



HAL
open science

Impact de la pratique des problèmes ouverts sur les comportements de recherche et les procédures utilisées en résolution de problèmes mathématiques

Gautier Filhol, Sandra Gibernon

► **To cite this version:**

Gautier Filhol, Sandra Gibernon. Impact de la pratique des problèmes ouverts sur les comportements de recherche et les procédures utilisées en résolution de problèmes mathématiques. Education. 2019. dumas-02445625

HAL Id: dumas-02445625

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02445625>

Submitted on 20 Jan 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License



**MASTER MEEF mention 1er degré
« Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation »
Mémoire de 2^{ème} année
Année universitaire 2018 - 2019**

**IMPACT DE LA PRATIQUE DES PROBLÈMES OUVERTS SUR LES
COMPORTEMENTS DE RECHERCHE ET LES PROCÉDURES UTILISÉES EN
RÉSOLUTION DE PROBLÈMES MATHÉMATIQUES.**

**Gibernon Sandra
Filhol Gautier**

Directeur du mémoire : Mr Mouahid Gabriel
Tuteur de mémoire : Mme Wiltz Aurélie
Examineurs : Mr Mouahid Gabriel et Mme Wiltz Aurélie

Soutenu le 20 mai 2019

Sommaire

Introduction.....	3
Cadre théorique.....	5
I. Qu'est-ce qu'un problème ?.....	5
I.1. La définition d'un problème.....	5
I.2. La composition d'un problème.....	6
I.3. La classification des problèmes.....	7
II. Comment enseigner la résolution de problème en mathématiques ?.....	8
II.1. Place des problèmes dans les instructions et programmes officiels.....	8
II.2. Objectifs et compétences travaillées.....	10
II.3. Organisation de séance et rôle de l'enseignant.....	12
III. Peut-on engager les élèves dans une démarche d'investigation lors de la résolution de problèmes mathématiques ?.....	13
III.1. La démarche d'investigation.....	13
III.2. Les problèmes ouverts.....	14
III.3. Les procédures de résolution de problèmes mathématiques.....	15
Méthodologie.....	17
Analyse des résultats.....	22
Résultats généraux.....	22
Hypothèse 1, résultats et interprétation.....	23
Hypothèse 2, résultats et interprétation.....	25
Hypothèse 3, résultats et interprétation.....	30
Autres données exploitables.....	33
Influence du genre.....	33
Influence du niveau scolaire.....	35
Conclusion.....	38
Bibliographie.....	40
Annexes.....	45

Introduction.

La constatation des mauvais résultats scolaires des élèves français, en particulier en mathématiques, n'est pas récente, mais celle-ci a pris une ampleur particulière depuis une dizaine d'années suite aux performances de nos élèves aux dernières évaluations internationales. Dans ce contexte, Monsieur le ministre Jean-Michel Blanquer a missionné Cédric Villani, député de l'Essonne et chercheur en mathématiques, et Charles Torossian, inspecteur général de l'Éducation Nationale, afin d'étudier notre façon d'enseigner les mathématiques et proposer des pistes pour remédier à cette situation. Leur analyse (Villani & Torossian, 2018) confirme le désamour entre mathématiques et élèves, 42 % d'entre eux ayant une maîtrise fragile des notions mathématiques, mais aussi avec les professeurs, puisque plus d'un tiers des enseignants avouent ne pas aimer enseigner les mathématiques. Ce rapport propose de réorganiser notre modèle d'enseignement des mathématiques à travers 21 mesures où le premier degré est considéré comme la priorité, et où la formation des Professeurs des écoles est pointée.

Plus précisément concernant les performances de nos écoliers, l'évaluation internationale en sciences et mathématiques (Colmant & Le Cam, 2016) a montré que les élèves français possédaient des difficultés dans ces deux disciplines, et notamment dans le cadre de la résolution de problèmes mathématiques. En effet, nos élèves de CM1 ont obtenu, en résolution de problèmes, les plus faibles taux de réussite parmi les pays de l'union européenne participants (Blanquer, 2018). Ces résultats ont amené le ministre de l'Éducation Nationale à redéfinir l'importance de la résolution de problèmes en stipulant que celle-ci doit être « au cœur de l'activité mathématique des élèves tout au long de la scolarité obligatoire » (Blanquer, 2018).

Cette déclaration s'est traduite récemment par une modification de certaines parties des programmes, dont les mathématiques, qui accordent une place plus importante à la résolution de problèmes. De fait, le programme du cycle 2 en mathématique débute par la réaffirmation que « la résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves, développant leurs capacités à chercher, raisonner et communiquer ». Le terme « résolution de problèmes » apparaît directement au sein des parties « contributions essentielles des différents enseignements au socle commun » à travers les domaines 2, 3 et 4 ; dans les compétences travaillées comme « Chercher » et « Modéliser » ; ainsi que dans les attendus de fin de cycle via les sous-parties « Nombres et Calculs » et « Grandeurs et Mesures » (Ministère de l'Éducation Nationale, 2018a). Une même occurrence est observable pour le programme du cycle 3 dans ces différentes parties, avec une résolution de problèmes considérée comme critère principal de la maîtrise des connaissances mathématiques (Ministère de l'Éducation Nationale, 2018b).

Ces nouveaux programmes induisent un changement des pratiques d'enseignement en mathématiques, et demandent donc de la part des Professeurs des écoles une plus grande maîtrise des éléments nécessaires à l'apprentissage par et pour la résolution de problèmes. Notre maigre expérience de professeur stagiaire, tant sur l'aspect théorique en ESPE que pratique au sein de nos classes, va dans le sens des mesures proposées et nous confirme la nécessité d'une évolution de la formation, initiale et continue, pour permettre aux enseignants d'appliquer au mieux ces nouveaux programmes. En effet, même si une place importante est accordée à la nécessité de mettre les élèves en situation de recherche en mathématiques, la résolution de problèmes en général, la diversité des problèmes, leurs intérêts et leurs mises en place dans le quotidien de la classe restent relativement peu abordés. Choisir le thème de la résolution de problèmes mathématiques pour le mémoire nous a donc apparu comme une occasion d'approfondir nos connaissances, une sorte de formation complémentaire qui, nous l'espérons, nous permettra de devenir de meilleurs professeurs en mathématiques pour les prochaines années.

Cette importance nouvelle accordée à la recherche et à la résolution de problème dans l'enseignement des Mathématiques amène les élèves à pratiquer plus fréquemment une forme particulière de problèmes que sont les problèmes ouverts. Dans ce contexte, nous nous sommes posés la question suivante :

Quel est l'impact de la pratique des problèmes ouverts sur les comportements de recherche des élèves et sur leurs procédures de résolution de problèmes mathématiques ?

Suite à notre question, nous avons émis trois hypothèses.

- (H1) Les élèves sont capables de rapprocher deux problèmes de même type/modèle.
- (H2) Des procédures analysées comme pertinentes lors des mises en commun seront réutilisées par d'autres élèves lors de problèmes ultérieurs de même type/modèle.
- (H3) La pratique hebdomadaire de problèmes ouverts favorise les comportements de recherche des élèves.

Une première partie est consacrée à une revue de la littérature concernant les problèmes, l'enseignement de la résolution de problème et leur place dans la démarche d'investigation. Une seconde partie se propose quant à elle de présenter et discuter les résultats d'une recherche de terrain en lien avec cette problématique.

Cadre théorique.

I. Qu'est-ce qu'un problème ?

I.1. La définition d'un problème.

Nous abordons la notion de problème. Il est donc indispensable avant tout de définir cette notion. L'étymologie du mot problème provient du latin *problema* signifiant « question à résoudre », provenant lui-même du grec *próblema* signifiant « obstacle ». La définition d'un problème varie selon les différents domaines. Dans le domaine étymologique, le dictionnaire Le Petit Larousse (Larousse, 2018) définit un problème mathématique comme étant « une question à résoudre par un raisonnement scientifique ». Résoudre un problème mathématique consiste à trouver une solution en utilisant un raisonnement rationnel.

Chez les didacticiens, l'Équipe de Recherche Mathématique pour l'École Élémentaire (ERMEL, 1981) définit le problème comme « quelque chose à chercher » dans lequel la « mémoire seule » est insuffisante. Cette équipe explique qu'une stratégie de résolution permet de résoudre un problème mathématique. Vergnaud, lui, caractérise un problème comme étant un ensemble dans lequel les élèves doivent faire des hypothèses et des vérifications pour trouver une solution (Vergnaud, 1989). Cette définition rapproche alors le concept de problème à celui de démarche scientifique, abordée par la suite dans ce document.

Du côté du psychologue Jean Brun (Brun, 1990), un problème est une situation dans laquelle l'élève n'a pas accès à la solution directement. Sa définition d'un problème se rapproche de celle des didacticiens d'ERMEL car l'aspect d'insuffisance de la mémoire seule est mise en avant. L'élève, n'ayant pas de solution directe, doit être capable de trouver une stratégie de résolution afin de résoudre le problème. Jean Brun exprime l'idée que la définition du mot problème devient différente selon chaque élève, en fonction de ses connaissances mathématiques :

Un problème pour un sujet donné peut ne pas être un problème pour un autre sujet en fonction de leur niveau de développement intellectuel.

Nous parlons donc de problème pour un élève seulement si cet élève voit en ce problème une résistance, un obstacle à surpasser.

Ces définitions tendent donc à représenter un problème comme une question à résoudre, un obstacle à dépasser par le raisonnement et la recherche, l'idée d'obstacle étant relative d'une personne à une autre.

I.2. La composition d'un problème.

De nombreux chercheurs se sont penchés sur la composition d'un problème. Peix et Tisseron, Houdement, ainsi que Priolet (Houdement, 2003; Peix & Tisseron, 1997; Priolet, 2008) émettent la même idée : un problème est toujours composé d'un énoncé. Très majoritairement, l'énoncé contient des données numériques et peut, non nécessairement, contenir un schéma, un graphique, un tableau qui aident à la résolution du problème. L'énoncé comporte une question ou un ordre entraînant l'élève à chercher une ou des solutions à la situation présentée.

L'énoncé est le déclencheur de l'engagement des élèves à résoudre un problème. Concernant sa forme et son contenu, il est nécessaire que cet énoncé soit court, syntaxiquement compris des élèves mais surtout qu'il concerne l'environnement familier des élèves. Un élève ne pourra être engagé dans la résolution d'un problème que s'il arrive à se le représenter, à se l'imaginer (Houdement, 2003). Il existe un lien entre concept familier et énoncé court: plus la situation est éloignée de son environnement et plus l'énoncé est long, moins l'élève arrive à se représenter le problème et n'entre pas dans la démarche de résolution de problème (Houdement, 2003).

En ce qui concerne la question figurant dans un énoncé, Sylvie Gamo s'interroge sur sa place. Pour elle, l'amélioration de la capacité des élèves à résoudre un problème peut être influencée par la position de la question dans l'énoncé (Gamo, 2001) :

Pour améliorer la performance des enfants, il suffit parfois de placer la question au début du problème. En effet, quand on sait quel est l'objet du problème, on fait une sélection pour trouver .

Il en ressort que le positionnement de la question dans un énoncé peut permettre d'augmenter l'engagement et les performances d'un élève dans la démarche de résolution du problème (Houdement, 2003). La question posée en début d'énoncé permettrait à l'élève de sélectionner et de mettre en relation les données utiles dès la première lecture de l'énoncé (Gamo, 2001).

Il existe aussi des énoncés ne comportant pas de questions. Voici deux exemples d'énoncés sans questions proposés sur le site de l'Inspection Bièvre-Valloire (IEN Bièvre-Valloire, 2012):

- L'école a reçu 975 euros pour organiser un voyage. Deux classes partiront. 47 élèves prendront le train. Pour chaque élève, le billet coûte 15 euros. 9 adultes accompagneront les élèves pendant le voyage. Pour chaque adulte, le billet coûte 18 euros.

Référence : CAP maths CE2 2007, n°1 p122 Hatier.

- Une navette spatiale s'apprête à rejoindre la Terre. Elle transporte les déchets des astronautes dans 45 caisses contenant 17 sacs. Il manque une caisse pour enfermer les 15 derniers sacs de détruits.

Référence : La tribu des maths CMI 2009, p 46, Magnard.

Dans ce type de problème, l'élève doit inventer une question. Mais inventer une question nécessite la compréhension de l'énoncé, afin de pouvoir poser une question cohérente. Les compétences travaillées communes entre un énoncé comportant une question et un énoncé sans question consistent à comprendre le problème et à se le représenter. Cependant il n'est pas nécessaire de développer des compétences de résolution de problème dans les énoncés sans questions. En effet, dans le cas des deux exemples ci-dessus, un élève peut poser des questions cohérentes sans avoir besoin de résoudre le problème. Par exemple, si un élève pose la question « Combien d'argent va-t-il rester à l'école après avoir acheté tous les billets? », il n'est pas dit que l'élève sache répondre à sa propre question. Il peut comprendre le sens général du problème sans savoir quelle méthodologie utiliser pour le résoudre.

Énoncés sans question et énoncés avec question sont complémentaires afin de travailler deux grandes compétences de résolution de problèmes apparaissant dans les programmes officiels du 26 avril 2018 : « Modéliser » et « Calculer » (Ministère de l'Éducation Nationale, 2018a, 2018b). L'Inspection de Bièvre-Valloire a publié sur son site internet un document expliquant la complémentarité des énoncés avec et sans questions. Les énoncés avec questions obligent les élèves à utiliser une ou des compétences/ connaissances précises afin de résoudre le problème. Cette résolution s'effectue par la recherche des données utiles, la compréhension totale de l'énoncé n'étant pas nécessaire. Les énoncés sans questions sont plus proches de la réalité. Quotidiennement, lorsqu'une personne est face à un problème, il n'apparaît pas une question à laquelle il faut répondre pour résoudre le problème. Il faut se poser une ou des questions qui vont permettre de résoudre le problème. Cela passe par la compréhension générale de la situation. La prise en compte totale ou non de l'énoncé différencie ces deux types d'énoncés, les rendant complémentaires pour les apprentissages (IEN Bièvre-Valloire, 2012).

I.3. La classification de problèmes.

Il existe différents types de problèmes, ayant chacun des objectifs précis. Ces problèmes peuvent être classés dans trois grandes catégories selon leur fonction : la construction des connaissances, l'application ou le réinvestissement des connaissances, chercher.

Les problèmes pour construire les connaissances contiennent les situations-problèmes. Elles sont définies comme étant des problèmes ne pouvant être résolus aisément avec les connaissances actuelles des élèves (Charnay, 1992; Feyfant, 2015; Gamo, 2001). Les situations-problèmes sont présentes lors de l'introduction de la connaissance, car leur objectif est la construction d'une connaissance nouvelle.

Concernant les problèmes pour réinvestir des connaissances, on retrouve les problèmes d'application, de réinvestissement et les problèmes complexes. Les problèmes d'application ont pour objectif la maîtrise de la connaissance grâce à son utilisation directe. Ils se distinguent des problèmes de réinvestissement dont la fonction est d'entraîner les élèves à faire fonctionner une notion mathématiques dans des situations nouvelles (Charnay, 1992; Feyfant, 2015; Priolet, 2008). Les élèves doivent alors utiliser la notion nouvellement apprise dans un contexte différent afin d'ancrer leurs connaissances et d'enrichir les champs d'utilisation de ses connaissances. Les problèmes complexes permettent eux aux élèves de réunir différentes connaissances ou notions afin de résoudre le problème (Charnay, 1992; Feyfant, 2015). Ils sont caractérisés de « complexes » car leur résolution nécessite de la part des élèves de fractionner le problème en étapes, chacune d'entre-elles nécessitant alors l'emploi d'une notion mathématique particulière.

Les problèmes pour chercher correspondent aux problèmes ouverts. Ils ont pour objectif de développer chez l'élève une attitude de chercheur et des compétences, des savoirs-faire d'ordre méthodologiques dans la résolution de problèmes (Charnay, 1992; Priolet, 2008). Les élèves apprennent à chercher : ils doivent conjecturer, tester et vérifier.

La notion de problème apparaît donc relativement complexe et recouvre diverses formes. Sa définition tient autant des domaines mathématiques et didactiques que psychologiques et étymologiques. L'énoncé qui le compose peut se présenter sous de nombreux formats : court ou long, avec question posée avant l'énoncé ou à la suite, et pouvant présenter des schémas ou des graphiques complémentaires. Enfin, les problèmes peuvent être classés par type en fonction de leurs objectifs d'apprentissage. Tous ces éléments posent donc la question de l'enseignement de la résolution de problèmes en mathématiques, pourquoi et comment utiliser les différents types de problèmes pour permettre aux élèves d'apprendre et de progresser ?

II. Comment enseigner la résolution de problème en mathématiques ?

II.1. Place des problèmes dans les instructions et programmes officiels.

Avant le milieu du 19ème siècle, la place accordée aux mathématiques, donc de ce fait la place accordée aux problèmes, était en retrait par rapport à l'acquisition de la lecture et de l'écriture (Priolet & Regnier, 2012). Les lois Guizot de 1833 et Falloux de 1850 marque un tournant décisif pour les Mathématiques. L'importance donnée au « compter » devient équivalente à celle de la lecture et de l'écriture. Cependant, l'enseignement scolaire n'a toujours comme objectif que de préparer l'élève à sa future vie sociale et professionnelle (Priolet & Regnier, 2012), ceci parfois au

détriment d'un développement intellectuel plus global. Dans cette optique, les problèmes mathématiques proposent des situations très concrètes aux élèves, avec quelques fois une dérive moralisatrice (Priolet & Regnier, 2012) :

Énoncé n°4 : Un ouvrier gagne 6 fr par jour ; mais, chaque lundi, il passe son temps à l'auberge, où il dépense 4 fr 25 en moyenne. Il fume en outre pour 0 fr 35 de tabac par jour. Combien ces déplorables habitudes lui feront-elles perdre pendant l'espace de 25 années ? ».

La place des Mathématiques et de la résolution de problème dans les instructions officielles n'évoluera que peu jusqu'en 1945, où les problèmes ne seront utilisés qu'en fin d'apprentissage afin d'évaluer la maîtrise des notions déjà acquises (Coppé & Houdement, 2009; Priolet & Regnier, 2012).

Ce n'est qu'à partir des années 70 que la résolution de problème va commencer à avoir un rôle essentiel dans les textes officiels. En effet, avec l'essor des avancées scientifiques, notamment l'apparition de la didactique des mathématiques et des différentes théories en psychologie de l'apprentissage, l'école se veut moteur d'un développement de la pensée et les élèves se voient proposer une véritable formation en mathématiques (Coppé & Houdement, 2009; Priolet & Regnier, 2012). Les programmes de 1978 et 1980 sont les premiers à utiliser le terme de « situation-problème » et ceux de 1985 font mention des « problèmes de recherche » (Coppé & Houdement, 2009; Priolet & Regnier, 2012). Les problèmes sont d'ores et déjà classés en trois groupes en fonction de leur utilité :

- les problèmes pour construire de nouvelles connaissances ;
- les problèmes pour appliquer ou réinvestir des connaissances acquises ;
- Les problèmes pour apprendre à chercher.

Depuis 1995, les programmes officiels ne cessent de stipuler le rôle central de la résolution de problème dans l'apprentissage des mathématiques, dans tous les domaines et à tous les niveaux (Coppé & Houdement, 2009; Priolet & Regnier, 2012). Tout récemment, suite aux lacunes persistantes des élèves français en résolution de problème et en mathématique en général, la résolution de problème à l'école élémentaire s'est vu attribuée le statut de priorité des programmes 2018 (Blanquer, 2018) par Monsieur le Ministre de l'Éducation Nationale.

La place et le rôle attribués aux mathématiques et à la résolution de problème a donc grandement évolué depuis le début du siècle dernier. Les problèmes font maintenant partie des activités scolaires fondamentales et sont indispensables à l'enseignement des mathématiques

modernes. Les programmes de 2018 appuient logiquement l'utilisation des divers types de problèmes exploitables, mais sans forcément informer quant aux objectifs attribués aux différents problèmes, aux compétences qu'ils mettent en jeu et à la façon dont une séance de résolution de problème pourrait être abordée.

II.2. Objectifs et compétences travaillées.

Le conseil national des professeurs de mathématiques, basée en Amérique du Nord, indique : « la résolution de problème n'est pas juste un objectif d'apprentissage en mathématiques, il s'agit aussi d'un des principaux moyens pour apprendre les mathématiques » (National Council of teachers of Mathematics, 2000). En effet, certains problèmes sont réalisés dans l'optique d'acquérir des compétences en résolution de problèmes même, c'est à dire d'apprendre une méthodologie permettant aux élèves de traiter un problème (Charnay, 1992; Feyfant, 2015). Souvent, cette méthodologie consiste en une résolution en 4 étapes, dit modèle de Polya (Ministère de l'Éducation, 2006) :

- compréhension du problème, qu'est ce que je dois faire ou chercher ?;
- conception d'un plan, comment je peux procéder ?;
- exécution du plan ;
- examen de la solution, je vérifie si mon résultat est plausible et exact.

Les problèmes sont de plus vecteurs des apprentissages en mathématiques. Comme énoncé au chapitre précédent, chaque type de problèmes poursuit un objectif particulier (Charnay, 1992; Feyfant, 2015) :

- construire de nouvelles connaissances pour les situations-problèmes ;
- appliquer des connaissances déjà apprises pour les problèmes d'application ;
- utiliser simultanément diverses connaissances et/ou capacités pour les problèmes complexes ;
- mettre les élèves en situation de recherche pour les problèmes ouverts.

Concernant les compétences travaillées en résolution de problèmes, les différents types de problèmes vont favoriser l'appropriation des 6 compétences mathématiques citées dans les programmes, à savoir chercher, raisonner, calculer, communiquer, représenter et modéliser (Ministère de l'Éducation Nationale, 2018a, 2018b). Le tableau suivant, issu du travail de l'équipe de circonscription de Vandoeuvre en Meurthe-et-Moselle, précise les différentes compétences développées en résolution de problème pour les cycles 2 et 3.

Tableau 1. Compétences travaillées en résolution de problèmes aux cycles 2 et 3 (Circonscription de Vandoeuvre, 2016).

Compétences travaillées au cycle 2	Compétences travaillées au cycle 3
<p>Chercher</p> <ul style="list-style-type: none"> - S'engager dans une démarche de résolution de problèmes en observant, en posant des questions, en manipulant, en expérimentant, en émettant des hypothèses, si besoin avec l'accompagnement du professeur après un temps de recherche autonome. - Tester, essayer plusieurs pistes proposées par soi-même, les autres élèves ou le professeur. 	<p>Chercher</p> <ul style="list-style-type: none"> - Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés : textes, tableaux, diagrammes, graphiques, dessins, schémas, etc. - S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle. - Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.
<p>Modéliser</p> <ul style="list-style-type: none"> - Utiliser des outils mathématiques pour résoudre des problèmes concrets, notamment des problèmes portant sur des grandeurs et leurs mesures. - Réaliser que certains problèmes relèvent de situations additives, d'autres de situations multiplicatives, de partages ou de groupements. 	<p>Modéliser</p> <ul style="list-style-type: none"> - Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne. - Reconnaître et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité.
<p>Représenter</p> <ul style="list-style-type: none"> - Appréhender différents systèmes de représentations (dessins, schémas, arbres de calcul, etc.). - Utiliser des nombres pour représenter des quantités ou des grandeurs. 	<p>Représenter</p> <ul style="list-style-type: none"> - Utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques, écritures avec parenthésages ...
<p>Raisonner</p> <ul style="list-style-type: none"> - Anticiper le résultat d'une manipulation, d'un calcul, ou d'une mesure. - Tenir compte d'éléments divers (arguments d'autrui, résultats d'une expérience, sources internes ou externes à la classe, etc.) pour modifier son jugement. - Prendre progressivement conscience de la nécessité et de l'intérêt de justifier ce que l'on affirme. 	<p>Raisonner</p> <ul style="list-style-type: none"> - Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement. - Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui. - Justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose.
<p>Calculer</p> <ul style="list-style-type: none"> - Calculer avec des nombres entiers, mentalement ou à la main, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies adaptées aux nombres en jeu. - Contrôler la vraisemblance de ses résultats. 	<p>Calculer</p> <ul style="list-style-type: none"> - Calculer avec des nombres décimaux, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (mentalement, en ligne, ou en posant les opérations). - Contrôler la vraisemblance de ses résultats. - Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.
<p>Communiquer</p> <ul style="list-style-type: none"> - Utiliser l'oral et l'écrit, le langage naturel puis quelques représentations et quelques symboles pour expliciter des démarches, argumenter des raisonnements. 	<p>Communiquer</p> <ul style="list-style-type: none"> - Utiliser progressivement un vocabulaire adéquat et/ou des notations adaptées pour décrire une situation, exposer une argumentation. - Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

II.3. Organisation de séance et rôle de l'enseignant.

Pour ce qui est du déroulement d'une séance de résolution de problèmes mathématiques en classe, les auteurs s'accordent sur un déroulé en 4 phases, en particulier pour ce qui est des situations-problèmes et des problèmes ouverts (Houdement, 2003; Ministère de l'Éducation, 2006). En premier lieu, il s'agira d'accorder un temps d'appropriation du problème par les élèves, c'est à dire leur laisser le temps de lire et comprendre l'énoncé du problème, et donc savoir ce qu'ils ont à faire (étape 1 du modèle de Polya). Cette étape est essentielle car l'énoncé, son contexte, son lexique et son organisation, représentent le premier frein à la mise en activité des élèves ainsi que le premier obstacle qu'ils devront dépasser afin de se représenter et résoudre le problème (Houdement, 2003). Ensuite, la recherche à proprement parler commence par une phase individuelle, assurant ainsi l'implication de tous les élèves dans la recherche. De cette phase individuelle découle une première phase de confrontation en petits groupes où les recherches peuvent continuer mais de manière collective. Les élèves chercheurs sont donc amenés à partager leurs hypothèses, leurs procédures et/ou leurs résultats et ainsi échanger sur la pertinence et l'efficacité des stratégies adoptées par les différents membres du groupe. Au cours de cette phase est souvent demandé aux élèves de préparer, en plus, un compte rendu écrit (sous forme d'affiche) ou oral présentant la stratégie de résolution la plus efficace pour ce problème. C'est au cours de ces phases 2 et 3, de recherche individuelle puis collective, que les élèves réalisent les étapes 2, 3 et 4 du modèle de Polya. Enfin, la séance se termine par une présentation des résultats obtenus par chaque groupe, où une fois de plus mais ici en classe entière, les résultats et méthodes de recherche sont discutés par les élèves.

En cohérence avec le modèle pédagogique préconisé aujourd'hui qu'est le socio-constructivisme, le rôle de l'enseignant est de faciliter la mise en activité de l'élève afin que celui-ci soit pleinement acteur de ses apprentissages (Ministère de l'Éducation Nationale, 2013). Les différentes techniques d'étayage utilisées (reformulation, mise à disposition de matériel de manipulation, questionnement, etc) vont donc permettre aux professeurs de stimuler la recherche des apprenants sans jamais la court-circuiter en guidant ou incitant une façon particulière de faire (Ministère de l'Éducation, 2006), ce qui irait de toute façon à l'encontre des objectifs poursuivis en résolution de problèmes. En plus de cet aspect facilitateur, l'enseignant veillera à entretenir un climat de classe bienveillant, motivant et encourageant pour les élèves (Ministère de l'Éducation, 2006), les facteurs émotionnels étant une composante essentielle en résolution de problème (Căprioară, 2015).

La résolution de problème, à la fois support d'enseignement et objectif d'apprentissage, peut donc s'inclure à tous les niveaux durant l'enseignement des mathématiques. La diversité des problèmes, leurs objectifs, les compétences travaillées ainsi que leur mise en place en classe favorisent l'adéquation entre la pratique de terrain et les récentes évolutions des instructions officielles. Ces nouveaux programmes appuient particulièrement l'idée de recherche en mathématiques, les problèmes ouverts apparaissant comme le type de problème allant le plus dans ce sens. Il est alors pertinent de se demander s'il est possible de rapprocher les méthodes de résolution des problèmes de la démarche d'investigation telle qu'elle est employée en sciences ? Et comment les élèves tentent de résoudre ces problèmes ?

III. Peut-on engager les élèves dans une démarche d'investigation lors de la résolution de problèmes mathématiques ?

III.1. La démarche d'investigation.

Le concept de problème est par définition lié à l'activité de recherche, que cela soit en tant que moyen ou en tant qu'objectif. Au sein des programmes et dès le cycle 2, la pratique de problème pour chercher est initiée (Ministère de l'Éducation Nationale, 2018a). La démarche scientifique, ou d'investigation, propose un cadre, une méthode découlant de celles utilisées dans les domaines de la recherche afin de permettre aux élèves d'acquérir des connaissances et des capacités par et pour « chercher ». Il n'est pas aisé d'associer la démarche d'investigation à un auteur en particulier. Celle-ci est issue des travaux initiés par « La main à la pâte » dans le domaine des sciences au milieu des années 90 et vise à permettre aux élèves apprenants de construire des connaissances par le biais d'un raisonnement scientifique (Darley, 2007). Dominique Rojat, Inspecteur général de l'Éducation Nationale en Sciences de la Vie et de la Terre, en propose un découpage en six phases, pas nécessairement figées (Rojat, 2013):

- une motivation ou constat, d'où part-on ?;
- une problématisation ou question de recherche, qu'est-ce qu'on cherche ?;
- une définition de stratégie de recherche, comprenant l'élaboration d'hypothèse et le choix d'une méthodologie de recherche (expérimentation, modélisation, observation ou recherche documentaire) ;
- une mise en œuvre de projet ou phase de recherche ;
- une confrontation où l'on compare les résultats aux hypothèses de départ ;
- une terminaison qui synthétise les découvertes.

La résolution d'un problème mathématique peut, comme vu précédemment avec le modèle de Polya (Ministère de l'Éducation, 2006), se découper en phases et donc coller au modèle d'une démarche d'investigation :

- le constat et la question de recherche constituent l'énoncé du problème, la question est alors ici imposée et non pas issue du questionnement personnel de l'élève ;
- la phase d'hypothèse correspond aux pistes que l'élève va choisir d'essayer afin de résoudre le problème ;
- la mise en œuvre représente la phase où l'élève chercheur teste ses hypothèses à l'aide de calculs, de représentations ou autres procédures de résolution afin d'aboutir à une solution ;
- la confrontation se traduit par la vérification des résultats obtenus, leur vraisemblance et leur concordance avec l'énoncé ;
- enfin la terminaison qui coïncide avec la phrase réponse, présentant la ou les solutions aux problèmes de départ.

Il apparaît donc que démarche d'investigation et résolution de problème possèdent une structure qui les rapproche et, dans le cas précis des problèmes ouverts, partagent l'objectif d'apprentissage d'une méthode de recherche et d'une certaine rigueur scientifique. Il semble donc indispensable, après s'être intéressé au concept de problème mathématique en général, d'approfondir le cas des problèmes ouverts.

III.2. Les problèmes ouverts.

Parmi les différents types de problèmes présentés précédemment, les problèmes ouverts sont donc ceux dont l'approche va le plus correspondre à celle de la démarche d'investigation. Un problème ouvert se définit selon 3 points (Arsac, Germin, Mante, & Pichod, 1984; Charnay, 1992) :

- un énoncé court ;
- l'énoncé n'induit ni la méthode, ni la solution (pas de questions intermédiaires ni de questions du type "montrer que"). En aucun cas, cette solution ne doit se réduire à l'utilisation ou l'application immédiate des derniers résultats présentés en cours ;
- le problème se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité. Ainsi, peuvent-ils prendre facilement "possession" de la situation et s'engager dans des essais, des conjectures, des projets de résolution, des contre-exemples.

Ces problèmes ouverts, parfois appelés problèmes pour chercher, sont des problèmes de recherche visant le développement de l'esprit critique, de la rigueur de pensée (Hervé, 2005), ainsi que l'acquisition d'une attitude et d'une méthodologie de chercheur, d'un goût pour la recherche (Priole, 2008). En effet, ce type de problème a pour but d'initier les élèves à la recherche

scientifique en les amenant à essayer, conjecturer, tester, prouver (Arsac et al., 1984; Charnay, 1992), ce qui représente pour Caprioara l'élément essentiel de tout problème (Căprioară, 2015). Enfin, les problèmes ouverts présentent l'avantage de s'éloigner d'une forme de contrat didactique poussant les élèves, en résolution de problèmes, à appliquer directement une procédure ou une opération vue précédemment en classe (Charnay, 1992). Ici, les élèves chercheurs vont devoir prendre des initiatives, tenter, proposer leurs propres solutions (Arsac et al., 1984; Charnay, 1992), ce qui contribue lors de la phase de mise en commun en classe, à favoriser les échanges concernant la diversité et l'efficacité des différentes procédures employées (Charnay, 1992).

III.3. Les procédures de résolution de problèmes mathématiques.

De nombreuses procédures de résolution peuvent être utilisées par les élèves, les meilleures étant celles élaborées par les enfants eux-mêmes ou leurs camarades (Ministère de l'Éducation, 2006). Divers auteurs ont tenté de répertorier les différentes procédures possibles (Sulak, 2010; Taspinar & Bulut, 2012), dont certaines sont susceptibles d'être appliquées par une majorité d'élèves de niveau élémentaire :

- réalisation d'un dessin/schéma ou manipulation : l'élève tente de représenter le problème, concrètement dans le cas d'une manipulation, et va ensuite travailler sur sa représentation (Ministère de l'Éducation, 2006; Sulak, 2010; Taspinar & Bulut, 2012) ;
- procédure par essai-erreur : aussi appelée tâtonnement, l'élève essaye, par intuition, une proposition plausible au problème puis vérifie si celle-ci remplit bien les conditions de l'énoncé. Ce processus est répété jusqu'à la découverte de la ou des solutions (Ministère de l'Éducation, 2006; Taspinar & Bulut, 2012) ;
- traduction en écriture mathématique : cette stratégie consiste à traduire un énoncé et sa question directement en langage mathématique, pour ensuite réaliser les calculs (Sulak, 2010) ;
- utilisation d'un raisonnement logique : l'élève s'appuie sur la logique et la déduction pour analyser les données du problème et aboutir à une solution (Ministère de l'Éducation, 2006) ;
- faire un tableau : l'élève cherche à organiser les données pour mieux les analyser et trouver des liens ou des rapports entre-elles (Ministère de l'Éducation, 2006; Sulak, 2010) ;
- lister : cette procédure dépend fortement de la forme du problème, l'élève élabore, répertorie l'ensemble des possibilités de façon ordonnée (Ministère de l'Éducation, 2006; Taspinar & Bulut, 2012) ;

- recherche de régularités : l'élève se concentre sur les relations entre les nombres, les données pour essayer de les organiser sous formes de suites ou séries logiques (Ministère de l'Éducation, 2006; Sulak, 2010; Taspinar & Bulut, 2012) ;

- résolution d'un problème semblable : l'élève tente de créer et de résoudre un problème analogue mais simplifié pour ensuite appliquer sa méthode au problème initial (Ministère de l'Éducation, 2006; Taspinar & Bulut, 2012).

Il semble compliqué de différencier en pratique toutes ces procédures ou stratégies de résolution. Majoritairement, celles-ci sont utilisées conjointement et la catégorisation n'est faite qu'en fonction de la procédure qui semble avoir été utilisée en priorité.

En définitive, l'essence des problèmes ouverts est de permettre aux élèves de se mettre en position de chercheur pour solutionner une question. Cette question, adaptée au niveau des élèves, doit alors laisser une liberté maximale quant à la stratégie de résolution à suivre pour les élèves et donc n'induire aucune procédure ou notion mathématique en particulier. Ce type de problème s'avère donc complètement assimilable à une démarche d'investigation telle qu'elle est présentée en sciences, puisque les apprenants doivent émettre des hypothèses, les tester, vérifier leurs résultats avant de les communiquer pour faire avancer une recherche.

Méthodologie.

La question à laquelle nous souhaitons répondre à travers cette intervention est :

Quel est l'impact de la pratique des problèmes ouverts sur les comportements de recherche des élèves et sur leurs procédures de résolution de problèmes mathématiques ?

Nous rappelons les hypothèses émises :

- (H1) Les élèves sont capables de rapprocher deux problèmes de même type/modèle.
- (H2) Des procédures analysées comme pertinentes lors des mises en commun seront réutilisées par d'autres élèves lors de problèmes ultérieurs de même type/modèle.
- (H3) La pratique hebdomadaire de problèmes ouverts favorise les comportements de recherche des élèves.

Les hypothèses posées sont validées ou invalidées grâce à une expérimentation dans deux classes de CE2/CM1. La première classe, située à C.(département des Pyrénées-Orientales) comporte 9 élèves de CE2 et 12 élèves de CM1. La seconde classe, située à M.(département des Pyrénées-Orientales) comprend 9 élèves de CE2 et 14 élèves de CM1.

Durant cinq semaines, un problème ouvert est proposé aux élèves à raison d'un problème par semaine.

Afin de pouvoir tester nos hypothèses, il est nécessaire de proposer différents types/modèles de problèmes ouverts. Nous appelons même type ou même modèle, des problèmes qui possèdent la même structure : les données sont exprimées de la même manière et les résultats attendus peuvent s'obtenir en utilisant une démarche identique.

Conformément aux programmes de mathématiques 2018, nous avons sélectionnés des problèmes ouverts appartenant à chaque grand domaine : « Nombres et calculs », « Grandeurs et mesures » ainsi que « Espace et géométrie ».

L'hypothèse H1 affirme que les élèves reconnaissent les types de problèmes ouverts déjà étudiés. Pour vérifier cette hypothèse, nous avons choisi de proposer aux élèves un même modèle de problème ouvert appartenant au domaine « Nombres et Calcul ». Ils seront présentés lors de la semaine 1, de la semaine 2 et de la semaine 5. Les semaines 3 et 4 sont occupés par un problème ouvert relevant du domaine « Grandeurs et Mesure » et d'un autre relevant du domaine « Espace et Géométrie ». Cette répartition permettra d'étudier la reconnaissance d'un même modèle dans le temps.

Voici un tableau récapitulatif de la répartition des problèmes ouverts :

Semaine 1	Semaine 2	Semaine 3	Semaine 4	Semaine 5
Problème 1	Problème 2	Problème 3	Problème 4	Problème 5

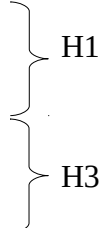
Problème de *type 1*, *type 2* ou *type 3*.

L'hypothèse H2 suppose que les élèves sont capables de réutiliser des stratégies de résolution jugées efficaces pour un même type de problème. Cette hypothèse est donc fortement liée à la première puisque celle-ci nécessite en premier lieu de reconnaître le modèle de problème pour ensuite employer une des stratégies présentées lors d'une mise en commun précédente.

Quant à l'hypothèse H3, celle-ci présume que la pratique régulière de problème ouvert donne le goût de la recherche et favorise donc les comportements de chercheur (conjecturer, tester, vérifier, essayer autrement). Nous avons opté pour une pratique hebdomadaire afin de coller à une pratique réalisable concrètement en classe sans pour autant nuire aux horaires des autres enseignements. Pour des raisons de délais, nous ne pouvons tester cette hypothèse que sur 5 semaines mais nous préjugeons que la durée de pratique pourrait aussi avoir un impact.

Un questionnaire, distribué et récupéré à la suite de chaque problème, sauf en semaine 1, permet de vérifier les hypothèses H1 et H3. L'analyse des travaux des élèves rendra compte, elle, de l'évolution des procédures utilisées (H2) et amènera un complément de données pour l'hypothèse H3 concernant les comportements de recherche.

Le questionnaire est composé de 4 questions :

- le problème d'aujourd'hui ressemble-t-il à un problème que tu as déjà fait ? OUI NON
 - si OUI, lequel ?
 - as-tu réussi à trouver une solution du premier coup ? OUI NON
 - combien de pistes as-tu essayé ?
- 

Chaque séance suivra le même déroulement :

1. une première phase où l'énoncé est lu et le professeur s'assure de la compréhension de l'énoncé par tous les élèves à travers notamment des reformulations.
2. la seconde phase permet à chaque élève de réfléchir individuellement à une manière possible de résoudre le problème et commencer la résolution pendant 10 minutes.
3. la phase suivante est réalisée en groupes de 3 ou 4 élèves. Les élèves comparent leur recherches ou les continuent ensemble si besoin, s'expliquent, argumentent et réfléchissent à la présentation d'une des stratégies de résolution, la plus efficace selon eux.
4. la dernière phase de mise en commun demande à chaque groupe de venir expliquer devant ses camarades sa méthode de résolution et sa solution au problème. Le professeur des écoles pose des questions afin d'orienter les élèves à expliquer leur démarche.
5. enfin une dernière phase de synthèse comprend la réponse attendue au problème et la récapitulation des différentes stratégies valides pour le résoudre.

La fiche de préparation qui précise l'organisation type de ces séances est disponible en annexes (annexe 1).

Ci-dessous sont répertoriés les cinq problèmes ouverts donnés aux élèves.

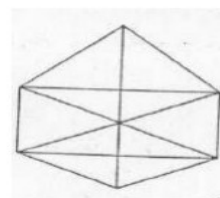
Problème 1 : « David a 41 € dans sa tirelire. Il y a en tout 10 éléments : des billets de 5 € et des pièces de 2 €. Combien y a-t-il de billets et combien y a-t-il de pièces dans la tirelire ? ».

(Charnay, Douaire, Valentin, & Guillaume, 2005)

Problème 2 : « Le papa d'Henri collectionne les vieux véhicules (motos et voitures). Il y en a 9. Lorsque son fils compte les roues, il en trouve 30. Combien y a-t-il de voitures et de motos ? ».

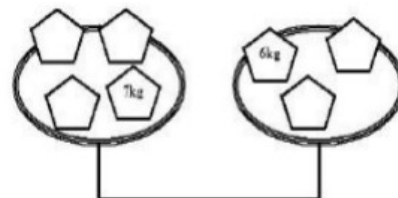
(Gamo, 2001)

Problème 3 : « Combien y a-t-il de triangles dans cette figure ? ».



(Groupe départemental mathématiques du Loir-et-Cher, 2016)

Problème 4 : « Placez les objets de 1 kg, 2 kg, 3 kg, 4 kg, 5 kg sur la balance pour qu'elle soit en équilibre. Justifier votre réponse. ».



(Groupe départemental mathématiques du Loir-et-Cher, 2016)

Problème 5 : « Dans le pré qui entoure l'étang se prélassent des poules et des lapins. Le fermier compte 15 têtes et 42 pattes. Combien y a-t-il de poules ? Combien y a-t-il de lapins ? ».

(IREM de Montpellier, s. d.)

Ces cinq problèmes ouverts ont été sélectionnés car ils correspondent aux critères définis dans le chapitre III.2. Les énoncés sont courts, syntaxiquement compréhensibles et proches de l'environnement familier des élèves.

En s'appuyant sur la réflexion du chapitre I.2, nous avons opté pour des énoncés comportant déjà une question. Pour les trois problèmes de même type (problèmes n°1, 2 et 5), nous avons choisi de sélectionner des énoncés avec une question positionnée à sa fin, comme proposé dans la grande

majorité des problèmes que les élèves rencontreront dans leur scolarité. L'énoncé du problème n°3 en « Espace et Géométrie » est composé d'une question et d'une figure géométrique complexe associée. Le problème n°4 de « Grandeurs et Mesures » est lui composé d'un ordre avec contrainte (poids imposés) et d'un schéma complémentaire.

Au vue de notre hypothèse 3, nous n'avons pas voulu intégrer de problèmes sans questions pour limiter les variables influant sur l'engagement des élèves dans la recherche, ceci afin d'essayer d'isoler le facteur « pratique hebdomadaire » et d'en mesurer l'impact.

Nous avons préféré et tenté de proposer, pour les problèmes 3 et 4, des compositions d'énoncés les plus différentes possibles de celles des problèmes 1, 2 et 5 pour réellement diversifier les formes de problèmes soumis et ainsi faciliter le travail de reconnaissance de leurs structures impliqué dans nos deux premières hypothèses.

Du matériel spécifique à chaque problème est anticipé pour les élèves qui en exprimeraient le besoin ou qui ne parviendraient pas à s'engager dans la démarche de résolution de problèmes :

- des faux billets de 5 euros et des fausses pièces de 2 euros sont prévus pour le problème 1 ;
- des images de voitures et de motos sur lesquelles sont visibles toutes les roues sont prévues pour le problème 2 ;
- plusieurs images de la figure géométrique du problème 3 sont photocopiées pour les élèves afin d'identifier les triangles ;
- aucun matériel spécifique n'est prévu pour le problème 4 ;
- un support avec 15 carrés (représentant les 15 têtes) est prévu pour le dernier problème.

Nous avons de plus crée une fiche « feuille de recherche individuelle » (annexe 2), feuille décomposée en plusieurs parties afin de nous permettre de recueillir les données et de mieux analyser le travail des élèves :

- rappel de l'énoncé du problème ;
- zone de recherche où l'élève est libre de chercher, barrer, raturer, recommencer ;
- un espace dédié à l'explication, la justification de ce que l'élève fait ;
- un espace pour que l'élève réponde au problème avec une phrase ;
- le questionnaire présenté précédemment.

Derniers éléments à prendre en compte dans cette partie méthodologie : l'identification des stratégies utilisées par les élèves et leur interprétation. Comme indiqué en partie III.3. sur les procédures, il peut être compliqué de catégoriser les travaux de recherche des élèves en fonction des

procédures qu'ils semblent avoir utilisées. En effet, celles-ci risquent très certainement d'être conjointes, c'est à dire que nous pourrions retrouver une stratégie de représentation associée à une stratégie de passage par écriture mathématique par exemple. Dans ce type de cas, pour ne pas trop influencer sur les données en cas de mauvaise interprétation de notre part, non pas une mais les deux procédures combinées seront relevées. Il apparaît de plus délicat de constater, seulement par observation des recherches écrites dans le cas où l'élève n'expliquerait pas sa démarche dans la partie prévue, les stratégies d'utilisation de raisonnement logique et de recherche des régularités. Dans ces situations, seulement la ou les autres stratégies seront identifiées ce qui peut donc être source de résultats faussés. Enfin, les stratégies restantes pourront être déterminées en adéquation avec leur définition issue de la littérature (Ministère de l'Éducation, 2006; Sulak, 2010; Taspinar & Bulut, 2012):

- représentation si présence d'un dessin ou schéma visant à représenter la situation ;
- essai-erreur ou tâtonnement si présence d'une suite d'essais cohérents, les nouveaux essais dépendant des résultats des précédents ;
- passage à l'écriture mathématique si l'élève traduit directement l'énoncé par un calcul ;
- raisonnement logique et recherche de régularités en fonction des explications données dans la partie « explique ce que tu as fais » ;
- réalisation d'un tableau si l'élève a utilisé une forme de rangement pour organiser les données,
- réalisation d'une liste si l'élève a listé ou énuméré des données ;
- réalisation d'un problème similaire simplifié si présence de données différentes à celles de l'énoncé, inventées par l'élève pour tenter de résoudre d'abord une situation plus simple.

Analyse des résultats.

Résultats généraux.

Les élèves ayant participé à l'intervention sont issus de classe double niveau CE2/CM1 au sein d'écoles de milieu rural, hors des Réseaux d'Éducation Prioritaire. Un total de 44 enfants ont ainsi pu contribuer au recueil des données, un panel constitué de 18 CE2 pour 26 CM1, et 21 filles pour 23 garçons.

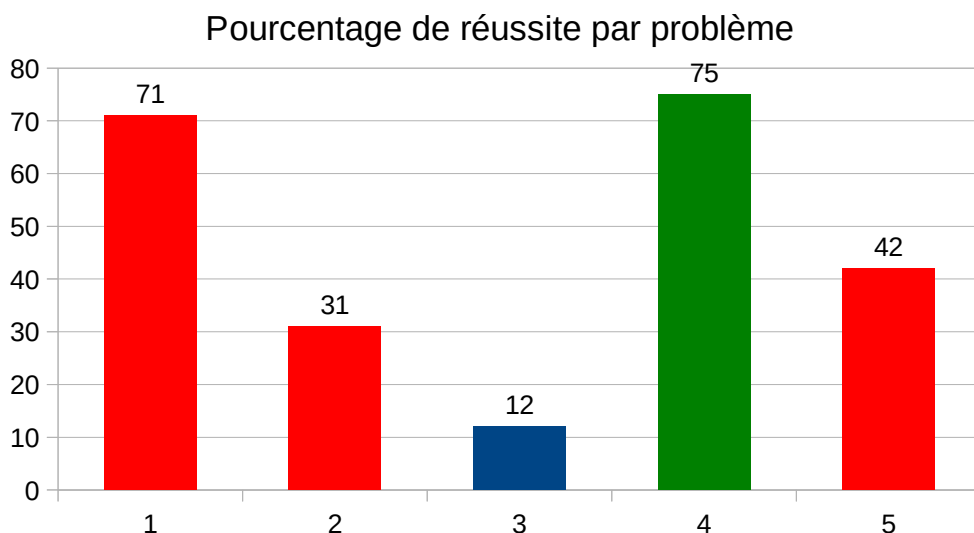
L'intervention a été menée dans sa totalité mais 9 absences au cours des séances de résolution de problème font que le nombre de travaux à analyser fut de 211.

Le tableau suivant rend compte des résultats généraux obtenus après analyse des données recueillies.

Tableau 2. Résultats généraux.

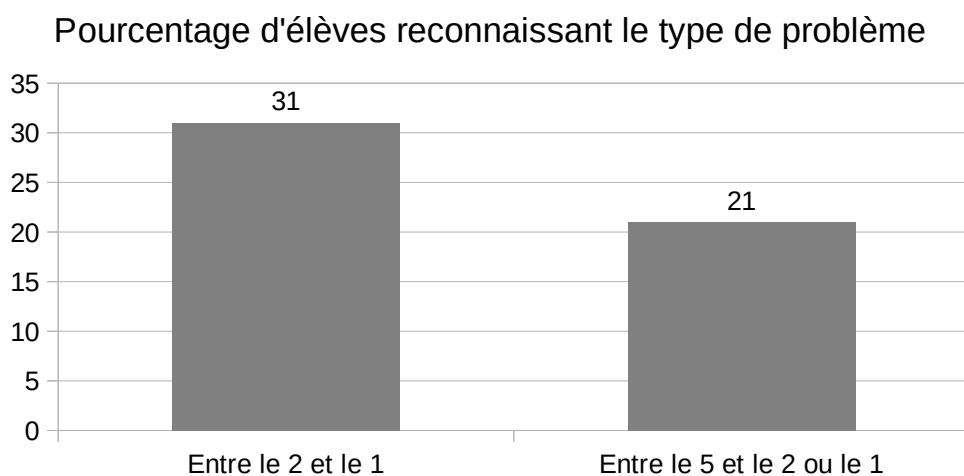
Problème 1 Nombres et Calculs le problème de la tirelire	<i>Élèves ayant trouvé la solution : 30/42 (71%)</i> <i>Stratégie la plus utilisée : Écriture mathématique (52%)</i>
Problème 2 Nombres et Calculs le problème des véhicules	<i>Élèves ayant trouvé la solution : 14/44 (31%)</i> <i>Stratégie la plus utilisée : Écriture mathématique (45%)</i> <i>Moyenne du nombre de pistes essayées : 1,41</i> <i>Élèves ayant trouvé une ressemblance avec le 1 : 14/44 (31%)</i>
Problème 3 Espace et Géométrie le problème des triangles	<i>Élèves ayant trouvé la solution : 5/41 (12%)</i> <i>Stratégie la plus utilisée : Lister (100%)</i> <i>Moyenne du nombre de pistes essayées : 2,17</i>
Problème 4 Grandeurs et Mesures le problème de la balance	<i>Élèves ayant trouvé la solution : 31/41 (75%)</i> <i>Stratégie la plus utilisée : Représentation associée au tâtonnement (34%)</i> <i>Moyenne du nombre de pistes essayées : 2,41</i>
Problème 5 Nombres et Calculs, le problème des poules et des lapins	<i>Élèves ayant trouvé la solution : 18/43 (42%)</i> <i>Stratégie la plus utilisée : Représentation (53%)</i> <i>Moyenne du nombre de pistes essayées : 2,13</i> <i>Élèves ayant trouvé une ressemblance avec le 1 ou le 2 : 9/43 (21%)</i>

Il apparaît donc que les problèmes proposés ont eu des taux de réussite très variables, le problème issu du domaine « Espace et Géométrie » présentant le score le plus bas alors que celui du domaine « Grandeurs et Mesures » a obtenu le plus élevé.



Hypothèse 1, résultats et interprétation.

Le graphique suivant présente le pourcentage d'élèves reconnaissant le type de problème (entre le problème 2 et le problème 1, puis entre le problème 5 et le problème 1 ou 2).

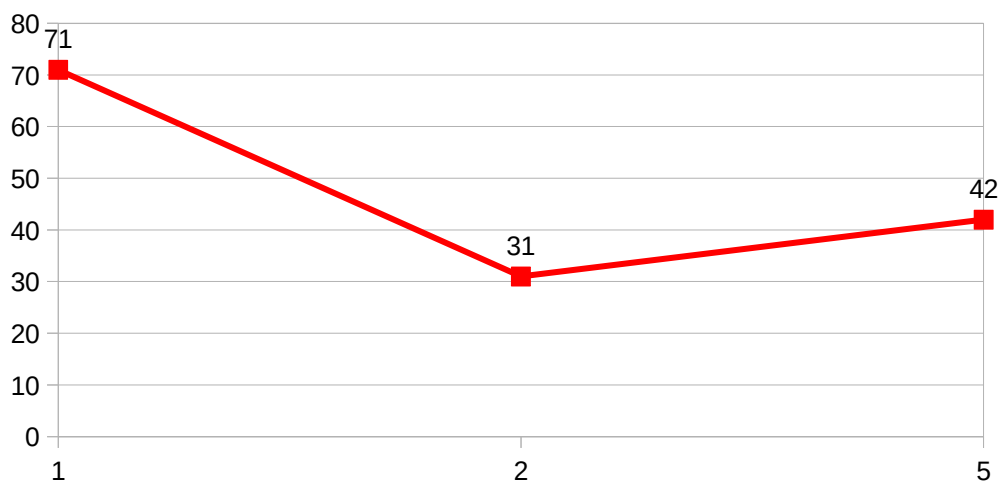


Les données montrent que la reconnaissance entre deux problèmes du même type est plus aisée lorsque les problèmes sont rapprochés dans le temps. Sur toute la population étudiée, 14 élèves ont reconnu le même type de problème entre le problème 1 et le problème 2. Cela correspond à environ 31 % de la population. Concernant le problème 5, 9 élèves ont rapproché ce problème des deux premiers problèmes (soit environ 21 % des élèves).

La diminution de 10 % peut s'expliquer par le nombre de semaines séparant les problèmes de même type. Une semaine sépare le problème 1 du problème 2 tandis que 3 semaines séparent le problème 2 du problème 5. En adéquation avec notre hypothèse, nous avons pensé que le

pourcentage de réussite du problème 2 et du problème 5 serait plus élevé. En effet, la construction de l'énoncé de ces deux problèmes est identique à celle du problème 1, permettant aux élèves de reconnaître facilement un problème déjà étudié afin d'utiliser une même stratégie de résolution.

Evolution du pourcentage de réussite entre les problèmes 1, 2 et 5



Parmi les élèves qui ont été capable de rapprocher les problèmes entre eux, nous nous sommes demandés si c'était à chaque fois les mêmes élèves qui les reconnaissaient. Seuls trois élèves (Maëlys, Théo et Élodie étant en CM1) ont été capable de rapprocher les problèmes 1 et 2, puis de rapprocher les problèmes 2 et 5. En 2006, dans la Revue Française de Pédagogie, Levain, Le Borgne et Simard (Levain, Le Borgne, & Simard, 2006) publient un article sur la résolution de problèmes mathématiques. Il reprennent dans leurs travaux la notion de schèmes de Piaget, expliquant que la résolution de problèmes s'effectue par la mobilisation d'un ensemble de schèmes. Un schème est une structure qui se construit par assimilation et qui se conserve par répétition (Piaget & Inhelder, 2012). Les trois auteurs établissent un lien entre les schèmes et la résolution de problèmes mathématiques. Lorsqu'un élève reconnaît un type de problème, il est capable d'activer un ensemble de schèmes mis en mémoire pour appliquer la procédure de résolution déjà étudiée pour ce type de problème. En s'appuyant sur ces recherches et en analysant les résultats de nos élèves, nous constatons que la construction des schèmes diffère selon chaque élève. Il faut plus ou moins de temps pour les créer. Certains élèves ont été capable de mobiliser et donc construire des schèmes très rapidement : ils ont été capable d'établir des ressemblances entre les problèmes numéro 1 et 2. D'autres élèves ont eu besoin de plus de répétitions. Ils ont été capables d'établir des ressemblances entre les problèmes numéro 2 et 5. Nous supposons que les élèves n'ayant pas reconnu les types de problèmes auraient eu besoin de plus de travail sur des problèmes du même type afin d'établir des ressemblances.

L'analyse des résultats permet aussi de dire que les schèmes impliquant la résolution de problème mathématiques ne sont pas définitivement acquis en une seule fois. Sur les 14 élèves ayant rapprochés les deux premiers problèmes, 11 n'ont pas été capables de rapprocher le second problème du dernier problème. Cela nous fait réfléchir et confirme l'importance de travailler régulièrement la résolution de problème ainsi que la capacité des élèves à rapprocher des problèmes de structures identiques.

Au sein des trois élèves ayant reconnu les types de problèmes dans les deux cas, il est intéressant de constater qu'une élève éprouve des difficultés en résolution de problèmes mathématiques. Depuis le début de l'année scolaire, cette élève a des difficultés à utiliser ses connaissances mathématiques pour résoudre des problèmes de réinvestissement ou d'application. Le problème ouvert se démarque des autres types de problèmes, en particulier car il permet aux élèves de se vêtir du rôle de mathématicien qui cherche à résoudre un problème. Les problèmes ouverts ne demandent pas de connaissances mathématiques précises à appliquer pour les résoudre : « la solution ne résulte pas de l'application précise d'une propriété » (Peix & Tisseron, 1997). Ce type de problèmes, à travers l'importance accrue qu'ils donnent à l'attitude et aux efforts plutôt qu'aux résultats, permettent à des élèves en difficultés d'apprécier l'activité, de se sentir valorisé et d'améliorer leur confiance en eux concernant la résolution de problème en général.

Les résultats obtenus tendent à invalider notre hypothèse de départ et montrent que la reconnaissance d'un modèle ou d'une structure de problème n'est pas simple pour des élèves de huit à neuf ans. Seulement un tiers d'entre-eux y parvenant avec deux problèmes consécutifs. Il semblerait que le temps séparant des problèmes de même type est aussi une influence sur la capacité des élèves à rapprocher ces problèmes. Notons de plus qu'il n'est pas impossible que certains élèves aient pu reconnaître la structure des problèmes mais auraient plus focaliser leur attention sur les différences au niveau des détails des énoncés, des pièces étant effectivement différentes de poules ou de voitures. La capacité à identifier et rapprocher des modèles de problèmes nécessite un apprentissage et doit donc être un élément à travailler avec les élèves pour leur permettre de plus rapidement savoir quelles stratégies de résolution sont les plus adaptées et les plus efficaces en fonction des situations abordées.

Hypothèse 2, résultats et interprétation.

Les graphiques ci-dessous présentent les différentes stratégies utilisées par les élèves lors des problèmes 1, 2 et 5. Les stratégies utilisées dans les problèmes 3 et 4 ne sont pas abordées ici

car celles-ci ne permettent pas d'analyser notre hypothèse liée à la reconnaissance de problèmes du même type, les problèmes 3 et 4 étant des problèmes avec une structure différente et issus de domaines mathématiques différents eux aussi.

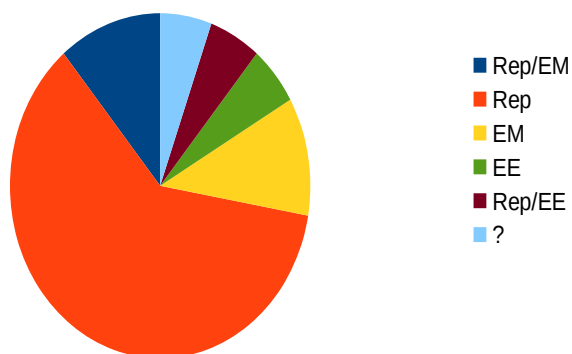
Répartition des stratégies utilisées pour réussir à résoudre le problème 1



Répartition des stratégies utilisées pour réussir à résoudre le problème 2



Répartition des stratégies utilisées pour réussir à résoudre le problème 5



Légende : « Rep » signifie représentation, « EM » signifie écriture mathématique, « EE » signifie essai-erreur / tâtonnement.

Les données récoltées grâce aux graphiques permettent de mettre en évidence les deux procédures les plus utilisées par les élèves : la représentation et l'écriture mathématique.

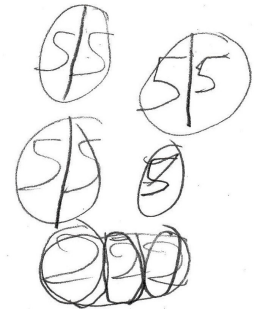
Exemples 1. Résolution par écriture mathématique ou représentation au problème 1.

Zone de recherche libre (je peux barrer, refaire, chercher autrement...) :

$5 \times 7 = 35 + 2 + 2 + 2 = 41 \dots$

Zone de recherche libre (je peux barrer, refaire, chercher autrement...) :

.....



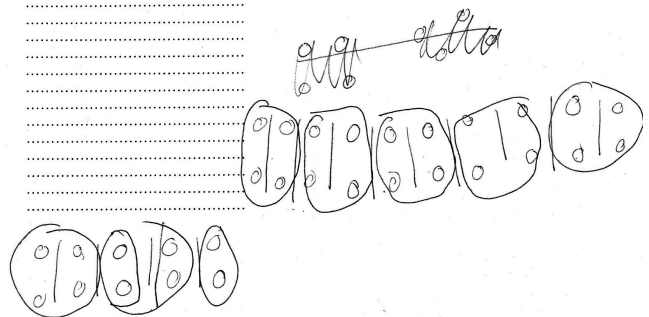
Exemples 2. Résolution par écriture mathématique ou représentation au problème 2.

Zone de recherche libre (je peux barrer, refaire, chercher autrement...) :

$2 \times 6 = 12 + 3 \times 2 = 30$

Zone de recherche libre (je peux barrer, refaire, chercher autrement...) :

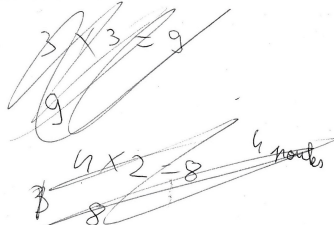
.....



Exemples 3. Résolution par écriture mathématique ou représentation au problème 5.

Zone de recherche libre (je peux barrer, refaire, chercher autrement...) :

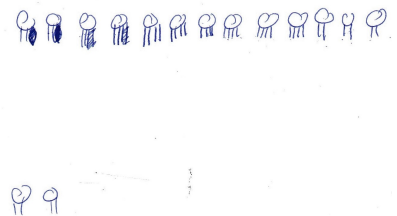
.....



10 lapins
 1 poule
 $10 \times 4 = 40$
 $40 + 2 = 42$
 6 lapins et 9 poules
 $6 \times 4 = 24$
 $9 \times 2 = 18 + 24$

Zone de recherche libre (je peux barrer, refaire, chercher autrement...) :

.....



Pour le problème 1, le graphique montre que l'écriture mathématique est la plus utilisée par les élèves pour résoudre le problème. Le graphique du problème 2 montre une répartition égale de l'utilisation de la représentation et de l'écriture mathématique. Cette répartition marque une augmentation de la stratégie de représentation par les élèves. Enfin, le graphique du problème 5 permet de visualiser la nette majorité de l'utilisation de la stratégie de représentation.

Au cours des différents problèmes proposés, l'utilisation de la procédure de représentation augmente, tandis que l'utilisation de l'écriture mathématique diminue. Ces trois graphiques ne confortent pas réellement notre hypothèse de départ : « Des procédures analysées comme pertinentes lors des mises en commun seront réutilisées par d'autres élèves lors de problèmes ultérieurs de même type/modèle ». En effet, une majorité d'élèves ayant utilisé le passage par l'écriture mathématique pour parvenir à résoudre le problème 1, il aurait semblé logique de voir cette proportion augmentée avec les problèmes 2 et 5. Cette évolution inattendue pourrait néanmoins s'expliquer par le fait que, lors de la mise en commun du problème 1, une présentation de stratégie de résolution à l'aide d'une représentation ait particulièrement convaincu les autres apprentis chercheurs et ait donc été favorisée par la suite. Une partie des travaux de Charnay (Charnay, 1992) démontrent l'importance de la mise en commun. L'échange, la discussion et la validation des procédures de résolution se fait d'élèves à élèves. L'enseignant doit permettre cet échange entre les élèves. Ce temps de mise en commun doit permettre à l'élève de prendre connaissance des différentes procédures validées pour résoudre le problème, de sélectionner la ou les procédures dans lesquelles il se sent à l'aise et de se les approprier pour pouvoir les réutiliser ultérieurement. Dans nos classes, la procédure de représentation aurait donc été analysée comme pertinente lors des mises en commun. Grâce à l'argumentation de certains élèves, cette stratégie a été réutilisée par d'autres élèves lors des problèmes ultérieurs du même type.

Nous nous sommes questionnés sur l'utilisation de la procédure de représentation par nos élèves. Dans un des ces travaux, Kosyvas (Kosyvas, 2010) expose que l'élève utilise le schéma pour l'aider à trouver une solution au problème. Dans une conférence (Charnay, 2014), Charnay expliquait : « Quand on perd le fil de la compréhension, on perd la capacité à continuer ». Grâce à ces deux idées, nous comprenons le rôle majeur de la représentation dans la résolution de problème. L'élève est obligé de réfléchir à l'ensemble du problème et s'en fait une image mentale. Cette dernière se traduit par une schématisation de l'énoncé, dans laquelle doit figurer les éléments importants aidant à la résolution du problème. L'élève va ensuite pouvoir réfléchir à une solution possible pour résoudre le problème, à l'aide de son schéma ou dessin. Suite à cette explication, nous pouvons d'autant plus comprendre l'importance de l'énoncé du problème : un énoncé court et

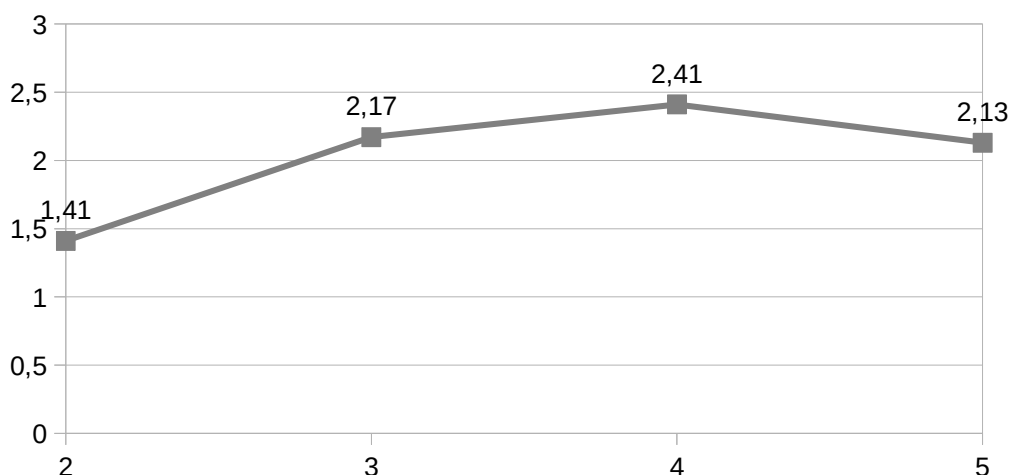
Des recherches dans le domaine des stratégies utilisées par les élèves pour résoudre des problèmes nous ont éclairé. Ces recherches indiquent que les élèves utilisent peu la stratégie iconique (que nous avons appelée représentation). Induit par les enseignants, la stratégie textuelle et numérique (que nous avons appelée écriture mathématique) est la plus utilisée par les élèves (Priole, 2008). Cette stratégie les oblige à écrire leur pensée, mais permet surtout au lecteur de vérifier la bonne compréhension et le cheminement du chercheur. Dans ses travaux, Priole montre que la résolution de problèmes avec une stratégie de représentation (dessins ou schémas) est habituellement utilisée pour aider les élèves en difficultés et représenterait donc une étape vers la stratégie textuelle et numérique (Priole, 2008). Cependant, la procédure utilisée par nos élèves est majoritairement la procédure de représentation, que les élèves soient en difficulté ou non. Nous pourrions alors supposer que nos élèves aient pris conscience de l'aide que pouvait apporter la représentation pour s'appropriier et résoudre le problème. Cet élément renvoie au rôle du professeur quant à l'utilisation des stratégies utilisées en résolution de problème. En effet, celui-ci ne doit pas restreindre le passage par la représentation et doit pouvoir laisser la liberté aux élèves d'utiliser des schémas, tout en accompagnant à l'appropriation d'autres stratégies de résolution dont la traduction de l'énoncé en écriture mathématiques. L'usage exclusif de l'écriture mathématique pourrait lui amener certains élèves à éprouver des difficultés qu'ils n'auraient pas avec la représentation et donc les empêcher d'adopter cette attitude de chercheur visée.

Il apparaît difficile de valider ou d'invalider l'intégralité de notre hypothèse de départ, celle-ci étant de fait fortement corrélée à notre hypothèse 1 qui elle n'a pas été vérifiée. Cependant, la première partie de notre supposition, « des procédures analysées comme pertinentes lors des mises en commun seront réutilisées par d'autres élèves », pourrait elle être confortée par les résultats obtenus et expliquerait l'évolution de l'utilisation de la stratégie de représentation du problème 1 au problème 5. Cette analyse démontre de plus l'importance du travail réalisé lors de la mise en commun pour permettre aux élèves d'élargir leur panel de stratégies utilisables, en veillant en tant qu'enseignant à ne pas favoriser un type de stratégie afin de laisser à tous les apprenants les moyens de s'engager dans la recherche.

Hypothèse 3, résultats et interprétation.

Le graphique suivant présente l'évolution de la moyenne des pistes essayées par élève du problème 2 au problème 5.

Evolution de la moyenne des pistes essayées par problème



Ces données montrent une augmentation du nombre moyen de pistes essayées par problème dès le problème 3 avec un maximum de pistes tentées pour le problème 4 suivi d'une légère baisse avec le numéro 5. Pour rappel, les problèmes 2 et 5 étaient issus du domaine « Nombre et Calcul », problèmes ayant comme stratégies majoritaires le passage par écriture mathématique pour le problème 2 et la représentation pour le problème 5. Le problème 3 de « Espace et Géométrie » a quant à lui été exclusivement résolu à travers un listing de réponses tandis que le problème 4 du domaine « Grandeurs et Mesures » a présenté un grand nombre de stratégies combinant la représentation et le tâtonnement (essai-erreur).

Enfin, le nombre de copies dites blanches a nettement diminué entre le début et la fin de l'intervention, ces copies sans propositions de recherche n'étant plus du tout présentes à partir du problème 3.

Tableau 3. Evolution du nombre de copies blanches par problème.

Problème	1	2	3	4	5
Nombre de copies blanches	2	5	0	0	0

Les résultats obtenus tendent vers une validation de notre hypothèse de départ. Les indicateurs que sont le nombre de pistes essayées par résolution et la quantité de copies blanches montrent une évolution positive des comportements de recherche, y compris pour des problèmes de même type (1, 2 et 5). Il reste cependant impossible d'affirmer que ce n'est que la pratique hebdomadaire de séances de résolution de problème qui est à l'origine de cette évolution. Il est aussi probable que le problème en lui-même, son énoncé, sa forme et sa difficulté, influent fortement sur les comportements de recherche adoptés par les élèves afin de le résoudre. En effet, le

problème 4 en « Grandeurs et Mesures », qui possède la moyenne de pistes essayées par élèves la plus élevée, a été majoritairement résolu par une stratégie de représentation et d'essai-erreur associés, ce qui a logiquement amené à un plus grand nombre de pistes tentées par les élèves. Enfin, nous nous attendions, si nos hypothèses 1 et 2 avaient été vérifiées, à ce que la moyenne des pistes essayées diminuent entre les problèmes 2 et 5 alors que les pourcentages de réussites eux augmentent nettement, attestant donc que les élèves reconnaissent le type de problème et passe donc moins de temps à chercher une stratégie efficace puisque des exemples avaient été donnés lors des mises en commun antérieures.

La diminution du nombre de copies blanches pourrait indiquer un changement d'attitude des élèves envers les mathématiques. Tous les élèves osent, essaient quelque chose pour tenter de résoudre le problème, sans crainte de ne pas parvenir à trouver une solution. Arslan et ses collaborateurs (Arslan, Yavuz, & Deringol-Karatas, 2014), dans une étude comprenant 225 enfants de 10 à 13 ans, ont montré que l'attitude des élèves envers la résolution de problèmes mathématiques ne faisait que se détériorer avec l'avancée en âge, entraînant un désintérêt pour la pratique, voire dans certains cas une forme d'anxiété (Karasel, Ayda, & Tezer, 2010). Nos résultats montrent néanmoins que l'enseignant peut tenter de contrer ce désengouement à travers un travail différent, où l'importance est donnée plus à l'implication dans la recherche qu'à l'atteinte de la solution. Un autre point observé lors de l'analyse des données recueillies nous fait continuer dans ce sens. En effet, certains élèves, dont la fiche de travail démontrait qu'ils avaient essayé plusieurs pistes avant de parvenir à une solution, indiquaient paradoxalement dans le questionnaire qu'ils avaient trouvé la solution du premier coup.

Exemple 6. Incohérences entre les recherches et le questionnaire.

Réponse au problème (avec une phrase !):

Il y a 6 lapins et 9 poules.....

Quand tu as fini de chercher, réponds aux questions suivantes :

- le problème d'aujourd'hui ressemble-t-il à un problème que tu as déjà fait ? OUI NON
- si OUI, lequel ? le 2
- as-tu réussi à trouver une solution du premier coup ? OUI NON
- combien de pistes as-tu essayé ? 1

J'explique ce que j'ai fait pour chercher ou trouver la solution, et pourquoi j'ai fait comme ça :

je suis sûr que c'est ça. Les pattes de lapin et de poules.....

Réponse au problème (avec une phrase !):

c'est fait 6 lapin et 9 poules.....

Quand tu as fini de chercher, réponds aux questions suivantes :

- le problème d'aujourd'hui ressemble-t-il à un problème que tu as déjà fait ? OUI NON
- si OUI, lequel ? tous à par 2
- as-tu réussi à trouver une solution du premier coup ? OUI NON
- combien de pistes as-tu essayé ? 1

Ceci met en exergue une vision particulière des mathématiques qu'ont bon nombre d'élèves : pour vraiment réussir il faut y arriver du premier coup, immédiatement. L'idée d'essai, d'erreur et de réajustement, donc de recherche, n'est pas valorisée en mathématiques, ou du moins pas assez mise en avant. Certains auteurs ont étudié le regard que portaient les élèves sur les mathématiques et la résolution de problème. Caprioara (Căprioară, 2015), via un questionnaire sur 350 élèves de 14 à 16ans, a montré que :

- pour les apprenants, les mathématiques servent en priorité à apprendre à raisonner et résoudre des problèmes, cette vision collant donc aux finalités indiquées dans nos textes officiels (programmes) ;
- ceux-ci préfèrent, en résolution de problème, appliquer directement les notions apprises plutôt que chercher par eux-mêmes, l'atteinte de la solution étant plus sûre lors d'un exercice d'application qu'en problème de recherche.

Le second point de cette enquête vient donc corroborer notre précédente observation, comme quoi la recherche n'apparaît pas comme un élément essentiel, constructif et positif en mathématiques.

Nos résultats montrent donc que le comportement qu'ont les élèves en résolution de problème, comportement issu de leur attitude vis à vis des mathématiques, est initialement plutôt opposé à celui désiré à travers la démarche d'investigation. Sans pour autant prétendre avoir donné le goût de la recherche aux élèves, notre intervention basée sur les problèmes ouverts a néanmoins permis une légère évolution dans leurs comportements, les amenant à revoir leur façon d'être et à accepter de s'impliquer dans une réelle démarche de chercheur en osant conjecturer, essayer, tester, recommencer. Ce travail pointe également la nécessité pour les enseignants de redéfinir les enjeux de l'apprentissage des mathématiques avec les élèves, notamment la place et l'importance de la recherche en résolution de problème et dans les mathématiques en général.

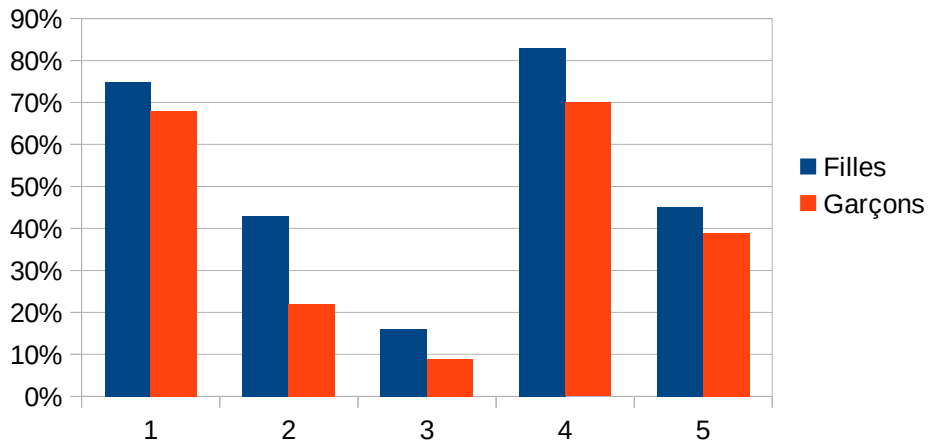
Autres données exploitables.

Influence du genre.

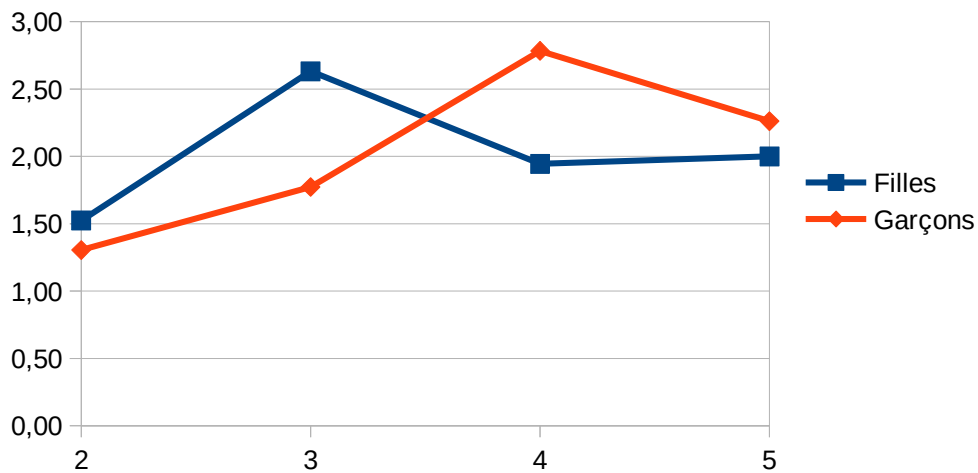
De nombreuses études ont relevé l'existence et la persistance de stéréotypes liés au genre fille ou garçon pour ce qui est des performances en mathématiques (Lindberg, Shibley Hyde, Petersen, & Linn, 2010; Plante, Théorêt, & Favreau, 2010). Les garçons, et les hommes une fois adultes, seraient plus performants en mathématiques et dans les disciplines scientifiques en général. Nous avons donc profité des données recueillies pour notre expérimentation afin de vérifier ce postulat.

Les graphiques suivants rendent compte des différences garçon / fille quant à la réussite aux différents problèmes, l'évolution de l'implication dans la recherche avec les moyennes de pistes essayées ainsi que la capacité à rapprocher deux problèmes de même structure.

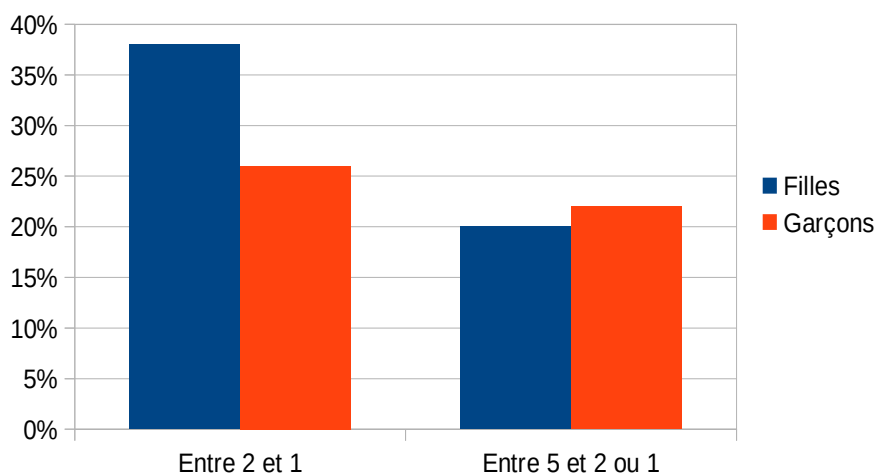
Pourcentages de réussite par problème



Evolution des moyennes de pistes essayées par problème



Pourcentages d'élèves ayant trouvé des ressemblances entre problèmes



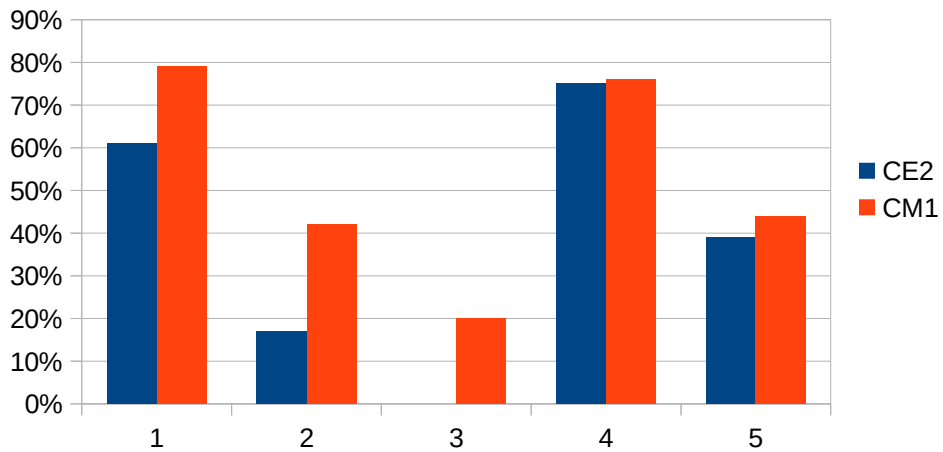
Ces résultats ne montrent pas de différences notables pour ce qui est de l'implication dans la recherche, garçons et filles présentant une évolution relativement proche. Concernant la capacité à associer des problèmes de même type, le pourcentage de filles ayant parvenu à relier le problème 2 au problème 1 est nettement supérieur à celui des garçons (+ 12%), mais la tendance s'équilibre au problème suivant. Cette écart pourrait s'expliquer par la taille relativement réduite des effectifs de l'expérimentation. En effet, avec nos nombres d'élèves, 21 filles et 23 garçons, une différence de 10 % ne correspond qu'à 2 individus supplémentaires. Enfin, pour ce qui est des pourcentages de réussite aux problèmes, nos résultats exposent une légère, mais constante, supériorité des performances féminines comparées aux masculines, venant de fait contredire l'idée reçue comme quoi les garçons auraient plus de facilités en mathématiques. Nos résultats sont, en partie, en adéquation avec la littérature scientifique sur le sujet. Une méta-analyse (Lindberg et al., 2010) regroupant pas moins de 100 études a en effet déjà prouvé que garçons et filles ne présentaient pas de différences significatives quant aux capacités en mathématiques, observations appuyées par les enquêtes PISA et TIMSS (Plante et al., 2010). Les chercheurs ont néanmoins mis en évidence, pour des élèves de niveaux élémentaires, une légère supériorité des filles en calcul et des scores égaux en résolution de problème, scores évoluant en faveur des garçons à partir du lycée (Lindberg et al., 2010). C'est sur ce point que nos résultats divergent puisque les filles de notre expérimentation semblent plus à l'aise que les garçons en résolution de problème. Cependant, il semblerait logique au vue de la taille des échantillons (plus de 3 millions pour la méta-analyse et 44 dans notre cas), que l'écart de valeurs soit une fois de plus lié au nombre relativement faible d'élèves dans notre expérimentation, et il y aurait fort à parier qu'avec des effectifs plus importants nos résultats se rejoignent.

Influence du niveau scolaire.

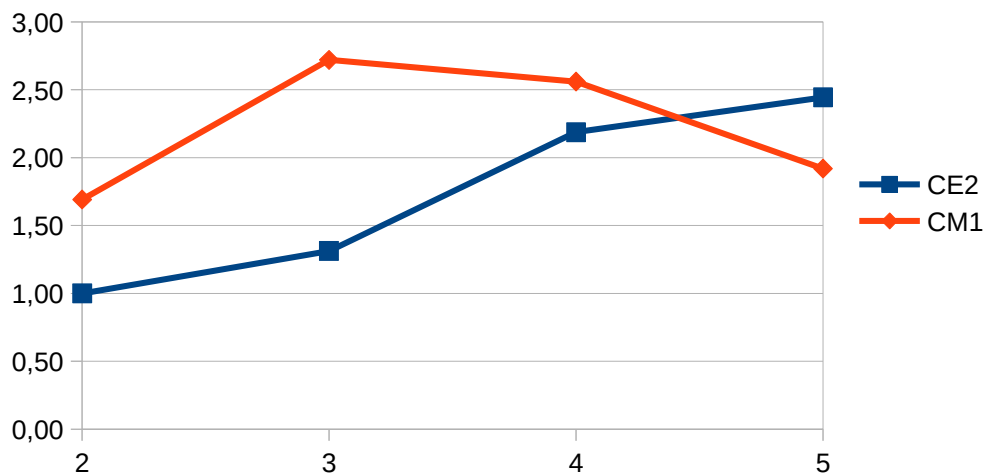
Il semble plus qu'envisageable que le niveau scolaire des élèves, et donc l'âge, ait une influence sur les compétences mathématiques, notamment dans le cas de la résolution de problème qui représente une tâche particulièrement complexe impliquant divers processus cognitifs tel que la compréhension de texte, le raisonnement et la mémoire (Feyfant, 2015). Les données recueillies lors de notre expérimentation permettent de comparer les performances d'enfants de niveaux CE2 et CM1, soit d'environ 8 et 9 ans respectivement.

Les graphiques suivant exposent les différences CE2 / CM1 concernant la réussite aux différents problèmes, l'évolution de l'implication dans la recherche avec les moyennes de pistes essayées ainsi que la capacité à rapprocher deux problèmes de mêmes structures.

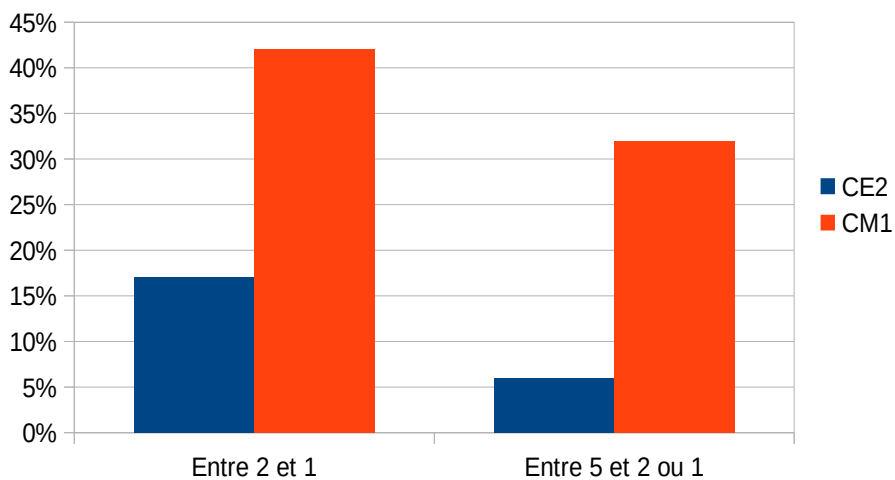
Pourcentages de réussite par problème



Evolution des moyennes de pistes essayées par problème



Pourcentages d'élèves ayant trouvé des ressemblances entre problèmes



Les résultats révèlent, comme attendu, des compétences en résolution de problèmes mathématiques plus développées chez les CM1 que chez les CE2. Premièrement, concernant le pourcentage de réussite par problèmes, les élèves de CM1 obtiennent des scores plus élevés sur la totalité des problèmes, spécialement sur les deux premiers problèmes de « Nombres et Calcul » et sur le problème 3 d' « Espace et Géométrie » où seuls certains CM1 sont parvenus à la bonne réponse. Ce constat semble logique, en particulier pour le domaine « Nombres et Calcul » puisque les élèves de CM1 possèdent une expérience d'un an supplémentaire pour toutes les compétences nécessaires à la résolution de problème. Cependant, dans le cas du problème 3 où tous les élèves, CE2 et CM1, avaient réussi à se représenter le problème et à choisir la seule stratégie adaptée, le listing, il semble étonnant qu'uniquement des CM1 aient abouti à la solution. Une des explications possibles pourrait venir des résultats suivants sur l'implication dans la recherche de la part des élèves. En effet, il apparaît que le plus grand écart de moyenne de pistes essayées se situe sur le problème 3, les élèves de CM1 ayant testé presque deux fois plus de pistes que leurs camarades de CE2. La persistance dans la recherche serait donc une des raisons justifiantes les pourcentages de réussite pour ce problème 3. Le graphique d'évolution des moyennes de pistes présente néanmoins une augmentation constante au cours de l'expérimentation pour les CE2. Ceux-ci débutent au second problème avec une moyenne de une piste essayée pour finir sur le cinquième problème avec une moyennes d'environ 2,5 pistes. L'évolution des CM1 est moins marquée avec un départ à 1,69, un pic comme énoncé précédemment, au problème 3 à 2,72 puis une diminution jusqu'à approximativement 1,9 au problème 5. Ceci dénote, mis à part la dernière valeur du niveau CM1, d'une plus grande adhésion à l'objectif de recherche proposé par les problèmes ouverts durant la séquence, quelque soit le niveau et donc l'âge des élèves. Enfin, la différence la plus marquante est indiquée avec le dernier graphique où apparaît un écart important, 25 %, entre CE2 et CM1 quant à la capacité à rapprocher deux problèmes de même structure. Une fois de plus, il semble que l'expérience, combinée à un développement cognitif plus avancé, joue logiquement en faveur des CM1, leur permettant de mieux percevoir les ressemblances et différences entre les situations proposées.

Ces résultats supplémentaires concernant l'influence du genre et de l'âge des élèves concordent avec les connaissances scientifiques sur ces deux sujets. L'analyse de données n'a donc démontré aucune différence significative pour ce qui est des aptitudes en mathématiques entre les élèves garçons et les élèves filles, et nos observations ont confirmé les différences en terme d'acquisition de compétences mathématiques, et plus généralement de développement cognitif, entre des élèves de 8 ans et d'autres de 9.

Conclusion.

La résolution de problèmes mathématiques a, au cours de l'histoire de l'école et des instructions officielles, évolué de façon à occuper une place de plus en plus importante au sein des programmes (Priolet & Regnier, 2012). Récemment, les instances décisionnaires, en s'appuyant sur les dernières recherches scientifiques et résultats aux évaluations internationales, ont réaffirmé le rôle central des problèmes dans l'apprentissage des mathématiques (Blanquer, 2018). Effectivement, la diversité des problèmes mathématiques leur permet d'être intégrés à tous les niveaux d'apprentissages : de la découverte d'une notion à travers les situations-problèmes, à l'application et le réinvestissement en passant par la méthodologie et l'initiation à la recherche via les problèmes ouverts (Charnay, 1992). C'est sur ce dernier élément, les problèmes pour chercher, que nous avons concentré notre étude. Nous nous sommes alors demandé l'impact que pouvait avoir la pratique régulière des problèmes ouverts sur les comportements de recherche et les procédures utilisées par les élèves. Notre expérimentation a montré que des élèves de niveau CE2 et CM1 avaient majoritairement des difficultés à rapprocher des problèmes de même structure, cette difficulté étant plus importante pour les élèves les plus jeunes. Les procédures choisies et utilisées par les élèves semblent, elles, dépendre à la fois de leur efficacité, testée et démontrée précédemment sur un problème de même structure, que de la présentation qui en faite lors de la phase de mise en commun. Ce dernier point met donc en lumière l'importance de la construction de connaissances et de compétences avec l'aide de ses pairs, et l'attention que portent les élèves aux travaux de leurs camarades. Enfin, concernant les résultats encourageants sur le comportement de chercheur, plus précisément l'implication et la persistance dans l'acte de recherche en résolution de problème, nos résultats témoignent d'une influence positive de la pratique hebdomadaire des problèmes ouverts, amenant les élèves à développer le goût de la recherche en mathématiques. Cette idée de recherche et ce qu'elle induit, oser essayer, accepter de se tromper, recommencer et poursuivre jusqu'à arriver à un résultat, nous semble un comportement particulièrement favorable à leur réussite scolaire et légitime donc parfaitement la place de ce type de pratiques, proche des démarches d'investigations en sciences, dans la pratique quotidienne de la classe. Notre enseignement devrait plus souvent proposer des activités qui valorisent l'effort de façon explicite, des situations qui conduisent l'élève à plus d'initiatives et développent son esprit critique en plus de son estime de soi, éléments qui dépassent les résolutions de problèmes, les mathématiques et l'école en général.

D'un coté plus personnel, nous estimons que ce travail nous a effectivement donné l'occasion d'approfondir notre formation sur le thème de la résolution de problèmes mathématiques. Les

articles scientifiques étudiés ainsi que l'expérimentation réalisée avec nos élèves nous ont aidé à éclaircir la notion de problème et tout ce qui l'entoure, allant de la classification des problèmes à leur composition, en passant par la démarche d'investigation et l'enseignement des problèmes mathématiques en classe. Notre mémoire nous a particulièrement permis d'être plus expérimenté sur la notion de problèmes ouverts et des objectifs qui l'accompagnent. Nous avons pris conscience de l'importance de ce type de problèmes et de la nécessité d'en faire pratiquer par les élèves afin d'élargir leurs visions des mathématiques. Loin de prétendre être devenu expert dans l'enseignement de la résolution de problèmes, nos mises en œuvre et analyses nous confortent positivement sur notre attrait personnel concernant les mathématiques, mais aussi sur les intérêts de l'enseignement de cette discipline dans nos classes présentes et futures.

Ce type de travail de recherche, de démarche de développement professionnel pour reprendre les termes du référentiel métier, pourrait représenter un des leviers nécessaire à l'amélioration de nos compétences d'enseignement et donc des résultats de nos élèves. L'effet de ce type de travail, son influence sur les attitudes et capacités des apprenants en mathématiques et à l'école en général apparaît donc comme un axe de recherche pertinent pour des investigations prochaines.

Bibliographie.

Arsac, G., Germin, G., Mante, M., & Pichod, D. (1984). *La pratique du problème ouvert*. IREM de Lyon, Villeurbanne.

Arslan, C., Yavuz, G., & Deringol-Karatas, Y. (2014). Attitudes of Elementary School Students towards Solving Mathematics Problems. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 152, 557-562.

Blanquer, J.-M. (2018, avril 25). *La résolution de problèmes à l'école élémentaire*. Consulté à l'adresse https://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?cid_bo=128735

Brun, J. (1990). La résolution de problème arithmétiques: bilan et perspectives. *MATH-ECOLE*, (141), 2-15.

Căprioară, D. (2015). Problem Solving - Purpose and Means of Learning Mathematics in School. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 191, 1859-1864.

Charnay, R. (1992). Problème ouvert problème pour chercher. *Grand N*, (51), 77-83.

Charnay, R. (2014). « Y a un problème au cycle 3 ? » *Comprendre les difficultés des élèves en mathématiques pour les prendre en compte*. Conférence lors du congrès SNUipp - UHA, Colmar.

Charnay, R., Douaire, J., Valentin, D., & Guillaume, J.-C. (2005). *Ermel - Apprentissages numériques et résolution de problèmes CM2*. Hatier.

Circonscription de Vandoeuvre, A. N.-M. (2016). *La résolution de problème aux cycles 2 et 3*.

Consulté à l'adresse https://www4.ac-nancy-metz.fr/ia54-circos/ienvandoeuvre/sites/ienvandoeuvre/IMG/pdf/la_resolution_de_probleme_aux_cycles_2_et_3_dans_les_nouveaux_prog.pdf

Colmant, M., & Le Cam, M. (2016). TIMSS 2015 mathématiques et sciences : évaluation internationale des élèves de CM1. *Note d'information*, (33), 4.

Coppé, S., & Houdement, C. (2009). *Résolution de problèmes à l'école primaire française: perspectives curriculaire et didactique*. Conférence, Colloque de la COPIRELEM.

Darley, B. (2007). La démarche d'investigation et son vocabulaire. *Grand N*, (79), 99-111.

ERMEL. (1981). *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire, cycle moyen, tome 1*. Sermap Hatier.

Feyfant, A. (2015). La résolution de problèmes mathématiques au primaire. *Dossier de veille de l'IFE*, (105), 20.

Gamo, S. (2001). *Résolution de problèmes, Cycle 3*. Bordas.

Groupe départemental mathématiques du Loir-et-Cher. (2016). *Les problèmes ouverts au cycle 3 et à l'articulation école-collège*. Consulté à l'adresse https://www.ac-orleans-tours.fr/fileadmin/user_upload/ia41/documents/E_et_P_Mathematiques/Les_problemes_ouverts_au_C3_2016.pdf

Hervé, P. (2005). *La résolution de problèmes arithmétiques à l'école*. Hatier.

Houdement, C. (2003). La résolution de problèmes en question. *Grand N*, (71), 7-23.

- Houdement, C. (2009). Une place pour les problèmes pour chercher. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 14, 31-60.
- IEN Bièvre-Valloire. (2012). Les problèmes avec énoncés sans questions. Consulté 4 mai 2019, à l'adresse ac-grenoble.fr website: <http://www.ac-grenoble.fr/ien.bv/spip.php?article1436>
- IREM de Montpellier. (s. d.). *Narration : « poules et lapins »*. Consulté à l'adresse http://cii.sesamath.net/mathadoc/narration/res_Poules.PDF
- Karasel, N., Ayda, O., & Tezer, M. (2010). The relationship between mathematics anxiety and mathematical problem solving skills among primary school students. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 2(2), 5804-5807.
- Kosyvas, G. (2010). Problèmes ouverts : notion, catégories et difficultés. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 15, 45-73.
- Larousse. (2018). Définitions : problème - Dictionnaire de français Larousse. Consulté 13 décembre 2018, à l'adresse Larousse.fr website: <https://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/probl%C3%A8me/64046?q=probl%C3%A8me#63329>
- Levain, J.-P., Le Borgne, P., & Simard, A. (2006). Apprentissage de schémas et résolution de problèmes en SEGPA. *Revue française de pédagogie. Recherches en éducation*, (155), 95-109.
- Lindberg, S., Shibley Hyde, J., Petersen, J., & Linn, M. (2010). New Trends in Gender and Mathematics Performance: A Meta-Analysis. *Psychological bulletin*, 136, 1123-1135.
- Ministère de l'Éducation. (2006). *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6eme année - Fascicule 2*. Éducation en Ontario.

- Ministère de l'Éducation Nationale. (2013, juillet 25). *Le référentiel de compétences des métiers du professorat et de l'éducation*.
- Ministère de l'Éducation Nationale. (2018a). *Programme d'enseignement, cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2)*.
- Ministère de l'Éducation Nationale. (2018b). *Programme d'enseignement, cycle de consolidation (cycle 3)*.
- Monnier, N. (2003). Les schémas dans les activités de résolution de problèmes. *Grand N*, (71), 25-47.
- National Council of teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Consulté à l'adresse <https://www.nctm.org>
- Peix, A., & Tisseron, C. (1997). Le problème ouvert comme moyen pour réconcilier les futurs professeurs d'école avec les mathématiques. *petit x*, (48), 5-21.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (2012). *La psychologie de l'enfant*. Puf.
- Plante, I., Théorêt, M., & Favreau, O. (2010). Les stéréotypes de genre en mathématiques et en langues : recension critique en regard de la réussite scolaire. *Revue des sciences de l'éducation*, 36(2), 389-419.
- Priole, M. (2008). *Enseignement et apprentissage de la résolution de problèmes mathématiques* (Thèse). Université Lumière Lyon 2.
- Priole, M., & Regnier, J.-C. (2012). Les problèmes de mathématiques dans les instructions et programmes officiels de l'école primaire de 1833 à nos jours. *Grand N*, (90), 69-87.

- Rojat, D. (2013). La démarche d'investigation. Consulté 3 décembre 2018, à l'adresse Fondation La main à la pâte website: <https://www.fondation-lamap.org/fr/page/17793/la-demarche-dinvestigation>
- Sulak, S. (2010). Effect of problem solving strategies on problem solving achievement in primary school mathematics. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 9, 468-472.
- Taspinar, Z., & Bulut, M. (2012). Determining of Problem Solving Strategies used by Primary 8, Grade Students' in Mathematics Class. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 46, 3385-3389.
- Vergnaud, G. (1989). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques. *petit x*, (22), 51-69.
- Villani, C., & Torossian, C. (2018). *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques* (p. 96). Ministère de l'Education Nationale.

Annexes.

Annexe 1. Fiche de préparation type des séances de résolution de problème.

<u>Niveau de classe</u> : CE2 / CM1		Titre : Résolution de problèmes ouverts	
Séance n°1	<u>Durée de la séance</u> : 35 minutes	<u>Date</u> : /01/2019	
<u>Domaine</u> : Mathématiques		<u>Sous-domaine</u> : Nombres et Calculs	
<u>Objectif de la séance</u> : - Être capable de s'engager dans une démarche de recherche			
<u>Matériel/ support</u> : - une « feuille de recherche » par élève ; - matériel de manipulation en lien avec le problème.		<u>Compétences travaillées</u> : - chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer et communiquer ;	
Déroulement			
Phase de travail	Contenu/ activité du maître	Dispositif	Durée
Situation de départ	Le maître présente le problème à l'oral à partir d'un énoncé écrit. La lecture s'effectue par le maître. <i>Des élèves reformulent l'énoncé pour s'assurer que tous les élèves aient compris et identifié le problème à résoudre.</i>	Collectif	5 minutes
Recherche individuelle	Chaque élève s'approprie l'énoncé et tente de résoudre le problème sur sa « feuille de recherche ». Le maître passe dans les rangs pour étayer. Possibilité d'utiliser du matériel de manipulation.	Individuel	10 minutes
Recherche en groupe	<i>Consigne : « Vous allez vous regrouper pour comparer vos recherches/solutions ou continuer à chercher ensemble si besoin. Ensuite, une personne du groupe viendra expliquer au tableau si vous avez réussi à résoudre ce problème et comment vous avez fait. ».</i> Groupes faits par le maître.	Groupes de 3 ou 4	10 minutes
Mise en commun	<i>Les élèves viennent expliquer leurs procédures et comparent les procédures en rapprochant les procédures identiques, en confrontant celles qui diffèrent, en validant les procédures justes et en analysant les procédures erronées.</i>	Collectif	10 minutes

	Le maître guide les élèves en leur posant des questions sur leurs recherches et distribue la parole.		
Synthèse	Récapitulation des différentes procédures utilisées par les élèves pour résoudre ce problème.	Collectif	5 minutes

Problème proposé : David a 10 éléments dans sa tirelire. Il achète un jouet qui coûte 41 €. Il donne des billets de 5 € et des pièces de 2 €. Combien de billets et de pièces donne-t-il ?

Différenciation : possibilité ou non d'utiliser la matériel de manipulation pour résoudre le problème.

Prénom :

Problème n°1

FEUILLE DE RECHERCHE INDIVIDUELLE

Énoncé du problème :

David a 10 éléments dans sa tirelire. Il achète un jouet qui coûte 41 €. Il donne des billets de 5 € et des pièces de 2 €. Combien de billets et de pièces donne-t-il ?

Zone de recherche libre (je peux barrer, refaire, chercher autrement...) :

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

J'explique ce que j'ai fait pour chercher ou trouver la solution, et pourquoi j'ai fait comme ça :

.....
.....
.....
.....

Réponse au problème (avec une phrase !) :

.....

Quand tu as fini de chercher, réponds aux questions suivantes :

- le problème d'aujourd'hui ressemble-t-il à un problème que tu as déjà fait ? OUI NON
- si OUI, lequel ?
- as-tu réussi à trouver une solution du premier coup ? OUI NON
- combien de pistes as-tu essayé ?

Annexe 3.a. Exemple d'une procédure de résolution par raisonnement logique.

Prénom :Elina.....

Problème n°1

FEUILLE DE RECHERCHE INDIVIDUELLE

Énoncé du problème :

David a 10 éléments dans sa tirelire. Il achète un jouet qui coûte 41 €. Il donne des billets de 5 € et des pièces de 2 €. Combien de billets et de pièces donne-t-il ?

Zone de recherche libre (je peux barrer, refaire, chercher autrement...) :

..... $5+5+5+5+5+8+8+8+$
..... $8+8+2+2+2$
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

J'explique ce que j'ai fait pour chercher ou trouver la solution, et pourquoi j'ai fait comme ça :

.....5 est un nombre impair donc si on commence
.....par des 5 et on continue par des 2, ça nous donnera
.....un nombre impair comme 41.....
.....

Réponse au problème (avec une phrase !) :

.....David a utilisé 5 billets de 5€ et 8 pièces de 2€.....

Quand tu as fini de chercher, réponds aux questions suivantes :

- le problème d'aujourd'hui ressemble-t-il à un problème que tu as déjà fait ? OUI NON
- si OUI, lequel ?
- as-tu réussi à trouver une solution du premier coup ? OUI NON
- combien de pistes as-tu essayé ?

Annexe 3.b. Exemple d'une procédure de résolution avec tableau.

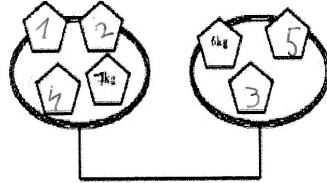
Prénom : 22 Léo.....

Problème n°4

FEUILLE DE RECHERCHE INDIVIDUELLE

Énoncé du problème :

Place les objets de 1 kg, 2 kg, 3 kg, 4 kg et 5kg sur la balance pour qu'elle soit en équilibre. Justifie ta réponse.



Zone de recherche libre (je peux barrer, refaire, chercher autrement...):

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

1/2

7

4

5

6

3

J'explique ce que j'ai fait pour chercher ou trouver la solution, et pourquoi j'ai fait comme ça :

.....
.....

Réponse au problème (avec une phrase !):

La balance pèse 14 kg.

Quand tu as fini de chercher, réponds aux questions suivantes :

- le problème d'aujourd'hui ressemble-t-il à un problème que tu as déjà fait ? OUI NON
- si OUI, lequel ?
- as-tu réussi à trouver une solution du premier coup ? OUI **NON**
- combien de pistes as-tu essayé ? 6

Annexe 3.c. Exemple d'une procédure de résolution par tâtonnement et représentation.

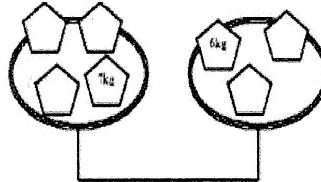
Prénom : Robin.....

Problème n°4

FEUILLE DE RECHERCHE INDIVIDUELLE

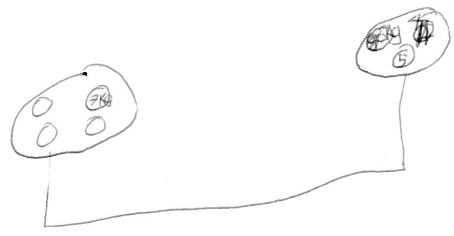
Énoncé du problème :

Place les objets de 1 kg, 2 kg, 3 kg, 4 kg et 5kg sur la balance pour qu'elle soit en équilibre. Justifie ta réponse.



Zone de recherche libre (je peux barrer, refaire, chercher autrement...) :

.....



~~6+5=11=4+7~~
~~7+3=10+2+1~~
~~7+4=11+1+2=14~~
 6+5=11+3=14

J'explique ce que j'ai fait pour chercher ou trouver la solution, et pourquoi j'ai fait comme ça :

Réponse au problème (avec une phrase !) :

~~le poids n'est pas égal~~ il faut $7+4=11+1+2=14$ et de l'autre côté $6+5=11+3=14$

Quand tu as fini de chercher, réponds aux questions suivantes :

- le problème d'aujourd'hui ressemble-t-il à un problème que tu as déjà fait ? OUI NON
- si OUI, lequel ?
- as-tu réussi à trouver une solution du premier coup ? OUI NON
- combien de pistes as-tu essayé ? 1

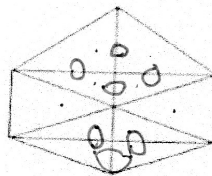
Annexe 3.d. Exemple d'une procédure de résolution par listing.

Prénom : THOMAS.....

Problème n°3

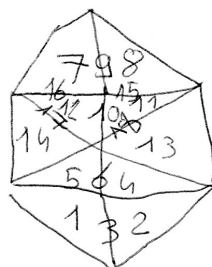
FEUILLE DE RECHERCHE INDIVIDUELLE

Énoncé du problème :
Combien y a-t-il de triangles dans cette figure ?



Zone de recherche libre (je peux barrer, refaire, chercher autrement...) :

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



J'explique ce que j'ai fait pour chercher ou trouver la solution, et pourquoi j'ai fait comme ça :

Il y a ~~3~~ triangle sur cette figure.....
.....

Réponse au problème (avec une phrase !) :

.....

Quand tu as fini de chercher, réponds aux questions suivantes :

- le problème d'aujourd'hui ressemble-t-il à un problème que tu as déjà fait ? OUI NON
- si OUI, lequel ?
- as-tu réussi à trouver une solution du premier coup ? OUI NON
- combien de pistes as-tu essayé ?

Résumé :

La résolution de problème prend une place de plus en plus importante au sein des programmes mathématiques. La diversité des types de problèmes et donc de leurs objectifs d'apprentissage les rend utilisables durant toutes les phases de l'enseignement du professeur. Ce travail s'intéresse aux problèmes ouverts ou problèmes pour chercher, les effets de leur pratique sur les comportements de recherche adoptés par les élèves ainsi que leurs capacités à identifier la structure d'un problème pour ensuite choisir une stratégie de résolution efficace. Les résultats montrent un impact positif de la pratique des problèmes ouverts sur l'attitude des élèves pour chercher et soulignent la difficulté qu'éprouvent la majorité des élèves à rapprocher deux problèmes de même structure. Les choix des procédures de résolution semblent eux être influencés par leur efficacité effective mais aussi par la présentation qui en est faite lors de mises en commun précédentes. Ce type de problème apparaît comme un support d'apprentissage pertinent pour initier les élèves à la démarche scientifique et leur donner le goût de la recherche.

Mots clefs : résolution de problème, problème ouvert, stratégie, procédure, comportement de recherche.

Abstract :

Problem solving is becoming increasingly important in mathematical programs. The diversity of the types of problems and therefore of their learning objectives makes them usable during all phases of the professor's teaching. This work focuses on open problems or problems to investigate, the effects of their practice on students's search behaviours and their ability to identify the structure of a problem to then choose an effective problem-solving strategy. The results show a positive impact of the practice of open problems on the attitude of students to search and underline the difficulty experienced by the majority of students in reconciling two problems of the same structure. The choices of resolution procedures seem to be influenced by their effectiveness but also by the presentation made during previous pooling. This type of problem appears as a relevant learning support to introduce students to the scientific process and give them a taste for research.

Key words : problem solving, open problem, strategy, procedure, search behaviour.