



HAL
open science

L'énumération en moyenne section : situation “ les boîtes d'allumettes ”

Sabrina Tempet

► **To cite this version:**

Sabrina Tempet. L'énumération en moyenne section : situation “ les boîtes d'allumettes ”. Education. 2019. dumas-02274984

HAL Id: dumas-02274984

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02274984>

Submitted on 30 Aug 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

MASTER 2 MEEF

Métiers de l'Enseignement, de l'Education et de la Formation

Mention **Premier degré**

Année universitaire 2018 - 2019

**DOSSIER UE 3
SEMESTRE 4
SESSION 1**

L'énumération en moyenne section Situation « les boites d'allumettes »

Prénom et Nom de l'étudiant : Sabrina Tempet

Site de formation : Arras

Section : 5

Nom de l'enseignant : M^{me} Mangiante

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier ma tutrice de stage, Madame Mangiante, Professeur de mathématiques à l'ESPE d'Arras. D'une part pour son aide dans le choix et la définition de ce sujet de mémoire, d'autre part pour sa disponibilité et ses conseils m'ayant aidé dans l'analyse et l'interprétation des données.

Je remercie également Caroline, enseignante de la classe de TPS/PS/MS où j'ai effectué mon stage, pour m'avoir laissé mettre en œuvre ma séquence d'expérimentation sur l'énumération.

Et enfin, j'adresse mes remerciements aux personnes qui ont pu m'aider, d'une manière ou d'une autre, dans la réalisation de ce mémoire.

Sommaire

I. Introduction.....	1
II. Etat de l'art.....	3
2.1) Le nombre à l'école maternelle.....	3
2.1.1) Le programme de l'école maternelle.....	3
2.1.2) Les éléments mathématiques à disposition des élèves.....	3
2.1.3) Le dénombrement.....	4
2.1.3.1) Le subitizing.....	4
2.1.3.2) L'estimation approximative.....	5
2.1.3.3) Le dénombrement par comptage de un en un.....	5
2.2) L'énumération.....	6
2.2.1) Définition de l'énumération.....	6
2.2.2) Une situation didactique d'énumération : les "boîtes d'allumettes".....	7
III. Problématisation du questionnement et hypothèses.....	8
3.1) La problématique.....	8
3.2) Les hypothèses de recherche.....	8
IV) Méthode.....	9
4.1) Une situation de dénombrement : évaluations diagnostiques et sommatives.....	9
4.2) Une situation d'énumération : les boîtes d'allumettes.....	9
4.2.1) Présentation du contexte pédagogique.....	9
4.2.2) L'organisation des élèves.....	10
4.2.3) Le matériel.....	10
4.2.4) Plan de séquence.....	11
4.2.5) Place dans le temps.....	13
4.2.6) Analyse a priori.....	13
4.2.6.1) Etape A.....	14
4.2.6.2) Etape B.....	14
4.2.6.3) La discrimination des collections.....	14
V. Résultats, analyses et interprétation des données.....	15
5.1) Les situations de dénombrement.....	15

5.1.1) Evaluation diagnostique.....	15
5.1.1.1) Résultats.....	15
5.1.1.2) Analyse et interprétation.....	16
5.1.2) Evaluation sommative.....	19
5.1.2.1) Résultats.....	19
5.1.2.2) Analyse et interprétation.....	19
5.2) La situation d'énumération : les boites d'allumettes.....	22
5.2.1) Analyse quantitative : les procédures mises en œuvre.....	23
5.2.1.1) Etape A.....	23
5.2.1.1.1) Analyse des procédures séance par séance.....	24
5.2.1.1.2) Analyse des procédures pour l'étape A.....	25
5.2.1.2) Etape B.....	26
5.2.1.2.1) Analyse des procédures séance par séance.....	28
5.2.1.2.2) Analyse des procédures pour l'étape B.....	29
5.2.2) Analyse qualitative : les formulations des procédures par les élèves...30	
5.2.2.1) Retranscription et analyse des formulations 1.....	30
5.2.2.2) Retranscription et analyse des formulations 2.....	36
5.3) Expérimentation supplémentaire.....	39
VI. Discussion et conclusion.....	40
6.1) Recontextualisation.....	40
6.2) Validation ou invalidation de l'hypothèse de recherche.....	40
6.3) Limites et perspectives.....	42
6.4) Conclusion.....	43

I. Introduction

Pour cette deuxième année de master MEEF Premier degré et dans le cadre du séminaire « Enseigner et apprendre les mathématiques à l'école », j'ai choisi d'approfondir mes connaissances et les recherches sur l'énumération au cycle 1. Avant de vous expliquer ce choix, je vais d'abord tenter de vous en donner une définition. L'énumération consiste à réaliser un inventaire des objets d'une collection et cela en pointant un objet à la fois et une seule fois. Contrairement à ce que l'on peut parfois penser, cette compétence mathématique, a priori "banale" et évidente pour nous adultes, n'est pas spontanément maîtrisée des jeunes enfants. En tant que professeurs ou stagiaires, nous sommes amenés à faire face à ce manque de compétence qui apparaît lors d'une situation de dénombrement. Le dénombrement par comptage nécessite en effet une synchronisation entre le geste de pointage et la récitation de la comptine numérique. Si la compétence "énumérer" n'est pas acquise, l'enfant risque de : pointer plusieurs fois d'affilée un même objet tout en avançant dans la comptine numérique ; d'oublier qu'il a déjà pointé un objet et de revenir le pointer une seconde fois ; voire même de ne pas pointer du tout un objet. Bref, ce défaut de compétence aboutit à un mauvais dénombrement de la collection d'objets. Ces erreurs de pointage peuvent malencontreusement être interprétées comme un manque d'organisation ou de concentration de l'enfant. Loin de là, l'énumération est un savoir à enseigner ! Il faut donc expliciter et développer cette compétence chez le jeune enfant, prérequis pour entrer dans l'apprentissage du dénombrement. Vous comprenez donc maintenant l'intérêt de traiter l'énumération en mémoire de recherche.

Le choix du séminaire « Enseigner et apprendre les mathématiques à l'école » n'a pas été tout de suite une évidence. J'ai d'abord tenté de trouver un séminaire dans lequel j'aurais pu continuer mes recherches sur la pédagogie de projet entamées en première année. Comme cela n'a pas été possible, j'ai saisi cette occasion pour repartir de zéro et choisir une discipline de recherche qui me tenait plus à cœur, en l'occurrence les mathématiques. J'ai toujours apprécié les mathématiques, ceci étant peut-être dû à mes facilités dans cette discipline. Il est également vrai que mon choix n'était pas désintéressé puisque préparant le CRPE 2019, je me suis dit que mes recherches et les connaissances que j'allais acquérir dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques ne pouvaient m'être que bénéfiques pour l'épreuve écrite du concours. Est ensuite venue la partie la plus difficile : trouver mon sujet de mémoire. Etant affectée en stage dans une école maternelle (classe de TPS-PS-MS),

mon choix s'est tout de suite orienté sur le dénombrement. J'ai été particulièrement intéressée par des situations mises en place l'année dernière par ma maitre de stage et qui visaient à faire prendre conscience aux élèves que mettre de l'ordre dans une collection permettait de mieux identifier chacun de ses éléments pour dénombrer. Mais c'est en cours de séminaire que j'ai définitivement ciblé mon sujet autour de l'énumération. J'ai visualisé beaucoup de vidéos de classe dans lesquelles des élèves rencontraient des difficultés à dénombrer une collection à cause de leur mauvais pointage des objets.

A partir de là, nous nous sommes demandé comment apprendre aux élèves à pointer correctement les éléments d'une collection, c'est-à-dire un par un et une seule fois.

Pour cela, nous allons vous exposer dans une première partie les recherches sur le sujet qui nous ont tout de suite intéressé au regard de la direction que nous voulions donner à ce mémoire. Nous définissons ainsi les cadres théoriques du nombre à l'école maternelle en présentant les principes relatifs au dénombrement et plus particulièrement à l'énumération.

Ces lectures, qui nous ont apporté des connaissances et ont fait évoluer notre réflexion, vont vous permettre de comprendre dans une deuxième partie le cheminement de notre questionnement et la problématique finale qui en découle. Nous élaborons ensuite les hypothèses qui pourraient répondre à ce questionnement.

Et c'est justement pour tenter de répondre à cette problématique que nous expérimentons en classe la situation d'énumération « les boites d'allumettes » sous forme d'une séquence complète présentée en troisième partie de ce mémoire.

La quatrième partie concerne la présentation des données recueillies avec une analyse et une interprétation de celles-ci.

Dans une cinquième partie, nous sommes donc en mesure de discuter et de comparer ces résultats aux hypothèses de départ afin de tirer des conclusions sur l'efficacité de la situation "les boites d'allumettes" dans l'acquisition de la compétence d'énumération chez les jeunes enfants.

II. Etat de l'art

2.1) Le nombre à l'école maternelle

2.1.1) Le programme de l'école maternelle

Le programme de l'école maternelle dédie son domaine 4, intitulé « construire les premiers outils pour structurer sa pensée », à l'apprentissage et à l'enseignement des mathématiques. Dans l'apprentissage du nombre à la maternelle, trois grands objectifs sont visés : la construction du nombre pour exprimer et comparer les quantités, la stabilisation de la connaissance des petits nombres et l'utilisation du nombre comme mémoire de la position. Le dénombrement fait partie des premiers savoirs et savoir-faire à construire, en même temps que l'apprentissage de la suite orale des mots-nombres et l'écriture des nombres avec les chiffres. Le programme définit l'énumération en relation avec la suite orale des mots-nombres :

« Pour dénombrer une collection d'objets, l'enfant doit être capable de synchroniser la récitation de la suite des mots-nombres avec le pointage des objets à dénombrer. Cette capacité doit être enseignée selon différentes modalités en faisant varier la nature des collections et leur organisation spatiale car les stratégies ne sont pas les mêmes selon que les objets sont déplaçables ou non (mettre dans une boîte, poser sur une autre table), et selon leur disposition (collection organisée dans l'espace ou non, collection organisée-alignée sur une feuille ou pas). »¹

L'enseignant doit donc faire des choix et proposer à ses élèves une ou des situations présentant ces différentes variables. Pour mieux appréhender cet enseignement, nous avons cherché à élargir nos connaissances sur le sujet et sur les nombres en général.

2.1.2) Les éléments mathématiques à disposition des élèves

L'ouvrage Ermel, *Apprentissages numériques et résolution de problèmes, GS cycle 2* (p.30), 2005, Paris, HATIER, décompose les nombres en quatre domaines :

- Le domaine des nombres « **visualisables** » (jusqu'à 4 ou 5) : « Ce sont les nombres pour lesquels une reconnaissance rapide ou globale est possible, sans recours au comptage ou avec un comptage très rapide. »

¹ Bulletin officiel spécial n°2 du 26 mars 2015

- Le domaine des nombres « **familiers** » (autour de 15 selon les élèves) : « Dans ce domaine, la comptine peut être maîtrisée assez rapidement et le dénombrement par comptage est possible et efficace ».
- Le domaine des nombres « **fréquentés** » (jusqu'à 30 environ) : c'est par exemple le nombre de jours dans un mois sur le calendrier.
- Le domaine des « **grands nombres** » (supérieurs à 30)

Nous comprenons maintenant qu'en MS / GS, c'est le domaine des nombres familiers des élèves qui va être utilisé pour dénombrer des collections avec comme outil principal la comptine numérique. Mais justement, qu'est-ce que le dénombrement ?

2.1.3) Le dénombrement

Le dictionnaire Encyclopédie Universalis définit le dénombrement comme « le fait de dénombrer, de compter l'ensemble des éléments d'une population. »

Il faut cependant distinguer la notion de dénombrement de celle du comptage. En s'appuyant sur Gelman (1983), nous pouvons définir ces notions comme-ci :

-**compter** consiste à établir une bijection entre un sous-ensemble de la collection et des mots nombres de la comptine numérique ;

-**dénombrer** une collection, c'est compter et définir le cardinal de la collection énumérée par le dernier mot nombre énoncé.

Le comptage permet donc d'aboutir au dénombrement mais parfois, il n'est pas nécessaire.

Nous nous intéressons alors aux différentes procédures de dénombrement pouvant être mises en place par les enfants et même par nous, adultes.

2.1.3.1) *Le subitizing*

Le subitizing est défini par CHARNAY R. et MANTE M. (2005) comme la reconnaissance perceptive immédiate (d'un seul coup d'œil) de la quantité. Ce moyen est possible pour de très petites quantités (moins de 4 ou 5 éléments) ou encore pour des configurations géométriques particulières, souvent rencontrées et mémorisées (les constellations du dé par exemple).

2.1.3.2) L'estimation approximative

L'estimation approximative, encore selon R. CHARNAY & M.MANTE, *Professeur des écoles, Admissibilité CRPE Mathématiques* (pp. TOME 2, p.101-102), 2015, HATIER Concours, « peut être considérée comme une forme de dénombrement qui permet l'évaluation approximative d'une quantité, avec la conscience que la quantification n'est pas nécessairement exacte, mais qu'elle donne un bon ordre de grandeur. Les jeunes enfants n'utilisant pas facilement cette technique qui ne donne pas le résultat exact. Ce qui peut être considérée comme une erreur. »

2.1.3.3) Le dénombrement par comptage de un en un

Pour accéder au dénombrement, cinq principes ont été définis par deux chercheuses, GELMAN et GALLISTEL, "*The child's understanding of number*", (1978-1983), Harvard University Press, Cambridge :

- ✓ Principe de correspondance terme à terme ou de bijection : chaque mot-nombre énoncé doit correspondre à un objet et un seul. Pour cela, l'enfant doit coordonner parfaitement son geste et sa récitation de la comptine numérique : un mot par objet pointé, pas plus, pas moins.
- ✓ Principe de suite stable : la connaissance de la comptine est stable et correcte, les mots-nombres doivent toujours être récités dans le même ordre (suite conventionnelle). Cela requiert la mémorisation d'une suite de mots et sa restitution toujours de la même manière, avec des contextes qui peuvent varier.
- ✓ Principe de cardinalité : le dernier mot nombre prononcé renvoie à l'ensemble de la collection et détermine le nombre d'éléments de celle-ci. Ce principe permet de répondre à la question du combien.
- ✓ Principe d'indifférence de l'ordre : les objets peuvent être comptés dans n'importe quel ordre sans incidence sur le résultat (l'ordre des objets à dénombrer n'a pas d'importance, mais les mots qui servent à dénombrer les objets dans cette situation doivent, eux, être récités dans l'ordre de la suite numérique comme vu précédemment).
- ✓ Principe d'abstraction : on peut dénombrer tout et n'importe quoi ensemble (ensemble d'objets hétérogènes).

Un article de Joël Briand paru dans « GRAND N » : « ENSEIGNER L'ENUMERATION EN MOYENNE SECTION », n°66, pp. 7 à 22, 1999-2000, détaille le dénombrement par comptage de un en un et plus précisément les étapes nécessaires à l'élève pour compter le nombre d'objets d'une collection. Voici les huit étapes qu'il identifie :

- « 1. Etre capable de distinguer deux éléments différents d'un ensemble donné.
2. Choisir un élément d'une collection.
3. Enoncer un mot nombre (« Un » ou le successeur du précédent dans une suite de mots-nombres).
4. Conserver la mémoire de la collection des éléments déjà choisis.
5. Concevoir la collection des objets non encore choisis.
6. Recommencer (pour la collection des objets non encore choisis) les points 2, 3 et 4 tant que la collection des objets à choisir n'est pas vide.
7. Savoir que l'on a choisi le dernier élément.
8. Enoncer le dernier mot nombre. »

A partir de l'analyse de ces différentes étapes, Briand caractérise une connaissance nécessaire au dénombrement, jusqu'alors non enseignée, qui s'appelle l'énumération. L'énumération consiste d'après lui à passer en revue tous les éléments d'une collection finie et une seule fois. Cette tâche d'inventaire est représentée par les étapes 1, 2, 4, 5, 6 et 7.

Il a alors l'idée d'enseigner séparément l'énumération et le dénombrement pour faciliter les apprentissages. Pour cela, il cherche à développer des problèmes où le dénombrement n'est pas le but : il imagine et met en place la situation « les boites d'allumettes » dans laquelle l'énumération est la compétence à atteindre pour gagner.

2.2) L'énumération

2.2.1) Définition de l'énumération

Comme nous l'avons déjà vu, l'énumération est une exploration exhaustive d'une collection en passant en revue tous les objets et chacun d'eux une seule fois, dans n'importe quel ordre. Cette connaissance relative à la collection est celle qui permettra le comptage. Mais

l'énumération peut aussi être définie comme l'action de structurer une collection permettant ainsi de la parcourir d'une façon ordonnée et contrôlée :

-**ordonner** : choisir un premier élément et son successeur ;

-**contrôler** : conserver la mémoire des choix précédents, savoir que l'on a parcouru toute la collection.

Conserver la mémoire des choix précédents peut donc se faire soit mentalement soit par discrimination physique des collections. Le pointage de chaque objet de la collection se traduit donc par le déplacement ou non des objets vers un endroit choisi.

Pour travailler l'énumération dans toutes ses dimensions, les situations mises en œuvre doivent donc prendre en compte cette variable et proposer aussi bien des objets déplaçables que non déplaçables.

2.2.2) Une situation didactique d'énumération : les "boîtes d'allumettes"

Ce dispositif, mis en place par Briand en 1999, s'adresse à des enfants âgés de 4 à 5 ans. Comme son nom l'indique, il nécessite une collection de boîtes d'allumettes avec des allumettes, le tout étant disposé sur une table. Les boîtes d'allumettes sont percées d'un petit trou sur les deux côtés de leur largeur de sorte à ce qu'on puisse y insérer une allumette. Les allumettes sont quant à elles regroupées toutes ensemble dans un petit panier. Le principe du jeu est assez simple : l'élève doit mettre une et une seule allumette dans chaque boîte. Lorsqu'il estime avoir fini, toutes les boîtes sont ouvertes une par une pour vérifier leur contenu et savoir si l'action a été réussie ou non.

La situation n'est pas davantage précisée dans cette partie car toutes nos expérimentations effectuées en classe, détaillées ci-après, s'inspirent directement des travaux de Joël Briand.

III. Problématisation du questionnement et hypothèses

3.1) La problématique

Notre travail s'inscrit dans une problématique plus large qui est : dans quelles mesures la compétence « énumérer » permet-elle d'accéder au dénombrement par comptage ?

Nous avons ensuite envisagé les questions suivantes :

- Quelle méthode peut être mise en place pour déceler les problèmes d'énumération chez les élèves ?
- Comment aider des élèves de moyenne section à prendre en compte une seule fois chaque élément d'une collection d'objets lors d'une activité de dénombrement par comptage ?
- Quelles sont les difficultés rencontrées lors de la mise en place de la situation « les boîtes d'allumettes » en classe ?
- Comment aider des élèves de moyenne section à coordonner récitation des mots-nombres et pointage des objets d'une collection lors d'une activité de dénombrement par comptage ?

Dans ce mémoire, nous allons tester la situation «les boîtes d'allumettes» dans le but de répondre à une problématique bien précise : la situation « les boîtes d'allumettes » permet-elle aux élèves d'acquérir la compétence d'énumération ?

3.2) Les hypothèses de recherche

Pour répondre à cette problématique, toutes les expérimentations menées en classe vont s'appuyer sur un seul jeu, les boîtes d'allumettes, en prenant soin de proposer aux élèves aussi bien des boîtes déplaçables que des boîtes fixes.

Pour mesurer l'acquisition des élèves vis-à-vis de la compétence d'énumération, nos observations vont se porter sur les procédures mises en œuvre par les élèves et les formulations de ces procédures. La comparaison des différentes séances va rendre compte de leur évolution. Une situation de dénombrement est également mise en place en amont et aval de la séquence des boîtes d'allumettes, toujours pour évaluer l'acquisition de la compétence d'énumération mais aussi pour mesurer son implication dans le dénombrement par comptage.

IV. Méthode

4.1) Une situation de dénombrement : évaluations diagnostiques et sommatives

Une évaluation diagnostique est réalisée avant le début de la situation d'énumération afin de rendre compte du niveau d'acquisition de chaque élève au vu de la compétence énumérative. Cette évaluation constitue une situation de référence et est reconduite en fin de séquence.

L'évaluation se déroule comme-ci :

- ✓ « Jusqu'à combien sais-tu compter ? » : cette demande est faite deux fois. L'élève énonce les mots-nombres de la comptine numérique dans un ordre conventionnel. Dès l'apparition d'une erreur, nous l'interrompons pour lui la faire remarquer.
- ✓ « Combien y a-t-il de jetons sur la table ? » : nous disposons sur la table un nombre de jetons dont le mot-nombre est inférieur au dernier énoncé par l'élève. Lorsque l'acquisition de la comptine s'avoisine autour de 30, nous proposons une quantité de jetons aux alentours de 15 pour que l'élève porte son attention sur le dénombrement. La collection de jetons est composée de jetons jaunes et de jetons rouges. Ces derniers sont mélangés sur la table, disposés aléatoirement et certains peuvent être superposés. Cette opération de dénombrement est également réalisée deux fois par l'élève.

Chaque élève est évalué individuellement. La réussite ou la non réussite de cette opération (= trouver le cardinal de la collection) n'est pas synonyme d'acquisition ou de non-acquisition de la compétence d'énumération. Nos observations et nos questionnements se focalisent sur un élément en particulier : la procédure mise en place par l'élève pour dénombrer les jetons.

4.2) Une situation d'énumération : les boîtes d'allumettes

4.2.1) Présentation du contexte pédagogique

Les expérimentations sont menées sur notre lieu de stage. L'école concernée est située en milieu rural et comporte 88 élèves de la TPS au CM2. Les différents niveaux sont répartis ainsi : TPS/PS/MS, GS/CP, CE1/CE2, CM1/CM2. Nos expérimentations sont menées en cycle 1 dans la classe de TPS/PS/MS. La classe comporte une majorité de très jeunes enfants, 9 petits et 6 tout-petits pour 6 moyens. Pour simplifier notre tâche de travail et proposer un dispositif adapté à l'âge des enfants, nous avons choisi de nous concentrer sur un seul niveau : la Moyenne Section qui est donc composée de 6 élèves. Les élèves sont tous âgés de 4 ans. La classe fonctionnant en ateliers Montessori, ils ont l'habitude de manipuler et de travailler en autonomie.

4.2.2) L'organisation des élèves

Le jeu des boîtes d'allumettes se joue individuellement dans le sens où un seul élève à la fois manipule les boîtes.

Chaque séance se déroule l'après-midi sous forme d'atelier dirigé pour trois élèves. A ce moment-là, les tout-petits et les petits font la sieste, seuls les six moyens sont donc présents dans la classe.

La séance se déroule sur l'unique grande table de la classe où nous avons disposé le matériel. Pour une meilleure concentration des élèves sur l'activité, les ateliers se déroulent par groupe de trois élèves : pendant que trois élèves font le jeu des boîtes d'allumettes, les trois autres s'occupent dans la classe avec un atelier autonome comme ils ont l'habitude de le faire. Ils sont aussi libres de regarder leurs camarades faire les boîtes d'allumettes mais ils ne sont pas assis à la table.

Nous commençons chaque séance par rappeler le but du jeu et expliciter l'objectif qui varie d'une séance à l'autre. Les élèves jouent ensuite à leur rythme. Dès qu'un élève estime avoir fini, nous autorisons la validation par l'élève lui-même puis un autre élève fait le jeu.

4.2.3) Le matériel

Pour cette situation, le matériel nécessaire est le suivant :

- ✓ 15 boîtes d'allumettes identiques, percées d'un petit trou sur les deux côtés de leur largeur (Ales boîtes doivent s'ouvrir facilement) ;

- ✓ une cinquantaine d'allumettes (nombre bien supérieur au nombre de boîtes) sans leur bout phosphoré + un petit panier pour y mettre les allumettes ;
- ✓ un panneau blanc de dimensions 60 cm x 45 cm (cf. image 1) et son marqueur délébile ;
- ✓ du scotch double face (pour fixer les boîtes sur le tableau).



Image 1 : disposition des boîtes d'allumettes fixées sur le panneau blanc

4.2.4) Plan de séquence

La séquence peut être découpée en deux grandes étapes en fonction des variables didactiques mises en jeu :

- ✓ **Etape A** : boîtes déplaçables avec une répartition aléatoire sur la table ;
- ✓ **Etape B** : boîtes fixes plus ou moins alignées sur le panneau.

Objectif des séances	
Etape A : boîtes déplaçables	Etape B : boîtes fixes
Construire une collection nouvelle d'éléments en distinguant matériellement et en permanence cette nouvelle collection de l'ancienne (= trier les collections)	Trouver une stratégie pour distinguer deux collections sans pouvoir les séparer matériellement, mettre en œuvre une autre stratégie en utilisant le marquage

Cette séquence alterne également situations d'actions et situations de formulation :

Situation d'action	Situation de formulation
Chaque élève individuellement remplit les boîtes de façon à y mettre une seule allumette.	L'élève n°1 commence à remplir les boîtes en l'absence de son binôme. A notre signal (quand il a rempli 8 boîtes sur 15), il stoppe son travail. Une communication est alors nécessaire entre les deux élèves : l'élève 1 élabore un langage pour rendre compte du travail qui a déjà été fait (boîtes remplies) et du travail qu'il reste à faire (boîtes vides). L'élève 2 poursuit le travail commencé par l'élève 1.

La progression est fondée sur les variables didactiques suivantes :

- nombre de boîtes : 8 puis 15 ;
- mobilité des boîtes : déplaçables puis fixes ;
- modalité de travail : individuel / binôme.

Les différentes séances sont les suivantes :

	Séance	Type de séance	Variables didactiques	Description/objectif de la séance
Etape A	1	Situation d'action	8 boîtes déplaçables	-Se familiariser avec le jeu, -prendre conscience du but à atteindre et de l'écart au but.
	2	Situation d'action	15 boîtes déplaçables	Même principe que la séance 1 mais avec un nombre de boîtes plus important. Il faut amener les élèves à expliciter leurs procédures et à anticiper les résultats.
	3	Situation de formulation	15 boîtes déplaçables	-Appliquer la méthode de tri pour énumérer une grande collection d'objets déplaçables,

				-Savoir verbaliser cette méthode pour l'expliquer à un pair.
Bilan collectif avec les élèves				
Etape B	4	Situation d'action	15 boîtes fixes	Enumérer une collection d'objets non déplaçables. On introduit dans cette séance un outil pour permettre aux élèves de distinguer les collections : un crayon.
	5	Situation de formulation	15 boîtes fixes	-Appliquer la procédure de marquage pour énumérer une grande collection d'objets fixes, -Savoir verbaliser cette méthode pour l'expliquer à un pair.
Bilan collectif avec les élèves				

Les mises en commun, aussi appelées phases d'explicitation des procédures, ont lieu à chaque fin de séance pour faire émerger les procédures et poser le savoir :

- passage de un ou plusieurs élèves avec des procédures différentes et n'ayant pas réussi ;
- passage de un ou plusieurs élèves avec des procédures différentes et ayant réussi (exposé des procédures de la plus primitive à la plus experte) ;
- un élève qui n'a pas réussi vient dire comment il pourrait faire une prochaine fois pour réussir.

4.2.5) Place dans le temps

Cette séquence est menée sur cinq semaines, de début janvier à début février. Chaque nouvelle activité avec les boîtes d'allumettes découverte avec nous le lundi est de nouveau travaillée avec l'enseignante de la classe une seconde fois dans la semaine, en notre absence. Le fonctionnement de la classe en ateliers individuels et autonomes nous permet également de faire des "boîtes d'allumettes" un atelier à part entière à disposition des élèves de moyenne section.

4.2.6) Analyse a priori

Si le principe du jeu reste facile à comprendre, son analyse, quant à elle, demande un peu plus de réflexion de notre part. Voyons les procédures qui pourraient être mises en place par les élèves : (classement des plus primitives aux plus expertes)

4.2.6.1) Etape A :

- 1) *l'élève remplit les boîtes de manière aléatoire ;*
- 2) *il ouvre les boîtes pour vérifier s'il y a déjà une allumette dedans ;*
- 3) *il regarde par le trou pour essayer de voir s'il y a une allumette ;*
- 4) *il remplit les boîtes de manière à vider le panier d'allumettes ;*
- 5) *il secoue la boîte ;*
- 6) *il pose au préalable une allumette sur chaque boîte avant de les faire entrer ;*
- 7) *il introduit les allumettes dans les fentes sans les faire glisser complètement, le bout de l'allumette étant toujours visible. Il les fait glisser ensuite une par une dans leur boîte.*
- 8) *il déplace les boîtes au fur et à mesure du remplissage : boîtes remplies disposées en alignement horizontal et/ou empilement vertical ou aléatoirement) ;*
- 9) *il anticipe mentalement un chemin et mémorise ainsi les emplacements des boîtes remplies (procédure experte). Pour l'étape A, l'élève replace chaque boîte à sa place initiale et procède en prenant à chaque fois la boîte d'à côté. Pour l'étape B, il part d'une extrémité d'une ligne et avance de un en un par contrôle visuel.*

4.2.6.2) Etape B :

Les procédures ci-dessus en italique sont celles qui peuvent être mises en œuvre aussi bien dans l'étape A que dans l'étape B. Cependant, une autre procédure est possible et fortement induite en mettant un crayon à disposition de l'élève : faire un repère devant chaque boîte après y avoir mis une allumette.

Notre objectif au fur et à mesure des séances est donc de faire évoluer les procédures primitives des élèves vers des procédures de plus en plus expertes en jouant sur les variables didactiques décrites précédemment.

4.2.6.3) La discrimination des collections :

Pour chaque situation, les élèves doivent s'organiser afin de ne pas insérer une allumette dans une boîte qui aurait déjà été remplie ou afin d'éviter de ne pas insérer une allumette dans une boîte qu'ils pensent remplie alors qu'elle ne l'est pas. Cela suppose que l'élève ait pris en charge le contrôle et l'inventaire de trois collections :

- ✓ la collection initiale des boîtes qui se décline très vite en deux autres collections :
- ✓ la collection des boîtes déjà remplies ;
- ✓ la collection des boîtes à remplir.

Pour la suite de ce mémoire, lorsque nous évoquons les termes de discrimination, d'organisation ou encore de tri des collections, nous considérons la collection des boîtes déjà remplies et la collection des boîtes à remplir.

V. Résultats, analyses et interprétation des données

5.1) Les situations de dénombrement

5.1.1) Evaluation diagnostique

5.1.1.1) Résultats

Lors de cette évaluation, tous les élèves ont parfaitement synchronisé leur geste de pointage avec la récitation de la comptine numérique. Cependant, un principe de bijection maîtrisé n'est pas synonyme d'énumération correcte.

Voici les différentes procédures observées lors de ce dénombrement :

- ✓ P1 : l'élève pose le doigt sur un jeton et le fait glisser vers un endroit choisi.
- ✓ P2 : l'élève initie un début de discrimination des jetons mais ne va pas jusqu'au bout.
- ✓ P3 : l'élève tente de se repérer mentalement sans organiser les collections.
- ✓ P4 : l'élève dit le cardinal de la collection à sa première vue sans compter (subitizing)².
- ✓ P5 : l'élève retient le cardinal trouvé lors du premier essai et le récite lors du second essai, soit directement, soit en pointant aléatoirement jusqu'à énoncer ce cardinal.

² Cette procédure a été utilisée une seule fois par un élève pour dénombrer une collection de petite quantité. Ceci est peut-être dû à la disposition des jetons faisant penser à une constellation connue de l'élève (celle du dé par exemple).

Réalisé le 07/01/19	Comptine numérique		Quantité de jetons proposée ⁽¹⁾	Dénombrement		Enumération correcte ⁽²⁾	Procédure pour dénombrer ⁽³⁾	
	Essai 1	Essai 2		Essai 1	Essai 2		Essai 1	Essai 2 ⁽⁴⁾
Clément	14	14	12	14	12	Non	P3	P3
Axel	8	8	6	6	6	Oui	P3	P3
Lucas	5	4	5	5	5	Non	P4	P5
Lauryne	10	14	12	13	12	Oui : 2 nd essai	P2	P1
Eléa	15	15	14	14	14	Oui	P3	P3
Robin	19	19	15	15	15	Non	P3	P5

(1) : nous posons une collection de jetons sur la table, les jetons peuvent se superposer.

(2) : l'élève pointe bien chaque élément de la collection une et une seule fois.

(3) : la procédure mise en œuvre par l'élève pour trouver le cardinal de la collection.

(4) : le second essai de dénombrement a été faussé pour deux élèves (procédure P5). Sûrs d'eux, ils n'ont pas trouvé d'utilité à notre seconde demande pour vérifier le cardinal trouvé. Ainsi, certaines réponses au second essai se trouvent correctes alors que l'élève a par exemple pointé deux fois un jeton et en a oublié un autre. Il avait tout simplement mémorisé le cardinal de la collection trouvé au premier essai (correct ou incorrect) puis a pointé aléatoirement de façon à retrouver le même cardinal. Lors de l'évaluation sommative, les jetons seront disposés différemment entre deux essais.

5.1.1.2) Analyse et interprétation

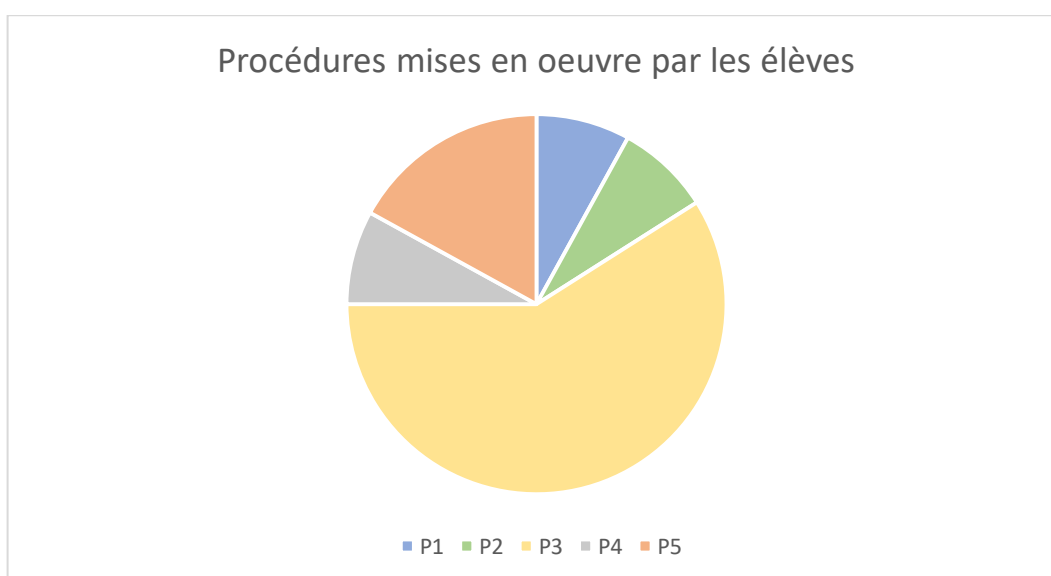


Figure 1 : Procédures mises en œuvre par les élèves lors de l'évaluation diagnostique

La part d'utilisation de chaque procédure est calculée par rapport au nombre total d'essais (12).

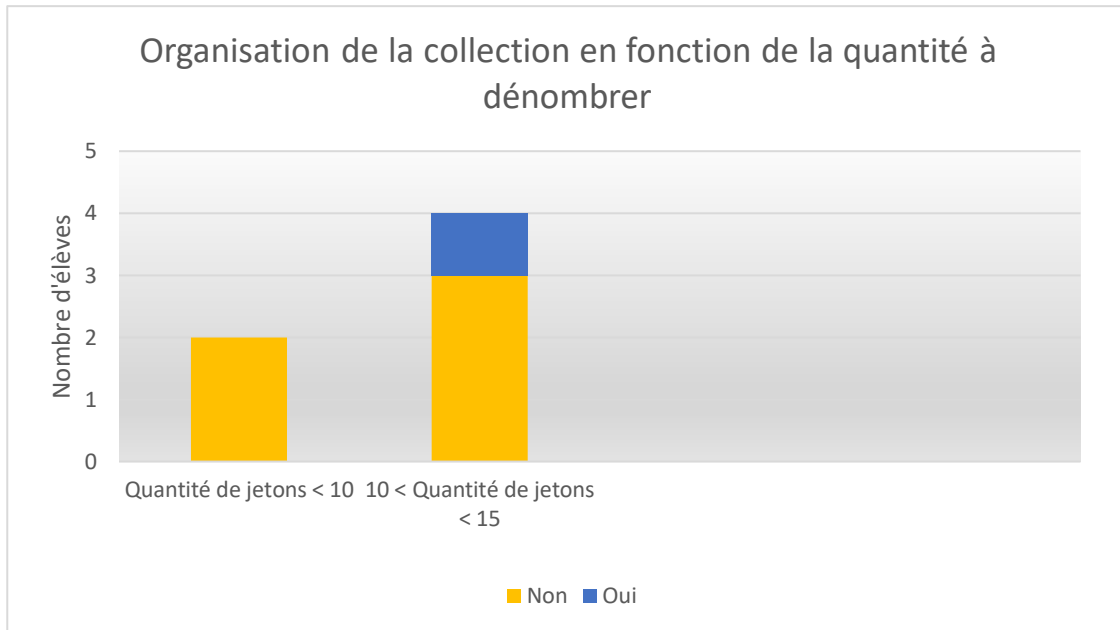


Figure 2 : Organisation de la collection en fonction de la quantité à dénombrer (évaluation diagnostique)

L'organisation de la collection ("oui") correspond aux procédures P1 et P2. Elle prend en compte les élèves ayant organisé les collections ou initié un début d'organisation pour au moins un essai.

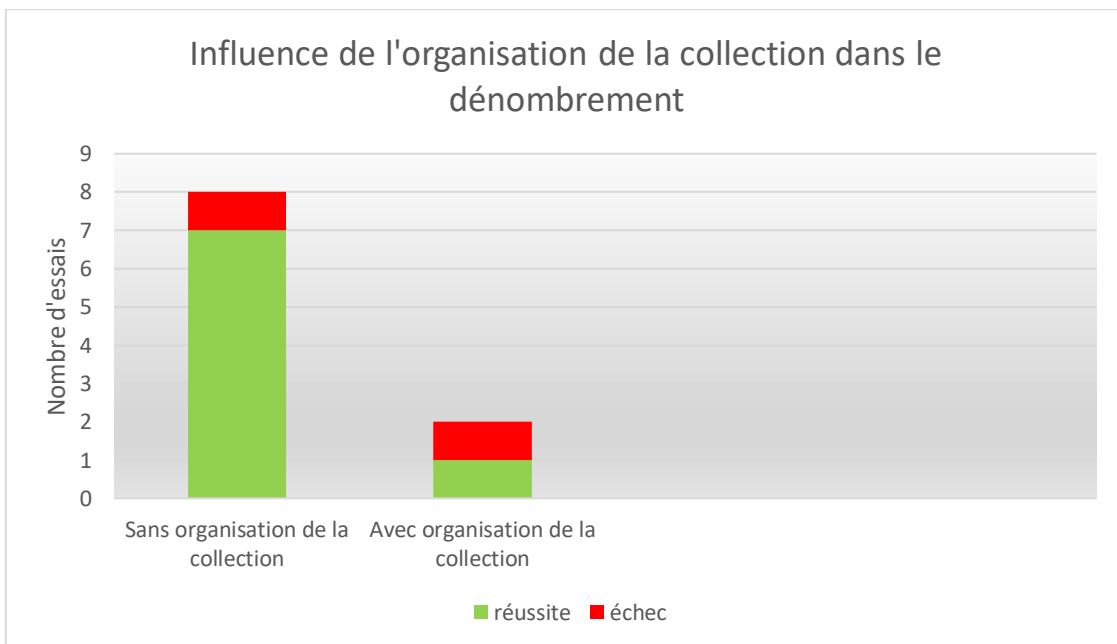


Figure 3 : Influence de l'organisation de la collection dans le dénombrement (évaluation diagnostique)

La réussite est le fait de trouver le cardinal correct de la collection de jetons. Chacun des essais des élèves est pris en compte. L'organisation de la collection correspond aux procédures P1 et P2 ; la non organisation aux procédures P3 et P4. La procédure P5 (dire le cardinal de mémoire) n'est pas considérée ici.

L'analyse de l'évaluation diagnostique nous permet de faire les remarques suivantes :

-L'organisation de la collection n'intervient pas pour une quantité de jetons inférieure à 10. Elle intervient une seule fois pour une quantité de jetons comprise entre 10 et 15. Cependant, pour rester dans la partie conventionnelle et stable de la comptine de chaque élève, des quantités de jetons plus importantes ne peuvent être proposées. Nous ne pouvons également pas aller plus loin dans nos interprétations car nous n'avons pas testé le dénombrement de petites quantités avec l'élève qui organise les collections.

-Parmi les élèves qui n'organisent pas les collections (5 élèves/6), environ 87 % des essais réussissent contre seulement 50 % pour l'élève qui organise ou tente d'organiser les collections. La proportion d'élèves qui organisent les collections étant très faible, l'influence de cette organisation dans le dénombrement n'est pas concluante.

-Cependant, l'échec de l'élève ayant organisé les collections correspond à une procédure P2 : l'élève a fait glisser les jetons vers elle au début mais la disposition de certains jetons les uns au-dessus des autres l'a surprise et perturbée et elle a abandonné toute organisation devant cette difficulté. Au second essai, elle ne s'est pas laissée perturber par les jetons superposés et a réussi à trouver le bon cardinal (P1). La procédure P1 n'est donc utilisée qu'une seule fois mais permet de trouver le bon cardinal.

-Lorsque l'élève énumère correctement, c'est-à-dire qu'il pointe bien chaque jeton une et une seule fois, le cardinal trouvé est le bon. A l'inverse, chaque réponse incorrecte pour le cardinal de la collection est liée à une énumération incorrecte. A partir de là, nous pouvons conclure que l'énumération permet de trouver le cardinal d'une collection avec fiabilité. Cependant, dans ce cas précis, nous ne pouvons pas affirmer qu'elle soit nécessaire au dénombrement correct d'une collection.

-En effet, tous les élèves n'ayant pas énuméré correctement ont pourtant trouvé le bon cardinal de la collection de jetons. Prenons par exemple le cas de Clément : il obtient 12 en comptant deux fois le même jeton et en oubliant un autre. Ces résultats très surprenants ne sont pas pris en compte dans notre interprétation puisqu'ils sont dus à la chance !

-Pour conclure, la moitié des élèves savent énumérer correctement pour trouver le cardinal d'une collection. La plupart utilisent une procédure P3 pour dénombrer avec plus ou moins de succès.

5.1.2) Evaluation sommative

5.1.2.1) Résultats

Réalisé le 05/02/19	Comptine numérique		Quantité de jetons proposée	Dénombrement		Enumération correcte	Procédure pour dénombrer	
	Essai 1	Essai 2		Essai 1	Essai 2		Essai 1	Essai 2
Clément	14	14	12	échec ⁽¹⁾	12	Oui : 2 nd essai	P2	P1
Axel	8	8	6	6	7	Oui : 1 ^{er} essai	P1	P1
Lucas	5	4	5	5	8	Oui	P2	P2
Lauryne	17	17	17	17	17	Oui	P1	P1
Eléa	19	19	19	19	19	Oui	P1	P1
Robin	29	29	19	17	21	? ⁽²⁾	P1	P1

⁽¹⁾ : au début, l'élève n'organise pas les collections puis change de procédures : il se met alors à aligner les jetons aussitôt comptés mais il recompte une seconde fois les jetons non alignés du début pour les aligner avec les autres. Il se trouve alors bloqué pour énoncer la suite orale des mots-nombres qu'il ne connaît pas.

⁽²⁾ : nous avons proposé à tort un grand nombre de jetons en lien avec sa connaissance de la comptine. Ceci a découragé l'élève qui a aussi focalisé sa concentration sur l'empilement des jetons. Vis-à-vis de cette évaluation, nous ne pouvons pas conclure si l'élève sait énumérer car nous n'avons pas testé le dénombrement pour des plus petites quantités.

5.1.2.2) Analyse et interprétation

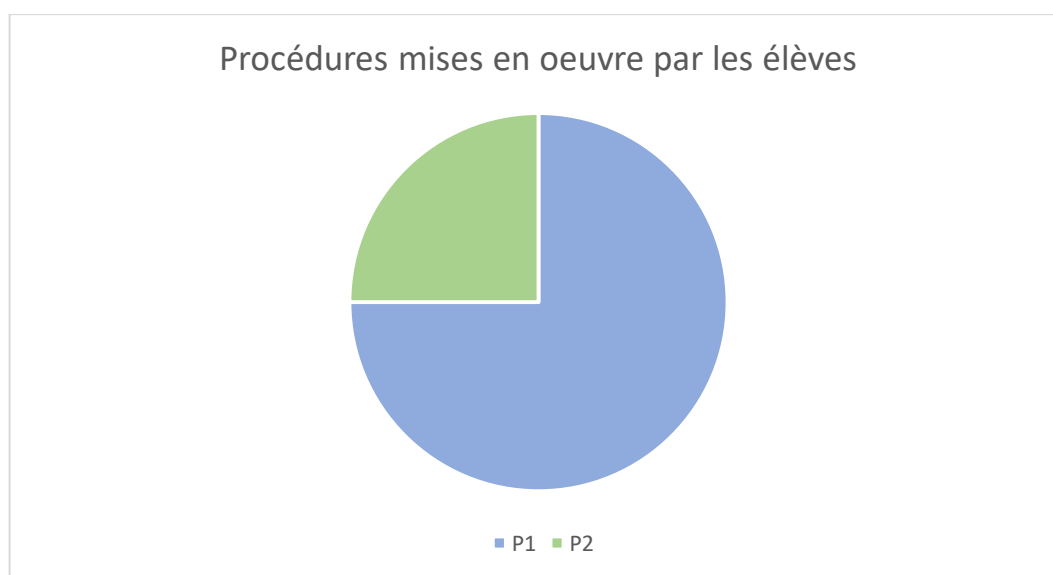


Figure 4 : Procédures mises en œuvre par les élèves lors de l'évaluation sommative

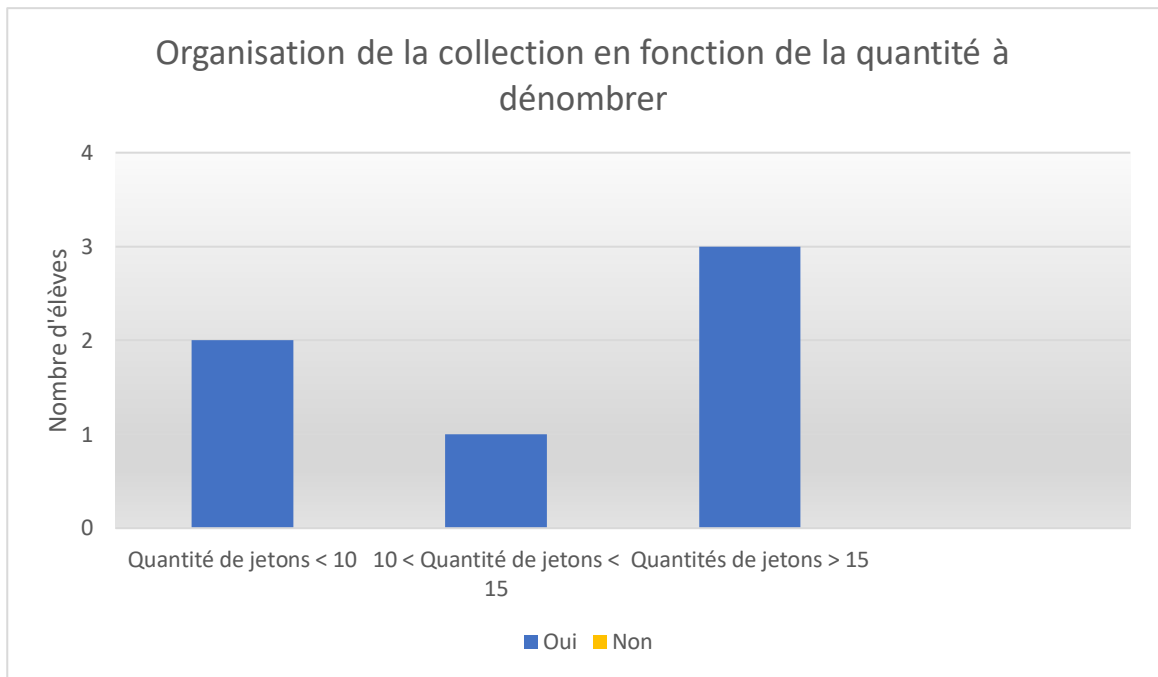


Figure 5 : Organisation de la collection en fonction de la quantité à dénombrer (évaluation sommative)

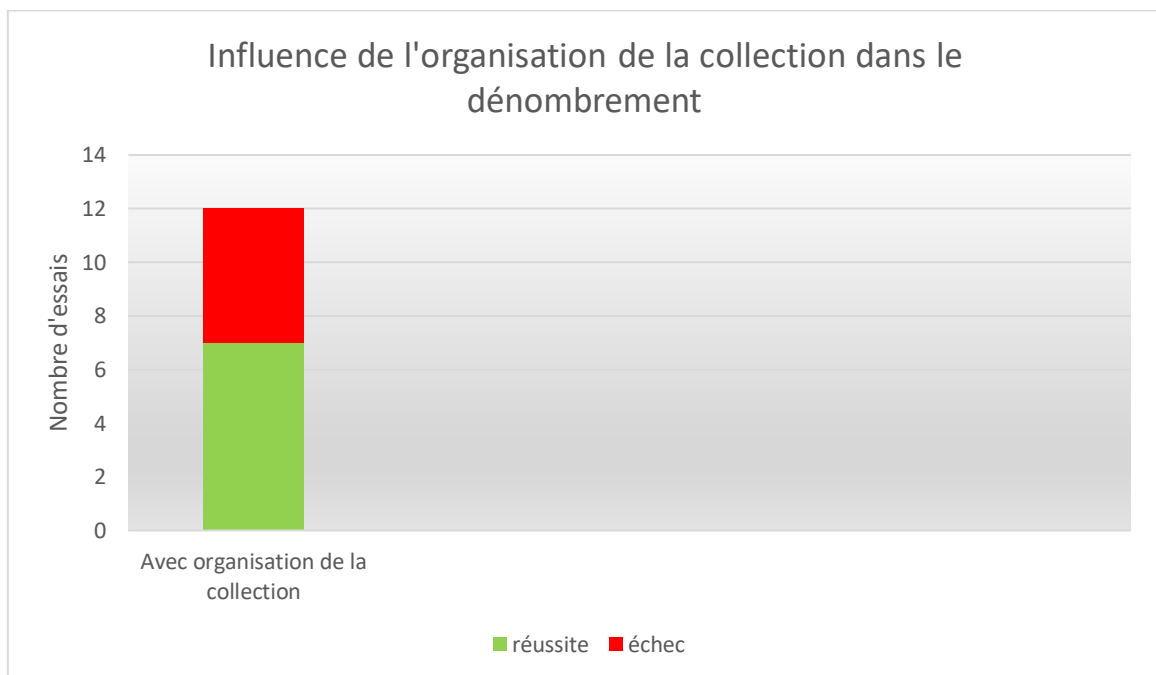


Figure 6 : Influence de l'organisation de la collection dans le dénombrement (évaluation sommative)

L'analyse de l'évaluation sommative nous permet de faire les remarques suivantes :

-Les six élèves sans exception ont procédé par discrimination physique des collections, plus ou moins aboutie (procédures P1 ou P2). Cela s'est traduit par un alignement des jetons (lignes brisées, spirales) ou un empilement. Les élèves procèdent donc de la même façon qu'avec les boîtes d'allumettes. L'utilité de séparer les deux collections lors de la situation des boîtes d'allumettes a donc été suffisamment explicitée pour que la plupart des élèves réinvestissent cette procédure dans une situation au contexte identique.

-Il paraît important de préciser ici qu'aucune intervention de l'enseignant lors de cette évaluation n'a guidé l'élève vers une procédure de tri, ni n'a tenté de faire remarquer à l'élève le lien explicite avec les boîtes d'allumettes. Cependant, nous ne pouvons écarter l'éventualité que certains élèves aient procédé par mimétisme (néanmoins individuel, le dénombrement des jetons par un élève restait "à vue" des autres élèves de la classe.)

-Globalement, en un mois, nous pouvons observer une amélioration dans la connaissance de la suite orale des mots-nombres. Ceci nous permet de proposer pour certains élèves une quantité à dénombrer légèrement supérieure à celle proposée lors de l'évaluation diagnostique. Cependant, cela ne peut pas être mis en lien avec l'évolution des procédures des élèves vers une procédure d'organisation des collections puisque :

- tous les élèves, quelle que soit la quantité à dénombrer, ont utilisé une procédure du type P1 ou P2 ;
- des élèves, qui n'avaient pas utilisé cette procédure pour dénombrer une petite quantité (<10) lors de l'évaluation diagnostique, ont automatiquement discriminé les collections pour une quantité identique de jetons lors de l'évaluation sommative.

-Globalement, cette évaluation est moins réussie que la première. Parmi les 12 essais tous menés avec une procédure de tri, seulement 7 permettent de trouver le cardinal correct, soit environ un taux de réussite de 58 %. Pour expliquer ce faible taux de réussite³, nous avons pu remarquer plusieurs difficultés :

- l'organisation des jetons préalable au comptage n'est pas si efficace et a été source d'erreurs pour un élève ;

³ Nous parlons ici de "faible taux de réussite" comparativement à nos espérances de début de séquence. Nous pensons que le taux de réussite entre l'évaluation initiale et l'évaluation finale serait significatif et permettrait d'apprécier l'efficacité du tri pour dénombrer une collection.

- les élèves veulent faire comme avec les boîtes d'allumettes, les empiler ou les aligner au lieu de simplement les mettre de côté. Pour certains, ceci est une opération longue qui demande beaucoup de concentration, ce qui les conduit à se "perdre" dans la récitation de la comptine. Cela se traduit par un arrêt ou par des sauts dans la suite orale des mots-nombres alors que des jetons sont mis dans la collection des jetons comptés. Pour résumer, la forte concentration de certains élèves dans l'organisation des jetons (notamment l'empilement) a conduit à une mauvaise synchronisation entre le geste de pointage et la récitation de la comptine numérique. Pour être utile au dénombrement, la procédure de tri se doit donc d'être perfectionnée pour être mieux maîtrisée des élèves.

-Pour conclure, les élèves organisent systématiquement les collections de jetons (seul un élève ne va pas jusqu'au bout de cette procédure). Dans le même temps, une énumération correcte est observée chez quasiment tous les élèves. La structuration de la collection, qui est l'une des procédures d'énumération, permet aux élèves de consolider la compétence énumérative pour mieux la maîtriser.

5.2) La situation d'énumération : les boîtes d'allumettes

Nous avons expérimenté une situation didactique découpée en deux étapes avec les élèves :

- **Etape A** : boîtes d'allumettes déplaçables avec une répartition aléatoire sur la table ;
- **Etape B** : boîtes d'allumettes fixes plus ou moins alignées sur le panneau.

Au regard de la problématique, nos observations se sont portées sur les procédures mises en place par les élèves ainsi que sur les explications de ces procédures lors des situations de formulation.

- Pour les situations d'action (séances 1, 2 et 4), nous avons pu assister uniquement au premier essai de chaque élève, les autres essais ayant été réalisés sous forme d'entraînement en atelier individuel ou avec l'enseignante de la classe. Seul ce premier essai est donc pris en compte pour l'analyse.
- Pour les situations de formulation (séances 3 et 5), les résultats des premiers et derniers essais sont présentés.

5.2.1) Analyse quantitative : les procédures mises en œuvre

5.2.1.1) Etape A

Tableau des procédures qui se mettent en place au fur et à mesure des essais et des séances :

	Procédures observées pour l'étape A
1A	-Il secoue les boîtes pour valider ou invalider la présence d'allumettes dans la boîte.
2A	-Il pose les boîtes devant lui, de manière aléatoire, quand il a introduit une allumette.
3A	-Il replace la boîte là où il l'a prise quand il a mis une allumette dedans, puis il fait de même avec la boîte d'à côté (l'élève anticipe mentalement un chemin).
4A	-Il met les boîtes à part quand il a mis une allumette dedans : en alignement horizontal et/ou empilement vertical.

La procédure 4A est celle que nous voulons faire acquérir par les élèves. Pas parce que c'est la procédure experte (la procédure 3A étant la procédure experte mais non accessible pour des enfants de cet âge et pour une quantité importante d'objets), mais parce que c'est la procédure la plus adaptée à des élèves de maternelle et la plus efficace pour savoir si une boîte est vide ou contient une allumette.

Tableau des procédures utilisées pour chaque séance :

Séance	1	2	3	
Variables de la séance	Situation d'action, 8 boîtes déplaçables	Situation d'action, 15 boîtes déplaçables	Situation de formulation, 15 boîtes déplaçables	
Procédures et combinaisons de procédures observées pour les 6 élèves	-2A	-1A	1 ^{er} essai	Dernier essai
	-2A	-3A	-1A	-1A
	-3A / 1A	-3A	-3A	-4A
	-1A / 4A / 3A	-4A	-3A	-4A
	-4A / 2A	-4A / 2A	-3A	-4A
	-4A / 3A	-4A / 2A	-4A	-4A
			-4A	-4A

5.2.1.1.1) Analyse des procédures séance par séance

Toutes les procédures observées pour l'étape A sont amenées par les élèves dès la première séance. D'emblée, certains élèves tentent de mettre en place, avec plus ou moins de succès, des méthodes pour distinguer les deux collections (boîtes vides et boîtes pleines). Pour les séances 2 et 3, il ne s'agit donc pas de trouver une nouvelle méthode mais d'en privilégier une : la plus efficace.

- Séance 1 :

-En cette première séance les élèves procèdent par tâtonnement puisque plusieurs procédures sont utilisées dans un même essai.

-La procédure 4A, celle que l'on veut faire acquérir par les élèves, apparaît donc dès la première séance mais est toujours couplée à une autre procédure. Nous remarquons que dans la démarche par essai-erreur des élèves, la procédure 4A, lorsqu'elle est utilisée par l'élève, apparaît le plus souvent dès le début de l'essai. Mais très vite les élèves l'abandonnent au profit d'une autre procédure. Deux explications possibles :

- la procédure 4A peut être une difficulté à surmonter ou un effort à fournir pour l'élève. Nous pouvons alors observer la combinaison de procédures 4A/2A.
- les premières boîtes pleines étant mises de côté dès le début, cela diminue la quantité de la collection de boîtes vides et il devient plus simple de la contrôler visuellement. Nous pouvons alors observer la combinaison de procédures 4A/3A. Ceci peut également s'expliquer par la faible quantité de boîtes proposée en séance 1. Les élèves arrivent ou plutôt pensent y arriver plus facilement par un simple contrôle visuel.

-La procédure 1A de secouage est utilisée par certains élèves en association avec d'autres procédures pour se rassurer ou pour essayer de terminer la partie en cas de distraction extérieure.

- Séance 2 :

-Globalement, on observe une évolution des procédures combinées vers l'utilisation d'une procédure unique. Les élèves font le choix d'une procédure, qu'elle soit bonne ou mauvaise.

-La procédure 1A n'est observée chez qu'un seul élève qui continue de secouer tout en répétant lui-même qu'il n'a pas le droit de le faire.

-Les autres élèves font le choix de la procédure 3A ou 4A, la procédure 4A surpassant de peu la procédure 3A. Cette dernière trouve en effet ses limites avec l'augmentation du nombre de boîtes : il y a un risque de mélanger les deux collections et l'élève ne peut pas être certain qu'une boîte soit vide ou contienne une allumette en maintenant un simple contrôle visuel.

-Lorsque la procédure 2A apparaît, elle est due à un manque de concentration de l'élève et est très vite remplacée par la procédure 4A.

- Séance 3 :

-Lors du premier essai, les procédures majoritaires restent les mêmes qu'en séance 2 : les procédures 3A et 4A. Très rapidement, les élèves se rendent compte que la procédure 3A ne permet pas :

- pour l'élève n°1 (qui commence à remplir les boîtes), de passer un message clair et précis à son binôme ;
- pour l'élève n°2, de savoir quelles boîtes possèdent déjà une allumette et quelles boîtes sont vides.

-Lors du dernier essai, après environ quatre essais pour chaque élève (passage avec plusieurs binômes différents et modification de l'ordre élève 1/élève 2), la procédure 3A n'apparaît plus. Elle est remplacée par la procédure 4A qui organise physiquement les collections et qui permet ainsi aux élèves de communiquer sur leur travail.

-Néanmoins, la procédure 1A de secouage est toujours utilisée par le même élève.

5.2.1.1.2) Analyse des procédures pour l'étape A

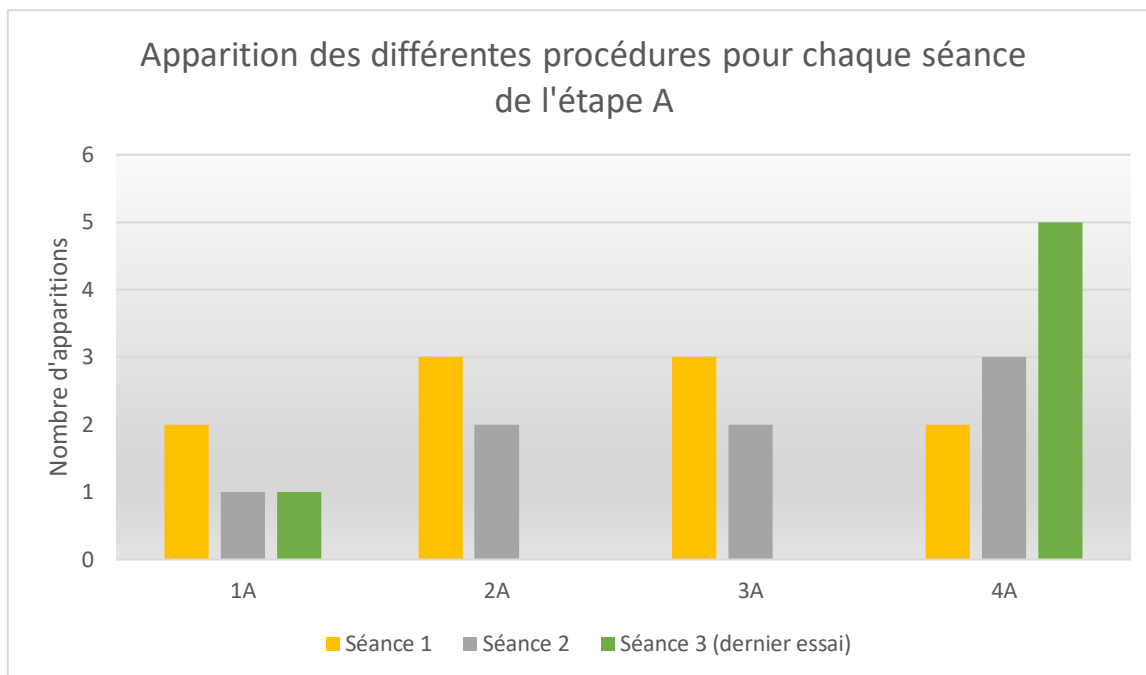


Figure 7 : Apparition des différentes procédures pour chaque séance de l'étape A

(Le nombre d'apparitions des procédures prend en compte les essais de chaque élève. Les procédures 2A et 3A n'apparaissent pas pour le dernier essai de la séance 3 car elles n'ont pas été utilisées.)

Nous avons vu précédemment que les élèves affinaient leur procédure au fur et à mesure des séances ; en passant d'abord d'une combinaison de procédures à une procédure unique puis par des procédures de plus en plus fiables.

Ce graphique permet clairement d'identifier l'évolution des procédures des élèves. Alors que les procédures 1A, 2A et 3A sont de moins en moins utilisées au fil des séances, l'utilisation de la procédure 4A s'accroît pour devenir la procédure majoritaire en séance 3.

La situation des boîtes d'allumettes, par ses variables didactiques, permet de faire évoluer les procédures des élèves. La procédure 4A mise en œuvre témoigne d'une énumération correcte de l'élève.

5.2.1.2) Etape B

Tableau des procédures qui se mettent en place au fur et à mesure des essais et des séances :

	Procédures observées pour l'étape B
1B	-Il part de l'extrémité d'une ligne et avance de un en un par contrôle visuel.
2B	-Il commence par faire un repère ⁴ devant toutes les boîtes puis l'efface quand il a mis une allumette dedans (procédure inverse à la 3B).
3B	-Il fait un repère devant les boîtes quand il a mis une allumette dedans. (cf. images 2 et 3)



Image 2 : Procédure 3B illustrée par des croix **Image 3 : Procédure 3B illustrée par des cercles**

La procédure 3B est celle que nous voulons faire acquérir par les élèves. Comme la procédure 4A de l'étape A, la procédure 3B est la plus adaptée à des élèves de maternelle et la plus efficace pour savoir si une boîte est vide ou contient une allumette.

⁴ Selon les élèves, le repère a pris la forme d'un point, d'une croix, d'un cercle, d'un "L" ou encore d'une ligne continue devant toutes les boîtes.

Tableau des procédures utilisées pour chaque séance : (Pour la séance 4, nous considérons le premier essai de chaque élève.)

Séance	4	5	
Variables didactiques de la séance	Situation d'action, 15 boîtes fixes	Situation de formulation, 15 boîtes fixes	
Procédures et combinaisons de procédures observées		1 ^{er} essai	Dernier essai
	-1B	-2B	-3B
	-1B	-2B	-3B
	-2B	-2B	-3B
	-3B	-2B	-3B
	-1B / 2B	-2B	-3B
	-1B / 3B	-3B	-3B

5.2.1.2.1) Analyse des procédures séance par séance

Toutes les procédures observées pour l'étape B sont amenées par les élèves dès la première séance. Nous ne sommes pas étonnés car le marqueur est mis à disposition des élèves dès le début de la séance 4.

- Séance 4 :

-La plupart des élèves commencent par la procédure 1B : ils commencent à glisser une allumette dans les boîtes qui se trouvent aux extrémités de la ligne puis ils progressent de un en un. Le repérage des deux collections se fait donc visuellement.

-Très vite, certains élèves se rendent compte qu'il est difficile de se repérer et de distinguer les collections seulement par le regard : les élèves sont facilement distraits alors que cette procédure exige de rester concentré.

-Voyant le marqueur à leur disposition, les élèves s'en emparent pour faire des repères devant les boîtes. Nous pouvons alors observer les combinaisons de procédures 1B/2B et 1B/3B.

-Au terme de cette séance, 4 élèves sur 6 ont développé la stratégie 2B ou 3B.

Nous remarquons que la procédure 1B sera très vite oubliée des élèves, ces derniers ayant “très envie“ d'utiliser le marqueur. Mais un autre problème va se poser lors de la situation de formulation : l'utilisation de la procédure 2B, procédure inverse à la 3B.

- Séance 5 :

-Lors de cette séance, la procédure 1B n'est plus du tout utilisée par les élèves qui, systématiquement, s'empare du marqueur.

-Après rappel des méthodes trouvées à la séance précédente pour réussir, les élèves ont affiné leur procédure et ont fait le choix d'une procédure unique : 2B ou 3B, l'une consistant à faire le contraire de l'autre.

-La situation de formulation entre deux élèves utilisant des procédures contraires fait apparaître un problème : même si le message passé par l'élève 1 est clair, l'élève 2 n'en prend pas forcément compte et met en place sa procédure à lui. Par exemple, si l'élève 1 fait un repère devant les boîtes à chaque fois qu'il y met une allumette, l'élève 2 efface ce repère au fur et à mesure qu'il rajoute une seconde allumette dans ces boîtes déjà remplies.

-Lors de la validation, en constatant des boîtes avec 2 allumettes et des boîtes vides, les élèves prennent conscience que pour réussir ils doivent :

- prendre en compte le message passé par son binôme ;
- mutualiser leur procédure pour faciliter le travail.

-Notre objectif est donc de faire acquérir une procédure unique par les élèves : entre le premier essai et le dernier essai de cette situation, une comparaison a été effectuée entre la procédure 2B et 3B pour déterminer celle qui est la plus efficace et la plus fiable.

-Lors du dernier essai, tous les élèves utilisent la procédure 3B avec réussite.

5.2.1.2.2) Analyse des procédures pour l'étape B

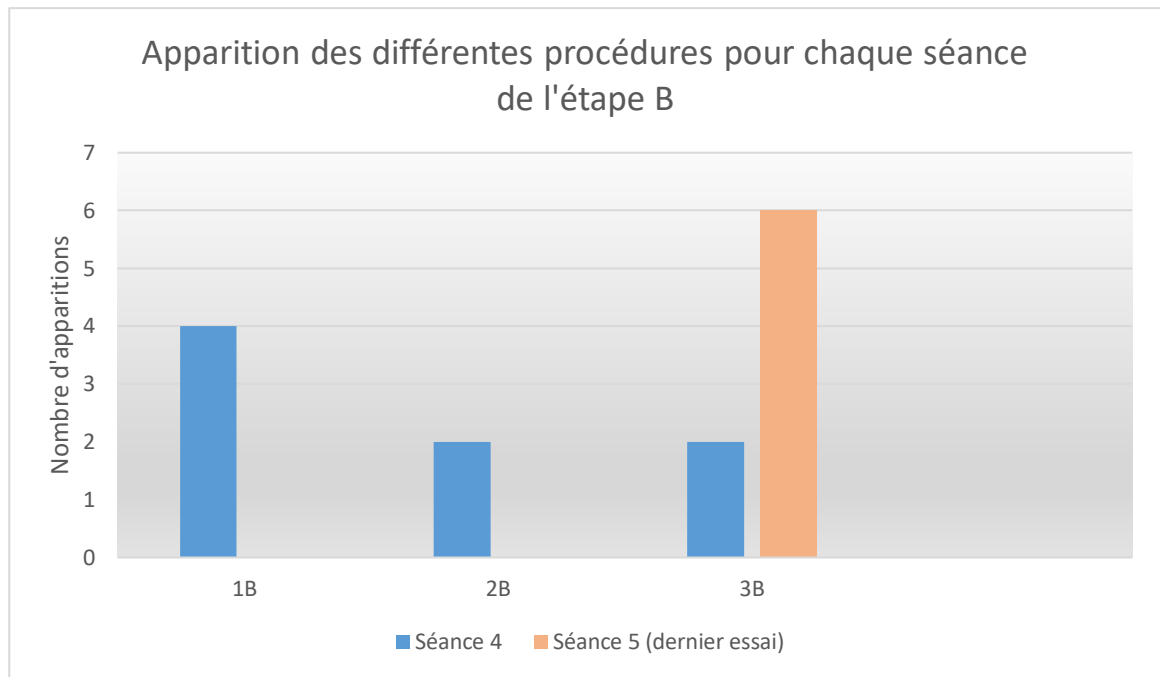


Figure 8 : Apparition des différentes procédures pour chaque séance de l'étape B

(Le nombre d'apparitions des procédures prend en compte les essais de chaque élève. Les procédures 1B et 2B n'apparaissent pas pour le dernier essai de la séance 5 car elles n'ont pas été utilisées.)

Comme pour l'étape A, les procédures des élèves s'affinent au fil des séances. Les procédures 1B et 2B, apparues en séance 4, ne sont plus utilisées lors du dernier essai de la séance 5. A contrario, la procédure 3B est beaucoup plus sollicitée par les élèves en séance 5 et constitue même une procédure commune à tous les élèves.

Les procédures des élèves ont donc évolué vers une procédure de discrimination de collections fixes avec marquage. Cette procédure constitue un savoir-faire permettant l'accès à une énumération correcte.

5.2.2) Analyse qualitative : les formulations des procédures par les élèves

Pour cette partie, nous allons nous concentrer sur l'explication de deux élèves quant à leur procédure utilisée. Ces formulations ont été relevées lors de situations d'action et de formulation.

5.2.2.1) Retranscription et analyse des formulations 1

Les échanges oraux retranscrits ci-dessous sont ceux d'Axel. Ceux-ci sont retranscrits mot pour mot. Nous avons choisi de vous présenter les propos de cet élève qui reflètent bien le type d'évolution que nous pouvons observer dans cette situation aux variables diverses.

Les séances 2 et 4 correspondent à des situations d'action, les séances 3 et 5 à des situations de formulation.

✓ Séance 2 :

Séance	Echange oral
2	<p>Ces propos ont été tenus lors du premier essai d'Axel (dans cette séance, on passe de 8 boîtes à 15 boîtes d'allumette déplaçables.) Axel est le premier élève à avoir l'idée d'empiler les boîtes remplies pour les distinguer des boîtes vides, alors qu'il les avait alignées en séance 1.</p> <p>-Les autres élèves : « Madame, Axel a fait une tour ! »</p> <p>-Axel dit : « Non, c'est pas une tour, c'est un château ! »</p> <p>-L'enseignante demande : « Pourquoi mets-tu les boîtes les unes au-dessus des autres ? »</p> <p>-Axel répond : « Parce que j'aime bien les châteaux. »</p> <p>-L'enseignante demande : « Et quelle est la différence entre les boîtes qui forment un château et les autres ? »</p> <p>-Axel répond : « Bah les autres elles sont à terre sur la table alors que celles-ci elles font un château. »</p> <p>-L'enseignante demande : « Et dans ces boîtes qui forment un château, est-ce qu'il y a une allumette ? »</p> <p>-Axel répond : « Oui. »</p> <p>-L'enseignante demande (en montrant les boîtes qui ne sont pas empilées) : « Et dans les autres ? »</p> <p>-Axel répond : « Bah non j'en ai pas encore mis. »</p>

-Au début, cet élève n'est pas capable d'explicitier ce qu'il est en train de faire. Il reste dans une représentation très imagée de la situation et se sert des boîtes pour construire un château.

-Peut-être a-t-il conscience de pourquoi il les empile ainsi, peut-être pas. Cet élève pourrait très bien procéder de la sorte pour faire comme les autres élèves : il sait qu'il faut faire

quelque chose avec les boites remplies. D'autres élèves les rangent en ligne. Lui, il décide de les empiler.

-Cependant, c'est quand même le premier élève à utiliser cette méthode d'empilement pour mettre de côté les boites remplies. Nous pouvons donc raisonner comme-ci : le fait que l'élève utilise une méthode de différenciation inédite peut montrer qu'il comprend l'intérêt d'une telle procédure. Il sait qu'il peut empiler les boites, les aligner ou autre, dans tous les cas cela permettra de distinguer les boites remplies des boites vides.

-Quoi qu'il en soit, la seule chose que nous pouvons affirmer est que l'élève n'est pas capable d'expliquer la raison pour laquelle il sépare les boites remplies des boites vides. Il reste focalisé sur la perception imaginaire d'un château et explique pourquoi il dispose les boites remplies ainsi (en empilement vertical et pas en alignement horizontal ou autre) : parce qu'il « aime bien les châteaux. »

✓ Séance 3 :

Séance	Echange oral
3	<p>Les propos ci-dessous ont été tenus lors de la première situation de formulation (boites déplaçables) : Axel s'adresse à son binôme après avoir empilé les boites dans lesquelles il a mis une allumette.</p> <p>-Axel dit : « <i>Les boites comme ça (il mime une tour) j'ai mis une allumette dedans. Les boites comme ça (il mime les boites étalées) j'ai pas mis d'allumettes. »</i></p>

-Le premier message qu'Axel adresse à son binôme contient les bons éléments : la disposition des boites remplies et la disposition des boites vides restant à remplir par l'élève 2.

-Néanmoins, l'élève n'arrive toujours pas à mettre des mots sur sa procédure. Il manque de vocabulaire et essaye de mimer la disposition des boites. Ce vocabulaire (boites rangées, empilées, alignées, etc.) a déjà été évoqué avec les élèves mais ils ont du mal à se l'approprier. Lors de la mise en commun, il sera de nouveau retravaillé.

-Malgré la pauvreté du vocabulaire, les explications de cet élève sont très claires pour lui : il sait dans quelles boites il a mis une allumette et dans quelles boites il n'en a pas mis. Mais nous ne sommes toujours pas en mesure de savoir si l'élève comprend l'intérêt de cette

procédure. Le fait qu'il n'utilise plus le mot « château » pour décrire les boîtes remplies (alors que cela aurait permis d'étayer son explication) peut signifier qu'à la séance précédente l'utilisation de ce mot était uniquement liée à une perception imagée de la situation, vide de sens : mettre les boîtes remplies de côté parce que les autres le font et c'est ce qu'il faut faire.

-Lors de cette formulation, il n'y a pas eu d'intervention de l'enseignant puisque l'élève 2 semblait avoir compris le message et sa mission. Mais ce qui est clair pour Axel ne l'était pas forcément pour les autres. Son binôme, en arrivant à la table pour finir le travail, a dépilé toutes les boîtes. Cet élève était en difficulté pour cette situation mais en assistant au dépilage de ses boîtes, Axel s'est rendu compte de la nécessité d'améliorer son vocabulaire pour se faire comprendre des autres. Nous avons fait redire à Axel son message exact (avec les mimes) devant les autres élèves et ensemble, ils ont tenté de trouver les bons mots pour expliquer la disposition des boîtes. Notre but était bien sûr de faire acquérir aux élèves un vocabulaire précis et commun à tous pour se comprendre les uns les autres.

✓ Séance 4 :

Séance	Echange oral
4	<p>Lors du premier essai avec les boîtes fixes, Axel fait une ligne continue devant toutes les boîtes puis l'efface au fur et à mesure qu'il met une allumette dedans. C'est le premier élève à faire ce type de repère (un autre élève avant lui a fait des points).</p> <p>-L'enseignante demande : « <i>Qu'est-ce que tu fais ?</i> »</p> <p>-Axel répond : « <i>Une ligne pour dire que c'est pas fait.</i> »</p> <p>-L'enseignante demande : « <i>Qu'est-ce qui n'est pas fait ?</i> »</p> <p>-Axel répond : « <i>Les boîtes.</i> »</p> <p>-L'enseignante demande : « <i>Pourquoi dis-tu que les boîtes ne sont pas faites ?</i> »</p> <p>-Axel répond : « <i>Y'a la ligne pour dire que c'est pas fait.</i> »</p> <p>-L'enseignante demande : « <i>Et dans ces boîtes devant lesquelles tu as tracé une ligne, est-ce qu'il y a une allumette dedans ?</i> »</p> <p>-Axel répond : « <i>Non.</i> »</p>

	<p>-L'enseignante demande (en montrant les boites pour lesquelles Axel a effacé le bout de ligne) : « <i>Et dans celles-ci ?</i> »</p> <p>-Axel répond : « <i>Oui.</i> »</p>
--	--

-Cette séance est également marquée par un manque de vocabulaire.

-L'élève sait ce qu'il fait et comprend l'utilisation du repère pour savoir dans quelles boites il n'a pas encore mis d'allumettes. Mais nous avons l'impression de faire face au même problème qu'en début de séance 2 : Axel reste focalisé sur sa ligne et pour lui elle suffit à expliquer le contenu des boites. Il n'est plus dans une perception imagée de la situation comme en séance 2 mais il croit que ce qui est évident pour lui l'est aussi pour les autres et ne voit pas l'intérêt de donner plus d'informations.

-Avec les questions que nous posons nous revenons toujours au même point avec lui : « je trace une ligne devant les boites car je n'ai pas encore mis d'allumettes dedans, il n'y a pas encore d'allumettes dans les boites car il y a la ligne devant. » Peut-être aurons-nous dû demander ce que signifiait "des boites pas faites" pour obtenir une réponse plus explicite de la part de l'élève.

-Dans cette séance, Axel ne réinvestit donc pas les acquis de la fin de séance 3. Alors qu'en séance 3 il utilisait les termes "boites", "allumettes", "mettre" malgré une carence en vocabulaire, ces termes ne sont pas complètement réutilisés en séance 4. Cela s'explique par la situation qui ne nécessite pas plus d'explication pour être réussie. A ce stade, nous ne pouvons donc pas savoir si cet élève est capable d'avancer un vocabulaire plus riche.

✓ Séance 5 :

Séance	Echange oral
5	<p>Les propos ci-dessous ont été tenus lors de la seconde situation de formulation (boites fixes) : Axel s'adresse à son binôme. Les premiers et derniers essais de cette situation sont retranscrits ici. Lors du premier essai, Axel fait encore une ligne pour différencier les boites vides des boites remplies. Lors du dernier essai, il utilise la procédure inverse et fait des points pour différencier les boites remplies des boites vides.</p>

➤ **Premier essai :**

(étayage fort de l'enseignant pour que l'élève 2 comprenne)

-Axel dit (toujours en mimant) : « *J'ai fait une ligne comme ça pour dire que j'ai pas mis d'allumettes.* »

-L'enseignante demande : « *Donc dans quelles boites doit-il mettre une allumette ?* »

-Axel répond : « *Dans les boites où il y a une ligne devant.* »

-L'enseignante demande : « *Dans quelles boites ne doit-il pas mettre d'allumettes ?* »

-Axel répond : « *Dans les boites où j'ai effacé la ligne.* »

➤ **Dernier essai :**

(Pas d'étayage de l'enseignante pendant la passation du message. L'enseignante rappelle seulement au préalable ce que doit contenir le message : comment sont les boites remplies et les boites vides, dans quelles boites son binôme doit-il mettre ou ne pas mettre d'allumettes.)

-Axel dit : « *Quand il y a un point, ça veut dire qu'il y a une allumette. Et quand il n'y a pas de points, ça veut dire qu'il n'y a pas d'allumettes. Donc tu dois mettre une allumette dans les boites où j'ai pas fait de point devant.* »

-Lors du premier essai de cette situation de formulation, Axel est encore beaucoup dans le mime. Un étayage fort de notre part le pousse à s'exprimer davantage mais il ne fait que répondre de façon brève aux questions posées. Même si son vocabulaire s'est amélioré par rapport aux séances précédentes, il reste toujours approximatif : « dans les boites où j'ai effacé la ligne. »

-Cependant, sa procédure avec les boites fixes est toujours aussi claire pour lui puisqu'il répond de façon brève mais efficace.

-Après bon nombre d'entraînements sur cette situation (passages en tant qu'élève 1/élève 2 et passage avec différents binômes) et après modification du repère (des points au lieu d'une ligne continue), le message passé par Axel lors du dernier essai s'est sensiblement amélioré.

-Le message est clair et contient toutes les informations nécessaires. Les termes utilisés sont précis et associés logiquement entre eux : « point » avec « allumette », « mettre une allumette » et « boîte ». Mais surtout, aucun étayage de notre part pendant la passation du message n'a été nécessaire. L'élève a assimilé le contenu de ce que doit être un "bon message" et est totalement autonome dans la prise de paroles.

Pour conclure quant à l'évolution des formulations d'Axel au fur et à mesure des séances et des moments d'explicitation :

- les formulations se sont enrichies au niveau du vocabulaire (précis et compréhensible par tous) mais aussi au niveau de la cohérence des éléments d'explication entre eux ;
- les formulations sont plus denses et comportent tous les éléments nécessaires à leur compréhension ;
- l'élève gagne en autonomie et s'exprime spontanément sans soutien verbal de notre part ;
- enfin, tous ces différents points d'amélioration des formulations ont été observés aussi bien pour l'étape A (boîtes déplaçables) que pour l'étape B (boîtes fixes), même si une explicitation entre deux a été nécessaire.

5.2.2.2) Retranscription et analyse des formulations 2

Les échanges oraux retranscrits ci-dessous sont ceux de Lucas. Lucas est un élève en difficulté pendant toute la situation des boîtes d'allumettes. Nous avons choisi de vous présenter ses quelques propos et voir en quoi ils ont pu évoluer. Seules les situations de formulation sont présentées étant donné que cet élève n'essayait pas et/ou n'arrivait pas à s'expliquer lorsque nous l'interrogeons directement.

✓ Séance 3 :

Séance	Echange oral
3	Lors du dernier essai de cette séance, Lucas aligne quelques boîtes horizontalement après y avoir mis une allumette. Pour le reste des boîtes, il les secoue pour savoir s'il y a une allumette à l'intérieur.

Pour l'aider à expliquer, nous devons le guider en lui posant des questions :

-L'enseignante demande : « *Dans quelles boîtes as-tu mis une allumette ?* »

-Lucas répond : « *Dans les boîtes là.* » (il veut aller jusqu'à la table pour nous montrer les boîtes en question mais nous l'en empêchons)

-L'enseignante demande : « *Comment sont ces boîtes dans lesquelles tu as mis une allumette ?* »

-Lucas répond : « *Rangées.* »

-L'enseignante demande : « *C'est-à-dire ? Qu'est-ce que ça veut dire rangées ?* »

Lucas ne répond pas.

-L'enseignante demande : « *Et comment sont les boîtes dans lesquelles tu n'as pas mis d'allumettes ?* »

Lucas ne répond pas. Une seconde fois, il tente de se rendre à la table pour nous montrer.

-Pour cette situation, nous avons dû mettre en place un étayage important car Lucas ne sait pas ce que doit contenir le message. Cela interroge sur sa compréhension du but de ce jeu en binôme.

-Cet élève veut à tout prix se rendre à la table pour nous montrer directement les boîtes remplies. Le fait qu'il ne puisse pas y aller doit le forcer à passer d'un langage en situation (= langage à vue) à un langage d'évocation qu'il n'arrive pas à mettre en place.

-Finalement, il parvient à donner le terme « rangées » pour expliquer la disposition des boîtes remplies. Cependant, il est incapable de donner des informations supplémentaires ou d'associer ce terme à d'autres termes comme « boîtes » ou « allumette ».

Pour cette séance, Lucas n'est pas du tout autonome et s'exprime simplement en réponse à nos questions. Il manque de vocabulaire pour expliquer son travail mais nous pouvons penser que le fait d'avoir mis des boîtes remplies de côté et d'autres non le perturbe et le bloque dans sa réflexion.

✓ Séance 5 :

Séance	Echange oral
5	<p>Lors du dernier essai de cette séance, Lucas fait une croix devant chaque boîte après y avoir mis une allumette. Nous l'aidons également à s'exprimer.</p> <p>-Lucas dit : « <i>J'ai mis une allumette dans la boîte et j'ai fait une croix.</i> »</p> <p>-L'enseignante demande : « <i>Dans quelles boîtes doit-il mettre une allumette ?</i> »</p> <p>-Lucas répond : « <i>Où il y a une croix.</i> »</p> <p>-L'enseignante demande : « <i>Tu peux réexpliquer ce que tu as fait à la table avec les boîtes ?</i> »</p> <p>-Lucas répond : « <i>J'ai mis une allumette dans la boîte et j'ai fait une croix.</i> »</p> <p>-L'enseignante demande : « <i>Devant les boîtes où il y a une croix, faut-il mettre une allumette ?</i> »</p> <p>-Lucas répond : « <i>Non.</i> »</p> <p>-L'enseignante demande : « <i>Alors dans quelles boîtes faut-il en mettre une ?</i> »</p> <p>-Lucas répond : « <i>Quand il n'y a pas de croix.</i> »</p>

-Contrairement à la séance 3, ici Lucas sait ce qu'il doit communiquer à son binôme et même si le message nécessite un éclaircissement, il prend la parole automatiquement la première fois.

-Il n'essaye plus de se rendre à la table et explique le travail qu'il a commencé simplement avec des mots. Même s'il s'embrouille un peu, après une nouvelle demande de notre part il arrive à se concentrer et est logique dans ses propos.

Lucas a donc atteint un degré d'autonomie supplémentaire, léger certes, mais présent. Son élocution s'est améliorée et il ne s'exprime plus dans un langage à vue mais bien avec un langage d'évocation. Naturellement, cela lui permet de s'exprimer avec des mots plus précis (« allumette », « boîte », « croix »).

Enfin, Lucas est beaucoup plus à l'aise en cette étape B avec les boîtes fixes puisqu'il arrive à atteindre la procédure visée (3B) alors qu'en étape A, il en reste au secouage des boîtes. Le fait de pouvoir déplacer les boîtes en étape A le perturbe facilement et il se disperse. Lors de l'étape B, il est beaucoup plus concentré.

5.3) Expérimentation supplémentaire

Pour rappel, l'énumération consiste à passer en revue tous les objets d'une collection une et une seule fois. La collection doit donc être structurée. Pour cela deux possibilités : déplacer les objets ou non. Le dénombrement des jetons a permis d'évaluer la compétence d'énumération pour des objets déplaçables. Pour évaluer les deux dimensions de cette compétence, nous avons choisi de faire dénombrer aux élèves des objets non déplaçables : les boîtes d'allumettes fixes.

La situation de dénombrement suivante a donc été réalisée à la suite de celle avec les jetons. Le nombre de boîtes fixes à dénombrer pour chaque élève est proche de celui des jetons et reste en cohérence avec la connaissance de la comptine numérique par l'élève. Lorsque nous décollons des boîtes pour réduire leur effectif, nous faisons en sorte qu'elles ne soient pas alignées et ne représentent pas une constellation connue de l'élève. Nous ne mettons pas de marqueur à disposition des élèves. Cependant, s'ils le demandent, nous leur en fournissons un.

Réalisé le 05/02/19	Quantité de boîtes fixes proposée	Dénombrement		Enumération correcte	Procédure pour dénombrer	
		Essai 1	Essai 2		Essai 1	Essai 2
Clément	12	12	12	Oui	P2	P2
Axel	6	6	6	Oui	P1	P1
Lucas	5	5	5	Oui	P1	P1
Lauryne	15	15	15	Oui	P1	P1
Eléa	15	15	15	Oui	P1	P1
Robin	15	22	19	Non	P1	P1

P1 : l'élève anticipe mentalement un chemin et mémorise les boîtes déjà comptées.

P2 : l'élève demande un feutre et fait un repère devant chaque boîte comptée.

-A ma grande surprise, un seul élève réclame le marqueur pour faire un repère pour chaque boîte comptée. Tous les autres élèves utilisent une procédure du type P1.

-Les résultats sont assez favorables : seulement un élève sur les six ne trouve pas le bon cardinal de sa collection et hormis celui-ci, chaque élève a fait preuve d'une énumération correcte.

-Globalement, cette situation de dénombrement avec des objets fixes est mieux réussie que celle avec des objets déplaçables. Lorsque les boîtes ne sont pas fixées, ces dernières peuvent bouger légèrement même si ce n'est pas l'intention de l'élève au moment de les pointer. Nous pouvons penser que cela perturbe l'élève qui se retrouve aussi face à une multitude de choix possibles : déplacer les boîtes ou ne pas les déplacer, ranger les boîtes en les alignant horizontalement ou en les empilant... Enfin, pour une quantité importante de boîtes fixes à dénombrer, les dimensions du panneau nous obligent à "serrer" les boîtes ce qui laisse donc apparaître un certain alignement. Face à une collection plus ou moins organisée, l'élève peut avoir plus de facilité à se repérer.

VI. Discussion et conclusion

6.1) Recontextualisation

Le sujet de ce mémoire s'intéresse à l'étude de l'énumération en maternelle, compétence essentielle à l'approche des nombres et plus particulièrement au dénombrement d'objets. Une situation d'énumération, "les boîtes d'allumettes", a été proposée aux élèves de manière à leur faire acquérir la compétence d'énumération. Pour cela, nous jouons sur deux variables principales qui sont la mobilité ou non des boîtes d'allumettes et la modalité de travail des élèves (seul / en binôme). Dans le cadre de ce mémoire, nous avons ainsi cherché à savoir si la situation des boîtes d'allumettes permettait réellement aux élèves d'acquérir la compétence d'énumération. Dans un champ d'application plus spécifique, nous nous sommes aussi demandé dans quelles mesures cette compétence permettait d'accéder au dénombrement par comptage.

6.2) Validation ou invalidation de l'hypothèse de recherche

Pour mesurer l'acquisition des élèves vis-à-vis de la compétence d'énumération, nos observations se sont portées sur les procédures mises en œuvre par les élèves pour énumérer les boîtes d'allumettes et les formulations de ces procédures. La comparaison des différentes

séances a rendu compte de leur évolution. Les situations de dénombrement également mises en place en amont et en aval de la séquence ont à la fois permis d'évaluer l'acquisition de la compétence d'énumération mais aussi son implication dans le dénombrement par comptage.

Au vu des analyses faites dans ce mémoire, nous pouvons considérer que l'hypothèse de recherche est validée. Il semblerait en effet que la compétence d'énumération soit acquise par certains élèves qui n'énuméraient pas correctement avant la séquence. Pour les élèves qui avaient déjà fait preuve d'une énumération correcte, il semblerait que cette compétence ait été renforcée. Enfin, l'énumération permettrait de dénombrer par comptage une collection d'objets avec justesse et fiabilité. Les élèves présentant des difficultés à énumérer correctement en situation de dénombrement sont également ceux qui rencontrent des difficultés à réussir la situation d'énumération des boîtes d'allumettes. Les élèves ayant énuméré correctement ont systématiquement trouvé le bon cardinal de la collection. Il semblerait en revanche, qu'avec "de la chance", beaucoup de tentatives de dénombrement avec une énumération incorrecte aient réussi.

Les procédures initiales des élèves ont clairement évolué vers des procédures plus expertes permettant l'allègement de la mémoire. L'élaboration d'un cheminement visuel est une bonne procédure pour des petites collections d'objets mais n'est plus efficace pour des collections de plus grande quantité.

➤ Pour des objets déplaçables :

Globalement, les procédures évoluent vers des procédures d'énumération nécessitant un déplacement des objets. Certains élèves, mettant en place cette procédure dès le début mais avec hésitation et peu de précision, acquièrent une certaine maîtrise de cette procédure qu'ils mettent ensuite en place avec rigueur et efficacité et pour de plus grandes quantités d'objets. Lors des situations de formulation, l'élaboration d'un message à un camarade absent contribue également à la procédure de séparation des boîtes. Le travail en binôme demande en effet de s'organiser davantage pour passer le relais à son camarade et lui faire part du travail qui a été réalisé.

➤ Pour des objets non déplaçables :

Les procédures évoluent vers des procédures d'énumération avec marquage et la réalisation du travail en binôme renforce la compréhension et l'utilisation d'une telle procédure.

L'étape B a été mieux réussie que l'étape A puisque la procédure d'énumération par marquage est maîtrisée de tous les élèves sans exception et ce, assez rapidement. Quoiqu'il en soit, l'évolution des procédures vers des procédures plus expertes entraîne un enrichissement des formulations des élèves qui se sentent plus aptes à expliciter leur procédure. A l'inverse, l'explicitation des procédures contribue à renforcer leur application de manière fiable. Enfin, lorsque la procédure d'énumération est suffisamment maîtrisée, elle se traduit par une énumération correcte en situation de dénombrement.

Ces procédures ont été plus facilement réinvesties dans le dénombrement de boîtes fixes. Avec des boîtes déplaçables, elles se sont heurtées à des problèmes dits "techniques". Beaucoup d'élèves focalisent leur concentration et leur énergie sur l'empilement ou l'alignement horizontal des boîtes. Pour que les procédures d'énumération soient réinvesties efficacement dans une situation de dénombrement par comptage, le déplacement des objets se doit d'être maîtrisé parfaitement. Une simplification de cette procédure doit être travaillée : mettre simplement les boîtes de côté sans obligatoirement les empiler ou les aligner.

6.3) Limites et perspectives

Beaucoup de facteurs externes, auxquelles nous ne nous attendions pas, interviennent et peuvent empêcher certains élèves de progresser. C'est le cas par exemple d'un élève qui reste focalisé sur l'aspect "gagné / perdu" du jeu.

Le dénombrement d'objets déplaçables a été réalisé en amont et en aval de la situation d'énumération. Le dénombrement d'objets non déplaçables, quant à lui, a seulement été réalisé en aval de la situation d'énumération. Il aurait été intéressant et plus fiable de le proposer également en évaluation diagnostique. Pour le cas d'objets non déplaçables, nous devons donc émettre des réserves quant à l'efficacité améliorée du dénombrement par comptage après acquisition de la compétence d'énumération.

En étape B de la situation d'énumération (boîtes fixes), peut-être aurait-il mieux valu ne pas donner directement aux élèves un outil de marquage, afin de ne pas induire une procédure unique et de laisser apparaître des stratégies personnelles peut-être plus expertes.

C'est également pour évaluer les compétences des élèves à mettre en place des stratégies personnelles mais aussi pour mieux évaluer la compétence énumérative qu'il aurait fallu proposer une autre situation d'énumération au contexte légèrement différent. Enfin, une évaluation dans un contexte complètement différent des mathématiques aurait permis d'attester de la complète et définitive acquisition de la compétence d'énumération.

6.4) Conclusion

Les études réalisées pour ce mémoire m'ont permis de prendre conscience de l'importance de l'énumération et de son apprentissage avant même tout apprentissage du dénombrement par comptage. Sa complexité provoque des difficultés d'apprentissage chez les jeunes élèves, difficultés parfois perçues par l'enseignant comme un manque de concentration de l'élève. Nous nous devons d'être informés sur ce concept d'énumération, pour mieux déceler les problèmes y faisant référence et y remédier efficacement.

Dans la "construction des premiers outils pour structurer sa pensée", l'énumération y a une place primordiale et non négligeable. Elle est au centre de connaissances tout autant numériques que spatiales. Car en plus d'être nécessaire au dénombrement d'objets, elle permet aux élèves de développer des stratégies liées à l'organisation spatiale d'objets, que ce soit lors du déplacement physique des objets ou d'un cheminement visuel. L'énumération est aussi un concept qui s'étend au-delà du domaine des mathématiques. C'est une compétence utile dans bien des disciplines, en français par exemple dans la comparaison de mots lettre par lettre. Son travail, sous diverses formes et complexités, doit donc se poursuivre en grande section mais aussi en cycle 2 et 3 voire plus loin.

Enfin, ce travail de recherche m'a permis de prendre conscience du rôle déterminant de l'enseignant dans la réussite des élèves. Pour proposer des situations adaptées aux élèves et leur faire acquérir de nouvelles compétences, mais aussi et surtout pour être attentif aux problèmes rencontrés par les élèves. Le but n'est pas de rester en surface et de s'arrêter aux acquis / non acquis. Mais c'est bien d'approfondir les erreurs car sous celles-ci se cachent peut-être des compétences à expliciter avec les élèves. Ceci est bien sûr valable dans toutes les disciplines et est assuré par la polyvalence des enseignants.

Bibliographie

- BRIAND, J., 1993, *L'énumération dans le mesurage des collections, un dysfonctionnement dans la transposition didactique*, Thèse, Université de Bordeaux I : Ecole doctorale de mathématiques-informatique.
- BRIAND J., Ed., 1999, *Enseigner l'énumération en moyenne section*, GRAND N, n°66, pp. 7 à 22.
- CHARNAY R. & MANTE M., *Professeur des écoles, Admissibilité CRPE Mathématiques* (pp. TOME 2, p.101-102), 2015, HATIER Concours
- Ermel, *Apprentissages numériques et résolution de problèmes, GS cycle 2* (p.30), 2005, Paris, HATIER
- FINOTTO, A., 2015, *L'énumération, compétence du dénombrement en moyenne section*, Mémoire de Master MEEF 1^{er} degré, Grenoble : Université Joseph Fourier, ESPE.
- GROUPE MATHS MATERNELLE, 2011, *Énumération : « Un chien dans chaque niche »* [en ligne], http://www.ac-grenoble.fr/ia26.pedagogie/IMG/pdf/Sequence_Enumeration_Groupe_Maths_maternelle.pdf, consulté le 6 décembre 2018.
- MARGOLINAS C., Ed., 2015, *Situations d'énumération et exploration des collections*, Recherche en didactiques des mathématiques, La Pensée Sauvage, 35 (2), pp. 183-220.
- Ministère de l'éducation nationale et de la jeunesse, 2015, *Bulletin officiel spécial n°2 du 26 mars 2015 : Programme de l'école maternelle* [en ligne], education.gouv.fr.

Résumé :

L'étude de ce mémoire concerne l'énumération à l'école maternelle. L'énumération est une compétence pré-numérique du dénombrement par comptage qui consiste à passer en revue une et seule fois chaque élément d'une collection. Très souvent méconnue comme compétence à travailler à part entière, l'énumération peut pourtant constituer un obstacle à l'apprentissage et à la compréhension des nombres et des quantités chez les jeunes enfants. Dans ce mémoire, nous testons une situation didactique d'énumération avec six élèves de moyenne section. Nous mettons donc en place la situation les "boîtes d'allumettes" de Joël Briand (1999) afin d'évaluer son efficacité dans l'acquisition de la compétence énumérative par les élèves. En amont et en aval de cette situation, des situations de dénombrement sont proposées aux élèves afin de mesurer leur niveau d'acquisition de la compétence. Lors de la situation d'énumération, nous focalisons notre attention sur les procédures utilisées par les élèves et leur formulation. Les résultats et analyses montrent une évolution significative des procédures et un enrichissement des formulations liées aux procédures.

Mots-clés :

Enseignement des mathématiques – énumération / compétence énumérative – cycle 1 – moyenne section de maternelle – boîtes d'allumettes déplaçables/fixes – dénombrement – procédures d'énumération - formulations