essentiel que l'enseignant ait établi les programmations avant le début des apprentissages.

De plus, ce qui permet de conserver l'unité de la classe est le fait de mettre en place des projets communs à toute la classe.

2) En pratique dans l'exemple d'une classe de CM1/CM2 à l'école primaire d'un village

2.1. Observation du fonctionnement

Au sein de l'école du village, la classe de CM1/CM2 comprend 24 élèves dont 11 élèves de CM1 et 13 élèves de CM2. Il s'agit donc d'une classe à double niveau qui est organisée spatialement de cette manière :

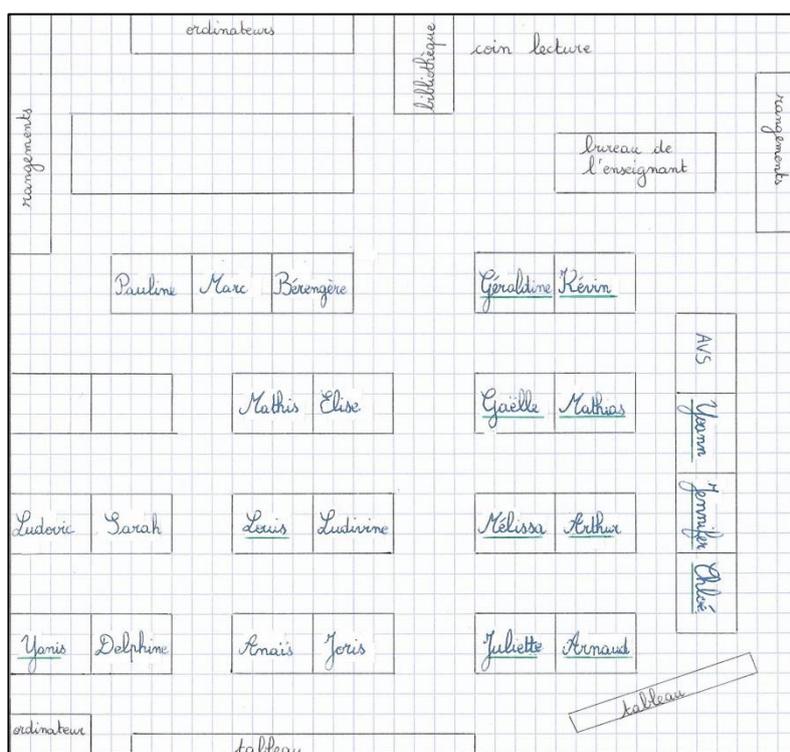


Illustration 2 : Plan de la classe de CM1/CM2 de l'école d'un village⁵

Les élèves de CM1 (prénoms écrits en bleu) sont séparés spatialement des élèves de CM2 (prénoms écrits en bleu et soulignés en vert). Deux tableaux sont présents dans la classe, ce qui est utile dans le cas où par exemple les élèves de CM2 travaillent une notion particulière pendant que l'autre division est en autonomie sur des exercices donnés et explicités par l'enseignant. De plus, un coin lecture a été installé, ce qui permet aux élèves en autonomie qui auraient terminé leur travail de

⁵ Par un souci de confidentialité, tous les prénoms des élèves ont été changés.

s'occuper sans déranger le reste de la classe. Enfin, une grande table au fond de la classe permet à l'enseignant de mettre en place des ateliers.

La temporalité est rythmée autour de l'emploi du temps qui est affiché au tableau et lu chaque matin par un élève qui en a la responsabilité.

Concernant les apprentissages, et plus spécifiquement les mathématiques une division est en autonomie pendant que l'autre se trouve avec l'enseignant. Dans toutes les disciplines le professeur adapte les enseignements en fonction des niveaux des élèves. Effectivement, par exemple lors des moments de dictée ou de production d'écrits, les attentes ne sont pas les mêmes pour les élèves de CM1 que pour les élèves de CM2.

2.2. Les difficultés rencontrées par l'enseignant

Malgré un aménagement du temps et de l'espace et une bonne organisation des apprentissages le professeur de cette classe rencontre des difficultés.

Tout d'abord, une différence apparaît entre les élèves CM1 et de CM2 au niveau de l'autonomie. En effet, lorsque l'enseignant consacre plus de temps aux élèves de CM2 durant une séance, il arrive que les élèves de CM1 le sollicitent bien qu'il ait précisé avant d'aller avec les CM2, qu'il fallait qu'ils se débrouillent avec les outils qu'ils ont à disposition. Cela est probablement dû au fait que ce soit le début de l'année.

Outre les disparités liées aux divisions, cette classe présente des spécificités qui peuvent être source de difficultés. D'une part, trois élèves de CM2 sont allophones dont un ne se trouvant pas en réelle difficulté étant donné qu'il est en France depuis plus longtemps que les deux autres. Les deux autres élèves allophones ont donc des difficultés pour comprendre et communiquer en langue française. L'enseignant doit donc prendre le temps de s'assurer que pour chaque tâche ces deux élèves soient en mesure de la réaliser. Il faut noter qu'ils font de grands progrès, notamment grâce à l'enseignante de l'Unité Pédagogique pour Elèves Allophones Arrivants (UPE2A) qui vient deux heures par semaine mais également grâce au fait qu'ils soient bien intégrés par les autres élèves. D'autre part, un élève de CM2 est accompagné par une Auxiliaire de Vie Scolaire (AVS).

2.3. La place des mathématiques dans cette classe de CM1/CM2

L'enseignant met en œuvre quotidiennement une séance dans le cadre de l'enseignement des mathématiques. Il faut savoir que cet enseignement est la plupart du temps mené de façon disjointe pour les deux divisions. Cela est notamment dû au fait que le professeur de cette classe utilise les manuels Cap Maths. Ainsi, il diffère pour les élèves de CM1 et de CM2.

Le guide de l'enseignant du manuel Cap Maths CM1 propose de travailler la résolution de problèmes selon trois directions :

- « Partir d'un problème pour apprendre une nouvelle connaissance (...) ;
- Utiliser les connaissances acquises dans des problèmes nouveaux (...) ;
- Développer les capacités à chercher »⁶.

L'enseignant de cette classe utilise donc un manuel conforme avec les Programmes en vigueur puisqu'il mentionne trois fonctions différentes des problèmes. En effet, on retrouve les situations-problème, les problèmes de réinvestissement et les problèmes pour apprendre à chercher.

Pour conclure nous pouvons dire que lorsque l'on enseigne dans une classe à double niveau il est essentiel de prendre en compte les spécificités de chaque niveau. Aussi, une classe à double niveau demande une organisation rigoureuse laissant moins de souplesse qu'une classe ordinaire. De ce fait, une réflexion approfondie sur cette problématique est nécessaire avant même la rentrée des classes.

⁶ Extrait du guide de l'enseignant du manuel Cap Maths CM1

IV - Problématique

Rappelons que la question de départ, au regard de l'expérience que j'ai eue et de mon affectation de stage en année de Master 2, était la suivante : **Comment mettre en œuvre une séance de problème ouvert dans une classe à double niveau ?**

Suite aux lectures effectuées et à la prise en compte des spécificités liées à mon lieu de stage je me suis rendue compte que la pratique des problèmes ouverts ne s'improvise pas et que de nombreux éléments doivent être pris en compte afin de veiller à ce que la séance se déroule au mieux. D'autant plus qu'une classe à double niveaux demande une réflexion préalable car les élèves n'ont pas les mêmes acquis. En effet, l'activité de problème ouvert convoque de nombreuses compétences transversales. Or, dans une classe et encore d'avantage dans une classe à double niveau les élèves ne sont pas dotés du même niveau de compétences. C'est pourquoi la problématique de mon mémoire est la suivante :

Comment gérer l'hétérogénéité d'une classe à double niveau en cycle 3 lorsque l'on met en œuvre une activité convoquant à la fois des connaissances mathématiques et des compétences transversales telle qu'une séance de problème ouvert ?

A partir de celle-ci je vais pouvoir mener une réflexion approfondie sur la pratique des problèmes ouverts adaptée à la classe que j'ai en stage, à savoir une classe de CM1/CM2.

DEUXIEME PARTIE : LE MODELE ANALYTIQUE

Afin d'apporter des éléments de réponse à cette problématique, j'ai mis en œuvre une séance consacrée au problème ouvert. Dans le but de présenter le modèle analytique nous déclinerons cette partie en différents points. Tout d'abord nous exposerons l'énoncé du problème ouvert choisi pour cette séance. Puis nous en ferons une analyse a priori, pour ensuite développer le déroulement de la séance prévue. Enfin nous dédierons une partie à la prise en compte des spécificités de la classe dans le cadre de cette séance.

I- Problème ouvert choisi

Dans le but de mettre en œuvre une séance sur un problème ouvert, il a fallu en sélectionner un qui convienne à la fois aux élèves de CM1 et aux élèves de CM2. Voici le problème ouvert choisi⁷ :

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux, Marie en prend trois, Paul en prend quatre, Marie en prend cinq, Paul en prend six... Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.

Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.

Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

Les compétences et connaissances que les élèves vont devoir mobiliser pour résoudre ce problème ne concernent pas seulement le domaine des mathématiques mais également le domaine du Français et des compétences sociales. Elles sont les suivantes :

- ✓ Lire et comprendre un énoncé ;
- ✓ Organiser les informations de l'énoncé ;
- ✓ Additionner des nombres ;
- ✓ Savoir utiliser la calculatrice pour calculer et pour vérifier ses résultats ;
- ✓ Interpréter ses résultats ;

⁷ Le problème est issu du site internet www4.ac-nancy-metz.fr/ia54-circos/ienstmax/sites/.../pbs_ouverts_cycle_2_et_3.doc

- ✓ Contrôler la vraisemblance de ses résultats ;
- ✓ Produire une réponse claire et compréhensible par tous ;
- ✓ Expliquer et justifier sa procédure ;
- ✓ Ecouter et prendre en compte les idées d'autrui.

Il faut prendre en compte le fait que ces connaissances et compétences sont plus ou moins acquises selon les élèves. Ainsi, l'activité de problème ouvert permettra aux élèves de les assimiler petit à petit.

Après avoir présenté l'énoncé du problème ainsi que les connaissances mathématiques et les compétences transversales qu'il convoque, nous allons procéder à une analyse a priori de celui-ci.

II- Analyse a priori du problème

L'analyse a priori du problème va se constituer avec une solution mathématique du problème, puis la présentation des procédures envisageables de la part des élèves. Ensuite, les difficultés qui peuvent émerger avec ce problème seront présentées et enfin des solutions seront apportées au regard de ces difficultés.

1) La solution mathématique du problème

Avant de présenter les procédures que les élèves seraient en mesure de produire, voici la solution mathématique que nous pourrions envisager :

Vérifions que dans le cas de Marie, à partir des cinq premiers termes, nous avons une suite arithmétique :

| | |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $U_0= 1$ | <i>La différence entre un terme et son précédent est constante donc il s'agit d'une suite arithmétique de raison 2 et de premier terme 1.</i> <i>La suite est donc définie par :</i> $\left[\begin{array}{l} U_0= 1 \\ U_{n+1}=U_n+ 2 \end{array} \right.$ |
| $U_1= 3$ | |
| $U_2= 5$ | |
| $U_3= 7$ | |
| $U_4= 9$ | |

Vérifions que dans le cas de Marie, à partir des cinq premiers termes, nous avons une suite arithmétique :

| | |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $V_0=2$ | <p>La différence entre un terme et son précédent est constante donc il s'agit d'une suite arithmétique de raison 2 et de premier terme 2.</p> <p>La suite est donc définie par :</p> $\begin{cases} V_0=2 \\ V_{n+1}=V_n+2 \end{cases}$ |
| $V_1=4$ | |
| $V_2=6$ | |
| $V_3=8$ | |
| $V_4=10$ | |

Cherchons maintenant le dernier terme de chacune des suites, à savoir U_n et V_n .

Voici la formule pour calculer le dernier terme de chaque suite :

$$U_n = U_0 + (n-1) * r$$

Le nombre n correspond au nombre de termes. Or, Marie tire à chaque fois deux jetons de plus que la fois précédente. Et au premier tirage Paul a un jeton de plus que Marie. Cela signifie qu'au bout de 10 tirages Paul aura 10 jetons de plus que Marie. Donc on a $n=10$.

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Calculons U_{10} :</p> $U_{10} = 1 + (10-1) * 2$ $U_{10} = 19$ | <p>Calculons V_{10} :</p> $V_{10} = 2 + (10-1) * 2$ $V_{10} = 20$ |
|--------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|

Afin de connaître le nombre de jetons qu'il y avait dans la boîte il faut faire la somme de tous les termes de chaque suite, soit :

- ✓ $S(U_n) = [n * (U_0 + U_n)] / 2$;
- ✓ $S(V_n) = [n * (V_0 + V_n)] / 2$.

| | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Calculons $S(U_{10})$:</p> $S(U_{10}) = [10 * (1 + 19)] / 2$ $S(U_{10}) = 100$ | <p>Calculons $S(V_{10})$:</p> $S(V_{10}) = [10 * (2 + 20)] / 2$ $S(V_{10}) = 110$ |
| $S(U_{10}) + S(V_{10}) = 100 + 110 = 210$ | |

Donc il y avait 210 jetons dans la boîte.

2) Procédures possibles envisagées

A partir du problème présenté précédemment nous pouvons envisager différentes procédures que les élèves seront en mesure de produire. Les voici ci-après.

Procédure n°1 : Sous la forme d'un dessin représentant les jetons distribués à Marie puis à Paul jusqu'à ce que l'on obtienne dix jetons (mis en évidence avec les jetons surlignés) de plus pour Paul comme ci-dessous.

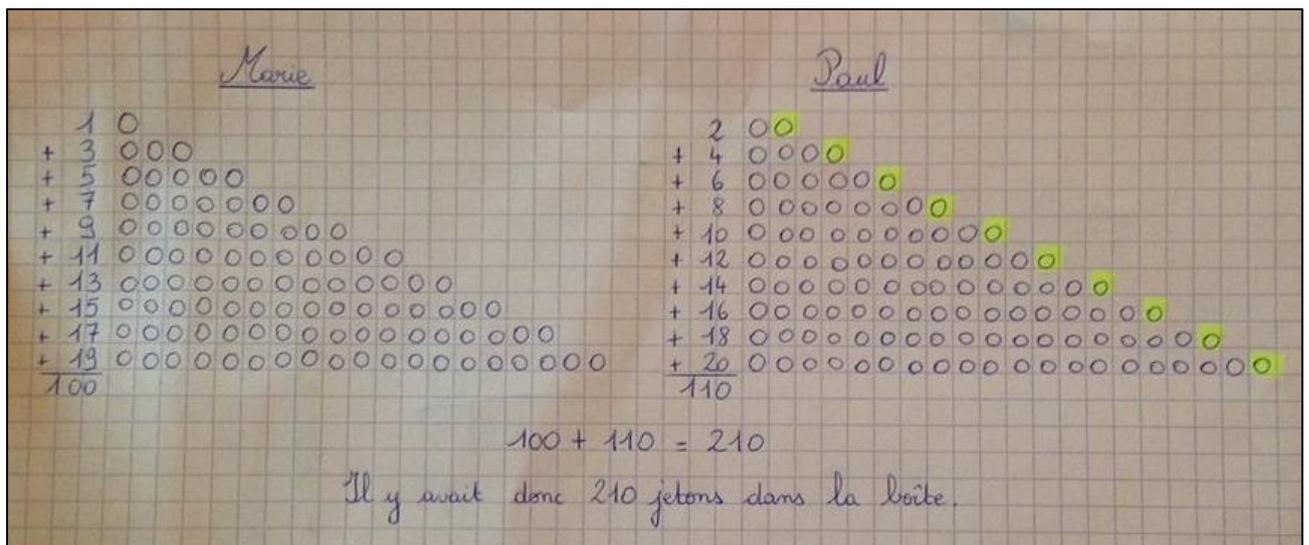


Illustration 3 : Une procédure possible pour des élèves de cycle 3.

Procédure n°2 : La même procédure peut être envisagée mais à la place des dessins, les élèves peuvent mettre les nombres directement. Voici ci-dessous un exemple de ce que l'on pourrait obtenir.

| Marie | Paul | Paul - Marie |
|-------------------------------|-------------------------------|------------------|
| $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$ | $2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$ | $30 - 25 = 5$ |
| $25 + 11 + 13 + 15 + 17 = 81$ | $30 + 12 + 14 + 16 + 18 = 90$ | $90 - 81 = 9$ |
| $81 + 19 + 21 + 23 = 144$ | $90 + 20 + 22 + 24 = 156$ | $156 - 144 = 12$ |
| $81 + 19 + 21 = 121$ | $90 + 20 + 22 = 132$ | $132 - 121 = 11$ |
| $81 + 19 = 100$ | $90 + 20 = 110$ | $110 - 100 = 10$ |

Illustration 4 : Une procédure possible pour des élèves de cycle 3.

Procédure n°3 : Tâtonnement sous la forme d'un tableau, avec ou sans la calculatrice.

| Tirages : | 1 ^{er} | 2 ^{ème} | 3 ^{ème} | 4 ^{ème} | 5 ^{ème} | 6 ^{ème} | 7 ^{ème} | 8 ^{ème} | 9 ^{ème} | 10 ^{ème} |
|--------------------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|-------------------|
| Marie | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 | 19 |
| Total Marie | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 | 100 |
| Paul | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
| Total Paul | 2 | 6 | 12 | 20 | 30 | 42 | 56 | 72 | 90 | 110 |
| Total Paul – Total Marie | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Au 10^{ème} tirage Paul a 10 jetons de plus que Marie, donc il y avait 210 jetons dans la boîte.

Procédure n°4 : Par anticipation du nombre de tirage.

A chaque tirage, Paul a un jeton de plus que Marie. Donc au bout de 10 tirages on saura combien de jetons il y avait dans la boîte.

| Marie | Paul | Marie + Paul |
|------------|------------|--------------|
| 1 | 2 | 3 |
| 3 | 4 | 7 |
| 5 | 6 | 11 |
| 7 | 8 | 15 |
| 9 | 10 | 19 |
| 11 | 12 | 23 |
| 13 | 14 | 27 |
| 15 | 16 | 31 |
| 17 | 18 | 35 |
| 19 | 20 | 39 |
| 100 | 110 | 210 |

3) Difficultés envisagées

Après avoir résolu ce problème en réfléchissant aux différentes procédures, des difficultés peuvent être considérées. Au regard de ces difficultés, des solutions

permettant de les pallier peuvent être prévues. Voici ci-dessous un tableau regroupant les difficultés potentielles associées aux solutions envisageables.

| Difficultés | Solutions envisageables |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| La compréhension de la situation peut être complexe, notamment pour les élèves de CM1. | C'est pourquoi, après une lecture à voix haute du problème il sera nécessaire de faire vivre ce problème par deux élèves de CM2 la situation avec des jetons, l'un jouant Marie, et l'autre Paul. De plus la disposition de problème peut être modifiée comme ci-après* au préalable pour faciliter la compréhension. A noter que cela peut être une variable sur laquelle jouer pour différencier. Ainsi, ce problème modifié peut être délivré aux élèves de CM1 alors que les élèves de CM2 auraient en leur possession le problème initial. |
| La compréhension du fait que Paul ait 10 jetons de plus que Marie. | Là encore, le fait de vivre la situation peut être intéressant pour pallier cet obstacle. |
| Des obstacles liés au calcul peuvent apparaître. | Il doit être précisé que la calculatrice est autorisée. |
| Etant donné la longueur de la tâche et le nombre important de nombres utilisés, les élèves peuvent avoir des difficultés à interpréter leurs résultats. | On peut inviter ces élèves à revenir à l'énoncé du problème. |
| Certains élèves vont avoir des difficultés à se lancer dans la recherche. | Après un temps de recherche autonome, il pourra leur être distribué un indice ou une aide préalablement conçu. |

** Dans une boîte, il y a des jetons.*

Marie en prend un, Paul en prend deux.

Puis, Marie en prend trois, Paul en prend quatre.

Puis, Marie en prend cinq, Paul en prend six...

Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.

Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.

Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

4) Les indices envisageables pour ce problème

Afin d'anticiper les difficultés à entrer dans la recherche, et surtout de pallier la différence de niveaux entre les élèves de CM1 et ceux de CM2, des indices ont été réalisés. En effet, lors de la recherche, ces indices permettront de débloquent les élèves ayant des difficultés.

| |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <u>Indice n°1 :</u> |
| Dessine la situation. |
| <u>Indice n°2 :</u> |
| Cherche combien Marie et Paul ont de jetons après le premier tirage. |
| <u>Indice n°3 :</u> |
| Cherche combien Marie et Paul ont de jetons après le second tirage. |
| <u>Indice n°4 :</u> |
| Procède de la même manière pour les autres tirages jusqu'à ce que Paul possède 10 jetons de plus que Marie. |
| <u>Indice n°5 :</u> |
| Cherche le nombre de jetons qu'il y avait dans la boîte. |

L'analyse a priori du problème nous a permis d'aboutir à un déroulement de séance.

III- Déroulement de la séance

La séance que j'ai préparée devrait durer environ une heure. En prenant en compte les éléments théoriques et la classe dans laquelle je suis en stage, voici les phases que j'ai prévues pour le déroulement de la séance sur le problème ouvert :

- ✓ Donner du sens à la pratique des problèmes ouverts (5 minutes) ;
- ✓ Faire lire l'énoncé à voix haute (2 minutes) ;

- ✓ Lancer la recherche individuelle (10 minutes) ;
- ✓ Lancer la recherche par groupes de trois ou quatre (15 minutes) ;
- ✓ Mettre en commun les différentes procédures (25 minutes) ;
- ✓ Conclure la séance (5 minutes).

Afin d'analyser cette séance par la suite j'ai réalisé une fiche d'observations⁸ concernant la phase de recherche individuelle et celle qui est dédiée à la recherche collective. Détaillons maintenant le contenu de ces six phases.

1) Donner du sens à la pratique des problèmes ouverts

Cette phase est cruciale pour que les élèves se rendent compte que ce type d'activité est utile. En effet, il s'agit de dire aux élèves à quoi vont servir ces problèmes ouverts, à savoir leur apprendre à chercher et à travailler en groupe notamment. Une fois cela institué, l'enseignant devra afficher, puis expliquer le déroulement de la séance.

2) Lecture de l'énoncé

Faire lire l'énoncé du problème à voix haute va permettre aux élèves d'avoir accès à la compréhension et ainsi, d'évacuer les éventuels problèmes de vocabulaire pour que cela n'entrave pas la recherche. Cela est d'autant plus essentiel pour cette classe car la présence d'élèves allophones induit de nombreuses difficultés de compréhension. Ainsi, pour évacuer ces difficultés j'ai prévu de faire modéliser le problème par les élèves avec des jetons et une boîte.

3) Recherche individuelle

Cette phase de recherche engage tous les élèves dans l'activité de recherche car ils sont seuls face à leur feuille de recherche. De plus, les élèves savent, puisque le déroulement leur a été explicité, qu'ils vont devoir présenter leur travail aux autres élèves. Cela favorise donc l'implication de l'ensemble des élèves.

⁸ Cf annexe 3 page 63

4) Recherche par groupe

La recherche se poursuit donc en plusieurs groupes, préétablis par le professeur. Il doit être précisé que lors de la mise en groupe, les élèves doivent se faire face afin de faciliter les échanges. Cet instant est découpé en trois temps. Dans un premier temps, les élèves vont présenter chacun leur tour aux autres membres du groupe leur travail de recherche individuel. Puis, les groupes vont devoir se mettre d'accord sur une procédure commune pour enfin la rédiger sur une feuille vierge.

5) Mise en commun

Lors de la mise en commun, tous les groupes viennent présenter leur procédure qui est validée ou non par les autres élèves. Il sera nécessaire de prendre le temps de faire passer tous les groupes et il faudra, avant de débiter cette phase, donner l'objectif de cette mise en commun. Ce dernier sera le suivant : Valider ou non chaque procédure en justifiant son point de vue. Ce moment sera amené comme étant une situation de débat. De ce fait, les élèves devront respecter les règles de communication déjà établies lors de débats vécus. Ainsi, les élèves vont devoir prendre en considération les arguments des autres élèves et en apporter à leur tour. Un lien avec l'enseignement moral et civique peut être fait.

Lors de la mise en commun le maître a différentes tâches selon Jacques Douaire et Christiane Hubert. Tout d'abord il doit analyser « *l'ensemble des productions* » des élèves dans le but de déterminer l'ordre de passage. Ensuite, il est tenu de « *fixer un objectif à la mise en commun* ». Puis le professeur doit « *gérer la mise en commun* » dans le sens où il veille au « *bon déroulement des échanges, sur le plan social, parfois aussi sur le plan langagier* ». Enfin, l'enseignant a la responsabilité de « *choisir une suite à la mise en commun* » (Jacques Douaire et Christiane Hubert, 2000-2001).

6) Conclusion

Conclure permet de demander aux élèves s'ils ont rencontré des difficultés, et si c'est le cas, il s'agira de leur demander lesquelles. Cette phase permettra aux élèves

de réfléchir sur leurs erreurs et de prendre en compte celles-ci pour que dans le futur, les séances sur les problèmes ouverts se déroulent au mieux. De plus, un affichage pourrait être créé afin d'aider les élèves lors de nouvelles résolutions de problèmes ouverts.

Le déroulement de séance que nous avons établi peut être adaptable à toutes les classes mais avant de mettre en œuvre l'activité il est essentiel de prendre en considération les spécificités de la classe dans laquelle nous sommes.

IV- Prise en compte des spécificités de la classe

Chaque classe dans chaque école a des spécificités. Cela est d'autant plus vrai au sein des classes à multiniveaux. Les spécificités de la classe de CM1/CM2 de l'école primaire en question sont les suivantes :

- ✓ Il s'agit d'une classe à double niveau ;
- ✓ Trois élèves sont allophones, dont deux ayant des difficultés avec la langue française ;
- ✓ Un élève présente de grandes difficultés et est de ce fait accompagné par une AVS ;
- ✓ Un élève a de grandes difficultés en mathématiques.

Afin de mettre en œuvre une séance sur les problèmes, il s'agira de prendre en considération l'ensemble de ces problématiques, notamment dans la constitution des groupes et dans les supports prévus pour cette séance.

En ce qui concerne la constitution des groupes, j'ai choisi de former des groupes homogènes afin d'éviter le phénomène de leadership qui pourrait apparaître. En effet, cela favorise l'implication de tous les élèves dans le groupe. Au regard des niveaux et de la dimension spatiale, voici les groupes que j'ai décidé de former :

| CM1 | CM2 |
|--------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| <u>Groupe 1</u> : Ludovic ⁹ , Mathis et Bérengère | <u>Groupe 3</u> : Géraldine, Kévin et Arnaud |
| <u>Groupe 2</u> : Joris, Anaïs et Sarah | <u>Groupe 4</u> : Jennifer, Chloé et Gaëlle |
| | <u>Groupe 5</u> : Mathias, Juliette et Mélissa |
| <u>Groupe 6</u> : Pauline, Arthur et Marc | |
| <u>Groupe 7</u> : Louis, Yoann et Ludivine | |
| <u>Groupe 8</u> : Delphine, Yanis et Elise | |

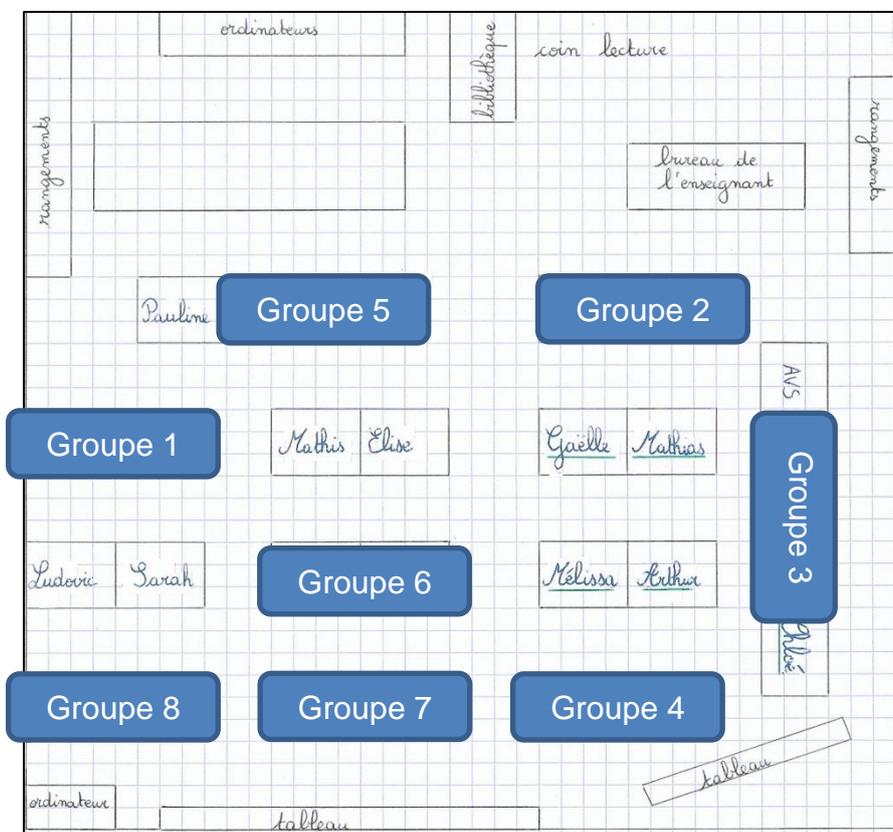


Illustration 5 : Placement des groupes sur le plan de la classe.

Ainsi, les groupes 7 et 8 comprennent les élèves les plus en difficulté en CM1 et en CM2. Le groupe 7 est composé de Louis, un des deux élèves allophones, Yoann, l'élève suivi par une AVS et Ludivine, une élève ayant des difficultés, notamment en termes de concentration. Il est nécessaire de préciser qu'au sein de ce groupe l'AVS de Yoann est présente. En ce qui concerne le groupe 8, il comprend Yanis, l'autre

⁹ Par un souci de confidentialité, tous les prénoms des élèves ont été changés.

élève allophone, une élève de CM1 et un élève de CM2 en difficulté particulièrement en mathématiques. On peut observer que j'ai choisi de mettre ces deux groupes devant afin que je puisse leur venir en aide plus facilement.

Etant donné qu'il s'agit d'une classe à double niveaux, il est nécessaire de prévoir des aides sous la forme d'indices pour pallier les éventuelles difficultés. Ces indices sont délivrés un à un en fonction des besoins des élèves. Il s'agit donc d'un support de différenciation pédagogique.

Au sein de la fiche de préparation nous pouvons observer que les deux élèves allophones sont pris en compte juste après avoir lancé les élèves dans la phase individuelle de recherche. En effet, cela est nécessaire afin de s'assurer de la bonne compréhension du problème.

Le modèle analytique nous aura permis de choisir le problème ouvert et d'en déterminer les connaissances et les compétences transversales en jeu. De plus, les difficultés auront été anticipées et les spécificités de la classe auront été prises en compte.

TROISIEME PARTIE : OBSERVATIONS ET INTERPRETATIONS

Cette partie fait suite à la séance sur le problème ouvert qui a été mise en œuvre dans la classe de CM1/CM2. Nous allons dans un premier temps analyser l'activité de l'enseignant du point de vue de ces gestes professionnels puis dans un second temps analyser l'activité des élèves, notamment à partir de leurs productions.

I- Analyse de l'activité de l'enseignant

Afin d'analyser l'activité de l'enseignant nous allons prendre appui sur les quatre gestes professionnels définis selon Dominique Bucheton à savoir les gestes de tissage, de régulation, d'étayage et de gestion et pilotage des tâches dans une dimension spatio-temporelle.

1) Les gestes de tissage

Au sein de la séance, j'ai pratiqué des gestes de tissage car j'ai demandé aux élèves : « *A quoi servent les problèmes ouverts ?* ». En faisant cela les élèves sont conscients que ce type d'activité va leur servir dans d'autres activités. Effectivement, à cette question les élèves ont répondu que les problèmes ouverts servent à chercher et à travailler en groupe.

En ce qui concerne les transitions entre les tâches, j'ai pris soin d'explicitement l'objectif de chaque tâche. De plus, avant la mise en commun j'ai précisé l'objectif qui était le suivant : « *Chaque groupe viendra présenter ce qu'il a fait, puis les autres vous devrez, en levant le doigt, valider ou non leur procédure. Ce n'est pas à moi de dire si c'est acceptable ou non, c'est à vous.* ». De cette manière, j'ai transféré la responsabilité aux élèves dans le but d'impliquer les élèves dans ce moment de mise en commun.

La clôture de la séance s'est faite par le biais d'une question que j'ai posée qui était la suivante : « *Qu'avez-vous trouvé de difficile pendant cette séance ?* ». Cette dernière m'a permis de cibler les difficultés, notamment le fait de se mettre d'accord au sein du groupe.

2) Les gestes de régulation

Pour motiver les élèves, j'ai tout de suite annoncé que tous les groupes allaient venir présenter leur travail. Ainsi, chacun s'est investi. J'ai également exercé ces gestes avant de lancer les élèves dans leur travail de recherche. En effet, j'ai dédramatisé l'échec en disant : « *Est-ce grave si l'on se trompe ? Ce que je veux c'est que vous cherchiez, que vous essayiez, donc ce n'est effectivement pas grave si vous vous trompez.* ». Cela a permis aux élèves qui ne sont pas à l'aise avec cette « liberté » de recherche de se mettre au travail sans pression. Lors de la passation de consignes l'attention des élèves est essentielle. Pour cela je demandais à chaque fois aux élèves de poser tout ce qu'ils avaient dans les mains et j'attendais que toute la classe ait le regard posé sur moi pour commencer à parler.

3) Les gestes d'étayage

Cela commence par la passation des consignes. Pour se faire j'ai pratiqué des gestes de régulation pour m'assurer de l'attention des élèves pour ensuite donner les consignes. Afin de simplifier la passation de consignes pour la séance sur un problème ouvert j'ai projeté au tableau les différentes étapes. A partir de cette projection, nous avons lu tous ensemble toutes les étapes et les élèves ont pu poser des questions en cas d'incompréhension. En plus de cela, avant chaque étape j'ai répété ce qu'ils avaient à faire et j'ai pris soin de faire reformuler la consigne à chaque fois.

Avant de lancer les élèves dans leur première tâche j'ai demandé à un d'entre eux de lire le problème. Voyant qu'un certain nombre d'élèves ne le comprenaient pas j'ai demandé à deux d'entre eux l'ayant compris de venir prendre la place de Marie et Paul afin d'illustrer le problème concrètement avec une boîte et des jetons. De plus, une fois la classe mise au travail de recherche individuelle je suis directement allée voir les deux élèves allophones afin de m'assurer qu'ils aient compris le problème. Ce n'était pas le cas. J'ai tenté de leur réexpliquer sans succès. Ils ne comprenaient pas l'expression « 10 de plus que... ». C'est pourquoi j'ai pris la boîte et j'ai, avec eux, vécu la situation. De cette manière ils ont pu commencer à réfléchir sur le problème.

Lors de la phase de recherche en groupe j'ai dû intervenir en tant que distributrice de paroles à plusieurs reprises auprès des groupes de CM1 qui ne parvenaient pas à s'écouter et donc à se mettre d'accord. De manière générale je suis restée proche des deux groupes ayant le plus de difficultés. Ce temps de recherche a semblé trop long pour les élèves de CM2 car deux groupes avaient terminé avant les autres. Ils se sont de ce fait occupés avec un livre mais j'aurai dû profiter de cela pour leur demander d'aller aider certains groupes de CM1 en difficulté. Il aurait été également possible de leur proposer un autre problème du même type.

4) Les gestes de gestion et pilotage des tâches dans une dimension spatio-temporelle

Cette séance ne devait pas excéder 1h15 en raison de l'emploi du temps. C'est exactement le temps que j'ai mis pour mettre en œuvre cette activité de problème ouvert bien qu'au sein de ma fiche de préparation j'avais prévu seulement une heure. Il me semblait important de laisser un temps assez long pour chaque étape et notamment pour la mise en commun. En effet, faire passer les sept groupes était un de mes objectifs prioritaires puisque c'était l'objet de motivation pour les élèves et il était important de mettre en avant leurs productions.

Quant à la gestion de l'espace, la disposition des groupes me semblait idéale car aucun groupe ne se gênait et les deux groupes les plus en difficultés étaient accessibles facilement. De plus, le fait que les CM1 et les CM2 étaient plus ou moins spatialement séparés était un atout car les CM2 qui avaient terminé n'ont pas parasité les autres groupes. De plus, au cours de la phase de recherche en groupe, j'ai dû intervenir au sein de certains groupes afin de faire en sorte qu'ils soient disposés d'une manière favorable aux échanges.



En effet, la disposition de gauche ne favorise pas les échanges. C'est pourquoi j'ai pris le temps de venir déplacer les élèves qui étaient mal placés.

5) Les rôles de l'enseignant lors de la séance de problème ouvert

Le premier rôle que j'ai eu a été de choisir un problème adapté à la fois aux CM1 et aux élèves de CM2. Ensuite il a fallu que je forme les groupes au préalable. Etant donné que le jour où j'ai mis en œuvre ma séance il y a eu trois absents donc un élève qui a dû partir pendant la séance, j'ai dû adapter les groupes. Un autre rôle essentiel pendant cette séance a été de rendre explicite ce qui n'avait pas été compris, notamment lors de la lecture de l'énoncé du problème. Tout au long de la séance j'ai été le maître du temps. Effectivement la gestion du temps est cruciale pour ce genre de séance car sans une mise en commun complète en fin de séance, l'intérêt de ce type d'activité sera limité. De plus, j'ai été présente pour les élèves les plus en difficulté, notamment lors de la recherche en groupe où j'ai dû jouer le rôle de distributrice de la parole. Pendant ce même temps, et également dans le but d'aider les élèves en difficulté, j'ai délivré des indices à certains groupes comme nous pouvons le voir dans la fiche d'observations¹⁰ que j'ai remplie. Quant au moment de la mise en commun j'avais pour rôle de rectifier la posture et la voix des élèves face à l'auditoire car ce sont deux éléments fondamentaux pour être entendu et compris. De plus, j'ai dû corriger quelques éléments liés au langage.

Nous pouvons dire que la gestion de l'hétérogénéité passe par l'anticipation et la mise en œuvre de gestes professionnels adaptés. Cela est d'autant plus vrai lorsque nous nous trouvons face à une classe à double niveau. En effet, la mise en œuvre de ces gestes a une influence sur l'activité de l'élève. Nous allons donc maintenant procéder à l'analyse fine de celle-ci.

II- Analyse de l'activité de l'élève

De manière générale on observe que les élèves étaient motivés par cette activité de problème ouvert. Nous questionnerons l'activité de l'élève tout d'abord lors de la recherche individuelle, puis lors de la recherche collective et enfin lors de la mise en commun.

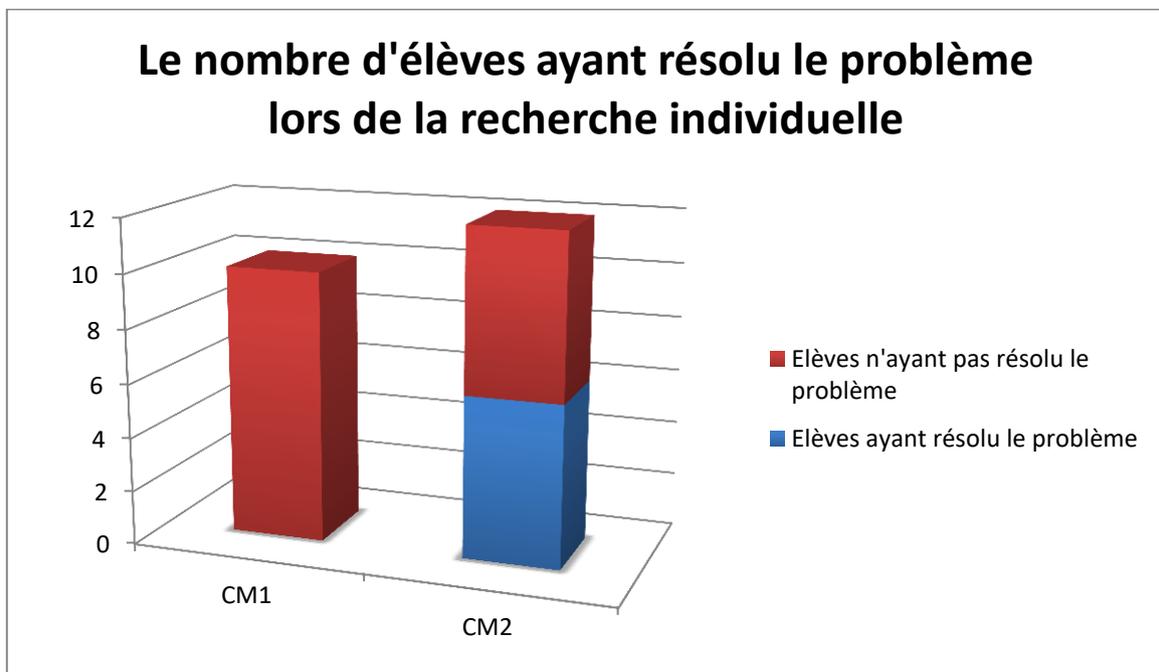
¹⁰ Cf Annexe 8 page 94

1) Recherche individuelle

Au regard des productions d'élèves¹¹ nous pouvons affirmer que tous les élèves de la classe ont été impliqués. Il est nécessaire de préciser que même si sur la production 21¹², qui est celle d'une élève de CM2, rien n'apparaît, nous pouvons distinguer qu'il y a eu une recherche mais que celle-ci a été gommée. Il sera nécessaire de repreciser dans une séance ultérieure que l'objectif de la recherche individuelle est de montrer que l'on a cherché pour pouvoir aider les membres de son groupe. De plus, l'enseignant devra insister de nouveau sur le fait que se tromper n'est pas grave. Nous pouvons analyser les productions individuelles selon différents éléments :

- ✓ La résolution du problème ;
- ✓ La présence de calculs et d'une phrase réponse ;
- ✓ Les procédures utilisées ;
- ✓ L'analyse des procédures erronées.

1.1. La résolution du problème



¹¹ Cf Annexe 6 page 66

¹² Cf Annexe 6 page 86

Sur l'ensemble des productions on remarque que six élèves de CM2 sur onze ont trouvé la bonne réponse. Sachant que parmi les élèves de CM2, deux élèves suivent les mathématiques avec les CM1. Aucun élève de CM1 n'a trouvé la réponse. Etant donné la rapidité avec laquelle les élèves de CM2 ont résolu le problème, nous pouvons remettre en cause le choix du problème.

1.2. Le contenu de la réponse

Quant au contenu de la réponse nous observerons la présence de calculs, d'une phrase réponse ou encore d'explications.

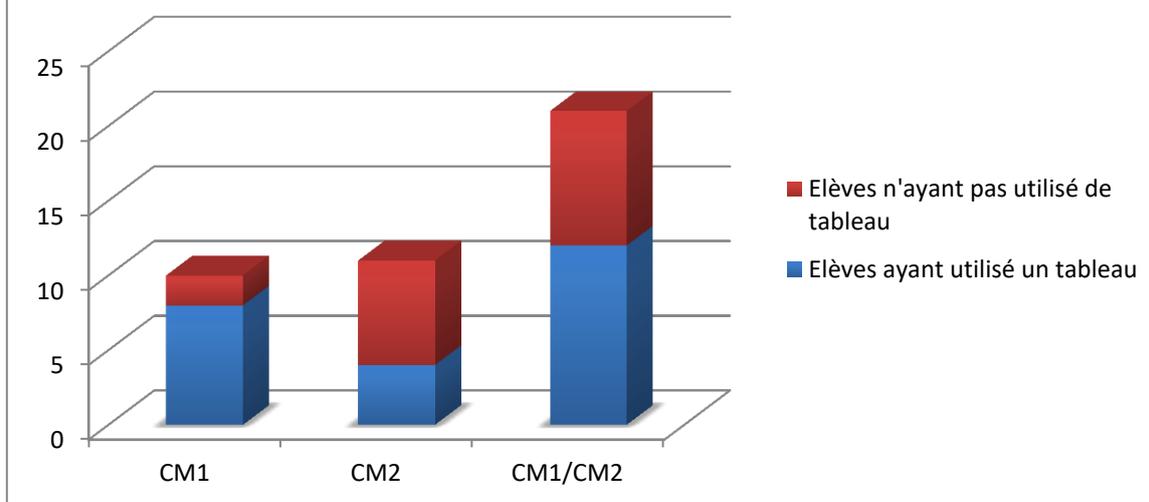
Nous remarquons que sur vingt-et-une productions, onze élèves ont écrit des calculs et treize élèves ont pu rédiger une phrase réponse. Cela est plutôt satisfaisant étant donné qu'ils n'ont eu que dix minutes pour effectuer ce travail de recherche individuel. Cependant, nous n'observons aucune explication au sein des productions. Cela s'explique par la nature du travail demandé. En effet, il s'agit d'un travail de recherche et non d'un support de communication, donc l'objectif ici est d'obtenir une trace de leurs essais.

1.3. Les procédures utilisées

En ce qui concerne les procédures utilisées, deux élèves ont décidé de représenter les jetons avec des bâtons, quinze élèves ont utilisé les nombres et trois élèves ont utilisé à la fois la représentation des jetons par des bâtons ou des croix et les nombres.

Nous remarquons grâce au graphique ci-après que de nombreux élèves ont fait le choix d'utiliser un tableau pour représenter la situation, ce qui est tout à fait acceptable. Cela montre qu'ils ont des capacités à organiser les données. C'est d'ailleurs l'un des objectifs des programmes.

L'utilisation par les élèves d'un tableau pour organiser les données du problème



Parmi les élèves n'ayant pas utilisé de tableau, il est nécessaire de préciser que quatre élèves ont organisé les données sous la forme de deux colonnes de calculs sans lignes pour matérialiser le tableau. Ces élèves font partis des CM2. Nous pouvons supposer qu'ils ont fait ce choix dans le but de gagner du temps. Ce qui est recevable étant donné qu'une feuille de recherche est personnelle. En effet, il ne s'agit pas d'un support de communication.

1.4.L'analyse des procédures erronées ou inachevées

Nous allons maintenant procéder à l'analyse de plusieurs productions.

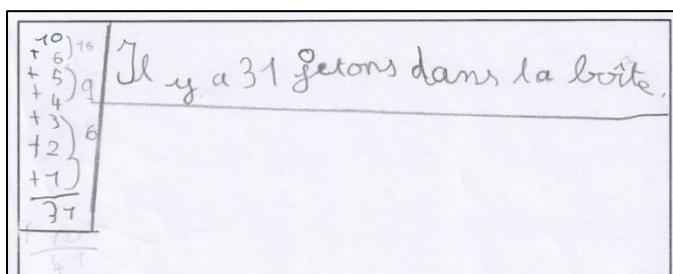


Illustration 6 : Production 1 d'une élève de CM1

Cette production montre que l'élève a fait deux essais puisqu'un calcul semble avoir été gommé. Elle avait trouvé 41. Puis elle recommence un autre calcul posé. Elle additionne l'ensemble des nombres présents

dans l'énoncé du problème en partant du 10 pour aller vers le nombre 1. Elle trouve

31 sans faire d'erreur de calcul. Cette production montre que cette élève n'a pas compris le problème. C'est le même cas pour les productions 2¹³ et 3¹⁴.

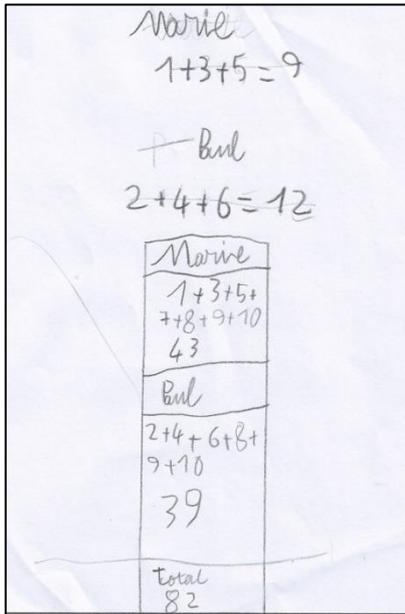


Illustration 7 : Production 7 d'un élève de CM1

L'élève qui a réalisé la production ci-contre a tout d'abord compté le nombre de jetons que Marie et Paul ont obtenu après le troisième tirage, à savoir 9 et 12. Puis pour Marie et Paul cet élève a ajouté 8, 9 et 10 jetons. Il a donc obtenu 43 jetons pour Marie et 39 jetons pour Paul. Ce qui lui a donné 82 jetons en tout. Aucune erreur de calcul n'a été faite. Néanmoins on remarque que cet élève n'a pas compris la phrase de l'énoncé suivante : « Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie. ». En effet, l'expression « de plus que », bien qu'explicitée, pose problème pour certains élèves. Malgré cela, nous pouvons dire que cet élève a compris le problème car le total donne

effectivement le nombre de jetons qu'il y avait dans la boîte bien que ce ne soit pas le résultat attendu.

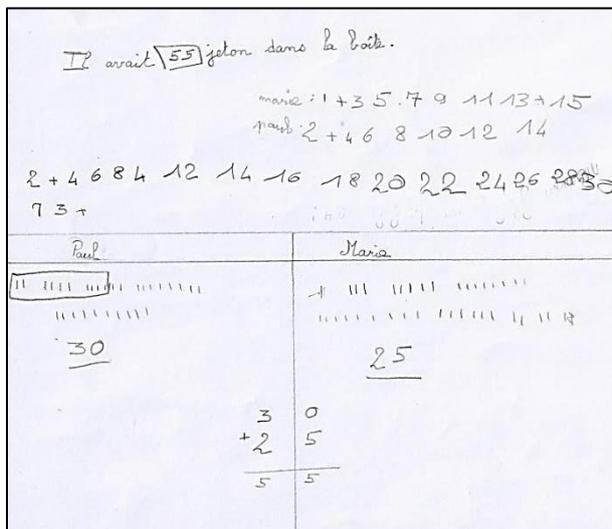


Illustration 8 : Production 8 d'un élève de CM1

Cette élève de CM1 semble avoir tout d'abord écrit une addition en ligne pour Marie puis pour Paul. Elle s'arrête à 15 pour Marie et à 14 pour Paul. Nous pouvons supposer qu'elle ait eu un manque de place, étant donné qu'elle a commencé au milieu de la feuille. De ce fait elle semble avoir recommencé l'addition correspondant au nombre de jetons piochés par Paul. Néanmoins dans ce calcul, on note une erreur. En

effet, le nombre 4 apparaît deux fois. Aucun résultat n'apparaît et le signe « + » n'est présent qu'au début. Ensuite, elle a fait de même pour Marie mais elle s'est arrêtée à 3. Nous pouvons supposer que cela soit dû au fait qu'elle se soit dit que le tableau

¹³ Cf Annexe 6 page 67

¹⁴ Cf Annexe 6 page 68

serait un moyen plus simple pour représenter ce problème. Au sein de son tableau elle fait deux colonnes : une dédiée à Paul et l'autre à Marie. Elle représente un jeton par un bâton. Elle dessine un bâton pour Marie puis deux bâtons pour Paul, et ainsi de suite. Elle s'arrête lorsqu'elle a dessiné 10 bâtons pour Paul, soit 30 au total et lorsqu'elle a dessiné 11 bâtons pour Marie, soit 36 au total. On observe qu'elle a fait une erreur de calcul pour Marie puisqu'elle a écrit que Marie avait 25 jetons au lieu de 36. Elle additionne donc 25 et 30 et trouve 55 jetons. Cette élève a donc compris le problème mais n'a pas pris en compte le fait que Paul doit avoir 10 jetons de plus que Marie. Effectivement avec les résultats qu'elle a trouvés Paul a seulement 5 jetons de plus que Marie. Nous pouvons supposer que cette élève trouvera la solution lors de la mise en groupe.

| Marie | Paul |
|--------------------|---------------------------|
| 1-3-5-7-9-11-13-15 | 2-4-6-8-10-12-14-16-18-20 |
| 17-19-21-23-25-27 | 22-24-26-28-30-32-34 |
| 29-31-33 | |

Illustration 9 : Production 10 d'une élève de CM1

Au sein de ce tableau cette élève montre qu'elle a compris le début du problème. Cependant sa procédure à ses limites

car il serait nécessaire de faire des totaux intermédiaires. Là encore le fait que Paul doit avoir 10 jetons de plus que Marie n'apparaît pas. Peut-être qu'un intervalle de temps supplémentaire aurait permis à cette élève de résoudre seule le problème.

| |
|----------------------|
| M 1-4-9-16-25-36-49 |
| P 2-6-12-20-30-42-56 |

Illustration 10 : Production 13 d'un élève de CM2

La production ci-contre est l'œuvre d'un élève de CM2. Aucun calcul n'apparaît mais nous pouvons imaginer qu'il a fait les calculs dans sa tête et qu'il s'agit du nombre de jetons cumulés qui apparaît. Ainsi, pour Marie elle a d'abord un

jeton, puis après en avoir pris trois, elle en a quatre, et ainsi de suite, de même pour Paul. Cette procédure, que l'on peut qualifier d'économique, est acceptable et nous pouvons admettre qu'avec du temps en plus cet élève aurait résolu ce problème.

Etant donné que tous les élèves ont produit un travail, nous pouvons dire que le problème choisi était adapté à l'hétérogénéité de la classe. Après dix minutes de recherche individuelle, les élèves ont été regroupés par groupe de trois ou quatre. Analysons maintenant leurs productions de groupe.

2) Recherche en groupe

Bien que nous ayons prévu huit groupes, sept groupes ont été constitués en raison des élèves absents. Nous pouvons analyser les productions de groupe selon différents éléments :

- ✓ La résolution du problème en lien avec la capacité à se mettre d'accord ;
- ✓ Accord dans le groupe ;
- ✓ La présence de calculs et d'une phrase réponse ;
- ✓ L'analyse des procédures erronées.

2.1. La résolution du problème et la capacité à se mettre d'accord

Parmi les sept productions trois groupes ont trouvé la solution au problème. Notons qu'il s'agit uniquement des groupes d'élèves de CM2. Quant aux productions des autres groupes, il est nécessaire de préciser que tous ont fait l'effort de produire un écrit relatif au problème. Néanmoins nous pouvons remarquer qu'elles paraissent moins achevées. Nous supposons, grâce à la fiche d'observations¹⁵, que ces productions témoignent des difficultés que les élèves ont eues à se mettre d'accord entre eux. En effet, les élèves de CM2 semblent plus habitués à effectuer cette tâche. Il faudra donc songer à faire en sorte que les élèves de CM1 puissent développer la capacité à travailler en groupe et plus précisément à s'accorder sur un point, notamment en écoutant les autres membres du groupe.

2.2. La rédaction de la solution

Bien que les élèves aient un affichage (ci-contre) les aidant à rédiger leur solution, certains groupes ne font pas apparaître l'ensemble de leur raisonnement. En effet, seulement trois groupes sur sept ont fait apparaître des calculs. On considère qu'il y a un calcul lorsqu'il y a les signes relatifs à

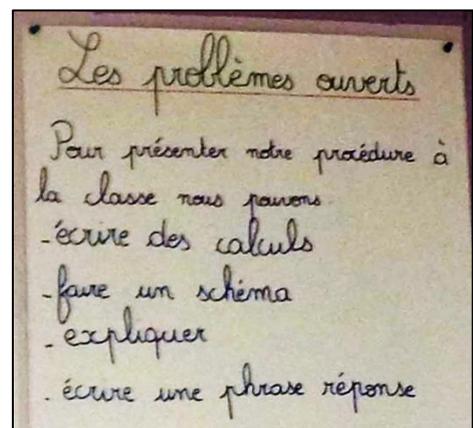


Illustration 11 : Affichage pour l'aide à la rédaction réalisé avec les élèves.

¹⁵ Cf Annexe 8 page 94

l'opération mais également le signe « = ». En ce qui concerne les justifications, seulement trois groupes ont fourni des explications. Il serait donc judicieux de retravailler ces deux points ultérieurement. Nous pouvons néanmoins relever que cinq groupes sur sept ont rédigé une phrase réponse. Parmi les deux groupes restant, un groupe a tout de même écrit la phrase suivante : « *Mais on a pas trouvé de réponse.* ». Et l'autre groupe ne semble pas avoir réussi à se mettre d'accord et de ce fait, ils ont perdu du temps et n'ont presque rien produit en commun.

Nous pouvons ajouter qu'un des groupes a préparé pendant cette phase sa prise de parole. En effet, nous pouvons le voir sur leur production ci-dessous :

C Marie : $1+3+5+7+9+11+13+15+17+19 = 100$
 Paul : $2+4+6+8+10+12+14+16+18+20 = 110$
 R On a calculer les nombres de marie puis les nombres de Paul
 les nombres de marie donne 100 et Paul 110
 H On a calculer les deux réponses et sa donne 210
 Réponse :
 Dans la boîte il ya 210 jetons.

Illustration 12 : Production F réalisée par trois élèves de CM2

Cela témoigne de l'hétérogénéité de cette classe puisque c'est le seul groupe qui a procédé ainsi.

2.3.L'analyse des procédures erronées

Nous allons analyser trois productions de groupes n'ayant pas trouvé la bonne réponse.

Dans cette première production, la première chose que l'on voit est la phrase réponse, or, celle-ci doit être le résultat de toute une démarche. Ensuite, nous pouvons identifier un calcul sans erreur mais il est nécessaire de préciser que le signe « + » n'est pas au bon endroit. Effectivement, il aurait dû être à gauche

Il y a 31 jetons dans la boîte
 calcul : $10+M$
 $6+P$
 $5+M$
 $4+P$
 $3+M$
 $2+P$
 $1+M$
 $= 31$

Illustration 13 : Production C d'un groupe mêlant deux élèves de CM1 et un élève de CM2

des nombres. Si nous nous intéressons aux nombres choisis, nous pouvons supposer qu'il n'y a pas eu de réelle recherche et peu d'échange au sein de ce groupe car ces trois élèves ont produit le même travail lors de la recherche individuelle.

La production B ci-contre a été réalisée par deux élèves de CM2. Ce groupe a bien compris le problème mais n'a apparemment pas pris en compte le fait qu'il n'y a plus de jeton à partir du moment où Paul en a dix de plus que Marie. Elles auraient dû faire des calculs intermédiaires car de cette manière elles ne semblent pas mettre de sens sur leurs résultats aux deux

| Marie | Paul |
|-----------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| 1-3-5-7-9-11-13-15-17 18-21-23-25-27 28-31-33 | 2-4-6-8-10-12-14-16-18- 20-22-24-26-28-30- 32-34. |
| On a fait un calcul = 39 | On a fait un calcul = 39 |
| <u>Mais on a pas trouvé la réponse.</u> | |

Illustration 14 : Production B de deux élèves de CM1

calculs. Ici il aurait fallu que l'enseignant leur fasse verbaliser les nombres qu'elles ont trouvés pour leur permettre de poursuivre leur recherche et ainsi accéder à la solution. Néanmoins, l'objectif de cette activité n'étant pas de trouver la solution nous pouvons malgré tout dire que cette production est satisfaisante car elle témoigne d'une vraie recherche et beaucoup d'implication.

| Paul | Marie | |
|------|-------|--------------------------------------------------------------------------------|
| 2 | 1 | Marie a 43 jetons et Paul a 39 jetons. En tout il y a dans la boîte 82 jetons. |
| 4 | 3 | |
| 6 | 5 | |
| 8 | 7 | |
| 9 | 8 | |
| 10 | 9 | |
| | 10 | |
| | | |
| | | |
| | | |

Illustration 15 : Production D d'un groupe constitué d'un élève de CM2 et de deux élèves de CM1

Le groupe ayant réalisé la production D est constitué d'un élève de CM2 et de deux élèves de CM1. Le problème semble avoir été compris jusqu'à ce qu'ils écrivent qu'au cinquième tirage Paul a tiré 9 jetons et Marie en a tiré 8. Ensuite Paul en a tiré 10

et Marie 9. Enfin Marie en a tiré 10. On remarque dans ce cas que c'est Marie qui possède plus de jetons que Paul. La capacité à contrôler la vraisemblance du résultat est donc remise en cause. Cependant il n'y a aucune erreur de calcul. Il

serait nécessaire de leur faire revivre le problème avec du matériel afin qu'ils s'approprient mieux la situation.

Cette activité en groupe met en avant l'hétérogénéité de la classe puisque certains élèves, notamment les élèves de CM2, ont des compétences plus développées en ce qui concerne le fait de travailler en groupe. La gestion de l'hétérogénéité passe donc également par l'anticipation du fait que le problème soit résolu rapidement. Ici, les élèves se sont occupés en autonomie avec un livre mais j'aurais pu envisager un problème supplémentaire ou du tutorat vis-à-vis des élèves les plus en difficulté.

A l'issue de cette phase de recherche en groupe nous pouvons dire que l'objectif en termes de recherche a été atteint car tous les élèves ont produit un travail.

3) La mise en commun

Lors de cette phase de mise en commun l'ensemble des groupes a pu venir présenter la procédure qu'ils ont mise en œuvre pour résoudre le problème. Pour chacun des groupes la difficulté a été d'adopter une posture adaptée. En effet, avant que je les corrige les élèves présentaient leur travail en regardant le tableau au lieu de se positionner face aux autres. De plus, j'ai dû intervenir également pour leur dire de parler plus fort. Ainsi, il sera nécessaire de prendre du temps pour que les élèves puissent améliorer leur posture. Enfin, pour certains élèves la justification ne semble pas automatique, c'est pourquoi des débats peuvent être mis en œuvre.

De plus, lorsque les groupes ont présenté leur travail, tous les groupes n'ont pas organisé leur prise de parole. L'hétérogénéité de la classe ressort également à ce moment-là. Il aurait été intéressant de donner des rôles à chaque élève au sein de chaque groupe, notamment pour les élèves de CM1 qui paraissent moins autonomes. Ainsi, dans un groupe, nous aurions pu donner à un élève qualifié comme petit parleur le rôle de rapporteur pour le groupe et à un élève ayant des difficultés scripturales le rôle de secrétaire. Néanmoins un groupe avait bien organisé sa présentation puisque tous les membres de celui-ci ont pu s'exprimer devant les autres élèves.

Ainsi, la mise en commun est un moment propice à la réduction des écarts entre les élèves. En effet, le fait d'anticiper et de donner des rôles aux élèves peut

favoriser le travail de groupe, mettre en valeur les petits parleurs ainsi que les élèves éprouvant certaines difficultés en écriture.

Cette séance aura été l'occasion de repérer certaines difficultés. C'est pourquoi il est essentiel de prévoir des prolongements.

III- Prolongements envisagés

Une séance de problème ouvert induit nécessairement une suite car l'enseignant, avec ce type d'activité, aura repéré un certain nombre de compétences à travailler. Avec cette classe de CM1/CM2 il sera nécessaire parfois de différencier ces prolongements dans le but de prendre en compte l'hétérogénéité.

1) Prolongements pour les élèves de CM1 et de CM2

1.1. En mathématiques

Après une séance sur les problèmes ouverts, il est possible d'en **proposer un autre** du même genre comme le suivant :

« Dans un sac il y a des bonbons. Paul en prend un, Marie en prend deux, Paul en prend trois, Marie en prend quatre, Paul en prend cinq, et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre. Quand le sac est vide Marie a ... de plus que Paul.

Combien y avait-il de bonbons dans le sac ? »

Ce problème sera l'occasion de revenir sur l'expression « de plus que » et d'identifier si tous les élèves l'ont comprise.

Outre le fait de proposer un autre problème il serait possible d'envisager une **séance de mathématiques liée à la schématisation**. En effet cela permettrait aux élèves d'avoir des bases ou un code pour représenter une situation. C'est d'ailleurs une des compétences attendue dans les Instructions Officielles.

Les prolongements peuvent se faire durant des séances de mathématiques mais pas seulement.

1.2. Dans les autres disciplines

Le domaine du français peut être l'occasion de travailler des compétences qui ne sont pas acquises. En effet, nous pourrions leur proposer une **séance sur les explications** à partir d'une activité qu'ils auraient vécue. Par exemple, nous pourrions demander à chaque élève de faire une construction en Légo. Puis d'expliquer avec des mots comment il l'a réalisée dans le but qu'un autre élève puisse la refaire en ayant seulement les explications. A partir de cela nous pourrions construire un affichage avec les différentes règles visant à une explication claire.

Dans le même domaine il serait possible de mener une **séquence autour du théâtre** afin de travailler le langage oral et notamment le fait de s'exprimer devant les autres avec une voix audible et claire.

Enfin, dans le cadre de l'Enseignement Moral et Civique (EMC), des **débats** peuvent être mis en place afin de pousser les élèves à justifier ce qu'ils affirment. Afin d'encadrer leurs justifications une affiche sur les tournures de phrases que l'on peut utiliser peut être mis à disposition des élèves dans la classe comme aide.

La séance sur les problèmes ouverts a montré que les élèves de CM1 et de CM2 n'ont pas les mêmes compétences. C'est pourquoi nous pourrions prévoir également des prolongements différents pour chacun des niveaux.

2) Prolongements pour les élèves de CM1

Nous avons pu remarquer que les élèves de CM1 avaient eu plus de difficulté à comprendre le problème. C'est pourquoi nous devons mettre en place des séances ayant pour objectif de **travailler la compréhension de textes** divers.

De plus, il a été difficile pour ces élèves de se mettre d'accord au sein du groupe. C'est pourquoi il faudra leur proposer de travailler selon cette modalité régulièrement. Lors du prochain travail similaire nous pourrions envisager de filmer un groupe pour ensuite visionner ce moment afin d'identifier ce qui était bien ou pas bien. Cela servirait de base pour établir des règles de communication entre pairs dans le cadre de l'EMC.

Bien que les élèves de CM2 aient eu moins de difficulté, nous pouvons envisager un prolongement.

3) Prolongements pour les élèves de CM2

Lors d'une séance de français il serait envisageable de prévoir une activité permettant de déterminer la manière d'**organiser la rédaction** d'une réponse à un problème. De plus, nous pourrions leur proposer de faire des exposés à trois afin d'améliorer leur capacité à **organiser leurs prises de parole**.

CONCLUSION

Ainsi, afin de mettre en œuvre une séance de problème ouvert dans une classe à double niveau en cycle 3, il est nécessaire de prendre en compte un certain nombre d'éléments. En effet, il faut réfléchir tout d'abord à un énoncé convenant à tous les élèves. Ensuite, une analyse a priori de ce problème doit être réalisée afin d'anticiper les difficultés qui peuvent apparaître lors de cette séance. Puis, l'enseignant doit penser à ses gestes professionnels pour chacune des phases de la séance afin que les objectifs soient atteints. Cela passe par le fait de mettre du sens sur les apprentissages mais également par la prise en compte de la dimension spatio-temporelle.

De plus, en tant que professeur il faut considérer le fait que toutes les productions ne soient pas parfaites comme une occasion de remédier à des difficultés spécifiques. C'est d'ailleurs grâce à ce type d'activité que l'enseignant peut déceler ces dernières car étant donné qu'il a confié aux élèves la responsabilité de la résolution du problème, il a un rôle d'observateur. De ce fait, il va pouvoir analyser les productions des élèves mais également leurs comportements face au problème et face à leurs pairs.

Nous pouvons donc dire que pour mettre en œuvre une activité de problème ouvert la gestion de l'hétérogénéité d'une classe à double niveau nécessite une grande anticipation. Cela passe notamment par une réflexion concernant les gestes professionnels adoptés par l'enseignant, le choix du problème et la constitution des groupes. De plus, il est nécessaire de prévoir des aides pour les élèves les plus en difficultés mais également une différenciation pour les élèves ayant résolu le problème avant le temps accordé. Il ne faut pas négliger le moment de mise en commun qui permet de favoriser le travail de groupe et de mettre en valeur les capacités des élèves les plus fragiles afin de leur donner de l'importance et ainsi développer chez eux une certaine confiance.

Une séance de problème ouvert dans une classe à double niveau suppose donc de prendre en compte l'hétérogénéité des élèves grâce à une forte anticipation et d'en faire ainsi une force.

BIBLIOGRAPHIE

- ❖ BARAER Michel (2001), Enseigner en classe à multiniveaux, Lieu de publication : Nathan pédagogie, Paris.
- ❖ CHARNAY Roland (1992), Grand N. Num. 51. p. 77-83. Problème ouvert - problème pour chercher. Lieu de publication : IREM de Grenoble.
- ❖ COLOMB Jacques (2005), Apprentissages numériques et résolution de problème : CM2, cycle 3. Lieu de publication : Hatier Ermel, Paris.
- ❖ COPPE Sylvie, HOUDEMONT Catherine (2002), Grand N. Num. 69. p.53-62. Réflexions sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire. Lieu de publication : IREM de Grenoble.
- ❖ DOUAIRE Jacques, HUBERT Christiane (2000-2001), Mises en commun et argumentation en mathématiques, Lieu de publication : IREM de Grenoble.
- ❖ HOUDEMONT Catherine (2009), Annales de didactiques et de sciences cognitives volume 4, p. 31 – 59. Une place pour les problèmes pour chercher. Lieu de publication : IREM de Strasbourg.
- ❖ HOUDEMONT Catherine (2017), Grand N. Num. 100. p. 59 - 78. Résolution de problèmes arithmétiques à l'école, Lieu de publication : IREM de Grenoble
- ❖ MANTE Michel, ARSAC Gilbert (2007), Les pratiques du problème ouvert. Lieu de publication : Canopé – CRDP de Lyon.
- ❖ PRIOLET Maryvonne, REGNIER Jean-Claude (2012), Grand N. Num. 90. p.69-87. Les problèmes de mathématiques dans les instructions et programmes officiels de l'école primaire, de 1833 à nos jours. Lieu de publication : IREM de Grenoble.
- ❖ VILLARD Evelyne (2013), Préparer la classe au quotidien : outils méthodologiques : cycle 3, Lieu de publication : Scérén, Dijon.

- ❖ Le Bulletin Officiel n°11 du 26 novembre 2015.
- ❖ Le Bulletin Officiel spécial n°2 du 26 mars 2015.

SITOGRAPHIE

- ❖ AUBINEAU Aurore. Ecrit réflexif d'une étudiante en Master 2 MEEF (sous la direction de Mme Evelyne GOGER. La gestion d'une classe à double niveau en cycle 3 [en ligne]. 2016 [consulté le 18/11/2017] : <https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01387213/document>
- ❖ BROUSSEAU Guy, *Les différents rôles du maître*. Bulletin de l'A.M.Q. Montréal., 1988, pp.14-24. [Consulté le 20/12/2017] : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00497481>
- ❖ CNTRL [consulté le 18/11/2017] : <http://www.cnrtl.fr/>
- ❖ GUILLEM Vincent. La gestion des mises en commun [en ligne]. 2014 [consulté le 22/11/2017] : <http://www2.ac-lyon.fr/etab/ien/loire/ressources/mathematiques42/spip.php?article57>
- ❖ PERNOUX D. Problèmes ouverts cycles 2 et 3 [document word en ligne]. [Consulté le 22/11/2017] www4.ac-nancy-metz.fr/ia54-circos/ienstmax/sites/.../pbs_ouverts_cycle_2_et_3.doc
- ❖ Site académique de Grenoble, *La notion de compétence*. 2012 [Consulté le 04/01/2018] : http://www.ac-grenoble.fr/ien.cluses/IMG/pdf_compетенces_vocabulaire.pdf
- ❖ HOUDEMMENT Catherine, *Au milieu du qué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques. Histoire et perspectives sur les mathématiques* [en ligne]. Université Paris-Diderot – Paris VII, 2013 [consulté le 19/01/2018] : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00957166/document>
- ❖ BUCHETON Dominique & SOULE Yves, Les gestes professionnels et le jeu des postures de l'enseignant dans la classe : un multi-agenda de

préoccupations enchâssées [en ligne], 2009 [Consulté le 03/01/2018] :

<http://journals.openedition.org/educationdidactique/543>

SOMMAIRE DES ANNEXES

| | |
|---------------------------------------------------------------------|----|
| Annexe 1 : Compétences travaillées en mathématiques au cycle 2..... | 60 |
| Annexe 2 : Compétences travaillées en mathématiques au cycle 3..... | 61 |
| Annexe 3 : Fiche d'observation de la séance | 63 |
| Annexe 4 : Fiche de préparation de la séance | 64 |
| Annexe 5 : Support élève pour la recherche..... | 65 |
| Annexe 6 : Productions individuelles des élèves | 66 |
| Annexe 7 : Productions de groupes des élèves..... | 87 |
| Annexe 8 : Fiche d'observations complétée | 94 |

Annexe 1 : Compétences travaillées en mathématiques au cycle 2

Compétences travaillées

Chercher

- » S'engager dans une démarche de résolution de problèmes en observant, en posant des questions, en manipulant, en expérimentant, en émettant des hypothèses, si besoin avec l'accompagnement du professeur après un temps de recherche autonome.
- » Tester, essayer plusieurs pistes proposées par soi-même, les autres élèves ou le professeur.

Domaines du socle : 2, 4

Modéliser

- » Utiliser des outils mathématiques pour résoudre des problèmes concrets, notamment des problèmes portant sur des grandeurs et leurs mesures.
- » Réaliser que certains problèmes relèvent de situations additives, d'autres de situations multiplicatives, de partages ou de groupements.
- » Reconnaître des formes dans des objets réels et les reproduire géométriquement.

Domaines du socle : 1, 2, 4

Représenter

- » Appréhender différents systèmes de représentations (dessins, schémas, arbres de calcul, etc.).
- » Utiliser des nombres pour représenter des quantités ou des grandeurs.
- » Utiliser diverses représentations de solides et de situations spatiales.

Domaines du socle : 1, 5

Raisonner

- » Anticiper le résultat d'une manipulation, d'un calcul, ou d'une mesure.
- » Raisonner sur des figures pour les reproduire avec des instruments.
- » Tenir compte d'éléments divers (arguments d'autrui, résultats d'une expérience, sources internes ou externes à la classe, etc.) pour modifier son jugement.
- » Prendre progressivement conscience de la nécessité et de l'intérêt de justifier ce que l'on affirme.

Domaines du socle : 2, 3, 4

Calculer

- » Calculer avec des nombres entiers, mentalement ou à la main, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies adaptées aux nombres en jeu.
- » Contrôler la vraisemblance de ses résultats.

Domaine du socle : 4

Communiquer

- » Utiliser l'oral et l'écrit, le langage naturel puis quelques représentations et quelques symboles pour expliciter des démarches, argumenter des raisonnements.

Domaines du socle : 1, 3

Annexe 2 : Compétences travaillées en mathématiques au cycle 3

Compétences travaillées

Chercher

- » Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés : textes, tableaux, diagrammes, graphiques, dessins, schémas, etc.
- » S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle.
- » Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.

Domaines du socle : 2, 4

Modéliser

- » Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne.
- » Reconnaître et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité.
- » Reconnaître des situations réelles pouvant être modélisées par des relations géométriques (alignement, parallélisme, perpendicularité, symétrie).
- » Utiliser des propriétés géométriques pour reconnaître des objets.

Domaines du socle : 1, 2, 4

Représenter

- » Utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques, écritures avec parenthésages, ...
- » Produire et utiliser diverses représentations des fractions simples et des nombres décimaux.
- » Analyser une figure plane sous différents aspects (surface, contour de celle-ci, lignes et points).
- » Reconnaître et utiliser des premiers éléments de codages d'une figure plane ou d'un solide.
- » Utiliser et produire des représentations de solides et de situations spatiales.

Domaines du socle : 1, 5

Raisonner

- » Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement.
- » En géométrie, passer progressivement de la perception au contrôle par les instruments pour amorcer des raisonnements s'appuyant uniquement sur des propriétés des figures et sur des relations entre objets.
- » Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui.
- » Justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose.

Domaines du socle : 2, 3, 4

Calculer

- » Calculer avec des nombres décimaux, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (mentalement, en ligne, ou en posant les opérations).
- » Contrôler la vraisemblance de ses résultats.
- » Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.

Domaine du socle : 4

Communiquer

- » Utiliser progressivement un vocabulaire adéquat et/ou des notations adaptées pour décrire une situation, exposer une argumentation.
- » Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Domaines du socle : 1, 3

Annexe 3 : Fiche d'observation de la séance

Fiche d'observation de la séance sur un problème ouvert

Phase de recherche individuelle :

Est-ce que tous les élèves ont laissé une trace de leur(s) essai(s) avant de se mettre en groupe ?

.....

Phase de recherche collective :

Quel groupe a réussi facilement à se mettre d'accord ?

| CM1 | CM2 |
|------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| <u>Groupe 1</u> : Ludovic, Mathis et Bérengère | <u>Groupe 3</u> : Géraldine, Kévin et Arnaud |
| <u>Groupe 2</u> : Joris, Anaïs et Sarah | <u>Groupe 4</u> : Jennifer, Chloé et Gaëlle |
| | <u>Groupe 5</u> : Mathias, Juliette et Mélissa |
| <u>Groupe 6</u> : Pauline, Arthur et Marc | |
| <u>Groupe 7</u> : Louis, Yoann et Ludivine | |
| <u>Groupe 8</u> : Delphine, Yanis et Elise | |

Utilisation des indices :

| | N°1 | N°2 | N°3 | N°4 | N°5 |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |
| 4 | | | | | |
| 5 | | | | | |
| 6 | | | | | |
| 7 | | | | | |
| 8 | | | | | |

Annexe 4 : Fiche de préparation de la séance

| DOMAINE : Mathématiques | | Cycle : 3 | Niveau : CM1/CM2 | Place de la séance dans la séquence : 3 ^{ème} séance relative aux problèmes ouverts | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| SOUS DOMAINE : Nombres et calculs | | | | | |
| Objectifs : Essayer de résoudre le problème donné et expliquer sa procédure à la classe. | | | | | |
| Pré requis : | | | | | |
| <ul style="list-style-type: none"> ✓ Additions; ✓ Comprendre un énoncé et organiser les données. | | | | | |
| DUREE | DEROULEMENT | CONSIGNES | | ORGANISATION & MATERIEL | Réponses attendues |
| Nous allons faire un problème ouvert. A quoi servent les problèmes ouverts ? | | | | | |
| 5 min | Explication des étapes pour résoudre un problème ouvert. | <p><i>Qui peut me rappeler comment se déroule une séance sur un problème ouvert ?</i></p> <p><i>Je vais de nouveau afficher les différentes étapes. Nous allons les lire.</i></p> <p><i>... tu veux bien me lire la 1^{ère} étape ?</i></p> <p><i>« Je cherche seul la solution au problème posé pendant 10 minutes. »</i></p> <p><i>Qui n'a pas compris cette 1^{ère} étape ?</i></p> <p><i>... tu veux bien me lire la 2^{ème} étape ?</i></p> <p><i>« Je me mets en groupe, j'explique ma solution et j'écoute celles des autres. »</i></p> <p><i>Qui n'a pas compris cette étape ?</i></p> <p><i>... tu veux bien me lire la 3^{ème} étape ?</i></p> <p><i>« Nous nous mettons d'accord pour une solution commune. Nous l'écrivons sur la feuille blanche distribuée par l'enseignant. »</i></p> <p><i>Qui n'a pas compris cette étape ?</i></p> <p><i>... tu veux bien me lire la 4^{ème} étape ?</i></p> <p><i>« Nous venons présenter notre solution au tableau et nous validons ou non les procédures des autres groupes. »</i></p> <p><i>Qui n'a pas compris cette étape ?</i></p> | | -Étapes projetées au tableau. | -Lecture de l'énoncé -Recherche individuelle -Recherche en groupe -On se met d'accord -Mise en commun |
| <p>TRANSITION : Nous allons maintenant suivre ces différentes étapes. Avant de vous distribuer le problème, je précise que vous avez le droit d'utiliser tous les outils de la classe. Vous commencerez avec votre crayon à papier.</p> <p><i>Est-ce grave si on se trompe ? Il n'y a pas de mauvaise ou de bonne réponse, ce que je veux, c'est que vous cherchiez.</i></p> <p><i>Qui veut bien me dire ce que l'on va faire pendant cette séance ?</i></p> | | | | | |
| 2 min | Lecture de l'énoncé | <p><i>... peux-tu lire le problème s'il te plaît ?</i></p> <p><i>Est-ce qu'il y a des mots que vous ne comprenez pas ?</i></p> | | -L'énoncé du problème projeté | |
| <p><i>Qui a compris la situation ? ... et ... venez mimer la situation pour ceux qui ne l'aurait pas compris.</i></p> | | | | | |
| TRANSITION : Distribution des 24 feuilles. | | | | | |
| 5 min | Recherche individuelle | <p><i>Je vous laisse donc 10 minutes pour commencer à réfléchir à ce problème.</i></p> <p><i>Aller voir Yanis et Louis.</i></p> | | -24 feuilles avec le problème -Crayon à papier | Que tous les élèves aient au moins laissé la trace d'un essai. |
| <p>TRANSITION : Posez vos crayons. Nous allons maintenant passer à la 3^{ème} étape. Qu'allez-vous devoir faire... ? Qui n'a pas compris ? Avant de donner les groupes je voudrais vous poser une question : à votre avis, si par exemple Pauline, Marc et Bérengère doivent travailler ensemble, que doivent-ils faire pour que ce soit plus facile ?</p> | | | | | |
| 15 min | Recherche en groupe | <p><i>Voici les groupes, vous pouvez y aller. Quand je vous le dirai, il faudra absolument se mettre d'accord pour pouvoir ensuite procéder à la mise en commun.</i></p> | | -une feuille par élève | Expliquer sa solution. |
| | Se mettre d'accord | <p><i>Il faut maintenant que vous vous mettiez d'accord sur une solution commune pour que vous veniez la présenter devant la classe. Vous écrirez cette solution avec un crayon feutre noir sur la feuille que je viens de vous distribuer. N'oubliez pas de faire apparaître ces éléments là pour que votre feuille soit compréhensible par tous.</i></p> | | -Feuille avec le problème vierge par groupe -Affichage sur le problème ouvert | Obtenir une solution par groupe. |
| <p>TRANSITION : Posez vos crayons. Nous allons maintenant passer à la 5^{ème} et dernière étape. Qu'allez-vous devoir faire... ? Tous les groupes vont venir présenter leur travail. Et les autres vont devoir écouter et valider ou non leur procédure. Ce n'est pas à moi de valider.</p> | | | | | |
| 15 min | Mise en commun | <p><i>Je vais demander au groupe de ... de venir nous présenter sa méthode.</i></p> | | -Visionneuse -caméra | |
| <p>CONCLUSION : Qu'avez-vous trouvé de difficile ? Est-ce que pour certains c'était difficile de travailler en groupe ? Que faut-il faire pour que le travail de groupe se passe bien ?</p> | | | | | |

Annexe 5 : Support élève pour la recherche

Prénom :

Date :

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,

Marie en prend trois, Paul en prend quatre,

Marie en prend cinq, Paul en prend six...

Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.

Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.

Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

Annexe 6 : Productions individuelles des élèves

Prénom :

Date :

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,

Marie en prend trois, Paul en prend quatre,

Marie en prend cinq, Paul en prend six...

Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.

Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.

Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

$$\begin{array}{r} 10 \text{) } 16 \\ + 6 \text{) } 9 \\ + 5 \text{) } 9 \\ + 4 \text{) } 6 \\ + 3 \text{) } 6 \\ + 2 \text{) } 6 \\ + 1 \text{) } \\ \hline 31 \end{array}$$

Il y a 31 jetons dans la boîte.

Production 1

Prénom :

Date :

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,

Marie en prend trois, Paul en prend quatre,

Marie en prend cinq, Paul en prend six...

Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.

Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.

Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Il y a 31 jetons dans la boîte <input type="checkbox"/></p> | <p>M P le tout $10 + 12 = 31$ P M le tout $12 + 10 = 31$</p> |
| <p>+ 10 M + 6 P + 5 M + 4 P + 3 M + 2 P + 1 M <hr/>31</p> <p>30 30 de père Mère</p> | <p>Il y a 31 jetons dans la boîte <input type="checkbox"/></p> |
| <p>9 + 2 + 4 + 6 + 10 <hr/>31</p> | <p>Il y a 31 jetons dans le boîte <input type="checkbox"/></p> |

Prénom :

Date : *Lundi 18 décembre*

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,
Marie en prend trois, Paul en prend quatre,
Marie en prend cinq, Paul en prend six...
Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.
Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.
Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

Il y avait 31 jetons dans la boîte.

| | |
|-----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\begin{array}{r} 10 \\ + 5 \\ + 4 \\ + 3 \\ + 2 \\ + 1 \\ \hline 25 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 16 \\ - 1 \\ - 3 \\ - 5 \\ - 7 \\ - 9 \\ \hline 25 \end{array}$ |
| $\begin{array}{r} 25 \\ + 11 \\ \hline 36 \\ - 13 \\ \hline 23 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 2 \\ + 4 \\ + 6 \\ + 8 \\ + 10 \\ \hline 30 \\ + 12 \\ \hline 42 \\ - 16 \\ \hline 26 \end{array}$ |

Prénom :

Date :

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,
Marie en prend trois, Paul en prend quatre,
Marie en prend cinq, Paul en prend six...
Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.
Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.
Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

Handwritten student work on a grid. On the left side, the letters 'M' and 'P' are written vertically. The grid contains various mathematical scribbles, including numbers, lines, and symbols, representing the student's attempt to solve the problem.

Prénom :

Date :

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,
Marie en prend trois, Paul en prend quatre,
Marie en prend cinq, Paul en prend six...
Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.
Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.
Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

| | Paul | Marie |
|-----|------|-------|
| 1 | 2 | 1 |
| 2 | 4 | 3 |
| 3 | 6 | 5 |
| 4 | 8 | 7 |
| 5 | 10 | 9 |
| 6 | 12 | 11 |
| 7 | 14 | 13 |
| 8 | 16 | 15 |
| 9 | 18 | 17 |
| 10 | 20 | 19 |
| 11 | 22 | 21 |
| 12 | 24 | 23 |
| 13 | 26 | 25 |
| 14 | 28 | 27 |
| 15 | 30 | 29 |
| 16 | 32 | 31 |
| 17 | 34 | 33 |
| 18 | 36 | 35 |
| 19 | 38 | 37 |
| 20 | 40 | 39 |
| 21 | 42 | 41 |
| 22 | 44 | 43 |
| 23 | 46 | 45 |
| 24 | 48 | 47 |
| 25 | 50 | 49 |
| 26 | 52 | 51 |
| 27 | 54 | 53 |
| 28 | 56 | 55 |
| 29 | 58 | 57 |
| 30 | 60 | 59 |
| 31 | 62 | 61 |
| 32 | 64 | 63 |
| 33 | 66 | 65 |
| 34 | 68 | 67 |
| 35 | 70 | 69 |
| 36 | 72 | 71 |
| 37 | 74 | 73 |
| 38 | 76 | 75 |
| 39 | 78 | 77 |
| 40 | 80 | 79 |
| 41 | 82 | 81 |
| 42 | 84 | 83 |
| 43 | 86 | 85 |
| 44 | 88 | 87 |
| 45 | 90 | 89 |
| 46 | 92 | 91 |
| 47 | 94 | 93 |
| 48 | 96 | 95 |
| 49 | 98 | 97 |
| 50 | 100 | 99 |
| 51 | 102 | 101 |
| 52 | 104 | 103 |
| 53 | 106 | 105 |
| 54 | 108 | 107 |
| 55 | 110 | 109 |
| 56 | 112 | 111 |
| 57 | 114 | 113 |
| 58 | 116 | 115 |
| 59 | 118 | 117 |
| 60 | 120 | 119 |
| 61 | 122 | 121 |
| 62 | 124 | 123 |
| 63 | 126 | 125 |
| 64 | 128 | 127 |
| 65 | 130 | 129 |
| 66 | 132 | 131 |
| 67 | 134 | 133 |
| 68 | 136 | 135 |
| 69 | 138 | 137 |
| 70 | 140 | 139 |
| 71 | 142 | 141 |
| 72 | 144 | 143 |
| 73 | 146 | 145 |
| 74 | 148 | 147 |
| 75 | 150 | 149 |
| 76 | 152 | 151 |
| 77 | 154 | 153 |
| 78 | 156 | 155 |
| 79 | 158 | 157 |
| 80 | 160 | 159 |
| 81 | 162 | 161 |
| 82 | 164 | 163 |
| 83 | 166 | 165 |
| 84 | 168 | 167 |
| 85 | 170 | 169 |
| 86 | 172 | 171 |
| 87 | 174 | 173 |
| 88 | 176 | 175 |
| 89 | 178 | 177 |
| 90 | 180 | 179 |
| 91 | 182 | 181 |
| 92 | 184 | 183 |
| 93 | 186 | 185 |
| 94 | 188 | 187 |
| 95 | 190 | 189 |
| 96 | 192 | 191 |
| 97 | 194 | 193 |
| 98 | 196 | 195 |
| 99 | 198 | 197 |
| 100 | 200 | 199 |

10 jetons de plus que Marie dans la boîte

Prénom :

Date :

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,

Marie en prend trois, Paul en prend quatre,

Marie en prend cinq, Paul en prend six...

Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.

Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.

Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

Marie

$$1+3+5=9$$

Paul

$$2+4+6=12$$

Marie

$$1+3+5+7+8+9+10$$

43

Paul

$$2+4+6+8+9+10$$

39

Total

82

Prénom :

Date :

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,

Marie en prend trois, Paul en prend quatre,

Marie en prend cinq, Paul en prend six...

Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.

Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.

Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

Il avait 55 jeton dans la boîte.

Marie : 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15
 Paul : 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14

2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20 + 22 + 24 + 26 + 28 + 30
 73 +

| | |
|------------------------------|-------------------------------|
| <p>Paul</p> <p><u>30</u></p> | <p>Marie</p> <p><u>25</u></p> |
| <p>3 + 2 — 5</p> | <p>0 5 — 5</p> |

Prénom :

Date : Seynodat

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,
Marie en prend trois, Paul en prend quatre,
Marie en prend cinq, Paul en prend six...
Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.
Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.
Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

Il y a 82 jetons

| Paul | Marie |
|------|-------|
| 2 | 1 |
| 4 | 3 |
| 6 | 5 |
| 8 | 7 |
| 10 | 9 |
| 12 | 11 |
| 14 | 13 |
| 16 | 15 |
| 18 | 17 |
| 20 | 19 |
| 22 | 21 |
| 24 | 23 |
| 26 | 25 |
| 28 | 27 |
| 30 | 29 |
| 32 | 31 |
| 34 | 33 |
| 36 | 35 |
| 38 | 37 |
| 40 | 39 |
| 42 | 41 |
| 44 | 43 |
| 46 | 45 |
| 48 | 47 |
| 50 | 49 |
| 52 | 51 |
| 54 | 53 |
| 56 | 55 |
| 58 | 57 |
| 60 | 59 |
| 62 | 61 |
| 64 | 63 |
| 66 | 65 |
| 68 | 67 |
| 70 | 69 |
| 72 | 71 |
| 74 | 73 |
| 76 | 75 |
| 78 | 77 |
| 80 | 79 |
| 82 | 81 |

Prénom :

Date :

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,

Marie en prend trois, Paul en prend quatre,

Marie en prend cinq, Paul en prend six...

Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.

Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.

Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

| Marie | Paul |
|--------------------|---------------------------|
| 1-3-5-7-9-11-13-15 | 2-4-6-8-10-12-14-16-18-20 |
| 17-19-21-23-25-27 | 22-24-26-28-30-32-34 |
| 29-31-33 | |

Prénom :

Date : 18/12/2017

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,

Marie en prend trois, Paul en prend quatre,

Marie en prend cinq, Paul en prend six...

Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.

Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.

Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 10 \\ \hline 22 \end{array} \quad \begin{array}{r} 012 \\ + 9 \\ \hline 21 \end{array}$$

Il y avait 21 jetons dans la boîte.

| Marie | Paul |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\begin{array}{r} 1 \\ + 3 \\ + 5 \\ + 7 \\ + 9 \\ + 11 \\ + 13 \\ + 15 \\ + 17 \\ + 19 \\ + 21 \\ + 23 \\ + 25 \\ + 27 \\ + 29 \\ \hline 210 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 2 \\ + 4 \\ + 6 \\ + 8 \\ + 10 \\ + 12 \\ + 14 \\ + 16 \\ + 18 \\ + 20 \\ + 22 \\ + 24 \\ + 26 \\ + 28 \\ + 30 \\ \hline 258 \end{array}$ |

Prénom :

Date :

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,

Marie en prend trois, Paul en prend quatre,

Marie en prend cinq, Paul en prend six...

Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.

Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.

Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

Il y a dans la boîte 82 jetons.

22

$12 + 10 = 22$ car tous les deux ont le même

| Paul | Marie |
|------|-------|
| 2 | 1 |
| + | + |
| 4 | 3 |
| + | + |
| 6 | 5 |
| + | + |
| 8 | 7 |
| + | + |
| 9 | 8 |
| + | + |
| 10 | 9 |
| + | + |
| 10 | 10 |
| = 39 | = 43 |

Prénom

Date :

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,

Marie en prend trois, Paul en prend quatre,

Marie en prend cinq, Paul en prend six...

Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.

Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.

Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

M 1-4-9-16-25-36-49

P 2-6-12-20-30-42-56

7 de +

X = jeton ou 0 = jeton

Prénom :

Date : 18/10/17

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,

Marie en prend trois, Paul en prend quatre,

Marie en prend cinq, Paul en prend six...

Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.

Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.

Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

Prénom :

Date : Lundi 18 décembre

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,

Marie en prend trois, Paul en prend quatre,

Marie en prend cinq, Paul en prend six...

Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.

Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.

Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

| | <u>Marie</u> | <u>Paul</u> |
|-----|--------------|-------------|
| | 1 | 2 |
| 4 | +3 | 4+6 |
| 9 | +5 | 6+12 |
| 16 | +7 | 8+20 |
| 25 | +9 | 10+30 |
| 36 | +11 | 12+42 |
| 49 | +13 | 14+56 |
| 64 | +15 | 16+72 |
| 81 | +17 | 18+90 |
| 100 | +19 | 20+110 |

Il y avait 210 jetons dans la boîte.
 $110 + 100 = 210$

Prénom :

Date :

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,

Marie en prend trois, Paul en prend quatre,

Marie en prend cinq, Paul en prend six...

Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.

Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.

Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

| M | P |
|-------|-------|
| 1 | 1 |
| 2 | 2 |
| 3 | 3 |
| 4 | 4 |
| 5 | 5 |
| 6 | 6 |
| 7 | 7 |
| 8 | 8 |
| 9 | 9 |
| 10 | 10 |
| 11 | 11 |
| 12 | 12 |
| 13 | 13 |
| 14 | 14 |
| 15 | 15 |
| 16 | 16 |
| 17 | 17 |
| 18 | 18 |
| 19 | 19 |
| 20 | 20 |
| <hr/> | <hr/> |
| 100 | 110 |

il y avait 31

il y a 210 jetons

Prénom :

Date : 18/12/2017

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,

Marie en prend trois, Paul en prend quatre,

Marie en prend cinq, Paul en prend six...

Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.

Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.

Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

| Marie | Paul | Marie | Paul |
|----------|----------|-----------|-----------|
| 1-3-5-7 | 2-4-6-8 | X XXX | XX XXXX |
| ○○○○○○○○ | ○○○○○○○○ | XXXXXX | XXXXXXXX |
| | | 9 | |
| | | + | |
| | | 12 | Marie 6 |
| | | +12 | +12 |
| | | +14 | +14 |
| | | <u>35</u> | <u>32</u> |

Il y a 210 dans le paquet.

+ 3
+ 5
+ 7
+ 9
+ 11
+

Prénom :

Date : 18/12/2017

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,
Marie en prend trois, Paul en prend quatre,
Marie en prend cinq, Paul en prend six...
Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.
Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.
Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

| Paul | Marie |
|------------|--------------|
| XXXXXX XIX | XIX XIX XXXX |
| XXXXXX | |

10
5

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14
15 16 17 18 19 20

2-10 dans le paquet.

Prénom :

Date : 18.1.17

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,
Marie en prend trois, Paul en prend quatre,
Marie en prend cinq, Paul en prend six...
Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.
Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.
Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

| Paul | Marie | Paul | Marie |
|---------------------------------------|--------------------------------------------------|------|-------|
| xxxxx x xx x x xx x x x xx x | xxx xx x xxx x x xxx x x x xx x xx x | 6 | |

12, 13.

Il y a 210₁ dans le paquet
jetons



Prénom : ...

Date :

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,

Marie en prend trois, Paul en prend quatre,

Marie en prend cinq, Paul en prend six...

Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.

Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.

Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

The student's work is written in two columns. The left column contains the numbers 216, 35, 1, 35, 1, 25, 15, 10, 5, 0. The right column contains 18, 8, 12, 48, 14, 16, 10, 5, 6. There are some faint lines and marks between the columns, possibly representing a table or a sequence of operations.

Annexe 7 : Productions de groupes des élèves

Prénom :

Date :

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,

Marie en prend trois, Paul en prend quatre,

Marie en prend cinq, Paul en prend six...

Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.

Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.

Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

| Paul | Marie |
|---------------------------------|-------------------------------|
| $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12$ 14 | $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13$ |

Production de groupe A

Prénom

Date :

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,
Marie en prend trois, Paul en prend quatre,
Marie en prend cinq, Paul en prend six...
Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.
Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.
Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

| <u>Marie</u> | <u>Paul</u> |
|------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| 1-3-5-7-9-11-13-15-17 19-21-23-25-27- 29-31-33 | 2-4-6-8-10-12-14-16-18- 20-22-24-26-28-30- 32-34. |
| <u>On a fait un calcul</u> = 839 | <u>On a fait un calcul</u> = 858 |
| <u>Mais on a pas trouvé la réponse.</u> | |

Production de groupe B

Prénom : _____ ...

Date :

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,

Marie en prend trois, Paul en prend quatre,

Marie en prend cinq, Paul en prend six...

Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.

Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.

Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

Il y a 31 jetons dans la boîte

calcul : $10 + M$
 $6 + P$
 $5 + M$
 $4 + P$
 $3 + M$
 $2 + P$
 $1 + M$

$= 31$

Prénom :

Date : 18/12/14

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,

Marie en prend trois, Paul en prend quatre,

Marie en prend cinq, Paul en prend six...

Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.

Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.

Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

| Paul | Marie | |
|------|-------|------------------------|
| 2 | 1 | Marie a 43 jetons et |
| 4 | 3 | Paul a 39 jetons. |
| 6 | 5 | En tout il y a dans la |
| 8 | 7 | boîte 82 jetons. |
| 9 | 8 | |
| 10 | 9 | |
| | 10 | |

Prénom :

Date :

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,

Marie en prend trois, Paul en prend quatre,

Marie en prend cinq, Paul en prend six...

Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.

Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.

Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

| <u>Marie</u> | <u>Paul</u> |
|--------------|-------------|
| 1 | 2 |
| + 3 | + 4 |
| + 5 | + 6 |
| + 7 | + 8 |
| + 9 | + 10 |
| + 11 | + 12 |
| + 13 | + 14 |
| + 15 | + 16 |
| + 17 | + 18 |
| + 19 | + 20 |
| = | = |
| <u>100</u> | <u>110</u> |

Marie a 100 jetons et, Paul en a 110

$$110 - 100 = 10$$

Il y avait 10 jetons au départ dans la boîte

Prénom : _____

Date : ...18/12/17.....

Problème ouvert

Dans une boîte, il y a des jetons. Marie en prend un, Paul en prend deux,

Marie en prend trois, Paul en prend quatre,

Marie en prend cinq, Paul en prend six...

Et ainsi de suite, chacun en prenant un de plus que l'autre.

Quand la boîte est vide, Paul a 10 jetons de plus que Marie.

Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?

E

$$\text{Marie: } 1+3+5+7+9+11+13+15+17+19 = 100$$

R

$$\text{Paul: } 2+4+6+8+10+12+14+16+18+20 = 110$$

H

On a calculer les nombres de marie puis les nombres de Paul
Les nombres de marie donne 100 et Paul 110

On a calculer les deux réponses et sa donne 210

Reponse:
Dans la boîte il ya 210 jetons.

Annexe 8 : Fiche d'observations complétée

Fiche d'observation de la séance sur un problème ouvert

Phase de recherche individuelle :

Est-ce que tous les élèves ont laissé une trace de leur(s) essai(s) avant de se mettre en groupe ?

Oui, plus ou moins. On constate que 2 productions sont sans trace mais on voit que cela a été gommé. Cela est donc satisfaisant.

Phase de recherche collective :

Quel groupe a réussi facilement à se mettre d'accord ?

| CM1 | CM2 |
|------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| Groupe 1 : Ludovic, Mathis et Bérengère, Anaïs | Groupe 3 : Géraldine, Kévin et Arnaud |
| (Groupe 2 : Joris, Anaïs et Sarah) | Groupe 4 : Jennifer, Chloé et Gaëlle |
| | Groupe 5 : Mathias, Juliette et Mélissa |
| | Groupe 6 : Pauline, Arthur et Marc |
| | Groupe 7 : Louis, Yoann et Ludivine, Joris |
| | Groupe 8 : Delphine, Yanis et Elise |

→ Remaniement des groupes en raison d'élèves absents.

Utilisation des indices :

| | N°1 | N°2 | N°3 | N°4 | N°5 |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | X | X | X | | |
| 2 | / | / | / | / | / |
| 3 | | | | | |
| 4 | | | | | |
| 5 | | | | | |
| 6 | X | | | | |
| 7 | X | | | | |
| 8 | X | X | X | | |