HAL
open science

La manipulation en mathématiques à l'école primaire

Laura Moisson, Léa Payan, Amandine Skiara

To cite this version:

Laura Moisson, Léa Payan, Amandine Skiara. La manipulation en mathématiques à l'école primaire. Education. 2019. dumas-02309727

HAL Id: dumas-02309727

https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02309727v1

Submitted on 9 Oct 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Laura MOISSON
Léa PAYAN
Amandine SKIARA

Master 2 MEEF

La manipulation en mathématiques à l'école primaire

Référente : Mme Frédérique MISKIEWICZ

ESPE Aix-Marseille Université

2018 – 2019

Remerciements

En préambule de ce mémoire, nous souhaitons adresser nos remerciements Madame Frédérique MISKIEWICZ, maître formatrice à Digne les Bains, pour nous avoir accompagnées et conseillées lors de l'élaboration et la rédaction de ce mémoire professionnel.

Nous souhaitons également remercier Isabelle LECUYER, qui a accueilli dans sa classe, Laura MOISSON, afin qu'elle puisse observer ses pratiques de classe et analyser l'évolution des élèves.

Sommaire

I- Introduction 4
II- Cadre de l'étude 6
A) Historique 6
B) Définitions 6
a) La manipulation 6
b) La numération 7
c) L'expérimentation 7
C) Les rôles de la manipulation 8
D) Les avantages de la manipulation 9
E) Les limites de la manipulation 9
III- Problématique et hypothèses 11
IV- Description du dispositif mis en œuvre ans les classes 12
A) Dispositif au cycle 1 12
a) Sélection des jeux 13
b) Mode de recueil des données 16
B) Dispositif au cycle 2 (CP) 17
a) Sélection des activités 17
b) Mode de recueil des données 19
C) Dispositif au cycle 2 (CE1 – CE2) 19
a) Sélection des activités 20
b) Mode de recueil 25
V- Analyse des résultats 26
A) Observations au cycle 1 26
B) Observations au cycle 2 35
a) En cours préparation (CP) 35
b) En cours élémentaire (CE1) 39
c) En cours élémentaire (CE2) 45
C) Observations au cycle 3 48
VI- Limites 51
VII- Conclusion 53
VIII- Bibliographie 58
IX- Annexes 59

I- Introduction :

Durant ces dernières années plusieurs enquêtes PISA ont révélé une baisse significative des résultats en mathématiques des élèves français ainsi qu'un manque de motivation de leur part.

Ces résultats ont orienté de nombreuses recherches vers la pratique de la manipulation en mathématiques : beaucoup de chercheurs se sont interrogés sur son rôle, ses effets sur les apprentissages et ses limites.
Les résultats de ces recherches ont permis de démontrer que la manipulation favorisait l'apprentissage en mathématiques.
En effet, les mathématiciens prônent un retour vers des méthodes plus concrètes et modélisées d'où l'émergence de nouvelles méthodes dans les classes favorisant la manipulation comme la méthode Singapour ou la Méthode Heuristique des Mathématiques.

Par ailleurs, au vu de ce constat, le ministère de l'Education Nationale propose vingt et une mesures visant à améliorer le niveau des élèves en mathématiques. Ces mesures concernent principalement la formation des enseignants ainsi que le développement de la manipulation dans la pratique de classe.
C'est pourquoi nous pouvons retrouver la manipulation comme méthode d'apprentissage dans les programmes officiels (« Bulletin officiel – Ministère de l'Education nationale », 2015).

Enseignantes stagiaires à mi-temps dans des classes de Moyenne et Grande section et CE1-CE2, nous avons d'ores et déjà mis en place la manipulation dans nos classes. Par conséquent, nous nous sommes posé plusieurs questions à ce sujet pour améliorer notre pratique de classe autant au cycle 1 qu'au cycle 2 : Manipuler, oui mais pourquoi ? Quand manipuler ? Jusqu'à quand peut-on manipuler ? Comment s'en séparer progressivement ? Avec quel matériel ? Tous les élèves ? Quelle évolution entre les différents cycles ?

Ces différents éléments nous ont questionnées sur ce sujet : En quoi la manipulation va-t-elle aider les élèves dans l'apprentissage à travers les différents cycles ?
Pour trouver réponse à cette problématique, nous avons ciblé nos recherches et nos observations sur un seul domaine d'étude : la construction du nombre et la résolution de problèmes.

II- Cadre de l'étude

A) Historique

Les mathématiques sont nées avec la manipulation puisque depuis toujours dans les différentes civilisations, l'Homme utilise des objets physiques pour résoudre des problèmes mathématiques. Les anciennes civilisations asiatiques, par exemple, utilisaient des tables de comptage ou bien le précurseur du boulier. Les Romains se sont ensuite inspirés de cet instrument pour créer les premiers abaques ; un outil que l'on retrouve encore aujourd'hui dans les classes. Sur le continent Américain, les Mayas et les Aztèques possédaient tous deux des dispositifs de comptage comportant des grains de maïs enfilés sur des ficelles ou des fils tendus sur un cadre en bois. Les Incas avaient leur propre outil de comptage - des chaînes nouées appelées « quipu ».

L'intervention de différents objets de manipulation à visée éducative apparaît réellement au 19ème siècle avec notamment le programme éducatif élaboré par Friedrich FROEBEL : il développa divers objets destinés à être manipulés par des enfants de maternelle pour reconnaître les formes géométriques et notamment construire le nombre. Au 20ème siècle, Maria MONTESSORI va également avancer l'idée que les outils de manipulation jouent un rôle essentiel dans les apprentissages.

Aujourd'hui, la plupart des classes de primaire sont équipées d'outils de manipulation plus ou moins variés. La manipulation est même devenue le mot d'ordre de nombreuses méthodes d'apprentissages proposées par des chercheurs et didacticiens en mathématiques.

B) Définitions

a) La manipulation

D'après le dictionnaire Larousse, la manipulation est définie de plusieurs manières :

- « L'action de manipuler quelque chose, un objet, un appareil »
- « Action de soumettre quelque chose à des opérations diverses, en particulier dans un but de recherche ou d'apprentissage »

On pourrait définir le terme de manipulation en une phrase simple : c'est une action réelle sur des objets concrets.

Dans les programmes de 2015, ce terme est présent dès le cycle 1 et ce jusqu'au cycle 4.

b) La numération

La numération est la représentation des nombres.

En France, comme dans de nombreux pays, nous écrivons en base 10 : notre système de numération est composé de dix symboles qui sont 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Ces symboles représentent les chiffres arabes.

Dans les programmes de 2015, ce terme n'apparaît qu'à partir du cycle 2.

c) L'expérimentation

D'après le dictionnaire Larousse, l'expérimentation est une méthode scientifique reposant sur l'expérience et l'observation contrôlée pour vérifier des hypothèses. L'expérience étant le fait de prouver quelque chose et l'observation étant le fait de maintenir son regard avec une attention soutenue sur quelque chose.

Thierry DIAS explique que la manipulation et l'expérimentation sont deux choses différentes même s'il les associe souvent.
En effet, la principale différence entre la manipulation et l'expérimentation est la finalité. On peut manipuler sans forcément avoir une finalité (déplacer des objets) mais on ne peut pas réaliser une expérimentation sans avoir une finalité puisqu'elle est ancrée dans les apprentissages. Il est vraiment essentiel de répondre à une question.
Lorsque les élèves manipulent, ils se limitent souvent à ce qu'ils savent déjà alors que lorsqu'ils expérimentent, ils s'engagent autrement, cherchent à faire autrement pour pouvoir répondre à la question.

Dans une phase expérimentale, la manipulation peut être utilisée mais doit être inscrite dans un processus : j'ai une question et je cherche une réponse à cette question en manipulant.

De plus, lorsque les élèves manipulent, ils peuvent être seuls face au matériel mais lorsqu'ils expérimentent ce n'est plus possible puisqu'il est essentiel de passer par une phase d'échange, de débat pour expliquer aux autres.

La manipulation et l'expérimentation sont donc deux choses différentes même si Thierry DIAS a tendance à les associer.

C) Les rôles de la manipulation

Le rôle principal de la manipulation est lié à l'action concrète. En effet, la manipulation permet de voir les actions que l'on effectue ce qui facilite l'accès au sens, à la compréhension. Cela va permettre aux élèves de tester leurs stratégies en procédant par essai – erreur et donc s'autocorriger grâce à la manipulation.

Cependant, les programmes de 2015 nous mettent en garde sur le fait que l'élève ne peut pas construire des représentations avec le simple fait de manipuler des objets. La manipulation, réalisée à l'aide de matériel, doit être un moyen, une aide pour la construction du nombre mais doit également être une occasion pour verbaliser. Ces verbalisations, émergentes de la manipulation, permettent des prises de conscience de la part des élèves. Thierry DIAS l'affirme ;la manipulation qui permet la construction d'un savoir doit passer par des étapes:

- L'action : expériences et manipulations
- La formulation : mise en mots
- La validation : argumenter, prouver, expliquer
- L'institutionnalisation : stabilisation du savoir

Manipuler aide les élèves à se construire des images mentales et facilite l'accès à l'abstraction. Le passage du concret à l'abstrait est essentiel dans la scolarité des élèves pour comprendre les concepts. En effet, la manipulation est la première étape pour atteindre le niveau d'abstraction pour construire le nombre afin qu'ils puissent se détacher de la manipulation peu à peu.

Le matériel de manipulation mis à disposition aide les élèves à illustrer leurs concepts et à établir des liens entre le concret et l'abstrait. La représentation visuelle proposée par la manipulation permet d'entrer beaucoup plus facilement dans les apprentissages.

D) Les avantages de la manipulation

Le travail manipulatoire permet de travailler sur la notion d'espace ainsi que sur les capacités motrices et perceptuelles ce qui favorise la motivation et l'implication des élèves. En effet, les élèves s'engagent physiquement dans une tâche plus ludique, ils sont contents de rechercher, de travailler ce qui est par ailleurs une des missions principales de l'école maternelle : « donner envie aux enfants d'aller à l'école pour apprendre, affirmer et épanouir leur personnalité ».

En général, lorsque que les élèves manipulent, ils sont en groupe ce qui favorise la socialisation. Chaque élève a le temps de chercher et de représenter son raisonnement ce qui permet ici de verbaliser pour se faire comprendre par tous, dans le respect de chacun. De plus entre pairs, ils vont établir des liens entre de nombreux concepts déjà appris et donc s'entraider. Ou encore, grâce à la confrontation avec les autres, ils vont se rendre compte qu'un raisonnement est faux, ce qui renvoie au socioconstructivisme de VYGOTSKY. Ici l'acquisition de connaissances passe par une interaction entre le sujet, la situation d'enseignement et les acteurs de la situation.

Manipuler peut-être une aide pour les élèves en difficulté, ce qui va permettre la différenciation dans la classe puisque chaque élève évolue à son rythme.

Le matériel de manipulation peut être proposé à un ou plusieurs élèves pour qu'ils puissent avancer malgré le fait qu'ils n'aient pas encore atteint le niveau d'abstraction demandé.

E) Les limites de la manipulation

Si la manipulation occupe une place significative dans l'apprentissage des mathématiques à l'école primaire elle présente toutefois des limites.

L'une d'entre elle est la gestion de la manipulation en classe. En effet pour manipuler il faut du matériel et pour que la manipulation soit efficace il faut que le matériel réponde à la diversité des apprenants.

Par exemple, un problème peut être résolu de plusieurs façons en utilisant du matériel différent adapté à chaque élève en fonction de leur stratégie. Pour manipuler efficacement il est donc nécessaire d'avoir du matériel varié ce qui représente un coût financier non négligeable pour une classe.

Outre l'aspect financier, la manipulation demande également à l'enseignant une préparation importante. Le temps consacré à la manipulation dans une séance de mathématiques doit être réfléchi et structuré. La durée, la fréquence, le matériel, les modalités de travail, les objectifs, la différenciation, la trace, la verbalisation sont autant de facteurs que l'enseignant doit prendre en considération avant de faire manipuler les élèves.

Enfin la manipulation bien que reconnue comme indispensable à l'apprentissage des mathématiques par de nombreux chercheurs en sciences de l'éducation peut s'avérer être un frein dans l'apprentissage si elle ne se limite pas à sa fonction d'aide à l'accès à l'abstraction. La manipulation constitue seulement une étape dans l'apprentissage d'un concept mathématique. Si un élève ne parvient pas à se détacher de la manipulation alors la connaissance n'est pas construite. Cette limite concerne particulièrement les élèves en difficultés qui vont avoir plus de mal à se détacher de la manipulation pour passer à l'abstraction. Par ailleurs manipuler ne veut pas dire comprendre. Un élève peut savoir manipuler, appliquer une consigne donnée impliquant d'utiliser des objets physiques (en particulier les jeux) sans pour autant en comprendre l'intérêt.

Manipuler s'apprend. C'est aussi un des rôles de l'enseignant d'apporter aux apprenants les savoir nécessaires pour manipuler correctement et efficacement.

III- Problématique et hypothèses

Après nos différentes recherches sur la manipulation en mathématiques, nous nous sommes dirigé sur un seul domaine d'étude : la construction du nombre et la résolution de problèmes.

Notre problématique est : **« <u>En quoi la manipulation va-t-elle aider les élèves dans l'apprentissage à travers les différents cycles ? »</u>**

Nos différentes hypothèses sont :

- La manipulation aide les élèves à construire le nombre.
- Grâce à la manipulation les élèves pourront passer vers l'abstraction lorsque le système numérique sera compris.
- La manipulation développe la confiance en soi.
- Les enseignants ayant plus de 15 ans d'ancienneté manipulent moins.
- Au plus on avance dans les cycles, au moins on manipule.
- La manipulation concerne essentiellement les élèves en difficultés.
- La manipulation aide les élèves à résoudre des problèmes mathématiques.
- La manipulation aide à la verbalisation et joue un rôle dans le langage.

IV- Description du dispositif mis en œuvre ans les classes

Pour mener nos observations, nous avons décidé de mettre nos élèves de cycle 1 et 2 dans des situations de manipulation répondant à deux objectifs différents :

- La construction du nombre (cycle 1 et 2)
- La résolution de problème (cycle 2)

Au cours des différents ateliers mis en place, nous avons observé les élèves manipuler et nous avons pris des notes à l'aide de grilles d'observation élaborées au préalable (cf. annexes : 1 à 5).

Pour répondre à nos hypothèses concernant la manipulation au cycle 3 nous avons interrogé une centaine d'enseignants de cycle 3 sur leurs pratiques de classe à travers un questionnaire en ligne, transmis par mail et via les réseaux sociaux.

A) Dispositif au cycle 1

Stagiaire en classe de moyenne et grande section à Oraison, j'ai mis en place dans ma classe des ateliers de jeux de règles à hauteur d'une fois par semaine à partir du mois de Janvier 2019 avec les Moyennes Sections. Ce dispositif a duré pendant la troisième et quatrième période de l'année scolaire. Ce temps d'atelier s'est déroulé le mardi après-midi avec mes neuf élèves de moyenne section lorsque les élèves de grande section étaient en décloisonnement EPS.

Un groupe de quatre ou cinq élèves travaillait une vingtaine de minutes autour d'un jeu de règle. Un système de rotation était mis en place afin que chaque élève puisse y participer ce jour-là.

Dans un premier temps, je menais cet atelier (explication de la règle, explication de l'objectif de l'atelier, mise en place du jeu) puis dans un second temps, l'ATSEM (Agent territorial spécialisé des écoles maternelles) guidait le jeu. J'avais alors un rôle d'observatrice. Une fois que la règle était assimilée par la majorité des élèves, le jeu était laissé en accès libre aux élèves : ils pouvaient y jouer sur les moments d'accueil ou lorsque le travail était fini.

a) Sélection des jeux

Ces temps ludiques sur la construction du nombre ne constituent pas l'unique moyen d'apprentissage et d'enseignement de la classe. Cependant, le jeu étant une source de motivation réelle chez les enfants, les activités proposées permettent une autre approche du domaine. Ces temps permettent à chacun de mobiliser ses connaissances et de les partager avec leurs pairs.

Pour en faire de véritables supports d'apprentissages, il est nécessaire que l'enseignante soit au clair sur les savoirs en jeu dans la construction du nombre. Construire le nombre, c'est d'une part comprendre la permanence de la quantité : un tout, composé d'unités, qui se conserve quel que soit la disposition de ses parties. C'est d'autre part, comprendre la relation entre les nombres, la justification de leur ordre : 2 est après 1 car il y a un de plus et avant 3 parce qu'il y a 1 de moins.

A partir de cette définition, voici ci-dessous plusieurs jeux que j'ai proposés. Ces jeux permettent de développer des compétences complémentaires dans l'accès au nombre.

Le jeu du serpent

Objectif : Mettre en correspondance les constellations du dé et le nombre de cases

Règle du jeu :

Une boîte composée de petits jetons est posée au milieu de la table. Chaque joueur dispose d'un plan de jeu où figure le serpent.

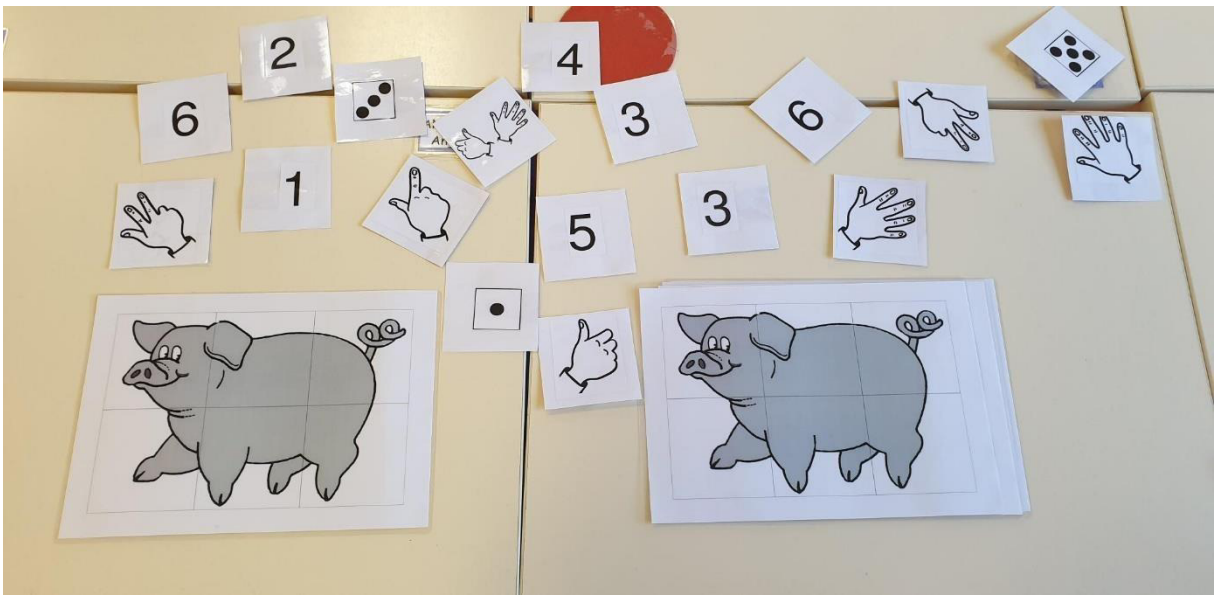
A tour de rôle, chaque joueur lance le dé et récupère autant de jetons que de points sur le dé. Le but est de compléter le serpent en premier.

Compétences mathématiques :

- Reconnaître les constellations du dé de 1 à 6
- Dénombrer des petites collections en mettant en correspondance le nombre de points du dé et le nombre de cases
- Connaître l'ordre de la suite numérique de 1 à 6

Le jeu du cochon

Objectif : Associer les constellations du dé aux doigts de la main, à l'écriture chiffrée ou aux constellations.



Règle du jeu :

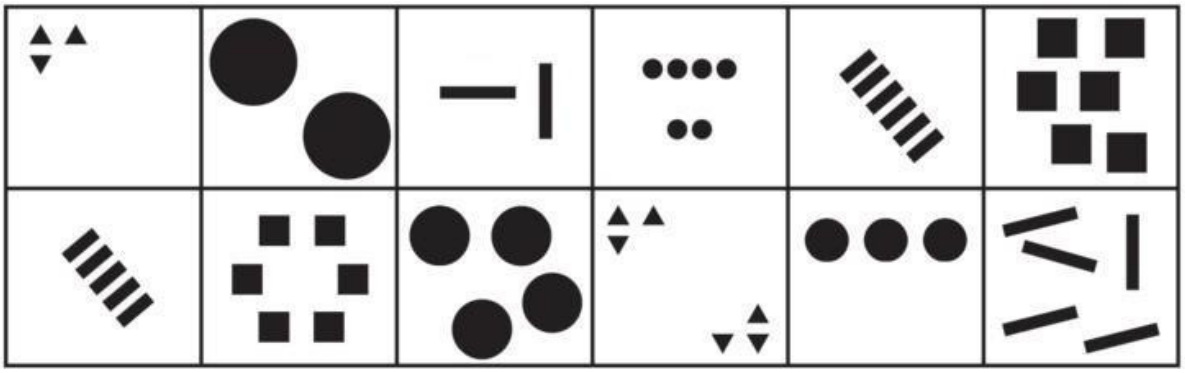
Les pièces du puzzle sont mélangées et réparties au centre de la table côté nombre (constellations, doigts de la main, écriture chiffrée). Chaque joueur dispose d'un plan de jeu où figure le fond du puzzle du cochon. A tour de rôle, chaque joueur lance le dé et retourne le morceau de puzzle correspondant au dé. Le but étant de finir le puzzle en premier.

Compétences mathématiques :

- Reconnaître les constellations du dé de 1 à 6
- Associer les constellations du dé aux différentes représentations du nombre (doigts de la main, écriture chiffrée, constellations)

La bataille

Objectif : Comparer des collections de deux à six



Règle du jeu :

Chaque joueur dispose d'un tas de cartes. Chaque élève tire la carte du dessus de son paquet et la pose sur la table. Celui qui a la carte la plus forte ramasse les autres cartes. Lorsque deux joueurs posent en même temps deux cartes de même valeur sur la table, il y a « bataille ». Lorsqu'il y a « bataille » les joueurs tirent la carte suivante et la posent face cachée sur la carte précédente. Ils tirent par la suite une deuxième carte qu'ils posent cette fois-ci face découverte et c'est cette dernière qui départagera les joueurs. Le but étant de remporter toutes les cartes.

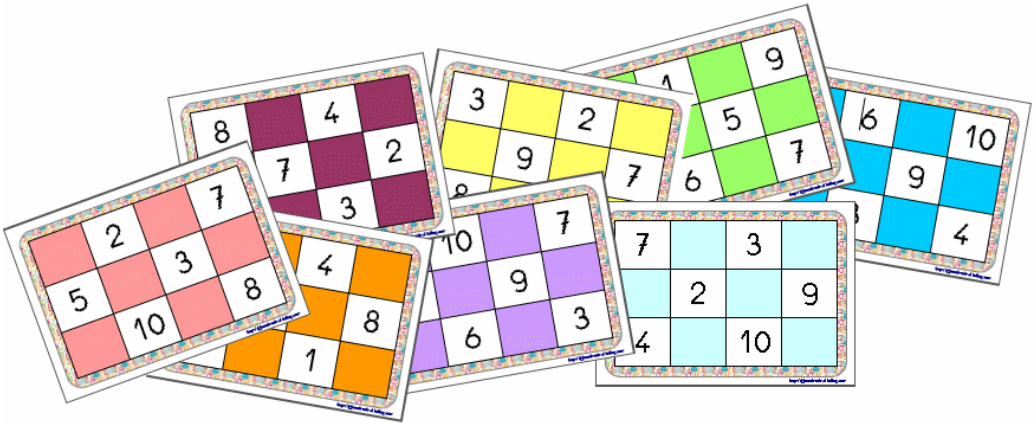
Dans le jeu proposé, les nombres sont représentés de manière différente que sur un jeu traditionnel de bataille afin d'éviter leur reconnaissance grâce à la disposition spatiale des symboles (symboles de tailles de formes différentes). Le but du jeu est de favoriser des procédures utilisant le nombre.

Compétences mathématiques :

- Comparer des quantités par estimation visuelle
- Comparer des quantités par comptage
- Exprimer le résultat

Le loto

Objectif : Associer le nom des nombres connus avec leur écriture chiffrée



Règle du jeu :

Chaque joueur dispose d'un carton composé de six chiffres. Un meneur de jeu tire au sort, dans un sac opaque, une image sur laquelle est inscrit un nombre d'un à huit. Dès que le meneur a tiré un numéro, il l'annonce aux joueurs. Chaque joueur, à l'annonce du numéro tiré par le meneur de jeu, vérifie si l'un de ses cartons comporte le numéro annoncé. Si oui, il met un jeton sur la case correspondante. On procède alors à un nouveau tirage et ainsi de suite jusqu'à qu'un des participants ait gagné. Le gagnant étant celui qui réalise le premier carton plein.

Compétences mathématiques :

- Associer le nom des nombres à l'écriture chiffrée
- Lire et dire les nombres de 1 à 10

b) Mode de recueil des données

Afin d'observer l'évolution des compétences sur la construction du nombre chez mes élèves, j'ai réalisé une grille d'observation pour chaque jeu. Mes observables sont les compétences propres aux mathématiques sur la construction du nombre. Chaque jeu est joué au minimum trois fois en ateliers guidés : la première fois avec moi-même et les autres fois avec l'ATSEM.

En observant mes élèves jouer avec l'ATSEM, j'ai rempli mes grilles d'observation concernant les procédures et compétences des élèves. J'ai également ajouté des commentaires sur leur comportement, leurs procédures mathématiques, le langage utilisé.

B) Dispositif au cycle 2 (CP)

Stagiaire durant les deux premières périodes de l'année dans une classe de CP avec 16 élèves et située à La Brillanne, j'ai observé les élèves travailler sur la construction du nombre afin de commencer la résolution de problèmes. Je me suis donc basée sur les exercices proposés par l'enseignante pour récolter mes données.

a) Sélection des activités

Lors de la deuxième période de l'année scolaire, l'enseignante met en place le dispositif que j'ai observé : la résolution de problèmes en groupe. Les problèmes portent sur les doubles et les moitiés étudiés tout au long de la période.

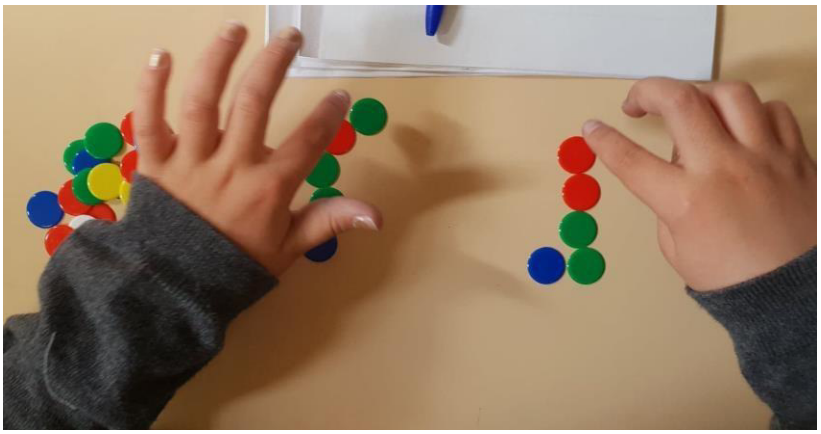
Premier exercice

Dans un premier temps, l'enseignante fait manipuler les élèves avec des jetons afin qu'ils puissent comprendre ce qu'est une moitié et ce qu'est un double (*exercice 1*). Les élèves ont cherché individuellement la moitié de 2, 4, 6, 8 et 10 avec des jetons puis ont travaillé sur les doubles de ces mêmes nombres. Lorsqu'un élève finissait son travail, il venait dire le résultat à l'enseignante afin que cette dernière vérifie et lui demande sa stratégie « comment as-tu trouvé ce résultat ? ». L'élève expliquait aussitôt sa démarche.

Objectif : construire les doubles et les moitiés jusqu'à 10

Compétences mathématiques :

- Calculer avec des nombres entiers
- Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers
- Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombre, ordonner, repérer, comparer



- **Deuxième exercice**

Quelques jours plus tard, l'enseignante fait évoluer son dispositif : les élèves sont en groupe classe et participent à un petit jeu (*exercice 2*).
L'enseignante demande aux élèves la moitié ou le double d'un nombre. Les élèves lèvent le doigt lorsqu'ils pensent avoir trouvé la bonne réponse. L'enseignante en interroge un et sa réponse est vérifiée par l'ensemble de la classe.
L'enseignante propose aux élèves en difficulté de manipuler avec des jetons. Cette phase permet à l'enseignante de vérifier les savoirs des élèves et cela permet aux élèves de les réactiver.

Objectif : connaitre les doubles et les moitiés de mémoire

- **Troisième exercice**

En fin de deuxième période, l'enseignante met en place une résolution de problème. Pour cela, les élèves sont par groupe de 3 ou 4, avec plusieurs matériels à leur disposition sur leurs tables.
Dans un premier temps, elle donne les consignes : « Vous allez résoudre des problèmes. Comme vous pouvez le voir vous avez du matériel que vous pouvez utiliser si vous le souhaitez. Lorsque vous êtes tous d'accord sur une réponse, vous allez décrire avec des dessins votre démarche, comment vous avez fait pour trouver le résultat ». Elle insiste aussi sur les règles de travail en groupe (on s'écoute, on ne crie pas).
Elle lit le premier problème à voix haute et les élèves se mettent au travail.

Durant l'activité, la progression des groupes est différente.
Chaque fois qu'un problème est résolu, l'enseignante lit le suivant avec l'ensemble du groupe.
A la fin de l'activité, l'enseignante met les travaux des différents groupes au tableau afin que chaque groupe explique sa démarche.

Objectif : Comprendre et résoudre des problèmes

Compétences travaillées :

- Calculer avec des nombres entiers
- Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers
- Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombre, ordonner, repérer, comparer

b) Mode de recueil des données

Pour observer l'évolution des élèves, j'ai utilisé une grille d'observation (*annexe 5*) que j'ai remplie en passant dans les rangs : j'ai observé et écouté les élèves quand ils travaillaient.

C) Dispositif au cycle 2 (CE1 – CE2)

Enseignante stagiaire dans une classe de CE1 - CE2, j'utilise depuis le début de l'année une méthode d'apprentissage des mathématiques sollicitant très régulièrement la manipulation et le jeu. Les élèves sont amenés à manipuler lors d'ateliers tournant sur plusieurs séances, au moins une fois par mois environ. C'est à partir de ces ateliers que j'ai mené mes observations.

Tous les jeux utilisés par les élèves, pendant ces ateliers, sont conservés dans un coin spécifique de la classe. Les élèves peuvent ainsi s'en resservir lors de temps d'autonomie, lorsqu'ils ont terminé un travail avant les autres par exemple ou lors de séance de régulation (une séance prévue avant une évaluation sommative et durant laquelle les élèves peuvent revoir les notions qu'ils maîtrisent le moins).

En dehors de ces ateliers, la manipulation reste constamment présente puisque j'ai installé dans la classe une "boîte à problèmes". Cette boîte rassemble tout le matériel de manipulation que les élèves peuvent utiliser s'ils le souhaitent lorsqu'ils travaillent en autonomie sur leur fichier de résolution de problèmes. Le matériel de numération (barres de 10, unités, paquets de 100, calepin des nombres) est également à la disposition des élèves. Ils peuvent l'utiliser en me demandant la permission dès lors qu'ils en éprouvent le besoin.

a) Sélection des activités

J'ai choisi de mener mes observations lors d'ateliers tournants d'une durée d'environ 20 min.

Pour les CE1, j'ai sélectionné des ateliers portant essentiellement sur la construction du nombre et notamment sur le passage à la centaine. Ces ateliers ont donc été menés en fin de période deux. Mon choix s'est porté sur deux ateliers principaux s'inscrivant une continuité. Le premier va permettre aux élèves de comprendre à quoi correspond le sens de la centaine (centaine = 10 paquets de 10) alors que le second constitue un exercice d'application dans lequel les élèves vont utiliser le matériel de numération pour représenter des nombres et procéder à l'échange de 10 barres de dizaines contre un paquet de 100.

- **La boîte d'allumettes renversée**

Objectifs :

- Comprendre qu'une centaine représente 10 dizaines.
- Comprendre le sens des rangs (chiffre des centaines, chiffres des dizaines, chiffres des unités) dans un nombre à 3 chiffres.
- Faire la distinction entre chiffre des dizaines et nombre de dizaines)

Consigne : En binôme, les élèves doivent dénombrer une quantité importante d'allumettes (supérieure à 100) d'une façon rapide et sûre. La méthode attendue est le dénombrement par paquets de 10 puis par paquets de 100.

Compétences mathématiques :

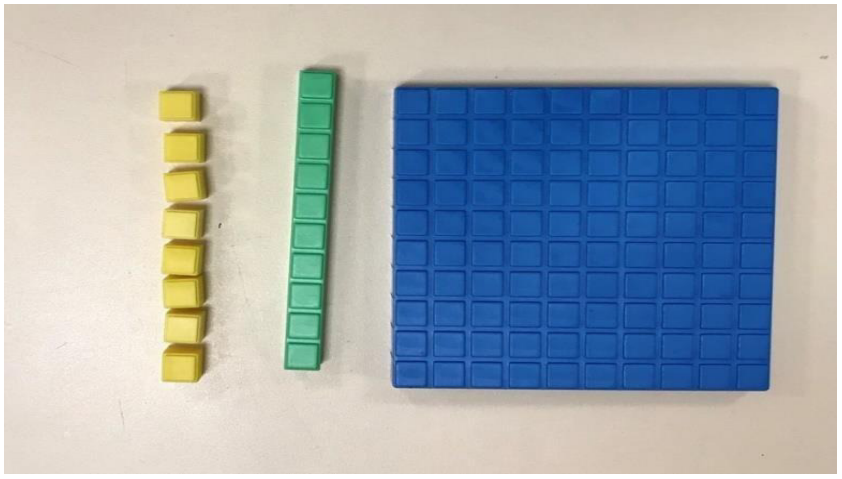
- Interpréter le nom des nombres à l'aide des unités de numération et des écritures arithmétiques.
- Construire la centaine
- Utiliser diverses stratégies de dénombrement.

▪ Additions avec du matériel de numération

Objectifs :

- Comprendre qu'une centaine représente 10 dizaines.
- Représenter un nombre à 3 chiffres avec du matériel de numération.
- Faire la distinction entre « chiffre des dizaines » et « nombre de dizaines »

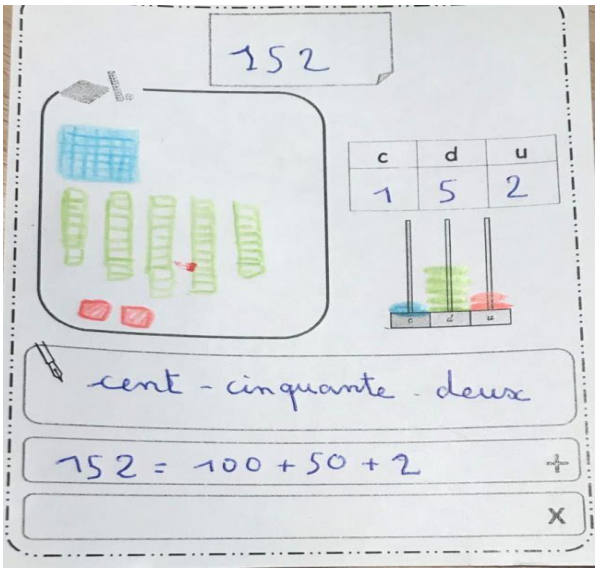
Consigne : Les élèves sont en binôme et disposent de matériel de numération (cubes d'unités, barres de 10 et plaque de 100).



Un nombre compris entre 50 et 99 est attribué à chaque élève du binôme (attention la somme des deux nombres donnés dans le binôme ne doit pas faire intervenir de retenue dans les dizaines, uniquement dans les centaines dans un premier temps). Les élèves doivent représenter leur nombre avec le matériel de numération. Après vérification, ils doivent additionner leurs deux nombres. Pour cela ils vont devoir échanger les barres de 10 par un paquet de 100. Enfin, ils doivent être capables de lire le résultat.

Ce nombre fera l'objet d'une fiche nombre qui complètera alors le carnet des nombres (carnet individuel rassemblant des fiches nombre élaborées par les élèves lors d'exercices comme celui-ci).

Dans un deuxième temps (quelques jours plus tard) les élèves devaient refaire le même exercice avec des nombres différents mais cette fois ils ne devaient pas utiliser le matériel de numération. Ils disposaient simplement de leur cahier sur lequel ils pouvaient faire des schémas.



Pour pouvoir analyser les effets de la manipulation sur les résultats des élèves lors de cet atelier, j'ai choisi de séparer les binômes en deux. Seulement deux binômes sur les quatre ont fait la première étape avec le matériel de numération. Les deux autres binômes n'ont pas du tout travaillé sur ce premier atelier. Pour obtenir des conclusions plus justes, j'ai déterminé moi-même les cohortes de binôme de manière à obtenir deux groupes homogènes.

<u>Compétences mathématiques</u> :

- Utiliser diverses représentations des nombres entiers.
- Interpréter le nom des nombres à l'aide des unités de numération et des écritures arithmétiques.
- Comprendre la valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un nombre.
- Connaître et comprendre le nom des nombres à 3 chiffres.
- Calculer avec des nombres entiers.

Pour les CE2, j'ai choisi de mener des observations sur l'utilisation d'objets à manipuler dans le cadre de la résolution de problème. Comme pour les CE1 j'ai profité des temps d'ateliers pour observer et prendre des notes.
Les élèves travaillaient par deux. Chaque binôme devait résoudre quatre problèmes dans le cadre d'un rallye mathématique. Ce rallye s'étend sur plusieurs manches. J'ai éliminé certains problèmes de chaque manche pour mes observations, car ils ne sollicitaient pas la manipulation.

Ici, à la différence des CE1, l'utilisation de matériel de manipulation était facultative et le choix de celui-ci, pour ceux qui l'ont utilisé, était totalement libre lors de la première manche. Pour la deuxième manche en revanche, les élèves ne pouvaient pas manipuler mais ils pouvaient utiliser l'ardoise ou le cahier d'exercices pour faire des schémas. L'intérêt de ce dispositif est de pouvoir comparer le comportement des élèves sur deux tâches semblables avec ou sans manipulation et également d'observer si la manipulation leur permet de schématiser plus facilement puisqu'il s'agit de l'une des étapes du passage à l'abstraction.

Objectifs :

- Résoudre des problèmes en coopérant en binôme.
- Utiliser des objets pour modéliser un problème.
- Modéliser des problèmes par des schémas.

Compétences mathématiques :

- Modéliser un problème à l'aide d'écritures mathématiques
- Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et des calculs

Les énoncés des problèmes sélectionnés :

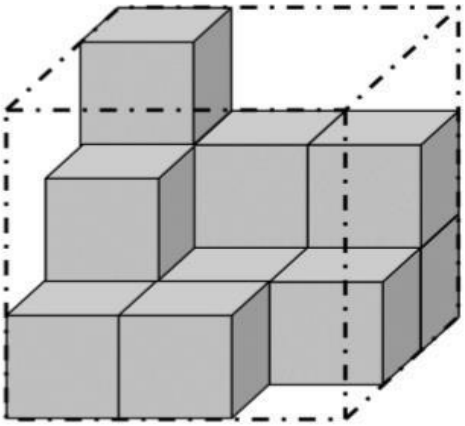
- Manche 1

Exercice 1 :

À chaque anniversaire, depuis qu'il est né, Thomas souffle ses bougies. Hier, il a eu 11 ans.

Combien a –t-il soufflé de bougies depuis qu'il est né ?

Exercice 3 :



Tom continue à mettre des petits cubes jusqu'à compléter le grand cube que l'on voit en pointillé.

Combien de petits cubes y aura-t-il alors au total ?

Exercice 4 :

Tu dois faire 90 centimes d'euro en utilisant uniquement des pièces de 50, 20, 10 et 5 centimes. Tu as au maximum 5 pièces de chaque sorte.

Trouve au moins 10 façons différentes de faire cette somme.

- Manche 2

Exercice 1 :

Deux employés mettent des numéros aux maisons d'une nouvelle rue. Il y a 50 maisons. Les numéros sont faits avec les plaques des chiffres de 1 à 9.
Combien de plaques avec le chiffre 4 doivent ils prendre ?

Exercice 4 :

Pour la sortie scolaire, la maitresse veut emmener 3 grandes bouteilles d'eau. Mais il ne reste que 5 petites bouteilles et 3 bouteilles moyennes.

Elle sait qu'une grande bouteille contient autant d'eau que 4 petites bouteilles ou que 2 bouteilles moyennes.

b) Mode de recueil

Grâce à l'aide de l'AVS présente dans ma classe pour l'un de mes élèves et grâce à l'assistance de Laura, j'ai pu suivre en temps réel ou à travers des prises vidéo l'ensemble des élèves sur ces ateliers.

Pour obtenir des résultats significatifs et afin de tester au mieux certaines de nos hypothèses impliquant le niveau des élèves, j'ai choisi de former des binômes homogènes. Pour chaque binôme je me suis aidée d'une grille d'observation identique pour chaque élève. J'ai également pris des notes supplémentaires sur le comportement des élèves afin de dresser un bilan plus précis.
J'ai ensuite regroupé l'ensemble des informations dans des tableaux.

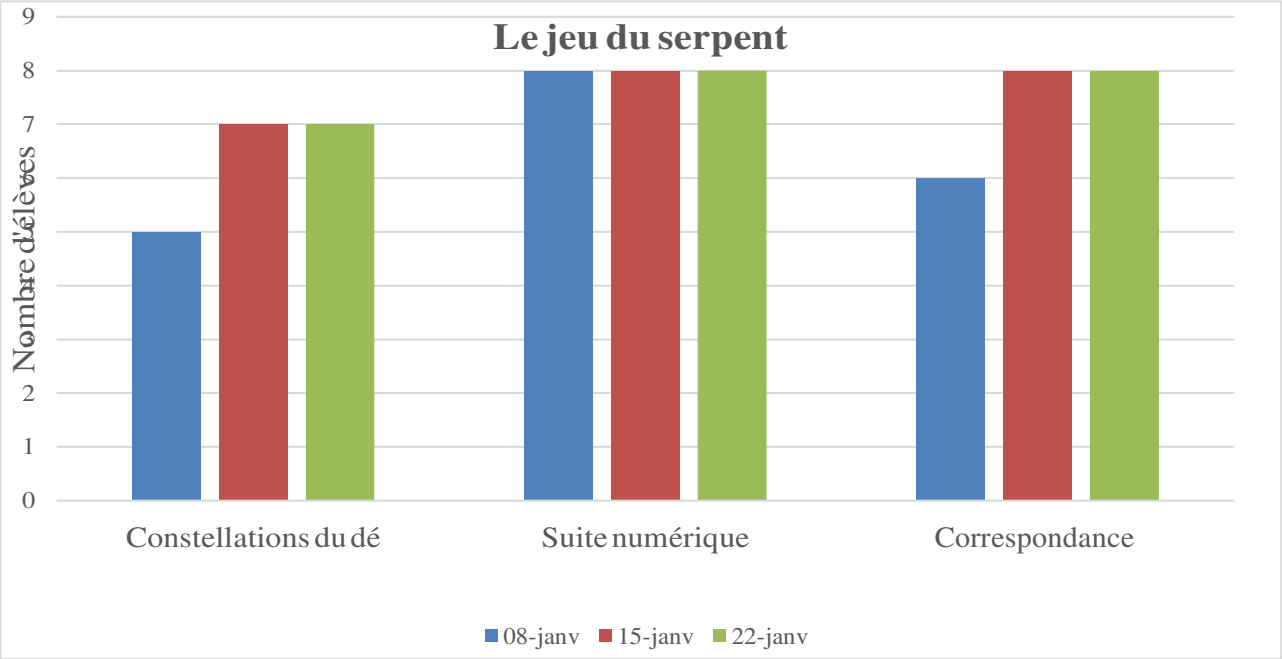
V- Analyse des résultats

A) Observations au cycle 1

Dans un premier temps, j'analyserai mes données pour voir l'évolution des compétences de mes élèves à travers les différents jeux. Les histogrammes présentés regroupent les données de mes neuf élèves de moyenne section.

Dans un deuxième temps, j'analyserai les données propres à certains profils d'élèves.

- **Données collectives**



- **Reconnaître les constellations du dé de 1 à 6**

Lors de la première partie, cinq élèves sur neuf reconnaissent les constellations du dé jusqu'à six. Les autres élèves ont besoin de compter les points du dé à partir de trois. Dès la deuxième séance, deux autres élèves acquièrent cette compétence.
Lors de la dernière séance, deux élèves n'arrivent toujours pas à reconnaître les constellations du dé : une élève reconnaît jusqu'à cinq et un élève reconnaît jusqu'à quatre. Au-delà ils procèdent par comptage.

- **Connaître l'ordre de la suite numérique de 1 à 6**

Huit élèves sur neuf connaissent la comptine numérique jusqu'à six et vont d'ailleurs bien au-delà.

Un seul de mes élèves n'arrive pas à réciter la comptine numérique jusqu'à six : il s'arrête à quatre.

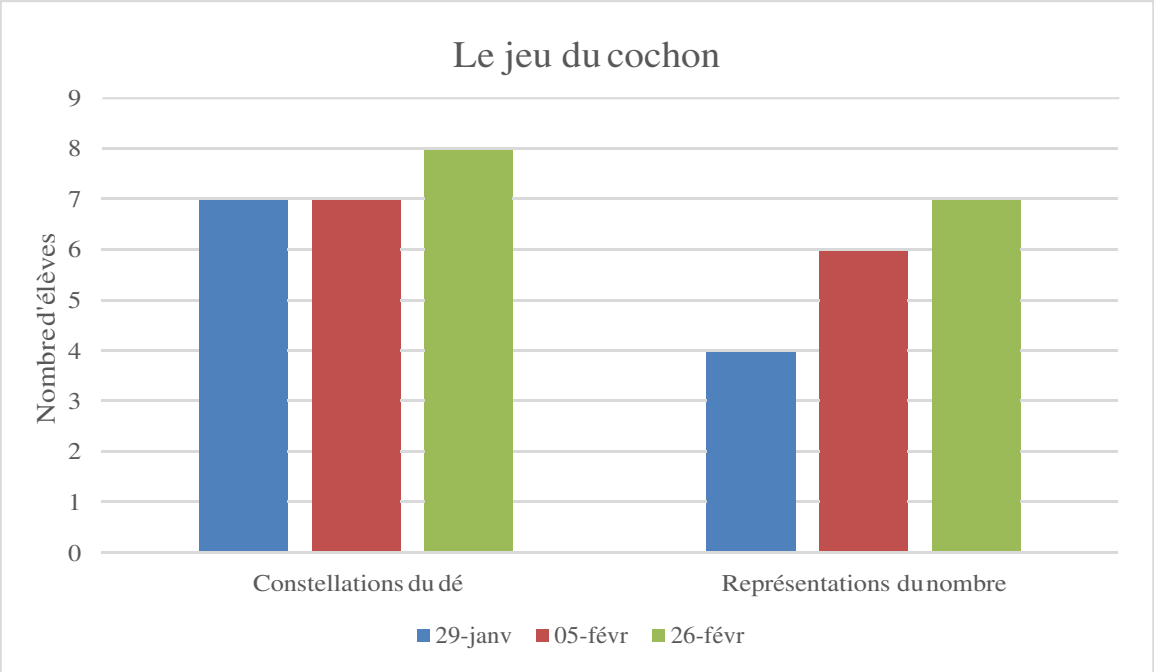
- **Dénombrer des petites collections en mettant en correspondance le nombre de points sur le dé et le nombre de jetons à prendre**

Lors de la première partie, six élèves sur neuf arrivent à mettre en correspondance le nombre obtenu avec le dé et le nombre de jetons à prendre. Certains oublient la quantité, d'autres ne dénombrent pas correctement.

Lors de la deuxième et troisième séance, huit élèves sur neuf acquièrent cette compétence.

Nous observons alors une évolution positive des compétences mathématiques à travers l'utilisation de ce jeu.

Un seul élève est vraiment en difficulté. Nous pouvons tout de même observer une progression entre le 22 janvier et le 5 février : il connaît la comptine numérique jusqu'à quatre contre trois au début et reconnaît les constellations du dé jusqu'à quatre contre deux auparavant.



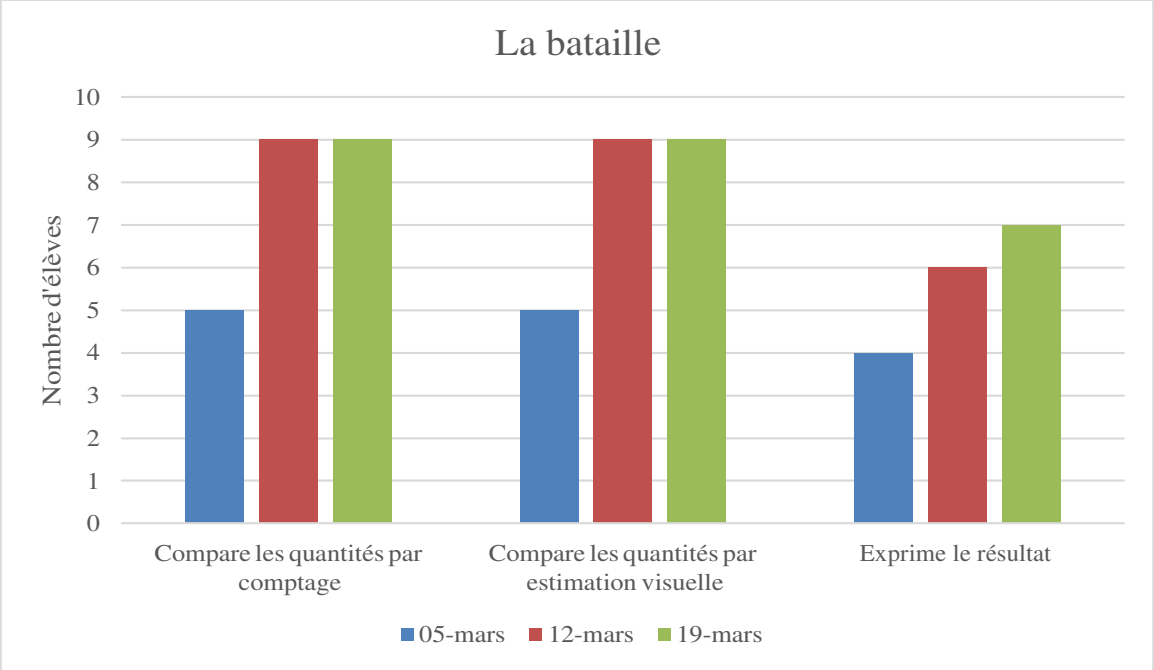
- **Reconnaître les constellations du dé de 1 à 6**

Cette compétence a déjà été travaillée lors du jeu précédent : le jeu du serpent. Sept élèves sur neuf avaient acquis cette compétence.
A la fin des trois séances, une élève supplémentaire acquiert cette compétence : elle reconnaît toutes les constellations du dé sans compter.

- **Associer les constellations du dé aux différentes représentations du nombre**

Lors de la première séance, quatre élèves sur neuf ont déjà acquis cette compétence. Parmi les cinq élèves qui n'arrivent pas à associer les différentes représentations, deux ne valident pas cette compétence puisqu'ils n'arrivent pas à associer la constellation du cinq et du six à l'écriture chiffrée.
Lors de la deuxième séance, ces deux élèves associent la constellation du cinq et six à l'écriture chiffrée c'est pourquoi six élèves sur neuf acquièrent cette compétence.
Lors de la dernière séance, un élève supplémentaire acquiert cette compétence.

Lors des différentes parties, les compétences de certains élèves ont évolué.



Pour ce jeu, j'ai décidé de rassembler les élèves par binôme homogène.
Le binôme le plus fragile a moins de cartes que les autres binômes avec des batailles allant au maximum jusqu'à 6.

- **Comparer des quantités par estimation visuelle**

Lors de la première séance, quatre de mes élèves ne procèdent pas par estimation visuelle. Cependant ces quatre élèves sont très performants en mathématiques et savent pertinemment procéder par estimation visuelle. Ces élèves aiment compter et procèdent par comptage.
Au contraire, mes deux élèves le plus en difficulté procèdent par estimation visuelle. Ils réussissent souvent mais se trompent lorsque les quantités sont trop proches.
Même si tous les élèves ne procèdent pas par estimation visuelle, la totalité de mes élèves a acquis cette compétence.

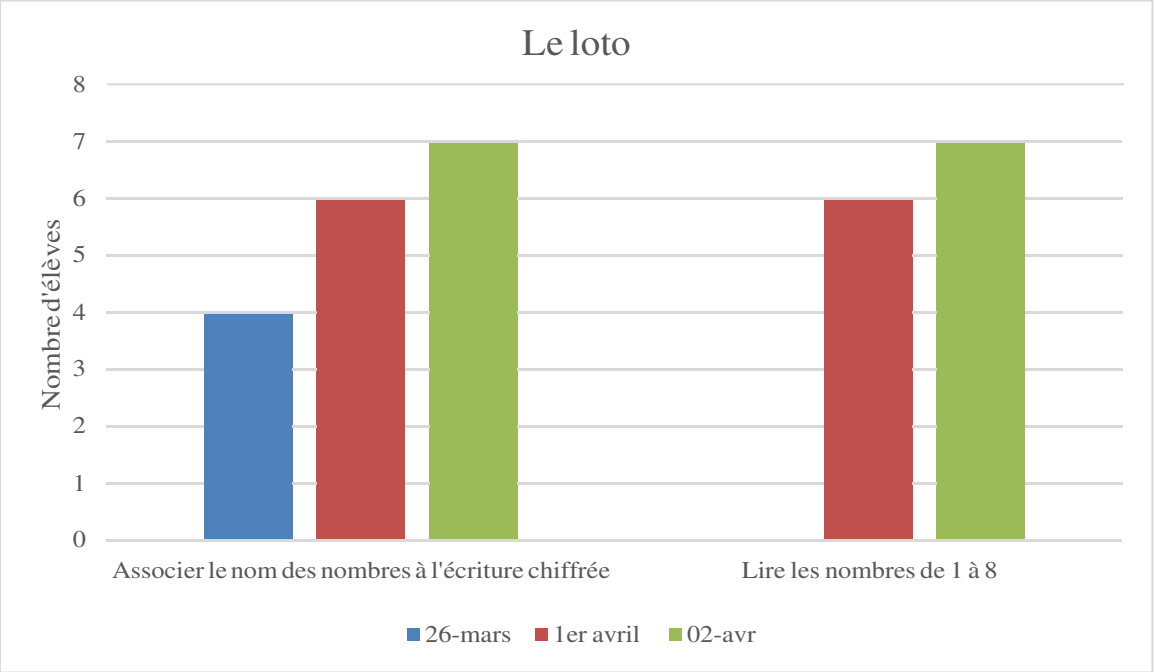
- **Comparer des quantités par comptage**

A la fin des trois séances, tous mes élèves procèdent au moins trois fois par partie par comptage pour comparer les deux collections.
A la première partie, trois élèves n'utilisent pas cette procédure.
Lors de la deuxième séance je leur demande de vérifier leur estimation visuelle en comptant. Ils réussissent alors à dénombrer et à comparer leurs cartes.
Tous les élèves acquièrent cette compétence.

- **Exprimer le résultat**

Cette compétence est liée avec la notion « plus que, moins que, autant que ».
Lors de la première séance, seulement quatre élèves expriment le résultat en utilisant « j'en ai plus que toi ».
Lors de la deuxième séance, je leur explique « qu'il y a plus de formes sur la carte de X » ou alors « qu'il y a moins de formes sur la carte de Y ».
A la fin des trois séances, trois élèves expriment le résultat en utilisant « plus que », « moins que » et « autant que ».
En parallèle de ce jeu, j'ai mené un travail de langage important autour de ces trois notions.

L'évolution des compétences des élèves est plus marquante dans ce jeu.



Dans un premier temps, la meneuse de jeu est l'ATSEM pour m'assurer que les élèves comprennent bien les consignes. Dans un second temps, le meneur de jeu est un élève. A chaque partie, le meneur de jeu est différent.
Les images piochées sont des images correspondant à l'écriture chiffrée allant d'un à huit.

- **Associer le nom des nombres à l'écriture chiffrée écrite sur le carton**

Lors de la première séance seulement cinq élèves arrivent à associer le nom des nombres à l'écriture chiffrée. Trois autres élèves arrivent à l'associer d'un à six et enfin le dernier élève d'un à quatre.
Au fur et à mesure des parties, sept élèvent parviennent à acquérir cette compétence Pour les deux élèves restants, cette compétence est partiellement acquise puisqu'ils y arrivent jusqu'à cinq ou six.

- **Lire et dire les nombres de 1 à 8**

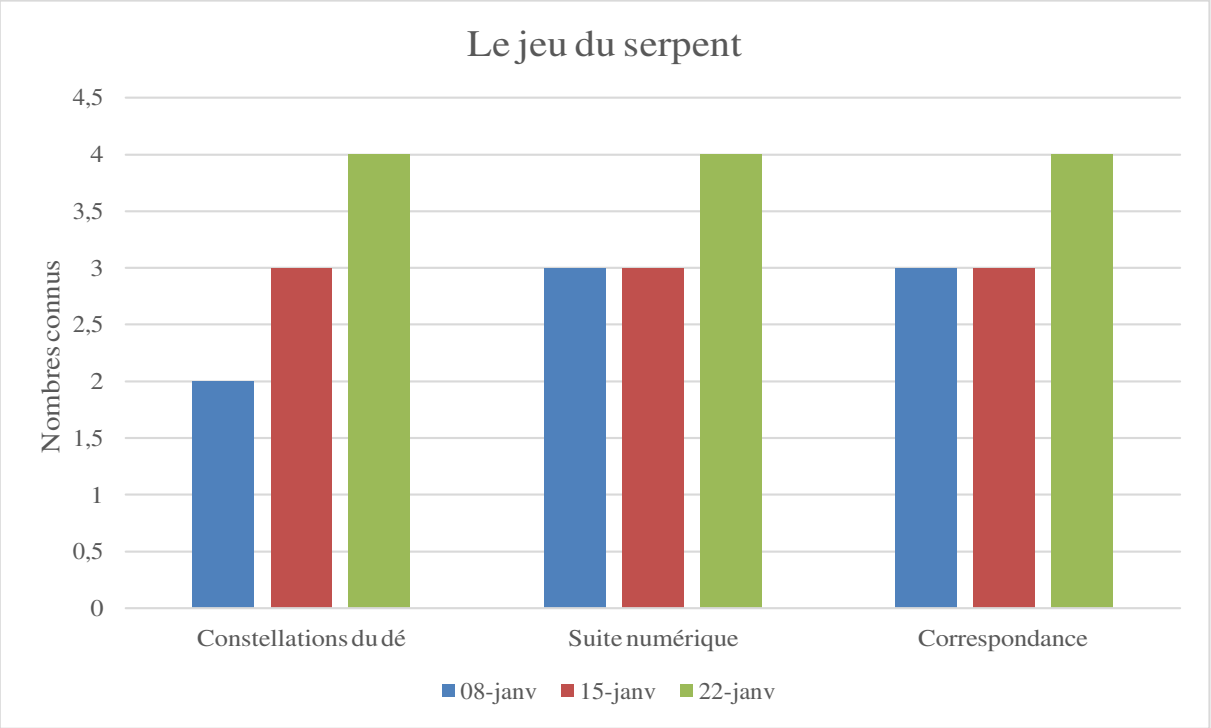
Cette compétence n'est évaluée qu'à partir de la deuxième séance puisqu'en première séance, l'ATSEM était meneuse de jeu. Le meneur de jeu tire une carte au sort et annonce le numéro tiré sans le montrer.
Cette compétence va de pair avec la précédente puisque l'écriture chiffrée est liée à la lecture du nombre.

Lors de la troisième séance, sept élèves sur neuf parviennent à acquérir cette compétence. Avec aide de la bande numérique, un élève supplémentaire parvient à lire, sans faire d'erreur, les nombres d'un à huit.
L'élève restant ne maîtrise la lecture des nombres que jusqu'à cinq.

Etude de cas

L'élève étudié est un élève qui était absent durant le mois de septembre et d'octobre. Il présente des difficultés en mathématiques. Cet élève est issu d'une famille qui ne parle pas très bien le français.
C'est un élève très volontaire qui progresse lentement depuis le début de l'année en mathématiques, concernant la connaissance des nombres.
Il essaye à plusieurs reprises, lève le doigt même lorsqu'il ne connaît absolument pas la réponse pour proposer quelque chose. Il a besoin de plus de temps que le reste du groupe pour intégrer les nouveaux apprentissages.

Nous prénommerons cet élève « Tom ».



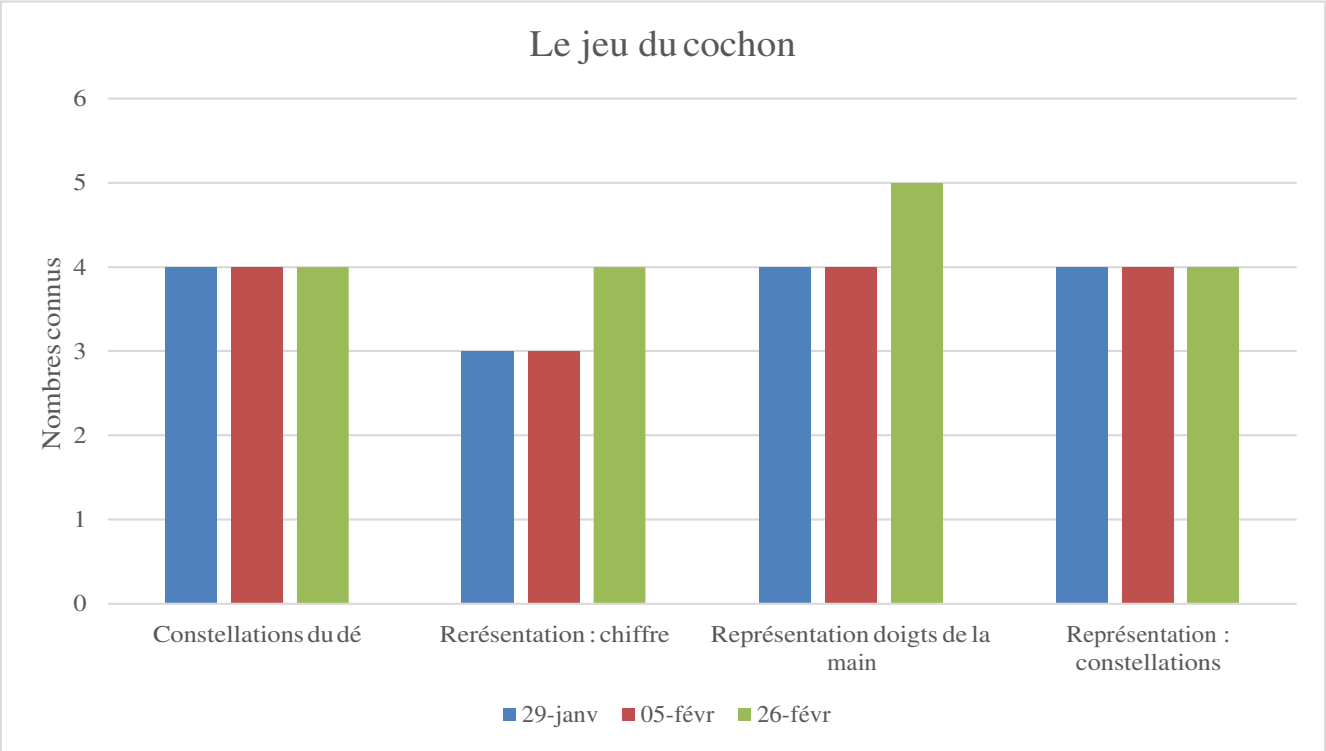
Au fil des séances, Tom progresse :

- Il reconnaît les constellations du dé jusqu'à quatre à la fin des trois séances. C'est un grand pas puisque nous avions travaillé les différentes constellations durant la période une et deux et Tom ne les maîtrisait que jusqu'à deux. Il se prend au jeu et souhaite faire comme ses camarades : « donner les réponses sans compter ».

- Dès son arrivée dans la classe, Tom sait dire la suite numérique jusqu'à trois. Lors des deux premières séances, Tom ne progresse pas sur cette compétence. A la troisième séance il arrive à dire la suite numérique jusqu'à quatre lorsqu'il dénombre tout comme il arrive à reconnaître les constellations jusqu'à quatre.

- A la fin des trois séances, Tom arrive parfaitement à dénombrer quatre jetons et à les placer sur son serpent. Ses paroles correspondent bien à ses gestes : je dis un et je mets un jeton dans ma barquette, je dis deux et je mets un jeton dans ma barquette…

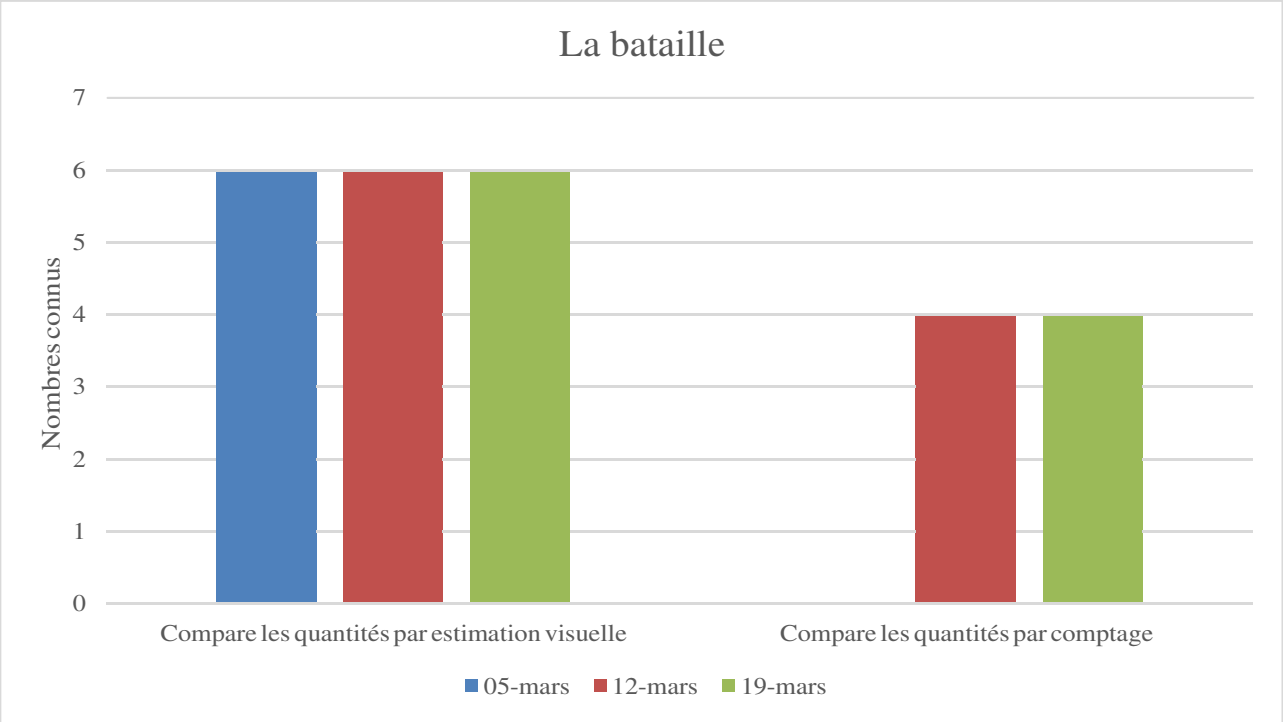
  Il saisit bien le but du jeu puisqu'il explique « bientôt je vais gagner, il n'en manque pas beaucoup » ou alors « il en manque beaucoup ».



Durant ce jeu, Tom progresse à son rythme sur les différentes compétences. Lorsque le nombre obtenu avec le dé est supérieur à quatre, il est obligé de compter les constellations du dé mais n'y arrive pas : « un, deux, trois, quatre, huit, dix ».

Tout comme le jeu précédent, Tom reconnaît les constellations du dé jusqu'à quatre. Au-delà il compte les points mais ne maîtrise pas la comptine numérique.
Ce jeu fait appel aux différentes représentations des nombres : l'écriture chiffrée, les doigts de la main, les constellations du dé. Les constellations du dé sont présentes pour les élèves en difficulté ou bien les élèves qui ont besoin d'être rassurés.

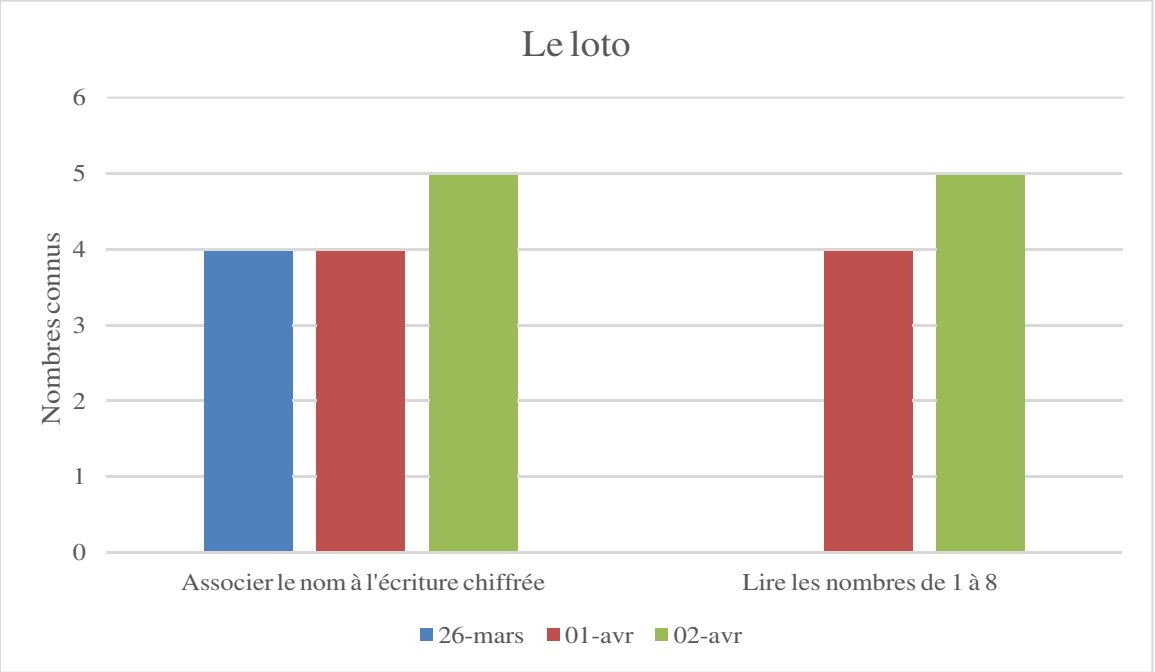
A la fin des trois séances, Tom reconnaît l'écriture chiffrée des nombres jusqu'à quatre ; il retient que le quatre a « une petite béquille » pour marcher. Il reste stable concernant la connaissance visuelle des constellations : il réussit à associer les mêmes constellations mais ne sait pas les nommer. Cependant il reconnaît les cinq doigts de la main : il se rend vite compte que nous avons cinq doigts et que si la main est ouverte entièrement c'est que ça fait cinq.
Je lui demande en parallèle de ce jeu de compter pour savoir s'il maîtrise la comptine numérique jusqu'à cinq : « un, deux, trois, quatre, huit ». Je me rends alors compte qu'il ne fait pas le lien entre le fait que cinq c'est quatre et un soit le nombre après quatre.



Lors de la première séance, Tom ne procède que par estimation visuelle. Il utilise cette procédure même lorsque la différence n'est pas évidente à voir mais se trompe lorsque les quantités sont trop proches, type cinq et six.
A la seconde séance, je l'invite à trouver une solution pour vérifier sa comparaison par estimation visuelle. Il procède alors par comptage et réussit très bien cet exercice jusqu'à quatre.
Etant donné que cet élève arrive à associer les doigts de la main avec le nombre oral, je lui donne une bande numérique sur laquelle figurent les doigts de la main. Tom compte en s'appuyant sur cette bande : « un, deux, trois, quatre, cinq ». Il parvient à compter jusqu'à cinq avec l'aide de cette bande.

Lors de la première séance, Tom exprime toujours le résultat mais se trompe assez souvent.
A la deuxième séance, il saisit beaucoup plus le sens de cette activité et se rend compte lorsqu'il gagne ou qu'il perd mais n'arrive pas à l'expliquer.
A la troisième séance il exprime parfaitement le résultat « j'en ai plus que toi ». Il ne parvient pas à encore à utiliser les notions « moins que » ou « autant que ».

A travers ce jeu, Tom progresse à travers les différentes compétences.



Tom progresse encore un peu lors des séances de loto.
Lors des deux premières séances, Tom a à nouveau accès à la bande numérique qu'il maîtrise jusqu'à cinq. Il s'y réfère lorsqu'un camarade annonce un chiffre ou alors lorsque lui-même doit annoncer un chiffre. Bien évidemment il met plus de temps que les autres, mais parvient à trouver la bonne réponse jusqu'à 5.

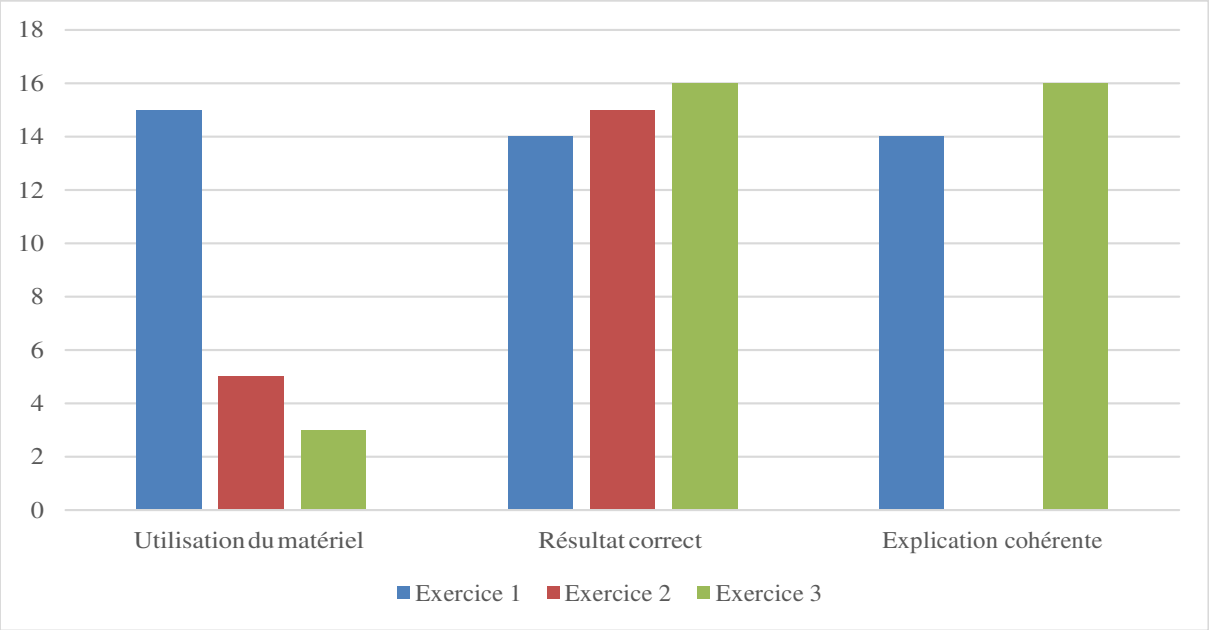
Pour que lui aussi puisse gagner, j'adapte ses cartons avec des numéros allant d'un à cinq. Il ne se rend pas compte que son carton est différent par rapport à ceux des autres et prend beaucoup de plaisir à jouer.
Lors de la troisième séance, Tom n'a plus accès à la bande numérique et maîtrise les nombres d'un à cinq. C'est un grand progrès pour cet élève : il mémorise la comptine numérique jusqu'à cinq et parvient à reconnaître l'écriture chiffrée jusqu'à cinq.

B)Observations au cycle 2

a) En cours préparation (CP)

Dans un premier temps, j'observerai mes données au niveau de chaque exercice puis j'analyserai l'évolution des élèves durant la période.
Pour finir, j'étudierai certains profils de mes élèves.

- **Données collectives**



Lors du premier exercice, où les élèvent doivent construire les doubles et les moitiés avec des jetons, quasiment tous les élèves utilisent du matériel de manipulation mis à disposition. Il n'y en a qu'un qui ne l'utilise pas. La majorité des élèves trouve les résultats corrects : seulement deux n'y parviennent pas. Deux élèves ne donnent pas une explication cohérente par rapport à l'annonce de son résultat.

Ici, le matériel de manipulation joue deux rôles : c'est un outil pour aborder une nouvelle notion et c'est un outil de tâtonnement. Durant cette activité, les élèves sont actifs et motivés pour rechercher le résultat.

Concernant le deuxième exercice qui se présente sous forme de jeu oral, dans lequel l'enseignante demande aux élèves les doubles et les moitiés des nombres, la majeure partie des élèves n'utilise pas de matériel : cinq élèves manipulent les jetons.

Au niveau des résultats, seul un élève ne trouve pas le résultat demandé. Dans cet exercice, l'enseignante ne demande pas aux élèves d'expliquer leurs résultats.
Dans cet exercice, la manipulation est une aide à la représentation pour les élèves en difficulté. C'est également une aide à la vérification puisque certains élèves peuvent vérifier leur résultat avec le matériel de manipulation.
Concernant l'attitude des élèves, je remarque que les élèves sont moins enthousiastes mais sont tout de même actifs.

Dans le dernier exercice qui est la résolution de problèmes, les élèves sont répartis en cinq groupes de trois ou de quatre (quatre groupes de élèves et un groupe de quatre). Seulement un groupe utilise le matériel de manipulation mis à disposition. Tous les élèves ont des résultats corrects mais les groupes n'ont pas la même progression. En effet, certains ont réussi les quatre problèmes alors que d'autres n'ont réalisé que deux problèmes.
Tous les élèves ont réussi à schématiser leurs démarches et à l'expliquer.
Dans cet exercice, les élèves sont très actifs et très impliqués dans leur travail.

Concernant l'évolution tout au long de la période, je constate que le nombre d'élèves qui manipulent est en baisse constante passant de la totalité des élèves à trois.

En ce qui concerne la réussite des élèves, je me rends compte qu'à la fin de la période chaque élève arrive à un résultat correct, même ceux qui étaient en difficulté en début de période. De plus, tous les élèves sont capables d'expliquer leurs démarches, ce qui signifie qu'ils ont acquis la notion de double et de moitié.

Etude de cas

Le premier élève que j'étudierai sera prénommé Carla. Elle est en grande difficulté en mathématiques depuis le début d'année, et est de nature timide ; elle participe peu en classe.

Pour le premier exercice mis en place, Carla a dans un premier temps du mal à comprendre la consigne. L'enseignante reprend avec elle la consigne. C'est à partir de ce moment que Carla commence à manipuler. Elle va donc pour le double de 4, prendre 4 jetons puis rajouter 2. Puis elle dénombre le nombre de jetons avant d'aller voir l'enseignante pour lui dire sa réponse (6). L'enseignante lui demande comment elle a fait pour trouver. Elle lui répond : « j'ai ajouté 2 jetons ». Carla a donc pris la moitié de 4 qu'elle a ajouté à 4. L'enseignante reprend avec elle la consigne en lui expliquant sa démarche pour la résolution. Pour la moitié de 6, Carla commence à manipuler en mettant 6 jetons devant elle, puis elle fait 3 paquets de 2, et va voir l'enseignante en lui disant : « la réponse c'est 2 ». Là aussi l'enseignante reprend la consigne avec elle et la fait manipuler.

Dans le second exercice, l'enseignante sait que Carla est en difficulté. Elle lui demande oralement le double de 2. L'élève ne sait pas, c'est pourquoi l'enseignante lui met à disposition des jetons : elle en prend 2 puis 2 et elle dénombre et dit : « 4 ». Carla réussit.
Après avoir interrogé plusieurs élèves, l'enseignante interpelle Carla pour lui demander la moitié de 6, Carla prend des jetons 6 jetons mais fait encore 3 paquets de 2, elle donne donc comme réponse 2. L'enseignante refait donc son explication avec les jetons.

Concernant le dernier exercice, l'enseignante a essayé de faire des groupes de niveau pour que chaque groupe cherche à son rythme.

Le premier problème concerne le double de 4. Le groupe de Carla utilise les jetons mis à leur disposition et trouve la bonne réponse. Ils réussissent à faire un schéma et à expliquer oralement leur démarche. Ils passent donc au deuxième problème qui traite sur la moitié de 6. Ici aussi, ils utilisent les jetons mais ils cherchent durant une grande partie du temps. C'est seulement à la fin qu'ils réussissent à trouver la bonne démarche en donnant un après un, aux deux enfants du problème (Arthur et Zoé). Le groupe de Carla arrive à expliquer oralement leur procédure.

Carla est, dès le premier exercice, en difficulté, en ne trouvant pas le résultat du double de 4 et de la moitié de 6 mais écoute les explications de l'enseignante.
Pour le deuxième exercice, elle arrive à trouver le double de 4 en manipulant mais ne trouve pas pour la moitié de 6.
Dans le dernier exercice, elle réussit à résoudre des problèmes avec des doubles et des moitiés en manipulant encore.
Je constate alors une évolution des apprentissages de Carla au cours de la période. En effet elle a réussi à comprendre la notion de double et de moitié en ayant eu recours à la manipulation. La dernière étape sera donc de passer à l'abstraction.

Le deuxième élève que l'on va étudier sera prénommé Nathan. C'est un élève avec un bon niveau en mathématiques, toujours volontaire pour participer en classe.

Dans le premier exercice, Nathan n'a pas besoin de manipuler, il connait déjà les résultats. De plus lorsqu'il va donner ses réponses à l'enseignante, il explique sa démarche en s'aidant de ses doigts.

Lors du deuxième exercice, il lève le doigt pour être interrogé à toutes les « demandes » de l'enseignante et lorsqu'il est interrogé il réussit.

Et dans le dernier exercice, le groupe de Nathan finit les quatre problèmes en premier. Ils n'ont pas utilisé de matériel de manipulation et ont schématisé leur démarche avec les constellations du dé.

Nathan, qui a des facilités en mathématiques, n'a pas besoin de manipuler pour réussir.

Je constate donc que la manipulation est utilisée pour aborder une nouvelle notion : passer du concret pour arriver à l'abstrait.

L'enseignante utilise la manipulation pour stabiliser la notion de double et de moitié afin de l'aborder sous une autre forme (les problèmes).

L'entrée dans la résolution de problèmes se passe en douceur car les élèves ont déjà étudié la notion de double et de moitié ; c'est seulement la forme qui change. Nous pouvons donc s'apercevoir que lorsque la notion est déjà travaillée en amont et est en cours d'acquisition, la résolution de problèmes ne pose pas de soucis aux élèves.
De plus, on peut constater que la manipulation est plus utilisée par des élèves en difficulté que par des élèves ayant un bon niveau en mathématiques.

b) En cours élémentaire (CE1)

- **La boîte d'allumettes renversée**

Avant de commencer l'atelier, j'ai demandé à chaque élève de réfléchir individuellement à une solution pour compter le nombre d'allumettes de manière sûre et relativement rapide. Chacun m'a évoqué la stratégie proposée individuellement pour ne pas que les autres soient influencés par les réponses de leur camarade.

Voici les propositions des élèves :

Propositions	Nombres d'élèves qui ont proposé cette solution
Compter un par un	2
Compter un par un en le mettant en ligne sur la table pour ne pas compter deux fois la même allumette.	1
Compter deux par deux	4
Faire des paquets de 10	2

Au vu de ces résultats, il me semble important de préciser que la réponse majoritaire qui est celle de compter 2 par 2 a peut-être été influencée par un exercice fréquemment réalisé en début de séance de mathématiques. Il consiste à compter de deux en deux sur l'ardoise à partir d'un nombre donné.

Les élèves savent compter de 10 en 10 jusqu'à 100 : nous avons travaillé cette façon de compter à l'oral en commun lors du jeu du furet.
Les élèves ont alors proposé leur méthode au reste du groupe et nous avons discuté de leur rapidité et de leur efficacité. Ainsi il a été décidé de tester toutes les solutions pour qu'ils déterminent par eux même laquelle est la plus rapide et laquelle est la plus sûre.
Les élèves ayant proposé de compter les allumettes une par une sont des élèves en général en difficulté. L'une d'entre eux est une élève plutôt à l'aise mais elle justifiait son choix par le fait « [qu'elle avait] peur de se tromper en comptant deux par deux car il y en [avait] beaucoup ».
Les élèves sont alors regroupés en fonction de la stratégie proposée et comptent les allumettes. Ils avaient 138 allumettes à compter et disposaient de dix minutes.

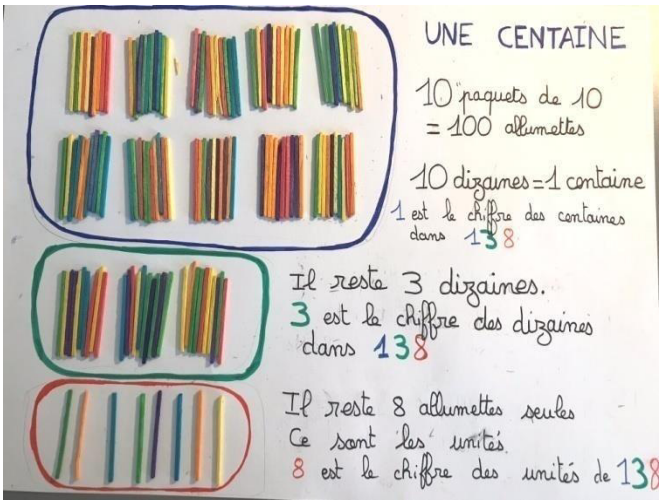
Résultats obtenus :

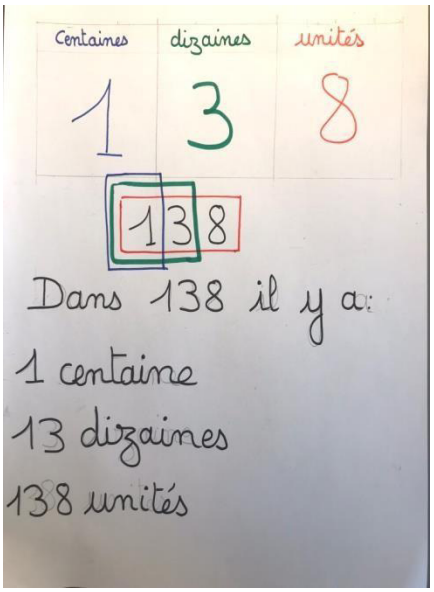
Groupes	Résultat trouvé	Temps respecté	Aide
Comptage un par un	138	Non	Non
Comptage un par un en disposant les allumettes en ligne sur la table.	138	Oui	Non
Comptage deux par deux	138	Non	Oui
Comptage par paquets de 10	138	Non	Oui

Les élèves ont eu des difficultés à compter au-delà de 100 ; notamment de 10 en 10 et de 2 en 2. Les élèves qui ont compté de 2 en 2 se sont trompés plusieurs fois et ont dû recommencer deux fois d'où la perte de temps.
Si tous les élèves ont trouvé le bon résultat final il a tout de même fallu de l'aide pour plusieurs d'entre eux et le résultat correct est survenu après plusieurs essais pour certains groupes.
L'objectif de l'exercice n'étant pas vraiment de trouver le résultat exact à quelques unités près, je leur ai apporté mon aide pour ne pas qu'ils perdent davantage de temps à recommencer.

Après mise en commun j'ai rassemblé les élèves pour discuter des stratégies puis j'ai attiré leur attention sur le comptage 10 par 10.
J'ai isolé 10 paquets de 10 et je leur ai demandé « Ici combien d'allumettes avons-nous ? ». Un élève a spontanément compté de 10 en 10 et a annoncé « 100 ».
Nous avons donc écrit au tableau « 10 paquets de 10 allumettes = 100 allumettes ».
Il nous restait donc qu'à compter le reste. Les élèves étant habitués à décomposer des nombres à deux chiffres n'ont pas eu de difficultés à comprendre que « 138 = 100 + 30 + 8 ».

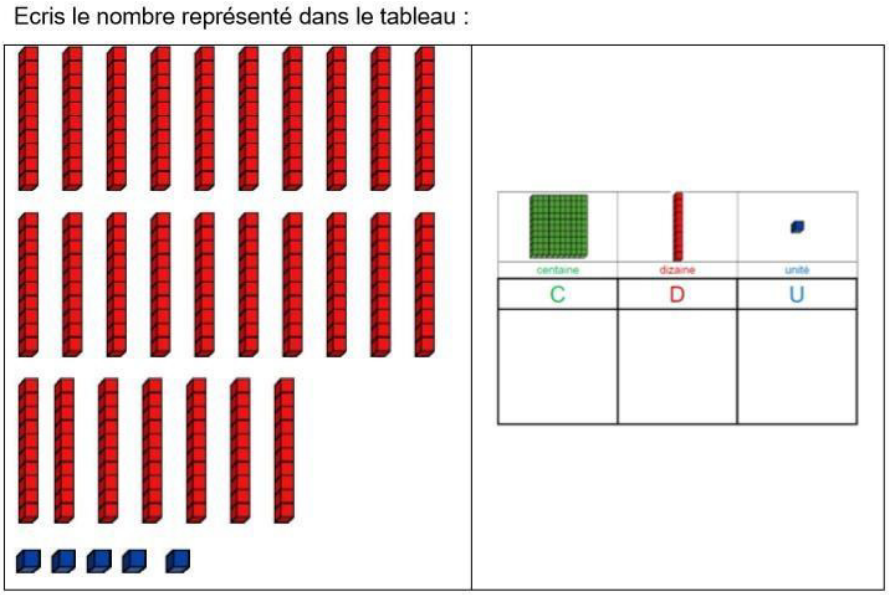
Pour garder une trace de cet atelier j'ai transféré tous les paquets de 10 et les 8 allumettes restantes sur une feuille A3 que j'ai annotée. J'ai pris en photo le résultat et j'ai l'ai affichée dans la classe.





J'ai beaucoup insisté sur le fait que 100 représentait 10 paquets de 10 allumettes ce qui était le point essentiel à retenir de cet atelier. Nous avons également pu le vérifier avec le matériel de numération puisque j'ai pu montrer à la classe qu'on pouvait emboîter 10 barres de 10 sur une plaque de 100.
Afin de m'assurer que tous les élèves aient compris comment nous avons fait pour déterminer le nombre d'allumettes et pour que chacun manipule en utilisant la méthode explicitée, j'ai fait refaire l'exercice aux élèves le lendemain. J'ai donné à chaque binôme un tas d'allumettes. J'ai demandé à un élève de rappeler la technique utilisée puis les élèves ont compté leurs allumettes en faisant des paquets de dix pour connaître la quantité totale.

A l'issue de cet atelier j'ai interrogé les élèves sur ce qui avait été fait.
J'ai pu constater que même les élèves en difficulté avaient réussi à verbaliser correctement ce qui a été fait en s'appuyant sur ce qu'ils avaient devant eux.
Tous les élèves ont participé avec enthousiasme à cet atelier.
Durant plusieurs semaines, un long travail a été mené autour des nombres à trois chiffres et notamment autour de la décomposition afin que les élèves puissent comprendre.
Très souvent nous avons eu l'occasion de nous référer à l'affiche réalisée lors du comptage des allumettes.
J'ai évalué les élèves sur des exercices de numération simples consistant à remplir des tableaux de ce type :



J'ai évalué huit élèves en réussite sur les neuf CE1 dès la première évaluation.
Nous avons poursuivi ce travail par de petits rituels en début de séances au cours desquelles je les interrogeais sur le nombre de dizaines, le nombre de centaines, le nombre d'unités, le chiffre des dizaines, le chiffre des centaines, le chiffre des unités etc… Nous nous référons souvent à l'atelier des allumettes et à l'affiche pour bien faire cette distinction.
Au bout de plusieurs semaines, tous les élèves interrogés parviennent à faire cette distinction et répondent correctement en consultant ou non l'affichage.

- **Les additions de deux nombres à deux chiffres**

Dans la continuité de ce travail sur la construction du nombre et notamment sur le passage à la centaine, j'ai mis en place un second atelier. Il consiste à additionner deux nombres à deux chiffres de telle façon que le résultat soit supérieur à 100 pour que les élèves échangent les dizaines en centaine.
Ce travail avait également pour objectif de mieux faire comprendre aux élèves l'addition avec retenue que nous travaillons en parallèle.
Plus tôt dans l'année, un travail similaire avec seulement des barres de dix et des unités a été fait afin que les élèves comprennent que 10 unités correspondent à une barre de 10. De ce fait la consigne a été rapidement comprise par les élèves à l'exception d'un élève présentant de très grosses difficultés en mathématiques. Tous les élèves ont réussi à représenter le nombre qui leur avait été attribué avec le matériel de numération.
Les deux binômes observés ont directement eu le réflexe de changer les dix barres de dizaines en carré de 100 sans que je leur demande de le faire et m'ont présenté un résultat correct. J'ai remarqué que l'un d'entre eux s'est encore référé à l'affiche des allumettes en rappelant à ses camarades que « 10 barres de 10 c'est comme 10 paquets d'allumettes c'est égal à 100 ».

Pour la deuxième étape de cet atelier réalisé quelques jours plus tard, les quatre binômes étaient concernés.
Les élèves avaient la même consigne que pour l'étape précédente à la différence que cette fois-ci ils n'avaient pas le matériel de numération à disposition. Ils devaient dessiner des barres de 10, des cubes d'unité et des carrés de 100 sur leur cahier.

Pour la présentation des résultats j'appellerai « groupe témoin » le groupe du binôme qui n'a pas participé à la première étape de cet atelier c'est-à-dire le groupe qui n'a pas manipuler en amont et « groupe test » pour le binôme ayant participer aux deux étapes.
Je rappelle que nous travaillons ici sur un échantillon de huit élèves (l'un de mes élèves est pris en charge par le RASED à ce moment-là).

	Groupe témoin	Groupe Test
Représenter le nombre attribué en dessinant des barres de 10 et des unités.	100 % de réussite	100 % de réussite
Additionner les deux nombres du binôme en regroupant les barres de 10 et les cubes d'unité.	Un binôme a redessiné toutes les barres de 10 et les unités des deux nombres sur le même cahier mais de manière non organisée. (*Binôme 1*) L'autre binôme n'a rien ajouté de plus sur le cahier.	Les deux binômes ont rassemblé les éléments sur le même cahier de manière très organisée (toutes les barres de dix alignées et toutes les unités alignées à la suite).
Résultats de l'addition obtenue.	Le binôme 1 a trouvé le bon résultat après un certain temps. Leur schéma était très brouillon. Ils ont compté les barres de dix en les entourant une par une à chaque fois pour ne pas « recompté plusieurs fois la même ». De même pour les unités. Ils ont tout de même trouvé le bon résultat mais ils n'ont pas mis en valeur le regroupement des barres de 10 qui donne 100. L'autre binôme a compté les barres de 10 dessinées en comptant de 10 en 10 et a ajouté les 8 unités restantes. Ils ont fait une erreur en comptant de 10 en 10 et n'ont donc pas obtenu le bon résultat.	L'un des binômes a entouré dix barres de 10 est a dessiné un carré de 100 en dessus. Le résultat trouvé était correct. L'autre binôme a également entouré dix barres de 10 (sans dessiner de carré de 100 en dessus) puis il a entouré les barres de 10 restantes et toutes les unités. Le résultat trouvé était correct.

Lorsque j'ai demandé aux élèves du groupe témoin de m'expliquer comment ils avaient procédé, je n'ai pas eu de mal à comprendre leur stratégie mais la règle « 10 barres de 10 correspondent à une plaque de 100 » est arrivée très tardivement avec un aiguillage de ma part alors que dans le groupe test cette information est arrivée très vite dans leur explication. Je n'ai pas pu chronométrer précisément chaque binôme mais j'ai aisément constaté que les binômes du groupe test ont terminé avant les binômes du groupe témoin.

Les résultats de cette expérience montrent que la manipulation ne semble pas être indispensable pour obtenir un bon résultat mais elle aide toutefois à permettre aux élèves d'adopter une méthode plus efficace, plus rapide et plus précise.

c) En cours élémentaire (CE2)

Les expériences menées sur le groupe de CE2 avaient pour objectif d'observer quel rôle pouvait jouer la manipulation dans le cadre de la résolution de problèmes.
En trinôme, les élèves disposaient de vingt-cinq minutes pour résoudre les quatre problèmes de la première manche du rallye des mathématiques.
Pour cette première manche ils pouvaient utiliser tout le matériel à disposition dans la boîte à problèmes. Le choix du matériel était libre.
Tout le matériel qui se trouvait dans la boîte à problèmes a déjà été utilisé par les élèves lors de séances précédentes.

Dès les premières minutes, trois des quatre binômes sont allés prendre du matériel sans avoir réfléchi comment s'en servir ni ce qu'ils allaient faire avec. Ce comportement n'est pas surprenant. Les élèves qui ont eu un recours direct au matériel sont des élèves de niveau moyen en mathématiques mais surtout ce sont des élèves qui manquent de confiance en eux car ils se retrouvent régulièrement en situation d'échec face à la résolution de problème. Il semblerait que pour ces élèves le matériel de numération semble être rassurant.
Le seul trinôme qui n'a pas utilisé le matériel de numération dès le début est un trinôme volontairement constitué des trois meilleurs éléments de la classe. Les autres trinômes étaient hétérogènes et à peu près équivalents.

Pour la suite de la description nous appellerons le trinôme constitué des trois meilleurs éléments « le trinôme d'Eliot ». Eliot et ses camarades ont résolu le premier problème (*exercice 1 de la première manche*) en calculant dans leur tête et sur leurs doigts. Deux faisaient les additions pendant qu'Eliot se servait de ses doigts pour compter le nombre d'années. Ce trinôme fonctionne parfaitement bien puisque chacun a son rôle et les trois élèves sont investis à part égale dans la tâche.
Pour le problème suivant je leur ai proposé un matériel adéquat (des cubes) avant même qu'ils ne lisent l'énoncé en leur disant simplement que ce matériel pourrait

vraiment les aider. Mais là encore ils ont refusé de l'utiliser et ont fait des schémas directement sur l'énoncé. Ils ont trouvé le bon résultat mais ont utilisé le matériel pour vérifier. Pour ces élèves là il semblerait que le passage à l'abstraction est dans un stade déjà bien avancé.
Après cette première manche j'ai demandé à chaque membre de ce trinôme d'expliquer comment ils avaient procédé pour résoudre ce problème. Bien qu'un peu confus pour le reste de la classe, je n'ai pas noté de difficulté à verbaliser leur démarche dans un langage compréhensible et adapté.

Pour ce qui en est des trois autres trinômes le premier problème a fait l'objet d'une incompréhension générale. Après avoir pris un temps pour reformuler la consigne, tous les groupes se sont remis au travail en autonomie.
L'un des groupes a utilisé du matériel (des bûchettes pour modéliser les bougies), un autre a eu recours au schéma mais un des groupes est resté bloqué.
Il s'agit ici d'un binôme de deux élèves en difficulté. Je leur ai fourni du matériel qui me semblait adapté, des petits cubes qui s'emboîtent les uns sur les autres. J'attendais d'elles qu'elles modélisent une bougie par un cube et qu'elles fassent le décompte du nombre total de bougies en les regroupant par emboîtage pour chaque année.
Je leur ai simplement donné comme indication « vous pouvez utiliser ces cubes en assimilant un cube à une bougie ». Cette indication ne semble pas avoir suffi ; cela a peut-être même été une entrave supplémentaire à la compréhension. J'ai donc opté pour la méthode utilisée par l'autre binôme avec les buchettes. J'ai commencé la démarche avec elles, puis elles ont continué seules.

De manière générale, le trinôme d'Eliot a réussi à résoudre l'ensemble des problèmes en 25 min avec 100% de bonnes réponses.
Les deux binômes « moyens » n'ont pas eu le temps de terminer la première manche. Les deux groupes ont utilisé du matériel pour le problème 3 mais pas pour le problème 4 : ils ont directement dessiné les pièces mais aucun des deux trinômes n'a trouvé l'ensemble des solutions possibles.
Le binôme en difficulté a utilisé volontairement des cubes pour le problème 3. Ils ont réussi à trouver le bon résultat mais ont eu beaucoup de difficultés. Pour le problème 4 qu'elles ont jugé trop difficile, je leur ai suggéré de prendre des pièces de monnaie en plastique.

Elles ont alors commencé à disposer toutes les solutions possibles sur leur table mais elles n'ont pas eu le temps de terminer.

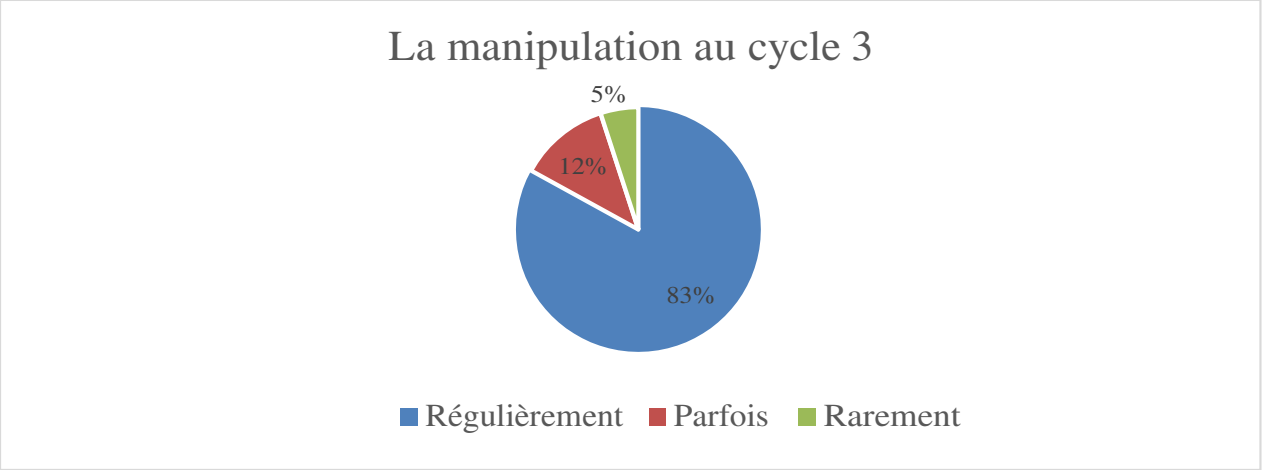
Pour des élèves en difficulté, la manipulation n'était pas un recours suffisant. Le problème de compréhension très présent en général chez ces élèves n'a pu être compensé par la manipulation. Ces deux élèves-là n'ont pas été capables de manipuler de manière autonome.
A ce stade je ne peux affirmer si ces élèves ont compris ce qu'elles ont fait ou si elles ont simplement appliqué une méthode que je leur ai indiquée.

Pour la deuxième manche les élèves ne pouvaient pas utiliser le matériel de numération mais j'ai beaucoup insisté sur le fait qu'il semblait presque indispensable de faire des schémas.
Tous les trinômes ont eu beaucoup de mal avec le premier problème. Je leur ai donc donné une piste de schéma possible. Le trinôme d'Eliot a commencé le schéma puis a terminé par abstraction. Le résultat trouvé était faux. Les autres groupes ont poursuivi le schéma jusqu'au bout ce qui a pris beaucoup de temps mais les résultats étaient justes.
Pour le second et dernier problème pris en compte dans cette étude, seul le groupe d'Eliot a trouvé la bonne réponse en utilisant un schéma correct.
Pour les autres groupes, les réponses apportées par deux d'entre eux étaient fausses. Elles n'étaient pas accompagnées de schémas. Ce problème étant le dernier problème de la manche, j'ai ressenti un sentiment de lassitude chez les élèves et je suppose que ces trois groupes ont écrit une phrase réponse hasardeuse pour terminer la manche du rallye dans les temps.
Le dernier groupe, celui des élèves en difficulté, n'a pas eu le temps d'arriver jusqu'à ce problème.

C) Observations au cycle 3

N'ayant pas pu nous rendre dans des classes de cycle 3 pour mener des observations sur la place de la manipulation dans ce cycle, nous avons élaboré un questionnaire que nous avons transmis, dans toute la France, à un grand nombre d'enseignants du cycle 3. Une centaine de ces questionnaires complétés nous ont été retournés.
Les enseignants qui nous ont retourné ce questionnaire ont entre un an et trente ans d'ancienneté.

L'analyse statistique de l'ensemble de ces réponses nous a permis de répondre à certaines de nos hypothèses notamment celle sur la diminution de la fréquence de la manipulation au cycle 3 et celle supposant que les enseignants, avec au moins quinze ans d'ancienneté, manipulent moins.

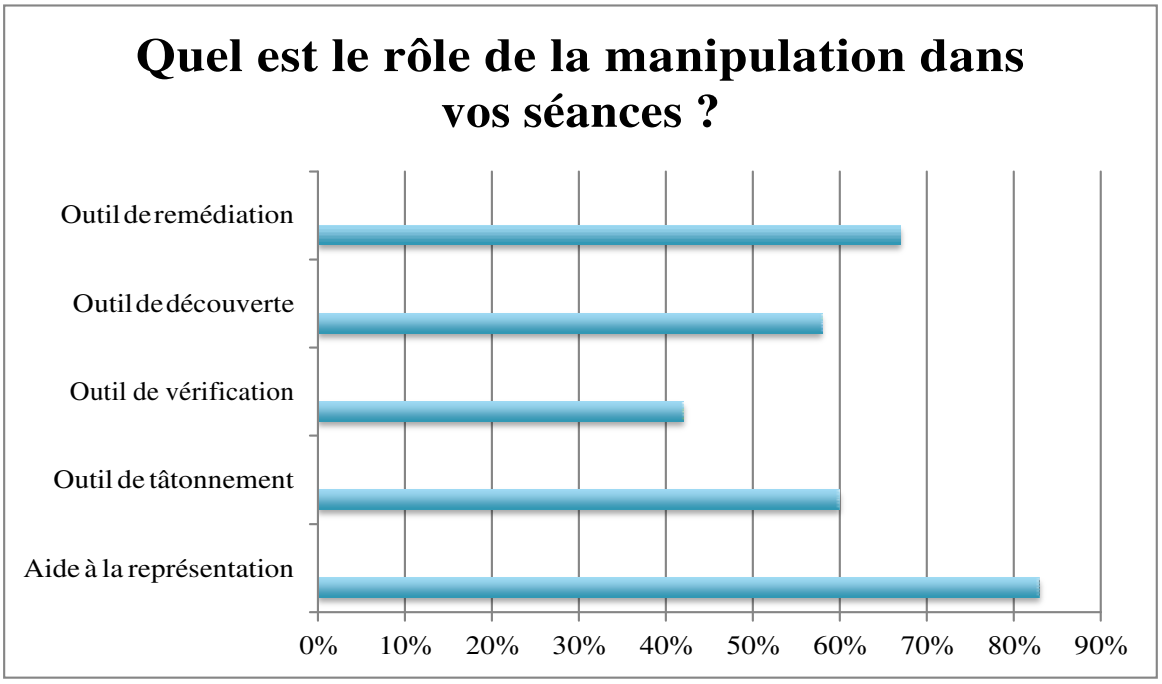


Ces hypothèses-là ont été invalidées puisque 83% des enseignants interrogés ont affirmé manipuler régulièrement dans leur classe durant leurs séances de mathématiques et 66% de ces enseignants ont plus de 15 ans d'expérience.

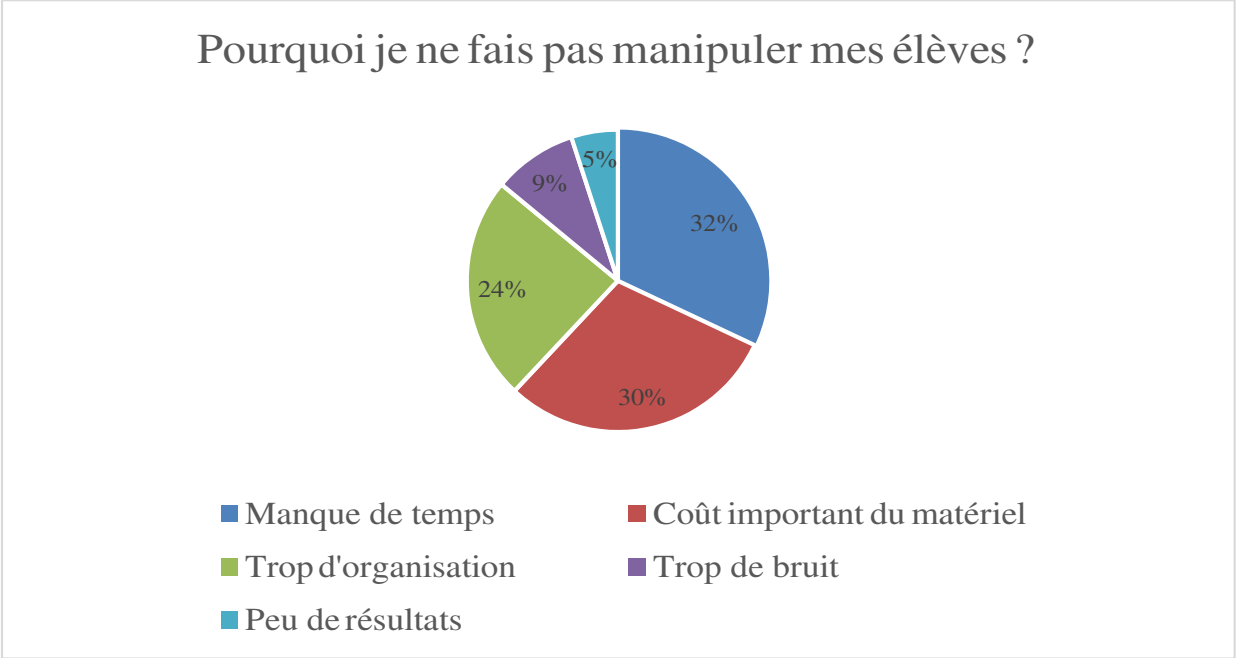
Nous avons voulu savoir pour quel type d'activité les enseignants utilisaient la manipulation au cycle 3 et les principales activités dans lesquelles les enseignants utilisent la manipulation sont :

- La numération
- La résolution de problème
- La géométrie

Nous avons également questionné ces enseignants sur la place de la manipulation au sein de leurs séquences :



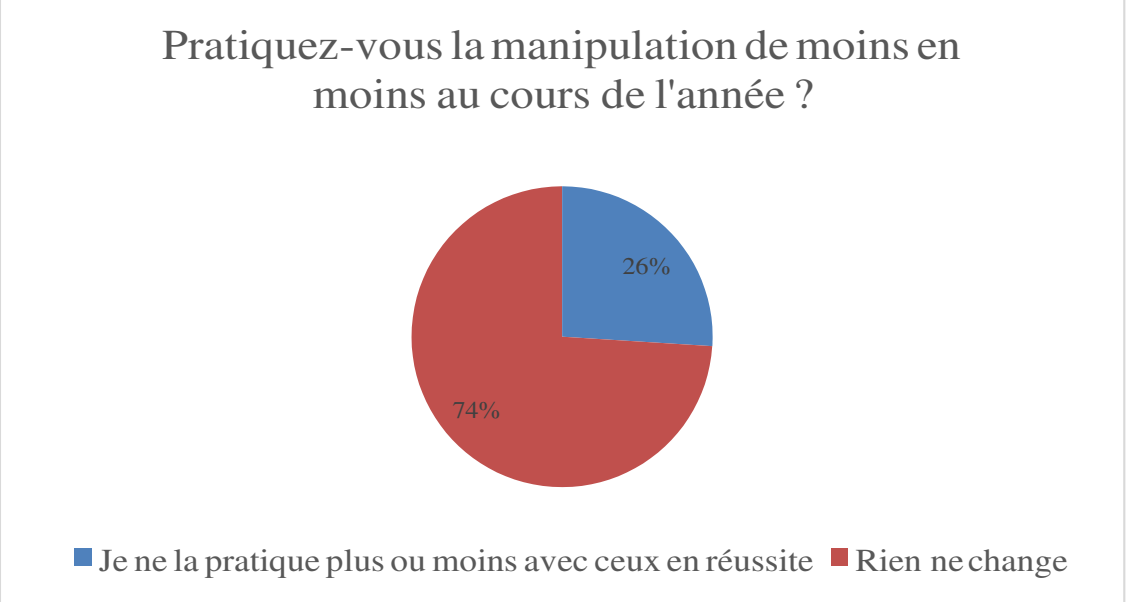
17 % des enseignants interrogés affirment ne pas ou peu utiliser la manipulation. Nous leur avons donc demandé pour quelles raisons. Les réponses que nous avons obtenu le plus souvent sont qu'ils manquent de temps, que le matériel coûte trop cher ou bien qu'il faut un long travail préparatoire.



Les questionnaires nous ont également permis de constater qu'au cycle 3, la manipulation ne concerne pas seulement les élèves en difficulté.

En effet, **90%** des enseignants interrogés affirment que la manipulation en mathématiques est utilisée par l'ensemble des élèves notamment pendant des ateliers ou des jeux.

Pour **74%** d'entre eux, la fréquence de la manipulation ne diminue pas au cours de l'année. Concernant les enseignants qui ont déclaré réduire l'usage de la manipulation au cours de l'année, ceci ne concerne que les élèves en réussite pour **55%** d'entre eux.



Nous nous sommes également aperçues que la verbalisation était fortement présente après chaque phase de manipulation **: 67%** des enseignants font systématiquement verbaliser leurs élèves.

Ainsi si le langage semble être une priorité du cycle 1, nous avons pu constater qu'il reste toutefois très présent au cycle 3.

VI- Limites

Au cycle 1, il est difficile de savoir si les compétences travaillées sont renforcées à travers les différents jeux puisque nous travaillons en parallèle tout au long de l'année les différentes compétences énoncées.
Pour juger de la véritable efficacité d'un jeu, il faudrait le tester sur un effectif plus important et tester en parallèle la même notion sans l'utilisation du jeu qui permet de manipuler. Cette mise en parallèle permettrait la comparaison des deux groupes et permettrait de vérifier si la manipulation à travers le jeu est plus efficace ou du moins tout aussi efficace qu'un enseignement classique.
Ce dispositif ludique était accompagné d'objectifs clairs que je leur énonçais avant chaque séance : « Aujourd'hui, à travers ce jeu, nous allons apprendre à reconnaître les constellations du dé sans les compter » ou alors « Aujourd'hui, à travers ce jeu, nous allons apprendre à reconnaître les chiffres lorsqu'ils sont écrits ».
Cette démarche explicite me paraissait essentielle puisque les élèves jouent mais prennent conscience qu'à l'école il y a bien un objectif d'apprentissage derrière un atelier.

Dans la classe de CP, la limite qui émerge est celle en rapport au petit d'effectif, seize élèves, ce qui n'est pas représentatif.

Concernant les observations menées sur les CE1, il est difficile d'apporter des conclusions réellement significatives en raison du petit effectif de mon groupe de CE1. Par ailleurs, l'hétérogénéité relativement importante dans ce groupe rend difficile l'analyse.

Pour les CE2, encore une fois l'hétérogénéité de ce groupe est un inconvénient puisque les élèves n'avancent pas au même rythme dans la résolution de problèmes et les niveaux sont très variés.
La résolution de problèmes est un exercice particulier qui ne reflète pas l'ensemble du niveau en mathématiques d'un élève. Ici les élèves présentant des difficultés de compréhension se retrouvent pénalisés par rapport à leurs camarades plus à l'aise.
Il est donc difficile de déterminer si la manipulation a vraiment un impact ou non dans la réussite de l'exercice.

D’autre part, le fait que le trinôme d’Eliot soit composé d’élèves doués en mathématiques invalide en partie les conclusions puisque ce trinôme est habitué à résoudre des énigmes de mathématiques qu’ils ont le temps de faire en autonomie lorsqu’ils ont fini un travail. Ils ont donc de l’entrainement supplémentaire.
Ainsi on pourrait penser que la réussite dans la résolution de ces problèmes est plutôt liée à l’entrainement ou à l’habitude. On peut difficilement affirmer que le passage à l’abstraction est complètement acquis grâce à l’utilisation de la manipulation au préalable.

Enfin la limite principale à nos investigations est celle du temps. Nos recherches ont malheureusement été étendues sur un temps trop court. Pour pouvoir suivre l’évolution des élèves en difficulté, mais aussi celle des élèves en train de construire le nombre, il aurait été pertinent de les suivre sur plusieurs années.
De plus pour enrichir nos analyses et conclusions, il aurait été intéressant de mener d’autres études dans des classes où les élèves manipulent peu, voire pas du tout ; comme cela pourrait être le cas dans le cade de la résolution de problème par exemple.

VII- Conclusion

La question de recherche était : « En quoi la manipulation va-t-elle aider les élèves dans l'apprentissage à travers les différents cycles ? ».
Suite à notre travail, nous avons pu constater que la manipulation permet à tous les élèves de progresser et d'approfondir les notions étudiées. Les élèves passent peu à peu d'une représentation concrète à une représentation semi-abstraite pour tendre vers une abstraction totale.

Durant nos observations nous avons réussi à valider ou bien invalider nos différentes hypothèses :

- **La manipulation aide les élèves à construire le nombre**

Au cycle 1, bien que les compétences travaillées ne le soient pas seulement par le biais de la manipulation, la manipulation aide les élèves à construire le nombre. Le nombre prend beaucoup de sens dans les jeux, d'autant plus que les élèves ont plus l'impression de jouer à proprement dit que de travailler.

Au cycle 2, au CE1 les élèves ont participé à plusieurs activités de manipulation pour introduire le passage à la centaine ce qui a constitué pour eux un support de référence. Grâce à ce support, ils ont pu visualiser comment est construit un nombre à trois chiffres et quelle est la signification d'une centaine.
Le fait d'avoir manipulé leur a construit un souvenir qu'ils peuvent facilement évoquer puisqu'il s'agit de quelque chose qu'ils ont fait eux même. Cela facilite la verbalisation.
Dans la deuxième partie de l'expérience, celle où les élèves devaient additionner des nombres représentés préalablement avec du matériel de numération dessiné sur leur cahier, nous avons pu constater que les élèves ayant réalisé l'exercice en manipulant auparavant ont mieux réussi à organiser leur représentation schématique et ont opéré plus rapidement. N'ayant pas observé de point négatif concernant l'usage de la manipulation dans ce type d'exercice, nous pouvons en déduire que la manipulation aide les élèves à construire le nombre.

- **Grâce à la manipulation les élèves pourront passer vers l'abstraction lorsque le système numérique sera compris**

Cette hypothèse a été clairement validée chez les CP et les CE1 : lorsque les élèves manipulent, ils schématisent plus facilement. C'est le cas, dans l'exercice de problème pour les CP et dans l'exercice sur l'addition de deux nombres à deux chiffres pour les CE1. La schématisation étant l'une des étapes du passage vers l'abstraction, nous pouvons affirmer que la manipulation aide le passage à l'abstraction.

- **La manipulation développe la confiance en soi**

Au cycle 1, cette hypothèse est totalement validée. Rappelons-nous que Tom a plus de difficultés que ses camarades. Lorsqu'il participe aux différents jeux, il n'a pas toujours les réponses attendues. Il ne baisse pour autant pas les bras, et prend plaisir à jouer quel que soit le résultat final. Il me demande même « maîtresse, tu crois que je vais réussir ? ». Je l'encourage fortement à continuer sur cette voie. Lorsqu'il progresse un minimum il s'en rend bien compte et est d'autant plus motivé à faire mieux la prochaine fois.

Au cycle 2, il a été difficile d'observer si la manipulation développe la confiance en soi chez les élèves. En revanche, j'ai pu observer que la manipulation met les élèves en confiance, elle les rassure. Lorsque les CE2 ont résolu des problèmes nous avons pu observer que les élèves les plus en difficulté, ceux qui manquent de confiance en eux, sont directement allés chercher le matériel de manipulation sans savoir s'ils en avaient réellement besoin mais simplement car il le considère comme une aide, un soutien.

- **Les enseignants ayant plus de 15 ans d'ancienneté manipulent moins**

Cette hypothèse est invalidée. En effet, à travers le questionnaire distribué aux enseignants de cycle 3, nous avons pu nous rendre compte que ces enseignants expérimentés manipulent régulièrement (83%).

- **Au plus on avance dans les cycles, au moins on manipule**

Cette hypothèse a également été invalidée par le questionnaire destiné aux enseignants du cycle 3 puisque 95% des enseignants interrogés affirment faire manipuler leurs élèves « parfois » ou « régulièrement » ; principalement en géométrie, résolution de problèmes et numération.

Si la manipulation est presque exclusive en mathématiques au cycle 1 elle reste quand même très présente dans l'ensemble des cycles de l'élémentaire.

- **La manipulation concerne essentiellement les élèves en difficultés**

Au cycle 2, nous avons pu observer que les élèves en difficulté ont plus facilement recours à la manipulation de manière autonome.

Dans la classe de CP, nous avons constaté que les élèves ayant un bon niveau en mathématiques manipulent moins que les autres, voire pas du tout.

Cependant les résultats des études menées chez les CE1 ont prouvé qu'elle est profitable à tous les élèves. Nous remarquons que les élèves les plus à l'aise utilisent plus efficacement le matériel de manipulation. Pour les élèves en difficulté, manipuler peut parfois s'avérer être une contrainte supplémentaire car certains considèrent cette tâche comme une consigne à part entière qui fait partie de l'exercice et non comme une aide.

Notre hypothèse n'est donc pas validée car elle est profitable à tous les élèves.

- **La manipulation aide les élèves à résoudre des problèmes mathématiques**

Au cycle 2, nous avons pu observer que la manipulation a été efficace et a permis aux élèves les plus en difficulté de se faire une représentation, de modéliser les problèmes même si cela n'a pas été intuitif pour eux.

Toutefois les élèves les plus à l'aise ont résolu les problèmes sans la manipulation mais l'ont utilisée pour vérification.

La manipulation aide donc les élèves à la résolution de problèmes mais ne permet pas de supprimer l'obstacle de la compréhension de l'énoncé qui est une des difficultés majeures dans la résolution de problème.

Sans la compréhension de l'énoncé, la manipulation ne serait pas efficace ni même utile.

- **La manipulation aide à la verbalisation et joue un rôle dans le langage**

Cette hypothèse est peut-être celle que nous avons le moins testé.
La verbalisation a principalement été travaillée au cycle 1 au cours du jeu « La bataille ». En effet, les élèves n'avaient pas d'autres choix que d'exprimer le résultat pour gagner les cartes « plus que, moins que, autant que ». Grâce à ce jeu, j'ai pu me rendre compte quels étaient les élèves qui avaient acquis ces différentes notions travaillées en parallèle.
A travers les différents jeux, les élèves devaient tout de même exprimer la quantité.

Au CP, les élèves expliquent leur démarche à l'enseignante lors de l'exercice 1 et l'exercice 3.
Dans le premier exercice, la verbalisation s'appuie sur leur manipulation : les élèves expliquent leur démarche. Pour le troisième exercice, la manipulation n'est pas obligatoire mais les élèves verbalisent tout de même leur démarche : ils expliquent aux autres groupes.
Nous pouvons donc affirmer que la manipulation peut être une aide à la verbalisation. Cependant, certains élèves n'ont pas besoin de manipuler pour verbaliser leur démarche.
Il est important que l'élève verbalise pour poser des mots sur sa démarche. Du côté de l'enseignante, il est également important que l'élève verbalise pour vérifier si l'élève comprend réellement ce qu'il fait. L'élève peut bénéficier d'une remédiation en cas de besoin.

D'une façon générale nous avons toutes pu constater que les élèves appréciaient les temps de manipulation, notamment avec les jeux mathématiques (jeux de carte pour travailler le calcul mental, loto ect…).
Les élèves qui présentent des difficultés en mathématiques participent volontiers à ces ateliers ludiques. Cependant, ludique n'est pas synonyme d'improductivité. Au contraire, le jeu a sa place dans les apprentissages et pas seulement en maternelle. Il permet d'enrôler plus facilement les élèves dans une tâche et permet de travailler les compétences autour de la coopération.
Puisque la manipulation et les jeux donnent envie aux élèves de faire des mathématiques alors pourquoi ne pas s'en inspirer pour l'apprentissage du français ?

Il est vrai qu'il est très facile de faire manipuler les élèves en mathématiques, certainement plus qu'en français, mais il est tout à fait possible d'utiliser des approches plus ludiques en français avec des jeux de vocabulaire ou de conjugaison ce qui permettrait aux élèves d'apprendre, d'appliquer des règles et de s'entrainer de différentes façons.
Faire du français en manipulant des images, des cartes-mots, des flashcard, des plateaux de jeux pourrait donner davantage envie aux élèves en difficulté de s'investir.

VIII- Bibliographie

Commission scolaire du Lac-Abitibi. (2013). *L'importance de la manipulation en mathématiques*. Info services éducatifs

DIAS, T. (2012) *Manipuler et expérimenter en mathématiques*. Magnard

DIAS, T. (2017) Quelle différence entre manipulation et expérimentation mathématiques ? Consulté à l'adresse https://www.youtube.com/watch?v=voZ8aVH1JFY

Eduscol. (2016). *Les mathématiques par les jeux*

EYSSERIC, P. (2012). *Manipuler en maths*. YouTube

EYSSERIC, P. (2012). *Mettre au centre la résolution de problèmes*. Les Cahiers pédagogiques

Ministère de l'éducation nationale. (2015*) Le socle commun de connaissances, de compétences et de culture*

Ministère de l'éducation nationale (2015). *Programme de l'école maternelle*

Ministère de l'éducation nationale (2015). *Programmes d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), du cycle de consolidation (cycle 3) et du cycle des approfondissements (cycle 4)*

PALLEAU, K (2005). *Les effets de la manipulation dans l'activité mathématique*. HAL

Souillard, M. (2017). *La manipulation en maternelle : un outil d'aide à la construction du nombre*. HAL

IX- Annexes

Annexe 1 : Grille d’observation du « Jeu de serpent »

Nom des élèves	Reconnaître les constellations du dé	Connaître la suite numérique de 1 à 6	Correspondance dé et jetons	Observations

Annexe 2 : Grille d’observation du « Jeu du cochon »

Nom des élèves	**Reconnaître les constellations du dé**	**Associer écriture chiffrée**	**Associer doigts de la main**	**Associer constellation**

Annexe 3 : Grille d’observation « La bataille »

Nom des élèves	**Comparer par estimation visuelle**	**Comparer par comptage**	**Exprimer le résultat**	**Observations**

Annexe 4 : Grille d’observation « Le loto »

Nom des élèves	**Associer le nom des nombres à l’écriture chiffrée**	**Lire et dire les nombres de 1 à 10**	**Observations**

Annexe 5 : Grille d’observation pour le dispositif de cycle 2

Nom de l’élève				
Compréhension de la consigne : que doivent-ils faire avec le matériel ?				
Utilisation du matériel : utilisation totale ou partielle / Matériel imposé ou libre d’accès				
Résultat juste ou faux (Exercice 2 : faux lorsque 2/4 des réponses sont fausses)				
Elèves Passif, actif, intéressé, enthousiaste …				
Explications données par les élèves pertinentes ?				
Rôle de la manipulation : Aide à la représentation, outil de tâtonnement, outil de vérification, outil pour nouvelles notions, outil de remédiation, aide à la consolidation…				

Annexe 6 : Questionnaire pour les enseignants de cycle 3

Ville :

Niveau de classe :

Nombre d'élèves :

1- **Au sein de votre classe, faites-vous manipuler vos élèves ?**
   - Régulièrement
   - Parfois
   - Rarement
   - Jamais

2- **Si vous faites manipuler vos élèves, faites-vous manipuler :**
   - Tous les élèves
   - Seulement ceux en réussite
   - Seulement ceux en difficulté

   Si vous ne faites pas manipuler vos élèves, pourquoi ?
   - Trop d'organisation
   - Trop de bruit
   - Perte de temps
   - Peu de résultat
   - Inutile
   - Autre :_____

3- **Quel type de matériel utilisez-vous ?**
   - Dés, cubes, jetons
   - Monnaie
   - Cartes
   - Dominos
   - Autre : _____

4- **Le matériel mis à disposition est-il imposé ?**
   - Oui
   - Non

5- **Dans quelle(s) situation(s) proposez-vous la manipulation ?**
   - Géométrie
   - Résolution de problèmes
   - Numération
   - Autre :_____

6- **La manipulation constitue-t-elle :**
   - Une séance entière
   - Une phase dans la séance

7- Quel est le rôle de la manipulation dans vos séances ?

- Aide à la représentation
- Outil de tâtonnement
- Outil de vérification
- Outil pour découvrir de nouvelles notions
- Aide à la consolidation des acquis
- Outil de remédiation
- Autre :_____

8- La verbalisation est-elle importante pour vous ?

- Oui
- Non

9- Faites-vous verbaliser vos élèves après la manipulation ?

- Toujours
- Parfois
- Rarement
- Jamais

10- Est-ce que la manipulation évolue au cours de l'année ?

- Oui, je la pratique de moins en moins
- Oui, je ne la pratique plus du tout
- Non, rien ne change

Si vous la pratiquez de moins en moins :

- Avec tous les élèves
- Avec les élèves en réussite
- Avec les élèves en difficulté

11- Pensez-vous qu'il existe des désavantages lorsque l'on fait manipuler les élèves ?

- Oui
- Non

Si oui, lesquels ?

- Coût du matériel
- Perte de temps
- Préparation trop longue
- Observation difficile des résultats

Autre :_____

Résumé :

Des études récentes ont à nouveau révélé que le niveau de mathématiques des élèves français diminuait depuis plusieurs années.
Les nouvelles méthodes d'apprentissage développées par les chercheurs soulignent l'importance de la manipulation en mathématiques. Manipuler, mais de quelle manière ? Quel but ? Quand ? Est-ce toujours efficace ?
Ce sont les nombreuses questions que nous nous sommes posées. Alors, pendant plusieurs mois, nous avons essayé de comprendre comment la manipulation aidait les élèves du primaire.

Enseignantes stagiaires depuis septembre 2018, nous avons conduit de nombreuses observations en classe, allant de « moyenne section » au CE2.
Nous avons analysé la manière dont les élèves utilisent la manipulation pour construire le nombre (de « moyenne section » à CE1) et comment ils l'utilisent pour résoudre des problèmes (CE2) afin de voir quelles conséquences cela a sur leur apprentissage. En effet, si la manipulation a pour rôle essentiel de faciliter la transition vers l'abstraction, nous avons observé que la manipulation a également un impact sur le langage et la confiance en soi.
Pour compléter nos recherches, nous avons mené une enquête auprès d'une centaine d'enseignants des CM1 et CM2 sur la place de la manipulation dans leur enseignement.

En étudiant tous les niveaux de l'école primaire, nous avons pu observer l'évolution du rôle et de la fréquence de la manipulation dans le temps.

Mots clefs :

Manipulation – matériel – concret – abstrait – construction du nombre

Summary :

Recent studies have again revealed that the mathematical level of french students has been declining for several years. New learning methods developed by researcher shighlight the importance of the manipulation in mathematics. Manipulate, but in which way? What purpose? When? Is it always effective?
These are the many questions we asked ourselves. So, during several months we tried to understand how the manipulation helps students in primary school.

Trainee teachers, have lead many observations in class from "moyenne section" to CE2.
We analyzed how students use manipulations to build the number (from "moyenne section" to CE1) and how they use it for problems solving (CE2) in order to see what consequences it has on their learning. Indeed, if manipulation has for essential role to ease the transition to the abstraction, we could observe that manipulation has also an impact on the language and self confidence.
To complete our researches we lead a survey of a hundred CM1 and CM2's teachers about the place of manipulation in their teaching.

By studying the whole levels of primary school we could observe the evolution of the role and the frequency of the manipulation in time.

Key words :

Manipulation – material – concrete – abstract - construction of the number