



HAL
open science

Améliorer l'engagement des élèves dans la résolution de problèmes simples

Hélène Bulté-Loyer

► **To cite this version:**

Hélène Bulté-Loyer. Améliorer l'engagement des élèves dans la résolution de problèmes simples. Education. 2019. dumas-02418835

HAL Id: dumas-02418835

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02418835>

Submitted on 19 Dec 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

UNIVERSITE DE CERGY-PONTOISE – INSPE de l'académie de Versailles

Mémoire

Présenté en vue d'obtenir

Le Master Mention Métiers de l'Enseignement, de l'Education et de la Formation 1^{er} degré

PARCOURS : Professeur des écoles

Améliorer l'engagement des élèves dans la résolution de problèmes simples

Hélène BULTÉ-LOYER

Sous la direction de : Patricia FELICI-RICHARD, Professeur à l'ESPÉ d'Antony, académie de Versailles

Jury :

Younes ABERKANE, Docteur en mathématiques, Professeur à l'ESPÉ d'Antony, académie de Versailles

Soutenu le 22/05/2019

BULTÉ-LOYER Hélène

Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier Patricia Richard pour son accompagnement bienveillant tout au long de cette année.

Je remercie l'Inspection de l'Éducation Nationale à travers notre Inspectrice Madame Sobrero, et sa Conseillère Pédagogique Madame Eberlé, qui m'a donné accès aux données d'évaluations de début d'année.

Nos discussions lors des ateliers mémoire et en-dehors de ces entrevues ont été très fructueuses, un grand merci à Sophie Jornod et Vanina Sanna.

Enfin je remercie ma famille pour le soutien qu'elle a su m'apporter dans le travail de ce mémoire.

Résumé

Le projet d'ajustement et de clarification des programmes indique que : « la résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves, développant leurs capacités à chercher, raisonner et communiquer ». Mais qu'est-ce qu'un problème ? Au vu des définitions qui en sont faites, le problème est un concept dont les contours sont encore flous. Il en est de même pour les approches de résolutions de problèmes : plusieurs coexistent entre apprentissage méthodologique ou construction d'une bibliothèque de problèmes et mise en réseau pour une plus grande efficacité et expertise.

L'intention de ce mémoire est de s'interroger sur des éléments pouvant aider les élèves à s'engager dans la résolution de problèmes basiques au sens de Catherine Houdement (Houdement, 2018) c'est-à-dire « à énoncé court, syntaxe simple, sans information superflue » et à une seule opération.

Les élèves ont tendance à interpréter les données de l'énoncé dans leur ordre de lecture. L'exercice régulier de résolution de problèmes de structures proches mais d'énoncés variés est donc une étape essentielle pour confronter les élèves aux subtilités des énoncés.

S'ils ont une tendance à surinvestir les opérations mathématiques à défaut de réfléchir au contexte du problème, la schématisation peut aider certains élèves à se représenter la situation avant de passer au calcul.

Enfin l'entraînement aux problèmes basiques et leur mise en réseau augmentent durablement la réussite des élèves même les plus fragiles.

Mots-clés : problèmes basiques, champ additif, schéma

Abstract

Resolving problems is key to the learning process. It is especially at the core of the French educational program in mathematics aiming at developing skills to search, reason and communicate through problem-solving.

However, defining problems is multifaceted. So, approaches to mathematical problem-solving should be thought.

Mathematicians and other discipline practitioners have investigated the teaching of problem solving. For example, one can mention the heuristic approach to characterize the process of solving mathematical problems or a more recent approach that accommodates work on basic problems with the building of a basic problems network.

This report intends to evaluate what tools or tasks could be useful to engage all pupils in basic-additive-mathematical-problems solving.

Experience shows that pupils are more reluctant at engaging into problem solving than calculus algorithms. They also tend to take data as presented in the text rather than to analyse and interpret them. Analysis and structure of mathematical problems therefore plays a pivotal role in improved problem solving and, as a result, better motivation of pupils.

Drawing or plotting schemes are another interesting approach that helps pupils to understand the problem statement before they start calculations.

Finally, regular problem-solving sessions and building connections between different problems help pupils to improve their success rate reliably and build a foundation for future learning.

Keywords: mathematical problem solving, schematic, additive structures

Table des matières

Table des matières

Introduction	9
Comment mettre en place des accompagnements efficaces en résolution de problèmes simples pour tous les élèves ?	11
1. Les différentes acceptions de la notion de problème	11
2. Dimension réglementaire	12
3. La résolution de problème dans la construction d'un socle de compétences	13
4. Propositions des universitaires en résolution de problèmes mathématiques	14
<i>Les approches en résolution de problème :</i>	14
<i>Schémas et représentations :</i>	16
<i>Compréhension des énoncés :</i>	18
5. Hypothèses	19
Dispositif d'enquête	20
1. Terrain d'enquête	20
<i>Contexte de classe</i>	21
2. Proposition pédagogique	22
<i>Mobilisation des élèves</i>	Erreur ! Signet non défini.
<i>S'initier aux schémas à partir du champ additif</i>	22
<i>Comprendre les mots de l'énoncé</i>	23
<i>Mettre les problèmes en réseau</i>	23
<i>Trouver sa démarche pour résoudre des problèmes</i>	24
3. Méthodes de production des données	24
<i>Séance d'évaluation diagnostique</i>	24
<i>Première séance de travail</i>	26
<i>Travail sur les mots de l'énoncé</i>	28
<i>Deuxième et troisième séance d'entraînement à la résolution de problèmes</i>	29
4. Indicateurs retenus	29
Résultats	30
1. Analyse	30
<i>L'engagement des élèves</i>	30
<i>La place de la schématisation</i>	31
<i>Choisir son problème</i>	33
<i>De la difficulté de s'approprier un énoncé</i>	33
<i>Quel intérêt de travailler sur la fabrication des énoncés ?</i>	36

<i>Mettre les problèmes en réseau</i>	<i>37</i>
2. Discussion	38
Conclusion	40
1. Synthèse.....	40
2. Bilan personnel.....	40
<i>Documents institutionnels.....</i>	<i>42</i>
<i>Articles en ligne.....</i>	<i>42</i>
<i>Manuels scolaire.....</i>	<i>43</i>

Liste des figures

Figure 1 : Exemple de problème de transformation représenté par S. Petit....	17
Figure 2 : Détail de la catégorie « transformation d'une mesure » dans le domaine des relations additives.....	17
Figure 3 : Dessins d'élèves à la séance d'évaluation diagnostique.	25
Figure 4 : Schémas figurant la situation initiale et finale.	25
Figure 5 : Deux types de représentations de l'action entre l'état initial et l'état final.....	27
Figure 6 : Raisonnement incorrect.....	Erreur ! Signet non défini.
Figure 7 : Taux de réussite, de non-réponse et d'erreurs obtenus sur la moyenne de 4 problèmes basiques du champ additif au cours entre le mois de janvier et d'avril.....	31
Figure 8 : Dessin illustratif sans rapport direct au problème (élève ayant des difficultés en calcul).	32
Figure 9 : Dessin fait pour un problème dans le champ multiplicatif.....	32
Figure 10 : Détail des taux de réussite, d'erreur et de non-réponse pour la séance 1.	34
Figure 11 : Schéma non logique suivant l'ordre d'apparition des données dans l'énoncé.	35
Figure 12 : Difficultés dans les représentations chronologiques des données.	35
Figure 13 : Réponse d'un élève produisant des calculs avec les nombres de l'énoncé sans en comprendre le sens.	36
Figure 14 : Extrait du livre de mathématiques, p 138.	38

Liste des annexes

Annexe 1 : Typologie des problèmes du champ additif (Vergnaud, 1986)	44
Annexe 2 : Types de problèmes proposés et résultats lors des évaluations de circonscription CE2	45
Annexe 3 : Types de problèmes proposés à t0	47
Annexe 4 : Types de problèmes proposés à t1	47
Annexe 5 : Types de problèmes proposés à t2	48
Annexe 6 : Types de problèmes proposés à t3	48

Introduction

La résolution de problème est au cœur de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. Lorsqu'un élève est confronté à un problème, non immédiatement accessible à la lecture de l'énoncé, il cherche, raisonne, travaille l'abstraction, la rigueur et la précision pour finalement conclure sur des éléments de réponse à ce qui faisait originellement obstacle.

Dans leur rapport (Villani & Torossian, 2018), Messieurs Villani et Torossian proposent plusieurs mesures pour promouvoir l'enseignement des mathématiques. La résolution de problèmes y figure en bonne place (numéro onze) dans le domaine des Nombres et Calculs.

D'après le CNESEO (Cnesco-Ifé, 2016), l'analyse des évaluations internationales montre que la maîtrise des compétences notamment en mathématiques, s'est globalement dégradée ces dernières années, touchant plus particulièrement les niveaux de catégories socio-professionnelles défavorisées. En outre le constat est fait de la réticence des élèves français, notamment de niveau collège, à s'engager dans la résolution de problèmes.

Professeur des Ecoles Stagiaire enseignant en classe de CE2, j'ai fait passer à mes élèves des évaluations en français et mathématiques proposées sur l'ensemble de la circonscription la troisième semaine de septembre 2018. Organisées sous forme de huit séquences : cinq en français et trois en mathématiques, ces évaluations ont permis de situer les élèves dans tous les domaines concernant ces deux disciplines. Alors qu'ils étaient engagés dans les différents exercices quels qu'ils soient, les élèves ont très rapidement manifesté des signes d'inquiétude dans les exercices intitulés « problèmes ». Outre le fait que lire le mot « problème » a pu impacter les résultats, le score de la classe est bien plus bas en résolution de problème que dans les autres exercices ayant trait au domaine Nombres et Calculs. En effet si la classe a un pourcentage de réussite de 72% en moyenne dans les exercices de numération ou de géométrie, celui-ci chute à 50% dans les cinq problèmes qui ont été proposés. En outre la moyenne de non-réponse pour ces exercices a plus que doublé par rapport aux autres exercices du même domaine.

Les élèves sont confrontés quotidiennement à de multiples problèmes dans tous les domaines. En mathématiques nous pourrions prendre comme exemple les situations de gain ou de perte en cour de récréation. Dès lors il est important que les élèves même les plus fragiles acquièrent de l'agileté en résolution de problème.

Il existe plusieurs moyens de remédier aux difficultés rencontrées lors de la résolution de problème comme par exemple reformuler l'énoncé, le mimer ou utiliser du matériel pour manipuler. L'analyse de l'enseignement de la résolution de problèmes, que nous détaillerons après dans ce document, montre plusieurs courants non-nécessairement convergents et sans consensus net encore aujourd'hui. Le

travail de représentation du problème énoncé est par exemple primordial afin que l'élève s'approprié le sens de ce qu'il cherche et qui ne lui est pas immédiatement accessible. Néanmoins si des chercheurs proposent le recours systématique à la symbolisation et aux schémas, d'autres ont montré que le passage par la symbolisation peut freiner la résolution de problèmes.

Comment, alors, faire entrer les élèves, dans leur diversité d'approches, dans la recherche de solutions aux problèmes mathématiques du domaine de la numération calculatoire ?

Comment mettre en place des accompagnements efficaces en résolution de problèmes simples pour tous les élèves ?

Dans un premier temps, nous définirons la notion de problème basique ainsi que le cadre de notre recherche que nous situons en résolution de problèmes numériques simples du champ additif ou multiplicatif. Puis dans un deuxième temps nous analyserons l'état de la recherche aujourd'hui ce qui nous conduira à formuler plusieurs hypothèses de travail. Dans un troisième temps nous engagerons un travail d'enquête sur notre terrain de classe.

1. Les différentes acceptions du terme « problème »

Parmi les personnes ayant consacré une partie de leur travail à l'étude de la résolution de problème en mathématiques, telles que G. Brousseau, D. Pernoux, R. Charnay ou J. Brun, chacune a donné sa définition de la notion de problème attestant ainsi des frontières assez floues de ce concept. Si l'on devait regrouper les points de vue de ces formateurs et didacticiens, la notion de **problème** regrouperait les idées clés de **question, but à atteindre, raisonnement-opération-action et solution non immédiatement disponible**.

Il est en outre intéressant de noter l'acception **sociologique** de la notion de problème : « **Situation** considérée comme **menaçante** pour certaines valeurs de civilisation d'une société donnée (Willems 1970). » (« CNRTL », s. d.) et qui fait, dans le contexte de cette étude, résonance avec les résultats de la classe dès lors que les élèves ont pu lire le mot « problème » dans quatre des cinq exercices identifiés comme tels.

Les programmes de 2015 (Annexe 1 Programme d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), 2015) définissent trois types de problèmes: **problèmes de recherche**, **problèmes élémentaire** et **problèmes complexes** qui se situent en amont et en aval d'un nouveau savoir.

La problématique de ce mémoire traite de l'accompagnement des élèves dans la résolution de problèmes arithmétiques additifs et multiplicatifs simples. C. Houdement (Houdement, 2017) définit les **problèmes simples** comme des problèmes basiques nécessitant l'utilisation d'une opération au contraire des **problèmes complexes** constitués d'« agrégats de problèmes basiques sous-jacents ».

Dans le contexte de ce travail, nous travaillerons sur des problèmes numériques de type additif ou multiplicatif définis et hiérarchisés selon un niveau de maîtrise croissant par G. Vergnaud (Vergnaud, 1986), voir Annexe 2.

Si on étudie les types de problèmes présentés dans les Repères Annuels de Progression (*Repères annuels de progression en mathématiques CE2*, 2018) pour la fin du cycle 2, on constate qu'en fin de CE2, les attendus se situent au niveau de la maîtrise des deux types de problèmes : simples « en une étape » et complexes à deux étapes dans le même champ additif, multiplicatif ou mixant les champs.

Nous concentrerons notre étude sur les moyens de consolider la résolution des problèmes simples : en CE2, quels dispositifs sont efficaces afin d'engager tous les élèves dans leur résolution ?

2. Dimension réglementaire

Les élèves d'un groupe classe sont tous différents et c'est au professeur des écoles de faire en sorte que tous acquièrent des compétences nécessaires à leur intégration dans la société de demain.

Les éléments cités ci-dessous sont issus de documents officiels et montrent la place de la résolution de problème comme un des moyens pour les élèves de construire leurs connaissances.

Socle Commun Connaissances Compétences et Culture (Décret n° 2015-372 du 31 mars 2015 relatif au socle commun de connaissances, de compétences et de culture, 2015)

Domaine 2, des Méthodes et Outils pour apprendre :

« Il sait identifier un problème, **s'engager dans une démarche de résolution**, mobiliser les connaissances nécessaires, **analyser et exploiter les erreurs**, mettre à l'essai plusieurs solutions, accorder une importance particulière aux corrections. L'élève sait se constituer des outils personnels grâce à des écrits de travail. »

Le travail de ce mémoire s'inscrit donc bien dans la lignée des attendus pour les élèves car il vise à étudier différents dispositifs en vue de la maîtrise de problèmes.

En outre une récente note de service (*La résolution de problèmes à l'école élémentaire*, 2018) et le rapport remis par C. Villani et C. Torossian (Villani & Torossian, 2018) insistent sur le rôle du problème comme initiateur de connaissances notamment en mathématiques :

Note de Service (*La résolution de problèmes à l'école élémentaire*, 2018)

« La résolution de problèmes doit être au cœur de l'activité mathématique des élèves tout au long de la scolarité obligatoire. [...]. Elle est une finalité de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire, mais aussi le vecteur principal d'acquisition des connaissances et des compétences visées. »

Rapport Villani Torossian (Villani & Torossian, 2018)

Mettre en place « des stratégies efficaces de résolution de problèmes mathématiques ».

La problématique que nous nous proposons d'étudier trouve donc sa place dans les objectifs fixés par l'Etat à savoir acquérir des méthodes pour résoudre des problèmes mathématiques et qui feront écho à d'autres domaines utiles à la formation des élèves.

3. La résolution de problème dans la construction d'un socle de compétences

Dès le cycle 1 l'enseignant met en place des situations pour que les élèves apprennent en « réfléchissant et résolvant des problèmes » (Annexe 1 Programme d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), 2015). Quel que soit le domaine, les élèves sont ainsi confrontés à des situations où ils tâtonnent pour obtenir des réponses avec pour finalité de devenir plus autonomes intellectuellement. Ces situations-problèmes sont alors différentes de l'activité de résolution de problèmes mathématiques que les élèves rencontrent en cycle 2.

En fin de cycle 2 et en mathématiques, les repères de progressivité (*Repères annuels de progression en mathématiques CE2*, 2018) indiquent que les points suivants doivent être maîtrisés en CE2 :

- a) résoudre des problèmes de type additifs,
- b) résoudre des problèmes relevant de plusieurs opérations,
- c) résoudre des problèmes nécessitant l'exploration de tableaux ou de graphiques,
- d) s'approprier la notion de partage et le groupement,
- e) modéliser à l'aide de schémas ou d'écritures mathématiques,
- f) posséder des stratégies de lecture d'énoncés pour pouvoir résoudre les problèmes plus facilement.

Notre problématique se situe donc bien au cœur des compétences à acquérir en fin de cycle 2, et traite plus particulièrement des points a), d), e) et f).

Au cycle 3, les élèves sont confrontés à des structures de problèmes plus complexes au sens de Catherine Houdement dans lesquels les étapes sont plus nombreuses et la prise d'informations de l'énoncé est multiple : dans le texte ou dans des tableaux et figures. Il s'agit donc d'utiliser les outils mis en place en cycle 2 et de s'exercer à les manier habilement.

4. Propositions des universitaires au sujet de la résolution de problèmes mathématiques

S'il existe des problèmes de recherche, des problèmes simples et des problèmes complexes du point de vue de l'enseignant, ceux-ci sont catégorisés plus simplement par les élèves : ceux pour lesquels ils disposent d'un modèle ou ceux pour lesquels ils doivent émettre des hypothèses et évaluer leurs avancées avant d'arriver à la résolution (Durpaire & Emprin, 2012).

Les approches en résolution de problème :

Jean Julo (Julo, 2002) distingue trois principales approches pour la résolution de problème :

a) le **raisonnement par analogie**, porté par des chercheurs en psychologie dans les années 1970. La tendance à l'époque s'inspirait des algorithmes informatiques et proposait de planifier et d'organiser les actions en vue de la résolution de problème. On peut lire par exemple une liste de tâches : 1. Lisez attentivement et lentement le problème. 2. Divisez le texte en ses différentes parties d'après leur sens et soulignez-les. 3. Répétez la question qui est posée dans le problème. 4. Notez par écrit le plan de l'énoncé. 5. Donnez oralement votre plan de recherche et, ce faisant, considérez l'énoncé avec attention. 6. Faites le problème. 7. Vérifiez la solution à partir de l'énoncé. 8. Donnez la réponse (Turquin, 1970).

b) l'entraînement à des problèmes afin d'extraire des méthodes et opérations utiles à la résolution de problème, par exemple identifier des mots clés comme somme ou différence. Ce concept d'**apprentissage méthodologique** est très présent dans les manuels scolaires notamment celui de ma classe. Mais il est critiqué par J. Julo et C. Houdement qui considèrent que le risque est « de faire de la résolution de problèmes pour la résolution de problème, indépendamment de toute finalité conceptuelle ».

c) la **catégorisation des problèmes**. Cette approche se base sur l'observation d'élèves experts qui se distinguent dans la résolution de problèmes par leurs capacités à établir des connexions entre problèmes de structures proches. Cette approche vise à faire construire un réseau de problèmes aux élèves en vue d'une meilleure compréhension des problèmes complexes.

Dans ce dernier courant, Maryvonne Priolet, a publié plusieurs articles traitant de la résolution de problèmes par la mise en réseau dans le domaine des problèmes scolaires à données numériques et à énoncés verbaux (Priolet & Regnier, 2007).

Maryvonne Priolet prend en compte les apports de G. Vergnaud dans la classification des types de problèmes, elle mentionne les résultats de J. Julo qui indique que l'utilisation de la schématisation ne doit pas être systématique. Pour cette chercheuse, la représentation du problème est fondamentale dans la résolution de problème. Elle s'appuie sur les travaux de Duval et Novotná qui ont montré que la résolution de problème mobilise diverses représentations : lecture des mots de l'énoncé, transformation d'objets verbaux en symboles mathématiques, utilisation de signes que Duval nomme les **représentations sémiotiques**. Les élèves doivent alors acquérir de l'**agileté dans les passages d'un type de représentation à l'autre** « tout en conservant les mêmes objets ». En outre elle écrit : « Novotná observe qu'en l'absence d'une représentation préalable par le professeur, le langage graphique est rarement utilisé par les élèves ». Aussi, contrairement à J. Julo qui souhaite que les schémas soient à l'initiative des élèves, l'approche de M. Priolet est de cadrer la résolution de problème selon quatre principes afin de favoriser la conversion des représentations. Ces principes sont nommés P1 à P4:

- P1. la résolution de problème est dévoluee aux élèves,
- P2. les connaissances acquises sont mises en réseau avec des problèmes précédents,
- P3. trois représentations sont exigées : dessin ou schéma / calcul / phrase de conclusion,
- P4. les problèmes sont catégorisés selon la classification de Vergnaud.

En outre, deux outils sont utilisés et étoffés lors de la résolution de problème :

- des boîtes référentes dont l'objectif est d'aider à la catégorisation,
- des dictionnaires référents élaborés en classe pour lever les difficultés verbales et expliciter les énoncés afin d'aider à la mise en réseau. Par exemple dans ces dictionnaires, affichés au mur, les mots « équitablement » ou « lot » sont retenus et explicités.

L'expérimentation de M. Priolet (Priolet, 2014) consistait à analyser le taux de résolution de problèmes simples et complexes dans le registre additif et multiplicatif pour des classes de CE2 suivant ou non le protocole résumé ci-dessus. Sur huit classes françaises de CE2 (4 témoins 4 expérimentales) et deux classes de République Tchèque les conclusions sont les suivantes :

- les élèves ne passent pas naturellement par la schématisation,
- les vidéos montrent une implication personnelle des élèves (dévolution),
- les quatre principes P1 à P4 exigés aident à la conversion des représentations,
- le fait d'inciter au dessin puis au schéma a aidé certains élèves à avancer dans la résolution du problème mais a ralenti certains élèves experts.

Elle conclut que grâce à l'utilisation des différents modes de représentation, le contrat didactique est modifié et la résolution de problème n'est plus uniquement opératoire. Les élèves, qui n'entraient pas dans la résolution, constatent ainsi qu'ils peuvent accéder à la solution en schématisant les situations et

en utilisant les boîtes référentes ainsi que le dictionnaire référent pour avancer dans la résolution du problème : le taux de résolution de problème pour les classes suivant le protocole est meilleur que pour les classes-témoins. Néanmoins les traces de dessin ou de schéma sont transitoires, et « faites pour être oubliées au fur et à mesure de la maîtrise des problèmes ». Il est d'ailleurs intéressant de noter que le taux de réussite des élèves de République Tchèque, habitués à ce mode de fonctionnement, n'a pas significativement évolué alors qu'on pourrait penser que l'entraînement facilite la résolution de problème.

Dans un article plus récent (Priole, 2014), M. Priole s'intéresse aux traces écrites et à leur rôle modélisant. Elle relève en particulier que, **sans incitation, les traces des élèves devant un problème sont majoritairement opératoires**. Elle note aussi que la production d'icônes est associée à une meilleure réussite pour les CE1 alors qu'elle est plutôt associée à une non-réussite pour les élèves de classe supérieure (CE2-6^{ème}).

M. Priole, dans son protocole, utilise les schémas et les dessins. Qu'entend-t-on par le terme de « schéma » ?

Schémas et représentations :

La notion de schéma trouve des acceptions diverses dans la littérature. Jean Julo (Julo, 2002) en a identifié de trois types.

- Les **schémas de type « cas »** sont conservés dans notre mémoire et utilisés comme point de départ pour résoudre des problèmes similaires. J. Julo cite par exemple les problèmes de puzzles à agrandir comme cas de référence pour les questions liées à la proportionnalité.

- Les **schémas de type « regroupement »** permettraient de catégoriser des problèmes relevant de contextes proches et non de structures identiques. Ce regroupement par le contexte pourrait jouer un rôle d'amorçage en résolution de problème même si les structures de deux problèmes issus du même contexte peuvent être fort différentes. Par exemple, les problèmes mettant en jeu des prix, des recettes et des dépenses font souvent l'objet de ce regroupement particulier de la part des élèves.

Pour ces deux premiers types, le schéma, expliqué par J. Julo, résulte plus de la trace d'un processus cognitif que d'une trace écrite comme dans le cas suivant.

- Les **schémas de type « catégorie abstraite »** permettent de résoudre des problèmes par analogie lorsqu'ils appartiennent à une même classe car ils ont la même structure. Par exemple, pour la transformation additive, un élève maîtrise ce type de schéma lorsqu'il est capable de distinguer les six cas possibles pour les problèmes de transformation d'une mesure, Figure 1, mais qu'il n'utilise que le schéma structurel de base.

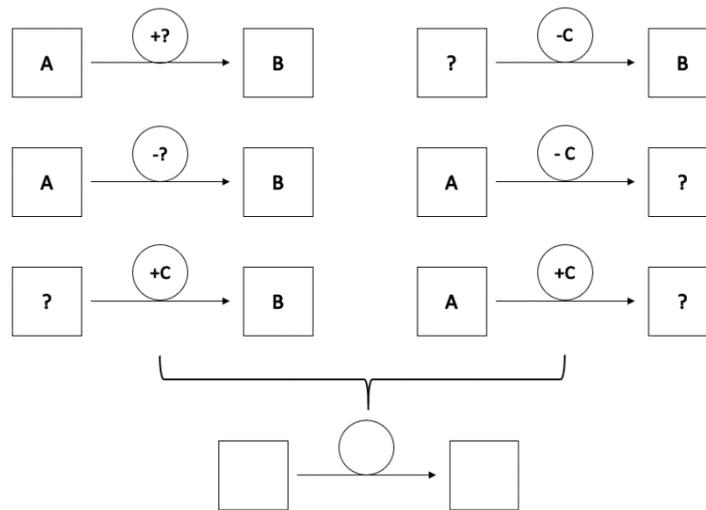


Figure 1 : Détail de la catégorie « transformation d'une mesure » dans le domaine des relations additives.

Dans ce troisième type de schémas, J. Julo ajoute aussi les tableaux utilisés à des fins de modélisation : tableau de proportionnalité, diagrammes fléchés.

En outre J. Julo et M. Priolet indiquent que la systématisation de la schématisation présente des **limites** car elle pourrait associer des représentations symboliques à des opérations ou à des langages écrits ou verbaux pour retomber dans les **écueils des apprentissages méthodologiques**.

Dans le domaine de la représentation des problèmes additifs à transformation et qui nous intéresse particulièrement, Serge Petit (Petit, 2012) propose un type de représentation bien précise. Les données du problème sont représentées sur un **graphique en bâtons en fonction du temps**. Pour un problème simple, deux bâtons représentant la situation de fin et de départ sont dessinés séparés d'un blanc dans lequel l'élève décrit l'action qui fait varier le nombre de départ par rapport à la fin.

Par exemple :

Pendant la nuit de lundi à mardi, la température de la cour de l'école a baissé de 3 degrés. Mardi matin la température est de 5 degrés. Quelle était la température lundi soir ?

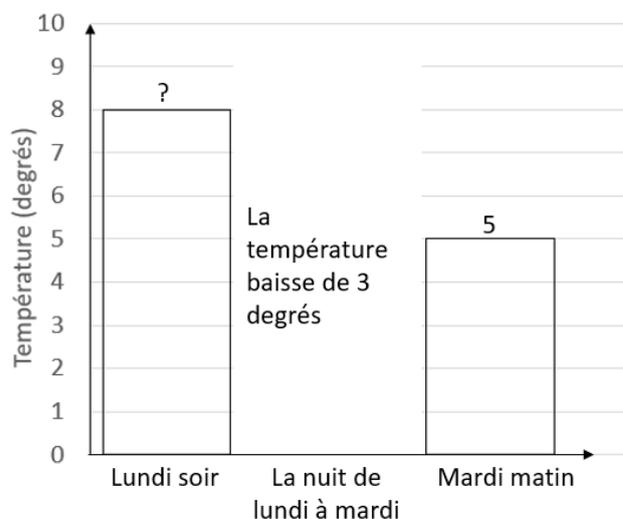


Figure 2 : Exemple de problème de transformation représenté par S. Petit.

Utiliser les schémas ou les représentations pour résoudre des problèmes même simples n'est donc pas triviale, son utilisation méthodique peut être questionnée d'où la complexité d'utiliser ces outils au service de la résolution de problème pour les élèves.

Compréhension des énoncés :

Si les principes de travail des élèves préconisés par M. Priolet sont intéressants au regard des résultats obtenus, la qualité des énoncés semble elle aussi primordiale pour apprendre la résolution de problèmes.

Catherine Houdement (Houdement, 2017) a étudié récemment les « **problèmes arithmétiques verbaux** » pour lesquels les énoncés font **peu** apparaître les **symboles mathématiques**. Il ressort de ses études que le contexte et la syntaxe de l'énoncé ont de l'importance. Catherine Houdement met en relief les « **jeux d'inférences et de contrôle** » mis en place par les élèves lorsque l'opération n'est pas évidente pour eux. Ils sont de « nature **sémantique** » lorsque des mots clés de l'énoncé sont interprétés comme dictant une opération : « partager c'est diviser » ou de « nature **pragmatique** » lorsque l'élève fait appel à son expérience du réel. Sans travailler uniquement au tri d'information dans la lecture des énoncés, méthode qu'elle dénonce et qui est à l'œuvre dans de nombreux manuels, Catherine Houdement insiste sur l'importance que les élèves expérimentent et lèvent les implicites des énoncés afin d'accéder aux données cachées qui leur permettront de résoudre les problèmes. En outre elle montre que c'est sur la **base d'une bibliothèque de problèmes simples** résolus que les élèves peuvent aborder des problèmes complexes.

Dès lors on peut s'interroger sur le type d'énoncés à proposer aux élèves en résolution de problèmes. Une expérience sur les aides à la résolution de problème notamment au travers des énoncés (Nguala, 2005) a montré que la **résolution de problèmes similaires, dont un au moins est proche de l'univers de l'élève**, aide à la résolution des autres problèmes. Les élèves ont en outre mieux réussi à résoudre au moins un problème « lorsqu'ils l'ont **choisi dans une liste de trois problèmes** » de même nature plutôt que lorsqu'ils sont contraints par des problèmes à résoudre dans un certain ordre. Dans l'article, J.B. Nguala montre que pour une série de trois problèmes semblables ayant trait à des invités, des briques ou des pains au chocolat, le problème des pains au chocolat est le mieux réussi et c'est lorsque les élèves ont eu le choix de l'ordre de résolution des problèmes qu'ils ont eu les meilleures performances finales.

J. Julio (Julio, 2002) suggère de recourir à des **tâches de fabrication d'énoncés** « qui permettent, sans expliciter d'aucune manière la structure des problèmes en jeu, d'amener les élèves à faire des rapprochements et des différenciations qui resteront pour la plupart implicites ».

Afin de travailler la compréhension des énoncés, Annie Camensisch et Serge Petit (Camensisch & Petit, 2005) proposent de **faire émerger la structure d'énoncés de problèmes simples sous forme de drapeaux**. Le drapeau bleu contient la phrase décrivant l'état initial, le rouge l'état final tandis que le drapeau blanc contient la phrase décrivant l'action de la transformation. Ils proposent alors de manipuler l'enchaînement de ces drapeaux : blanc-bleu-rouge, rouge-blanc-bleu etc... en vue de construire des énoncés de problèmes. Ce travail, qui est de l'ordre de la **production d'écrits** (manipulation des sujets et des temps de conjugaison, production de phrases interrogatives pour produire un énoncé compréhensible), permet aux élèves de **prendre conscience des subtilités des énoncés** et peut aider à la classification des problèmes.

Et si la production d'écrit est bloquante, C. Houdement (Houdement, 2003) propose d'**inciter les élèves à « simuler la situation »** lorsque le contexte n'est pas clair pour le lecteur, à **proposer un énoncé oral**, partiellement ou totalement **imaginé** afin de **faire plus clairement émerger les variables du problème**. La limite de ces idées réside dans la capacité à mimer ou dessiner qui dépend de la nature des problèmes et des aptitudes de chacun.

L'analyse des travaux universitaires montre qu'enseigner la résolution de problèmes est multifactorielle et en constante réflexion encore aujourd'hui. Etant donné la diversité des approches, quels choix opérer pour que *tous* les élèves s'approprient et pratiquent la résolution de problème ?

5. Hypothèses

En se basant sur les travaux des chercheurs précédemment cités, nous faisons l'hypothèse que la maîtrise de problèmes simples est nécessaire pour se constituer un premier maillage de problèmes avant d'aborder les problèmes complexes.

Nous faisons l'hypothèse qu'un facteur important de la résolution de problème se situe dans la compréhension de l'énoncé : si l'énoncé est proche du quotidien des élèves, l'étape de lecture-compréhension favoriserait une entrée dans la résolution de problème. Et si certains mots posent des difficultés de compréhension un affichage explicite favorisera la compréhension des futurs énoncés.

Nous émettons aussi l'hypothèse que le dessin ou le schéma peut aider certains élèves à entrer dans la résolution de problèmes.

Enfin la mise en réseau des énoncés et de leurs représentations pourrait aider les élèves à prendre du recul quant à la résolution de problèmes simples avant d'aborder les problèmes plus complexes.

Dispositif d'enquête

Afin de répondre à mon questionnement, en se basant sur mes hypothèses et sur les bilans des séances que j'ai mises en place, j'ai construit un dispositif cherchant à engager tous les élèves en résolution de problème. Dans un premier temps je présenterai le terrain d'enquête puis dans un deuxième temps mes propositions pédagogiques inspirées des lectures des travaux universitaires et des discussions que j'ai eues durant les ateliers de l'ESPE dédiés au Mémoire. Enfin dans un troisième temps je détaillerai l'enchaînement des séances et comment les mises en commun ont amené de nouvelles problématiques et ont fait avancer les élèves dans leur manière d'aborder la résolution de problèmes.

1. Terrain d'enquête

Ce travail de recherche a pour terrain d'enquête une **classe de CE2** dans une école de neuf classes, située au cœur d'un **quartier populaire d'une ville du Sud des Hauts de Seine**. L'équipe pédagogique de cette école est soudée et dynamique afin de proposer un cadre renforçant les comportements pro-sociaux. Les enseignants ont tous choisi leur manuel de mathématiques. Ainsi en CP, deux manuels sont utilisés : un manuel de la méthode Singapour et *Vivre les Maths* (Jardy, Parrain, & Rouy, 2016). En CE1 les élèves travaillent sur le fichier *Archimaths* (Dias, Pasquet, Jablonka, Gateau, & Vidal, 2017). Les classes de CE2 disposent du manuel *A portée de Maths* (Meunier, Meunier, Lucas, Leclec'h-Lucas, & Trossevin, 2017) tandis que les élèves de CM1-CM2 travaillent sur *Maths Explicites* (Castioni, Budon-Dubarry, & Amiot, 2016). Si la programmation est discutée en conseil de cycle, nous pouvons constater que les élèves changent de type de manuel chaque année.

Sur la base d'évaluations de début d'année, le projet d'école établi pour 2015-2018 fait état du champ suivant nécessitant d'être travaillé : « Un accès difficile à la lecture et au sens pour de nombreux enfants qui rend difficile la résolution de problèmes et la gestion de données ». Un des besoins prioritaires est le suivant : « Améliorer la compréhension des problèmes tout en préservant la notion de plaisir. En effet, il a été considéré que mieux accéder au sens en lecture permettrait de mieux comprendre les apprentissages dans le domaine de la gestion des données ». Cela corrobore notre hypothèse selon laquelle un des leviers pour améliorer l'engagement des élèves se situerait dans la compréhension des énoncés : comment faire en sorte de lever les incompréhensions et les implicites de l'énoncé tout en travaillant à la construction de notions mathématiques ?

Contexte de classe

La classe de CE2 qui sera étudiée à l'occasion de ce travail a été **évaluée la troisième semaine de septembre** dans le cadre d'évaluations de circonscription. Alors que le **taux de réussite moyen** est de l'ordre de 72% en mathématique hors problème, cette valeur tombe à **45%** dès lors que les élèves ont été confrontés à des **problèmes**, ce qui est une valeur un peu plus basse que les résultats moyens de la circonscription qui étaient de 49%. En outre si le **taux de non-réponse** (sans compter le taux d'erreurs) est de l'ordre de 10% en calcul ou géométrie il est multiplié par 2,5 en résolution de problème, montrant bien un **blocage dans la mise en route ou dans l'appropriation des données**.

Dans ces évaluations, cinq problèmes ont été proposés. Les énoncés et résultats sont détaillés dans l'Annexe 2 :

Les problèmes proposés suivent les structures suivantes :

- un problème du champ additif dont l'énoncé est complexe car il y est question de durées et l'abréviation « h » a deux acceptions : celle de l'instant (16h) et celle de la durée (1h30),

Exercice 20

Fanny termine ses devoirs à 16h et regarde un film qui dure 1h30. **A** quelle heure Fanny aura-t-elle terminé de regarder la télé ?

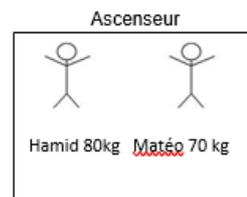
- un problème complexe de composition combinée à une comparaison additive,

Exercice 14

Chloé pèse 40 kg, Hamid 80 kg, Matéo 70 kg, Lisa 60 kg, Nathan 55 kg.

L'ascenseur ne peut pas transporter plus de 200 kg.

Hamid et Matéo sont déjà dans l'ascenseur. Qui peut encore monter ?



- un problème de plusieurs questions dont une axée sur la composition additive et une axée sur la division partition

Exercice 25 (voir en Annexe 2 pour les détails du tableau de commande)

Combien de cahiers la directrice doit-elle commander pour toute l'école ?

Combien de cahiers un élève de CP reçoit-il sur l'année ?

- un problème simple division partition,

Exercice 13

5 enfants se partagent en parts égales 60 cartes. Combien de cartes auront-ils chacun ?

- un problème simple de division.

Exercice 19

Sara a un sac de briques de construction. Chaque brique mesure 2 cm de hauteur.

Sara veut construire une tour haute de 40 cm.

Combien de briques de construction doit-elle empiler pour réaliser sa tour ?

La répartition de ces problèmes suit les repères annuels de progression pour le CE1 (*Repères annuels de progression en mathématiques CE1*, 2018). Il est donc attendu que les élèves en début de CE2 maîtrisent la résolution de ce type de problèmes et pourtant une part non négligeable des élèves n'y parvient pas. En effet, en moyenne, environ 40% des élèves proposent une démarche et une phrase réponse correcte (soit 8 à 9 élèves dans la classe). En moyenne 20 à 30% des élèves ont une démarche ou des calculs erronés et 15 à 30% des élèves ne proposent aucune solution.

Ces résultats sont à mettre en regard avec ceux des exercices de calculs dans lesquels 60 à 90% des élèves ont un résultat correct. L'objectif de cette expérimentation concoure donc à identifier des pistes pour améliorer l'engagement des élèves et leur réussite dans la résolution de problèmes même basiques.

2. Proposition pédagogique

L'objectif de mon travail est d'utiliser les propositions des universitaires au service des élèves afin de les faire évoluer dans la résolution de problème.

Les élèves de la classe étudiée suivent le livre *A Portée de Maths* (Meunier et al., 2017) dans lequel l'approche de la résolution de problème suit un apprentissage méthodologique, défini en première partie de ce rapport. Afin de se distinguer de ce type d'approche, critiqué par J. Julo et C. Houdement, je propose de travailler autour des énoncés de problèmes basiques définis par C. Houdement et de poursuivre sur une réflexion quant à la résolution et la mise en réseau, dans l'état d'esprit de M. Priolet.

Au vu du profil de ma classe et compte tenu aussi de la progression habituelle concernant l'apprentissage du sens des opérations je travaillerai d'abord les problèmes de type additif avant d'aborder les problèmes du champ multiplicatif.

S'initier aux schémas à partir du champ additif

Une série de problèmes est proposée aux élèves suivant une organisation similaire à celle de M. Priolet et que nous détaillerons par la suite. Les problèmes sont majoritairement issus du champ additif avec quelques problèmes dans le champ multiplicatif.

Le contexte des énoncés s'inspire des observations de J.B. Nguala en proposant des problèmes de même structure (par exemple trois problèmes de transformation additive) dont un a trait à un des centres d'intérêts des élèves : problèmes de billes, de bonbons ou de chocolat.

Une de nos hypothèses étant que le dessin ou le schéma est une aide à l'enrôlement des élèves, les grandeurs en jeu seront pensées pour favoriser les dessins dans un premier temps. Dans un deuxième

temps des **nombre plus grands**, dont le dessin serait fastidieux, seront proposés aux élèves pour les **inciter à tendre vers un schéma plus abstrait**, car je pense que la mise en réseau sera plus aisée si les élèves sont déjà sortis de la représentation très factuelle des données de l'énoncé.

Connaissant les écueils des schéma figés, que j'ai mentionnés dans la première partie, j'inciterai les élèves à **schématiser** ce qu'ils comprennent des énoncés et du problème **sans pour autant en faire une étape obligatoire**.

Les schémas qui seront issus des premières séances de travail dans le champ additif ou multiplicatif nous serviront de support de travail pour la suite.

Comprendre les mots de l'énoncé

M. Priolet propose d'utiliser un « **dictionnaire référent** » pour y noter les mots qui pourraient bloquer certains élèves et je propose de mettre ce système en place. L'objectif est que les élèves s'approprient la signification d'un vocabulaire qui peut parfois les induire en erreur.

Par exemple, les élèves ont eu à résoudre un problème d'augmentation de la population lors d'un travail en décloisonnement. Certains élèves ont été induits en erreur par le mot augmentation qu'ils ne comprenaient pas réellement. Qu'est-ce qu'une augmentation ? Qu'est-ce qu'une diminution ?

D'autres mots tels que le « lot » de livres, les mots « chaque » et « chacun » pourront ainsi être explicités lorsque nous travaillerons dans le champ multiplicatif.

Par ailleurs deux séances sont dédiées à la production d'énoncés. Elles sont inspirées du travail de A. Camensisch et S. Petit et ont pour but d'inciter les élèves à prendre du recul lorsqu'ils lisent un énoncé. L'idée sous-jacente est de faire évoluer les élèves qui ont tendance à associer la chronologie de la situation à l'ordre d'apparition des données dans l'énoncé et qui est source d'erreurs.

Mettre les problèmes en réseau

Pour le travail de ce mémoire, je me concentrerai sur trois types de problèmes :

- problèmes de transformation d'un état dans le champ additif,
- problèmes de comparaison,
- problèmes de multiplication par la recherche du nombre total d'éléments.

Le nombre et le type de problèmes variera en fonction des élèves, le but étant que chacun progresse en résolution de problème.

L'objectif est que les élèves, confrontés à différents énoncés, utilisent les différents modes de représentation pour finalement constater que certains problèmes peuvent être classés dans la même famille. Cette mise en réseau devient alors le socle de référence avant d'aborder les problèmes complexes.

Trouver sa démarche pour résoudre des problèmes

Suite à ces séances de sensibilisation à l'intérêt du dessin et du schéma pour comprendre, au travail du lexique des énoncés ainsi qu'à l'entraînement sur certains types de problèmes, je proposerai deux séances de résolution de problèmes mixés en faisant systématiquement appel à la mise en réseau : le problème que je résous ressemble-t-il à un autre problème ?

Par ailleurs, les élèves auront la liberté de choisir l'ordre de résolution des problèmes.

3. Méthodes de production des données

Pour mettre ma proposition pédagogique en place, les élèves ont eu à répondre individuellement à une série de problèmes présentés sur une feuille qui leur était donnée. L'analyse des données de ce rapport se base donc sur les productions d'élèves et sur les mises en commun.

Dans cette partie je détaillerai les différentes séances en expliquant comment ce qu'ont produit les élèves a orienté mon expérimentation.

Séance d'évaluation diagnostique

Situation des élèves au début de la phase expérimentale

Le travail de ce mémoire trouve son origine dans le faible taux de résolution de problèmes par rapport à d'autres exercices de mathématiques lors des évaluations de début d'année. Les élèves ayant évolué durant les quatre derniers mois, j'ai proposé une série de quatre à sept problèmes à tous les élèves afin d'évaluer le profil de la classe au mois de janvier. On nommera t_0 cette séance d'évaluation diagnostique.

Pour les mettre en position de succès, les élèves ont eu à résoudre au moins un problème de leur choix dans une série de quatre à sept problèmes allant en se complexifiant. Tous les problèmes étaient des problèmes simples : les quatre premiers relevaient de la transformation dans le champ additif, le cinquième problème était un problème de comparaison tandis que le sixième et septième problème se situaient dans le champ multiplicatif.

J'ai fait le choix de proposer des problèmes dans le champ multiplicatif pour conserver l'attention de tous les élèves car certains sont très agiles dans les résolutions de problèmes additifs et mon objectif était d'engager ces élèves dans des problèmes à leur niveau de développement. Ayant débuté le travail sur la multiplication en période 3, des problèmes simples dans le domaine multiplicatif pouvaient permettre aux élèves en facilité de se sentir concernés par ce moment consacré à la résolution de problèmes.

Les quatre exercices traitant de la transformation additive étaient les suivants et étaient à résoudre individuellement en trente minutes.

Exercice 1 : Pierre avait 4 images ce matin. Ce soir il en a 12. Combien en a-t-il acheté ?

Exercice 2 : J'achète un T-shirt en solde pour 29€. La remise était de 10€. Combien coûtait le T-shirt avant les soldes ?

Exercice 3 : Un éléphanteau a grossi de 127 kilogrammes et pèse maintenant 249 kilogrammes. Combien pesait l'éléphanteau à sa naissance ?

Exercice 4 : Pierre a maintenant 4 bonbons. Il en avait 12 ce matin. Combien a-t-il mangé de bonbons ?

Mise en commun : schématiser la situation de départ, de fin et ce qui se passe pour vivre l'importance des mots de l'énoncé.

A la suite de cette première séance, une mise en commun a suscité une discussion sur la place du dessin dans la résolution de problème. En effet autant le dessin était aisé pour l'exercice 1, autant il ne l'était pas pour l'exercice 3 :

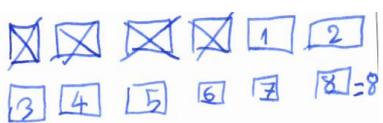
<p><u>Exercice 1</u> : Pierre avait 4 images ce matin. Ce soir il en a 12. Combien en a-t-il acheté ?</p> 	<p><u>Exercice 3</u> : Un éléphanteau a grossi de 127 kilogrammes et pèse maintenant 249 kilogrammes. Combien pesait l'éléphanteau à sa naissance ?</p> <p><i>on ne peut pas</i> ?</p> 
---	---

Figure 3 : Dessins d'élèves à la séance d'évaluation diagnostique.

Certains dessins étaient purement illustratifs mais ne servaient pas la résolution du problème, nous le verrons dans la partie de ce rapport consacrée à l'analyse du travail.

Pour finir, la comparaison des productions d'élèves a fait ressortir l'intérêt de certains schémas pour se représenter l'énoncé :

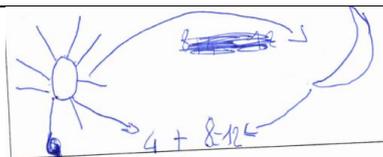
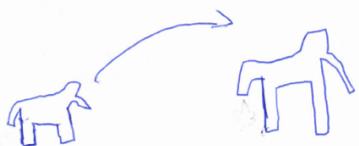
<p>Pierre avait 4 images ce matin. Ce soir il en a 12. Combien en a-t-il acheté ?</p>	<p>Un éléphanteau a grossi de 127 kilogrammes et pèse maintenant 249 kilogrammes. Combien pesait l'éléphanteau à sa naissance ?</p>
	

Figure 4 : Schémas figurant la situation initiale et finale.

Dans le schéma Figure 4 un élève a représenté, colonne de gauche, le matin par un soleil et le soir par la lune, ou encore, colonne de droite, un petit éléphant devenant plus gros. L'intérêt était de montrer que

l'élève avait représenté l'état initial et l'état final plutôt qu'un tas d'images dans le premier cas et que dans le deuxième cas le même éléphant avait grossi il y avait donc là aussi une situation initiale et une situation finale. Après discussion il a été convenu que l'on pouvait même symboliser ces états par des cases à remplir.

S'en est suivi une discussion sur la représentation de la flèche symbolisant l'action. Les élèves ont conclu qu'ils pouvaient soit lier l'état initial à l'état final soit positionner les cases état initial/état final sur une flèche tracée à la manière d'une frise historique.

En outre les élèves ont remarqué que certains mots pouvaient les piéger. Ainsi, dans l'exercice 1 l'opération était une soustraction alors que le verbe acheter avait conduit certains à effectuer une addition. Dans les exercices 3 et 5, qui était une recherche de l'état initial, l'opération était respectivement une soustraction pour un énoncé mentionnant un éléphant qui grossit, et une addition pour un énoncé indiquant que Yanis était arrivé devant Hala (détail des énoncés à l'Annexe 3).

De la mise en commun est ressorti qu'on pouvait schématiser le problème avec un début, une fin et une action entre le début et la fin. Ceci a permis aux élèves de se représenter l'exercice 3 qu'ils avaient laissé de côté à cause des grandeurs en jeu (un éléphanteau a grossi de 127 kilogrammes et pèse maintenant 249 kilogrammes. Combien pesait l'éléphanteau à sa naissance ?). Les élèves ont aussi expérimenté puis discuté, lors de la mise en commun, de l'importance de se représenter la situation plutôt que d'interpréter certains mots comme des indications de l'opération à effectuer.

Première séance de travail

Quatre à sept problèmes ont été proposés aux élèves, dans le même esprit que la séance précédente, et sont détaillés dans l'Annexe 4. Les trois premiers problèmes traitaient de transformation additive. Dans ces problèmes les nombres en jeu étaient similaires mais l'habillage différent, selon les propositions de J. Julo, reprises par J.B. Nguala. Ainsi les nombres en jeu sont identiques mais les valeurs des situations initiales et finales varient.

Exercice 1 : Tariq vient de recevoir 3 € de sa grand-mère. Il a maintenant 8 €. Combien avait-il avant ?

Exercice 2 : Bob avait 8 billes avant de jouer avec Alia. Il a maintenant 3 billes. Que s'est-il passé durant la partie ?

Exercice 3 : Pendant la nuit de lundi à mardi, la température de la cour de l'école a baissé de 3 degrés. Mardi matin la température est de 5 degrés. Quelle était la température mardi soir ?

Résolution de problèmes à l'aide de schémas

La plupart des élèves ont schématisé les problèmes par des cases chiffrées et des flèches indiquant l'évolution/l'action.

Lors de la mise en commun de la séance précédente les élèves avaient identifié le symbole de la flèche pour représenter l'action entre la situation initiale et la situation finale. Ils avaient alors retenu deux types de représentations :

- une flèche que l'on pourrait considérer comme un axe des abscisses, à la manière de S. Petit (Petit, 2012), Figure 2,
- une flèche reliant la case de l'état initial à la case de l'état final.

Les deux types de représentation de la flèche symbolisant l'action ont été utilisés :

Bob avait 8 billes avant de jouer avec Alia. Il a maintenant 3 billes. Que s'est-il passé durant la partie ?	
	
Représentation le long d'une frise	Représentation par une flèche liant deux états

Figure 5 : Deux types de représentations de l'action entre l'état initial et l'état final.

Mise en commun : de l'importance des mots de l'énoncé

Les problèmes proposés étaient pour trois exercices sur quatre une recherche de l'état initial avec des énoncés conçus pour éveiller la vigilance des élèves quant à la compréhension et à la représentation de la situation.

En effet certains élèves ont pu constater leur tendance à interpréter les données suivant leur l'ordre d'apparition dans l'énoncé, ce qui les induit en erreur.

Une des erreurs rencontrées dans ces problèmes était que certains élèves essayent de décomposer les nombres de l'énoncé puis jouent avec ces nombres sans se replacer dans le contexte. Ainsi, **Erreur ! Source du renvoi introuvable.**, l'élève a décomposé le 5 en $5=3+2$ puis a au final répondu que lundi soir il faisait 2 degrés alors que cet élève avait indiqué le bon état initial : 8 degrés (ou peut-être l'a-t-il ajouté lors de la mise en commun ?).

Dans tous les cas les élèves ont conclu que c'est le verbe « baisser » qui leur a posé problème tant pour la schématisation que pour le calcul.

Exercice 3 : Pendant la nuit de lundi à mardi, la température de la cour de l'école a baissé de 3 degrés. Mardi matin la température est de 5 degrés. Quelle était la température mardi soir ?

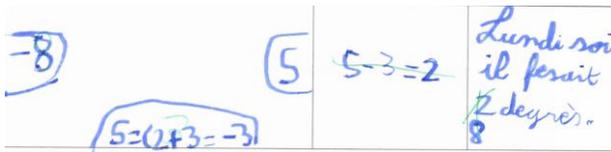


Figure 6 : Raisonnement incorrect.

De cette mise en commun, les élèves ont identifié que l'ordre d'apparition des données de l'énoncé n'est pas forcément chronologique et qu'il faut chercher à se représenter la situation pour la schématiser correctement. En outre, de par la confrontation de leurs raisonnements, ils ont constaté leur tendance à associer certains mots à des opérations alors que résoudre un problème c'est surtout essayer de comprendre la situation avant toute opération puis c'est vérifier la vraisemblance de son résultat. Aussi les élèves ont travaillé à la compréhension d'énoncé durant deux séances de trente minutes.

Travail sur les mots de l'énoncé

La classe a donc travaillé durant deux séances courtes sur la compréhension d'énoncés. Les élèves devaient rédiger un énoncé de problème avec la contrainte d'écrire trois phrases dont le contenu et l'ordre étaient déterminés. L'objectif pour moi était, en plus d'un travail d'écriture, de sensibiliser les élèves sur l'importance de se représenter la situation décrite car des informations identiques mais présentées différemment peuvent conduire à des problèmes différents. Pour cela j'ai proposé trois situations aux élèves, directement tirées du travail d'A. Camensisch et de S. Petit (Camensisch & Petit, 2005). Toutes les situations comprenaient trois phrases identifiées par des drapeaux de couleur bleu, blanc ou rouge, chacune correspondant soit à l'état initial, soit à l'état final soit à l'action qui se déroule entre les deux états. Les élèves, par binôme, ont alors reconstitué différents énoncés de trois phrases avec plusieurs contraintes :

- utiliser uniquement les informations des trois phrases et ne pas ajouter d'information,
- suivre l'ordre des drapeaux demandé, par exemple écrire un énoncé dont l'enchaînement suit la phrase bleue puis la phrase rouge puis la phrase blanche ou au contraire blanc bleu rouge,
- lever les implicites : il faut savoir de quoi et de qui on parle,
- changer le temps des verbes si besoin,
- poser une question sur la donnée du dernier drapeau.

Par exemple, les élèves ont reçu les trois phrases suivantes :

phrase bleue : Amélie a ? billes

phrase blanche : Pendant la récréation elle joue et perd 9 billes

phrase rouge : Elle n'a plus que 18 billes après la récréation.

L'attendu de l'énoncé de type rouge-blanc-bleu était alors :

Amélie n'a plus que 18 billes après la récréation. Pendant la récréation elle a perdu 9 billes. Combien de billes avait-elle avant la récréation ?

L'objectif de ces séances était donc de l'ordre de la production d'écrits et des mathématiques. Dans l'attendu mentionné ci-dessus, les élèves devaient en effet modifier les phrases qui leur avaient été remises en vue de produire un énoncé cohérent comme par exemple lever l'implicite du *Elle* dans la première phrase (Amélie) et changer le temps du verbe de la phrase blanche au vu de sa place dans l'énoncé (c'est-à-dire après la phrase rouge).

Deuxième et troisième séance d'entraînement à la résolution de problèmes

Deux autres séances de résolution de problèmes en individuel ont été conduites dans le cadre de ce mémoire, dont le détail des énoncés se trouve en Annexe 5 et en Annexe 6.

4. Indicateurs retenus

Deux indicateurs seront retenus dans le cadre de cette étude :

1) le taux de non-réponse à une série de problèmes

Si le taux de non-réponse diminue par rapport à notre situation de référence alors on pourra dire que les outils mis en place aident à engager tous les élèves dans la résolution de problème

2) le nombre d'erreurs liées à une mauvaise interprétation de l'énoncé

Un des objectifs de la schématisation et du travail de compréhension des énoncés est de diminuer les erreurs que les élèves font lorsqu'ils s'engagent trop vite ou lorsqu'ils ont des difficultés de compréhension. Une erreur typique, par exemple, est d'associer tel verbe à telle opération ou encore d'utiliser les nombres lus, souvent dans l'ordre d'apparition des données, pour fabriquer un calcul sans contrôler la compréhension de la situation. Si le taux d'erreur diminue dans des problèmes dont les mots de l'énoncé sont à bien interpréter, alors on pourra dire que le travail effectué au niveau de la compréhension améliore la réussite des élèves.

Résultats

Les résultats de la mise en œuvre de mes propositions pédagogiques sont exposés dans cette partie. Nous avons retenu deux indicateurs : le taux de non réponse et le nombre d'erreurs de calculs liés à une mauvaise interprétation des énoncés.

Dans la section suivante, conformément à ce qui a été présenté précédemment, nous discuterons

- de la séance diagnostique, notée t_0 dont les énoncés sont en Annexe 3,
- de la première séance notée t_1 dont les énoncés sont en Annexe 4,
- de la deuxième séance notée t_2 dont les énoncés sont en Annexe 5,
- de la troisième séance notée t_3 dont les énoncés sont en Annexe 6.

Dans un premier temps j'analyserai les données que j'ai pu obtenir au regard de ce que j'avais pu lire dans les travaux universitaires. Puis je discuterai des limites de mon analyse et de ce travail limité dans le temps.

1. Analyse

L'engagement des élèves

Les travaux des élèves ont été analysés et catégorisés de la manière suivante :

- erreur de calcul ou de raisonnement,
- non-réponse c'est-à-dire aucune trace d'essai,
- résultat correct.

A partir de ces données, on peut estimer le taux de réussite aux problèmes et voir s'il évolue avec les outils proposés aux élèves. On s'intéressera aussi au taux de non-réponse car l'objectif de ce travail est bien d'engager tous les élèves dans la résolution de problème.

Au départ de mon investigation, c'est-à-dire pour les problèmes présentés en Annexe 3, le taux de réussite à des problèmes de transformation additive simple est d'environ 70% avec 20% de non-réponse et 10% d'erreurs. Le taux de non-réponse et d'erreur est plus bas que celui des évaluations de circonscription de début d'année (ce taux était de 50% de non-réponse et d'erreurs sur la base des cinq problèmes).

Les conditions de l'expérimentation diffèrent des évaluations de début d'année par les points suivants :

- par le type de problème : les problèmes posés dans l'évaluation diagnostique sont des problèmes simples au sens de C. Houdement (Houdement, 2003) tandis que l'évaluation de début d'année comprenait des problèmes simples et complexes comme analysé précédemment,
- par la charge de travail car lors des évaluations de début d'année, les élèves avaient à se concentrer durablement pour répondre à des séquences de cinq à huit exercices en temps limité.

Il est à noter que je n'ai volontairement jamais écrit le mot « problème » alors qu'il l'était pour les évaluations de septembre ce qui, je pense, peut bloquer les élèves les plus fragiles. Les exercices leurs ont été présentés comme des situations dans lesquelles il fallait répondre aux questions.

Si on étudie le **taux de non-réponse** sur les trois séances dédiées aux problèmes additifs, celui-ci a **diminué de 20% à 6% entre le début et la fin de cette étude**, Figure 7. Ainsi un seul élève reste réfractaire à l'engagement en résolution de problème mi-avril. Cette diminution montre que les élèves adhèrent au cadre proposé à savoir : un énoncé simple, un schéma, un calcul et une phrase réponse selon ce que propose M. Priolet (Priolet & Regnier, 2007) dans ses travaux.

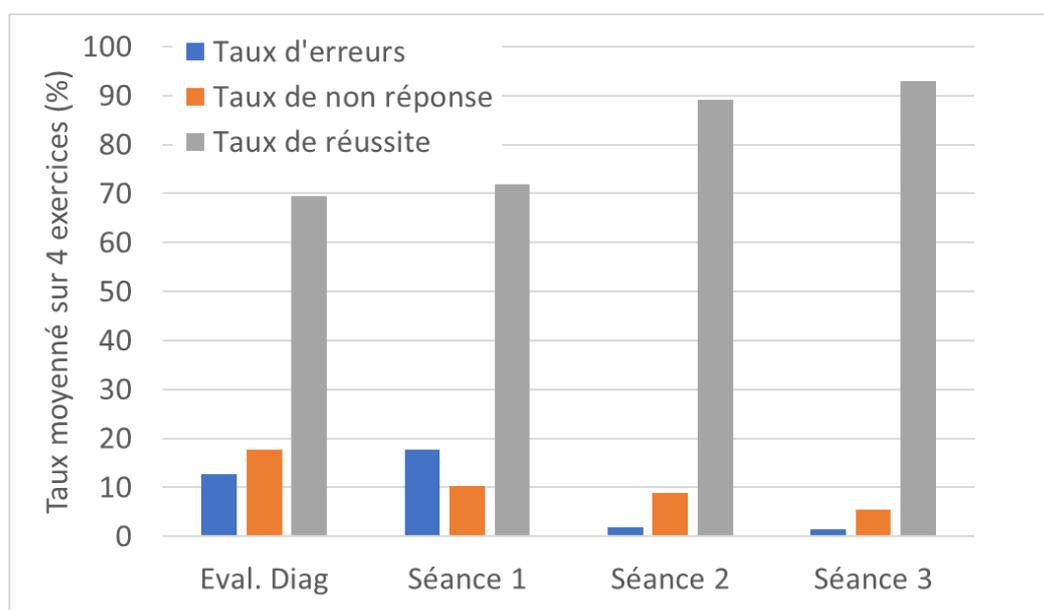


Figure 7 : Taux de réussite, de non-réponse et d'erreurs obtenus sur la moyenne de 4 problèmes basiques du champ additif **sur un laps de temps de quatre mois**.

Par ailleurs les réflexions engagées lors des mises en commun font avancer les élèves dans la subtilité de la résolution de problème en **s'engageant sans crainte de se tromper**. A titre d'exemple, deux problèmes construits volontairement de manière similaires de comparaison ont été proposés lors de la deuxième et troisième séance (t_2 et t_3).

Exercice 5 t_2 : Amine possède 142 timbres de collection. Il en possède 31 de moins que Yassine. Combien de timbres Yassine possède-t-il ?

Exercice 3 t_3 : Mina a 67 bonbons. Elle en a 42 de moins que Alix. Combien de bonbons a Alix ?

La difficulté de ces exercices réside dans le fait que les élèves lisant « moins que » ont tendance à proposer une opération de soustraction alors que dans cet énoncé il fallait faire une addition. Lors de la deuxième séance il est intéressant de noter que le taux d'erreur a été de 40% et celui de non-réponse de 6%, montrant par-là que les élèves s'engagent réellement dans la résolution même si le résultat est incorrect. Suite à la mise en commun dans laquelle les élèves ont analysé le problème, et six semaines après la séance, le taux de réussite à l'exercice similaire est d'environ 90%. La place de la schématisation

Au regard des productions d'élèves de l'évaluation diagnostique, la schématisation ou le dessin ne sont pas habituels : beaucoup d'élèves sont dans la production d'un calcul à tout prix ou au contraire dans un dessin illustratif, Figure 8.

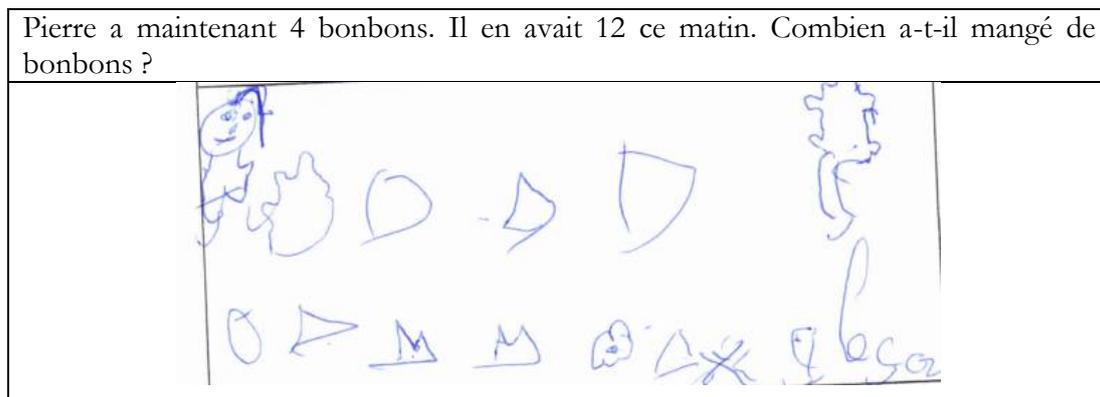


Figure 8 : Dessin illustratif sans rapport direct au problème (élève ayant des difficultés en calcul).

Après la première mise en commun, décrite en deuxième partie de ce rapport, la grande majorité des élèves ont résolu les problèmes suivants soit à l'aide de schéma soit directement par les calculs mais rarement à l'aide de dessins. Ceci tend au même constat que M. Priolet (Priolet, 2014) qui a montré, en analysant la place de la schématisation en primaire, que les dessins peuvent être un frein à la progression à partir du CE2.

Néanmoins, il me semble que le dessin peut aider les élèves lors d'une confrontation à un nouveau type de problème.. Par exemple il est intéressant de noter que fin janvier, période durant laquelle les élèves abordaient la multiplication, certains élèves ont eu besoin de passer par un dessin pour les problèmes du champ multiplicatif, Figure 9.

Le jardinier a planté sept rangées de dix rosiers.
Combien de rosiers a-t-il planté ?

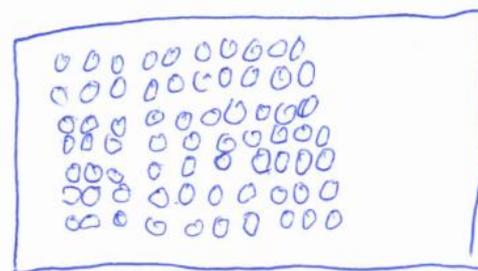


Figure 9 : Dessin fait pour un problème dans le champ multiplicatif.

Après la première mise en commun pour ces problèmes faisant intervenir la multiplication, ces élèves n'ont plus eu besoin de dessiner et ont résolu les problèmes des séances suivantes par le calcul uniquement.

Choisir son problème

Comme je l'ai expliqué, j'ai fait le choix de proposer au moins un problème proche du vécu des élèves : problème de billes, de bonbons ou de chocolat. Ces problèmes étaient proposés parmi d'autres problèmes similaires, l'ordre de résolution des problèmes n'étant pas imposé. Si le taux de non-réponse à ces **problèmes, proches de leur vécu**, n'est pas significativement différent des autres, cela a permis d'**enrôler les élèves réticents** : ils se sont mis au travail en commençant par le problème de chocolats. Ces observations vont dans le sens des résultats chiffrés de J.B. Nguala (Nguala, 2005) qui constate que les élèves « lorsqu'ils choisissent les problèmes à résoudre réussissent mieux que lorsqu'on leur impose un problème ».

De la difficulté de s'appropriier un énoncé

Même si les élèves ont travaillé sur des problèmes basiques j'ai remarqué dès le début de cette étude que certains élèves ont tendance à se saisir de l'énoncé comme d'un texte contenant un ensemble de nombres avec lesquels il faudrait faire une opération. Il leur est en réalité difficile de faire émerger clairement les données du problème et c'est pour cette raison que je proposais aux élèves de schématiser ou dessiner la situation.

La compréhension fine des énoncés

L'analyse des travaux des élèves de la première séance (problèmes posés à t_1) montre que tous les élèves se sont engagés dans la résolution des problèmes pour les deux premiers exercices sur quatre avec zéro non-réponse. Néanmoins le troisième et quatrième exercice, dont la compréhension était plus complexe, ont eu respectivement 6% et 30% de non-réponse, Figure 10.

Exercice 1 : Tariq vient de recevoir 3 € de sa grand-mère. Il a maintenant 8 €. Combien avait-il avant ?

Exercice 2 : Bob avait 8 billes avant de jouer avec Alia. Il a maintenant 3 billes. Que s'est-il passé durant la partie ?

Exercice 3 : Pendant la nuit de lundi à mardi, la température de la cour de l'école a baissé de 3 degrés. Mardi matin la température est de 5 degrés. Quelle était la température mardi soir ?

Exercice 4 : A l'arrêt « Mairie », 5 personnes descendent d'un bus. Après l'arrêt le même bus transporte 12 personnes. Combien de personnes le bus transportait-il avant l'arrêt ?

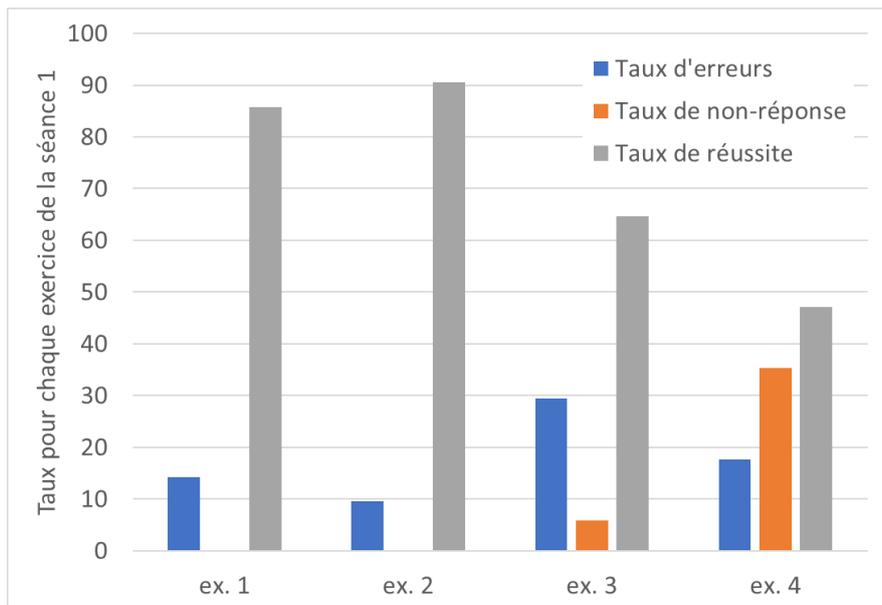


Figure 10 : Détail des taux de réussite, d'erreur et de non-réponse pour la séance 1.

Dans ces exercices 3 et 4, la question portait sur l'état initial dans une transformation additive. La structure du problème était en outre similaire à celle de l'exercice 1, à savoir de type *blanc-rouge-bleu* au sens de la donné par S. Petit (Petit, 2012).

Dans un premier temps on peut noter que les énoncés des exercices 3 et 4 sont plus éloignés du vécu des élèves que l'exercice 1 qui traitait d'argent de poche. J'ai néanmoins choisi de conserver ces problèmes pour justement confronter les élèves à une variété de problèmes simples.

Ce qui a provoqué le questionnement voire l'erreur des élèves se situe en réalité au niveau des **mots utilisés** et de la **chronologie de l'énoncé**. En effet il était question de baisse de température dans l'exercice 3 et de voyageurs qui descendent d'un bus dans l'exercice 4 alors que les opérations en jeu résultaient de l'addition. Si l'on se réfère à l'article de C. Houdement (Houdement, 2017) ces problèmes posaient des difficultés d'ordre sémantique car certains ont associé baisse ou descendre à la soustraction, et de nature pragmatique car la notion de température ou de voyageurs dans un bus peut être loin de l'expérience des élèves.

La place des informations les unes par rapport aux autres

Suite à la mise en commun de la séance d'évaluation diagnostique (ou séance t_0), les élèves ont conclu qu'il était possible de symboliser les données de l'énoncé par des carrés notamment un carré figurant la situation de départ et un carré figurant la situation d'arrivée, le tout relié par une flèche. Si la plupart sont passés à cette représentation symbolique, lors de la séance suivante j'ai pu noter que pour certains élèves **l'organisation visuelle de ces symboles** suivait en réalité l'**ordre d'apparition** des valeurs numériques **dans l'énoncé** ce qui peut poser question sur la solidité du concept chez ces élèves, Figure 11.

Exercice 1		
Tariq vient de recevoir 3 € de sa grand-mère. Il a maintenant 8 €. Combien avait-il avant ?		
Dessin et/ou Schéma	Calcul	Phrase de conclusion
	$3 + 5 = 8$	Tariq avait 8 €

Exercice 2		
Bob avait 8 billes avant de jouer avec Alia. Il a maintenant 3 billes. Que s'est-il passé durant la partie ?		
Dessin et/ou Schéma	Calcul	Phrase de conclusion
	$8 - 3 = 5$	Bob a maintenant 5 billes.

Figure 11 : Schéma non logique suivant l'ordre d'apparition des données dans l'énoncé.

On notera que les phrases de conclusion à ces problèmes ne correspondent pas aux questions posées. Si les calculs sont justes, l'élève n'a pas une représentation correcte de ce qui est demandé.

Il était en outre compliqué pour certains élèves de **se représenter chronologiquement une situation** qu'ils ont **tendance à calquer sur l'ordre d'apparition des informations de l'énoncé**.

Exercice 4 : A l'arrêt « Mairie », 5 personnes descendent d'un bus. Après l'arrêt le même bus transporte 12 personnes. Combien de personnes le bus transportait-il avant l'arrêt ?

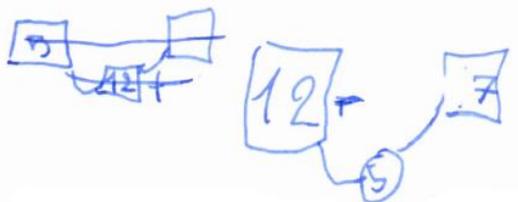


Figure 12 : Difficultés dans les représentations chronologiques des données.

Les mots-nombres lus dans un énoncé

En outre c'est par les réponses fausses d'un élève au problème Figure 13 que je me suis aperçue qu'il avait tendance à **produire un calcul avec les nombres de l'énoncé plutôt que de comprendre le sens du problème**. Dans cet exercice, l'élève a relevé les nombres 1, 4 et 8 et a tout simplement fait une addition avec.

Exercice 7 :

Je donne 1 carré de chocolat à chaque enfant. Ma tablette a 8 rangées de 4 carrés chacune. A combien d'enfant puis-je donner 1 carré de chocolat ?		
Dessin ou Schéma	Calcul	Phrase de conclusion
	$ \begin{array}{r} + 8 \\ - 4 \\ \hline + 7 \\ - 1 \\ \hline = 14 \end{array} $	<i>n 14 enfant</i>

Figure 13 : Réponse d'un élève produisant des calculs avec les nombres de l'énoncé sans en comprendre le sens.

Il est intéressant de noter que cet élève avait eu un raisonnement similaire à celui présenté ci-dessus dans plusieurs exercices lors de l'évaluation diagnostique. Maîtrisant mal le français l'origine de cette difficulté pouvait aussi venir d'une difficulté de compréhension. Par la suite, cet élève n'a plus jamais fait ce genre d'erreurs. On peut alors penser que, soit les séances de travail l'ont aidé, soit il a plus pris le temps de réfléchir que durant l'évaluation diagnostique.

Quel intérêt de travailler sur la fabrication des énoncés ?

Au vu des résultats que nous venons de décrire, j'ai engagé deux séances sur la fabrication d'énoncés en m'inspirant des travaux de S. Petit (Petit, 2012).

Le travail de manipulation de phrases pour rédiger un énoncé a été complexe à mettre en place en peu de temps.

Elle n'a plus que 18 billes après la récréation. Amélie a 27 billes. Pendant la récréation, elle joue et perd ? billes.		
Ecris un énoncé dans un français correct pour poser ce problème à un camarade.		
Tu dois respecter l'ordre des 3 phrases,		
Tu dois cacher la valeur de la dernière phrase,		
Tu dois poser une question		
	Ce que je dois vérifier	Oui Non
	Je n'ai pas ajouté ni enlevé d'informations	<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
	Il manque une étape	<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
	La question porte sur la dernière phrase.	<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
	L'énoncé suit l'ordre imposé	<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
	Dans mon énoncé le lecteur sait de qui on parle (j'ai changé le pronom elle si il fallait)	<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
	Il y a bien une question	<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>

elle n'a plus que 18 billes après la récréation, elle a 27 billes. Combien avait elle de billes pendant la récréation.

Les élèves ont compris le principe : un énoncé blanc rouge bleu est différent d'un énoncé rouge blanc bleu alors que les données et la question sont les mêmes (la même couleur de drapeau, bleu, est en fin d'énoncé). Mais le passage à la rédaction a été difficile car il leur fallait manipuler des phrases et changer le temps de certains verbes alors que la conjugaison reste compliquée pour eux. Les modalités de travail étaient un travail en binôme hétérogène et lors de la première séance les élèves les plus agiles en résolution de problème ont eu tendance à produire les écrits sans concertation.

Mettre les problèmes en réseau

Lors des mises en commun, certains élèves ont spontanément repéré des similitudes entre problèmes surtout lorsque les problèmes proposaient les mêmes séries de données dans un contexte différent. Il a donc été demandé aux élèves, durant la présentation orale de leurs résultats, de verbaliser ce qu'ils cherchaient.

Le résultat de ces mises en commun est :

- on demande l'état final,
- on demande quelle est la situation au début,
- on se pose la question de ce qui se passe durant l'action,
- il n'y a pas de situation de départ et d'arrivée : on compare.

Cette réflexion était systématique lors des corrections et des mises en commun. Le travail sur les énoncés a aussi participé à la mise en réseau des problèmes. En effet les élèves ont expérimenté, lors de leur production d'énoncé et lorsqu'ils résolvaient le problème rédigé par un camarade, que deux énoncés pouvaient être différents mais poser la même question et par conséquent, pour ces problèmes basiques, se référer au même type de problème.

Voici par exemple deux énoncés rédigés par des élèves :

Enoncé 1 : Pendant la récréation, Amélie joue et perd 9 billes. Elle n'a plus que 18 billes après la récréation. Combien avait-elle de billes au début ?

Enoncé 2 : Amélie n'a plus que 18 billes après la récréation. Pendant la récréation elle a joué et perdu 9 billes. Combien Amélie avait-elle de billes avant la récréation ?

Nous sommes partis du constat qu'une proportion non négligeable d'élèves de CE2 de cette classe ne s'engageaient pas en résolution de problème. En m'inspirant plus particulièrement des travaux de M. Priolet et de J.B. Nguala j'ai proposé régulièrement une série de problèmes à résoudre. Les mises en commun ont permis de mettre certaines procédures en avant, notamment l'idée de schématiser certains problèmes de transformation additive. Durant ces mises en commun les élèves, en cherchant à comprendre pourquoi certains avaient suivi un raisonnement erroné, ont saisi l'importance de se représenter la situation. Ce temps passé à analyser les erreurs a aussi été bénéfique pour les élèves fragiles qui se sont clairement engagés dans la résolution de problème quitte à faire des erreurs. Dès lors que les énoncés s'écartent de leur vécu et que la structure du problème n'est pas familière, le taux de réussite diminue. Mais, après une mise en commun pointant les difficultés de compréhension, lorsqu'un énoncé de même type est proposé plusieurs semaines après le taux de réussite s'améliore.

2. Discussion

Je suis convaincue, comme l'explique J. Julo (Julo, 2002), que l'approche par catégorisation de problèmes est plus appropriée que le concept d'apprentissage méthodologique.

Le livre à disposition des élèves (Meunier et al., 2017) suit l'approche méthodologique et on peut par exemple y lire les éléments suivants :

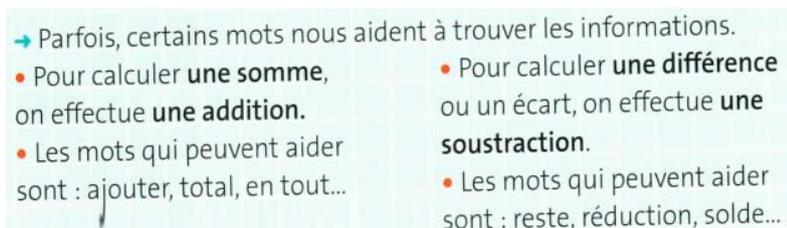


Figure 14 : Extrait du livre de mathématiques, p 138.

Il est écrit que le mot solde peut aider à trouver l'information dictant la soustraction. Or ce mot solde ne signifie pas toujours soustraction, à l'exemple de l'exercice 1 à l'Annexe 4.

Cette méthode, proposée pour résoudre un problème, est remise en cause notamment par C. Houdement. Néanmoins J. Julo (Julo, 2002) écrit que « des analyses plus fines montrent des effets au niveau de l'attitude des élèves : persévérance plus grande dans la recherche d'une solution par exemple » lorsque l'approche méthodologique est suivie.

Le travail qui a été proposé aux élèves était très cadré avec un choix des énoncés de problèmes et une présentation bien déterminée. Cela a permis aux élèves de trouver un cadre avec des attendus très explicites : dessins ou schéma puis calcul puis phrase réponse.

Au contraire de ce que propose S. Petit (Petit, 2012) je n'ai pas proposé aux élèves de représentation des problèmes sous la forme d'un graphique avec l'élément qui varie placé en ordonnée et le temps de la situation représenté sur l'axe des abscisses. En effet cette représentation est principalement valable pour les problèmes basiques de transformation or je voulais travailler plusieurs types de problèmes. J'aurais pu proposer ce type d'approche comme une alternative aux élèves ayant des difficultés à représenter schématiquement la situation.

Les modalités de travail que j'ai proposées lors des séances de productions écrites d'énoncés sont à questionner. Lors de ces séances, les élèves ont réalisé le travail en binôme hétérogène. Cela permettait, selon moi, à l'élève en difficultés en mathématiques d'être étayé par son binôme plus à l'aise en résolution de problème mais pas trop rapide non plus du fait de la nouveauté de l'exercice. Néanmoins j'ai pu observer une certaine incapacité à coopérer, principalement pour les élèves ayant des facilités qui, du fait de la nouveauté de l'exercice ont voulu rédiger les énoncés eux-mêmes sans partager ni écouter les

suggestions de leur binôme. On pourrait donc se poser la question de faire évoluer cette modalité de travail, soit en proposant un travail en binôme homogène soit en proposant un travail individuel de rédaction d'énoncés pour les camarades. Pour finir, je pense que ce travail de rédaction d'énoncés de problèmes est un travail sur le long terme et que le temps de cette étude a été insuffisant pour observer un effet tangible dans l'approche des énoncés de problèmes par les élèves.

Si l'engagement des élèves et le taux de réussite se sont améliorés entre janvier et avril, on peut se demander si cela est dû au dispositif ou tout simplement à une meilleure maîtrise de concept de l'addition et de la soustraction ?

Peut-être aussi que le temps dédié à la résolution de problème joue tout simplement sur les performances de la classe. En effet jusqu'en janvier, la résolution de problème se faisait principalement en fin de séance de mathématiques en suivant le livre à disposition des élèves. Le fait de réserver une séance uniquement dédiée à la résolution de problèmes a peut-être favorisé l'évolution des élèves.

Conclusion

1. Synthèse

En constatant le faible engagement des élèves de ma classe de CE2, je me suis interrogée sur les moyens de les engager en résolution de problèmes et d'améliorer leur taux de réussite.

Sur la base de travaux universitaires en résolution de problèmes numériques, j'ai proposé aux élèves de résoudre un ensemble de problèmes dont les énoncés ont été choisis ou inventés pour les engager dans la tâche. Une trame de résolution précise leur a été proposée avec trois étapes : dessin ou schéma / calcul / phrase réponse.

Les élèves ont essayé de schématiser les problèmes lorsque cela leur était nécessaire. Il existe plusieurs manières de schématiser un problème dont une présentée par S. Petit (Petit, 2012). Je n'ai pas suivi cette piste car les schémas proposés traitaient de uniquement de transformation additive or il existe d'autres types de problèmes dans le champ additif. Les élèves ont alors travaillé sur des problèmes basiques principalement dans le champ additif et pour les plus avancés dans le champ multiplicatif.

L'utilisation de dessins ou de schémas coconstruits ainsi qu'un travail sur les énoncés semblent avoir été un levier pour l'engagement des élèves.

De l'entraînement à la résolution de problèmes et de leur mise en réseau lors des mises en commun découlent des taux d'erreur qui diminuent durablement et un engagement renouvelé des élèves, même ceux en difficulté.

A l'issue de ce travail il me semble qu'une réflexion de la classe sur la schématisation des données de l'énoncé est bénéfique pour les élèves en difficulté. La compréhension des énoncés même basiques est en outre fondamentale et demande d'être traitée sur la durée. C'est pourquoi je recommanderais de travailler à la production d'énoncés dès la première période afin que les élèves lient très tôt compréhension et résolution calculatoire.

Il convient par la suite d'évoluer vers des problèmes complexes à plusieurs étapes dans lesquels les élèves devront faire appel à plusieurs schémas de problèmes basiques. Il sera aussi intéressant de suivre la même logique pour les problèmes du champ multiplicatif, à savoir renforcer la maîtrise des problèmes basiques avant d'évoluer vers des problèmes complexes.

2. Bilan personnel

Le travail que j'ai réalisé lors de ce mémoire m'a permis d'approfondir un domaine d'enseignement en particulier. Il m'a été bénéfique dans mon approche didactique de l'enseignement relatif à la résolution de problème et m'a demandé de concevoir moi-même les séances, loin des livres et guides pédagogiques.

Cela nécessite du temps, demande de s'adapter pour être au plus près des spécificités de la classe mais est très gratifiant lorsqu'on perçoit une évolution : tel élève pour qui les nombres sont une notion très abstraite et qui s'engage et réussit certains exercices, ou tel autre qui n'avait pas besoin de schématiser des problèmes faciles mais y a eu recours lorsqu'il a eu affaire à des problèmes du champ multiplicatif. L'échange entre tuteur et tuteurés a aussi été source d'enrichissement à beaucoup de points de vue. Pour finir, étudier cette thématique constitue le début d'une réflexion sur la résolution de problèmes que je mettrai en œuvre dans mes futures classes.

Bibliographie

Documents institutionnels

Annexe 1 Programme d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), MENE1526483A § (2015).

Décret n° 2015-372 du 31 mars 2015 relatif au socle commun de connaissances, de compétences et de culture, MENE1506516D 2015-372 § (2015).

Repères annuels de progression en mathématiques CE1. (2018). Consulté à l'adresse http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Consultation_Reperes_et_attendus_2018/43/3/Reperes_Mathematiques_CE1_1019433.pdf

Repères annuels de progression en mathématiques CE2. (2018). Consulté à l'adresse http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Consultation_Reperes_et_attendus_2018/43/4/Reperes_Mathematiques_CE2_1019434.pdf

Villani, C., & Torossian, C. (2018). 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques. *12 février 2018*, 96.

Articles en ligne

Camensisch, A., & Petit, S. (2005). Lire et écrire des énoncés de problèmes. *APMEP*, 7-20.

Cnesco-Ifé. (2016, mars 16). *Conférence de consensus : lire, comprendre, apprendre.* Présenté à Lire, comprendre, apprendre : comment soutenir le développement de compétences en lecture ?, Lyon. Consulté à l'adresse http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2016/09/Synthese_competences_lecture.pdf

CNRTL. (s. d.). Consulté 10 mars 2018, à l'adresse Centre National de Ressources Textuelles et Lexicales website: <http://www.cnrtl.fr/etymologie/mouvement>

Durpaire, J.-L., & Emprin, F. (2012). *Résolution de problèmes* (p. 51-63) [Le nombre au cycle 3]. Futuroscope (Vienne): CNDP : Scéren.

Durpaire, J.-L., Mégard, M., & Emprin, F. (2009). *Le nombre au cycle 2.* Consulté à l'adresse Scéren, CNDP-CRDP website: http://media.eduscol.education.fr/file/ecole/00/3/Le_nombre_au_cycle_2_153003.pdf

Houdement, C. (2003). La résolution de problèmes en question. *Grand N*, (71), 7-23.

Houdement, C. (2017). *Résolution de problèmes arithmétiques à l'école.* Consulté à l'adresse HAL Id: hal-01902810 <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01902810>

Julo, J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes. *Grand N*, (69), 31-52.

La résolution de problèmes à l'école élémentaire. , MENE1809043N § (2018).

Nguala, J. B. (2005). La multireprésentation un dispositif d'aide à la résolution de problème. *Grand N*, 76, 45-63.

Petit, S. (2012). Problèmes additifs à transformations et représentations graphiques à l'école. *APMEP*, (500), 389-398.

Priole, M. (2014). Enseignement-apprentissage de la résolution de problèmes numériques à l'école élémentaire : Un cadre didactique basé sur une approche systémique. *Éducation et didactique*, 8(8-2), 59-86. <https://doi.org/10.4000/educationdidactique.1948>

Priole, M., & Regnier, J.-C. (2007, juin). *Modélisation et enseignement de la résolution de problèmes basé sur une mise en réseau*. 19. Troyes: COPIRELEM.

Turquin, P. (1970). *Apprentissage et résolution de problème*. 20(2), 543-577. <https://doi.org/10.3406/psy.1970.27913>

Vergnaud, G. (1986). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques. *Grand N*, (38), 51-69.

Manuels scolaire

Castioni, L., Budon-Dubarry, H., & Amiot, M. (2016). *Maths Explicites CM1*.

Dias, T., Pasquet, N., Jablonka, L., Gateau, A., & Vidal, S. (2017). *Archimaths CE1*.

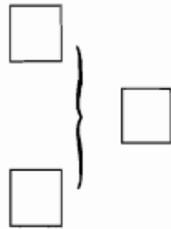
Jardy, J., Parrain, I., & Rouy, I. (2016). *Vivre les maths CP*

Meunier, R., Meunier, L., Lucas, J.-C., Leclec'h-Lucas, J., & Trossevin, M.-P. (2017). *Le Nouvel A portée de maths CE2 -*.

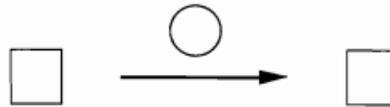
Annexes

Annexe 1 : Typologie des problèmes du champ additif (Vergnaud, 1986)

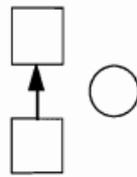
Principales relations additives



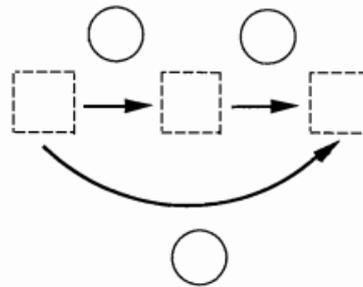
I - Composition de mesures



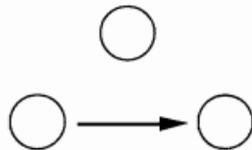
II - Transformation d'une mesure



III - Comparaison de mesures



IV - Composition de transformation



V - Transformation d'une relation



VI - Composition de relations

Légende



mesure : nombre sans signe



transformation ou relation : nombre avec signe



composition d'états



transformation (changement d'état)



relation (entre états)

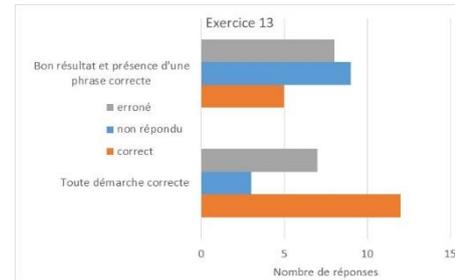
Annexe 2 : Types de problèmes proposés et résultats lors des évaluations de circonscription CE2

Exercice 13

Résous ce problème :

5 enfants se partagent en parts égales 60 cartes.

Combien de cartes auront-ils chacun ?



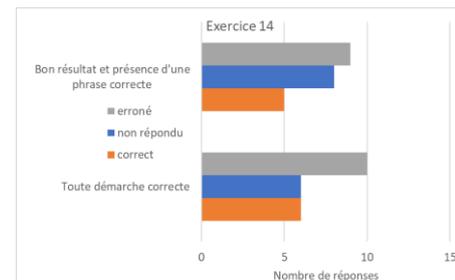
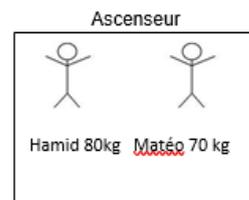
Exercice 14

Chloé pèse 40 kg, Hamid 80 kg, Matéo 70 kg, Lisa 60 kg, Nathan 55 kg.

L'ascenseur ne peut pas transporter plus de 200 kg.

Hamid et Matéo sont déjà dans l'ascenseur.

Qui peut encore monter ?



Exercice 19

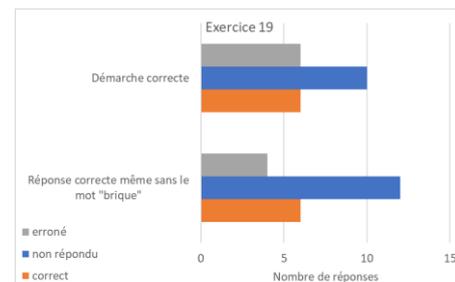
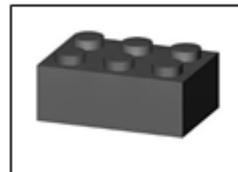
Résous le problème suivant :

Sara a un sac de briques de construction.

Chaque brique mesure 2 cm de hauteur.

Sara veut construire une tour haute de 40 cm.

Combien de briques de construction doit-elle empiler pour réaliser sa tour ?

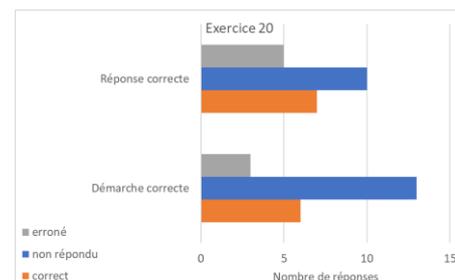


Exercice 20

Résous le problème suivant :

Fanny termine ses devoirs à 16h et regarde un film qui dure 1h30

A quelle heure Fanny aura-t-elle terminé de regarder la télé ?



Exercice 25

Observe ce tableau et réponds aux questions :

La directrice d'une école de cinq classes prépare les commandes de matériel pour la rentrée.

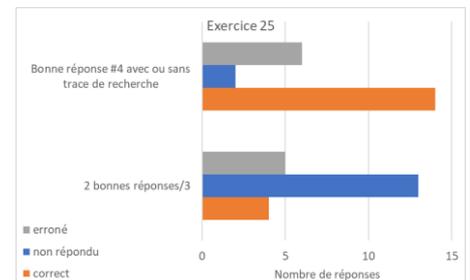
Classe	Nombre d'élèves	Nombre de cahiers à commander	Nombre de livres à commander
CP	25	100	50
CE1	24	96	48
CE2	27	108	54
CM1	24	96	48
CM2	23	92	46
Total	123	492	246

Combien de cahiers la directrice doit-elle commander pour les CM1 ?

Combien de livres la directrice doit-elle commander pour les CE1 ?

Combien de cahiers la directrice doit-elle commander pour toute l'école ?

Combien de cahiers un élève de CP reçoit-il sur l'année ?



Annexe 3 : Types de problèmes proposés à t0

Exercice 1 : Pierre avait 4 images ce matin. Ce soir il en a 12. Combien en a-t-il acheté ?

Exercice 2 : J'achète un T-shirt en solde pour 29€. La remise était de 10€. Combien coûtait le T-shirt avant les soldes ?

Exercice 3 : Un éléphanteau a grossi de 127 kilogrammes et pèse maintenant 249 kilogrammes. Combien pesait l'éléphanteau à sa naissance ?

Exercice 4 : Pierre a maintenant 4 bonbons. Il en avait 12 ce matin. Combien a-t-il mangé bonbons ?

Exercices supplémentaires proposés aux élèves en facilité :

Exercice 5 : Yanis est arrivé 63ème à la course de vélo. Il est arrivé 8 places devant Hala. Quelle est la place d'Hala ?

Exercice 6 : Le jardinier a planté 7 rangées de 10 rosiers. Combien de rosiers a-t-il planté ?

Exercice 7 : Je donne 1 carré de chocolat à chaque enfant. Ma tablette a 8 rangées de 4 carrés chacune. A combien d'enfant puis-je donner 1 carré de chocolat ?

Annexe 4 : Types de problèmes proposés à t1

Exercice 1 : Tariq vient de recevoir 3 € de sa grand-mère. Il a maintenant 8 €. Combien avait-il avant ?

Exercice 2 : Bob avait 8 billes avant de jouer avec Alia. Il a maintenant 3 billes. Que s'est-il passé durant la partie ?

Exercice 3 : Pendant la nuit de lundi à mardi, la température de la cour de l'école a baissé de 3 degrés. Mardi matin la température est de 5 degrés. Quelle était la température lundi soir ?

Exercice 4 : A l'arrêt « Mairie », 5 personnes descendent d'un bus. Après l'arrêt le même bus transporte 12 personnes. Combien de personnes le bus transportait-il avant l'arrêt ?

Exercices supplémentaires proposés aux élèves en facilité :

Exercice 5 : Frédéric a joué deux parties de billes. A la seconde il a gagné 3 billes. Il ne se souvient plus ce qui s'est passé à la première partie. Mais quand il compte ses billes à la fin il s'aperçoit qu'il a gagné 8 billes en tout. Que s'est-il passé à la première partie ?

Exercice 6 : Julien achète 4 livres. Le prix d'un livre est 7 €. Au rayon surgelé, les escargots coûtent 4 € la douzaine, les petits pois 12 € le kilo et les framboises 6 € le kilo. Manon achète 12 escargots et 4 kilos de petits pois. Combien a-t-elle dépensé ?

Exercice 7 : Après la construction d'un nouvel immeuble, 678 personnes sont venues habiter notre quartier qui regroupe maintenant 12659 habitants. Quel était le nombre d'habitants avant la construction de l'immeuble ?

Annexe 5 : Types de problèmes proposés à t2

Exercice 1 : Jean avait 8 bonbons. Il en mange 3. Combien e bonbons a-t-il maintenant ?

Exercice 2 : Il y a 8 enfants à l'anniversaire d'Elimane. 3 enfants sont des filles. Combien y-a-t-il de garçons ?

Exercice 3 : Je viens de gagner 3 billes à la récréation. J'ai maintenant 8 billes. Combien de billes avais-je avant la récréation ?

Exercice 4 : Sophie a appris dix-sept vers de son poème lundi. Mercredi elle en sait vingt-neuf. Combien de vers a-t-elle appris mardi ?

Exercices supplémentaires proposés aux élèves en facilité :

Exercice 5 : Amine possède 142 timbres de collection. Il en possède 31 de moins que Yassine. Combien de timbres Yassine possède-t-il ?

Exercice 6 : Ma feuille de cahier est quadrillée. Le quadrillage a 4 carreaux sur sa largeur et 8 carreaux sur sa longueur. Combien de carreaux y-a-t-il sur ma feuille ?

Exercice 7 : Je possède 3 vestes et 4 pantalons. Combien puis-je former de tenues différentes ?

Annexe 6 : Types de problèmes proposés à t3

Exercice 1 : J'ai ajouté 6 fleurs à mon bouquet. Il en compte maintenant 18. Combien avais-je de fleurs avant ?

Exercice 2 : Paul a 56 €. Il lui manque 12 € pour s'acheter une paire de rollers. Combien la paire de rollers coute-t-elle ?

Exercice 3 : Mina a 67 bonbons. Elle en a 42 de moins que Alix. Combien de bonbons a Alix ?

Exercice 4 : Sophie joue au jeu de l'oie. Elle vient d'avancer de 5 cases et se retrouve sur la case 17. De quelle case est-elle partie ?

Exercices supplémentaires proposés aux élèves en facilité :

Exercice 5 : Le boulanger a 18 pains au chocolat à 17h. A 16h il en avait 27. Combien a-t-il vendu de pains au chocolat ?

Exercice 6 : Complète la commande :

Articles	Prix unitaire	Quantité	Total
Jeu de dames	4 €	18	
Raquette et volants	2€	25	
Ballon	5€	17	
Corde à sauter	1€	36	
Bande dessinée	6€	50	

Quel est le coût total de la commande ?

Exercice 7 : Il y a 5 fois plus de chaises à la cantine que dans la classe. Dans la classe il y a 26 chaises. Combien y-a-t-il de chaises à la cantine ?