



HAL
open science

Développer la posture d'élève-chercheur en résolution de problèmes au cycle 2

Alice Guilliet

► **To cite this version:**

Alice Guilliet. Développer la posture d'élève-chercheur en résolution de problèmes au cycle 2. Education. 2019. dumas-02278852

HAL Id: dumas-02278852

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02278852>

Submitted on 4 Sep 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Année universitaire 2018-2019

Mention 1^{er} degré

2^{ème} année

Développer la posture d'élève-chercheur en résolution de problèmes au cycle 2

Présenté par : Alice GUILLIET

Encadré par : Eric GREFF

Mots Clefs : résolution de problème, chercheur, problème ouvert, rallye mathématique

École Supérieure du Professorat et de l'Éducation de l'académie de Paris

10 rue Molitor, 75016 PARIS – tél. 01 40 50 25 92 – fax. 01 42 88 79 74

www.espe-paris.fr

SOMMAIRE

1	Introduction	4
2	Qu'est-ce que la résolution de problèmes ?	6
2.1	Les attentes institutionnelles pour les élèves lors de la résolution de problème.....	6
2.1.1	Apprendre à chercher: les enseignements de l'enquête PISA.....	6
2.1.2	Apprendre à chercher : la place de la résolution de problèmes dans les programmes..	7
2.1.3	Apprendre à chercher : comparaison avec la démarche d'investigation en sciences	9
2.2	Les attitudes et capacités des élèves en résolution de problèmes (les observations terrain des chercheurs).....	10
2.2.1	Chercher c'est accepter l'incertitude et confronter ses idées.....	10
2.2.2	« Connaissances cachées » dans la résolution de problèmes.....	10
2.3	Les opérations mentales mises en jeu en résolution de problème	12
2.3.1	Se construire une représentation mentale du problème.....	12
2.3.2	Connaitre les relations entre les représentations et le processus d'opération	13
2.3.3	Comprendre les difficultés des élèves.....	14
2.4	Le rôle de l'enseignant dans la résolution de problèmes	15
2.4.1	Attitude de l'enseignant pendant la résolution de problèmes	15
2.4.2	Organisation du travail de la classe en résolution de problèmes	15
3	Objectifs et hypothèses de recherche	16
3.1	Objectif :	16
3.2	Hypothèses :.....	17
3.2.1	Changer le contrat didactique avec le problème ouvert et le rallye.....	17
3.2.2	Améliorer la compréhension des problèmes avec le brouillon.....	18
3.2.3	Développer la diversité des démarches avec le problème ouvert.....	20
4	Mise en place	21
4.1	Sélection des problèmes pour développer l'invention de nouvelles procédures.....	21
4.1.1	Caractéristiques des problèmes pour chercher	21
4.1.2	Critères de choix des problèmes ouverts	22
4.1.3	Choix du problème test	22
4.1.4	Choix des problèmes ouverts travaillés en classe	23
4.2	Des séances proposées selon des intentions précises	23
4.2.1	Des séances spécifiques pour travailler la représentation.....	23
4.2.2	Des séances spécifiques pour travailler l'acquisition de nouvelles procédures	24
4.2.3	Des séances pour travailler des intentions sociales : collaborer, présenter	25

4.2.4	Des évènements dans la classe : un rallye mathématique dans le contexte de la médaille Fields.....	26
5	Résultats.....	26
5.1	Amélioration de l'engagement et la persévérance des élèves dans la recherche.....	26
5.1.1	L'engouement des élèves lors de la deuxième manche du rallye.....	26
5.1.2	L'utilisation pertinente du brouillon pour se représenter l'histoire.....	27
5.2	Difficultés des élèves dans la phase de représentation.....	28
5.2.1	Difficultés à construire une représentation mentale.....	28
5.2.2	Difficultés à adapter sa démarche.....	29
5.3	Difficultés des élèves dans le processus d'opération.....	29
6	Discussions.....	30
6.1	Fréquence et organisation dans le temps des séances de résolution de problèmes.....	30
6.2	Liens avec la posture de chercheur dans d'autres disciplines.....	30
7	Conclusion.....	31
8	Bibliographie.....	32
9	Annexes.....	34
9.1	Quelques problèmes du manuel "Apprendre à chercher" de C. Henaff, Retz.....	34
9.2	Problèmes ouverts.....	35
9.3	Rallye Maths Manche 1, Méthode Heuristique des Mathématiques.....	36
9.4	Problèmes ouverts proposés lors d'une séance dédiée à l'organisation, la collaboration... ..	38
9.5	Rallye maths manche 2, Méthode Heuristique des Mathématiques.....	40
9.6	Préparation d'une séance de travail sur le brouillon.....	41
9.7	Préparation d'une séance de problème ouvert.....	43
9.8	Exemples de productions d'élèves pour la résolution du problème ouvert "la rentrée".....	45

1 Introduction

Ces dernières années, les enquêtes internationales PISA (Programme International pour le suivi des élèves) montrent une dégradation des résultats mathématiques des élèves français. Les évaluations nationales confirment ce constat et de nombreux rapports ministériels tentent de trouver des réponses pour y remédier (rapport Rocard 2007, rapport Villani 2018). Changer la façon d'enseigner les mathématiques est donc une question centrale qui interroge à la fois les professeurs des écoles, les chercheurs en didactique des mathématiques et les institutions responsables des préconisations.

La réforme des mathématiques modernes dans les années 70 a introduit l'idée de « faire » des mathématiques en classe, en favorisant la résolution de problèmes à côté de l'apprentissage d'automatismes. En mathématiques, un problème est défini comme « *une situation initiale avec un but à atteindre, demandant au sujet d'élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but* » (Jean Brun¹). Aujourd'hui, les problèmes sont utilisés à la fois pour contrôler les capacités des élèves à utiliser des outils mathématiques et à la fois comme objets d'apprentissage². Il s'agit en effet d'apprendre aux élèves à résoudre des problèmes en s'engageant dans une démarche de recherche, comme les mathématiciens. Du point de vue des élèves, les problèmes peuvent être classés en deux groupes : ceux qu'ils connaissent et savent traiter et ceux qui présentent un caractère inconnu et les amènent à prendre des risques.³ Dès lors, il s'agit de leur enseigner à la fois des automatismes, des techniques opératoires et à la fois des attitudes de recherche et d'invention de procédures. Henri Poincaré (1854-1912), célèbre mathématicien, disait « *C'est avec la logique que nous prouvons et avec l'intuition que nous trouvons* ».

Plutôt que d'enseigner des méthodes, il s'agit donc d'enseigner l'invention de procédures. Dès les années 80, les problèmes « ouverts » font leur apparition dans les classes comme « problèmes pour chercher »⁴. L'activité de « narration de recherche » s'est ensuite développée⁵. Une narration de recherche est l'analyse de la recherche, l'élève décrit précisément tous ses essais et toutes les pistes, même celles qui n'ont pas abouti.

Actuellement, l'activité de résolution de problèmes reste au cœur des programmes. Et si la variété des problèmes n'est pas restreinte dans ces derniers, l'accent est mis sur les compétences à développer. En effet, il est inscrit que « *la résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves, développant leurs capacités à chercher,*

¹ Brun J. (1999), *La résolution de problèmes arithmétiques : bilan et perspectives*, Revue Maths-école n°141

² Houdement C. (2003) *La résolution de problèmes en question*, Grand N n°71, p3

³ Houdement C. (2003) *La résolution de problèmes en question*, Grand N n°71, p4

⁴ Arsac, Mante « *Problèmes pour chercher* » dans « *Problèmes pour chercher : quelle contribution à la modélisation ?* » C.Houdement (2007), colloque COPIRELEM Troyes, p 2

⁵ Bonafe et Al 2002

raisonner et communiquer ». Les problèmes « pour chercher » sont définis par les procédures de résolution : « on veillera à proposer aux élèves dès le CP des problèmes pour apprendre à chercher (...) nécessitant des recherches avec tâtonnements »⁶.

Dès lors, en tant que professeur des écoles stagiaire dans une classe de CE1, j'ai mis en place, dès le début de l'année des séances de résolution de problèmes. Pour cela, j'ai choisi de suivre un manuel « *Apprendre à chercher* » de Christophe Henaff, publié aux éditions Retz. Il s'agit pour les premières séquences, de l'apprentissage de résolution de problèmes arithmétiques verbaux en favorisant la manipulation (avec des jetons par exemple). Selon la définition de Catherine Houdement, chercheuse en didactique des mathématiques, un problème arithmétique verbal permet de « *problématiser une réalité évoquée par l'énoncé pour obtenir une réponse mettent en jeu des connaissances mathématiques* »⁷. Voici un exemple : « Lucas a un sac de 28 billes. Dans le sac il y a 17 billes rouges et les autres sont bleues. Combien a-t-il de billes bleues ? »⁸. Pendant ces séances, j'ai observé que beaucoup d'élèves ne se préoccupent pas de l'histoire du problème, c'est-à-dire de la situation exposée et réalisent une addition. J'ai d'ailleurs proposé aux élèves le célèbre problème de Stella Baruk « l'âge du capitaine »⁹ : 20 élèves sur 21 ont effectué l'addition sans réfléchir, 1 seul élève a pris la parole pour dire que ce n'était pas possible de connaître l'âge. Certains chercheurs ont expliqué ce résultat par le contrat didactique qui lie l'élève à l'enseignant. En effet, d'après ce contrat, si l'enseignant propose un problème à un élève il y a forcément une solution, et une unique solution. Je décide donc de m'intéresser aux problèmes « pour chercher » avec mes élèves pour changer leur attitude en résolution de problèmes. Au cours du mois de décembre, je propose sous forme de rituel quotidien, un jeu du portrait " deviner un nombre", résolu en autonomie par 2 élèves (binômes hétérogènes). Lorsque le portrait n'est pas accessible directement, qu'ils doivent davantage organiser leur recherche et faire appel à la déduction les binômes échouent. Néanmoins, ils proposent tous une solution mais sans jamais la contrôler (même pour les portraits les plus difficiles les élèves n'ont utilisé que la moitié du temps qui leur était accordé pour résoudre). Il semble qu'ils ne prennent pas le temps de chercher et ne savent pas comment faire. J'ai ensuite proposé une manche d'un rallye mathématique¹⁰ pour mettre les élèves en situation de recherche. Lors de ce rallye j'ai mis en avant l'attitude de recherche comme critère de

⁶ B.O n°30 du 26 Juillet 2018

⁷ Houdement C.(2011), *Connaissances cachées en résolution de problèmes arithmétiques ordinaires à l'école*, Annales de didactiques et de sciences cognitives, volume 16, p67-96, IREM de Strasbourg, p2

⁸ Henaff C.(2014) *Apprendre à chercher des problèmes*, Retz, p.49

⁹ « Sur un bateau il y a 26 moutons et 10 chèvres, quel est l'âge du capitaine ? »

¹⁰ Rallye mathématique développée dans la « Méthode Heuristique des Mathématiques » de Nicolas Pinel, inspecteur de l'Éducation Nationale

réussite. Je leur ai expliqué qu'ils travailleraient par groupe, que l'objectif de la séance était d'apprendre à chercher, sans abandonner tout de suite, face à un problème plus difficile. Le constat a été rapide : dans chaque groupe, l'élève le plus en difficulté a abandonné en moins de 5 minutes (soit il l'a dit « *maitresse je ne sais pas comment faire j'arrête* », soit il a dessiné sur son ardoise, soit il a bavardé avec un camarade sur un tout autre sujet). Au bout de 10 min, seul 1 ou 2 élèves par groupe était toujours assidu à la tâche et semblait prendre plaisir à chercher. Les autres, soit ont abandonné soit ont continué à l'observer mais sans chercher ni interagir avec lui (ou eux). Ces difficultés peuvent s'expliquer à la fois par un désarçonnement des élèves face à cette nouvelle activité de résolution de problèmes ouverts et également par les difficultés à travailler en groupe.

Cette difficulté à enseigner la résolution de problèmes et particulièrement les problèmes « pour chercher » me semble décisive dans l'enseignement des mathématiques. Je choisis donc de m'intéresser au sujet, afin de construire un véritable apprentissage pour favoriser l'acquisition de cette capacité à chercher en mathématiques. Dès lors, je me pose la question suivante « **Quels outils proposés à des élèves de cycle 2 pour développer la posture de l'élève-chercheur en résolution de problèmes?** ».

Dans ce mémoire, je développerai dans un premier temps les différents apports de la recherche sur l'activité de résolution de problèmes pour cerner les enjeux de son enseignement. Dans un second temps, je présenterai mes objectifs et hypothèses pour conduire ma recherche. Dans un troisième temps, j'expliquerai les outils mis en place dans ma classe. Enfin, j'exposerai les résultats de cette recherche.

2 Qu'est-ce que la résolution de problèmes ?

2.1 Les attentes institutionnelles pour les élèves lors de la résolution de problème

2.1.1 Apprendre à chercher: les enseignements de l'enquête PISA

L'enquête PISA est menée tous les 3 ans au sein de 34 pays de l'OCDE : l'objectif est de suivre les acquis des élèves. Suites aux enquêtes PISA et autres évaluations nationales, en 2007, Michel Rocard est chargé de rédiger un rapport pour la commission européenne au sujet des résultats en déclin des élèves français en mathématiques et sciences. Il constate la baisse des effectifs dans les filières scientifiques en France et plus globalement en Europe. Cette baisse reposerait sur la façon dont les sciences et les mathématiques sont enseignés. Les méthodes seraient trop déductives. Une des recommandations de ce rapport est donc le renouvellement des méthodes pédagogiques de l'enseignement des sciences dès le primaire. Ce renouvellement devrait s'appuyer sur la démarche d'investigation en sciences et la résolution de problèmes en mathématiques.

Quelques années plus tard, l'enquête PISA 2015 montre que les résultats des élèves français en résolution collaborative de problème sont moins élevés que ne le laisseraient penser leurs scores en mathématiques, sciences et compréhension de l'écrit¹¹. La résolution collaborative de problèmes évalue à la fois des compétences sociales et créatives. Un document officiel de l'enquête PISA précise les attendus pour répondre à ce type d'exercice « *les élèves doivent se montrer ouverts, accepter le doute et l'incertitude et oser utiliser leur intuition pour amorcer une solution* »¹². Ce résultat nous invite donc à développer l'enseignement à la fois de compétences pour travailler en groupe et des compétences pour se lancer dans la résolution de problèmes non-familiers : savoir explorer la situation du problème pour trouver des informations pertinentes, s'en servir pour construire une stratégie, planifier des tâches, adapter cette stratégie au cours de leur avancement dans la résolution¹³. L'OCDE, suite aux résultats de l'enquête PISA, met en avant la capacité d'un individu à « *s'engager dans un traitement cognitif en l'absence de méthode* » pour résoudre un problème non-familier. Cela nous permet donc d'affiner notre recherche en résolution de problème pour chercher : il s'agit de comprendre quels sont les mécanismes cognitifs en jeu.

Les résultats de l'enquête PISA 2015 ont également pointé une corrélation étroite entre de faibles performances en mathématiques et un manque de confiance des élèves dans leur capacité à résoudre des problèmes¹⁴. Or, on peut supposer que le niveau de confiance des élèves pourrait augmenter avec une pratique régulière de la résolution de problèmes.

2.1.2 *Apprendre à chercher : la place de la résolution de problèmes dans les programmes*

L'enseignement de la résolution de problème est déterminé par les exigences des programmes. Or l'évolution de la place de la résolution de problème dans ces programmes montre une évolution des problèmes d'application de la vie courante vers des problèmes développant les compétences de recherche. La réforme des mathématiques modernes dans les années 70 introduit de plus en plus de problèmes visant la compréhension des notions mathématiques et leurs relations, plutôt que des problèmes de la vie courante¹⁵.

¹¹ <http://www.oecd.org/pisa/PISA-2015-Collaborative-Problem-Solving-France-French.pdf>

¹² [https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisainfocus/pisa-in-focus-n38-\(fra\)-final.pdf](https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisainfocus/pisa-in-focus-n38-(fra)-final.pdf)

¹³ Compétences créatives identifiées par l'enquête PISA 2015

¹⁴ Feyfant A.(2015), *La résolution de problèmes de mathématiques au primaire*, Dossier de veille IFE n°105, , p1

¹⁵ Artigue M. (2018), *Résolution de problèmes, calculs et démarche d'investigation*, présentation ESPE Paris, slide 9

A partir des années 70, les chercheurs s'intéressent davantage au fonctionnement cognitif mis en jeu dans la résolution de problèmes¹⁶. L'idée des programmes est alors d'enseigner sous forme de méthodes la représentation, le schéma ou la planification. La réforme de 1978 introduit une dimension méthodologique à la résolution de problèmes dans les programmes¹⁷.

Il faut attendre les programmes de 2002 pour que la dimension méthodologique dans la résolution de problèmes disparaisse. L'objectif est différent, il s'agit de développer chez les élèves un comportement de chercheur en exploitant spécifiquement des problèmes. Les compétences visées sont¹⁸ :

- s'engager dans une procédure personnelle et la mener à son terme
- rendre compte de la démarche oralement en s'appuyant sur sa feuille de recherche
- admettre qu'il existe d'autres procédures et essayer de les comprendre
- rédiger une réponse
- identifier les erreurs dans une solution

Au cycle 2, les problèmes sont différenciés selon le mode de résolution : en utilisant une procédure experte ou une procédure personnelle¹⁹.

En 2008, la place de la résolution de problèmes dans les programmes est moins claire.

Dans les derniers programmes de 2018 (et dans ceux de 2015), la résolution de problème est au cœur de l'activité mathématique des élèves développant des capacités à chercher, raisonner et communiquer. Il est intéressant de noter l'influence du rapport Rocard de 2007 sur ce changement dans les programmes. Les compétences nécessaires pour chercher sont détaillées par rapport à celles des programmes de 2002, il s'agit de :

- s'engager dans une démarche de résolution de problèmes en observant, en posant des questions, en manipulant, en émettant des hypothèses, si besoin avec l'accompagnement du professeur après un temps de recherche autonome
- tester, essayer plusieurs pistes proposées par soi-même, les autres élèves ou le professeur²⁰.

¹⁶Julo J. (2002) *Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes*, Grand N n°69 p 32 référence au numéro spécial de Psychologie française Résoudre des problèmes au laboratoire, à l'école, au travail coordonné par Richard en 1984

¹⁷ Artigue M. (2018) *Résolution de problèmes, calculs et démarche d'investigation*, présentation ESPE Paris s.10

¹⁸ B.O hors série n°1 du 1 au 14 février 2002

¹⁹ B.O hors série n°1 du 1 au 14 février 2002

²⁰ B.O n°30 du 26 juillet 2018

L'enseignant devrait donc baser sa progression sur l'acquisition de ces différentes capacités (engagement dans un problème, élaboration d'une stratégie, communication, argumentation). Par ailleurs, les programmes soulignent aussi la variété des problèmes enseignés suivant les objectifs d'apprentissage. En effet, différentes fonctions peuvent être associées à la résolution de problèmes : découverte de nouvelles connaissances, application ou réinvestissement de connaissances, et développement de capacité de recherche. Il s'agit alors, pour un enseignant, de déterminer les problèmes proposés aux élèves en fonction de l'objectif visé, suivant les connaissances et capacités des élèves. Un problème pourra être un problème de recherche pour des élèves de cycle 2 et un problème d'application ou de réinvestissement pour les élèves de cycle 3. Ainsi, pour Catherine Houdement les problèmes doivent être proposés selon une intention. Elle expose plusieurs types d'intentions, mathématiques ou sociales et décline plusieurs exemples.

- intentions mathématiques
 - o 1 : participer à l'apprentissage des savoirs
 - o 2 : mettre en relation des savoirs, des techniques
 - o 3 : construire une nouvelle procédure, une nouvelle stratégie, un nouveau raisonnement
 - o 4 : comprendre le fonctionnement mathématique
- intentions sociales : collaborer, s'organiser, s'écouter, présenter
- intentions sociales mathématiques : argumenter, prouver, distinguer la recherche de la réponse²¹

Je décide de mettre en lien ces intentions avec les compétences créatives identifiées dans l'enquête PISA 2015 pour construire mes séquences en résolution de problèmes. Par exemple, je propose un problème avec l'intention de développer chez les élèves la construction d'une nouvelle procédure en s'appuyant sur les capacités à explorer le problème et planifier une stratégie.

2.1.3 *Apprendre à chercher : comparaison avec la démarche d'investigation en sciences*

Le rapport Rocard permet de comparer la résolution de problèmes avec la démarche d'investigation en sciences. Cette comparaison est intéressante pour mettre en avant les savoir-faires en situation de recherche. Le rôle de l'erreur et son traitement comme une étape de la démarche, en sciences comme en résolution de problèmes est clé. L'erreur peut être dans ces cas la non validation d'hypothèses suite à une expérience ou un essai en mathématique et elle permet alors d'avancer dans le raisonnement. Daniel Perrin, chercheur

²¹ Houdement C. (2018) *La résolution de problèmes arithmétiques : lesquels, pour quoi et comment ?*, présentation ESPE Paris slide 3

en didactique des mathématiques précise qu' « *il ne peut exister de véritables recherches si l'erreur n'est pas tolérée voire reconnue comme moteur* »²². Pour les enseignants, il s'agit alors d'inclure l'erreur, de la valoriser comme étape nécessaire de la recherche. J'ai donc explicité avec les élèves ce statut de l'erreur avant la résolution de problème.

Les attentes institutionnelles en matière de résolution de problèmes tendent vers l'enseignement de compétences de recherche. La résolution de problème utilisée comme démarche expérimentale en mathématiques implique aussi une attitude différente des élèves, l'erreur doit être un moteur dans leur travail et non un frein.

2.2 Les attitudes et capacités des élèves en résolution de problèmes (les observations terrain des chercheurs)

2.2.1 *Chercher c'est accepter l'incertitude et confronter ses idées*

Jacques Douaire, professeur agrégé de mathématiques, observe que l'activité de recherche commence par un engagement de l'élève dans la résolution de problème. Ainsi, l'élève doit accepter un temps d'incertitude et avoir suffisamment confiance en lui pour croire dans sa possibilité d'avancer. Pour J. Douaire, la réussite des élèves en résolution de problèmes reposera aussi sur la qualité des confrontations, des discussions²³. Ces confrontations doivent permettre à tous les élèves de s'exprimer, l'erreur doit être un outil pour mener ces discussions et faire avancer les élèves. Les élèves doivent également apprendre à écouter les autres, prendre en compte des démarches différentes, revenir sur leur travail.

Pour cela, j'ai décidé de suivre les recommandations d'Olivier Hunault Inspecteur Général de l'Education Nationale en développant les échanges entre élèves de différentes façons : après un temps de recherche individuel, leur demander de ne présenter qu'une réponse par binôme, partir de la proposition d'un élève recopiée au tableau pour faire réagir les autres élèves, interroger des élèves ayant des résultats différents pour un même problème²⁴.

Pour favoriser l'engagement des élèves en résolution de problèmes, les aider à apprivoiser ce temps d'incertitude à la découverte d'un problème, j'augmente la fréquence de cette activité en classe (environ 2 séances par semaines dédiées à des problèmes pour chercher et un rituel d'un problème pour réinvestir des connaissances par jour).

2.2.2 « *Connaissances cachées* » dans la résolution de problèmes

Catherine Houdement a soulevé la question de connaissances « cachées » en résolution de problèmes. C'est-à-dire des connaissances non institutionnalisées par les enseignants mais

²² Perrin D (2006). *L'expérimentation en maths*, colloque COPIRELEM Dourdan, p.23-24

²³ Douaire J. (2001) *Mise en commun et argumentation mathématiques*, Grand N n°68, IREM Grenoble, p.33 référence à équipe ERMELE, coordination J.Douaire et C.Hubert « *Vrai ? Faux ?...On en débat ! De l'argumentation à la preuve au cycle 3* », INRP 1999

²⁴ Hunault O. (2019) *L'enseignement de la résolution de problèmes à l'école élémentaire*, journée académique du plan maths cycle 2 Paris, s.70

qui permettraient aux « élèves experts » de réussir la résolution de problèmes²⁵. En menant des entretiens individuels d'explicitation, il est apparu que les élèves-experts contrôlaient leur solution et pouvaient qualifier leur résultat, c'est-à-dire associer le nombre trouvé à sa signification dans la réalité, pour le problème. Gérard Vergnaud, didacticien des mathématiques, philosophe et éducateur précise cette idée. Selon lui, la réussite en résolution de problèmes ne repose pas tant sur la maîtrise des algorithmes que sur la conceptualisation des relations entre les nombres, les faits de l'énoncé²⁶. Ainsi, les « élèves-experts » seraient capable de contrôler leur démarche en faisant des liens entre leurs calculs, entre les calculs et la réalité. Par conséquent, plusieurs types de validation sont utilisés par les élèves : le calcul, la confrontation à chaque élément du problème, la preuve mathématique, la preuve du réel²⁷... Pour favoriser ces contrôles, lorsqu'un élève est en difficulté je focalise mon aide sur la confrontation entre son calcul, ce qu'il a fait et ce que cela signifie dans la réalité (exemple : « *tu écris que chaque élève aura 50 cahiers, tu imagines avoir 50 cahiers ?* » cf annexe 8)

C.Houdement relève aussi des compétences en matière de compréhension et donc de représentation du problème. La compréhension commencerait par l'articulation entre deux registres de représentation : le registre oral et les écritures mathématiques²⁸. Il est donc important de travailler, surtout avec de jeunes élèves, la reformulation du problème à l'oral et les écritures pré-algébriques comme les additions à trous²⁹. Pour aider les élèves à faire ces liens, je demande à des élèves d'expliquer leur réponse en utilisant le langage mathématique (calcul), le schéma et le langage utilisé pour raconter des histoires.

Enfin, une autre compétence nécessaire à la résolution de problème est liée à la modélisation. Un modèle est un « *signe susceptible de rapprocher la situation de départ du but et portant un caractère génératif.* ³⁰ » Au cycle 2, l'apprentissage de la modélisation commencera par une épuration du dessin pour aller vers un schéma utile à la réflexion.

L'observation des élèves experts en résolution de problèmes met en avant des attitudes, accepter l'incertitude, confronter ses idées ; et aussi des connaissances pour faire le lien entre les calculs, la réalité ainsi que la maîtrise de plusieurs registres.

²⁵ Houdement C. (2007) *Problème pour chercher : quelle contribution à la modélisation?*, colloque COPIRELEM, Troyes p.4

²⁶ Houdement C. (2011) *Connaissances cachées en résolution de problèmes arithmétiques ordinaires à l'école*, Annales de didactiques et sciences cognitives, volume 16, IREM de Strasbourg p.4

²⁷ Houdement C. (2007) *Problème pour chercher : quelle contribution à la modélisation ?*, colloque COPIRELEM, Troyes p.10 référence à Peault, 1992

²⁸ Houdement C. (2011) *Connaissances cachées en résolution de problèmes arithmétiques ordinaires à l'école*, Annales de didactiques et sciences cognitives, volume 16, IREM de Strasbourg p.16, référence à Duval, 2006 p84

²⁹ Houdement C. (2011) *Connaissances cachées en résolution de problèmes arithmétiques ordinaires à l'école*, Annales de didactiques et sciences cognitives, volume 16, IREM de Strasbourg p.18

³⁰ Houdement C. (2007) *Problème pour chercher : quelle contribution à la modélisation ?* colloque COPIRELEM, Troyes p.10

2.3 Les opérations mentales mises en jeu en résolution de problème

2.3.1 *Se construire une représentation mentale du problème*

Depuis les années 70, des chercheurs s'intéressent aux processus cognitifs en jeu dans la résolution de problème. Il est cependant difficile d'établir ces processus car l'exercice de la résolution de problème requiert différentes compétences : la compréhension de textes ainsi que la mobilisation et la mise en œuvre de connaissances numériques³¹. Lieven Verschaffel et Erik de Corte, chercheurs en psychologie, ont souligné l'importance de cinq catégories d'outils cognitifs que les élèves doivent mobiliser pour développer une démarche mentale et résoudre un problème³² :

- une base de connaissances (faits mathématiques, symboles, concepts)
- des stratégies de recherche
- des connaissances métacognitives : savoir observer, savoir être attentif, savoir gérer ses émotions, savoir utiliser ses mémoires, savoir raisonner, comprendre et apprendre.
- des stratégies d'autorégulation : la détermination du but, la planification, le contrôle et l'ajustement
- des croyances : celles relatives à sa propre relation avec l'apprentissage, celles liées au contexte social, et celles liées aux mathématiques elles-mêmes.

Ces cinq catégories d'outils doivent s'articuler pour permettre aux élèves de comprendre le problème c'est-à-dire de se construire une représentation³³. Une représentation cognitive est une construction mentale, liée à un contexte particulier pour servir un but spécifique. Elle peut être provisoire ou stable³⁴. C'est uniquement lorsque l'élève a construit sa propre représentation qu'il pourra s'engager et persévérer dans la résolution de problèmes. Les processus qui construisent la représentation du problème sont étudiés depuis les années 1990 par Jean Julo, psychologue cognitiviste : « *Chercher à résoudre un problème c'est se construire une représentation, interpréter, sélectionner et opérationnaliser. C'est transformer pour soi un énoncé en démarche mathématique.*³⁵ »

³¹ Feyfant A. (2015), *La résolution de problèmes mathématiques au primaire*, dans dossier de veille IFE n°105, p.7

³² Feyfant A. (2015) *La résolution de problèmes mathématiques au primaire*, dans dossier de veille IFE n°105, p.6 (référence à De Corte et Verschaffel, 2008)

³³ Feyfant A. (2015), *La résolution de problèmes mathématiques au primaire*, dans dossier de veille IFE n°105, p.8

³⁴ Houdement C.(2018) , *La résolutions de problèmes arithmétiques : lesquels, pour quoi et comment ?*, conférence pour ESEN, 2017, slide 12 (référence à Baligand 2011)

³⁵ Julo J. (1995) *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques : un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*, Presses universitaires de Rennes

Jean Julo a étudié les processus cognitifs qui permettent aux élèves de poursuivre leur recherche lors de la résolution de problèmes :

- l'interprétation et la sélection d'informations : le contexte sémantique doit être interprété, des connaissances passées vont permettre de faire des liens avec les informations du problème et évoluer au cours de la résolution en mobilisant de nouvelles connaissances si besoin.
- la structuration : le contenu de la représentation mentale évolue pendant la résolution et parfois l'élève peut être en situation de blocage. Il doit donc structurer les données différemment.
- l'opérationnalisation : il s'agit du passage à l'action par la mise en œuvre de connaissances opératoires, connues lors d'expériences passées. Le fait d'agir va également changer la représentation mentale du problème. Pour certains élèves, le passage par l'image, la verbalisation ou la schématisation peut favoriser le passage à l'action³⁶.

Il est important de comprendre que ces trois processus se mettent en œuvre simultanément et évoluent au cours de la résolution.

Tous les élèves ne vont pas mettre en œuvre ces trois processus pour chaque résolution de problème de la même manière. En effet, on peut distinguer deux types de problèmes pour les élèves : ceux qu'ils reconnaissent et savent traiter rapidement et les autres problèmes où ils doivent inventer une procédure. Ainsi, les élèves se créent des schémas de problèmes, ils associent des problèmes ce qui leur permet de reconnaître et d'utiliser un processus de résolution rapidement³⁷.

2.3.2 *Connaitre les relations entre les représentations et le processus d'opération*

Emmanuel Sander, professeur à la Faculté de Psychologie et des Sciences de l'Éducation à Genève, a mis en évidence les liens entre les connaissances sémantiques, décisives dans la compréhension et la représentation des problèmes et les propriétés mathématiques. L'objectif est de guider les élèves dans l'analyse sémantique du problème pour les aider à choisir l'opération mathématique à réaliser. Selon lui, 3 dimensions expliquent les difficultés en résolution de problèmes :

- Les connaissances spontanées des propriétés mathématiques qui limitent parfois les connaissances, par exemple « additionner c'est ajouter ».

³⁶ Houdement C. (2003) *La résolution de problèmes en question*, Grand N n°71 p.12 (référence à Julo, Grand N n°69 2002)

³⁷ Houdement C. (2003) *La résolution de problèmes en question*, Grand N n°71 p.11

- La structure induite : la relation sémantique ne conduit pas toujours directement à l'opération pertinente. E. Sander propose donc d'enseigner aux élèves le recodage sémantique, c'est-à-dire la réinterprétation du problème. Cela peut s'apprendre en développant leur flexibilité représentationnelle, avec des énoncés qui peuvent se coder facilement (comme une combinaison ou une transformation).
- La simulation mentale pour résoudre le problème sans recourir à des opérations mathématiques³⁸.

Je décide donc pour l'enseignement de la résolution de problèmes dans ma classe, de sélectionner des problèmes en faisant attention aux structures induites et de proposer une variété de types problèmes pour une même opération (par exemple, la comparaison, le reste pour la soustraction). Je propose aussi aux élèves d'utiliser des schémas pour faciliter la réinterprétation du problème et donc le recodage sémantique.

2.3.3 Comprendre les difficultés des élèves

Jean Julo, au cours de ses recherches, a soulevé certains défauts chez les élèves qui échouaient dans la résolution de problème. Je m'appuierai sur ces difficultés pour accompagner au mieux les élèves au cours des activités de résolution de problèmes:

- l'instabilité des points de vue : l'élève change d'un coup de point de vue sans logique. Cela peut faire suite à un calcul, une phrase entendue.
- l'incohérence des éléments pris en compte : l'élève retient des informations superficielles et passe à côté d'éléments pertinents.
- l'insensibilité aux contradictions : l'élève ne contrôle pas du tout sa démarche, il peut abandonner sa démarche rapidement.

J.Julo fait l'hypothèse que ces défauts apparaissent généralement au moment de la structuration : « *C'est donc l'activité de représentation dans son ensemble qui sera le plus souvent pris en compte dans les démarches d'aide avec le souci de neutraliser autant que possible les dysfonctionnements propres à la situation en jeu et de favoriser autant que possible la mobilisation de schémas susceptibles de structurer la représentation*³⁹. »

Une des solutions pour travailler sur ces défauts peut être la recherche de problèmes ouverts. En effet, l'énoncé est généralement court et peut être accompagnée de discussions orales pour assurer une meilleure compréhension.

³⁸ Richard J-F, Sander E., *Quelles relations entre résolutions de problèmes et opérations ?*, Université Paris 8 (Cnesco)

³⁹ Mémoire de Master 1, Un exemple de pratique d'enseignement pour la résolution de problèmes additifs au CE1, Stéphanie de Vanssay de Blavous, directeur Eric Roditi, p.17

La psychologie souligne l'importance de la construction d'une représentation du problème pour l'engagement des élèves dans la résolution. La représentation s'appuie sur l'interprétation, la sélection d'informations et leur structuration. Mais, pour persévérer l'élève doit faire évoluer sa représentation au cours de la résolution. Ensuite le passage vers le processus d'opération peut se faire en « recodant » le problème, en mettant en avant les principes mathématiques sous-jacents.

2.4 Le rôle de l'enseignant dans la résolution de problèmes

2.4.1 *Attitude de l'enseignant pendant la résolution de problèmes*

La résolution de problèmes nécessite une explicitation du contrat de départ de l'enseignant pour les élèves. Les élèves doivent se sentir investis de la recherche de la solution et de la vérification de son exactitude, c'est ce que Guy Brousseau nomme « la dévolution du problème ». Il est également important d'insister sur le statut de l'erreur : elle doit être perçue comme un outil, un moyen d'avancer dans sa recherche.

L'enseignant peut aussi décider d'aider les élèves en proposant du matériel. Suivant les objectifs, le matériel peut être visible mais non disponible ou bien disponible mais pas assez complet.

Enfin, c'est l'enseignant qui organise la mise en commun et met en place les conditions du débat. Il doit donc s'assurer que le cadre permet aux élèves de critiquer les démarches et d'aller au bout de leurs échanges (identifier les désaccords, expliquer pourquoi ils sont là, comprendre la démarche de l'autre...) ⁴⁰. Dans mes séances, j'ai organisé une première mise en commun, après quelques minutes de recherche pour m'assurer de la compréhension des contraintes ou donner des techniques. Puis, une deuxième mise en commun pour conduire à l'explicitation des résultats, la prise de conscience des erreurs, l'amélioration de la méthode, de la gestion des essais (en améliorant la fiabilité ou la rapidité par exemple).

2.4.2 *Organisation du travail de la classe en résolution de problèmes*

Une chercheuse en mathématiques, Régine Douady, propose en 1984, l'organisation de l'enseignement « *intégrant des moments où la classe simule une société de chercheurs en activité, rompant ainsi avec la méthode du j'apprends, j'applique et ouvrant vers une attitude active.* » ⁴¹ Ces moments peuvent être « mis en scène » pour les élèves pour favoriser leur engagement : remise de médailles, comptabilisation des points par problème résolu comme dans un tournoi...

⁴⁰ Douaire J. HUVERT (2001), *Mise en commun et argumentation en mathématiques*, Grand N n°68 p.1

⁴¹ Mémoire de Master 2, Les pratiques de l'enseignant durant l'activité de résolution de problèmes par les élèves et leurs effets sur l'apprentissage, Stéphanie de Vanssay de Blavous, directeur Eric Roditi, p.7

3 Objectifs et hypothèses de recherche

3.1 Objectif :

L'objectif principal est de développer une posture d'élève-chercheur. La posture, d'après la définition du Larousse est une attitude du corps adaptée à une situation⁴². En didactique, une posture peut être définie comme « un schème préconstruit du penser-faire-dire » que l'individu adopte lors d'une tâche précise⁴³. Selon ces définitions, la posture associe donc à la fois le corps (dans l'attitude) et l'esprit (dans l'intention, les opérations mentales). D'après les recherches (cf partie 2) je classe les opérations mentales et savoir-faire liés à la posture de recherche en résolution de problèmes :

« Penser »	« Faire-dire »
-se construire une représentation mentale (interpréter, sélectionner des informations, les structurer)	-accepter l'incertitude, accepter de se lancer puis d'adapter sa démarche
-choisir une opération mathématique (réinterpréter les données, « recoder »)	-modéliser
-faire des liens entre la réalité évoquée et des opérations mathématiques	-confronter ses idées, verbaliser sa démarche
-utiliser différents registres : oral, mathématique.	-continuer, recommencer après l'identification d'une erreur
	-utiliser son erreur pour avancer

Développer une posture d'élève-chercheur, c'est développer à la fois l'intention des élèves de se lancer dans la tâche avec un engagement et une persévérance, c'est-à-dire une attitude active dans la recherche. Pour cela, je m'appuie sur le développement des opérations mentales et savoir-faire de ce tableau. Au niveau du « penser », l'engagement et la persévérance relèvent du traitement cognitif du problème, donc de la construction d'une représentation du problème puis d'une analyse conduisant à des opérations mathématiques. Au niveau du « faire », de l'attitude, l'engagement et la persévérance reposent sur une activité de l'élève, des essais et aussi des discussions, des confrontations avec ses pairs.

Pour développer ces capacités, je fais l'hypothèse de travailler 3 facteurs, en m'aidant d'outils particuliers : le brouillon, le problème ouvert et le rallye mathématique. Je pense en effet que ces facteurs permettront de développer les compétences et capacités des élèves et donc leur l'engagement et leur persévérance dans l'activité.

⁴² Ladsous J. (2007), *Posture du corps et de l'esprit*, Vie sociale et traitement n°96 p74-77

⁴³ Bucheton D., Soulé Y.(2009), *Les gestes professionnels et le jeu des postures de l'enseignant dans la classe : un multi-agenda de préoccupations enchâssées*, Education & didactique n°3 p29-48

3.2 Hypothèses :

3.2.1 *Changer le contrat didactique avec le problème ouvert et le rallye*

1. *Pourquoi ?*

Le problème de l'âge du capitaine de Stella Baruk a soulevé la question du contrat didactique en résolution de problèmes. En effet, il semblerait que les élèves, habitués à l'attente d'une réponse et d'une unique réponse de la part de l'enseignante n'aient pas osé dire que la résolution était impossible. Il s'agit donc de communiquer aux élèves les attentes en résolution de problème : l'objectif est de chercher, de proposer des solutions et de les vérifier. En mettant en avant les démarches, ce « nouveau » contrat devrait aider les élèves à se lancer dans une résolution en acceptant l'incertitude et favoriser l'engagement de tous en incluant les élèves en difficulté, persuadés qu'ils ne trouveront pas la réponse avant même de l'avoir cherchée. Nous avons vu dans la première partie l'importance de l'erreur comme moteur dans la recherche, selon D.Perrin. Il s'agit donc de l'explicitier dans ce « nouveau » contrat. Cela devrait inciter les élèves à ré-essayer après l'identification d'une erreur et ainsi pousser leur persévérance. L'explicitation du contrat didactique de recherche doit également mettre l'accent sur la responsabilité de la solution portée par les élèves. Ainsi, lors de la mise en commun tous les élèves devraient être actifs, écouter leur camarade pour leur répondre s'ils sont en désaccord car eux seuls pourront valider ou non la réponse. Ces confrontations et discussions devaient également développer l'engagement et la persévérance des élèves.

2. *Comment ?*

Je pense que la résolution de problème ouvert et l'organisation de rallyes mathématiques peuvent mettre les élèves en position de chercheurs et sont des opportunités pour changer le contrat didactique. D'abord, en amont des activités de résolution de problèmes ouverts il s'agit d'explicitier l'objectif de ces séances, de dire aux élèves quelle compétence j'ai l'intention de leur faire développer en proposant ce problème. Je commence la plupart des séances en demandant aux élèves « *Qu'allez-vous apprendre ?* », la compétence étant inscrite sur le programme de la journée (ex : « résoudre des problèmes »). Je profite donc de cette phase pour préciser aux élèves « *Vous allez apprendre à chercher. Ce qui m'intéresse dans cette activité ce n'est pas que vous ayez la bonne réponse mais que vous essayez de la trouver, que vous cherchiez, que vous proposiez une réponse. Peut être qu'il n'y a pas de bonne réponse, peut être qu'il y en a plusieurs* ».

Ensuite, j'organise différentes mises en communs. Pour certaines mises en communs, je reproduis au tableau la démarche d'un élève qui aboutit à une erreur pour faire émerger des confrontations entre les élèves (cf partie 2.2 J.Douaire) et montrer ainsi que l'erreur a permis

d'avancer, d'éliminer des solutions et finalement de trouver la réponse. Pour d'autres, notamment pour les premières séances de résolution de problèmes ouverts, je montre comment je m'engage dans la recherche en commençant un schéma ou un calcul que les élèves peuvent ensuite reprendre et compléter. Enfin, certaines mises en communs sont dédiées à l'institutionnalisation des démarches de recherche avec la projection de démarches inabouties mais intéressantes pour la qualité de la modélisation par exemple. Lors d'un rallye mathématique, les élèves ont la charge de la solution : un élève présente sa démarche, sa solution et les autres doivent intervenir s'ils ne sont pas d'accord.

Enfin, pendant l'activité de recherche, lorsque je vois un élève « bloqué » ou arrêté sur une réponse fautive, je l'invite à contrôler, vérifier ce résultat (ex : « *tu as écrit que... donc cela veut dire que pour toi...* »). Je centre mon aide sur sa démarche et non sur les données de l'énoncé.

Indicateurs retenus pour mesurer les effets de l'explicitation du contrat didactique:

- le nombre d'élèves qui ne s'engagent pas dans l'activité au bout de 5 minutes (qui discutent d'autre chose, dessinent autre chose, rêvent...)
- le nombre d'élèves qui abandonnent l'activité avant la fin du temps imparti (mêmes observations).

3.2.2 Améliorer la compréhension des problèmes avec le brouillon

1. Pourquoi ?

Les psychologues cognitivistes ont montré l'importance de la construction d'une représentation mentale du problème pour que les élèves s'engagent dans la résolution de problème (cf partie 2.3). En effet, un élève ne peut adopter une attitude active de recherche seulement s'il comprend la tâche et cible sa démarche. Il doit donc avoir compris le problème c'est-à-dire le cadre, la situation et la question posée. La compréhension d'un problème repose sur la sélection, l'interprétation et la structuration des informations au cours de la résolution (cf partie 2.3 J.Julo). Il s'agit donc d'accompagner les élèves dans ces trois tâches. E. Sander explique aussi que pour que l'élève persévère et continue la résolution, il doit faire des liens entre la réalité sémantique du problème et l'opération mathématique sous-jacente (cf partie 2.3, E.Sander).

Cette compréhension peut se mesurer à partir des productions des élèves. Un élève peut montrer sa représentation mentale du problème soit par une écriture mathématique soit par un dessin plus ou moins figuratif. L'observation des élèves experts par des chercheurs a montré l'importance de la modélisation dans la réussite en résolution de problèmes (cf

partie 2.2 C. Houdement). Une meilleure compréhension des problèmes se traduira aussi par une diminution des calculs additifs non-pertinents. Lors du problème de l'âge du capitaine, les élèves ont effectué l'addition du nombre de moutons et de chèvres pour trouver l'âge.

2. Comment ?

Afin d'améliorer la compréhension des problèmes et de favoriser l'engagement dans l'activité des élèves, des outils pour « penser » le problème seront introduits. D'abord, je pense que l'utilisation d'un brouillon, en distinguant explicitement son rôle de celui d'un écrit de communication pour les élèves, sera essentiel pour se représenter le problème et s'autoriser à essayer, se tromper, faire évoluer sa représentation. Il s'agira d'expliquer aux élèves que ce brouillon sert de trace pour raconter leurs recherches et donc s'en servir pour les aider à verbaliser, à contrôler leur démarche (cf partie 2.2 C.houdement). Le travail sur le brouillon sera également l'opportunité d'apprendre aux élèves à utiliser des dessins de plus en plus figuratifs et donc de tendre vers une modélisation des informations (cf partie 2.2 C.houdement). Pour cela, le lien avec le travail sur le schéma en sciences peut être fait : l'idée n'est pas de réaliser un dessin artistique pour être beau, pour surprendre ou étonner mais de représenter un texte par des symboles pour expliquer. Pour aider les élèves à comprendre ce rôle, je dédie des séances spécifiques au travail sur la représentation de l' « histoire » d'un problème, avec l'utilisation de brouillons.

Pour guider mon travail, je me suis inspirée de la méthodologie en compréhension de lecture⁴⁴ pour apprendre aux élèves à se créer une représentation mentale de l'histoire, se « faire le film » dans leur tête. Lors des premiers problèmes ou pour des problèmes plus difficiles, je questionne les élèves sur les personnages, les lieux, le temps, les actions afin de m'assurer qu'ils ont « un film » du problème dans leur tête.

Enfin, Stella Baruk explique l'importance de raconter un problème, sans toujours finir par une question directe « combien.. ? » mais plutôt par une question qui rend indispensable l'opération mathématique⁴⁵ (ex : « *j'ai 3 paquets de 10 cahiers, vous êtes... est ce que je vais en avoir assez ?* »). Je raconte donc d'abord l'histoire du problème, les élèves peuvent représenter les informations en même temps sur leur brouillon puis lorsqu'ils ont le problème sous les yeux faire évoluer cette première représentation.

⁴⁴ Goigoux, *Je lis je comprends*, inspection académique de l'Indre, groupe départemental prévention de l'illétrisme

⁴⁵ Vidéo Canopé Stella Baruk 2014 CNDP

Indicateurs retenus pour mesurer l'amélioration de la compréhension :

- Le nombre d'élèves ayant réalisé des dessins figuratis ou des écritures mathématiques correspondant à toutes les données pertinentes du problème
- Le nombre d'élèves ayant réalisé des calculs additifs non-pertinents

3.2.3 Développer la diversité des démarches avec le problème ouvert

1. Pourquoi ?

Les élèves experts en résolution de problèmes utilisent plusieurs registres : oral, écriture mathématique... (cf partie 2.2 C. Houdement). La maîtrise de ces différents registres leur permet à la fois de faire des liens entre les données, la réalité, le calcul et de contrôler leur solution. Or, dans ma classe j'observe que beaucoup d'élèves ne proposent qu'un registre et font peu de liens entre les écritures mathématiques et la réalité. L'hypothèse est donc de développer la diversité des démarches afin d'améliorer la persévérance des élèves : s'il échoue avec une démarche, l'élève peut en choisir une autre. Certains élèves, à l'aise avec les écritures mathématiques, sont parfois bloqués devant certains problèmes. En effet, lorsque qu'ils ne font pas de lien avec les écritures mathématiques ils ne savent plus comment chercher, en abordant le problème avec une autre démarche. De plus, maîtriser à la fois le schéma et les écritures mathématiques devrait permettre aux élèves de mieux contrôler leur démarche et donc de l'adapter en cours de résolution (cf partie 2.2 C. Houdement).

2. Comment ?

Pour encourager les élèves à essayer, tâtonner, se tromper et recommencer et ainsi augmenter le nombre de démarches possibles, je propose des séances régulières de problème ouvert. En effet, pour résoudre un problème un élève peut soit faire appel à sa mémoire de problèmes et le résoudre directement soit inventer une procédure (cf partie 2.3 J. Julio). Pour résoudre un problème ouvert, l'élève devra inventer des procédures et donc diversifier ses démarches. En lien avec la partie sur le changement de contrat didactique (cf partie 3.2), les phrases d'institutionnalisation de la démarche devraient à la fois enrichir le répertoire des élèves sur les moyens pour résoudre : compter, calculer... et en même temps les familiariser et les inciter à utiliser différents langages : le langage de la représentation, le langage des écritures mathématiques.

Indicateurs retenus pour mesurer la diversité des démarches utilisées :

- le nombre d'élèves ayant utilisé au moins deux démarches (travail barré, refait)
- le nombre d'élèves ayant utilisé plusieurs langages : dessins figuratis, langage écrit, écriture mathématique

4 Mise en place

4.1 Sélection des problèmes pour développer l'invention de nouvelles procédures

4.1.1 *Caractéristiques des problèmes pour chercher*

« Nous savons que le seul moyen de « faire » des maths c'est de chercher et résoudre (...) les difficultés commencent lorsqu'il s'agit de savoir quel problème il doit poser, qui les pose et comment »⁴⁶. Si la résolution de problèmes est au cœur des programmes depuis plusieurs années, la définition des différents types de problèmes proposés et notamment des problèmes pour chercher n'a pas toujours été explicite. Cette citation de Guy Brousseau, chercheur en didactique des mathématiques, montre la difficulté pour un enseignant de définir en amont les problèmes qu'il proposera en fonction de l'objectif : réinvestir des connaissances, découvrir des connaissances ou apprendre à chercher. Et, pour alimenter l'intention d'apprendre à chercher, plusieurs types de problèmes peuvent être proposés suivant les connaissances sollicitées (acquises ou à découvrir) ou la longueur et la rédaction de l'énoncé.

Roland Charnay, agrégé en mathématiques et spécialiste de la formation des enseignants du premier degré, a établi une typologie des différents problèmes pour chercher sur laquelle je m'appuierai pour choisir les problèmes proposés aux élèves⁴⁷.

- le problème ouvert : énoncé court qui reste dans un domaine de connaissances connues de l'élève mais ne repose pas sur une méthode particulière. Il permet de développer des compétences de recherche;
- la situation problème : problème destiné à faire construire aux élèves des nouvelles connaissances. L'élève doit s'appuyer sur ce qu'il connaît pour avancer;
- le problème de réinvestissement : l'élève doit utiliser des connaissances déjà étudiées dans un contexte différent, ce qui les conduit à chercher davantage ;
- le problème d'intégration : pour étendre le champ d'utilisation d'une notion déjà étudiée ;
- le problème de synthèse : l'élève utilise conjointement plusieurs catégories de connaissances, il est en recherche puisqu'il doit articuler ces connaissances.

Ainsi, l'intention de développer des procédures, stratégies me conduit à choisir des problèmes ouverts, comme défini par R.Charnay pour développer la posture d'élève-chercheur. En effet, il me semble que ce type de problème permet de se focaliser sur les

⁴⁶ Mémoire de Master 1, Un exemple de pratique d'enseignement pour la résolution de problèmes additifs au CE1, Stéphanie de Vanssay de Blavous, directeur Eric Roditi, p.10, (référence à Brousseau 1998, p.61)

⁴⁷ Feyfant A. (2015) *La résolution de problèmes mathématiques au primaire*, dans dossier de veille IFE n°105, p.4

savoir-faire et savoir-être de chercheur, les connaissances sont au second plan. De plus, comme l'énoncé est court, l'élève se représente plus facilement le but à atteindre⁴⁸.

La pratique du problème ouvert a été étudiée, notamment, par l'IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) de Lyon. Ainsi, Gilbert Arzac membre de l'IREM de Lyon précise les apports de ce type de problèmes : « *D'une façon générale nous constatons que très souvent ce type de problème permet aux élèves de voir les mathématiques autrement : non plus comme des exercices souvent dénués de sens, qui consistent à appliquer des techniques, mais comme des lieux d'énigmes qui stimulent l'imagination, la créativité. C'est tout particulièrement vrai pour les élèves (ou étudiants) en difficulté par rapport aux mathématiques.* »⁴⁹.

4.1.2 Critères de choix des problèmes ouverts

Un problème ouvert est donc défini par un domaine de connaissances connues de l'élève et une liberté dans le choix de la méthode, à déterminer. Ainsi différents problèmes ouverts peuvent permettre aux élèves de se confronter avec plusieurs types de raisonnement : la déduction, le test d'hypothèses, l'essai-erreur...⁵⁰ Je fais le choix de travailler d'abord sur des problèmes ouverts mobilisant le test d'hypothèse ou l'essai-erreur puis, en fin d'année la déduction. Il me semble en effet intéressant de travailler la déduction en parallèle en compréhension de lecture, pour trouver des informations qui ne sont pas écrites dans le texte. Il s'agit dans les deux cas de partir d'informations connues et des les associer de façon pertinente.

Le choix des problèmes repose également sur les facteurs de difficulté. On peut citer le rôle contexte (développé par Porcheron), plus il sera familier aux élèves, plus ils s'engageront rapidement dans la recherche ; également la présentation, en effet, une représentation imagée pourra aider des mauvais lecteurs (développé par Fayol). Enfin, minimiser l'implicite ou rendre le problème explicite en s'assurant de la compréhension de tous les termes et de la situation permet de réduire des obstacles à l'engagement des élèves⁵¹.

4.1.3 Choix du problème test

Suite à mes recherches, et afin de construire mes séances je propose aux élèves un problème ouvert: « la rentrée » disponible dans l'ouvrage de l'équipe ERMEL. Voici l'énoncé : « C'est la rentrée. Il y a 25 élèves dans une classe. Le maître donne des cahiers

⁴⁸ Houdement C., (2003) *La résolution de problèmes en question*, Grand N n°71, p.10

⁴⁹ Mémoire de Master 1, Un exemple de pratique d'enseignement pour la résolution de problèmes additifs au CE1, Stéphanie de Vanssay de Blavous, directeur Eric Roditi, p.12, (référence à Arzac et Mante 2007 p.65)

⁵⁰ Houdement C., (2007) *Problèmes pour chercher : quelle contribution à la modélisation ?*, colloque COPIRELEM, Troyes, p.10

⁵¹ Houdement C., (2003) *La résolution de problèmes en question*, Grand N n°71, p.8

et des livres. Chaque élève reçoit 2 cahiers et 1 livre. Combien le maître donne-t-il de cahiers ? Combien donne-t-il de livres ? ». L'énoncé est court et ne présente a priori pas de difficulté de contexte pour les élèves. Néanmoins, la situation peut induire une addition (2+1), si l'élève ne cible pas correctement le but de la recherche. Nous avons travaillé ce problème en période 3, les élèves n'avaient pas encore abordé la multiplication. J'ai choisi ce problème ouvert parce qu'il me semblait accessible pour les élèves, la difficulté était l'organisation de la recherche des élèves : 25 élèves à prendre en compte, le nombre est assez élevé. De plus, je préfère pour l'instant me reposer sur des sources fiables comme l'équipe ERMEL.

4.1.4 *Choix des problèmes ouverts travaillés en classe*

Par la suite, j'ai sélectionné les problèmes ouverts suivant les stratégies et procédures possibles pour les résoudre. En effet, en période 3 et 4 j'ai proposé des problèmes ouverts dont la résolution peut passer par le calcul, le schéma mais aussi la manipulation et qui reposent sur un raisonnement essai-erreur. Nous avons travaillé sur les problèmes de recherche de nombre de poules et lapins (équipe ERMEL) ou chameaux et dromadaires à partir du nombre de pattes et têtes ou bosses dans le second cas. Ils me semblent intéressants puisque j'ai pu « raconter une histoire » aux élèves pour leur présenter (« *je suis allée à la ferme, au zoo, j'ai vu tels animaux, je me souviens aussi avoir vu ... il y avait tant de têtes.. de pattes.. mais du coup vous pouvez me dire le nombre de lapins... ?* »). De plus, avec des jetons et cure-dents les élèves les plus en difficulté ont pu participer à la recherche. La résolution de ces problèmes donne l'opportunité de développer plusieurs démarches (partir du nombre total d'animaux en choisissant un animal puis « faire des échanges », tâtonner, faire une hypothèse d'une répartition puis « faire des échanges »).

En fin de période 4, j'ai proposé une seconde manche d'un rallye mathématique (cf annexe 5). Pour la préparer j'ai donné aux élèves des problèmes ouverts proposés pour un rallye mathématiques de l'académie de Paris (cf annexe 4). Je pense que le niveau de difficulté était ainsi bien calibré. Le rallye était composé de problèmes donnés par la Méthode Heuristique des Mathématiques, développée par l'inspecteur Nicolas Pinel, comme lors de la première manche proposée pour faciliter la comparaison des progrès des élèves.

4.2 Des séances proposées selon des intentions précises

4.2.1 *Des séances spécifiques pour travailler la représentation*

Suivant les recommandations de C.Houdement, je pense chaque séance d'abord par rapport à une intention. Ainsi, j'ai remarqué lors de la résolution de problèmes que les élèves qui abandonnent la résolution rapidement ou ne s'y engagent pas ne font rien sur leur feuille et lorsque je leur demande, ils ne savent pas quoi faire. En m'appuyant sur les recherches (cf

partie 2.3), je décide de travailler la compréhension et donc la représentation du problème en dédiant des séances à la phase de recherche, sur un brouillon. Dans un premier temps, et pour expliciter le « nouveau » contrat didactique je propose des feuilles jaunes aux élèves en insistant sur le fait qu'ils peuvent tout faire pour chercher sur cette feuille, que s'ils se trompent ils n'ont pas besoin d'effacer mais de recommencer. Pour donner du sens à cette étape de représentation de problème, j'ai proposé des problèmes différents selon les groupes, chaque groupe a rendu une affiche de représentation de son problème et les autres ont du retrouver l'histoire du problème (cf annexe 6). Cette séance a permis de mettre en évidence pour les élèves l'importance de l'histoire, du contexte du problème. Après discussion, les élèves ont remarqué que pour avoir une représentation fidèle il faut montrer les personnages, la situation de départ, ce qu'il se passe... Cette synthèse a fait l'objet d'un affichage dans la classe. Lors de cette séance, j'ai laissé les élèves utiliser les schémas qu'ils voulaient mais, en les contraignant dans le temps, ceux qui ont voulu s'appliquer à dessiner ont remarqué qu'il vaut mieux simplifier son dessin. Cette contrainte du temps permet de développer la modélisation.

4.2.2 Des séances spécifiques pour travailler l'acquisition de nouvelles procédures

Pour aider les élèves à adopter une posture de chercheur, je dédie des séances à la résolution de problèmes ouverts : l'intention est d'abord de leur faire acquérir de nouvelles procédures de résolution, différentes de l'addition ou soustraction de deux nombres (tendance des élèves soulevée avec le problème de l'âge du capitaine). Ces séances ont débuté par une explicitation du « nouveau » contrat didactique : les élèves vont devoir chercher, essayer, ils vont devoir recommencer pour trouver la réponse. Je ne dirai pas la solution, ils devront la trouver et l'expliquer au groupe classe. Après la première séance, j'ai ré insisté dans cette première phase sur le rôle de l'erreur, comme moteur de la recherche selon D.Perrin. En effet, lors de la première résolution (problème des poules et des lapins, cf annexe 2) beaucoup d'élèves s'étaient trompés et ont réussi après une première mise en commun sur le rappel du but (nombre de poules et nombre de lapins) et des contraintes (nombre de pattes et de têtes). Il me semblait intéressant de leur montrer que leur erreur (beaucoup ont pensé que les 5 têtes étaient soit uniquement des poules soit uniquement des lapins) a permis d'avancer : ce n'est pas possible d'avoir 5 lapins ou poules donc il faut «faire des échanges ».

Je demande aussi aux élèves de ne plus gommer sur leur feuille de recherche mais de barrer ou recommencer à côté à la fois pour inscrire ce changement de statut de l'erreur et pour moi, mieux comprendre leur raisonnement.

Après la première séance, j'ai remarqué que peu d'élèves étaient arrivés à la réponse mais plusieurs étaient sur la bonne piste. Soit ils ont manqué de temps, soit ils ont décroché car ont perdu le but de vue en faisant beaucoup d'essais. Pour la deuxième séance de problème ouvert (problème chameaux et dromadaires, donné la période suivante, cf annexe 2), je propose un temps supplémentaire le lendemain, après la première mise en commun sur le rappel du but et des contraintes. Cela permet aux élèves de reprendre leur problème, et de parfois se « débloquer » d'une situation en prenant du recul. Pour ce problème alors qu'un tiers des élèves avait réussi après le premier temps, la moitié a finalement réussi le lendemain.

4.2.3 Des séances pour travailler des intentions sociales : collaborer, présenter

Adopter une posture de chercheur c'est également apprendre à collaborer avec des pairs et communiquer, confronter ses idées. Et, en reprenant la démarche expérimentale en mathématiques, on voit l'importance des débats pour la validation de solutions (cf partie 2.2 J.Douaire). Je propose donc des séances dont l'objectif est d'apprendre aux élèves à se mettre d'accord : ils réfléchissent seuls à la résolution d'un problème puis le groupe ne doit proposer qu'une seule démarche et réponse. Pour cette séance, je me suis appuyée sur des problèmes ouverts d'un rallye mathématique de l'académie de Paris (cf annexe 4). La question de l'hétérogénéité du groupe peut ici être un obstacle puisque j'ai observé que dans la plupart des groupes, l'élève le plus à l'aise a présenté sa solution et les autres n'ont pas cherché à le contredire. Il serait peut être plus intéressant de différer la phase de discussion pour que je puisse constituer des groupes selon les démarches et réponses des élèves (en regroupant les réponses différentes, les élèves qui parlent moins...). Une autre séance devait obliger les élèves à s'organiser : le groupe avait trop de problèmes à résoudre en peu de temps pour qu'un ou deux élèves le prennent entièrement en charge, ils devaient se répartir les problèmes puis décider ensemble d'un problème à présenter (ils gagnaient ou perdaient des points selon la réussite et l'explication). Les échanges entre élèves ont permis à tous les groupes de résoudre la totalité des problèmes, les élèves les plus en difficulté ont en général travaillé avec un autre élève, de manière assez spontanée. Cette mise en place favorise donc l'engagement de tous les élèves.

Enfin, lors de cette séance et de la deuxième manche du rallye mathématique (cf annexe 5), les élèves ont présenté la résolution d'un problème et les autres avaient la charge de la validation. Cela a permis à la fois de dévoluer complètement la résolution de problèmes aux élèves et les a obligé à clarifier, présenter de plusieurs manières leurs démarches. En effet, la plupart ont commencé par expliquer à l'oral puis ont complété par un schéma. Par exemple, pour le problème « trouver le nombre de rectangles » une élève a pris l'initiative

d'utiliser des pailles de couleur (laissées à disposition pendant la résolution mais non utilisées) pour repasser la figure et montrer son compte de rectangles.

4.2.4 *Des évènements dans la classe : un rallye mathématique dans le contexte de la médaille Fields*

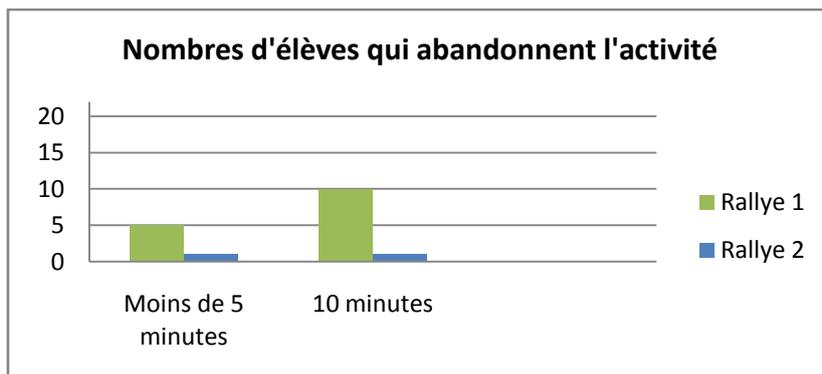
L'organisation d'un rallye mathématique dans la classe participe à la transmission d'un plaisir de faire des mathématiques et permet comme le dit Régine Douady de « *simuler une société de chercheurs* » (cf partie 2.4). L'intention est également de faire collaborer les élèves. Pour insister sur l'analogie avec des chercheurs en mathématiques j'ai raconté aux élèves l'histoire de la médaille Fields remise aux chercheurs en mathématiques et j'ai remis cette médaille aux élèves qui ont cherché, se sont engagés donc pour cette deuxième manche la totalité des élèves. Les élèves ont participé et persévéré pendant les trois phases : la résolution de problèmes, le choix des problèmes à présenter (ils perdent des points s'ils n'ont pas la solution) et la présentation des problèmes pour validation. Les échanges entre élèves sont porteurs et moteurs, les élèves sont « actifs » et donc ne décrochent pas dans l'activité. Lors de cette deuxième manche, les élèves se sont mieux organisés que lors de la première, il est donc important de proposer ce type d'évènements plusieurs fois dans l'année. Alors que beaucoup d'élèves avaient décroché lors de la première phase, se sentant inutile ou ne sachant que faire, cette fois-ci les groupes ont commencé par se répartir le travail puis les élèves plus à l'aise ont aidé, terminé la résolution des élèves moins à l'aise. C'est l'élève qui avait commencé la résolution qui devait ensuite le présenter, cette contrainte favorise les échanges entre eux pour expliquer, montrer la solution.

5 Résultats

5.1 Amélioration de l'engagement et la persévérance des élèves dans la recherche

5.1.1 *L'engouement des élèves lors de la deuxième manche du rallye*

La deuxième manche du rallye, effectuée après mes recherches et les séances sur la résolution de problème semble montrer que les élèves ont acquis certains savoir-être de chercheur : ils se sont tous lancés dans l'activité, ont échangé avec leurs camarades pour persévérer dans la tâche et ont reçu fièrement leur médaille Fields à la fin !

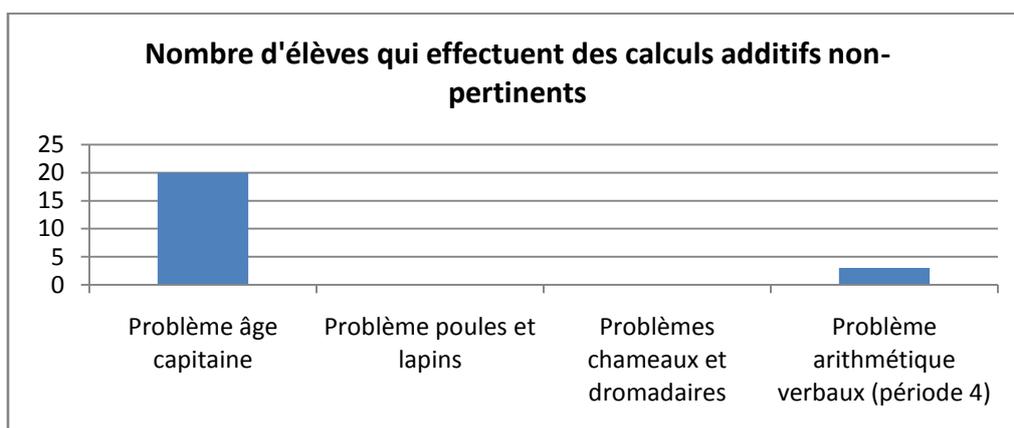


A noter : l'impact des séances peut être relativisé en effet, en période 4 les élèves ont aussi davantage l'habitude de travailler en groupe et ils connaissent le cadre du rallye.

L'hypothèse de l'impact du changement du contrat didactique semble être validée. J'ai incarné ce changement du contrat lors de plusieurs séances en l'explicitant, en laissant la charge de la validation aux élèves et donc en développant les échanges entre élèves.

5.1.2 L'utilisation pertinente du brouillon pour se représenter l'histoire

Pour améliorer l'engagement et la persévérance des élèves dans la résolution de problèmes, j'ai également fait l'hypothèse d'améliorer la compréhension des problèmes. Pour cela, j'ai proposé aux élèves un outil, le brouillon et consacré une séance sur la représentation mentale de l'histoire du problème. Il semble que cet outil soit pertinent pour favoriser l'engagement des élèves, ils l'utilisent tous et sont donc actifs dans leur recherche. De plus, de moins en moins d'élèves effectuent des calculs additifs non-pertinents.

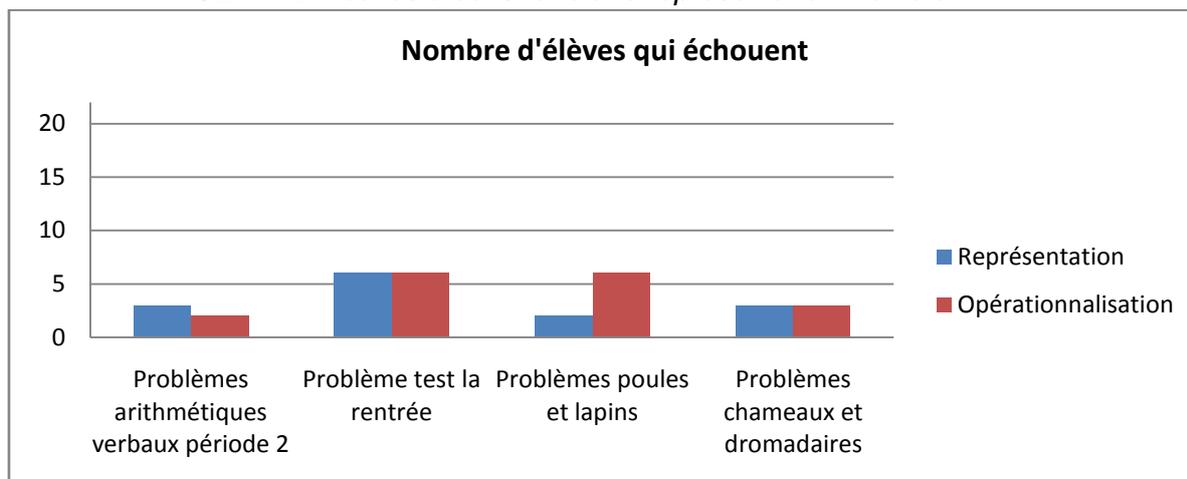


A noter : les problèmes ouverts induisent moins des calculs additifs, leur structure est rarement composée de 2 nombres, c'est pourquoi les problèmes arithmétiques verbaux de la période 4 sont inclus dans la comparaison.

Cependant, en analysant les échecs des élèves je note que beaucoup ont encore des difficultés dans la représentation du problème.

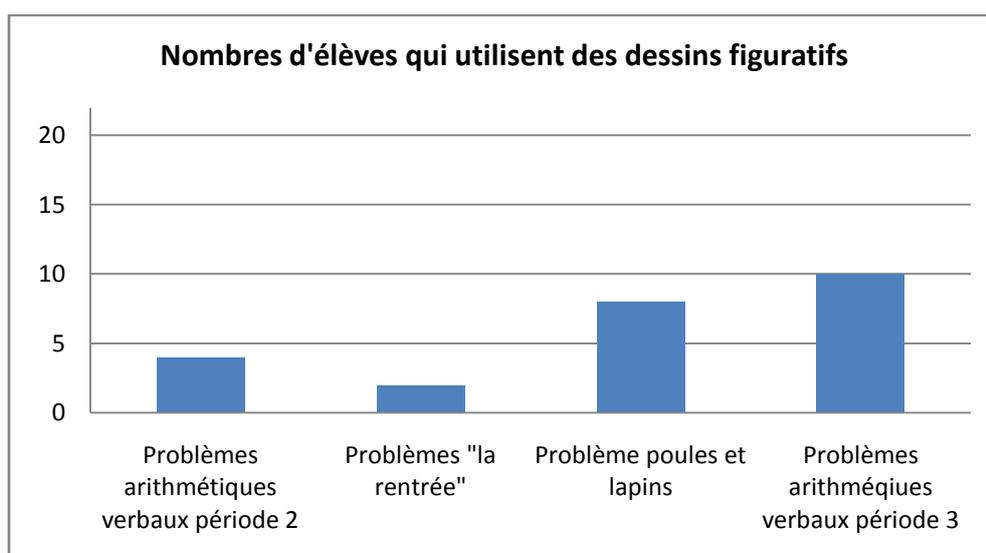
5.2 Difficultés des élèves dans la phase de représentation

5.2.1 Difficultés à construire une représentation mentale



A noter : les élèves qui échouent dans la représentation sont ceux qui ne proposent pas d'opération, ne sélectionnent pas les informations ou les représentent partiellement. Les élèves qui échouent dans l'opérationnalisation proposent un calcul mais ne le réalise pas ou font des erreurs de calculs.

En observant et en interrogeant les élèves en difficulté pendant la phase de représentation je remarque que la difficulté est à la de sélectionner les éléments à représenter et de représenter tous les éléments. Par exemple, sur le problème de la rentrée certains n'ont pas représenté tous les élèves et n'ont pas compris qu'ils devaient répliquer leur raisonnement pour les 25 élèves (cf annexe 8). Pour le problème des poules et lapins, certains élèves ont changé le nombre de têtes total (cela devait leur semblait plus facile).



Par ailleurs, seulement la moitié des élèves utilisent les dessins figuratifs pour résoudre des problèmes. Il faudrait donc davantage travailler la compétence « modéliser ». Une des

hypothèses est peut être de travailler à partir du recodage sémantique (cf partie 2.3 E. Sander) de certains problèmes en introduisant des schémas simples. Ces schémas pourraient servir de référence, sans être une obligation pour les élèves.

Un autre outil intéressant d'aide à la résolution est la multiprésentation, développée par J.Julo. Il s'agit de présenter 3 problèmes ayant la même structure mathématique, les mêmes nombres et la même syntaxe mais des contextes différents⁵². L'accent est donc mis sur la représentation du problème.

5.2.2 Difficultés à adapter sa démarche

J'avais également fait l'hypothèse que les élèves amélioreraient leurs résultats en résolution en diversifiant leur démarche. Toutefois, malgré le changement du statut de l'erreur que j'ai essayé d'instaurer en explicitant le contrat didactique de chercheur et les mises en communs sur les démarches utilisées seuls 3 élèves utilisent le calcul et le schéma. Ces 3 élèves utilisent une démarche et introduisent le schéma ou le calcul lorsqu'ils sont bloqués (lors de la résolution du problème de poules et lapins ils ont commencé par plusieurs calculs en essais-erreurs puis sont passés au schéma) ou pour contrôler leur réponse (dans le problème des chameaux et dromadaires ils ont commencé par le schéma mais ont vérifié par le calcul). Ces élèves sont également capables de verbaliser, d'expliquer leurs démarches aux autres aussi bien à partir de leurs calculs que de leurs schémas. Au contraire, les élèves en difficulté pour la représentation du problème ne font souvent qu'un seul essai qu'ils ne contrôlent pas spontanément. Une des hypothèses pour améliorer cette flexibilité par rapport aux démarches serait peut être de différer la phase de « contrôle » de la réponse, après la récréation par exemple et d'inciter les élèves à utiliser une démarche différente. Continuer de favoriser les échanges entre élèves devrait également leur permettre de comprendre d'autres démarches. Il faudrait sans doute enrichir ces échanges en demandant aux élèves de verbaliser les démarches des autres.

5.3 Difficultés des élèves dans le processus d'opération

On remarque également que certains élèves ont encore des difficultés dans la phase d'opérationnalisation. En analysant les productions des élèves, les échecs s'expliquent soit par un calcul inabouti soit par des erreurs de calculs. Il semble donc qu'il faudrait renforcer l'acquisition de stratégies de calculs par des séances dédiées. Par exemple, dans une addition avec plusieurs nombres, regrouper certains nombres dont la somme est immédiatement connue.

⁵² Nguala J-B (2005), *La multiprésentation, un dispositif d'aide à la résolution de problèmes*, IREM des Antilles et de Guyane, section Guadeloupe, Grand N n°76, p 46

6 Discussions

6.1 Fréquence et organisation dans le temps des séances de résolution de problèmes

Après ces recherches et mises en place dans la classe, je continue de me poser certaines questions. D'abord, pour faire progresser les élèves qui ont encore des difficultés avec l'analyse du problème et donc la construction d'une représentation je pense que je dois davantage travailler avec eux le « recodage sémantique » (cf partie 2.3 E. Sander) et m'appuyer sur la multiprésentation (cf partie 5.2 J-B Nguala). Ce travail s'appuierait sur des schémas mais aussi la mise en relation de problèmes ayant des structures mathématiques analogues. D'autre part, les recherches de J.Julo ont mis en avant « la mémoire de problèmes » de chaque élève qui lui permet de reconnaître et regrouper des problèmes pour les résoudre directement. L'activité de regroupement se fait au cours de la représentation du problème, en partie avec le travail sur le « recodage sémantique ». L'utilisation d'un cahier-outil pour regrouper les problèmes selon leur structure pourrait enrichir la mémoire des problèmes des élèves.

Par ailleurs, je pense que je dois encore augmenter la fréquence des séances de résolution de problèmes et trouver un équilibre entre résolution de problèmes pour construire des connaissances et résolution de problèmes pour développer des stratégies, des procédures. D'après Olivier Hunault, IGEN, un enseignant doit prévoir des séances où les élèves résolvent plusieurs problèmes (ce qui pourrait aider les élèves à catégoriser les problèmes) et des problèmes isolés dans certaines séances avec d'autres types de tâches⁵³. Il est aussi important de varier les problèmes proposés aux élèves pour les aider à développer une flexibilité dans leur résolution.

6.2 Liens avec la posture de chercheur dans d'autres disciplines

Le rapport Rocard (2007) a mis en évidence un lien entre la démarche d'investigation en sciences et la résolution de problèmes en mathématiques. Il s'agit de baser la dévolution aux élèves de la recherche, sans proposer de méthode à appliquer. En sciences, la démarche d'investigation repose sur un questionnement scientifique qui doit mener à l'émission d'hypothèses puis la validation par l'expérience suivie par l'interprétation des résultats de l'expérience et enfin la conclusion qui permet de répondre au questionnement initial. En mathématiques, la démarche expérimentale s'articulerait autour d'expériences, d'observations, de conjectures pour répondre à un problème, d'essais, de tentatives de

⁵³ Hunault O. (2019), *L'enseignement de la résolution de problèmes à l'école élémentaire*, journée académique du plan maths cycle 2 s.70

preuves et de contre-exemples puis de nouvelles conjectures⁵⁴. Dans ces deux démarches, les élèves ont un champ d'exploration très large qui dépend de leurs connaissances et de leur capacité à inventer en permanence pour adapter leur démarche aux résultats⁵⁵.

Travailler avec les élèves sur cette posture de chercheur m'a permis de faire des liens avec la démarche d'investigation en sciences. Un travail sur la modélisation, en réalisant des schémas d'expérience en sciences est également commun à la résolution de problèmes. Certains élèves ont d'ailleurs fait le lien « *On fait des dessins très simples comme pour le schéma de l'expérience* ». Je pense que ces liens permettent d'ancrer les apprentissages et de leur donner du sens.

D'autre part, je me demande si je ne pourrai pas également expliciter davantage les liens avec le travail en compréhension de lecture, notamment lors de la représentation des problèmes. En effet, il s'agit de se construire une image mentale, que les élèves doivent faire évoluer soit en continuant leur lecture soit en résolvant le problème.

7 Conclusion

Après ce travail de recherche, quelques outils apparaissent intéressants en résolution de problème pour développer une posture d'élève-chercheur : la feuille de brouillon pour se représenter le problème et laisser les élèves se tromper, essayer, avancer ; mais aussi les problèmes ouverts pour favoriser l'invention de nouvelles procédures, stratégies ; enfin l'organisation d'événements comme les rallyes mathématiques sont à la fois source de plaisir pour les élèves et prétextes pour les pousser à collaborer, communiquer. De plus, toutes les modalités qui favorisent les échanges entre élèves sont importantes pour les aider à verbaliser, expliquer leur démarche et les faire avancer.

L'objectif de ce travail est de favoriser l'engagement et la persévérance des élèves dans la résolution de problèmes. Pour aider les élèves à persévérer il s'agit de développer des outils pour les aider à se construire des représentations mentales des problèmes, à faire le lien entre les représentations sémantiques et les opérations mathématiques nécessaires. Il faut également continuer un travail sur l'acquisition de certaines stratégies de calculs et l'automatisation de certains calculs.

⁵⁴ Houdement C. (2012) *Démarche expérimentale en résolution de problèmes*, actes du colloque EMF p.5(référence à Daniel Perrin 2007)

⁵⁵ Houdement C. (2012) *Démarche expérimentale en résolution de problèmes*, actes du colloque EMF p.5

8 Bibliographie

ARTICLES et OUVRAGES

ARSAC G., GERMAIN G, MANTE M.(1988), *Problème ouvert et situation problème*, IREM de Lyon

BRUN J. (1999), *La résolution de problèmes arithmétiques : bilan et perspectives*, Revue Maths-école (suisse) n°41

BUCHETON D., SOULE Y. (2009), *Les gestes professionnels et le jeu des postures de l'enseignant dans la classe : un multi-agenda de préoccupations enchâssées*, Education & didactique n°3, pp 29-48

CHARNAY R. (1993), *Problème ouvert, problème pour chercher*, Grand N n° 51, IREM de Grenoble

DOUAIRE J., HUBERT (2001), *Mises en commun et argumentation en mathématiques*, Grand N n°68, IREM de Grenoble

Equipe ERMEL coordinateur DOUAIRE J., (1999) *Vrai? Faux?... On en débat! De l'argumentation à la preuve en mathématiques au cycle 3*, INRD Didactique des disciplines

FEYFANT A. (2015), *La résolution de problèmes mathématiques au primaire*, dossier de veille IFE n°105, novembre 2015

HOUEMENT C. (2003) *La résolution de problèmes en question*, Grand N n°71, IUFM de Haute Normandie, DIDIREM Paris 7

HOUEMENT C. (2007), « *Problèmes pour chercher* » : quelle contribution à la modélisation ?, colloque COPIRELEM, Troyes

HOUEMENT C. (2011), *Connaissances cachées en résolution de problèmes arithmétiques ordinaires à l'école*, Annales de didactiques et de sciences cognitives, volume 16, p67-96, IREM de Strasbourg

HOUEMENT C. (2012), *Démarche expérimentale en résolution de problèmes*, in Dorier J-L, Coutat S., *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21^{ème} siècle* –actes du colloque EMF

HOUEMENT C. (2015), *Problèmes arithmétiques de réinvestissement, une synthèse, des pistes*, colloque COPIRELEM Besançon

JULO.J, (1995) *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques : un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*, Presses universitaires de Rennes

JULO.J (2002), *Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes*, revue Grand N n°69, IREM de Grenoble

LADSOUS J. (2007), *Posture du corps et de l'esprit*, Vie sociale et traitement n°96 p 74-77

NGUALA J-B (2005), *La multiprésentation, un dispositif d'aide à la résolution de problèmes*, IREM des Antilles et de Guyane, section Guadeloupe, Grand N n°76, pp 45-63

PERRIN D., (2006) *L'expérimentation en maths*, colloque COPIRELEM, Dourdan

CONFERENCES

ARTIGUE M. (2017) "*Résolution de problèmes, calculs et démarche d'investigation*" ESPE Paris

HOUDEMMENT C. (2017) "*La résolution de problèmes arithmétiques: lesquels, pour quoi et comment?*", ESPE Paris

HUNAUULT O. (2019) "*L'enseignement de la résolution de problèmes à l'école élémentaire*" journée académique du plan maths cycle 2 Paris

SANDER E., RICHARD J-F (2015) "*Quelles relations entre résolutions de problèmes et opérations?*" Université Paris 8, disponible sur le site du CNESCO

VIDEO

BARUK S. (2014) Canopé CNDP

AUTRES MEMOIRES

Mémoire de master 1, un exemple de pratique d'enseignement pour la résolution de problèmes additives au CE1, Stéphanie de Vanssay de Blavous, directeur Eric Roditi

Mémoire de master 2, Les pratiques de l'enseignant Durant l'activité de résolution de problèmes par les élèves et leurs effets sur l'apprentissage, Stéphanie de Vanssay de Blavous, directeur Eric Roditi

REFERENCES INSTITUTIONNELLES

B.O hors série n°1 du 1 au 14 février 2002

B.O n°30 du 26 juillet 2018

PISA 2015, La résolution collaborative de problèmes, publication de l'OCDE de novembre 2017

ROCARD M. (2007), *L'enseignement scientifique aujourd'hui : une pédagogie renouvelée pour l'avenir de l'Europe*, groupe d'experts, commandée par la commission européenne.

VILLANI C., TOROSSIAN C. (2018), *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*, commandé par le Ministère de l'Education Nationale

MANUELS

HENAFF C (2014)., *Apprendre à chercher des problèmes*, Retz

Equipe ERMEL (1993), *Apprentissages numériques au CE1*, Hatier

9 Annexes

9.1 Quelques problèmes du manuel "Apprendre à chercher" de C. Henaff, Retz

Alex a 20 images. Il les partage avec Moustik, Lisa et Léa.

Combien chacun aura-t-il d'images ?

Réponse.....

Lisa avait 7 images. Sa mamie lui en a donné 16.

Combien a-t-elle d'images maintenant?

Réponse.....

Alex a une boîte de 18 images. Il compte 6 images de chat. Les autres sont des images de chien.

Combien y-a-t-il d'images de chiens dans la boîte ?

Réponse.....

Lisa a 15 images. Elle va les coller dans un cahier. Elle va coller 3 images sur chaque page.

Combien faut-il de pages?

Réponse.....

9.2 Problèmes ouverts

C'est la rentrée. Il y a 25 élèves dans une classe. Le maître donne des cahiers et des livres. Chaque élève reçoit 2 cahiers et 1 livre.

Combien le maître donne-t-il de cahiers?

Combien le maître donne-t-il de livres?

Réponse.....

.....

Un fermier a des poules et des lapins. En regardant tous les animaux, il voit 5 têtes et 16 pattes.

Combien le fermier a-t-il de lapins? Combien a-t-il de poules?

Réponse.....

Dans un troupeau composé de chameaux (2 bosses) et de dromadaires (1 bosse), on compte 12 têtes et 20 bosses.

Combien y-a-t-il de dromadaires?

Réponse.....

9.3 Rallye Maths Manche 1, Méthode Heuristique des Mathématiques

Pour chaque exercice, vous gagnez 5 points si la réponse est juste et 5 points en plus si elle est bien expliquée ! Si la réponse n'est pas juste, l'exercice ne rapporte aucun point. Mais il faudra choisir 3 exercices !

Exercice 1 :

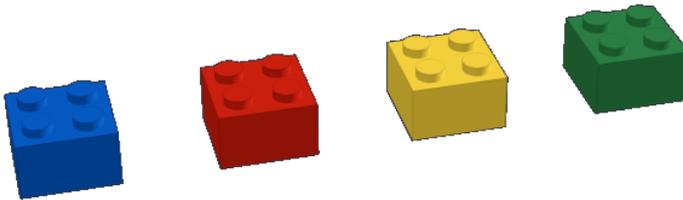
À chaque anniversaire, depuis qu'il est né, le frère de Thomas souffle ses bougies. Hier, il a eu 8 ans.

Combien a-t-il soufflé de bougies depuis qu'il est né ?



Exercice 2 :

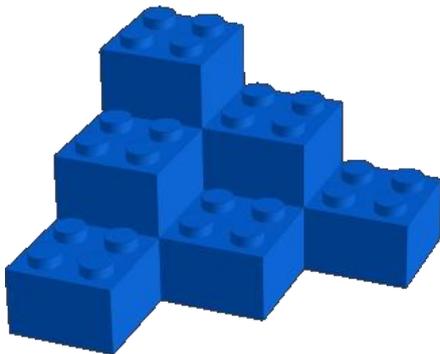
Les enfants fabriquent une tour avec des cubes. Ils ont quatre couleurs à leur disposition. Les tours font 4 cubes de hauteur. Il faut toujours les quatre couleurs.



Représente toutes les tours différentes que tu peux construire.

Exercice 3 :

Regarde cette construction de cubes :



Les cubes sont tous posés sur une table, il n'y a pas de trous cachés.

Combien y a-t-il de picots  dans toute la construction ? (Même ceux qui sont cachés)

Exercice 4 :

Les enfants font pousser du bambou dans le jardin de l'école. Le bambou pousse vite grâce à la pluie.

Au départ, le bambou faisait 1 cm.

À la fin de la première semaine, il a poussé et fait le double de sa taille du début de semaine. Puis chaque semaine, il pousse et double de taille.



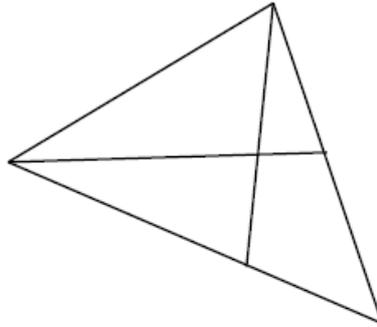
Au bout de combien de semaines, fera-t-il plus de 30 cm ?

9.4 Problèmes ouverts proposés lors d'une séance dédiée à l'organisation, la collaboration

(extrait du rallye maths blanc de l'académie de Paris avril 2019)

Les triangles

Dans cette figure il y a plusieurs triangles. Trouve-les tous !



Le jeu des bandes

Arthur, Fatima, Jules et Zoé veulent jouer au jeu des bandes. Chacun choisit un signe pour marquer ses bandes.

Arthur pourra construire le chemin le plus long.

Quel est le signe des bandes d'Arthur ?

□	□	□
○	○	○
★	★	★
▲	▲	▲

Le petit Poucet

Le petit Poucet pose ses cailloux sur le chemin.

La première fois il pose 1 caillou.

Puis, la deuxième fois, il pose 2 cailloux : c'est le double.

La troisième fois, il pose 4 cailloux : c'est le double de deux.

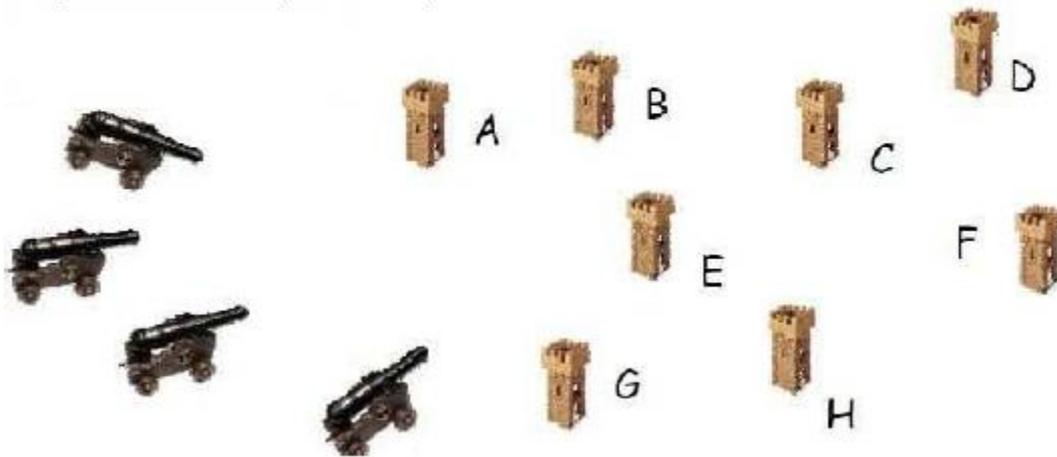
Ensuite il continue ...

Combien a-t-il posé de cailloux la dernière fois ?

						
1	2	4				?

Les canons

Tous les canons vont tirer un ou plusieurs boulets.
Indique toutes les tours qui ne seront pas touchées.



Les courses

Qui suis-je?

Je suis plus grand que 30 mais plus petit que 100.

Il y a un « 0 » dans mon écriture.

Si tu calcules ma moitié, tu trouves un nombre plus grand que 31.

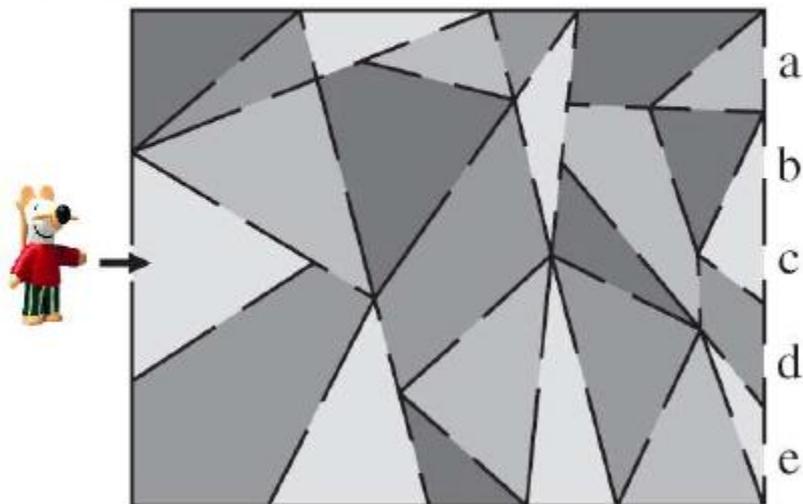
Mon chiffre des dizaines est pair.

La souris

Une souris est entrée dans un immeuble.

Elle passe uniquement dans des pièces triangulaires.

Par quelle porte va-t-elle sortir ?



9.5 Rallye maths manche 2, Méthode Heuristique des Mathématiques

Exercice 1 :

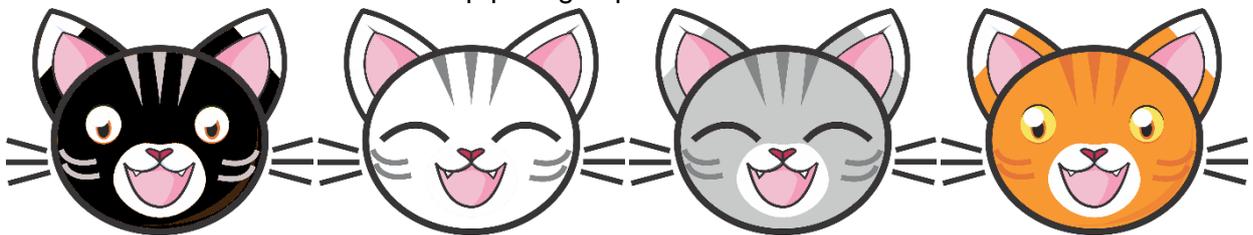
Nathan a ouvert son livre. En ajoutant les numéros de la page de gauche et ceux de la page de droite, il obtient le nombre 125.



Quels sont les numéros des deux pages ?

Exercice 2 :

Quatre chats courent dans le champ pour grimper à un arbre.



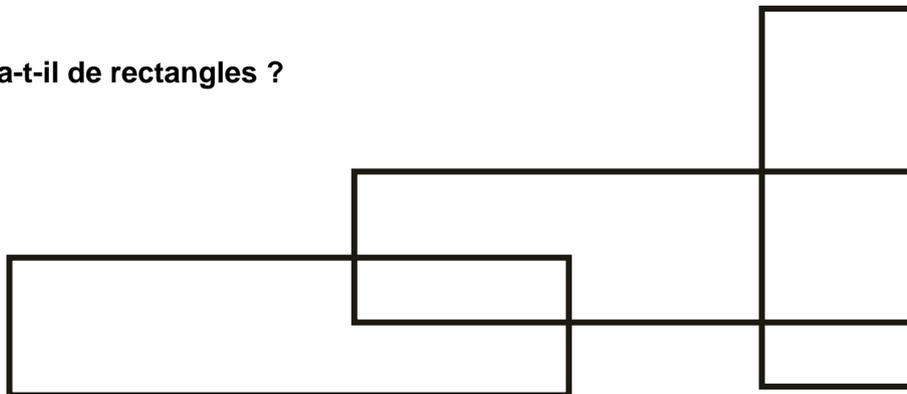
Le chat noir n'est ni premier, ni dernier. Le chat roux est juste après le chat noir. Le chat gris est le plus rapide de tous.

Le chat blanc est juste après le chat gris.

Dans quel ordre arrivent les quatre chats ?

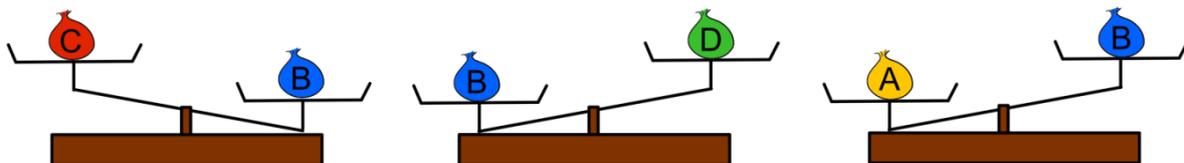
Exercice 3 :

Combien y a-t-il de rectangles ?



Exercice 4 :

Regarde ces sacs qui sont marqués de A à D car ils ne pèsent pas la même chose :



Quel sac est le plus lourd ?

9.6 Préparation d'une séance de travail sur le brouillon

Niveau : CE1- Maths- Résolution de problèmes

Compétences :

- Comprendre un texte
- Modéliser

Objectif séance : modéliser avec des dessins figuratifs l'histoire d'un problème basique

Intention : travailler la modélisation

Déroulement (40 min)

Phase	Durée	Support	Modalités	Actions enseignant	Difficultés élèves
1	10 min	Texte problème sans nombre Texte problème avec nombre	Oral collectif	<u>But de la séance :</u> Que voyez-vous au tableau ? (« c'est un texte : plusieurs phrases qui vont ensemble , il raconte une histoire ») Je vous montre presque le même texte, qu'est-ce qui a changé ? (nombres dans l'histoire, problème maths). Aujourd'hui nous allons nous intéresser à l'histoire d'un problème et comment vous pouvez la représenter simplement pour résoudre le problème. Vous allez travailler sur des feuilles de brouillon. Sur une feuille de brouillon vous pouvez barrer, recommencer...	Identifier que le texte raconte une histoire.
2	5 min	21 problèmes (5 différents, le même à chaque ilôt)	Ecrit Individuel	<u>Consignes :</u> Je distribue un problème à chacun. Vous devez représenter l'histoire sur votre feuille. A la fin de la séance les autres groupes devront raconter l'histoire de votre problème. Attention vous n'avez pas beaucoup de temps.	Lecture – <i>aide enseignante ou tuteurs</i> Sélection des éléments – point de travail de la séance Modélisation – <i>contrainte du temps pour éviter dessin appliqué</i>
3	5 min	Feuilles de brouillon des élèves	Oral collectif	<u>Mise en commun1 :</u> Objectif : mettre en évidence que dessins figuratifs sinon pas le temps	

4	5 min	Feuilles A3	Oral groupe	<u>Recherche 2</u> : Par groupe, je vous distribue une affiche vous devez vous mettre d'accord et représenter l'histoire sur cette affiche.	Collaborer, se mettre d'accord – <i>donner rôle du secrétaire à élève en difficulté, dire que le rapporteur sera choisi à la fin</i>
	10 min	Feuilles A3 des élèves	Oral collectif	<u>Mise en commun 2</u> : Les autres groupes doivent raconter l'histoire. Mise en évidence importance des éléments sélectionnés : personnages, objets, montrer action (ajout, suppression, partage...)	(Commencer par des affiches incomplètes)
5	3 min	Tableau Affiches	Oral collectif	<u>Synthèse</u> : Comment je peux représenter l'histoire d'un problème pour le résoudre ? –faire des « dessins simples », schémas -représenter les éléments importants : les personnages, les objets -montrer l'action avec des flèches, barrer, regrouper...(certaines affiches seront laissées dans la classe)	

Arthur a 21 billes. Il les partage avec Paul et Léa. **Combien chacun a-t-il de billes?**

La sorcière Baraka avait un élevage de 28 crapauds. Ce matin, 12 crapauds se sont échappés. **Combien lui reste-t-il de crapauds dans son élevage ?**

Lisa collectionne les perles. Elle a une collection de 28 perles composée de perles bleues et de perles rouges. Dans sa collection elle a 17 perles bleues. **Combien a-t-elle de perles rouges ?**

Lisa avait 9 petites voitures, sa mamie lui en a donné 11. **Combien a-t-elle de petites voitures maintenant?**

Théo a 12 billes le matin. Il gagne 5 billes à la récréation du matin et il perd 3 billes à la récréation de l'après-midi. **Combien a-t-il de billes le soir? (plus difficile)**

9.7 Préparation d'une séance de problème ouvert

Au zoo, je me souviens d'un troupeau de chameaux et dromadaires. Je me souviens qu'il y avait 12 têtes et 20 bosses. Mais j'aimerais savoir combien il y a de chameaux et de dromadaires ?

Niveau : CE1- Maths- Résolution de problèmes

Compétences :

- Chercher
- Comprendre un texte
- Calculer ou compter
- Schématiser

Objectif séance : résoudre le problème

Intention : développer de nouvelles procédures, stratégies

Déroulement (30 min)

Phase	Durée	Support	Modalités	Actions enseignant	Difficultés élèves
1	1 min	Affichage	Oral collectif	<u>But de la séance :</u> Vous allez résoudre un problème pour chercher. L'objectif c'est que vous trouviez une façon, une démarche pour répondre. Ce ne sera pas forcément un calcul. Vous vous souvenez c'est difficile mais maintenant vous savez ce que vous pouvez faire pour essayer -> affichage	
2	5 min	Tableau	Oral collectif	<u>Découverte du problème :</u> Je vous raconte l'histoire du problème. Pendant ce temps, vous représentez l'histoire sur votre feuille. Je suis allée au zoo et j'ai vu des chameaux et des dromadaires (vous savez comment est un chameau ? dessiner). Je me souviens que j'ai vu 12 têtes et 20 bosses mais je ne sais plus combien il y avait de chameaux et combien il y avait de dromadaires. Vous allez m'aider à le savoir.	Connaissances : s'imaginer un chameau et un dromadaire (<i>dessiner au tableau</i>)
3	3 min	Feuilles problèmes	Ecrit Individuel	<u>Compréhension du problème :</u>	<i>Qu'est-ce que tu cherches ?</i>

				En groupe, vous comparez vos brouillons pour voir si nous n'avez rien oublié ou mis en trop. (je montre 1 de chaque groupe) est-ce qu'il y a tous les éléments ? (distribution problème).	<i>Racontes moi l'histoire du problème</i>
4	10 min	Feuilles Images Jetons Cure-dents	Ecrit individuel	<u>Recherche :</u>	<i>Matériel à disposition : images, jetons, cure dents</i> <i>S'il n'y a que des chameaux, il y a combien de bosses ?</i>
		Tableau	Oral collectif	<u>Mise en commun :</u> Comment fais-tu ? (montrer au tableau le début de la démarche sans donner la réponse)	
5	10 min	Feuilles Images Jetons Cure-dents	Ecrit individuel	<u>Communication résultat</u> (à différer) : Vous allez continuer votre recherche. Comment ont-ils fait ? As-tu des idées pour chercher ?	<i>Aide, idées des recherches des autres</i>
6	5 min		Oral collectif	<u>Mise en commun finale :</u> Alors qui peut m'aider et me dire combien il y avait de chameaux et de dromadaires ? Comment vous avez-fait pour chercher ?	

RESUME

Pour les élèves, il existe deux catégories de problèmes : ceux qu'ils savent résoudre directement et ceux qui leur demandent d'inventer une nouvelle procédure. Les élèves doivent alors adopter une posture d'élève-chercheur. Apprendre aux élèves à résoudre des problèmes revient à développer ces compétences: explorer le problème, s'engager dans une démarche, construire une stratégie...Pour mettre en œuvre ces compétences les élèves doivent d'abord se construire une représentation mentale du problème qu'ils feront évoluer pour ensuite sélectionner et effectuer le processus d'opération. Il apparaît que les difficultés des élèves apparaissent surtout dans la phase de représentation, il faut donc les aider à « penser » le problème, en utilisant le brouillon par exemple. Ensuite, la posture repose aussi sur une attitude : savoir utiliser son erreur comme une étape et confronter sa démarche pour avancer. Proposer aux élèves des problèmes ouverts et organiser des rallyes mathématiques permettent de développer cette posture.

Mathematical problems can be divided into two categories for pupils : problems they can resolve directly and problems which require new strategies. Thus, pupils have to adopt a « student- researcher posture ». They have to explore the problem to develop a strategy and engage in a specific approach. First, they develop their own mental representation of the problem, they analyze the data to select mathematical operations. It seems that pupils have difficulties during the phase of representation so, teachers must help them to « think » the problem, with the use of draft for example. Moreover, the posture also implies specific attitudes : use mistakes and discussions to advance in the research. Teachers can propose « open problem » and specific events to develop these attitudes. What is important for teachers is first to determine an intention and then choose problems to respond to this intention.