HAL
open science

Le rôle de l'écrit dans le processus d'institutionnalisation : le cahier de cours : oeuvre de l'élève, un outil efficace

Tom Hard

To cite this version:

Tom Hard. Le rôle de l'écrit dans le processus d'institutionnalisation : le cahier de cours : oeuvre de l'élève, un outil efficace. Education. 2019. dumas-02304855

HAL Id: dumas-02304855

https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02304855v1

Submitted on 3 Oct 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École supérieure du professorat et de l'éducation
Académie de Nantes

Master 2 « Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation »

Mention second degré section Mathématiques

LE ROLE DE L'ECRIT DANS LE PROCESSUS D'INSTITUTIONNALISATION.

Le cahier de cours : œuvre de l'élève, un outil efficace

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de master

Soutenu par HARD Tom le 13 juin 2019

En présence de la commission de soutenance composée de :

Nadia ZEBICHE, directrice de mémoire

Catherine Dessoulles et Alexandre Blandignères, membres du jury.

Table des matières

Introduction : 4

A. Etat de l'art 5

I. Le cahier de cours. 6

1. Savoirs ou connaissances 6

2. Approche historique : (Dancel, 2000) 7

3. Approche épistémique, approche pragmatique 7

II. Institutionnalisation (Brousseau, 1998) 9

1. Présentation de l'institutionnalisation 9

2. Lien entre le cahier de cours et l'institutionnalisation 10

3. Le cahier de cours en pratique 11

III. Œuvre et outil (BLOCHS, 2012) 12

1. Les travaux de Bernard BLOCHS (2009) 12

2. Méthodologie 14

3. Conclusions de l'auteur, limites 15

IV. Hypothèses d'alternatives 17

1. Supprimer ou uniformiser ? 17

2. Elève auteur de l'œuvre, instrumentalisation du cahier de cours 18

3. Des alternatives connues 19

4. Conclusions, pistes de méthodologies 21

B. Méthodologie 22

I. Le contexte expérimental 23

II. Choix de l'étude 23

III. Les travaux de Martine Brilleaud (2015) 24

1. Présentation de l'article 24

2. Intérêt dans notre étude 25
3. Evolution des exigences 26
C. Expérimentation / étude de terrain 27
I. Les résultats de l'expérimentation 28
1. Classification des antisèches choisies 28
2. Analyse des antisèches 33
3. Evolution des antisèches 35
II. Conclusion 38
1. La variété des présentations du cours 38
2. Antisèches : outil d'accompagnement pour apprendre à apprendre (2015) 39
Conclusion 41
Bibliographie 43
Annexes 44
Annexe 1 45
Annexe 2 : Antisèche n°1 d'Annabelle 46
Antisèche n°2 d'Annabelle 47
Antisèche n°3 d'Annabelle 48
Antisèche n°4 d'Annabelle 49
Annexe 3 : Antisèche n°1 d'Eloïse 50
Antisèche n°2 d'Eloïse 52
Antisèche n°3 d'Eloïse 53
Antisèche n°4 d'Eloïse 55
Annexe 4 : antisèche de Lucille 56
Résumé 57
Remerciements 58

Introduction :

Ce travail traitera du rôle de l'écrit dans le processus d'institutionnalisation. Les travaux de Guy Brousseau sur le processus d'institutionnalisation (Brousseau, 1998) ont remis en question les cours magistraux des précepteurs et ont engendré des doutes sur la place de l'écriture des savoirs dans une séquence de mathématiques. Selon Brousseau, le processus d'institutionnalisation fait « d'une connaissance […] une référence pour des utilisations futures ». Une trace écrite de l'institutionnalisation semble alors primordiale dans l'acquisition des savoirs, il est donc important de s'interroger à ce sujet en tant que professeur.

Le questionnement initial fût motivé par un constat : le cahier de cours n'est que très rarement questionné. Durant divers stages au collège, nous avons observé différentes manières de mener le processus d'institutionnalisation, et donc différentes présentations de la trace écrite. Nous nous sommes alors demandés : Pourquoi le cahier de cours est-il systématiquement employé par le professeur ? Les élèves le consultent-ils réellement ? Qui de l'élève ou du professeur le construit, de quelle façon et avec quels savoirs ? Nous avons finalement questionné l'utilité du cahier de cours et sa suprématie dans la phase d'institutionnalisation.

La première partie de ce travail fera un état des lieux sur les concepts de cahier de cours et d'institutionnalisation. Après un historique du cahier de cours, nous rappellerons dans un premier temps la notion d'institutionnalisation selon Guy Brousseau (1998). Puis, les travaux de Bernard Blochs (2012), nous permettront d'interroger l'efficacité et l'utilisation du cahier de cours. Enfin, ce dossier envisagera une série d'hypothèses sur comment concevoir le cahier de cours comme une œuvre de l'élève au service de l'élève.

La deuxième partie de ce travail relatera du choix de l'expérimentation menée tout au long d'une année en classe de seconde. Cette étude s'inspirera des méthodes proposées par Martine Brilleaud (2015) afin d'évaluer les acquis des élèves.

Dans une troisième partie, nous exposerons les résultats et observations que l'étude nous a apportés. Nous tenterons d'en dégager des conclusions sur les différentes présentations du cours.

A. Etat de l’art

I. Le cahier de cours.

Le plus souvent au collège, chaque élève possède deux cahiers, un de cours et un d'exercices, les contenus et les formes diffèrent selon les enseignants. Par exemple, le statut des activités d'introduction ou de découverte ne sont pas toujours les mêmes d'un enseignant à l'autre, elles sont donc ajoutées soit dans le cahier de cours, soit dans le cahier d'exercices. Lorsque nous désignerons le cahier de cours, nous traiterons du contenu de ce dernier, de sa forme, de son organisation et non de l'objet matériel qui peut autant être un classeur, un cahier ou bien des fiches de cours.

1. Savoirs ou connaissances

Les termes savoir et connaissance seront utilisés tout au long de ce travail de recherche. Il convient donc de les définir dans le cadre de la didactique des mathématiques. Les différents chercheurs en didactique se sont chargés de définir ces termes. Une explication récente est celle du glossaire de l'ouvrage *Enseigner les mathématiques* :

> « Les apprentissages mettent en jeux des connaissances qui relèvent des savoirs visés » *(Dorier, Gueudet, Peltier, Robert, & Roditi, 2018)*

Les connaissances dépendent donc des savoirs. Le terme savoir est donc plus général, plus global que celui de connaissance. Une définition plus précise est celle de Laparra et Margolinas qui expliquent qu'une connaissance

> *« réalise l'équilibre entre sujet et milieu, ce que le sujet met en jeu quand il investit une situation. » (Laparra & Margolinas, 2010)*

Les connaissances sont utilisées dans des situations et permettent de répondre à des problèmes mathématiques. Elles sont forcément utilisées dans un contexte précis. La connaissance n'a pas encore le statut de savoir. En effet, le savoir, plus général, est issu d'un travail de l'enseignant appelé « institutionnalisation » (Brousseau, 1998).

Selon, Laparra et Margolinas :

> *« Le savoir est dépersonnalisé, décontextualisé, détemporalisé. »*

Un savoir est un résultat général, sorti de tout contexte, il est admis comme valide par les scientifiques, et il sert de référence pour la construction des futurs savoirs.

2. Approche historique : (Dancel, 2000)

L'invention de l'écriture date de 5000 ans avant Jésus Christ, les premiers écrits conséquents que l'on a pu retrouver datent quant à eux des tablettes de cires et du papyrus. Puis arrive le parchemin, mais les écrits ne sont toujours pas consacrés aux écoliers de par la rareté des supports de l'écriture. Le papier arrive en France au XIIIème siècle depuis l'Espagne et l'Italie. (Dancel, 2000)

Les premiers écrits de cours sont retrouvés dès le deuxième siècle après J-C en Egypte. Le cahier de cours existe donc bien avant l'arrivée du papier en Europe.

> *« L'élève Egyptien fait bien de son cahier le condensé de savoir qu'il faut retenir, le résultat de tout le travail fait sous la direction de son maitre et qu'il faut conserver au moins le temps de son assimilation. » (Dancel, 2000)*

Dès le début du deuxième siècle après J-C, le statut du cahier de cours semble donc clair, il s'agit d'un « condensé de savoir ». Ce n'est qu'à partir du XVIème siècle que vont se diffuser les cahiers de cours en Europe. En effet les imprimeries produisent assez de papier pour permettre aux élèves de bénéficier de cahiers. Le cahier de cours étant utilisé pour regrouper les savoirs dès le deuxième siècle après J-C, cette utilisation du cahier de cours se diffuse jusqu'en Europe.

Au début du 20ème siècle, le cahier de cours comme « condensé de savoir » s'inscrit parfaitement dans les pratiques didactiques modernes : les professeurs exposent les savoirs, et les élèves prennent note.

3. Approche épistémique, approche pragmatique

Aujourd'hui encore le cahier de cours est présent dans la plupart des classes, même si depuis les années 1970, son statut a changé. Le cours était autrefois uniquement délivré de manière magistrale où seuls des savoirs détachés du contexte étaient enseignés. Les pratiques enseignantes ont maintenant évolué et il devient important d'enseigner des connaissances contextualisées, en effet « même les "purs théoriciens" sont des praticiens » (Perrenoud, 1998). Les savoirs n'ont pas de sens s'ils sont seuls et détachés des pratiques.

Selon Blochs (2009) citant Rabardel, le cahier de cours est un objet de médiation, qui peut être épistémique ou pragmatique **:**

> *« Rabardel distingue deux grandes orientations de la médiation :*
>
> *"- dans le sens de l'objet vers le sujet une médiation que nous qualifierons de médiation épistémique où l'instrument est un moyen qui permet la connaissance de l'objet*
>
> *- dans le sens de l'objet vers le sujet une médiation pragmatique où l'instrument est moyen d'une action transformatrice dirigée vers l'objet Mais dès lors que cette médiation s'inscrit dans une activité réelle, ces deux dimensions sont en interaction constante" (p 90) »*

Le cahier de cours n'apparaît alors plus comme un « condensé de savoirs » (Dancel, 2000) qui sont, suivant la définition de Brousseau, décontextualisés. Il reste le cahier qui regroupe les savoirs décontextualisés, c'est en cela que Rabardel le qualifie d'instrument de médiation épistémique. Mais il le qualifie aussi d'instrument de médiation pragmatique, c'est-à-dire que le cahier de cours serait considéré comme un instrument permettant de résoudre des exercices.

Le cahier de cours a changé en même temps que les pratiques enseignantes ont changé, puisque la manière d'apporter les savoirs a été modifiée pour que les élèves soient plus acteurs et concernés par le savoir enseigné. Le bulletin officiel en atteste :

> *« On privilégiera l'activité de l'élève, sans négliger les temps de synthèse qui rythment les acquisitions communes. » (Ministère de l'Éducation Nationale, de la Recherche et de la Technologie, 2004).*

Le Bulletin Officiel recommande donc explicitement de ponctuer la pratique des élèves par « des temps de synthèse » qui aboutiront sur la trace écrite de cours. Le cahier de cours serait alors constitué de différentes synthèses, il constituerait donc aussi un instrument de médiation pragmatique.

II. Institutionnalisation (Brousseau, 1998)

1. Présentation de l'institutionnalisation

Le processus d'institutionnalisation a été étudié par Guy Brousseau en 1998, il résume alors dans un glossaire ce terme :

> *« C'est une situation qui se dénoue par le passage d'une connaissance de son rôle de moyen de résolution d'une situation d'action, de formulation ou de preuve, à un nouveau rôle, celui de référence pour des utilisations futures, personnelles ou collectives. »*
>
> *« L'institutionnalisation comporte donc un changement de convention entre les actants, une reconnaissance (justifiée ou non) de la validité et de l'utilité d'une connaissance, et une modification de cette connaissance - qui est « encapsulée » et désignée - et une modification de son fonctionnement. » (Brousseau, 1998)*

L'institutionnalisation se déroule donc en plusieurs phases qui permettent le changement de rôle des connaissances, passant du rôle de moyen de résolution au rôle de référence pour les élèves. Cécille Allard décrit ainsi ces phases :

> *« Le Processus de Contextualisation (par une situation d'action), de Décontextualisation (phase de formulation, moment de discussion autour du savoir en jeu) et Recontextualisation (parfois lors des phases de rappel). » (Allard, 2016)*

L'institutionnalisation d'un savoir se joue donc sur une période de temps conséquente afin que les élèves aient le temps d'assimiler la notion nouvelle : la contextualisation permet à l'élève de découvrir une notion nouvelle grâce à un contexte précis. La décontextualisation permet de sortir la nouvelle connaissance du contexte établi précédemment, afin de donner à la connaissance le statut de savoir, que l'on peut utiliser dans d'autres cadres. La recontextualisation correspond au moment où les élèves se remémorent les deux étapes précédentes, ou lorsqu'ils utilisent le savoir dans un nouveau cadre. Les programmes officiels expriment d'ailleurs clairement que l'institutionnalisation se déroule en plusieurs étapes et est nécessaire.

« Pour être efficaces, les connaissances doivent être identifiées, nommées et progressivement détachées de leur contexte d'apprentissage. […] Il convient, en effet, de préciser à chaque étape de l'apprentissage quelles connaissances sont désormais en place et donc directement utilisables. » *(Ministère de l'Éducation Nationale, de la Recherche et de la Technologie, 1998)*

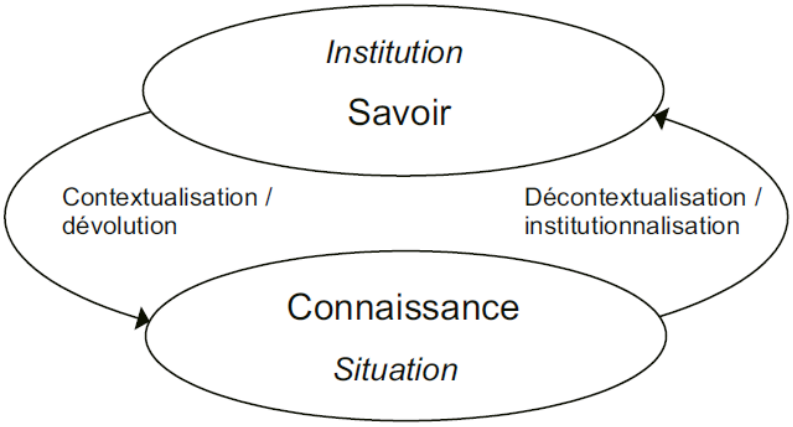
2. Lien entre le cahier de cours et l'institutionnalisation

L'institutionnalisation a une grande importance dans l'écriture du cours, car c'est la manière d'introduire les savoirs, de les travailler et de les articuler qui permet la construction du cahier de cours. En effet, une synthèse de cours

« Non seulement porte sur les quelques notions, définitions, résultats, théorèmes et outils de base mis en évidence, que les élèves doivent connaitre et peuvent désormais utiliser, mais est aussi l'occasion de dégager les méthodes de résolution de problèmes qui les mettent en œuvre. » (Ministère de l'Éducation Nationale, de la Recherche et de la Technologie, 1998)

La trace écrite du cours qui fait suite à l'activité des élèves est donc nécessaire, elle se déroule au moment de la phase d'institutionnalisation. C'est pourquoi l'institutionnalisation et le cahier de cours sont très liés.

Le schéma suivant permet de mieux comprendre ce concept : (Laparra & Margolinas, 2010)



Par exemple, lors de l'activité d'introduction d'une nouvelle notion, les élèves découvrent des méthodes ou des résultats, le professeur les a contextualisé, cependant ces découvertes se doivent d'être validées par le professeur. Cette « intervention spécifique » permet de changer le statut de ces nouvelles méthodes ou nouveaux résultats, qui deviennent des références lorsque le professeur les valide. Même si les idées peuvent venir des élèves, ce qui d'ailleurs leur permet de s'investir dans l'apprentissage, le professeur devra ensuite décontextualiser ces nouvelles connaissances, en faisant par exemple un bilan dans le cahier de cours. Le professeur choisit les connaissances qu'il souhaite transmettre, en les sortant du contexte de l'activité pour écrire des résultats généraux. Le professeur devra ensuite faire travailler les élèves sur d'autres tâches qui permettront de recontextualiser les savoirs nouvellement acquis. Les élèves pourront alors consulter le cahier de cours si besoin.

3. Le cahier de cours en pratique

Le cahier de cours est donc en lien avec l'institutionnalisation. Des questions se posent tout de même sur le contenu du cahier de cours en pratique.

- A quoi cela sert-il de regrouper les savoirs dans les cahiers de cours ?
- Le cahier de cours doit-il uniquement contenir des savoirs décontextualisés ?
- Doit-on mettre des exemples dans le cahier de cours ?

Si le cahier de cours est indispensable, alors il doit regrouper les savoirs décontextualisés afin que les élèves puissent les retrouver pour les réutiliser dans d'autres contextes. Cependant chaque professeur décide ensuite par lui-même de ce qu'il veut mettre dans le cahier de cours. Souvent, les savoirs décontextualisés sont accompagnés d'exemples pour que les élèves puissent chez eux faire le travail de recontextualisation, ou même reprendre depuis le début s'ils n'ont pas compris, ils auront ainsi de quoi contextualiser la notion. Le cahier de cours serait donc en quelque sorte le miroir d'une séance de cours, en ce sens où en lisant leur cahier, les élèves revivent la séance de cours.

III. Œuvre et outil (BLOCHS, 2012)

Le cahier de cours paraît être un objet utile pour l'étape de fixation d'une connaissance. Cependant, au regard des programmes, rien ne semble imposer son utilisation, les synthèses évoquées dans la partie précédente pouvant être placées dans le cahier d'exercice. Ces observations soulèvent plusieurs questions, notamment, pourquoi le cahier de cours paraît-il si indispensable aux yeux des professeurs de mathématiques ? Quels usages fait-on de ce cahier ? Quel est son statut ?

1. Les travaux de Bernard BLOCHS (2009)

Bernard BLOCHS, un chercheur rattaché à l'Université de Franche-Comté, tente dans plusieurs de ses travaux, de répondre à plusieurs questions autour du cahier de cours. Nous nous intéressons principalement à sa thèse soutenue en 2009, intitulée « La place du cahier de cours dans les apprentissages mathématiques en classe de 4e. Pratiques et conceptions de professeurs et d'élèves. » Cette thèse est accompagnée d'un article publié en 2012, « Le cahier de cours au collège : une œuvre du professeur ? Un instrument pour l'élève ? » Nous relaterons dans cette partie ses travaux, puis nous tenterons de pointer les limites de ses résultats.

L'étude du cahier de cours par Bernard BLOCHS débute de constats établis suite à son expérience de professeur. Ce dernier semble présenter plus d'inconvénients que d'avantages. Il est constitué de trop de feuilles en fin d'année, l'absence de sommaire ne permet pas aux élèves de retrouver facilement un chapitre étudié antérieurement, une feuille de cours est très dense pour éviter les photocopies, mais cela impacte la lisibilité. Pour le professeur, le cahier de cours demande beaucoup de temps de préparation, cependant, ce dernier rend le professeur «très satisfait du travail d'écriture qu'il avait accompli. » (Blochs, 2012)

Cette étude ne nous permet pas de déterminer si le cahier de cours présente plus d'avantages ou d'inconvénients. C'est pourquoi il est indispensable de définir précisément ce qu'il est dans son contenu et sa forme. Bernard BLOCHS voit le cahier de cours comme une œuvre (terme emprunté à Granger, 1998) et comme un instrument (ou outil). Il explique alors

en quoi le cahier de cours correspond à ces deux concepts si différents, il résume cela dans le tableau suivant :

« Caractéristiques d'un instrument et celles d'une œuvre. » (Blochs, 2012)

instrument	Œuvre
- Un moyen. - L'accent est mis sur l'usage. - Un usager (le concepteur est souvent anonyme). - Recherche d'efficacité, de fonctionnalité. - S'utilise. - Personnalisations (par l'utilisateur).	- Une fin. - L'accent est mis sur la création. - Un créateur, un style. - Recherche d'esthétique, d'originalité. - Se montre, s'expose. - On ne modifie pas une œuvre.

Tableau 1 – Caractéristiques d'un instrument et celles d'une œuvre.

Le cahier de cours apparaît premièrement comme une œuvre. En effet, c'est le résultat d'un investissement et d'un travail fourni principalement par le professeur : ce dernier doit au préalable, introduire aux élèves les notions qui formeront le contenu du cahier de cours, de plus, l'écriture du cours par le professeur, constitue une part importante du métier de professeur. Certaines caractéristiques sont communes aux œuvres et aux cahiers de cours, comme le fait d'être unique, chaque professeur a sa vision du cours, ses exigences esthétiques et ses propres choix dans le contenu. Ils sont aussi construits de manière esthétique, c'est bien sûr l'essence même d'une œuvre, mais c'est aussi très important pour un cahier de cours : le professeur est attentif au soin apporté au cahier, à la beauté et à la clarté esthétique.

Une différence apparaît entre l'œuvre et le cahier de cours : l'utilisation d'une œuvre n'est pas essentielle, en revanche, le cours semble être construit dans l'idée d'une utilisation future des élèves. On voit alors émerger l'aspect « instrument » du cahier de cours. Le professeur construit le cours en fonction de ses élèves, il peut être adapté à leur niveau, et le cahier de cours est destiné aux élèves, ils seront amenés à l'utiliser pour trouver des propriétés, des méthodes de résolution etc… Pour finir, le cahier de cours est un outil car il est utilisé tout au long de l'année avant même de l'avoir terminé.

Entre œuvre et outils, le cahier de cours semble présenter deux aspects différents. Il conviendra alors de déterminer si le cahier de cours est considéré comme une œuvre pour le professeur comme pour les élèves, et si ce cahier est aussi un outil pour ces derniers. C'est l'objet d'étude dans la méthodologie de Bernard BLOCHS.

2. Méthodologie

Afin de répondre à ses questions, BLOCHS organise son étude en quatre phases dans des classes de quatrième. Il analyse d'abord les cahiers de cours, il questionne ensuite cinq professeurs aux méthodes pédagogiques différentes, puis il interroge des élèves. Pour finir, il analyse la place du cahier de cours dans une séance de mathématiques.

L'analyse du cahier de cours révèle que ce dernier est toujours conforme au programme, le professeur est donc limité dans sa liberté puisqu'il est guidé par le programme. Le cahier de cours présente peu de démonstrations, elles sont en revanche plus présentes dans le cahier d'exercices. Ceci révèle que le cahier de cours n'est pas un espace de travail mais bien un espace d'exposition des savoirs. Il semble être un modèle de rédaction, les élèves devraient donc s'en inspirer pour résoudre des problèmes. On voit là apparaître la dimension instrument du cahier de cours. BLOCHS remarque aussi que les précisions nécessaires à l'oral semblent absentes dans les cahiers de cours, ces remarques orales du professeur sont sûrement oubliées des élèves et peuvent manquer notamment lors de l'aide des parents pour les devoirs. L'étude des cahiers de différents élèves provenant des classes de plusieurs professeurs révèle finalement que d'un élève à l'autre d'une même classe, les cahiers sont très similaires. Cela révèlerait que le cahier de cours est bien l'œuvre du professeur mais pas celle de l'élève. Les différences entre les cahiers de cours dépendent plus du professeur ; en effet certains professeurs ont une vision pragmatique du cahier de cours : il sert à regrouper des outils nécessaires à la résolution d'exercices. D'autres ont une approche épistémique : ce cahier doit regrouper l'ensemble des savoirs mathématiques, il est vu comme un recueil des savoirs théoriques. De cette étude des cahiers de cours, BLOCHS conclut : « Ces cahiers portent donc le style, l'empreinte du professeur ». Les cahiers de cours sont l'œuvre du professeur plus que celle des élèves. Les professeurs ont-ils conscience de ce statut du cahier de cours ?

L'entretien avec les professeurs révèlera d'abord « Une absence de formation sur la fonction du cahier de cours. » On déplore aussi « Une absence de référence aux programmes. » Il y a très peu d'explications dans le programme sur la place que doit prendre le cahier de cours en mathématiques. Selon BLOCHS, ceci implique une certaine liberté des professeurs dans l'utilisation et la rédaction de ce dernier.

> *« Nous pensons que cette dimension empirique, cette part "d'improvisation" sont probablement particulièrement importantes ici en raison de l'absence (ou de la faiblesse) de la formation sur les traces écrites des élèves » (BLOCHS, 2009)*

Enfin, l'entretien auprès des professeurs révèle que « Aux yeux des professeurs : le cahier de cours est un outil et un écrit de référence pour les élèves ». Les professeurs considèrent donc clairement le cahier de cours comme un outil pour les élèves, construit entièrement ou partiellement par le professeur car celui-ci reste maitre du contenu afin que cet écrit soit un « écrit de référence ».

D'après l'étude de terrain, BLOCHS conclut :

> *« Pour une large majorité des séances en classe de cette étude, le cahier de cours disparaît de l'espace de travail des professeurs et des élèves après l'écriture des leçons. Ainsi son écriture semblerai[t] plutôt une fin en soi, critère qui caractérise une œuvre plus qu'un instrument. » (BLOCHS, 2009)*

Confrontés à cette analyse du chercheur, les différents professeurs admettent pour la plupart que leurs élèves n'utilisent que très peu le cahier de cours. Les raisons apportées sont, entre autres, la difficulté qu'ont les élèves à l'utiliser, à trouver les informations nécessaires. Malgré cette analyse des professeurs, il leur semble impensable de ne pas utiliser de cahier de cours, et de mettre les exercices et le cours dans un même cahier. Cela reflèterait selon eux un manque de sérieux auprès des parents d'élèves et surtout de l'inspection. Les professeurs pointent donc le doigt sur la dimension œuvre que représente le cahier de cours, témoin à l'extérieur du travail effectué en classe.

3. Conclusions de l'auteur, limites

Les travaux de BLOCHS permettent d'identifier le statut actuel du cahier de cours en classe. Les cahiers de cours ont en commun de suivre le programme, les professeurs sont donc guidés dans le contenu du cours. BLOCHS explique :

> *« Si des contraintes existent, les professeurs ont de larges marges de manœuvre vis à vis du contenu et la gestion du cahier de cours. » (BLOCHS, 2009)*

Les professeurs sont donc libres de construire les cahiers de cours qu'ils souhaitent. De plus, le cahier de cours constitue une mémoire du travail effectué en classe par le professeur, c'est plus un lieu d'exposition des savoirs qu'un lieu de construction des connaissances :

> *« Les cahiers étudiés se révèlent être bien plus une mémoire du travail du professeur que du travail de l'élève ou de la classe, bien plus une œuvre et un instrument du professeur que de l'élève. » (BLOCHS, 2009)*

Le cahier de cours n'appartient pas totalement à l'élève, c'est le professeur qui le dirige. Il n'appartient à l'élève qu'à la fin de l'année, avant ça, l'élève montre un respect pour cet écrit au point de ne pas oser participer à sa rédaction comme il pourrait par exemple le faire en annotant des remarques dans la marge etc… Ceci montre que les élèves aussi considèrent d'une certaine façon le cahier de cours comme l'œuvre de leurs professeurs.

Malgré une volonté des professeurs de faire de ce cahier de cours un outil pour les élèves, le cahier reste à bien des égards une œuvre du professeur, utile pour sa satisfaction personnelle, pour l'image qu'il dégage de son enseignement etc… Et très peu utile aux élèves (voir le rapport de l'inspection en annexe 1). L'auteur ne présente pas de solution concrète qui permettrait de solutionner ces « incohérences » que présentent les cahiers de cours.

BLOCHS déplore seulement dans ses conclusions :

> *« Les enseignants prennent, en général, peu en charge la transformation de l'artefact en instrument pour l'élève. » (BLOCHS, 2009)*

L'auteur émet alors l'hypothèse que la non-utilisation du cahier de cours par les élèves, provient d'un problème de capacité des élèves à faire de ce cahier un outil. Transformer le cahier en outil, devrait alors être le fruit d'un travail en classe. Bernard BLOCHS semble considérer qu'il appartient à l'élève de s'adapter aux différentes œuvres de ses professeurs tout au long de sa scolarité. Du temps sera alors perdu chaque année pour qu'un élève apprenne à utiliser le cours à sa façon.

Il ne semble donc pas absurde de considérer la suppression de ce cahier qui semble n'être au service que du professeur. Si la suppression du cahier s'avère impossible, il faudra alors considérer des alternatives au cahier actuel afin d'instrumentaliser le cahier de cours pour les élèves. Ce sera donc l'objet de la quatrième partie.

IV. Hypothèses d'alternatives

1. Supprimer ou uniformiser ?

Le cahier de cours paraissant utile uniquement pour les professeurs, l'idée naturelle semble donc de vouloir le supprimer. Il convient donc de redéfinir son intérêt. Comme énoncé précédemment, le cahier de cours est apparu afin de résumer les savoirs mathématiques, puis il a progressivement inclus des savoirs pratiques ou savoir-faire. Actuellement, le cahier de cours regroupe donc des savoirs permettant une médiation pragmatique et épistémique. Que faire alors de ces deux types de médiations si l'on supprime le cahier de cours ? Comment les organiser ? La médiation pragmatique peut se faire sous forme de bilans. Il semble pertinent de les placer à la suite des exercices dans le cahier d'exercices. Le problème principal concerne la médiation épistémique, ces savoirs décontextualisés, servent de « référence pour des utilisations futures » (Brousseau, 1998). Il serait alors incohérent de les inclure dans le cahier d'exercices, qui se veut être un espace réservé aux élèves, qui travaillent selon leurs croyances parfois erronées, et qui travaillent dans des contextes précis.

D'autres arguments nous incitent à conserver le cahier de cours en mathématiques. Les savoirs mathématiques sont construits de manière chronologique. En effet, de l'école primaire jusqu'aux études supérieures, les nouveaux savoirs mathématiques sont toujours basés sur des savoirs construits les années précédentes. On imagine bien qu'un élève n'ayant aucune base en mathématiques ne pourrait en aucun cas comprendre un cours de niveau supérieur, alors qu'un cours d'histoire semble par exemple plus abordable à suivre puisqu'il n'y a pas de lien direct et indispensable d'un chapitre à l'autre. Il paraît donc utile de rendre les savoirs accessibles aux élèves, d'où l'intérêt de les regrouper dans le cahier de cours.

Le cahier de cours semble donc nécessaire en mathématiques. Ne pouvant pas s'en passer, l'idée est donc de changer les pratiques, afin qu'il soit davantage utile aux élèves. Le cahier de cours idéal devrait correspondre à tous les professeurs. Or l'étude de Bernard BLOCHS a bien souligné l'impossibilité d'uniformiser les pratiques des professeurs tant ils définissaient et utilisaient le cahier de cours différemment. Le choix est donc de rechercher le cahier de cours idéal pour l'élève. Il s'agit alors d'organiser le cahier de cours selon chaque

élève. Il paraît cependant impossible pour le professeur de construire des cours adaptés à chaque individu. La partie suivante présentera des pistes possibles.

2. Elève auteur de l'œuvre, instrumentalisation du cahier de cours

Un moyen d'adapter le cahier de cours individuellement serait d'inclure l'élève au centre de la construction du cours. Chacun des élèves deviendrait alors acteur et auteur du cahier de cours. Le professeur restera maître des enseignements, il influencera principalement sur le contenu. En effet, le processus d'institutionnalisation de BROUSSEAU décrit en deuxième sous-partie révèle que le professeur contextualise les savoirs, qui prennent alors le statut de connaissances, il impose donc au élèves une certaine interprétation des savoirs scientifiques. Il paraît donc impossible de supprimer l'impact qu'a un professeur sur le contenu du cahier de cours de ses élèves.

Dans cette hypothèse, l'élève aurait plusieurs rôles dans la construction du cahier de cours. Premièrement, il aurait une responsabilité croissante dans le choix des contenus. Deuxièmement, il serait responsable de la construction de l'œuvre sur le plan esthétique, il serait le seul à prendre en charge cette partie du travail de construction du cahier de cours. Le rôle du professeur sur l'esthétique des cahiers de cours serait réduit à s'adapter.

Ce changement du rôle de l'élève présenterait de multiples avantages. D'une part, puisque chaque élève rédigerait le cours à son image, l'œuvre qui était celle du professeur deviendrait l'œuvre de l'élève. La notion de fierté, évoquée pour le professeur dans la partie précédente, deviendrait alors une fierté pour l'élève, et avec elle, les élèves auraient peut-être plus de plaisir à consulter ce cahier de cours puisqu'il serait complètement le leur.

L'instrumentalisation du cahier de cours serait aussi facilitée. En effet les élèves sauraient comment trouver les informations dans le cahier de cours puisqu'ils auraient construit ce dernier de la manière qui leur correspond le plus. Pour finir, la rédaction par les élèves du cahier de cours pourrait, dès son écriture, constituer un outil d'apprentissage. Ce n'est pas uniquement le fait d'écrire qui aiderait à apprendre le cours, mais c'est de choisir les notions importantes du cours qui est un acte réfléchi. Et cette réflexion permettrait aux élèves de mémoriser le cours.

Cette hypothèse de changement des rôles au sein de la classe semble toutefois avoir des limites. Un élève de sixième, arrivant tout juste au collège, n'a que très rarement les compétences requises pour sélectionner les informations importantes du cours. Il doit développer son autonomie, il est probable que ces élèves se retrouvent noyés sous les informations et ne sachent pas les organiser puisqu'ils ne connaissent pas les possibilités pour présenter le cours. Il faudrait probablement que le professeur construise les cours dans un premier temps. Cela permet aux élèves de découvrir de nouvelles façons d'organiser la trace écrite. Ils auront alors les outils pour essayer de construire leur cours individuellement.

Il convient donc de préciser clairement quelles sont les possibilités qu'ont les élèves pour construire le cours à leur image. Nous tenterons donc d'identifier différentes façons de présenter et d'organiser le cahier de cours dans la partie suivante.

3. Des alternatives connues

Dans cette partie, nous présenterons plusieurs manières de présenter la trace écrite du cours. Ces propositions ont parfois été expérimentées et présentées dans des articles par différents professeurs. Ces quelques propositions ne diffèrent pas uniquement sur l'esthétique du cours mais aussi sur la façon d'organiser le cours.

a. Cahier mémoire des savoirs

La première possibilité de construction du cours est plus un bouleversement sur l'organisation des savoirs. Nous avons expliqué précédemment qu'il semblait impossible de se passer du cahier de cours puisqu'il regroupait notamment des savoirs issus de la décontextualisation. L'idée serait donc justement d'écrire uniquement les savoirs décontextualisés dans le cahier de cours, sous forme de bilans, formulés avec un vocabulaire scientifique adapté, comme un dictionnaire des savoirs. Tous les savoirs contextualisés, les activités d'introduction, les bilans d'exercices ou de méthodes, travaux de recherche, les exemples, les exercices (etc…) auraient leur place dans un autre cahier.

b. Utiliser des cartes mentales

La deuxième idée est plutôt un outil de représentation, qui permet de synthétiser les savoirs afin de les rendre intelligibles aux élèves. Il s'agit de la carte heuristique, aussi appelée carte mentale (ou mind map en anglais). Inventées par Tony Buzan, un psychologue anglais, les cartes heuristiques sont un moyen de mémorisation visuel utilisant des schémas mettant en liens les différents concepts d'une leçon. Ce sont des schémas qui doivent s'approcher d'une représentation visuelle de ce qu'il se passe dans le cerveau. L'usage de cartes heuristiques répond parfaitement aux directives du référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation :

> *« Aider les élèves à s'approprier les outils et les usages numériques de manière critique et créative. » (Ministère de l'Éducation Nationale, 2013)*

En effet la création de cartes heuristiques peut se faire à l'aide des logiciels, cela permet un usage des outils numériques qui développent la créativité à des fins de mémorisation.

Cette manière de rédiger le cours paraît intéressante, elle permettrait de simplifier l'organisation des idées des élèves. La dimension artistique de la carte mentale ferait alors du cahier de cours une véritable œuvre. Cependant, elle ne semble pas permettre de rédiger de longues définitions, propriétés ou théorèmes. Elle nécessite probablement d'être accompagné par des textes « classiques ». Il conviendra de tester son utilisation en classe.

c. Les cours exposés

Proposer aux élèves de rédiger individuellement le cours sous la forme qu'ils préfèrent paraît poser un problème dans la gestion du temps. En effet, le professeur devrait obligatoirement vérifier la bonne tenue des cahiers de cours et corriger systématiquement tous les cahiers des élèves afin de vérifier que le contenu est correct. Cette contrainte semble extrêmement chronophage, au point de ne pas être réalisable. Une solution à ce problème pourrait être de proposer, à chaque séquence de l'année à un petit groupe d'élèves, de rédiger le cours de la façon qu'ils souhaitent. Il serait ensuite demandé à ces élèves d'exposer leur travail aux autres élèves.

En plus des expérimentations proposées, il serait bien sûr toujours possible, pour les élèves qui le souhaiteraient, de rédiger le cahier de cours de manière classique, c'est-à-dire de manière linéaire, ce qui convient à certains élèves.

4. Conclusions, pistes de méthodologies

Après une évolution du cahier de cours depuis le XVIème siècle, son apport dans l'enseignement ne paraissait pas clair. Cet état de l'art a permis de redéfinir la place du cahier de cours dans la phase d'institutionnalisation en mathématique jusqu'à nous convaincre de sa nécessité. Les travaux de Bernard Blochs ont toutefois permis de souligner l'inefficacité du cahier de cours actuel pour les élèves. Toutefois, Blochs ne propose pas de solution permettant d'instrumentaliser le cahier de cours. **Cette recherche a donc pour but de vérifier l'hypothèse selon laquelle la conception du cahier de cours en tant qu'œuvre de l'élève permettrait une instrumentalisation accessible et efficace des savoirs.**

La méthodologie à développer au cours de ce mémoire consistera donc à tester les différentes façons d'organiser la trace écrite du cours, tout en incluant plus ou moins les élèves dans la construction du cours. Les réactions des élèves seront analysées, et nous tenterons de mesurer l'impact de ces méthodes sur les élèves.

B. Méthodologie

I. Le contexte expérimental

L'étude se déroulera dans mon Lycée d'affectation de stage : le lycée Jean Moulin à Angers. L'établissement n'étant pas un lycée de secteur, les élèves de cet établissement viennent de divers horizons sociaux-culturels.

L'expérimentation se déroulera dans une de mes classes, auprès d'élèves de seconde. Réalisant l'étude dans une de mes classes, je connais mieux le contexte de chaque élève, ce qui facilite l'analyse de leurs travaux.

La classe présente un niveau très hétérogène. La majorité de la classe est constituée d'élèves sérieux et qui souhaitent réussir même s'ils s'en donnent plus ou moins les moyens. Une part des élèves sont très peu intéressés par le milieu scolaire et sont en décrochage. Les élèves ne sont donc pas toujours investis et concernés par la qualité de leurs travaux, certains souhaitant passer le moins de temps possible sur leur travail personnel. Cela impacte parfois le soin qui va être apporté aux rendus des élèves, et pourra poser des problèmes dans l'analyse des travaux de l'expérimentation.

II. Choix de l'étude

Afin de vérifier l'hypothèse selon laquelle le choix de présentation du cahier de cours pourrait en faire une œuvre facilitant les apprentissages et l'utilisation comme outil pour les élèves, il semblait intéressant de tester en classe les différentes présentations du cahier de cours. Il s'agit donc, d'une séquence à l'autre, de présenter le cours de différentes manières, puis de tenter de repérer laquelle des présentations peut plus ou moins convenir aux élèves. Le cours sera donc d'abord présenté de manière linéaire, totalement rédigé par le professeur, distribué et lu en classe. La deuxième manière de présenter le cours sera sous forme de texte à trous, afin que les élèves soient actifs et donnent du sens aux notions étudiées pendant la lecture du cours. Nous écrirons ensuite le cours intégralement en classe, car l'écriture semble parfois aider les élèves à mémoriser. Dans la même séquence nous conclurons en faisant en classe une carte mentale. Lors de ces différentes présentations du cahier de cours, la place laissée à l'élève dans l'élaboration du cahier de cours est de plus en plus importante. L'idée serait de parvenir finalement à demander à un groupe d'élèves de rédiger le cours et de

l'exposer devant la classe en fin de séquence. Cela nous permettrait de vérifier si des élèves de seconde sont capables d'identifier les notions importantes dans une séquence.

Tester les différentes façons de présenter le cours est intéressant, mais il faut être en mesure d'étudier l'impact qu'ont chacune des présentations du cours sur les élèves. Les résultats obtenus lors des contrôles sur chacune des séquences peuvent donner une idée, mais ils ne sont pas suffisamment précis. En effet, les séquences sont différentes pour chacune des façons de présenter le cours. La première trace écrite du cours porte sur les fonctions, la deuxième traite des statistiques, la troisième aborde les équations de droites et pour finir, la quatrième trace écrite détaille les équations de degré 2. Les élèves peuvent avoir plus ou moins d'affinités avec chaque séquence. Le cahier de cours n'est donc clairement pas le seul facteur influençant les résultats aux contrôles. Il fallait donc trouver un autre moyen d'étudier l'impact du cahier de cours sur l'assimilation des notions par les élèves.

III. Les travaux de Martine Brilleaud (2015)

Un outil qui permettra de donner une idée plus précise de ce que les élèves retiennent du cahier de cours en fonction de la manière de le présenter est celui présenté par Martine Brilleaud dans la revue PLOT n°51. Il s'agit des « antisèches légales ». Le principe est simple, lors des contrôles, les élèves sont autorisés à apporter une antisèche qu'ils auront préparée au préalable.

1. Présentation de l'article

Cet outil présente de multiples avantages, d'abord pour les élèves puis pour l'évaluation par le professeur du niveau de compréhension des notions des élèves. Selon Martine Brilleaud, « L'objectif est avant tout que les élèves apprennent à structurer le cours et à en extraire ce qui est important. » ; « le but est de les aider à mieux apprendre la notion. » (Brilleaud, 2015) Du point de vue des élèves, l'antisèche légale est donc présentée comme un outil d'apprentissage du cours. Elle permet que les élèves « apprennent à structurer », ce qui signifie qu'ils ne sauront pas nécessairement le faire dès la première antisèche, mais que cela

pourra s'apprendre au fur et à mesure de l'année. Une évolution dans les antisèches est donc attendue. Du point de vue du professeur, l'analyse des antisèches des élèves permet d'observer si les élèves ont su identifier ce qui est important dans le cours. Il convient donc de préciser exactement les différents avantages que présentent les antisèches légales du point de vue du professeur, en lien avec l'expérimentation.

2. Intérêt dans notre étude

Les antisèches légales répondent exactement à l'évaluation de la compréhension et de l'apprentissage du cours par les élèves. En effet,

> *« l'objectif des antisèches est de se servir de ces informations pour évaluer plus finement le niveau d'acquisition, pour un élève, d'un savoir à un instant donné. » ; « La fiche permet de repérer une mauvaise conception » (Brilleaud, 2015)*

Nous pourrons donc utiliser les antisèches légales des élèves pour tenter d'analyser l'impact de la présentation du cours sur la compréhension de ce dernier. Elles permettront aussi d'identifier si une erreur à un contrôle est due à de l'inattention ponctuelle ou si l'erreur a été apprise par l'élève, auquel cas l'erreur sera présente dans l'antisèche, ou la notion ne sera pas clairement résumée.

Martine Brilleaud affirme dans l'article qu'elle se base sur une étude qui cherche à « vérifier si l'on peut corréler le niveau de maîtrise d'un savoir avec la trace écrite sur la fiche d'aide ». Cette étude commencée à l'IREM de Grenoble aurait révélé :

> *« que les bons élèves écrivent peu sur leur fiche alors qu'un élève en difficulté écrit souvent son cours in-extenso sans discrimination de contenu. Il est incapable de révéler ce qui est pertinent […] ou d'évaluer son propre niveau de compréhension. »*

Cela dégage donc un critère général pour l'analyse des antisèches des élèves dans l'expérimentation. Si l'antisèche est plutôt concise, on pourra supposer que la notion est bien comprise et donc bien résumée. Si l'antisèche est un copier-coller du cours, on pensera non seulement que l'élève n'est pas capable d'identifier les notions importantes du cours et les notions qu'il ne parvient pas à apprendre, mais que l'antisèche n'a été d'aucune utilité pendant le contrôle, puisque celle-ci est trop longue et donc très peu lisible.

Grâce aux antisèches, nous pourrons aussi évaluer si, au fil du temps, les élèves changent de type de résumé en découvrant les antisèches de leurs camarades. Cela permettra aux élèves de se familiariser avec les différentes façons de présenter ou résumer le cours. Par exemple, la carte mentale est un outil qui est plus intéressant quand il est expérimenté par la personne elle-même. En effet, la carte mentale représente la façon d'organiser les idées selon chaque élève. C'est un outil très personnel et propre à chacun. Un élève pourra donc pleinement découvrir et apprécier les avantages de la carte mentale uniquement en l'utilisant pour les antisèches. Il préfèrera alors peut-être cette façon de présenter le cours pour d'autres séquences.

3. Evolution des exigences

Lors du premier contrôle utilisant les antisèches légales, les consignes données aux élèves étaient simplement d'apporter une antisèche qu'ils pourraient utiliser pendant le contrôle et qu'ils devaient me rendre avec la copie du contrôle. Au fil des antisèches, mes exigences se sont affinées pour rendre les antisèches plus pertinentes et plus révélatrices de la compréhension du cours par les élèves.

J'ai d'abord limité la taille autorisée des antisèches. A partir de la deuxième antisèche, les élèves avaient la consigne de ne pas dépasser le format A5, cela a obligé les élèves à résumer le cours. En effet, pour la première antisèche, trop d'élèves ont recopié intégralement le cours, et cela rendait difficile l'analyse. On remarquait parfois des mises en valeur de notions importantes, mais il était difficile d'identifier l'interprétation que les élèves avaient faite du cours puisqu'ils se contentaient de le recopier.

J'ai ensuite imposé à tous les élèves de rendre une antisèche. En effet, beaucoup d'élèves ont fait le choix de ne pas faire d'antisèche au premier contrôle. Cela s'expliquait de deux manières : des élèves étaient sûrs de leurs capacités et ne voyaient pas d'intérêt de faire une antisèche, d'autres n'ont simplement pas pris le temps de préparer le contrôle.

Pour finir, j'ai demandé aux élèves de n'aborder qu'une seule séquence dans l'antisèche. Le chapitre devait à chaque fois correspondre à la nouvelle séquence, même si plusieurs notions allaient être abordées dans le contrôle.

C. Expérimentation / étude de terrain

I. Les résultats de l'expérimentation

Au total, il a été demandé aux élèves de seconde de faire une antisèche pour quatre contrôles. Cette expérimentation a donc donné une multitude d'antisèches qu'il fallait alors trier selon plusieurs critères. D'abord, il s'agissait d'identifier s'il apparaissait dans les antisèches des éléments de mise en valeur esthétique. Il y a plusieurs façons de mettre des choses en valeur, la carte mentale est un outil adapté, mais l'usage de la couleur ou d'une structure particulière convient aussi. Il était aussi important d'identifier si l'antisèche semblait révéler ou pas une certaine compréhension du cours et des notions importantes. Les antisèches construites uniquement avec des exemples ont donc été classées ensemble, car elles montrent une certaine interprétation des notions. Pour finir, il fallait regrouper les antisèches présentant trop d'erreurs ou étant trop incomplètes car celles-ci pouvaient révéler une mauvaise compréhension du cours.

1. Classification des antisèches choisies

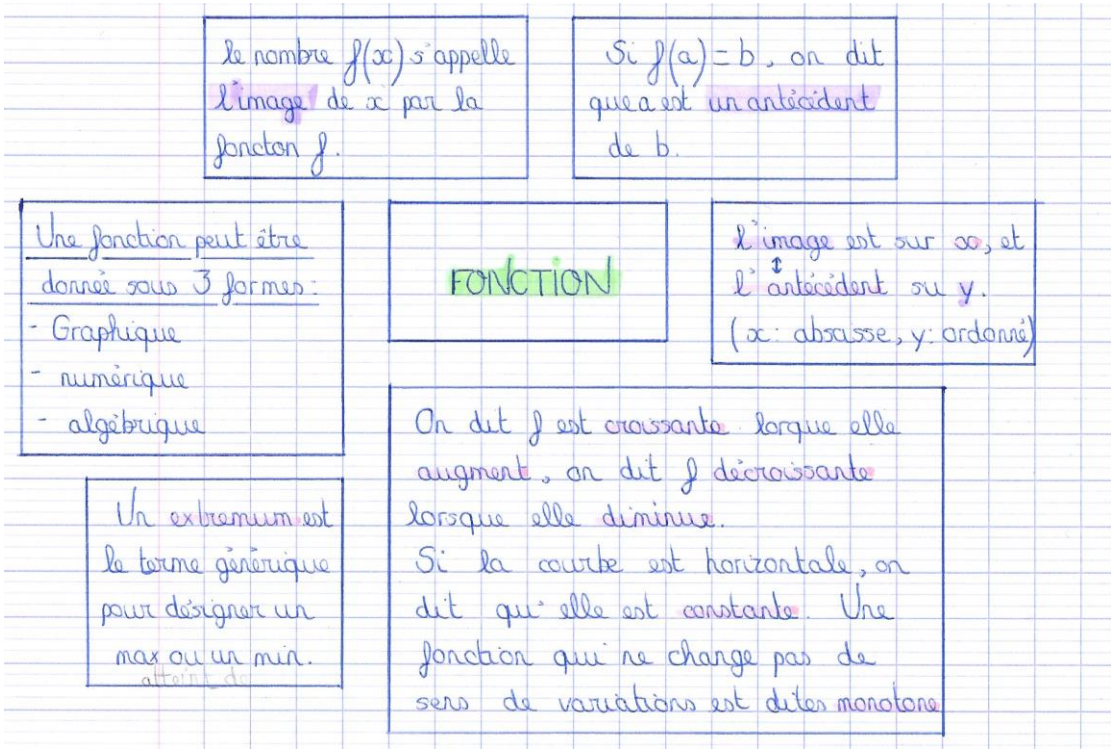
Les antisèches ont donc finalement été classées dans quatre catégories. D'abord les antisèches présentant de la mise en valeur (par la carte mentale, la couleur etc…) Ensuite celles utilisant systématiquement des exemples pour expliquer les notions et méthodes. Puis il y avait les résumés du cours ne présentant aucune mise en valeur et pour finir les résumés trop pauvres avec trop d'erreurs.

a. Mise en valeur

Nous avons classé dans cette catégorie toutes les antisèches où des éléments importants étaient mis en valeur par des effets visuels qui permettent de se repérer. Nous détaillons donc ci-dessous l'utilisation de la carte mentale, puis l'utilisation d'effets visuels dans des résumés linéaires et dans des cours recopiés intégralement.

i. L'élève utilise la carte mentale

Quelques élèves ont fait le choix dès la première antisèche de structurer les choses à l'aide de la carte mentale. C'est le cas de Candice, dont voici ci-dessous la première antisèche.



On observe bien une structure claire et lisible, il y a aussi ici utilisation de la couleur qui permet de mettre en lumière certains éléments. Cette antisèche est très personnelle, on y observe des remarques qui doivent aider l'élève mais qui ne sont pas mathématiquement précises : « l'antécédent est sur x ».

On relève cependant des éléments qui ne semblent pas très utiles comme « Une fonction peut être donnée sous trois formes : graphique, algébrique, numérique ». De plus, des notions sont expliquées par des phrases entières et parfois assez longues. Résumer les idées aurait peut-être permis de rendre encore plus lisible cette carte mentale.

La carte mentale est donc très utile pour rendre lisible et structurer les informations, cependant il faut veiller à ne pas y renseigner d'information fausse, et il faut choisir les informations importantes ou utiles pour l'élève.

ii. L'élève résume le cours

La carte mentale est un outil très personnel et qui ne convient pas à tout le monde. Certains élèves ont choisi de résumer le cours en structurant de manière linéaire. Les informations n'en sont toutefois pas moins lisibles car les élèves font usage de la couleur ou

utilisent des effets visuels de mise en page comme les décalages, l'incrémentation ou en soulignant des éléments etc…

Ces élèves essaient de relier ensembles des informations et ils semblent identifier le plus important dans le cours, ou ce qui leur sera utile pour le contrôle. C'est le cas de l'antisèche ci-dessous :

équation de droite

fonction affine => $f(x) = mx + p$

m => coefficient directeur
p => ordonnée à l'origine

si m = 0 alors c'est une fonction constante
si p = 0 alors c'est une fonction linéaire

→ si une fonction est affine, alors c'est une droite en représentation graphique

si m = 0, la droite est // à l'axe des abscisses.
si p = 0, la droite passe par l'origine.

m => $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$

si m est ⊕, $f(x) = mx + p$ sera croissante sur ℝ
si m est ⊖, $f(x) = mx + p$ sera décroissante sur ℝ
si m est nul, $f(x) = mx + p$ sera constante

→ pour démontrer que des points A, B et C sont aligner il suffit de démontrer que les droite (AB) et (AC) sont //. (on calcul le m)

On observe l'usage de deux couleurs, de flèches et de paragraphes qui structurent le résumé et qui le rendent très lisible. Cette antisèche semble donc être une réelle aide pour le contrôle, d'autant plus qu'elle contient peu ou pas d'erreur mathématique.

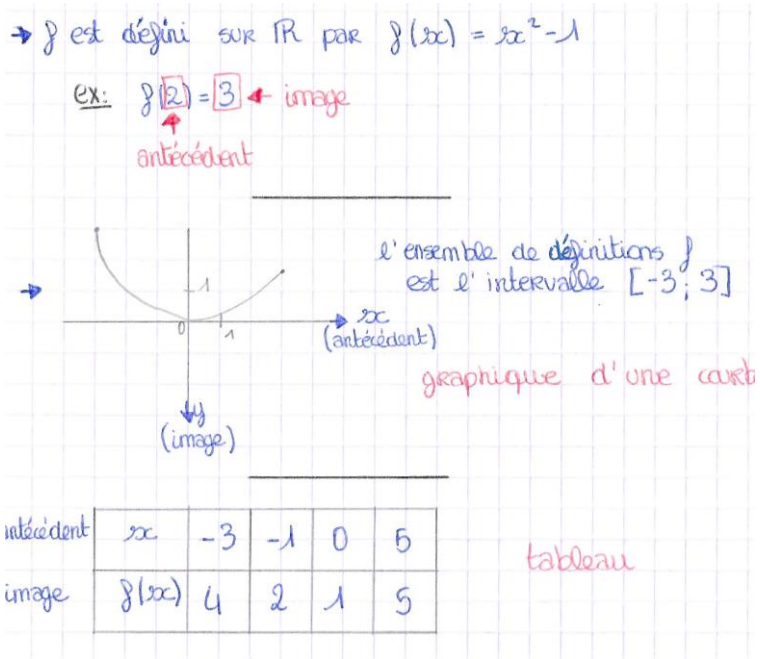
iii. L'élève recopie tout le cours

N'ayant pas demandé dès la première antisèche de ne pas dépasser le format A5, les élèves ont parfois recopié intégralement le cours. Cependant il y avait tout de même des éléments visuels comme la couleur qui permettaient de mettre des éléments en lien ou d'identifier certaines notions semblant plus importantes aux yeux des élèves. Ces élèves qui recopient le cours intégralement montrent parfois l'incapacité d'identifier les informations principales du cours, cela montre en tout cas une difficulté pour s'approprier l'antisèche comme un outil personnel et lisible.

b. Utilisation d'exemples

Parmi les antisèches, beaucoup étaient construites uniquement autour d'exemples. Ceci semble intéressant car cela révèle une forte appropriation du cours. Cependant, l'interprétation du cours par les élèves n'est pas toujours correcte. De plus, il n'est pas toujours aisé de résoudre un exercice en s'inspirant d'un exemple précis. Le détail des méthodes et outils à utiliser, donnés dans un contexte plus large (décontextualisé), est parfois plus pertinent et utile pour les élèves.

Voici une antisèche construite à partir d'un exemple :



Beaucoup d'éléments sont manquants ou pourraient amener à des confusions :

- Dans l'exemple, 3 est en effet l'unique image de 2. Cependant 2 est <u>un</u> antécédent de 3. La valeur -2 n'apparaissant pas, cela semble révéler que l'élève pense qu'il n'y a unicité de l'antécédent.
- La courbe ne correspond pas à la représentation graphique de la fonction $f(x) = x^2 - 1$.
- Le tableau de valeur n'est pas non plus celui de la fonction f.

L'utilisation d'exemples semble plaire aux élèves puisqu'ils leur permettent de bien comprendre les notions. Ils ne semblent toutefois pas toujours adaptés aux exigences de précisions de langage mathématique. Ils semblent aussi difficiles à utiliser dans un autre contexte. Ceci s'explique par le fait que les élèves doivent alors faire un double travail pour utiliser l'antisèche : d'abord décontextualiser l'exemple, puis recontextualiser la notion déduite dans le nouveau contexte de l'exercice du contrôle.

c. Pas de mise en valeur

Certaines antisèches ne présentaient aucune mise en valeur. Pas de couleur, ni de mise en page particulière etc… C'est le cas de Salim dont voici la troisième antisèche :

Si une fonction est affine alors
sa representation est une droite

$m = 0$ parrallele a l'axe des abscisse
$p = 0$ ~~parallele~~ passe par la origine du repère

fonction affine

$f(x) = mx + p$

m = Coeff directeur

p = ordonne a l'origine

Droite a pour equation $y = mx + p$

$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$ $A(x_A ; y_A)$ $B(x_B ; y_B)$

$l_1 \begin{cases} y_B = mx_B + p \\ y_A = mx_A + p \end{cases} l_2$

$l_1 - l_2 = (mx_B + p) - (mx_A + p)$
Develloper

Droite parrallele si coeff directeur egaux

L'écriture linéaire rend peu lisible les informations. Cependant le contenu est pertinent, il s'agit bien d'un résumé dans lequel les notions importantes apparaissent.

Cette façon de présenter convient manifestement à certaines personnes, il convient de vérifier si ces personnes présenteront de cette manière toute l'année ou s'ils intègreront de la mise en page pour rendre les choses plus lisibles en découvrant les antisèches de leurs camarades.

d. Peu d'éléments

Pour finir, certaines antisèches montraient trop peu d'éléments. Ces antisèches trop pauvres ne révélaient que trop peu d'informations si ce n'est des doutes sur la compréhension du cours, des doutes sur l'intérêt de l'antisèche comme outil pour l'élève. Cela révélait peut-être simplement un manque d'intérêt pour cet exercice de la part de l'élève.

2. Analyse des antisèches

Après avoir tenté de classer selon plusieurs critères les antisèches des élèves, il était intéressant d'analyser si le choix de certains modèles d'antisèches était en lien avec les résultats des élèves aux contrôles. Il était aussi important d'observer si les élèves progressaient dans la sélection des notions importantes du cours et dans le choix de présentations les plus lisibles possibles. Pour finir nous tenterons d'observer si les antisèches légales sont utilisées par les élèves comme une médiation épistémique ou comme une médiation pragmatique.

a. Les antisèches en lien avec les résultats aux contrôles

Nous traitons dans le tableau ci-dessous les moyennes des notes des élèves en fonction du type d'antisèche donné à chaque contrôle. Nous tentons d'observer s'il est possible d'établir un lien entre le résultat au contrôle et le type de résumé.

Tableau des moyennes des élèves ayant choisi les différents modèles d'antisèches.

Type de présentation		Moyenne contrôle n°1	Nombre d'anti-sèches	Moyenne contrôle n°2	Nombre d'anti-sèches	Moyenne contrôle n°3	Nombre d'anti-sèches	Moyenne contrôle n°4	Nombre d'anti-sèches
Mise en valeur de choses	Carte mentale	11,17	3	9,83	4	8,25	4	×	0
	Résumé + couleur	10,33	3	14,09	8	9,97	9	14,68	13
	cours recopié + couleur	10	2	15,42	3	×	0	×	0
Utilisation d'exemples		9,33	3	8,38	2	9,75	3	10,44	2
Pas de mise en valeur		9	1	10,38	2	9,40	5	9,41	5
Peu d'élément		9,17	4	5,67	5	×	0	×	0
Pas de résumé		8	18	10,79	8	9,30	11	8.95	7

Cette étude révèle plusieurs choses. D'abord les élèves qui présentent leurs fiches sous forme de cartes mentales n'ont pas toujours de bons résultats. Ceci peut être expliqué par la remarque précédente concernant la première antisèche de Candice. En effet nous avions

observé que la forme était claire et lisible mais que cela ne rendait pas systématiquement le contenu mathématiquement correct, et même si les informations étaient correctes, elles n'étaient pas toujours utiles pour l'élève.

Les élèves obtenant les moyennes les plus élevées sont souvent les élèves ayant construit une antisèche écrite de manière linéaire et utilisant de la couleur. Qu'elles soient plus ou moins résumées, elles n'en restent pas moins lisibles et accessibles comme aide pour le contrôle.

Pour finir, nous remarquons que les élèves ayant fait une antisèche avec des exemples, ou avec trop peu d'éléments ou n'ayant pas rendu d'antisèche ont globalement les moins bons résultats aux contrôles.

Les antisèches utilisant des exemples étaient en effet souvent trop éloignées du cours. Les élèves avaient trop interprété les notions et les antisèches étaient donc parfois erronées. Cela s'explique aussi par le double travail de décontextualisation et de recontextualisation nécessaire pour faire de ces résumés de véritables outils. Ce type d'antisèche est donc un outil moins pertinent.

Les élèves ayant rendu une antisèche avec trop peu d'élément montrent bien sûr des difficultés à identifier les notions importantes et on pouvait s'attendre à ce que ces élèves aient de moins bons résultats aux contrôles.

Pour conclure de cette première analyse, nous remarquons quelques liens entre les notes obtenues aux contrôles et le type d'antisèche préparée. Ceci rejoint les propos de Martine Brilleaud citant une étude de l'IREM de Grenoble qui expliquait qu'un élève capable de résumer le cours et les notions essentielles était un élève plus à l'aise alors qu'un élève incapable d'évaluer ses besoins et d'identifier les notions importantes était souvent un élève plus en difficulté.

b. Médiation épistémique ou médiation pragmatique ?

Après une analyse basée sur l'esthétique, nous pouvons analyser plus précisément le contenu des antisèches. Pour ce faire, nous avons compté le nombre d'antisèches présentant une médiation pragmatique, une médiation épistémique, ou les deux médiations. Voici les résultats dans le tableau suivant.

Tableau présentant le nombre d'antisèches contenant une médiation pragmatique ou épistémique parmi les quatre antisèches.

Antisèche n° / Médiation	1	2	3	4
Pragmatique	9	7	7	2
Epistémique	3	8	0	5
Les deux	3	6	14	13

Le choix de la médiation est très variable selon le chapitre étudié. Par exemple, dans le chapitre sur les équations de droites, il y avait beaucoup de « savoir-faire » :

- « Comment montrer qu'un point appartient à une droite ? » ;
- « Comment retrouver le point d'intersection de deux droites ? » etc…

En revanche le chapitre sur les statistiques avait beaucoup de nouvelles définitions et de savoirs décontextualisés. Les antisèches correspondantes étaient donc souvent classées dans la médiation épistémique.

Nous observons malgré tout une évolution, de plus en plus d'élèves choisissent d'inclure et des savoirs décontextualisés et des connaissances dans les antisèches. Il semble en effet souvent utile de définir certains termes (médiation épistémique) tout en expliquant les idées de résolution de certains problèmes (médiation pragmatique).

3. Evolution des antisèches

L'étude quantitative dans le tableau de la partie C. I. 2. a. qui présente le nombre d'antisèches selon chaque catégorie, révèle une progression dans le choix de l'antisèche produite par les élèves au cours de l'année. Nous observons que pour les 3ème et le 4ème contrôles, aucun élève n'a tenté de recopier le cours intégralement. La dimension de l'antisèche était en effet limitée, ce qui évitait ce type de résumé, mais les élèves ont aussi compris qu'un résumé plus concis, serait plus lisible et donc plus utile en contrôle.

Nous remarquons aussi qu'aucun élève n'a produit une antisèche avec trop peu d'éléments. Certaines étaient très concises mais contenaient les informations les plus importantes pour les élèves. Elles montraient donc une capacité de ces élèves à identifier les notions importantes du cours.

Nous remarquons donc une évolution dans le choix de présentation des antisèches. Les élèves semblent s'approprier cet outil de plus en plus au cours de l'année. Pour illustrer cette évolution, voici l'analyse suivie sur les quatre antisèches de deux élèves : Annabelle et Eloïse.

a. Exemple d'évolution

i. Les antisèches d'Annabelle (annexe n°2)

La première antisèche d'Annabelle est un exemple de résumé de cours, rendu lisible grâce la couleur et la structure dotée d'une mise en page particulière. Cette antisèche est utilisée comme médiation épistémique, nous n'y retrouvons que des savoirs théoriques.

La deuxième antisèche reste du même type puisqu'elle est aussi un résumé du cours utilisant des couleurs encore plus marquées. La véritable évolution concerne les deux médiations. L'élève utilise toujours la médiation épistémique mais quelques petits exemples montrent aussi le début de l'utilisation de la médiation pragmatique. Nous remarquons ici quelques imprécisions mathématiques qui révèlent une compréhension trop approximative des notions.

La troisième antisèche conserve une structure identique et toujours aussi lisible que les précédentes. L'apparition de la médiation pragmatique est très marquée, avec l'organisation de l'antisèche selon des savoir-faire. L'antisèche semble vraiment être un outil que l'élève s'est approprié. Cependant, la médiation pragmatique apparaît ici souvent avec l'utilisation d'exemple et nous observons des égalités fausses. L'équation de la droite n'est aussi pas comprise puisque le x est en indice : « $y = m_x + p$ ».

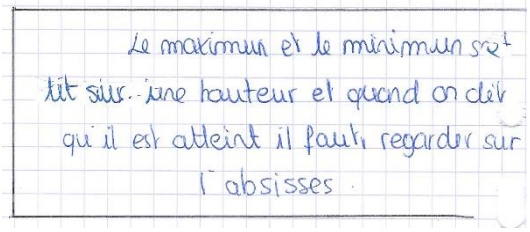
La dernière antisèche est très similaire à la précédente, tant dans sa structure que dans l'organisation du contenu. Il s'agit toujours d'un résumé structuré par des titres soulignés et de la couleur permettant de mettre différents éléments en lien. Le contenu est organisé sous forme de savoir-faire (médiation pragmatique), qui contiennent quelques savoirs indispensables pour comprendre le thème traité (médiation épistémique). On retrouve de nouveau quelques erreurs de compréhension, comme par exemple le fait que $-\alpha$ soit l'abscisse du sommet de la courbe représentative d'une fonction du second degré.

Pour conclure, l'antisèche colorée et très lisible devient vraiment un outil pour l'élève. Le contenu de ces antisèches évolue. L'élève utilise d'abord les deux premières antisèches comme une médiation épistémique, elle fait ensuite le choix d'utiliser l'antisèche comme une

médiation pragmatique, forcément accompagnée de savoirs décontextualisés (médiation épistémique). Cependant, l'instrumentalisation de l'antisèche fait émerger de multiples erreurs qu'il conviendrait d'identifier auprès de l'élève afin de les corriger.

ii. Les antisèches d'Eloïse (annexe n°3)

La première antisèche d'Eloïse est très longue. Nous observons tout de même des effets visuels tels que la couleur. Le contenu présente trop d'informations, le cours est quasiment recopié intégralement. L'antisèche présente des éléments de médiation épistémique puisqu'il s'agit du cours recopié. Elle est aussi un outil de médiation pragmatique, cela apparaît dans les encadrés très personnalisés avec un langage familier comme ci-dessous :


Le maximum et le minimum se-
lit sur une hauteur et quand on dit
qui il est atteint il faut regarder sur
l'absisses.

La deuxième antisèche d'Eloïse est beaucoup plus courte et contient toujours des effets visuels. Tout comme la première antisèche, il y a présence des deux médiations, avec notamment les définitions des mots de vocabulaire (épistémique), et avec les explications permettant de calculer la médiane (pragmatique).

La troisième antisèche est de nouveau un peu plus longue mais respecte cette fois ci le format A5 imposé. Les deux médiations sont de nouveau apparentes mais la médiation pragmatique est prédominante avec une organisation en savoir-faire. L'antisèche révèle aussi des erreurs comme le fait d'écrire « $-m$ » pour signifier que m est négatif, ou encore « coefficient directeur (mx) ».

La quatrième antisèche d'Eloïse est très similaire à celle d'Annabelle. Elles semblent avoir travaillé ensemble. La présence des deux médiations est donc dans la continuité des antisèches précédentes d'Eloïse. Cependant, la forme esthétique a beaucoup évolué, utilisant la couleur et soulignant des éléments. L'antisèche est rendue beaucoup plus lisible. Les erreurs présentes sur les antisèches d'Annabelle ne sont pas visibles sur celle d'Eloïse.

Le travail collaboratif de ces deux élèves semble donc avoir apporté à Eloïse des idées de présentation afin de rendre plus lisible son antisèche. Cependant Eloïse est plus précise et fait moins d'erreurs qu'Annabelle, elle pourrait donc lui permettre de corriger certaines erreurs mathématiques.

b. Antisèche : le véritable outil de l'élève

En plus de nous éclairer sur les préférences des élèves concernant la présentation esthétique du cours, cette expérimentation a permis de révéler l'antisèche comme un véritable outil de différentiation pour certains élèves. L'exemple de l'antisèche de Lucille (voir Annexe n°4) illustre bien ces propos.

Lucille est une élève allophone, elle a donc beaucoup de difficultés à suivre une scolarité normale. Je lui propose des exercices adaptés en contrôle, et elle a très bien su profiter de l'antisèche légale comme un outil très personnel et adapté à ses besoins. Elle a choisi de traduire le vocabulaire mathématique dans sa langue. Elle semble aussi expliquer quelques notions, toujours écrites en arabe.

II. Conclusion

1. La variété des présentations du cours

Il est très difficile de mettre en lumière un lien entre les résultats des élèves, les antisèches et la manière dont le cours leur avait été présenté, car la diversité des séquences était trop importante et avait un impact fort sur les résultats des élèves.

Analyser les antisèches produites par les élèves a tout de même permis de mettre en évidence la diversité des préférences esthétiques de chacun d'entre eux. Au regard des antisèches, il est donc impossible de déterminer une manière de présenter le cours qui conviendrait à tous les élèves. Le professeur peut cependant avoir conscience de cette diversité et donc faire en sorte de changer régulièrement de présentation du cours car cela permet de toucher plus d'élèves.

La construction collective du cours au sein de la classe n'a pas été réalisée dans cette expérimentation. Comme énoncé dans la première partie, ce travail demande du temps, et semble nécessiter de l'expérience pour garder la main sur les savoirs tout en laissant une certaine liberté aux élèves afin qu'ils soient acteurs du cours. Nous n'avons pas eu non plus l'occasion de faire exposer un cours par un groupe d'élèves et ceci reste à expérimenter.

Demander aux élèves de rédiger un résumé du cours est cependant accessible aux élèves. Le résumé contient les savoirs enseignés, le professeur garde donc un rôle indispensable. Mais

les résumés très personnels des élèves sont construits selon leurs goûts et ont donc une esthétique qui leur convient individuellement.

Les antisèches sont un outil formidable d'évaluation pour le professeur. Elles permettent d'avoir un autre regard sur les contrôles des élèves et elles mettent en évidence leurs conceptions erronées. L'usage que nous avons fait des antisèches était donc adapté à notre étude puisqu'il a permis de nous apporter des réponses. Il semble cependant que nous pourrions utiliser cet outil en classe de manière encore plus efficace. Il serait intéressant de faire de ces antisèches des résumés élaborés par les élèves et corrigés par le professeur avant de faire le contrôle. Ces résumés ne seraient pas nécessairement autorisés pendant le contrôle et ceci pallierait le problème d'effort de mémorisation des notions que les élèves n'avaient plus à faire étant autorisés à utiliser des antisèches. Corriger les résumés des élèves avant le contrôle permettrait aux professeurs d'intervenir auprès des élèves afin d'éviter ces erreurs plus tard.

2. Antisèches : outil d'accompagnement pour apprendre à apprendre (2015)

La trace écrite du cours restant principalement l'œuvre du professeur, il convient d'accompagner les élèves dans l'appropriation d'un cours : les antisèches légales constituent une piste. Elles seraient en quelques sortes une version différente du ''apprends ton cours'' demandé aux élèves.

Les antisèches légales répondent donc aux attentes du Bulletin officiel de 2015 sur le socle commun de connaissances, de compétences et de culture. Le domaine 2 traite des méthodes et outils pour apprendre :

> *« L'élève sait se constituer des outils personnels grâce à des écrits de travail, y compris numériques : notamment prise de notes, brouillons, fiches, lexiques, nomenclatures, cartes mentales, plans, croquis, dont il peut se servir pour s'entraîner, réviser, mémoriser. » (Ministère de l'éducation nationale et de la jeunesse, 2015)*

Résumer le cours semble accessible aux élèves dès le début de seconde. Nous avons cependant mis en évidence la progression des élèves dans cet exercice.

Les antisèches légales permettent de motiver les élèves à résumer le cours afin de l'apprendre. Ils pourront d'abord découvrir des méthodes esthétiques de mise en valeur de notions. Le professeur pourra présenter aux élèves les antisèches intéressantes afin d'ouvrir leur champ des possibles.

Les antisèches permettent aussi d'effectuer en classe, un travail de sélection des notions importantes, l'objectif étant que les élèves sachent résumer le cours seuls.

Conclusion

Ce mémoire avait pour objectif de redéfinir la place de la trace écrite dans le cahier de cours au sein de la classe de mathématiques. Redéfinir le concept d'institutionnalisation nous a permis de mieux comprendre l'intérêt de la trace écrite du cours. Les travaux de Bernard Bloch ont cependant mis en évidence la dimension artistique du cahier de cours impliquant l'inaccessibilité de ce dernier comme instrument pour les élèves.

Nous avons donc fait l'hypothèse que la construction du cours par les élèves le rendrait accessible. L'objectif était donc de présenter à des élèves différentes traces écrites en les impliquant plus ou moins dans son élaboration. La difficulté d'analyse de l'impact des présentations de la trace écrite sur les élèves nous a amené à un outil présenté par Martine Brilleaud : les antisèches légales. Elles permettent au professeur d'avoir un regard plus fin sur les contrôles des élèves, elles étaient donc adaptées à notre étude.

Nous concluons que le professeur peut difficilement laisser la construction du cours aux élèves. Il peut donc varier les supports du cours pour atteindre le plus possible d'élèves.

Les antisèches sont un moyen de faire du cours, une œuvre de l'élève, tout en maîtrisant le contenu. Il est possible de valoriser certaines productions en les proposant à toute la classe, ceci permet de faire découvrir à la classe des méthodes esthétiques de mise en valeur. Les antisèches présentent souvent des erreurs, il convient donc d'en faire une correction rendue aux élèves avant le contrôle. Demander de faire un résumé de cours que l'on corrige par la suite permet d'apprendre aux élèves à extraire les informations importantes du cours.

Il serait nécessaire de ne pas autoriser systématiquement les antisèches en contrôle afin de forcer les élèves à apprendre le cours. Il serait alors possible d'accompagner les élèves dans la réalisation d'un résumé de cours. Ce travail se déroulerait en fin de séquence, en amont d'une évaluation. Il présenterait tous les avantages de l'antisèche légale tout en forçant la mémorisation.

Bibliographie

Allard, C. (2016, Janvier 3). *Etude du processus d'Institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire : le cas de l'enseignement des fractions.* Consulté le 04 25, 2018, sur hal.archives-ouvertes.fr: https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01249807/document

Blochs, B. (2009, Novembre 28). *La place du cahier de cours dans les apprentissages mathématiques en classe de 4e. Pratiques et conceptions de professeurs et d'élèves.* Récupéré sur tel.harchives-ouvertes.fr: https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00437058/document

Blochs, B. (2012). Le cahier de cours au collège : une œuvre du professeur ? Un instrument pour l'élève ? *Recherches en didactique des mathématiques, volume 32/2*.

Brilleaud, M. (2015). PLOT. Nouvelle série. Num. 51. Antisèches légales. *PLOT*, pp. 8-11.

Brousseau, G. (1998). *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques.* Récupéré sur guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/08/Glossaire_V5.doc

Buzan, T. (2011, Mai 25). *Expert's Speak Mapping the mind.* Récupéré sur tonybuzan.com: http://tonybuzan.com/wp-content/uploads/2011/06/Education-Times-India-25.05.11.pdf

Dancel, B. (2000). Le cahier d'élève : approche historique. *REPERES*(22), pp. 121-135.

Dorier, J.-L., Gueudet, G., Peltier, M.-L., Robert, A., & Roditi, E. (2018). *Enseigner les mathématiques, Didactique et enjeux de l'apprentissage.* Paris: Belin.

Gauche, P., & André, J. (2001). Le cahier de cours au Collège, un outil pour apprendre à chercher (et à démontrer). *PLOT n°103*, p. 11.

Laparra, M., & Margolinas, C. (2010). *Milieu, connaissance, savoir. Des concepts pour l'analyse de situations d'enseignement.* Récupéré sur OpenEdition: https://journals.openedition.org/pratiques/1534

Malrieu, L. (2006). Fiche bilan. *PLOT*(n°13), pp. 24-27. Consulté le Mars 16, 2018

Ministère de l'Éducation Nationale. (2013, Juillet 1). *Référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation*. Récupéré sur education.gouv.fr: http://www.education.gouv.fr/pid25535/bulletin_officiel.html?cid_bo=73066

Ministère de l'éducation nationale et de la jeunesse. (2015, Avril 23). Récupéré sur education.gouv.fr: https://www.education.gouv.fr/pid25535/bulletin_officiel.html?cid_bo=87834

Ministère de l'Éducation Nationale, de la Recherche et de la Technologie. (1998, Octobre). *Le B.O. Bulletin officiel de l'Éducation Nationale.* Récupéré sur maths-france.fr: https://www.maths-france.fr/Troisieme/Programme_3eme_Volume2.pdf

Ministère de l'Éducation Nationale, de la Recherche et de la Technologie. (2004, septembre 9). *BoAnnexes.* Récupéré sur education.gouv.fr: http://www.education.gouv.fr/bo/BoAnnexes/2004/hs4/maths_sixieme.pdf

Perrenoud, P. (1998). La transposition didactique à partir de pratiques : des savoirs aux compétences. Genève. Consulté le Avril 25, 2018, sur https://www.unige.ch/fapse/SSE/teachers/perrenoud/php_main/php_1998/1998_26.html

Annexes

Annexe 1

RAPPORT DE L'INSPECTION GÉNÉRALE DE MATHÉMATIQUES

LES TRACES ÉCRITES DES ÉLÈVES EN MATHÉMATIQUES

http://mathematiques.ac-bordeaux.fr/txtoff/txtref/traces_ecrites/traces_ecrites.pdf

« Dans le cahier de cours, les problèmes qui motivent la leçon sont malheureusement très rarement posés. On ne trouve pratiquement pas de références culturelles ou historiques concernant l'histoire des mathématiques et des mathématiciens et plus généralement l'histoire des sciences. »

« Le cours est presque toujours manuscrit par les élèves et donne lieu à une recopie intégrale du tableau. Il est parfois donné sous la forme de polycopiés rédigés par le professeur et collés dans le cahier de cours ; ce sont souvent des tableaux récapitulatifs ou des rappels de cours des années passées. Il est très souvent linéaire et global sur une notion. La progression est souvent proche des chapitres du livre. Les documents sont structurés avec un classement ordonné des savoirs. Les énoncés sont écrits avec une phrase en français, et parfois complétés par un schéma. La formulation utilisée permet de distinguer causes et conséquences.

Dans les traces écrites en cours, il n'y a ni motivation ni illustration historique. On trouve des démonstrations rédigées. »

« Quel archivage des écrits utilisent-ils d'une année sur l'autre ? Y retournent-ils ? Quand ? Combien de temps les documents sont-ils conservés ?

Au Collège, la moitié des élèves interrogés ne conservent rien, les autres les archivent (les écrits sont conservés deux ans ou plus) mais les consultent peu. »

« Utilisation de bilans ou de synthèses ou de résumé ou de fiches méthodologiques. Les fiches sont rares, les bilans sont souvent faits oralement. Les fiches semblent souvent plus efficaces lorsqu'elles sont élaborées par les élèves eux-mêmes. »

Annexe 2 : Antisèche n°1 d'Annabelle

$f(a) = b$

a est un antécédent de b il peut y avoir plusieurs antécédent

b est l'image de a par f OU a à pour image b

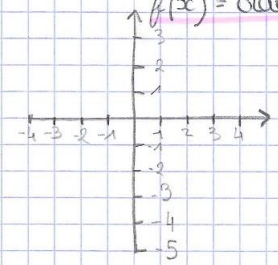
Numérique

nombre x a

image g(x) b

Graphique $f(x) = x^2 + 1$

f(x) = ordonnée b = image



x = abscisse a = antécédent

Sens de variation et tableau de variation

- si f(x) est croissante sur I

  $x_1 \leqslant x_2$ implique $f(x_1) \leqslant f(x_2)$

- si f(x) est décroissante sur I

  $x_1 \leqslant x_2$ implique $f(x_1) \geqslant f(x_2)$

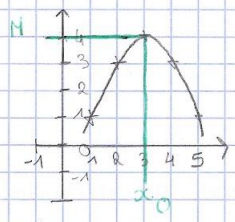
fonction constante : sur un intervalle la courbe est horizontal.

fonction monotone : qui ne change pas de sens de variation

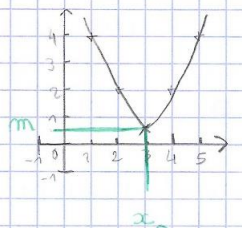
Maximum et minimum

le maximum d'une fonction f est la plus grande des valeurs prises par f(x)

le minimum d'une fonction f est la plus petite des valeurs prises par f(x)



Maximum M atteint en x_0



Minimum m atteint en x_0

l'ensemble de définition est [1 ; 5].

Antisèche n°2 d'Annabelle

LES STATISTIQUES

Définition

on étudie un caractère sur une population
↳ objet d'étude ↳ effectif

Fréquence : $F = \frac{n_i}{N}$ → effectif de la valeur
N → TOTAL

FCC : = F ⊕ F ⩽ valeurs

Effectif : nombre de donnée correspondant à la valeur

ECC : E ⊕ E ⩽ valeurs

Représentation graphique

- nuage de points
- diagramme en bâtons ①
- courbe des ECC ②
- histogramme ③
- diagramme circulaire

Indicateur de position . Indicateur de dispertion

- Indicateur de position

moyenne $F \times n$ ... OU $\frac{n \times x}{N}$

médiane 50% ⩽ Mé

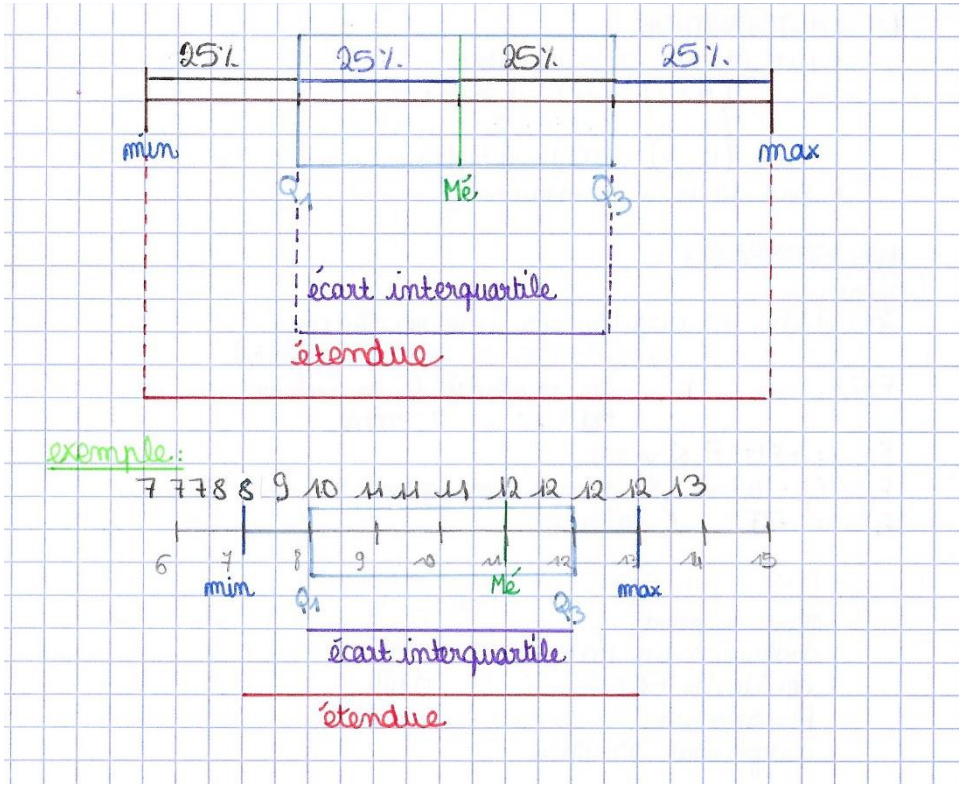
Q1 25% ⩽ Q_1

Q_3 75% ⩽ Q_3

- Indicateur de dispertion

écart interquartile $Q_3 - Q_1$

étendue max - min



Antisèche n°3 d'Annabelle

Equation de droite

m et $p = \mathbb{R}$ $\quad f(x) = m_x + p$

- fonction affine : $f(x) = 2x + 4$
- fonction constante : $g(x) = 5$
- fonction linéaire : $h(x) = 3x$

$m = 0$ // abscisses
$p = 0$ passe par $(0;0)$

- Comment retrouver l'équation d'une droite passant par 2 poin

$m = \dfrac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = A$ $\quad y = A \times x + p$

$p = y_B = A \times x_B + p$

$y_B = A x_B + p$

$y_B - A x_B = p$

- Comment savoir si 1 point appartient à 1 droite

équation de la droite (AB) $\boxed{y}_{(AB)} = 2\boxed{x} + 3$
point C $(\underset{x}{20}; \underset{y}{15}) \in$ droite (AB) ?

$15 = 2 \times 20 + 3$
$15 \neq 43$
$C \notin (AB)$

- Comment savoir si 2 droites sont concourantes et en quel point

$\begin{cases} y = 3x + 2 \\ y = 5x - 1 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} 3x - 5x = (-1) + (-2) \\ y = 3x + 2 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} -x = -1{,}5 \\ y = 3x + 2 \end{cases}$

$\begin{cases} 3x + 2 = 5x - 1 \\ y = 3x + 2 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} -2x = -3 \\ y = 3x + 2 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x = 1{,}5 \\ y = 3 \times 1{,}5 + 2 \end{cases}$

$(1{,}5 ; 6{,}5)$

- Sens de variation d'une fonction affine.
  - m est strictement positif alors $f(x) = m_x + p$ croissante sur $\mathbb{R}$
  - m est strictement négatif alors $f(x) = m_x + p$ décroissante sur $\mathbb{R}$
  - m est nul alors $f(x) = m_x + p$ est constante

- Droites parallèles et points alignés.

2 droites (d) et (d')

$y = m_x + p$ $\quad y = m'_x + p'$

(d)//(d') si $m = m'$
↳ coefficient directeur.

pour démontrer que des points A, B et C sont alignés, il suffit de démontrer que les droites (AB) et (AC) sont parallèles.

Antisèche n°4 d'Annabelle

forme développée : $ax^2 + bx + c$
forme canonique : $a(x-\alpha)^2 + \beta$
forme factorisé : $a(x-x_1)(x-x_2)$

si $a>0$ courbe vers le haut => minimum
si $a<0$ courbe vers le bas => maximum

- Comment trouver les $(x;y)$ d'un sommet ?

1- $x = -\alpha$ | $y = +\beta$ / $f(x)$ → forme factorisée ou développée.

2- on calcule $f(0)$ $\quad f(x) = -0{,}03x^2 + 0{,}6x + 2$

$f(0) = 2$

on resout $f(x) = f(0)$: $-0{,}03x^2 + 0{,}6x + 2 = 2$

$x(-0{,}03x + 0{,}6) = 0$

calcule la m des 2 solutions $\frac{x_1 + x_2}{2}$

calcule $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)$ $\quad f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) = 0{,}03\times10^2 + 0{,}6\times10$
$= 5$

- Identité remarquable

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

- Fonction polynôme de degré 2, courbe représentative

- $x = \alpha$ > axe de symétrie de la parabole.
- coordonnées du sommet $S(\alpha;\beta)$

$y(x) = 2(x+1)^2 - 8$

$\alpha = -1 \quad \beta = -8$

- f atteint son extremum β en $x = \alpha$
- équation $f(x) = 0$ a pour solution $\{x_1; x_2\}$. $a>0$

- Comment faire un tableau de variation avec une forme canonique ?

$f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$

si $a>0$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$ ↘	β	↗ $+\infty$

si $a<0$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	β	↘ $+\infty$

coordonnées du sommet.

- Comment faire un tableau de variation avec une forme factorisée ou développée ?

utiliser la formule pour trouver un sommet

si $a>0$

x	$-\infty$	x	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$ ↘	y	↗ $+\infty$

si $a<0$

x	$-\infty$	x	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	y	↘ $+\infty$

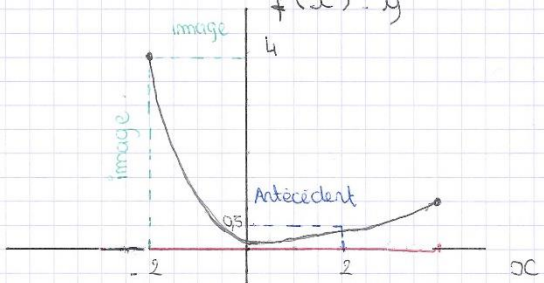
Annexe 3 : Antisèche n°1 d'Eloïse

Chapitre 3 : Généralités sur les fonctions.

- $f(a) = b$
  antécédent — image.

- b à pour antécédent a. ou. a est un antécédent de b.
- a à pour image b. ou. b est une image de a.

$f(x) = y$



D = [-2 ; 4]

L'image de -2 c'est 4 f(-2) = 4

L'antécédent de 0,5 est 2,5

f(0,5) = 2.

(L'image se lit de l'abscisse vers l'ordonné.
L'ordonné se lit de l'ordonné vers l'abscisse.)

Numérique.

g(-3) = 4

Antécéden

Image

Nbr x	-3	-1	0	2	5
Image g(x)	4	2	1	4	6

Algébrique.

$h(x) = 3x^2 - 1$

$h(-4) = 3 \times (-4)^2 - 1$

$= 3 \times 16 - 1$

$= 48 - 1$

$= 47$

Il faut remplacer x par le chiffre donné et effectuer l'équation en ayant remplacer l'inconnus.

Programme.

Faire le programme à l'envers en oublié en pas de changer les signes.

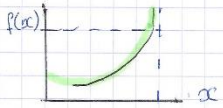
ordonnée.

A(2 ; 1)

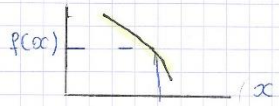
absicces

Sens de variation et tableau de variation.

- f est croissante sur l'intervalle I. x augmente sur I alors f(x) augmente.
- f est décroissante ... lorsque x augmente sur I alors f(x) diminue.



f est croissante.



f est décroissante.

- Quand la courbe est horizontale = f constante
- Quand elle ne change pas de sens : f est monotone.

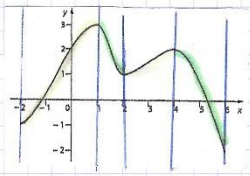
f est constante

f est monotone

Sens d'un point de vue Algébrique.

- Si $x1 \leqslant x2$ implique $f(x1) \leqslant f(x2)$ alors f est dite croissante
- Si $x1 \leqslant x2$ implique $f(x1) \geqslant f(x2)$ alors f est dite décroissante.

Tableau de variation.

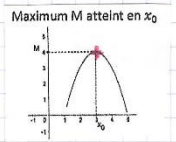


f est croissante sur $[-2 ; 1]$.
f est décroissante sur $[1, 2]$
f est croissante sur $[2 ; 4]$
f est décroissante sur $[4, 6]$

Tableau.

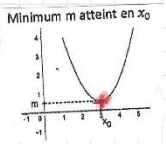
x	-2		1		2		4		6
$f(x)$	-1	↗	3	↘	1	↗	2	↘	2

Maximum minimum.



Le maximum est le point le plus par rapport à $f(x)$.

Le minimum est le point le plus bas par rapport à $f(x)$



Maximum et minimum d'un point de vue Algébrique.

Maximum : $f(x)$ sera tjr plus petit que M et M est égale à $f(a)$:
$f(x) \leqslant M$ et $M = a$.

Minimum : $f(x)$ sera tjr plus grand que M et $= f(b)$. $f(x) \geqslant M$. $M = f(b)$

Un extremum est le terme : minimum et maximum.

> Le maximum et le minimum se tit sur une hauteur et quand on dit qu'il est atteint il faut regarder sur l'absisses.

Antisèche n°2 d'Eloïse

Statistiques :

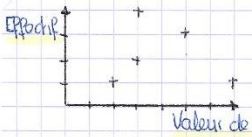
Caractère : sur une popu

L'effectif : nbr de donnée correspondant à cette valeur

Fréquence : $\frac{\text{Effectif}}{\text{Effectif totale}}$.

Effectif cumulé : somme des effectifs précédente à la valeur.

La fréquence cumulé : Addition des effectifs cumulés diviser par l'effectif totale.



= Nuage de points

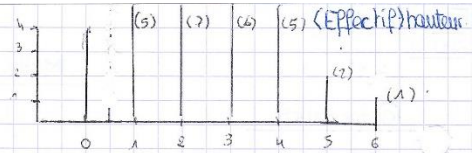


Diagramme bâtons

Utisation d'un histogramme pour des intervalles. (Bloc)

- L'étendue : Max - min. (la grande valeur - plus petite valeur).
- La moyenne : addition des valeurs fois l'effectif divisé par l'effectif totale.

Bloc	1	2	3	4	5	6
Effectif	8	10	9	15	11	7

Moyenne : $\frac{8\times1+2\times10+3\times9+4\times15+5\times11+6\times7}{60} = 5,33$.

- La médianne : Divise les valeurs en deux (50 %). Effectif totale ÷ 2. : (Ordre croissant)
  - pair : faire la moyenne de cette valeur + celle au dessus.
  - Impair : prendre la valeur au dessus.
- Q1 : effectif totale fois $\frac{1}{4}$ / Q3 effectif totale fois $\frac{3}{4}$:
- Ecart interquartile (Q3 - Q1).

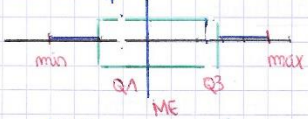


Diagramme en boite.

Antisèche n°3 d'Eloïse

Equation de droite

Fonction affine : $f(x) = 2x + 3$

Fonction linéaire : $g(x) = 3x$

Fonction constante : $h(x) = 2$

Comment retrouver l'équation d'une droite passant par 2 points ?

① Trouver le coefficient directeur.

$A(x_A ; y_A)$ $B(x_B ; y_B)$ = pour fonction affine.

$$\boxed{\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}$$ → coefficient directeur.

② Trouver l'ordonné à l'origine.

- Remplacer x et y par les coordonnées d'un des 2 points

$A(2 ; -1)$ $B(-0,5 ; 3)$

$y = -1,6x + p$

$-1 = -1,6 \times 2 + p$ = Exemple.

$-1 = -3,2 + p$

$-1 + 3,2 = p$

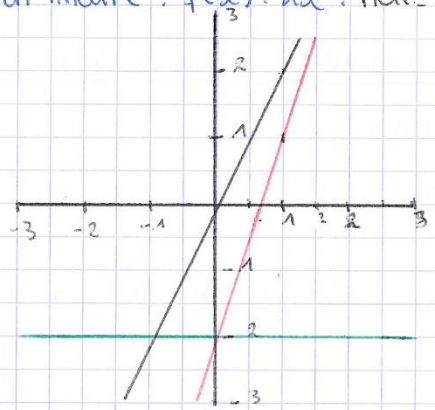
$p = 2,2$

$f(x) = -1,6x + 2,2$

Représentation graphique.

Cas particuliers :

- la fonction affine $f(x) = 3x - 2$: rouge
- la fonction constante $f(x) = -2$: vert
- la fonction linéaire : $f(x) = 2x$: noir



Comment retrouver 1 points appartenant à 1 droite ?

Calculer m et p.

puis remplacer x pour vérifier y.

$A(2 ; 2)$ $B = (2 ; 8)$

$y = 2x + 2$

$8 = 2 \times 2 + 2$

$y = 4 + 2$

$y = 8$

Le point C n'appartient ~~bien~~ pas à la droite [AB]

Comment savoir si deux droites sont concourantes ?

Modèle de substitution.

$\begin{cases} y = 2x + 4 \\ x + 2 = 3y \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2x + 4 \\ x + 2 = 3 \times (2x + 4) \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2x + 4 \\ x + 2 = 6x + 12 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2x + 4 \\ x - 6x = 12 - 2 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2x + 4 \\ -5x = 10 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2x + 4 \\ x = -2 \end{cases}$

$x = -2$

$y = 2(-2) + 4 = 0$

$I\ (-2 ; 0)$.

Sens de variation d'une fonction affine.

- Si m positif : $f(x) = mx + p$ -> croissant.
- Si m negatif $f(x) = -mx + p$ -> décroissant.
- Si m nul, alors $f(x)$ $mx + p$ -> constant.

Comment peut-on savoir si des droite sont-elle parralèle ou pas

Deux droites sont parralèles seulement si elles ont le même coefficient directeur. (mx).

Comment peut-on savoir si des points sont alignés ?

pour savoir si des points sont alignés il faut calculer le coefficient directeur de la droite [AB] puis [AC] si ils sont égaux * : A appartient à [AB] et [AC] donc on peut en conclure que les points ABC sont alignés.

*(AB) // (AC).

Autre cas de modèle de substitutions.

$\begin{cases} y = -x + 4 \\ y = 5x + 3 \end{cases}$

$\begin{cases} y = -x + 4 \\ -x + 4 = 5x + 3 \end{cases}$

Résolution.

Representé graphiquement une équation.

1 -> déplacement hauteur

$\frac{1}{2}x + 1$ -> ordonnée à l'origine.

↘ déplacement côté

Antisèche n°4 d'Eloïse

Maths : Antischèche

- Formule développée : $ax^2 + bx + c \rightarrow 2x^2 + 4x - 6$ (identité remarquable)
- Formule canonique : $a(x-\alpha)^2 + \beta \rightarrow 2(x+1)^2 - 8$
- Formule factoriser : $\rightarrow 2(x-1)(x+3) \rightarrow a(x - x_1)(x - x_2)$

Si $a > 0$: courbe vers le haut $\cup$ -> donc minimum.
Si $a < 0$: courbe vers le bas $\cap$ -> maximum.

Comment trouver un sommet ?

1er solution : $x = \alpha$, $y = \beta$.

2e solution : $-0{,}03x^2 + 0{,}6x + 2$

- on calcule l'image de 0
- on résout $f(x) = f(0)$

$-0{,}03 \times 0^2 + 0{,}6 \times 0 + 2 = f(x) = 2$
$-0{,}03x^2 + 0{,}6x + 2 = 2$
$-0{,}03x^2 + 0{,}6x = 0$
$x(-0{,}03x + 0{,}6) = 0$
$x = 0$ $\quad -0{,}03x + 0{,}6 = 0$
$x = \frac{0{,}6}{0{,}03} = 20$

- on calcule la moyenne des 2 solutions : $\frac{x_1 + x_2}{2}$

$\frac{0 + 20}{2} = 10$

- On calcule $f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$

$h(10) = -0{,}03 \times (10)^2 + 0{,}6 \times 10 + 2$
$= -3 + 6 + 2$
$= 5$
$(10, 5)$ coordonné sommet.

Qu'est ce que c'est les identité remarquable.

1er : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2e : $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3e : $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

Fonction polynôme de degré 2 : Courbe représentative :

$x = \alpha$: axe de symétrie de la courbe.
Le point S = sommet (coordonnée $(\alpha ; \beta)$)
↳ $2(x+1)^2 - 8 = \alpha = -1$; $\beta = -8$
- f atteint son extremum β en $x = \alpha$.
- l'équation $f(x) = 0$ a pour solution $\{x_1 ; x_2\}$. La courbe coupe donc l'axe des abscisses en $x = x_1$ et $x = x_2$.

Comment faire un tableau de variation avec une forme canonique

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	↘	β	↗	$+\infty$

→ Si $a > 0$ => courbe vers le haut = minimum.

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	β	↘	$-\infty$

Si $a < 0$ => courbe vers le bas = maximum.

coordonné sommet.

Comment faire un tableau de variation avec une forme développer et factoriser.

- Utiliser la formule pour trouver un sommet.
- Puis remplacer dans la fonction les résultats à la place de α et β.

x	$-\infty$		x		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	y	↘	$-\infty$

Si $a < 0$ ~~~~.

Annexe 4 : antisèche de Lucille

- مثلاً بحطولك جدول فيها أرقام ~~تسمها~~ salaire. وفي كمان Effectif
دفع فعال.

Effectif cumulés Fréquences . الترددات
الأرقام التراكمية.

Fréquences cumulés
الترددات التراكمية

- افكتيف كومول هي بتكتبي أول رقم يلي بال أفكتيف و بتجمعي ~~مع أرقام~~
أول رقم من كومل مع أرقام أفكتيف.

- فنيكانس هي التقسيم ~~الـ~~ الأرقام أفكتيف مع آخر رقم بالجدول.

- ,, كومول هي بتاخدي أرقام أفكتيف كومول تقسيم على آخر رقم بالجدول.

هون في Distance. Effectif cumulé
بعد
Fréquence cumulée

- هي الرقم المطلوب مع آخر الرقم بتقسمي و بعدين بتضربي 100x.

Résumé

Mots clefs : cahier de cours, trace écrite, mathématiques, institutionnalisation, antisèche.

« Ouvrez votre cahier de cours, écrivez en rouge, soulignez, encadrez … » Le cahier de cours est très présent en classe de mathématiques. Il regroupe les savoirs, il doit donc être propre, soigné, et reflète le travail fait en classe. Le professeur est maître de ce que l'on y écrit et l'élève se contente de rédiger. Il convient de s'interroger sur l'utilisation du cahier de cours en mathématiques. Les travaux de Bernard Blochs (2012) mettent en évidence que le cahier de cours étant une œuvre du professeur, trop d'élèves ne savent pas comment l'utiliser. Il leur est difficile de trouver l'information utile à la résolution d'un problème. Cette recherche a donc pour but de vérifier l'hypothèse selon laquelle la conception du cahier de cours en tant qu'œuvre de l'élève permettrait une instrumentalisation accessible et efficace des savoirs. Les antisèches légales ont été utilisées dans l'expérimentation pour nous éclairer sur la compréhension par les élèves du cours. Elles se sont finalement révélées être l'outil propre à chaque élève leur permettant de s'approprier le cours.

Key words: course book, paper trail, mathematics, institutionalisation, cheat sheet

"Open your course book, write in red, underline, draw a box around…" The course book is really present in mathematics class. It contains knowledge. It must be aesthetics and meticulous. It reflects the work in class. The teacher is the master of what is written in it and the pupil can only write. To study the course book is a legitimate question as Bernard Blochs (2012) states that the course book is the teacher's work of art, thus, too many pupils don't know how to use it. It is difficult for them to find the useful information to solve a problem. The aim of this study is to verify the following hypothesis: the creation of the course book as the pupil's work of art would allow an accessible and efficient exploitation of knowledge. The authorised cheating sheets have enlighten our understanding of the student's course comprehension. They have eventually been revealed as being a proper tool to pupils – allowing them to adapt the lesson.

Remerciements

J’adresse mes remerciements aux personnes qui m’ont aidé et soutenu dans la réalisation de ce mémoire.

Je souhaite d’abord remercier tout particulièrement ma directrice de mémoire Nadia ZEBICHE, qui m’a guidé dans ma réflexion depuis l’année dernière et qui m’a orienté afin de mener à bien mon expérimentation.

Je tiens également à remercier Benoît TRIPON avec qui j’ai commencé les premières réflexions qui ont mené à ce mémoire.

Enfin, je remercie Catherine Dessoulles et Alexandre Blandignères pour avoir accepté de présider mon jury de soutenance.