



HAL
open science

Construction du dénombrement en groupements de dix dans le cadre de la problématisation

Charlie Franchet

► **To cite this version:**

Charlie Franchet. Construction du dénombrement en groupements de dix dans le cadre de la problématisation. Education. 2019. dumas-02510778

HAL Id: dumas-02510778

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02510778>

Submitted on 18 Mar 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Master MEEF
« Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation »
Mention second degré
Mémoire

**Construction du dénombrement en groupements de
dix dans le cadre de la problématisation.**

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de master

soutenu par
Charlie Franchet
le 16 mai 2019

en présence de la commission de soutenance composée de :
Catherine Dessoulles directeur de mémoire
Marie Abhervé-Guéguen, membre de la commission.

Remerciements

Je tiens à remercier chaleureusement toutes les personnes qui ont contribué à la réalisation de ce mémoire.

Je voudrais tout d'abord adresser toute ma reconnaissance à la directrice de mémoire, Madame Catherine DESSOULLES, pour sa disponibilité, sa patience, son aide et ses précieux conseils qui ont contribué à l'avancée de ma recherche.

J'adresse mes sincères remerciements à tous les formateurs et professionnels qui par leur paroles, leurs encouragements, leurs conseils et leurs critiques ont guidé mes réflexions, ont participé à mon évolution professionnelle et ont cru en moi.

Je remercie également Séverine Moreau-Chauvin, maître d'accueil temporaire du stage filé, pour son accueil, sa bienveillance et son partage, sans qui, les séances d'apprentissage liées à ma recherche n'auraient pu se faire.

Je désire aussi remercier Zoé Benoit, mon binôme de stage pour sa collaboration, son positivisme et son travail qui nous a permis de mener cette recherche.

Je tiens également à remercier Pierre et Marie Leroy de m'avoir accueillie dans leur gîte, afin que je puisse me réfugier au calme pour réfléchir et écrire.

Enfin, je remercie ma famille qui a été là pour moi pendant ces deux années de master. Leur soutien inconditionnel et leurs encouragements ont été d'une grande aide.

Résumé

La construction du dénombrement en groupements de dix contribue à l'apprentissage de l'aspect décimal de la numération, qui est l'assise de nombreuses connaissances mathématiques.

A travers ce travail de recherche, nous nous sommes interrogées sur la manière de faire construire, par des élèves de CP-CE1, la nécessité de faire des groupements pour faciliter le dénombrement d'une grande quantité d'objets et sur la manière de leur faire construire que les groupements par dix sont les meilleurs.

Nous pensions que l'apprentissage par problématisation allait permettre la construction de la nécessité de faire des groupements de dix pour dénombrer une grande collection mais nous avons rapidement constaté que la Méthode Heuristique de Mathématiques avait déjà permis de construire la nécessité de faire des groupements.

L'analyse de la MHM révèle qu'un travail quotidien autour de la construction du nombre, de la compréhension du système décimal et une fréquentation régulière des différentes écritures des nombres favorisent la nécessité de faire des groupements de dix pour dénombrer une grande collection d'objets.

Mots clés: compréhension du nombre, numération décimale, dénombrement, groupements, CP-CE1.

Summary

Building an enumeration in groups of ten contributes to the study of the decimal numeration aspect, which is the basis of any mathematical knowledge.

Thanks to this research, we wanted to consider how to make, CP-CE1 pupils realise, the need for groupings to facilitate the enumeration of a large quantity of objects and we also thought about a way to help them conceive that the groupings by ten are the best.

We thought that learning by problematization would allow the construction of a need to make groups of ten to count a large collection but we quickly noted that the Heuristic Method of Mathematics had already made it possible to build the need to make groupings.

The analysis of the MHM then reveals then that a daily work about the construction of the number, the understanding of the decimal system and a regular frequentation of the different scripts of numbers favours the necessity to make groups of ten to count a large collection of 'objects.

Key words: number understanding, decimal number system, enumeration, groupings, CP-CE1.

Sommaire

| | |
|--|----|
| Introduction | 1 |
| I. Théorie | 3 |
| A. Le cadre de la problématisation, selon Christian Orange..... | 3 |
| 1) La problématisation : définition..... | 3 |
| 2) Le processus de problématisation : amener les élèves à construire le problème | 4 |
| a) La question déclenchante | 4 |
| b) Les représentations initiales | 5 |
| c) Le débat scientifique | 6 |
| 3) Les différents types de problèmes mathématiques : peuvent-ils être vecteurs de problématisation ?..... | 7 |
| a) Problème ouvert, problème pour chercher | 7 |
| b) Situation-problème, problème pour apprendre..... | 7 |
| c) La tâche complexe..... | 8 |
| 4) La construction des explications par les élèves | 8 |
| 5) La résolution de problèmes dans les programmes scolaires | 9 |
| B. La construction du nombre..... | 10 |
| 1) Notre système décimal, une connaissance fondamentale | 10 |
| 2) La compréhension du nombre au cycle 1..... | 11 |
| 3) La compréhension du nombre au cycle 2..... | 12 |
| 4) Les obstacles possibles | 12 |
| a) Les difficultés rencontrées par les élèves | 12 |
| b) La difficulté au quotidien | 13 |
| C. La Méthode Heuristique de mathématiques..... | 14 |
| 1) La MHM : enseigner les mathématiques autrement à l'école..... | 14 |
| 2) Présentation du projet | 14 |
| 3) Qu'est-ce que la MHM ?..... | 15 |
| 4) Fonctionnement global de la MHM..... | 16 |
| 5) Construire la nécessité de groupements par dix avec la programmation en CP-CE1 de la Méthode Heuristique de Mathématiques..... | 17 |
| II. Construction de la problématique et hypothèses de recherche | 18 |
| A. Emergence de la problématique | 18 |

| | |
|---|----|
| B. Les hypothèses de recherche | 19 |
| III. Méthodologie de recueil de données et d'analyse..... | 20 |
| A. Méthodologie de recueil de données | 20 |
| B. Méthodologie d'analyse | 26 |
| IV. Analyse..... | 29 |
| Conclusion | 40 |
| Bibliographie : | 41 |
| Annexes | 41 |

Introduction

Le Programme International pour le Suivi des Acquis des élèves (PISA) est une étude dévoilée tous les trois ans par l'OCDE, Organisation de Coopération et de Développement Economiques. Celle-ci présente l'état des connaissances des élèves dans les domaines des sciences, des mathématiques et de la lecture. Les résultats des enquêtes de 2012 et 2015 révèlent un système éducatif inégalitaire composé d'élites et d'élèves en échec scolaire. Avec un score de 495 points, la France se situe à la 27^{ème} place sur 72 pays. Si les résultats de la France à l'enquête PISA sont quelque peu au-dessus de la moyenne, il n'en est pas de même en ce qui concerne les résultats de l'étude TIMSS (Trends In Mathematics and Science Study qui signifie « les tendances en mathématiques et en sciences »). Cette étude mesure depuis 1995 les performances des élèves en mathématiques et en sciences par niveau scolaire. Pour les évaluer, elle s'appuie sur les programmes d'enseignement communs aux pays participants. Dans le cadre de cette enquête, des élèves de CM1 ont été évalués. Il en ressort que leurs résultats sont alarmants, les écoliers français ont obtenu les plus mauvais résultats de l'Union Européenne en mathématiques, et sont avant-derniers en sciences. A l'échelle internationale, leurs résultats ne sont guère plus brillants. (Sciences et avenir, décembre 2016).

Il est à souhaiter que les nouveaux programmes d'enseignement de 2018 puissent faire évoluer cette tendance et qu'ils permettent d'améliorer les résultats scolaires des élèves français. En mathématiques, notamment au cycle 2, il est mentionné dans le Bulletin Officiel de l'Education Nationale n°30 du 26 juillet 2018 que les élèves doivent consolider leur compréhension des nombres entiers, déjà appréhendés au cycle 1. Pour cela, « *ils étudient différentes manières de désigner les nombres, notamment leurs écritures en chiffres, leurs noms à l'oral, les compositions-décompositions fondées sur les propriétés numériques (le double de, la moitié de, etc.), ainsi que les décompositions en unités de numération (unités, dizaines, etc.). L'étude des quatre opérations (addition, soustraction, multiplication, division) commence dès le début du cycle à partir de problèmes qui contribuent à leur donner du sens, en particulier des problèmes portant sur des grandeurs ou sur leurs mesures. La pratique quotidienne du calcul mental conforte la maîtrise des nombres et des opérations et permet l'acquisition d'automatismes procéduraux et la mémorisation progressive de résultats comme ceux des compléments à 10, des tables d'addition et de multiplication.* » (BOEN, juillet 2018). A la lecture de ce Bulletin Officiel, nous pouvons rapidement constater que la partie « Nombres et calculs » occupe une place importante dans l'enseignement des mathématiques

au cycle 2. En effet, le programme d'enseignement de ce cycle concerne les apprentissages fondamentaux, que nous pouvons considérer comme la base de tous les futurs apprentissages. La construction de ces savoirs est un long processus qui s'opère au rythme de chaque enfant, tous différents.

Ainsi les mathématiques me semblent être un élément fondamental. J'y attache une importance particulière parce que l'aisance en calcul notamment, me paraît être, pour l'élève, une clé de la réussite dans cette discipline, et un atout dans la vie quotidienne de chacun de nous. En ce qui me concerne, les problèmes mathématiques me captivent ; ce sont des activités que je trouve attractives, ludiques, stimulantes et qui permettent une gymnastique de l'esprit. Tout citoyen utilise le calcul au quotidien, pour établir un ordre de grandeur, un calcul approché, comparer un résultat trouvé, ne serait-ce que pour connaître le prix de trois baguettes à quatre-vingt centimes, ou bien encore d'estimer le prix remisé de cinquante pour cent d'un vêtement à quarante-neuf euros. Je pense ainsi que l'enseignant joue un rôle très important dans les apprentissages mathématiques des élèves, c'est pour cette raison que je souhaite me pencher sur la manière d'enseigner cette discipline.

Ce mémoire sera co-construit avec mon binôme de stage, les séances issues de ce travail, seront menées à l'école André Fertré, à la Flèche (Sarthe), dans une classe à double niveau, en CP-CE1. Ainsi, nous nous intéresserons à la notion de construction du nombre au cycle 2, et plus particulièrement à la nécessité de réaliser des groupements par 10 pour dénombrer de grandes collections d'objets.

I. Théorie

A. Le cadre de la problématisation, selon Christian Orange

1) La problématisation : définition

Dans les années 1980, les recherches sur l'enseignement des sciences mettent l'accent sur la notion de problème. C'est alors que la démarche scientifique n'est plus perçue de la même manière. Les chercheurs pensent désormais que la démarche scientifique commence, en réalité, par la découverte d'une situation problématique à résoudre plutôt que par une observation brute, tel que cela était pensé avec la démarche OHERIC. De nombreux auteurs considèrent alors, que l'apprentissage passe par la problématisation. C'est le cas notamment de Michel Fabre, professeur émérite des universités en sciences de l'éducation, qui affirme qu'outre les apprentissages sociaux et de savoir-faire qui exigent surtout de la répétition, « beaucoup d'apprentissages scolaires ne peuvent pas être véritablement assimilés sans problématisation. »

Les différentes recherches menées sur la problématisation ont concerné différents champs théoriques, mais, dans un premier temps, nous allons nous intéresser plus particulièrement au domaine de la didactique des sciences, où il est question de problèmes scientifiques. Dans son ouvrage, Christian Orange, cite, entre autres, Popper affirmant que la science commence par des problèmes (1991 p. 287 ; 1985 pp. 230, 329) et Bachelard qui a écrit « pour un esprit scientifique, toute connaissance est une réponse à une question » (1938). Nous pouvons alors en déduire que pour que les élèves développent des compétences scientifiques, ils doivent s'engager dans des problèmes introduits par une question à laquelle ils doivent chercher des explications.

Dans son ouvrage, Problèmes, débats et savoirs scientifiques en classe, Christian Orange, professeur émérite et didacticien des sciences, expose le cadre théorique de la problématisation dans les apprentissages des sciences de la vie et de la terre. L'auteur définit la problématisation, autrement dit la construction du problème comme étant « l'étude d'un problème de façon à explorer et à délimiter le champ des possibles pour les solutions. Dans le meilleur des cas, la problématisation conduit à identifier et à thématiser les conditions de possibilité de ces solutions sous forme de nécessités. » (Orange, 2012, p. 131). Nous pouvons

alors en comprendre que les élèves vont être amenés à prendre connaissance d'une question déclenchante, à comprendre la situation, pour laquelle ils vont devoir construire des arguments en s'appuyant sur leurs représentations initiales. Ainsi, au cours de cette construction du problème, les élèves peuvent être invités à se poser la question suivante « pourquoi cela ne peut pas fonctionner », ils se répondent, ce qui leur permet de réfléchir, c'est ce que Christian Orange appelle « les caricatures ». Les propositions de stratégies de chacun sont alors explicitées au collectif dans le but de faire naître un débat scientifique. Durant les échanges, les élèves mettent deux registres en tension, le registre empirique et le registre des modèles. Leurs explications nous permettent alors de comprendre sur quel monde mental s'appuie la construction du modèle des élèves. Les éléments du registre empirique correspondent aux tentatives de solutions proposées par les élèves s'appuyant sur des faits observés et des expériences vécues, en quelque sorte, ce sont les représentations des élèves qui sont à expliquer. Le registre des modèles est lui aussi construit par les élèves. Les éléments de ce registre constituent les tentatives de solutions proposées, liées à une organisation ou à un fonctionnement imaginé, déduites du registre empirique. Ces éléments ne sont pas forcément vrais, ils s'appuient sur des recoupements d'informations et de la déduction, proposés pour expliquer les éléments du registre empirique, c'est ce que Christian Orange appellent les nécessités. La nécessité est « une condition de possibilité, repérée et thématifiée » (Orange, 2012, p. 130), en d'autres termes, la nécessité est un modèle explicatif proposé comme une solution au problème travaillé.

2) Le processus de problématisation : amener les élèves à construire le problème

L'enjeu du processus de problématisation est d'amener l'élève à construire le problème, et non pas uniquement à le résoudre. Comme nous l'avons vu précédemment, plusieurs éléments sont à prendre en compte pour y parvenir. Les élèves doivent tout d'abord s'engager dans le problème, grâce à une question de départ qui amène à se poser des questions, à développer des arguments et proposer des solutions s'appuyant sur leurs représentations, puis débattre avec leurs pairs, ce que nous développerons dans les parties suivantes.

a) La question déclenchante

La question déclenchante a toute son importance, c'est elle qui va permettre d'engager les élèves dans l'activité, dans le problème scientifique et ainsi leur permettre d'accéder aux savoirs scientifiques.

Christian Orange nous dit que « la recherche d'une explication renvoie toujours à une question sur le fonctionnement » (Orange, 2012, p. 18) et rappelle également que « Karl Popper affirme que la science ne commence que s'il y a un problème et que ces problèmes sont liés à la recherche d'explications. » (Orange, 2012, p. 18). Nous pouvons alors penser que la question de départ doit être posée de manière à ce que les élèves expliquent un fonctionnement. Ainsi, engager les élèves dans un problème scientifique serait donc les amener à s'intéresser au fonctionnement de quelque chose et à en produire des explications. Ces explications autour du fonctionnement de quelque chose sont pertinentes du point de vue des sciences de la vie et de la terre, mais sont plus difficilement transposables en mathématiques, nous parlerons certainement davantage d'explications de procédure.

La difficulté de l'enseignant est donc de bien choisir la situation déclenchante, pour cela une analyse didactique a priori s'impose. Cela signifie qu'en pensant la situation d'apprentissage, l'enseignant doit « étudier finement les savoirs en jeu et leurs liens avec les problèmes du champ disciplinaire » (Orange, 2012, p. 19). L'enseignant doit alors prendre en compte la connaissance à construire et identifier les différents obstacles possibles. Ainsi, il est plus à même de mener le débat qu'il va organiser autour de l'obstacle à franchir, il peut penser, anticiper les différentes stratégies, les différentes explications des élèves, dans le but d'atteindre l'objectif d'apprentissage souhaité.

b) Les représentations initiales

Il est important de rappeler que l'élève n'est pas un « verre vide ». Depuis sa petite enfance, l'élève, avant tout enfant, s'est construit des connaissances s'appuyant sur ce qu'il observe, ce qu'il ressent, sur ce qu'il vit. Ainsi, l'enfant s'est construit des représentations, des conceptions du monde qui l'entoure. Comme l'explique Jean-Pierre Astolfi, « l'enfant, depuis sa petite enfance s'est construit un modèle sur les phénomènes qui se produisent autour de lui ou en lui », ainsi, ces modèles peuvent être persistants et peuvent se transformer en obstacles épistémologiques, qu'il faut surmonter. Christian Orange citant Bachelard, dit en effet, qu'un élève « arrive dans la classe de physique avec des connaissances empiriques déjà constituées : il s'agit alors, non pas d'acquérir une culture expérimentale, mais bien de changer de culture expérimentale, de renverser les obstacles déjà amoncelés par la vie quotidienne » (Orange, 2012, p. 28).

Donc d'après ces deux auteurs, les représentations des élèves doivent évoluer, changer, pour acquérir de nouvelles connaissances et cela grâce à la construction du problème. Les échanges

liés au registre empirique permettent de développer des explications cohérentes et structurées, d'affiner les modèles explicatifs et ainsi de construire des savoirs scientifiques.

c) Le débat scientifique

La forme de débat dont il est question ici est le débat qui porte sur la recherche d'explications comme nous l'avons vu auparavant. Le but de ce débat est « de faire construire des savoirs actuellement stabilisés dans la communauté scientifique » (Orange, 2012, p. 48). C'est donc la verbalisation des explications de chacun et les interactions entre pairs qui vont permettre de construire le savoir ou la partie constructible du savoir.

Les élèves échangent leurs idées, s'écoutent, émettent des hypothèses sur le problème posé. Ils prennent conscience des différents points de vue, argumentent, doutent, approuvent ou réfutent certaines propositions ou démontrent également que c'est impossible. Ainsi, grâce à ce débat, l'élève est face à des contraintes qu'il n'avait pas envisagées, sa pensée individuelle évolue, il peut revoir son propre jugement. Cette coopération interactive favorise alors l'évolution des représentations et permet la construction du savoir entre pairs. Ainsi, nous pourrions faire le lien avec le conflit sociocognitif influencé par Vygotski et repris par Doise et Mugny, psychologues qui se sont intéressés aux interactions comme source du développement cognitif. Selon eux, au cours d'une interaction au sein d'un groupe, chaque élève est confronté à des points de vue divergents ce qui fait naître un premier déséquilibre interindividuel. Ce qu'on appelle le conflit sociocognitif, c'est lorsque « l'apprenant prend conscience que sa pensée est différente de celle des autres et que celle-ci entre en conflit avec ses connaissances. Ce qui provoque un deuxième déséquilibre de nature intra-individuelle : l'apprenant est amené à reconsidérer, simultanément, ses propres représentations et celles des autres pour reconstruire un nouveau savoir. » (http://edutechwiki.unige.ch/fr/Socio-constructivisme#Conflit_socio-cognitif)

Christian Orange propose trois rôles argumentatifs au sein du débat, il parle alors de proposant, celui qui propose une thèse, une solution au problème, d'opposant, celui qui réfute la proposition et peut aussi proposer une argumentation contre, et de tiers, celui qui doute et ne prend pas position pour l'une ou l'autre thèse. Ces différents rôles sont essentiels au bon déroulement et à l'efficacité du débat. Christian Orange nous offre également les caractéristiques du débat permettant d'amener les élèves à construire des modèles explicatifs :

- « ce sont des débats qui portent sur des problèmes scientifiques : il s'agit avant tout de comprendre des phénomènes ou des évènements ;
- les élèves s'y engagent avec leurs idées qu'ils défendent (seuls ou en groupes) ;
- ces débats se passent en classe, généralement collectivement, et sont conduits par l'enseignant; celui-ci intervient pour organiser le débat, parfois pour poser des questions d'explicitation mais jamais pour valider telle ou telle idée. » (Orange, 2012, p. 49).

Ce débat permet alors aux élèves de construire le problème, d'une part en identifiant les contraintes et d'autre part en faisant émerger les nécessités.

3) Les différents types de problèmes mathématiques : peuvent-ils être vecteurs de problématisation ?

a) Problème ouvert, problème pour chercher

Le problème ouvert vise, chez les élèves, le développement du goût de la recherche et des capacités à chercher. Bien souvent, l'énoncé est court, il concerne un domaine mathématique dans lequel l'élève peut rapidement prendre possession de la situation et s'engager dans des essais. Toutefois, il ne doit induire ni la méthode, ni la solution, afin que l'élève soit totalement en situation de recherche. Pour l'élève, l'objectif est de réinvestir des savoirs anciens et de prendre conscience de la puissance de ses connaissances. Cela lui permet également de mettre en œuvre des compétences mathématiques, de développer des méthodes de travail, des capacités d'argumentation, et sa capacité à faire face à des situations inédites. Ce type de problème ne permet pas réellement de construire un savoir scientifique nouveau, il ne correspond donc pas à nos attentes en ce qui concerne l'apprentissage par problématisation.

b) Situation-problème, problème pour apprendre

Contrairement au problème ouvert, la situation-problème vise un apprentissage nouveau, ce type de problème s'apparente davantage à ce qui nous intéresse dans notre recherche. De nombreux didacticiens se sont intéressés à cette notion, parmi eux, Meirieu dit qu' « un sujet, en effectuant une tâche, s'affronte à un obstacle ». En effet, l'élève doit pouvoir s'engager dans la résolution du problème mais ses connaissances sont insuffisantes pour le résoudre immédiatement et complètement. Ce dernier rencontre des obstacles à surmonter nécessitant

une réorganisation des connaissances antérieures, l'amenant alors à élaborer d'autres stratégies. La situation doit lui permettre également de vérifier si la solution qu'il a élaborée convient ou non. Ainsi, l'élève peut réinvestir des connaissances anciennes et prendre conscience de la limite de certaines autres. Bien sûr, tout comme le problème ouvert, la situation-problème permet de mettre en œuvre des compétences mathématiques. De plus, elle permet de porter un regard critique sur son travail, de questionner les difficultés rencontrées et de se servir de ses erreurs pour avancer. D'après Gérard de Vecchi (didacticien des sciences et en sciences de l'éducation, formateur d'enseignants et maître de conférence en sciences de l'éducation), la situation-problème doit remettre en cause les représentations des élèves. Pour cela elle est représentée comme une « situation provocatrice » qui n'est pas claire pour les élèves et qui va les mettre face à des difficultés pour construire un questionnement. Grâce à l'étayage de l'enseignant, les élèves vont construire progressivement une problématique à laquelle ils vont pouvoir répondre. La manière dont est menée l'activité dépend beaucoup de l'état d'esprit dans laquelle l'enseignant se trouve, il faut laisser la possibilité aux élèves de s'exprimer, de remettre en cause, de proposer, de réfuter, d'argumenter, de produire... De plus, la présence d'une rupture est un élément essentiel dans la situation-problème, elle va à l'encontre des conceptions initiales des élèves et va ainsi donner du sens aux activités et construire de nouveaux savoirs.

c) La tâche complexe

La tâche complexe relève souvent d'un problème issu de la vie courante, ce qui permet de motiver les élèves et de les former à gérer des situations concrètes de la vie réelle, cela peut alors leur permettre de prendre conscience de l'utilité des mathématiques dans la vie quotidienne. Ces situations mobilisent simultanément des connaissances, des capacités et des attitudes favorisant la mise en place de stratégies de résolution propres à chacun et la prise d'initiative. Ainsi, ces situations remobilisent différents savoirs et savoir-faire plus ou moins anciens, et ne permettent alors pas de construire un nouveau savoir, ces situations ne sont donc pas propices à la problématisation.

4) La construction des explications par les élèves

Les élèves vont construire leurs arguments à travers tout le processus de problématisation, et ce à partir de la question de départ. La construction de ces justifications se joue lors de la mise en tension des contraintes et des nécessités du problème, c'est-à-dire entre ces deux interrogations : « pourquoi ce n'est pas possible ? » et « pourquoi ce n'est pas autrement ? ».

Ainsi, les contraintes issues d'une réflexion partagée vont aider les élèves à confronter leurs représentations, les mettre en lien ou en tension pour imaginer et faire émerger des nécessités et des impossibilités qui leur permettront de déconstruire leurs représentations initiales et par conséquent de construire de nouveaux concepts.

5) La résolution de problèmes dans les programmes scolaires

Dans le Bulletin Officiel du 26 avril 2018, portant sur la résolution de problèmes à l'école primaire, il est noté que « La résolution de problèmes doit être au cœur de l'activité mathématique des élèves tout au long de la scolarité obligatoire. Elle participe au questionnement sur le monde et à l'acquisition d'une culture scientifique, et par là contribue à la formation des citoyens. Elle est une finalité de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire, mais aussi le vecteur principal d'acquisition des connaissances et des compétences visées ».

L'objet de cette recommandation est d'encourager la mise en place d'un enseignement permettant de développer l'aptitude des élèves à résoudre des problèmes. Cela nécessite de conduire régulièrement un travail structuré et méthodique pour faire acquérir aux élèves les connaissances et compétences qui leur permettront dans un premier temps de comprendre et de s'approprier le problème posé, puis de réfléchir à une stratégie pour le résoudre, en faisant des essais-erreurs.

A l'issue de la recherche, la mise en œuvre de la stratégie établie et la verbalisation favoriseront la prise de recul sur leur travail, s'assurant de la pertinence de la proposition, et repérant ce qui a été efficace et ce qui ne l'a pas été. Cela dans le but d'en tirer profit pour faire des choix de stratégies lors de futures résolutions de problèmes.

Monsieur Blanquer, ministre de l'Education Nationale, en bas de cette note d'information, conclut que « la résolution de problèmes, au centre de l'activité mathématique, engage les élèves à chercher, émettre des hypothèses, élaborer des stratégies, confronter des idées pour trouver un résultat. Qu'elle soit proposée individuellement ou collectivement en invitant les élèves à collaborer avec leurs pairs, la tâche de résolution de problèmes permet aux élèves d'accéder au plaisir de faire des mathématiques. »

Dans les nouveaux programmes scolaires de mathématiques, parus au Bulletin Officiel du 26 juillet 2018, il est écrit qu' « au cycle 2, la résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves, développant leurs capacités à chercher, raisonner et communiquer. Les problèmes permettent d'aborder de nouvelles notions, de consolider des acquisitions, de provoquer des questionnements. Ils peuvent être issus de situations de vie de classe ou de situations rencontrées dans d'autres enseignements, notamment « Questionner le monde », ce qui contribue à renforcer le lien entre les mathématiques et les autres disciplines. Ils ont le plus souvent possible, un caractère ludique. On veillera aussi à proposer aux élèves dès le CP des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas de simples problèmes d'application à une ou plusieurs opérations mais nécessitent des recherches avec tâtonnements. » D'après ces recommandations, et comme nous l'avons vu auparavant, les différents types de problèmes sont donc à proposer au cycle 2.

B. La construction du nombre

1) Notre système décimal, une connaissance fondamentale

Notre système de numération décimale de position est un système permettant d'écrire tous les nombres à l'aide de dix symboles appelés chiffres. La base d'un système de numération est le nombre de symboles utilisés pour représenter les nombres, ainsi notre système est décimal, autrement dit en base dix, car il comporte dix chiffres. Il est également dit de position parce que la valeur d'un chiffre dépend de la position qu'il occupe dans le nombre. Ainsi dans le nombre 252, le 2 de gauche désigne le chiffre des centaines (il se lit « deux cents ») tandis que le 2 de droite désigne celui des unités (il se lit « deux »).

L'une des premières utilisations du nombre est de désigner une quantité, autrement dit de permettre de dénombrer une collection. Plusieurs procédures de dénombrement sont alors possibles. Notre système de numération étant décimal, l'une d'elles consiste à regrouper les objets de la collection par paquets de dix. Ainsi, les élèves qui auront construit cette nécessité, pourront dénombrer rapidement et efficacement une grande quantité d'objets et écrire le cardinal de la grande collection avec beaucoup de facilités. Prenons l'exemple d'un élève devant dénombrer une collection contenant 64 objets dessinés sur une feuille. L'élève peut, armé de son stylo :

- les pointer afin de les compter un à un (« un », « deux », ... « soixante-quatre) avec tout le risque d'erreur que cette tâche fastidieuse comporte,
- les entourer afin de constituer des paquets et additionner le cardinal de chaque paquet ($5 + 5 = 10$, $10 + 6 = 16$, $16 + 3 = 19$...)
- ou bien, faire le maximum de paquets de 10, laisser des objets isolés quand il y en a moins de 10, et « lire » le cardinal de la collection (6 paquets de 10 objets et 4 objets isolés, ça fait « soixante » et « quatre » objets et ça s'écrit 64).

La fragilité de la maîtrise du système de numération et de la compréhension du nombre peut être lourde de conséquence. En effet, ces troubles de l'apprentissage sont difficiles à traiter, leurs causes peuvent être multiples, alors que ces apprentissages sont les bases de tous les futurs apprentissages.

2) La compréhension du nombre au cycle 1

Le nombre est la matière première, l'essence même de toutes les activités mathématiques que nous rencontrerons dans notre vie. C'est pourquoi son processus d'apprentissage est si important, et ce dès le plus jeune âge.

Dans les programmes 2015, il est noté que « L'itération de l'unité (trois c'est deux et encore un) se construit progressivement, et pour chaque nombre. », et que « Les enfants doivent comprendre que toute quantité s'obtient en ajoutant 1 à la quantité précédente (ou en enlevant 1 à la quantité supérieure) et que sa dénomination s'obtient en avançant de 1 dans la suite des noms de nombres ou dans l'écriture des chiffres ». Ainsi, pour permettre ces acquisitions, les activités de dénombrement doivent éviter le comptage-numérotage, c'est-à-dire éviter de théâtraliser la correspondance terme à terme, où un mot-nombre correspond à une unité. Cela ne permet pas de comprendre que le dernier mot-nombre prononcé désigne la quantité.

Selon Rémi Brissiaud, l'enseignement du comptage-dénombrement est privilégié. Enseigner le comptage-dénombrement, c'est théâtraliser une autre correspondance terme à terme, dans ce cas, le mot-nombre correspond à la quantité des unités déjà prises en compte. Autrement dit, enseigner le comptage-dénombrement, c'est théâtraliser une propriété fondamentale du nombre, l'itération de l'unité, qui est la propriété selon laquelle, deux c'est un et encore un. Il faut prononcer le nombre de la quantité lorsque l'on associe les objets, lorsque la collection est formée, et non pas lorsqu'on saisit l'objet. Ainsi, la quantité formée correspond au dernier

mot-nombre prononcé. Pour être encore plus explicite pour enseigner le comptage-dénombrement, en déplaçant un à un les jetons par exemple, on peut dire : « un jeton et encore un, deux jetons, et encore un, trois jetons, et encore un, quatre jetons. » Dans ce cas, le nom de l'unité est prononcé. En verbalisant le mot jeton, l'enseignant ajoute des unités grammaticales, on comprend alors que le mot « quatre » est un déterminant cardinal qui exprime une quantité.

Les objectifs d'apprentissage pour les élèves de cycle 1, sont de connaître les compositions et décompositions du nombre, jusqu'à trois pour les élèves de petite-section, jusqu'à cinq pour les moyens, puis jusqu'à 10 pour les élèves de grande-section. Ainsi, des fondements solides de la compréhension du nombre permettront aux élèves de s'engager aisément dans les diverses activités mathématiques proposées au cycle 2.

3) La compréhension du nombre au cycle 2

D'après les programmes scolaires de 2018, la construction du nombre au cycle 2 passe par la compréhension « que le successeur d'un nombre entier c'est ce nombre plus un », et par l'utilisation de diverses écritures de numération. En utilisant les unités de numération telles que les dizaines et les centaines, les élèves seront amenés à décomposer et recomposer les nombres additivement et multiplicativement. Ils manipuleront les nombres afin de dénombrer, ordonner, repérer, comparer, tout en apprenant à les nommer, les lire, les écrire et les représenter. Cette compréhension du nombre est un objectif majeur au cycle 2, elle favorise l'aisance dans l'appropriation de stratégies de calcul et la résolution de problèmes. Des allers-retours réguliers entre ces trois axes permettent de fonder des bases solides pour toutes les futures activités mathématiques.

4) Les obstacles possibles

a) Les difficultés rencontrées par les élèves

Les élèves peuvent rencontrer de nombreux obstacles en lien avec la compréhension du nombre, et cela dès le cycle 1, c'est pourquoi la connaissance du nombre est un objectif majeur à l'école primaire, l'enseignant doit donc y être vigilant.

Pour un jeune enfant, la première difficulté pourrait être, lors d'un comptage-dénombrement, de ne pas réussir à coordonner son pointage avec le déroulement de la comptine numérique, effectivement la coordination s'acquiert progressivement au rythme du développement de l'enfant. La connaissance instable ou erronée de la suite numérique peut également être un obstacle. En effet, les irrégularités des mots-nombres compris entre dix et vingt ne nous facilitent pas la tâche, leur désignation orale peut donc être un obstacle. Notre désignation orale n'est pas positionnelle, elle est additive et multiplicative avec de nombreuses exceptions. Autrement dit lorsqu'on lit un nombre, on n'entend pas ce qu'on écrit et inversement on n'écrit pas ce qu'on entend. L'enseignant doit donc effectuer un travail important sur la correspondance entre le nom du nombre et son écriture chiffrée.

Lorsque l'enseignant demande aux élèves de dénombrer une collection d'objets, certains peuvent réciter la comptine numérique jusqu'au dernier objet, sans faire de lien entre le dernier mot-nombre prononcé et la quantité totale d'objets. Dans ce cas, l'aspect cardinal du nombre n'est pas encore acquis. Un élève a acquis cet aspect du nombre, lorsqu'il reconnaît que le dernier mot-nombre désigne le total de l'ensemble, le dernier mot-nombre prononcé, « 6 » par exemple, devient « il y en a 6 ».

Dénombrer une grande collection d'objets peut également être une difficulté pour ceux qui n'ont pas construit la nécessité d'opérer des groupements par 10 et qui n'ont pas mis de sens à réaliser ces groupements. Ceux qui ne réalisent pas ces paquets, prennent un risque important de faire des erreurs.

b) La difficulté au quotidien

Une personne qui n'aurait pas construit le nombre se retrouverait vite stigmatisée, en marge de notre société où tout est chiffre. En effet, les mathématiques font partie intégrante de notre quotidien, où il nous est toujours demandé d'aller plus vite, d'être plus efficaces. Cette personne devrait donc utiliser ses doigts pour compter, ou devrait schématiser ou bien encore poser les calculs parce qu'elle aurait compris l'algorithme mais n'en aurait pas perçu le sens. Elle pourrait également avoir des lacunes en ce qui concerne l'automatisation des résultats de calculs, parce que la compréhension du nombre n'est pas correctement fondée. Prenons l'exemple d'une addition : $17 + 9$, si la personne n'a pas perçu que 9 est égal à $10 - 1$, elle sera moins rapide qu'une personne qui en aura conscience, elle mettra 17 dans sa tête et surcomptera à l'aide de 9 doigts.

C. La Méthode Heuristique de mathématiques

1) La MHM : enseigner les mathématiques autrement à l'école

Le choix de cette approche en mathématiques s'est offert à mon binôme et à moi lors de notre stage filé dans une classe de CP-CE1. Jusque-là inconnue pour nous deux, nous avons dû nous approprier la méthode heuristique de mathématiques, appelée la MHM, et en comprendre les enjeux et objectifs.

2) Présentation du projet

Nicolas Pinel, ancien conseiller pédagogique et professeur dans l'académie de Rouen, aujourd'hui inspecteur de l'Education Nationale, a élaboré cette méthode dans le but d'offrir une façon innovante d'appréhender les mathématiques dans le premier degré. Cette dernière « s'est construite à partir d'un constat sur l'enseignement des mathématiques, sur les résultats des élèves en France et sur le rapport que professeurs et élèves entretiennent avec la discipline » (p. 12). En effet, Nicolas Pinel se base sur les programmes officiels de 2015 fondés sur six compétences majeures qui sont : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer. Il s'est également appuyé sur différentes enquêtes tournées vers les élèves, telles que l'enquête PISA (Programme International de Suivi des Acquis), évaluation qui a lieu tous les trois ans pour les élèves âgés de quinze ans dans les domaines des sciences, de la compréhension de l'écrit et des mathématiques, ou l'enquête CEDRE (Cycle d'Evaluations Disciplinaires Réalisées sur Echantillon). Il s'est aussi appuyé sur des enquêtes tournées vers les enseignants du primaire comme du secondaire. On note, entre autre, une enquête qu'il a menée du côté des professeurs des écoles français consistant à analyser le rapport que les professeurs polyvalents ont avec les mathématiques.

Nombreux sont les constats qui découlent de ces enquêtes, on observe par exemple que : le profil des professeurs est peu scientifique, plus de la moitié des professeurs interrogés ne se considère pas satisfaite de sa méthode d'enseignement des mathématiques, entre 10 et 15% de ces derniers ne se sentent pas à l'aise pour préparer leurs séances et/ou se déclarent en difficultés dans leur enseignement, l'enseignement des mathématiques semble souvent peu stimulant et trop formel, « anxiété » et « mauvais résultats » sont corrélés, être bon en

mathématiques serait génétique, ou encore, les mathématiques seraient un facteur de déterminisme social.

Ainsi, grâce aux résultats des enquêtes, aux neurosciences et à l'influence de certains pays (Singapour, pays nordiques) Nicolas Pinel met en exergue l'importance de rendre l'apprentissage des mathématiques moins abstrait et plus ancré dans le réel, le tout construit autour du principe d'éducabilité et de bienveillance.

3) Qu'est-ce que la MHM ?

Cette méthode est née à la rentrée 2014 et a été expérimentée par trois professeures des écoles. De nombreux autres professeurs ont choisi cette méthode afin d'expérimenter de nouvelles formes de travail et activités. Elle en est devenue un vrai travail collaboratif qui est adapté aux classes à double niveau.

Dans son ouvrage, Nicolas Pinel explique que cette méthode allie différentes procédures d'enseignements pour que les élèves découvrent et s'approprient le savoir. Ainsi, cinq principes ont permis la création de cette méthode :

« Offrir une culture mathématique positive » : l'enseignant est là pour redonner goût et une image positive et attrayante des mathématiques, tant pour les élèves que pour les parents.

« Offrir un environnement adapté » : il faut repenser l'aménagement de la classe dans la mesure où les élèves doivent pouvoir travailler seuls, en binôme ou en groupe. Cette classe doit être aménagée pour pouvoir donner aux élèves envie d'apprendre. Un coin mathématiques est également prévu et accessible à tous dans la classe ainsi qu'une zone d'affichages.

« Répondre aux besoins des élèves » : il faut mettre en place de la différenciation au sein de la classe, donner une grande place à la parole pour pouvoir développer la confiance en soi et redonner une place à l'erreur.

« Manipuler pour conceptualiser » : la manipulation est là pour permettre aux élèves d'accéder à la symbolique et aux concepts qui y sont rattachés. Il faut aider les élèves à se construire une représentation de la situation en jeu. La manipulation permet d'agir de façon concrète sur les apprentissages et le concept. Pour cela, il faut leur proposer du matériel diversifié afin de leur offrir différentes entrées possibles (bande numérique, droite graduée, cube, ficelle, bâton, matériel de base 10, cartons nombre, calepin des nombres, abaque, formes géométriques...).

« Connecter les mathématiques au monde » : faire prendre conscience que le monde dans lequel on vit est mathématique.

La structure de la programmation des apprentissages est différente d'une méthode construite sur un enchaînement tel que la découverte du savoir, la leçon, les exercices et une évaluation avec un découpage de l'emploi du temps en fonction des domaines en jeu (numération, géométrie, calcul, résolution de problèmes...).

Un objectif important de la MHM est de lutter contre l'oubli. Ainsi, la progression des contenus s'inscrit dans un double fonctionnement. Le premier, appelé « semi-massé » consiste à traiter des notions importantes sur plusieurs séances mais de réaliser une pause pour permettre aux élèves de « murer » certains savoirs ou procédures. Le second, appelé « cyclique », consiste à revenir régulièrement sur chaque compétence pendant les activités ritualisées et le calcul mental. Le but est de créer de nombreuses connexions entre les modules d'apprentissage.

4) Fonctionnement global de la MHM

La méthode est constituée de 24 modules de 5 à 8 séances d'une durée d'une heure environ. Plusieurs temps sont mis en œuvre pendant les séances : les activités orales ritualisées, le calcul mental, la résolution de problèmes, l'apprentissage (comportant des situations de découverte, des activités d'entraînement et un temps d'évaluation).

Les activités orales ritualisées permettent de réinvestir des connaissances ciblées par le professeur. Elles font appel à tous les outils mis à disposition dans la classe pour les élèves. Par exemple, réciter la bande numérique à partir d'un nombre donné, compter de x en x , lire des nombres sous différentes formes (verbales, chiffrées, décomposées...)

Le calcul mental « n'est pas l'apprentissage de recettes de calcul sans compréhension, mais plutôt une gymnastique réfléchie et consciente sur les nombres, les propriétés des opérations, s'appuyant sur des connaissances mémorisées » (p. 110). Le but est de permettre d'automatiser les procédures de calcul de la part des élèves et de réfléchir par eux-mêmes. La résolution de problèmes dans la MHM est représentée sous deux formes. Sous forme orale (l'enseignant lit l'énoncé du problème et l'affiche si besoin) ou écrite (la résolution se fait via les fichiers à disposition dans la méthode).

Les situations d'apprentissage peuvent apparaître sous différentes formes, les situations de découverte (elles vont permettre aux élèves de découvrir une nouvelle procédure de calcul réfléchi, une nouvelle notion ou un nouvel outil) ou les situations problèmes (elles vont permettre aux élèves d'entrer dans une phase de recherche en laissant les élèves échanger et débattre). Pour pouvoir stabiliser et installer les procédures et les savoirs en jeu, des activités de renforcement et d'entraînement sont mis en place par la suite.

5) Construire la nécessité de groupements par dix avec la programmation en CP-CE1 de la Méthode Heuristique de Mathématiques

L'auteur propose un déroulement cyclique des apprentissages sur l'année en créant de multiples connexions entre les différents modules, ceci afin de revenir régulièrement sur chaque compétence.

L'objectif primordial du cycle 2 est la construction du nombre qui s'effectue grâce à une multitude d'activités. Ainsi, cette méthode propose d'instaurer des rituels quotidiens y contribuant. En effet, le rituel « les jours d'école » aussi appelé « chaque jour compte » accompagne la construction du nombre et balise le temps jusqu'à la fête du 100ème jour, alors que le rituel « les économies » permet de travailler régulièrement les échanges. Dans cette méthode, la construction du nombre se joue dans chaque module, elle passe par des activités consolidant la connaissance des nombres, et favorisant la compréhension et la construction du système décimal. Pour développer cela, des activités, entre autres, de lecture des nombres, ainsi que la fleur des nombres et le jeu du banquier sont recommandées.

Dans ce manuel, nous avons relevé des activités de décompositions des nombres, des activités utilisant diverses représentations des nombres et diverses écritures des nombres, notamment en unité de numération, ainsi que des activités de dénombrement. Ces diverses activités, régulièrement fréquentées permettent aux élèves de comprendre la nécessité d'effectuer des groupements par dix pour dénombrer de grandes collections d'objets. En effet, la notion de dénombrement apparaît pour la première fois lors du module 5, en séance 4, c'est-à-dire en deuxième période de l'année scolaire. Ainsi, la première période laisse le temps à l'enseignant de découvrir et connaître ses élèves, et d'évaluer leur niveau de compétence. La première période s'appuie donc directement sur les apprentissages vécus au cycle 1, en complexifiant progressivement les nombres. Il est principalement question de connaissances des nombres,

avec des activités de décomposition, et utilisant différentes représentations et écritures. A partir de la deuxième période, nous pouvons compter une quinzaine d'activités de dénombrement, où la nécessité de groupements par dix doit émerger dès la première séance.

Pour dénombrer une grande collection d'objets, nous constatons dans ce manuel, que la nécessité de réaliser des groupements par dix est régulièrement travaillée. Cependant, cela nous laisse penser que cette notion est développée pour son efficacité, c'est-à-dire pour faire le moins d'erreurs possibles lors du comptage-dénombrement, cela nous donne alors l'impression que l'un des buts du groupement par dix est oublié : celui qui consiste à lire et écrire rapidement le cardinal de la collection sans avoir à recompter de 10 en 10 le contenu des paquets, autrement dit, ce qui consiste à dire « 6 paquets de 10 objets et 4 objets isolés, ça fait « soixante » et « quatre » objets et ça s'écrit 64 ».

II. Construction de la problématique et hypothèses de recherche

A. Emergence de la problématique

Ma binôme et moi avons débuté notre stage en classe de CP-CE1, en milieu de première période, et nous avons rapidement constaté que la construction du nombre occupait une place importante dans l'enseignement des mathématiques. Il s'agit régulièrement d'utiliser diverses désignations du nombre, des écritures additives, des écritures en unités de numération, à l'aide de tableaux de numération ou bien avec du matériel tel que les cubes représentant les unités et les barres, les groupements de dix unités. Cette fréquentation des diverses désignations contribue ainsi à la compréhension et à l'utilisation des nombres dans le but de dénombrer, ordonner, repérer ou comparer. Les rituels proposés par l'enseignante sont d'ailleurs des activités mathématiques où il s'agit de dénombrer, décomposer, échanger... Nous avons également observé que le dénombrement est une activité importante et récurrente, surtout en CP. Nous nous sommes alors intéressées à cette activité, en nous interrogeant sur la manière de leur enseigner, ou plutôt sur une manière de faire émerger une procédure rapide et efficace pour dénombrer des collections de plus en plus grandes. Nous nous sommes alors posé la question suivante: Comment peut-on faire construire, par des élèves de CP-CE1, la nécessité de faire des groupements par dix pour dénombrer une collection contenant un grand nombre d'objets ?

Compte tenu des niveaux hétérogènes des élèves, et surtout du niveau d'expertise de certains, et de la fréquentation des diverses désignations du nombre, la nécessité de groupements par dix a rapidement émergé, et ce dès la première activité que nous avons proposée aux élèves. Quelques élèves n'ont pas encore acquis cette stratégie, ils n'ont pas encore construit cette nécessité qui consiste à dénombrer une grande collection d'objets. Au fil de nos activités, de nos recherches, de nos analyses, nous nous sommes rendu compte que finalement beaucoup n'avaient pas compris et construit le sens des groupements par dix. Nos interrogations se sont alors recentrées sur le sens et ainsi sur le second objectif de la nécessité de faire des paquets de dix, autrement dit sur le fait d'écrire et de lire directement le cardinal de la collection sans avoir à recompter les objets. Notre problématique est alors devenue:

« Comment faire construire, par des élèves de CP-CE1, la nécessité de faire des groupements pour faciliter le dénombrement d'une grande quantité d'objets et comment leur faire construire que les groupements par dix sont les meilleurs car ils facilitent l'écriture du nombre en chiffres dans notre système de numération décimale de position ? »

B. Les hypothèses de recherche

Au début de la recherche nos hypothèses étaient :

-Pour dénombrer une grande quantité d'objets, les enfants comptent de un en un avec leur doigt.

-Il est possible de faire construire grâce au cadre de la problématisation la nécessité de faire des groupements de dix.

Devant la réussite de MHM à leur faire construire la nécessité de faire des groupements, alors ces hypothèses se sont modifiées :

- Le cadre de la problématisation va nous permettre d'apprécier la réussite de MHM à faire comprendre aux élèves la nécessité de faire des groupements pour dénombrer une grande collection.

-Le cadre de la problématisation nous permet de construire et d'analyser des séances dans lesquelles les élèves comprennent la nécessité de réaliser des groupements par dix, et le lien entre ces groupements et l'écriture du cardinal.

Toute la suite de ce mémoire est consacrée à la validation ou non de ces hypothèses.

III. Méthodologie de recueil de données et d'analyse

A. Méthodologie de recueil de données

Ma binôme et moi sommes en stage une fois par semaine, tous les mardis, dans une école urbaine de La Flèche, en Sarthe. Nous sommes dans une classe à double niveau, en CP-CE1, comptant quinze CP et douze CE1, la classe n'est pas très grande, il y a très peu d'espace pour circuler entre les tables. Les vingt-sept élèves sont disposés en îlots, trois îlots de quatre élèves de CE1, et trois îlots de cinq élèves de CP. Tous les matins, la classe accueille deux élèves de l'Unité Localisée pour l'Inclusion Scolaire, l'un en CP, l'autre en CE1. L'enseignante suit la Méthode Heuristique de Mathématiques, elle a donc consacré un espace de sa classe pour le matériel mathématique. Elle propose également des rituels quotidiens liés à la date, au nombre d'élèves présents, au nombre de demi-pensionnaires, au nombre de jours d'école, en épelant en particulier ce dernier mot-nombre et en le désignant avec le matériel de numération et de la monnaie permettant ainsi les échanges. Le niveau des élèves de CP en mathématiques est hétérogène, trois élèves sont plus experts alors que trois sont moins avancés. Certains élèves de CP peuvent parfois monopoliser l'attention de l'enseignante, par des prises de parole intempestives, du papillonnage, et une attitude nonchalante lorsqu'il s'agit de se mettre en situation d'apprentissage.

Pour ce travail de recherche, notamment pour analyser et vérifier nos hypothèses, nous avons d'abord récupéré les activités qui ont été réalisées sur feuille. L'évaluation diagnostique, nous a permis entre autres, d'observer les procédures utilisées par les élèves et de constater le taux de productions avec essais de groupements (par dix ou autre) et de productions avec comptage de un en un. Cette analyse nous a permis de penser la suite de la séquence en fonction des réussites de chacun.

Nous avons filmé nos séances que nous avons ensuite transcrites afin de relire les échanges des élèves et de repérer les mots ou phrases qui relèvent du registre empirique et celles qui relèvent du registre des modèles. Nous avons pu observer ce qui tient des représentations initiales des élèves, ce que chacun exprime au départ, puis au fil du débat, des réflexions et de nouvelles représentations se sont construites.

Le recueil de données s'est avéré difficile. L'une de nous menait la séance avec les élèves et l'autre la filmait. Les vingt-sept élèves travaillant par groupes, il nous était alors impossible

d'enregistrer les interactions de chaque groupe simultanément. Parfois l'enregistrement avait lieu autour d'un groupe, et nous entendions des interactions plus intéressantes ailleurs.

| Discipline : Mathématiques | | Séquence : La construction du nombre : Nécessité de faire des groupements de 10 | Cycle : 2 Niveau : cp-ce1 |
|--|--------------|---|-------------------------------------|
| <p><u>Socle commun :</u></p> <p>-Les langages pour penser et communiquer -Les méthodes et outils pour apprendre</p> <p><u>Objectif principal :</u> Amener les élèves à construire la nécessité de réaliser des groupements par 10 pour dénombrer des collections d'objets et lire le cardinal de la collection instantanément.</p> <p><u>Compétences :</u></p> <p>-Comprendre et utiliser les nombres entiers pour dénombrer -Utiliser diverses stratégies de dénombrement -Nommer, lire, écrire et représenter des nombres entiers</p> | | | |
| Séances | Temps | Activité des élèves | |
| 1 | 30 min | <p><u>Dénombrer une collection de fourmis:</u> Nous leur proposons une collection de fourmis (cp : 52- ce1 :104) à compter sur feuille pour recueillir leurs procédures. (évaluation diagnostique). Après 2 minutes d'activité, nous arrêtons les élèves en leur demandant de venir voir rapidement une fourmi au sol.</p> <p>Activité complémentaire : représentation/ imagination : j'ai 10 pommes, 10 pommes, 10 pommes, et 6 pommes, combien j'ai de pommes ?</p> | |

| | | |
|---|--------|--|
| 2 | 35 min | <p><u>Dénombrer une collection d'allumettes:</u></p> <p>Nous leur proposons une collection d'allumettes à dénombrer, par groupe de 4 ou 5 élèves (CP: 127 - CE1: 347). Les élèves doivent échanger leurs idées, s'accorder sur la procédure qu'ils pensent la plus efficace et ensuite s'organiser et coopérer pour dénombrer la collection. Ils doivent noter le résultat obtenu sur une feuille.</p> <p>A l'issue de ce travail de recherche, nous leur proposons une mise en commun où chaque groupe fait part du résultat trouvé et de la démarche employée par le groupe, cela peut donner lieu à divers échanges.</p> |
| 3 | 30 min | <p><u>Dénombrer une collection de doigts:</u></p> <p>Nous leur proposons une situation problème où ils doivent compter le nombre de doigts dans la classe. Individuellement, sur une feuille, ils doivent noter la procédure utilisée. A l'issue de cette première recherche, nous proposons une mise en commun pour que les élèves échangent leurs idées, leurs stratégies et leurs réflexions.</p> <p>Nous complétons l'activité en demandant au CP de réaliser le même travail avec cette fois-ci les élèves de notre classe et ceux des classes de CE1 et de CE2. Pour les ce1, nous leur demandons de compter les doigts de tous les élèves de l'école.</p> <p>Une mise en commun a lieu pour échanger sur les procédures et faire émerger les différentes remarques.</p> |
| 4 | 30 min | <p><u>Dénombrer des collections de 6 œufs et de 10 œufs:</u></p> <p>Sous forme d'ateliers, par groupe de 4 élèves soit 2 binômes, nous proposons à l'un des groupes des boîtes de 6 œufs vides et à l'autre des boîtes de 10 œufs vides. Nous leur donnons une collection de jetons, qui représentent les œufs. Les élèves doivent alors remplir leurs boîtes et dire le cardinal de la collection, le plus rapidement possible. Chaque groupe exprime sa procédure, ce qui donne lieu ensuite à des échanges avec l'autre binôme.</p> |
| 5 | 30 min | <p><u>Dénombrer une collection en paquets de 8 jetons :</u></p> <p>Nous distribuons des enveloppes avec le chiffre 8 écrit dessus, dans chacune d'elles est insérée une feuille pliée</p> |

| | | <p>avec 8 jetons dessinés. Nous distribuons plusieurs enveloppes à chaque groupe et des jetons isolés. Chaque groupe de 2 élèves a une collection différente. Les élèves réfléchissent par 2 et comptent leur nombre de jetons dessinés. A l'issue de leur recherche, nous procédons à une mise en commun. Différents groupes viennent noter leurs résultats sur une affiche dans un tableau à double entrée, et présentent la ou les procédures mises en œuvre. Ce tableau sera affiché sur un mur de la classe.</p> | | | | | | | | |
|----------|---------------------|--|-------|---------------------|---------------|-------|----------|--|--|--|
| | | <table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="539 469 911 523"></th> <th data-bbox="911 469 1279 523">Nombre d'enveloppes</th> <th data-bbox="1279 469 1648 523">Jetons isolés</th> <th data-bbox="1648 469 2018 523">Total</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="539 523 911 577">Binôme A</td> <td data-bbox="911 523 1279 577"></td> <td data-bbox="1279 523 1648 577"></td> <td data-bbox="1648 523 2018 577"></td> </tr> </tbody> </table> | | Nombre d'enveloppes | Jetons isolés | Total | Binôme A | | | |
| | Nombre d'enveloppes | Jetons isolés | Total | | | | | | | |
| Binôme A | | | | | | | | | | |
| 6 | 30 min | <p><u>Dénombrer une collection en paquets de 10 jetons :</u></p> <p>(conserver le tableau de la séance précédente pour comparer. L'affiche sera toujours visible sur le mur de la classe, mais nous ne le précisons pas aux élèves)</p> <p>La séance 3 se déroule de la même façon que la séance 2 avec comme différence, la quantité par paquets. A l'issue de cette séance, l'écriture du nombre est alors rapide et facile. Les élèves expriment leur ressenti. Si cela n'émerge pas des élèves, nous pouvons alors évoquer, rappeler le dénombrement par paquets de 8, de la séance 2. Les élèves comparent alors les deux méthodes de dénombrement d'une quantité. Et doivent se rendre compte de l'intérêt des groupements par 10.</p> <p>Une mise en commun est alors faite sur un tableau similaire à celui de la séance précédente. Nous comptons sur les capacités d'observation des élèves pour remarquer que lorsque les points sont regroupés en paquets de 10 et en points isolés, le nombre de paquets et le nombre de points correspondent exactement à l'écriture du nombre désignant le cardinal de la collection.</p> <p>Institutionnalisation: "Pour compter plus facilement une grande quantité d'objets, il faut prendre son crayon et entourer des paquets de 10 objets. On associe le nombre de paquets de 10 et les unités, on peut alors lire très</p> | | | | | | | | |

| | | |
|---|--------|---|
| | | rapidement le nombre d'objets de la collection." |
| 7 | 45 min | <p><u>Dénombrer la collection d'enfants de l'école représentés par des œufs:</u></p> <p>Sous forme d'activité détachée, nous proposons à un groupe de 4 ou 5 élèves de représenter le nombre d'élèves de la classe avec des œufs. Ces œufs doivent remplir les boîtes de 10 alvéoles, 10 œufs = 1 boîte remplie et fermée.</p> <p>Ensuite, les élèves doivent aller dans toutes les classes pour récupérer les boîtes d'œufs préparées par chaque enseignant, représentant ainsi le nombre d'élèves par classe. Les élèves réunissent toutes les boîtes, et procèdent à des échanges pour compléter les boîtes, une seule boîte peut ne pas être remplie. Les élèves peuvent alors obtenir le nombre d'élèves de l'école.</p> |

B. Méthodologie d'analyse

Face à la grande quantité d'objets ils ne trouvent pas tous le même cardinal, avec des techniques qui vont de « je pointe chaque objet en essayant de synchroniser ma comptine numérique » à « j'entoure des objets » en passant par « je barre un à un chaque objet compté ». Il faut alors se demander quelle méthode de dénombrement est la plus efficace, nous, enseignants et chercheurs, savons que notre système de numération est décimal et de position, alors la méthode la plus efficace est nécessairement celle des groupements de dix. Cette réflexion nous permet de construire un espace de contraintes a priori.

Rappelons que nous tentons de répondre à la problématique suivante: «Comment faire construire, par des élèves de CP-CE1, la nécessité de faire des groupements pour faciliter le dénombrement d'une grande quantité d'objets et comment leur faire construire que les groupements par dix sont les meilleurs car ils facilitent l'écriture du nombre en chiffres dans notre système de numération décimale de position ?»

Avant de commencer notre analyse, nous avons d'abord procédé à une analyse a priori nous permettant de réfléchir par anticipation aux éventuelles propositions des élèves et aux procédures employées. Voici alors, à travers nos données, ce que nous cherchons pour valider ou invalider nos hypothèses.

| Hypothèses | Recueil de données | Indicateurs Méthodologie d'analyse Ce que je cherche |
|---|---|---|
| <p>1 « Pour dénombrer une grande quantité d'objets, les enfants comptent de un en un avec leur doigt.»</p> | <p>- Evaluation diagnostique : Activité individuelle sur feuille - Vidéo de cette première séance</p> | <p>Dans la vidéo: Voir des enfants pointer les fournis Sur les feuilles : Les objets entourés ou barrés un par un</p> |
| <p>Après analyse des résultats de l'hypothèse 1</p> | | |

| | | |
|--|--|---|
| <p style="text-align: center;">2</p> <p>« Il est possible de faire construire grâce au cadre de la problématisation la nécessité de faire des groupements de dix »</p> | <p>Vidéo des séances</p> | <p>Dans les transcriptions: Recherche de connecteurs, de thèses, des références aux groupements</p> |
| <p style="text-align: center;">3</p> <p>« Le cadre de la problématisation va nous permettre d’apprécier la réussite de MHM à faire comprendre aux élèves la nécessité de faire des groupements pour dénombrer une grande collection. »</p> | <p>Lecture et analyse de la Méthode Heuristique de Mathématiques</p> | <p>Dans les objectifs généraux des modules, rechercher des formulations du type: construction du nombre, compréhension du système décimal, les différentes écritures des nombres....</p> |
| <p style="text-align: center;">4</p> <p>« Le cadre de la problématisation nous permet de construire et d’analyser des séances dans lesquelles les élèves comprennent la nécessité de réaliser des groupements par dix, et le lien entre ces groupements et l’écriture du cardinal.»</p> | <p>Vidéo des séances</p> | <p>Dans les transcriptions: Recherche de connecteurs (oui mais, non donc), de thèses, des références aux groupements de dix et références à l’écriture des nombres, et à la comparaison de différents groupements.</p> |

Dans les différentes interactions, nous nous attendons à ce que les élèves construisent des contraintes et des nécessités à partir de leur registre empirique, ce qui leur permettra ensuite de construire de nouvelles explications. L'espace de contraintes a priori qui suit, permet de penser le cheminement possible des élèves.

Registre empirique

L'élève trouve difficile de compter une grande quantité d'objets.

Si on le dérange, l'élève doit tout recommencer

L'élève compte de un en un en barrant chaque objet ou écrit un numéro sous chaque objet

L'élève fait des paquets

L'élève fait des paquets de 10 puis recompte de 10 en 10 pour connaître le cardinal

Registre des modèles

Construire des groupements, témoigne de la compréhension de l'efficacité pour dénombrer une grande quantité d'objets.

Nécessité d'être armé d'un crayon

Nécessité de bien compter tous les objets sans les recompter

Nécessité de faire des paquets de 10.

Registre explicatif

Dénombrer

IV. Analyse

Lors de la première séance nous souhaitions observer les procédures mises en place par les élèves pour dénombrer une grande quantité d'objets. Pour cela, nous avons choisi de travailler sur table, de façon individuelle. Les 15 CP avaient une feuille avec 52 fourmis, les CE1 avaient une feuille avec 104 fourmis, toutes disposées de façon non organisée.

La consigne donnée aux élèves était de compter toutes les fourmis, avec la méthode qu'ils souhaitaient tout en notant sur la feuille leurs démarches et le résultat obtenu pour que nous puissions observer leur procédure. Nous les avons laissé chercher, seuls. Lorsque les élèves étaient en pleine réflexion sur le travail donné, nous les avons arrêtés brusquement dans leur travail en leur demandant de venir voir des fourmis (imaginaires) dans le couloir. Le but était de permettre aux élèves de constater l'efficacité de leur démarche pour dénombrer les fourmis sur les feuilles et s'ils avaient besoin de tout recompter ou non. Après que toute la classe est allée voir dans le couloir, les élèves sont retournés à leur place et ont continué à dénombrer les fourmis. Nous avons par la suite récupéré toutes les productions des élèves pour les analyser.

Analyse des productions des élèves de la séance 1

La classe de CP-CE1 compte 27 élèves mais lors de la séance 1, il y avait 3 absents soit 24 élèves. Après avoir récupéré leur travail, nous avons analysé leurs productions. Ces dernières montrent que la majorité des élèves a réalisé des groupements par 10 pour dénombrer la collection de fourmis. Parmi eux, quelques-uns ont fait des erreurs de dénombrement (53 au lieu de 52) ou bien d'écriture du nombre total de fourmis (12 40 pour 52). Trois élèves ont essayé de regrouper des fourmis, en réalisant des paquets inégaux, sans réussir à dénombrer la totalité. Une élève a compté de un en un, en entourant chaque fourmi l'une après l'autre.

Voici le tableau d'analyse des productions :

| | Quantités | Taux |
|-------------------------------------|-----------|--------|
| Productions avec groupements par 10 | 14 | 58,33% |

| | | |
|--|----|--------|
| Productions avec groupements par 10 mais avec erreur de dénombrement | 5 | 20,83% |
| Productions avec groupements par 10 avec erreur sur l'écriture du cardinal | 1 | 4,17% |
| Productions avec essai de groupements | 3 | 12,5% |
| Productions avec comptage un à un | 1 | 4,17% |
| Total | 24 | 100% |

Lors de cette séance, après avoir donné les consignes, certains élèves partaient avec des connaissances déjà établies (registre empirique). Sans que nous n'ayons rien à dire, la nécessité de faire des paquets de 10 a émergé de la part de certains élèves mais aussi la décomposition du résultat avec des couleurs correspondant aux centaines, dizaines et aux unités, comme le montre cet extrait de tapuscrit :

1 MA1 : Je vous donne une fiche sur laquelle il y a un grand nombre de fourmis, donc les cp, vous allez avoir cette fiche-ci, les ce1 ce sera celle-là. Vous allez devoir compter toutes ces fourmis. Vous comptez comme vous voulez et notez sur votre feuille comment vous avez fait. Nous vérifierons comment vous vous y êtes pris pour compter.

2 Mael1 : On a le droit de faire des paquets de 10 ?

3 MA2 : Vous avez le droit de faire des paquets, vous pouvez faire ce que vous voulez. Ensuite vous notez bien le résultat, et après nous comparerons vos méthodes... Avez-vous des questions ? On écoute Arthur.

4 Arthur1: Est-ce qu'on a le droit d'entourer en bleu les fourmis et en rouge les paquets de 10.

Nous avons ensuite eu l'occasion de réaliser cette même séance dans la classe de CE1 d'une autre collègue de l'école.

Cette classe comportait 25 élèves. La différence entre la première et la deuxième séance, est que la professeure n'a pas utilisé la méthode heuristique de mathématiques l'année précédente (pour la classe de CP). On remarque que très peu d'élèves ont réussi à réaliser des

groupements par dix et dénombrer correctement. Beaucoup réussissaient à trouver les dix dizaines mais le nombre d'unités variait énormément (il fallait trouver 104 fourmis, les résultats observés vont de 105 à 110). On observe également qu'il y a une majorité d'élèves qui n'a pas construit l'idée de réaliser des groupements, ils procèdent donc avec un comptage un à un pour compter la grande quantité de fourmis. Beaucoup ont entouré, mis un trait ou numéroté les fourmis. Sur la totalité du nombre d'élèves, 6 n'ont pas trouvé de résultat, soit parce qu'ils ne savaient pas comment faire soit parce que la tentative n'aboutissait pas (24% des élèves n'ont pas trouvé de résultat).

| | Quantités | Taux |
|--|-----------|------|
| Productions avec groupements par 10 | 3 | 12% |
| Productions avec groupements par 10 mais avec erreur de dénombrement | 6 | 24% |
| Productions avec groupements par 10 avec erreur sur l'écriture du cardinal | 0 | 0% |
| Productions avec essai de groupement | 4 | 16% |
| Productions avec comptage un à un | 10 | 40% |
| Productions sans démarche de groupement ni dénombrement | 2 | 8% |
| Total | 25 | 100% |

Dans cette classe, la nécessité de faire des paquets de 10 n'a pas émergé aussi facilement que dans l'autre. Après avoir compté les fourmis et avoir arrêté les élèves dans leur démarche, beaucoup ont dû tout recompter depuis le début, des impossibilités apparaissent alors :

15 MA8 : posez les crayons. On pose les crayons. On arrête de compter. On pose les crayons et on arrête de compter.

16 E : Oh non !

17 MA9 : Je n'ai pas dit que l'activité était finie.

18 E : hey on va perdre notre numéro !

On observe de façon assez notable, de grosses différences au niveau des productions et des procédures dans les deux classes. La réussite des élèves pour produire des groupements par dix, en entourant des paquets de 10 se voit nettement avec la première classe. Dans les productions on voit bien les paquets de 10 qui ont été entourés pour pouvoir dénombrer plus facilement. En revanche, nous ne savons pas si cette méthode permet aux élèves de donner le cardinal instantanément (sans avoir à recompter tous les paquets). Par la suite, nous avons décidé de travailler différemment afin de comprendre si les élèves donnaient du sens à leur procédure, de vérifier s'ils comprenaient que le dernier mot nombre est aussi le cardinal ou encore s'ils comprenaient comment un nombre se décompose.

Pour cela, nous avons choisi de travailler dans un premier temps sur des activités de décomposition du nombre que les élèves font généralement en activités ritualisées, notamment avec la MHM. Le constat est que nombreux sont les élèves qui n'ont pas de difficultés à décomposer le nombre de façon automatique, en revanche, lorsque l'on demande à ces élèves d'expliquer leur démarche, le sens n'est pas toujours présent. L'exercice demandé consistait à retrouver les nombres inscrits sous forme de petits carrés (représentant les unités), de longues barres avec dix petits carrés (représentant les dizaines) et de gros carrés dans lesquels des barres de dizaines et des petits carrés d'unités sont dessinés (représentant les centaines) et les additionner. Voici un extrait de tapuscrit de la séance réalisée dans la seconde classe de CE1, qui n'a pas travaillé avec la MHM en CP.

3 MA2 : est-ce que tu as compris ? Une barre, c'est combien, ça correspond à quoi ?

4 T2 : 10, 20, 30, 40, 50, 60

5 MA3 : donc une barre ça correspond à quoi ? Dans une barre, combien a-t-il de petits carrés ? Tu sais ?

6 T3 : 5 ?

7 MA4 : Est-ce que avec la maîtresse vous utilisez des barres comme ça ? Sais-tu combien il y a de petits cubes dans ces barres ?

8 T4 : 100 ?

9 MA5 : Non, dans une barre, il y dix petits cubes, ça veut dire que dans une barre, il y a dix unités. Es-tu d'accord ? et donc, là tu as dix unités, et ça, ça correspond à quoi ?

10 T5 : 20

11 MA6 : Oui, mais c'est aussi 10.

12 T6 : 10, 20, 30, 40, 50, 60...

13 MA7 : tu en as combien en tout là ?

14 T7 : 8

15 MA8 : alors ça fait combien ?

16 T8 : un huit et un zéro

Nous pouvons remarquer que cet élève, comme beaucoup d'élèves, ne sait pas que le dernier mot nombre est aussi le cardinal. Rémi Brissiaud dans sa conférence donnée en novembre 2016 sur la construction du nombre aux cycles 1 et 2 explique bien ce phénomène.

De plus, cet élève n'a pas fait de liens entre le nombre de petits carrés présents dans une barre de dizaines et le nombre d'unités. Il ne se représente pas les petits carrés comme des unités. Pour lui, les dizaines correspondent à leur emplacement dans la décomposition, s'il y a 8 barres de dizaines, alors la première barre sera 10, la deuxième 20 ... mais si on prend une barre isolée, se trouvant en sixième position, alors il sera obligé de tout recompter pour dire que c'est 60, et non pas 10.

La deuxième séance de notre séquence s'est déroulée de manière différente. Nous voulions permettre aux élèves de débattre pour favoriser les interactions et les conflits sociocognitifs (Vygotski). Les élèves ont pu travailler en îlot. Chaque îlot était composé de 4 à 5 élèves et de façon hétérogène. Il y avait 3 îlots de CP et 3 îlots de CE1. Cette séance consistait en la manipulation d'objets connus, des allumettes, pour pouvoir décomposer un grand nombre et donner de façon rapide et efficace le résultat qu'ils devaient noter sur une feuille prévue à cet effet. Les élèves de CP avaient 126 allumettes et les élèves de CE1 en avaient 345. La nécessité de faire des paquets de dix a émergée très rapidement et dans quasiment tous les groupes de travail même s'il y avait parfois des désaccords entre les élèves.

1 MA1 : Nous allons faire des mathématiques, ensemble. Je vais déposer un grand nombre d'allumettes dans une boîte sur vos tables. Moi, je sais exactement combien j'en dépose sur chaque table. Vous, vous allez essayer de trouver une bonne méthode pour les compter rapidement et devrez me dire combien il y a d'allumettes sur votre table. Ensuite, vous écrirez le résultat trouvé sur la feuille que je vais vous donner. Vous allez travailler par groupes, organisez-vous pour être le plus sûr possible. Travaillez tous ensemble! D'accord ?

Est-ce qu'il y a des questions ? Maël !

2 Maël1 : Et est-ce que on a le droit de faire des paquets de dix ?

3 MA2 : Vous faites comme vous voulez mais ensemble dans chaque îlot.

Des désaccords au sein des îlots ont permis à certains élèves qui n'avaient pas construit cette nécessité de faire des paquets de dix, de pouvoir comprendre qu'il était plus rapide et efficace de dénombrer en réalisant des groupements.

4 Noah1 : Mais faut faire des paquets de dix.

5 Livio1 : mais les paquets de dix c'est pour la géométrie.

6 Roméo1 : Mais non !

7 Noah2 : est-ce qu'il faut faire des paquets de dix !

8 Roméo2 : mais il veut pas qu'on fasse des paquets de dix !

9 MA3 : vous vous mettez d'accord tous ensemble pour décider de ce qui est le mieux.

10 Noah3 : on fait des paquets de dix !

11 Livio2 : mais arrête de prendre tout ! Nous on n'a rien !

12 Noah4 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Et on fait 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120.

Lorsque les élèves réussissaient à faire des paquets, nous leur donnions des élastiques pour qu'ils puissent regrouper les paquets et ainsi espérer que les élèves dénombrent plus rapidement et facilement.

Nous avons constaté que beaucoup d'élèves réagissaient par mimétisme. Lorsque la nécessité de faire des paquets de dix a émergé, le réflexe a été pour certains d'entre eux de faire des paquets de dix sans vraiment comprendre pourquoi ils les faisaient. C'était une réaction prévisible à laquelle nous nous attendions. Les élèves n'ont pas encore compris, à ce stade de l'année, le lien entre le nombre de paquets de dix et l'écriture du cardinal. Le but de la séance était de leur permettre de confronter leurs idées pour aller au-delà de leurs représentations initiales.

La troisième séance a permis aux élèves de travailler à partir d'une situation-problème à savoir : combien y a-t-il de doigts en tout dans la classe. Nous leur avons demandé d'écrire leurs démarches et de noter le résultat sur une feuille. Nous voulions voir si certains élèves trouveraient du premier coup ou s'ils avaient besoin de dessiner, de se représenter les doigts des mains ou d'utiliser une toute autre démarche.

17 Maël2 : est-ce qu'on a le droit de faire une main ?

18 MA9 : on a le droit de faire des mains, on a le droit de faire ce qu'on veut... Expérimenter toutes les démarches possibles et notez-les pour que je comprenne bien comment vous avez fait. N'oubliez pas de noter votre prénom sur la feuille que je ramasserai. Hugo, pourrais-tu s'il te plaît réexpliquer à tes camarades ce qu'il faut faire aujourd'hui? Pour que tout le monde comprenne.

La majorité des élèves de la classe a eu besoin de dessiner des doigts, des personnages pour pouvoir se représenter le nombre total de doigts de la classe, d'autres se sont aidés de dessins de doigts affichés dans la classe ou grâce aux lettres de l'alphabet. En revanche, certains n'ont pas eu besoin de faire de calculs et ont trouvé le résultat instantanément.

116 MA52 : qui veut nous expliquer ce qu'il a fait avec les doigts ? Dis moi.

117 Eloan1 : 310.

118 MA53 : comment tu as fait pour trouver 310 ?

119 Eloan2 : bah parce qu'on est 31, 30 fois 10 ça fait 300 plus 10 et bah ça fait 310.

120 MA54 : 30 fois 10 300 plus 10 310, quelqu'un a-t-il une autre technique ? Luka

La quatrième séance a été réalisée sur des petits groupes d'élèves pris à part pour travailler de façon détachée et permettre l'émergence d'un registre des modèles que nous n'avions pas encore pu observer. Les groupes ont été formés de façon hétérogène et nous avons réfléchi à la constitution des groupes, à savoir, mettre deux élèves avec des difficultés avec deux élèves en réussite, pour pouvoir confronter les idées. Le but de cette séance était de remplir le plus de boîtes d'œufs avec des jetons pour pouvoir dénombrer efficacement et rapidement grâce aux boîtes de dix. Il y avait des boîtes de six et des boîtes de dix œufs. Une fois qu'une boîte était remplie, les élèves ne devaient plus l'utiliser et devaient la mettre de côté. Cette séance a été menée avec quatre groupes différents, tous constitués de quatre élèves. Lors du premier essai avec deux groupes de quatre qui ont pu confronter leurs idées, les élèves n'ont pas eu le réflexe de compter plus facilement et rapidement grâce aux boîtes de dix œufs. Leur réflexe a été de compter de un en un lorsqu'ils disposaient un jeton dans un trou. Ensuite, avec un étayage progressif, les élèves ont pu se rendre compte que grâce aux boîtes de 10, il était plus facile de dénombrer rapidement et efficacement les jetons.

65 MA34 : oui mais tu as dû tout recompter. Là vous avez des boites de 10, on est d'accord ou pas ? là vous avez des boites de 6. Moi ce qui m'intéresse c'est de savoir comment vous faites pour trouver le plus rapidement possible.

66 E : ben 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70...

67 MA35 : ah d'accord, mais ça marche avec les boites de 6 ou de 10 ?

68 E : 10 !

En revanche, comme on peut le voir ci-dessus, ils ne dénombrent pas encore mais comptent de dix en dix, lorsqu'il s'agit de trouver le nombre de jetons. Certains élèves ont trouvé qu'il était plus facile de compter avec les boites de six œufs, en comptant de six en six, par rapport aux boites de dix, mais ils se sont rendus compte, par eux-mêmes, qu'ils se perdaient lorsqu'il s'agissait de donner le résultat final. La confrontation des idées a permis aux élèves de se rendre compte qu'avec les boites de 6, ils sont obligés de compter. En revanche, ce n'est pas le cas avec les boites de dix.

79 Arthur11 : Lylou elle est où la boite ? 6 et 6 12, ça et ça ça fait 24, 24 plus 24 ça fait 48, 48 plus 12 ça fait 60. 63, attends, 66, 69. On a 69.

80 Félix4 : vous êtes sûrs ?

81 Arthur12 : oui regarde, 24, 24 plus 24 ça fait 48. 24, 48....attends. 24, 48....49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57...57 ? ah chai pas. Nan je sais pas attends.

Lors de la réalisation de cette même séance avec un autre groupe de quatre élèves, pris de façon détachée, nous avons enfin pu observer un registre des modèles. Nous nous attendions à ce que les élèves débattent entre eux, comme dans les autres séances, ce qui a été le cas. Nous pouvons voir, ci-dessous, que Inès a déduit les étapes du calcul et n'a pas eu à compter, elle a tout simplement dénombré et cela semble être une évidence pour elle. (« bah oui parce que »).

16 MA1 : des boites de combien ?

17 Emi2 : 8

18 MB7 : des boites de dix.

19 MA2 : 56

20 Gwendoline3 : 56

21 Inès5 : bah oui parce que 5 boites. Ça c'est dix, donc ça cinquante plus 6 donc 56.

La cinquième séance et dernière que nous avons mise en place dans la classe consistait à dénombrer un nombre d'œufs sur feuille. Les élèves travaillaient en binôme, d'un côté de la fiche d'activité il y avait des boîtes de 8 œufs et des œufs isolés et de l'autre côté des boîtes de 10 œufs avec des œufs isolés. Chaque binôme avait un nombre d'œufs différent. Ils avaient un tableau dans lequel ils avaient à écrire le nombre de boîtes, le nombre d'œufs isolés et le total. Les élèves ont de manière générale tous réussi l'exercice, en revanche, il est compliqué de savoir si la démarche adoptée par les élèves leur permet de ne pas compter de un en un tous les œufs avec les boîtes de dix. Dans le recueil et l'analyse des tapuscrits, il est difficile de voir dans cette séance des phrases du registre des modèles. En revanche on remarque que certains élèves ont vu la particularité des boîtes de dix, par rapport aux boîtes de huit, grâce au tableau. Pour cette séance, comme pour toutes les séances, les tentatives d'étayage de notre part ont échoué et le temps a beaucoup manqué pour pouvoir analyser correctement l'évolution des élèves.

49 MB25 : est-ce que vous remarquez quelque chose de particulier dans ce tableau ? Maël

50 Maël1 : bah en fait c'est bizarre qu'il peut y avoir un zéro.

51 MB26 : non il n'y a pas d'œuf tout seul, ce n'est pas bizarre

52 Luka3 : bah en fait c'est bizarre, parce qu'en fait bah en fait 14 et 3 et si on rajoute 3 à 14 et bah ça fait 143.

53 MB27 : alors, ce que Luka essaie de dire c'est que le 14, c'est le nombre de paquets de dix et vous le retrouvez dans votre nombre ici, et le 3 il se met à côté. Est-ce que ça marche pareil pour les autres ?

54 EEE : oui

L'effet Topaze

Nous parlons bien dans ce mémoire et ces analyses, de « tentative d'étayage ». Nous nous sommes rendu compte, grâce à la lecture des tapuscrits, que ce n'était pas vraiment de l'étayage que nous faisons en classe. Nous voulions tellement que les élèves réussissent que nous les avons trop guidés. Le manque d'expérience et de temps nous ont également handicapées dans la construction du sens. Guy Brousseau définit ce comportement et le nomme « Effet Topaze » en référence à une pièce de Marcel Pagnol, dans laquelle le professeur dicte un texte à ses élèves tout en les aidant et leur « soufflant » les réponses. D'après la pièce de Marcel Pagnol : "Des moutons... des moutons... étaient t-en sûreté... dans un parc ; dans un parc. (Il se penche sur l'épaule de l'élève et reprend.) Des moutons... moutonss... (L'élève le re-

garde, ahuri.) Voyons, mon enfant, faites un effort. Je dis moutonsse. Etaient (il reprend avec finesse) étai-eunnt. C'est-à-dire qu'il n'y avait pas qu'un moutonne. Il y avait plusieurs moutonsse."

Cet effet Topaze reflète inconsciemment la représentation que nous avons des professeurs, même si nous prenons du recul et sommes conscientes du rôle que joue l'enseignant en classe. En revanche, il est difficile pour nous, étudiantes en deuxième année de master de faire abstraction de cet effet Topaze. Nous faisons le constat que nous prenons la parole beaucoup plus que nous ne devrions le faire et nous influençons trop le travail des élèves.

Les remédiations

Faute de temps et face à l'échec de la recherche, nous pourrions inventer une situation qui semble différente des précédentes afin que les élèves ne soient pas influencés parce ce qu'ils ont déjà fait et ainsi les laisser libres de leur méthode. Nous pourrions alors observer ceux qui font et ceux qui ne font pas de paquets. Il faudrait également que cette situation force, sans que ce soit nous qui les forçons, à reconnaître que les paquets de dix sont mieux que les paquets de huit.

Pour cela, nous pourrions envisager deux activités:

- La première activité consiste à faire une course où deux équipes de deux enfants s'affrontent. Chaque binôme dispose d'une table, sur celle-ci se trouvent des objets rangés par paquets et des unités isolées, sur l'une, des paquets de huit et sur l'autre, des paquets de dix. Le binôme doit compter tous les éléments sur sa table et court écrire le cardinal de la collection au tableau. L'équipe qui va le plus vite et a écrit le bon nombre gagne. Pour valider la réponse, l'autre groupe vérifie, recompte, l'enseignant valide en mettant dans des boîtes de dix.

Lors de la première manche, l'équipe a le droit de choisir sa table. Les objets rangés par boîtes de huit sont beaucoup moins nombreux que les objets rangés dans des boîtes de dix. Les élèves choisissent en fonction de la nécessité qu'ils ont construite: « moins il y a d'objets, plus c'est facile de les compter » ou alors « quand les objets sont rangés par dix, c'est d'une simplicité enfantine de les compter ».

-La seconde activité se déroule avec quatre enfants divisés en binôme. Il s'agit pour l'un des binômes, de dénombrer comme il le souhaite, une collection d'objets réunis en paquets de dix et en unités isolées. Pour 8 paquets de 10 et 3 unités, on espère que les élèves écrivent 8 en premier et 3 en deuxième, à droite du 8. Ils ont un tout petit morceau de papier pour rendre compte de ce qu'ils ont trouvé, et le transmettre au second binôme qui doit reproduire une

collection équivalente. On espère ici que les élèves reproduisent la collection avec des paquets de 10.

Conclusion

Ce mémoire, écrit à deux mains, avait pour ambition de nous faire réfléchir à la manière de faire construire, par des élèves de CP-CE1, la nécessité de faire des groupements de dix pour faciliter le dénombrement et pour exprimer efficacement et rapidement le cardinal d'une grande collection d'objets.

Pour réaliser ce mémoire, il a d'abord fallu s'intéresser au cadre théorique de Christian Orange, l'apprentissage par problématisation. Celui-ci, directement lié à la discipline des sciences et vie de la terre nous a posé des difficultés de compréhension, les termes scientifiques nous étaient inconnus et complexes. Il a été nécessaire de comprendre ce cadre, de se l'approprier et ensuite de l'adapter aux mathématiques. L'analyse de la première séance nous a forcées à nous intéresser également à l'apport de la Méthode Heuristique de Mathématiques.

Ce travail de recherche autour du système décimal nous a permis de nous rendre compte que nous-mêmes, élèves, n'avions pas bien construit la nécessité de réaliser des groupements de dix, ni même le sens de celle-ci. Ce qui nous laisse penser que cet apprentissage n'est pas si simple et qu'il se construit dès le cycle 1, et ce, tout au long de la scolarité. Cela nous alors été utile, puisque nous avons ainsi actualisé nos connaissances disciplinaires.

Le temps imparti pour ce travail de recherche a été une gêne pour nous, il n'a pas été suffisant pour mener la construction de cet apprentissage avec les élèves. En effet, le facteur temps nous a pressées, nous nous sommes rendu compte dans les analyses des transcriptions que nous avons alors induit les réponses des élèves, afin qu'ils réussissent, et que leurs propos soient enregistrés, ce que Guy Brousseau nomme « l'effet Topaze ».

L'objectif de notre recherche n'a pas été atteint, cependant, elle nous a permis de mettre à jour nos propres connaissances, de nous questionner, d'analyser et de réfléchir à notre pratique et donc de participer à notre professionnalisation.

Cette expérimentation nous a aidées à nous rendre compte du rôle des interactions de l'enseignant, dans la construction de l'apprentissage par les élèves, et notamment de la difficulté de la mise en œuvre de l'apprentissage par problématisation.

Dorénavant, je m'interrogerai a priori et davantage, sur ce que je peux ou ne peux pas dire afin de ne pas influencer les élèves et de leur permettre d'être plus acteurs et de donner du sens à leurs apprentissages, ce qui améliorant ainsi ma pratique professionnelle.

Bibliographie :

ARSAC, G., & MANTE, M. (2007). *Les pratiques du problème ouvert*.

CHARNAY, R. (2018). *Réussir en maths à l'école c'est possible!*

DIAS, T. (2015). *Nous sommes tous des mathématiciens*.

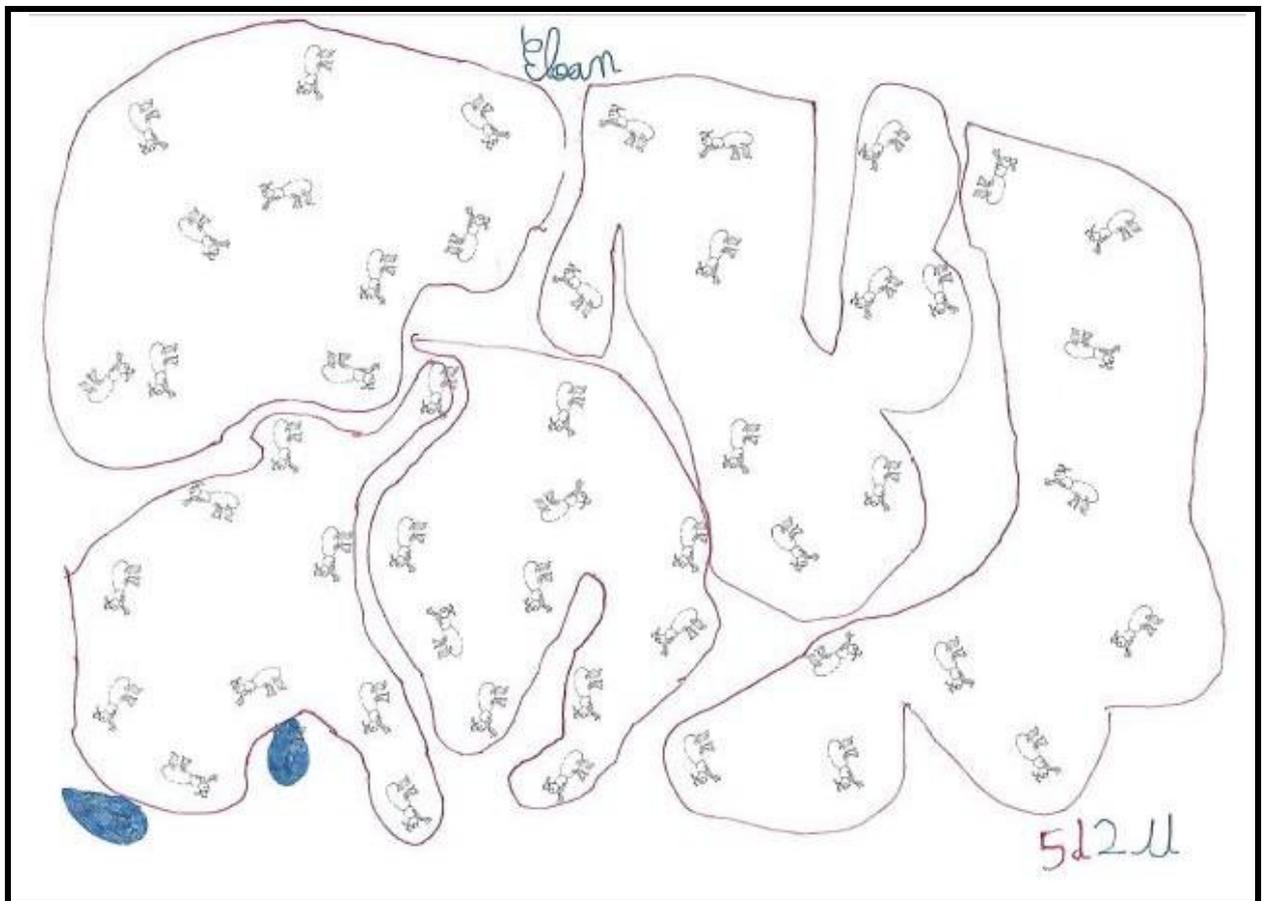
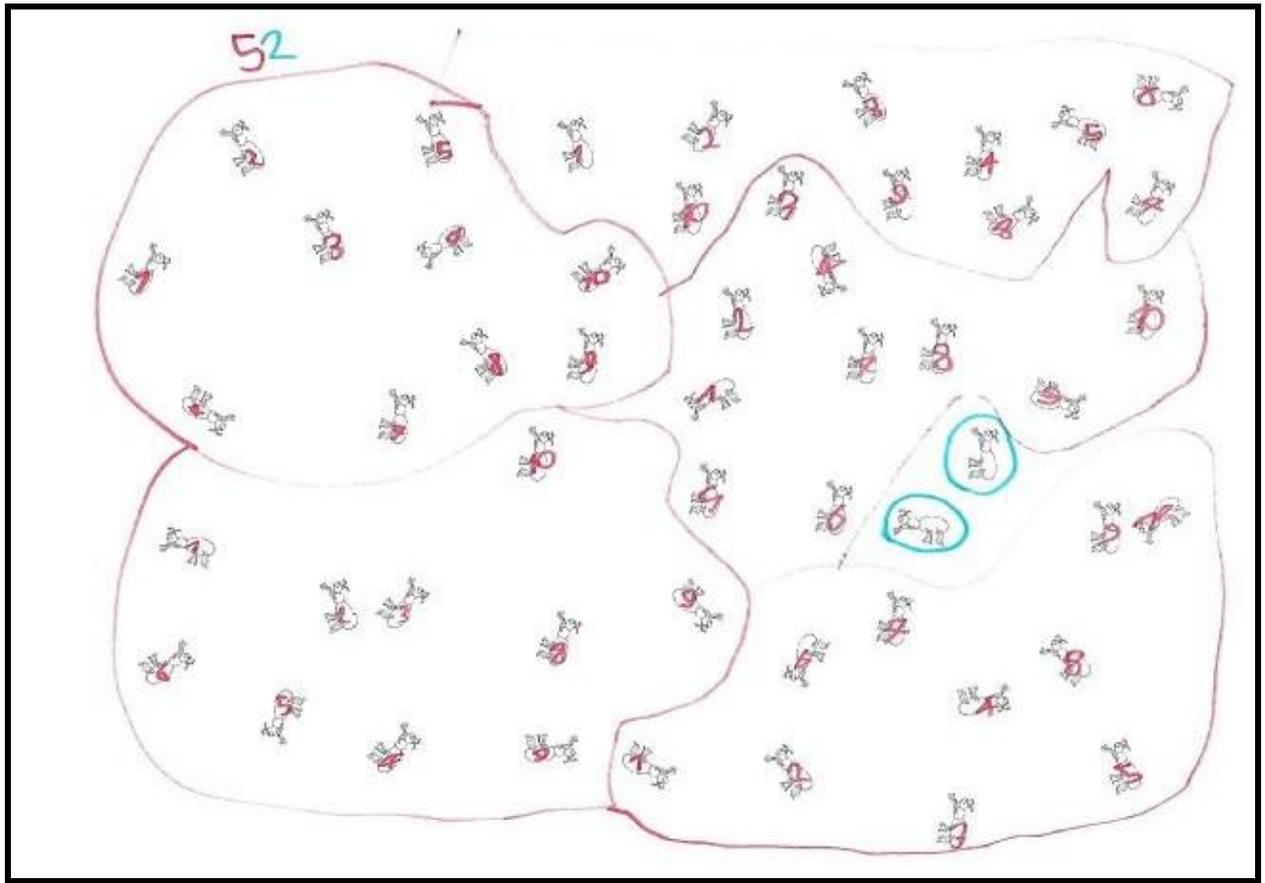
LE POCHE, G. (s.d.). Apprendre le nombre-Débuter la numération. Dans J.-L. DURPAIRE, & M. MEGARD, *Le nombre au cycle 2*.

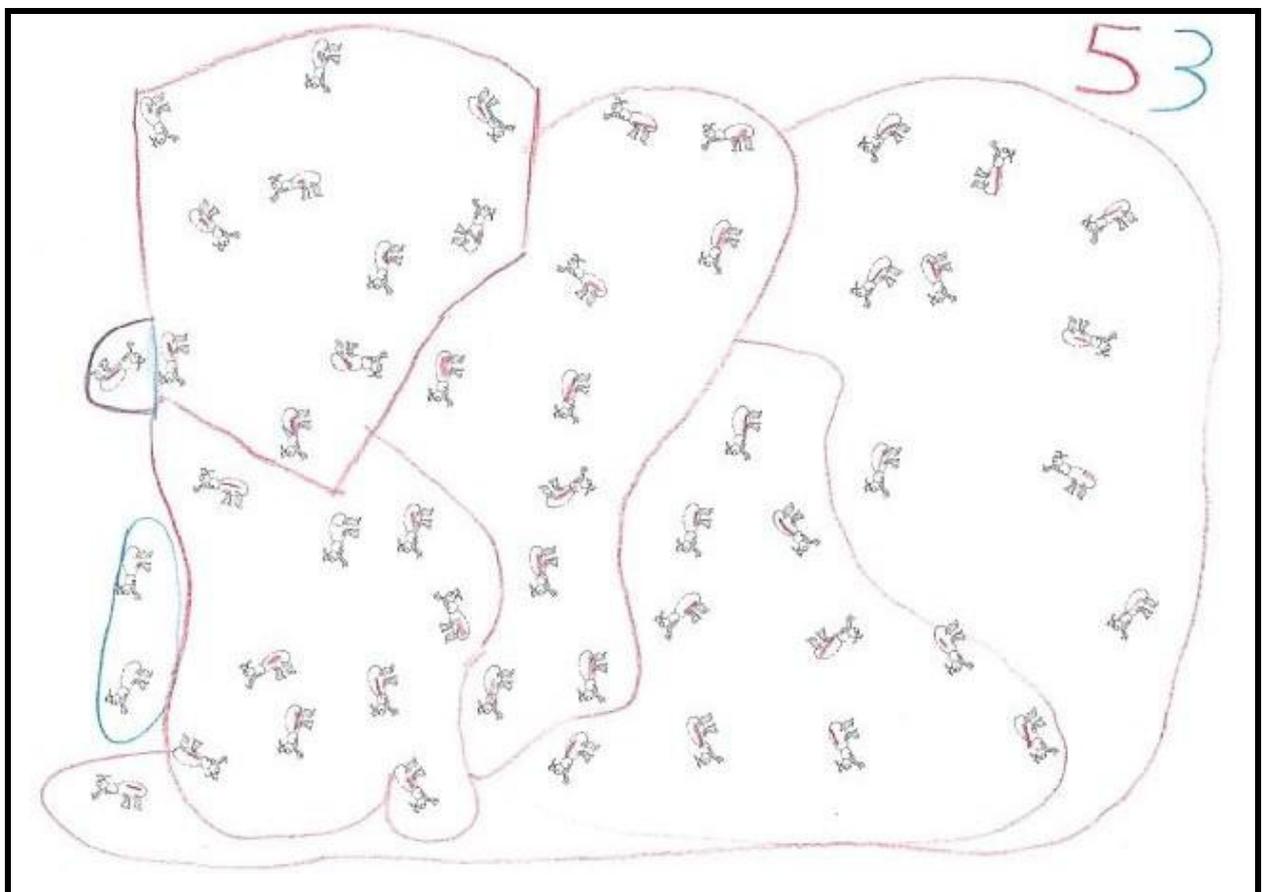
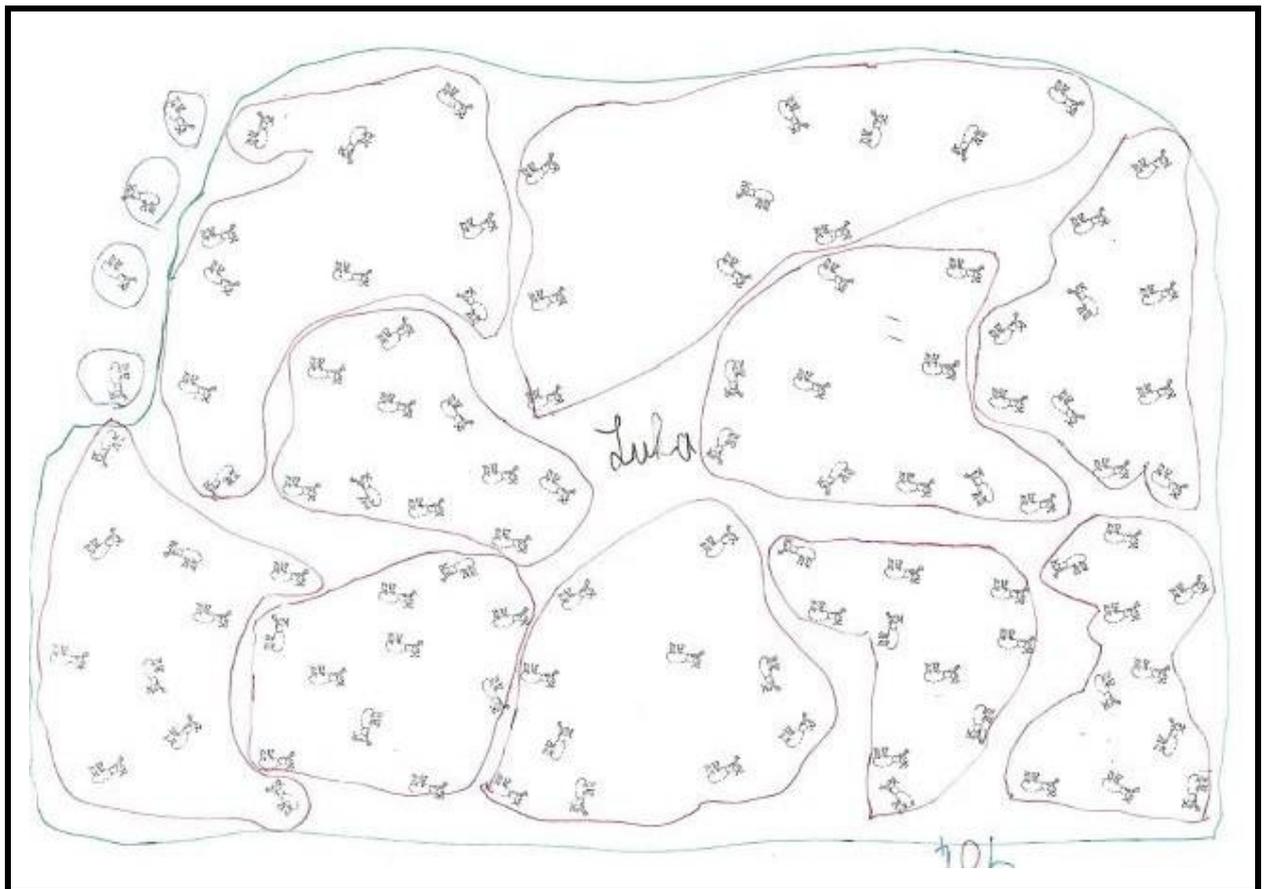
ORANGE, C. (2005). Problématisation et conceptualisation en sciences et dans les apprentissages scientifiques. *Les Sciences de l'éducation - Pour l'Ère nouvelle*, pp. 69-94.

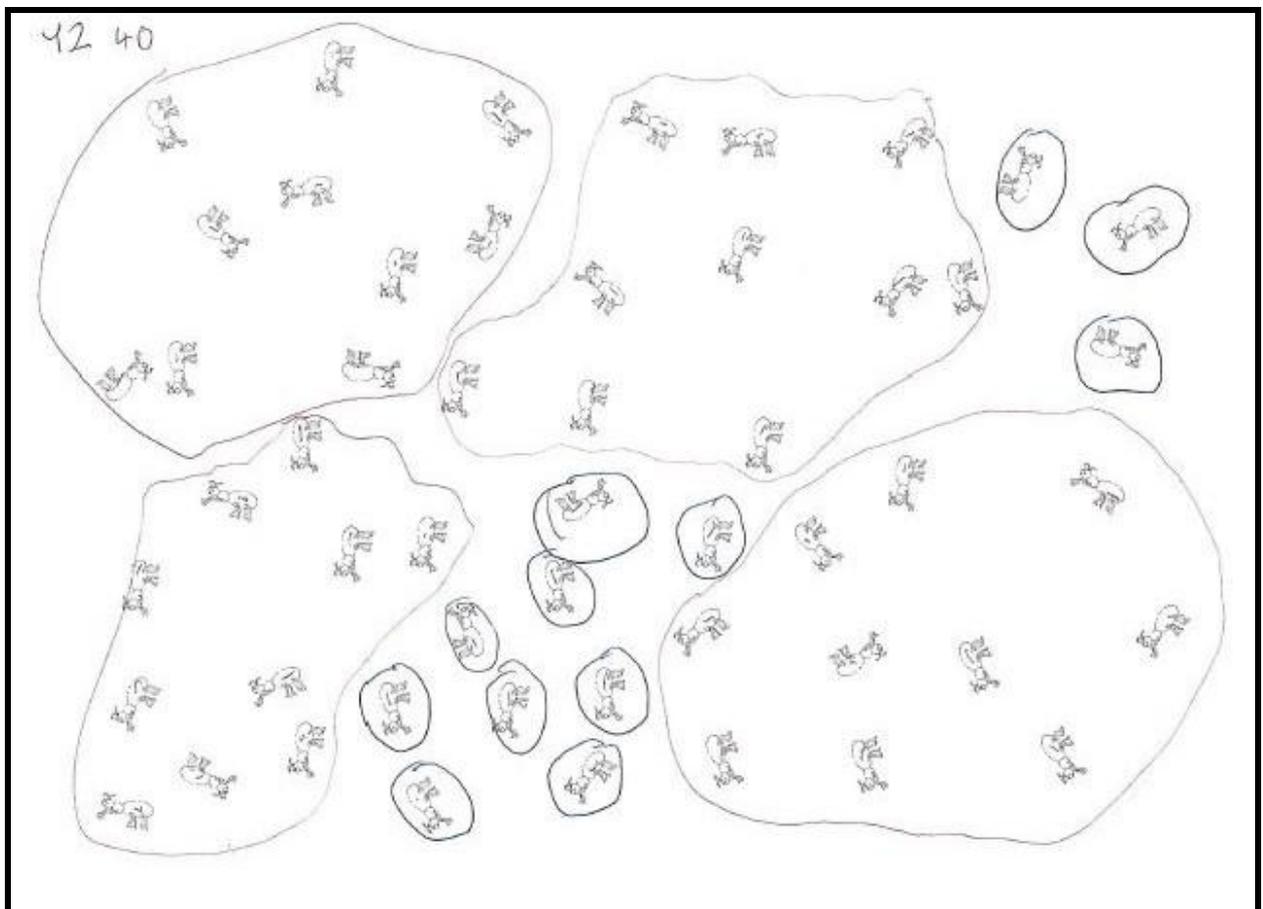
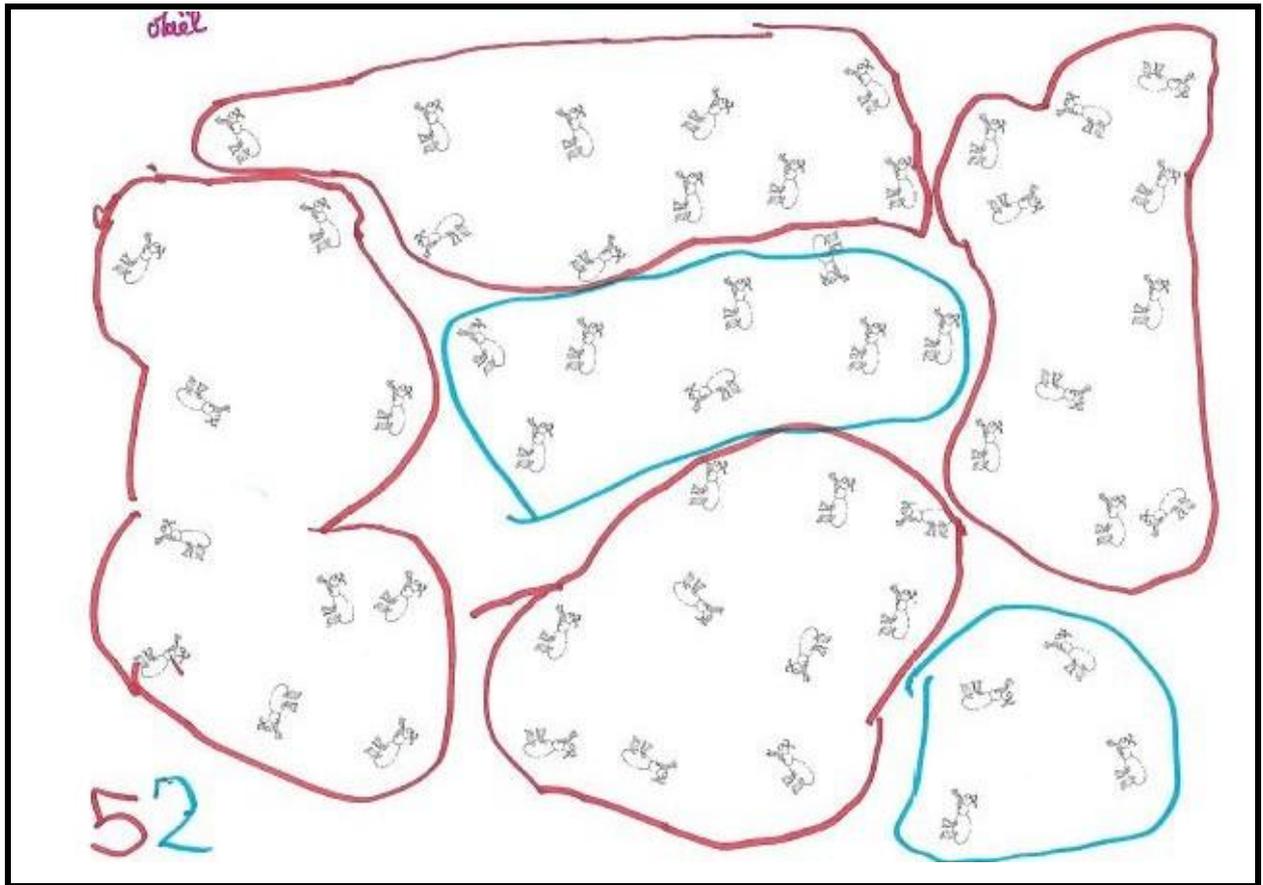
PICARD, C. (2013). *Les difficultés en numération*.

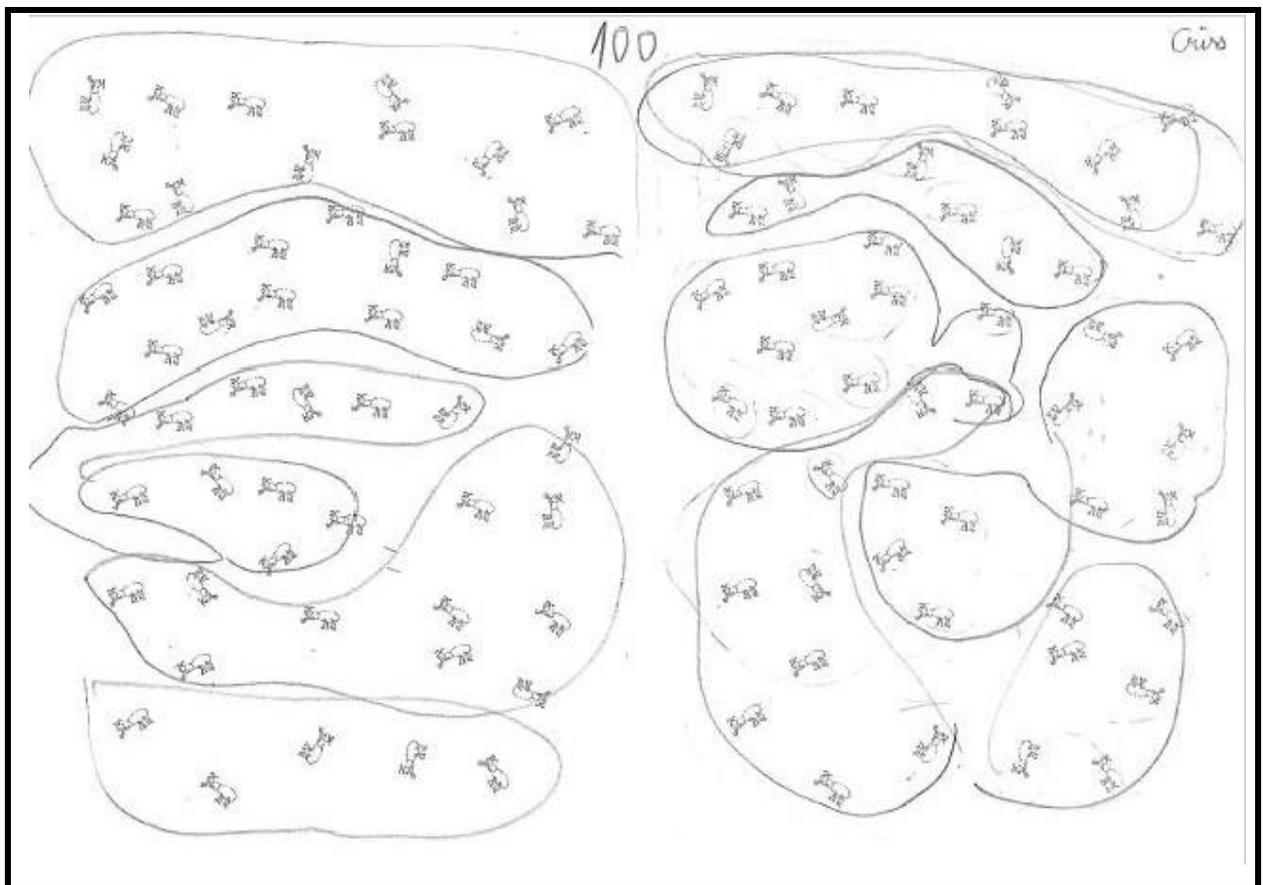
PINEL, N. (2018). *La méthode heuristique de mathématiques : enseigner les mathématiques autrement à l'école*

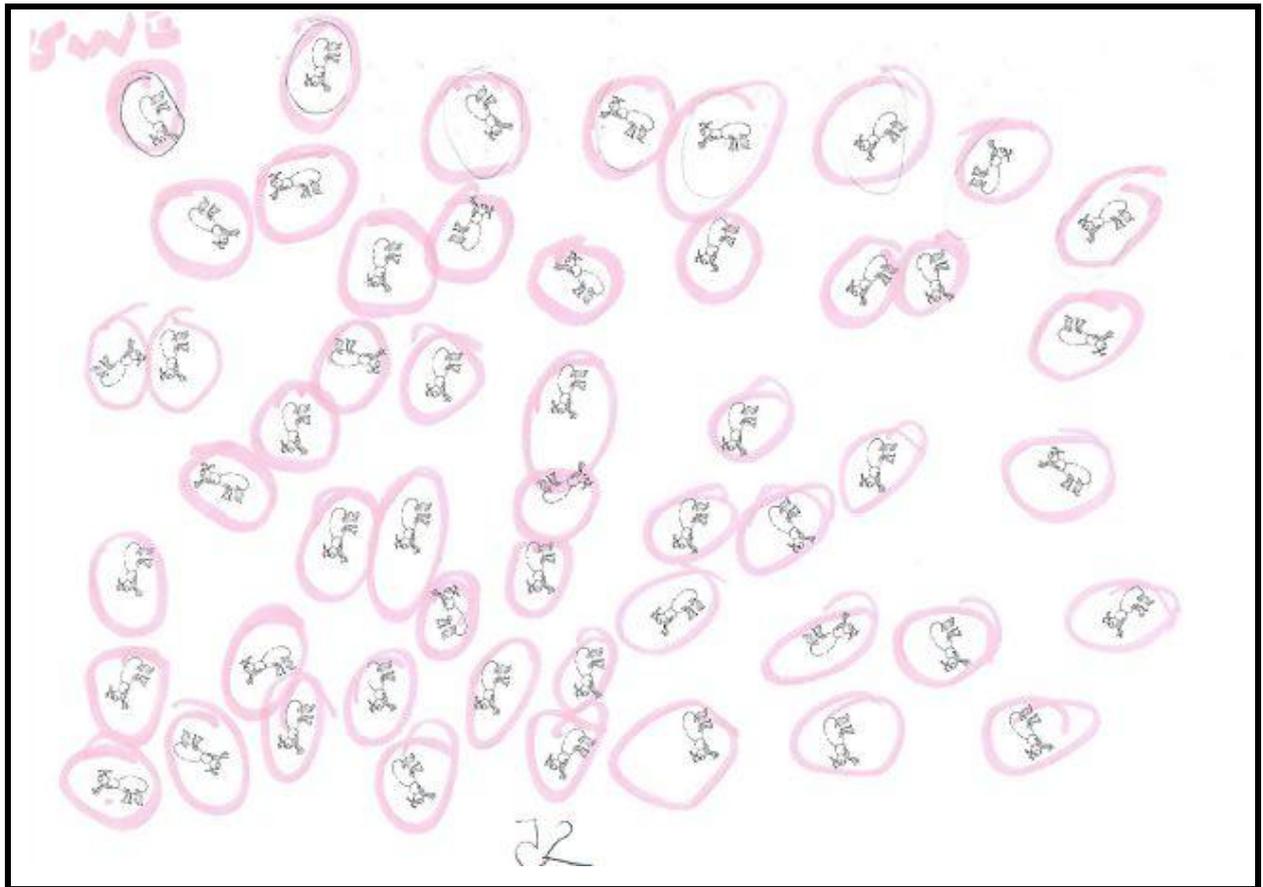
Annexes







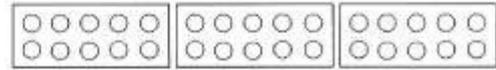
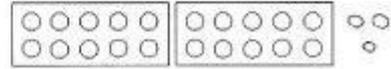
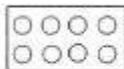
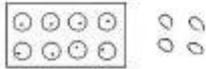
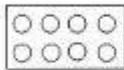




9

| Nombre de boites | Nombre d'œufs isolés | Total |
|------------------|----------------------|-------|
| 3 | 2 | 26 |

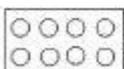
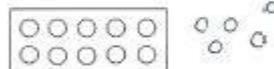
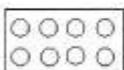
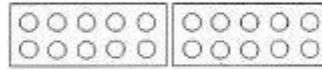
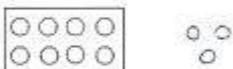
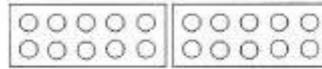
| Nombre de boites | Nombre d'œufs isolés | Total |
|------------------|----------------------|-------|
| 6 | 5 | 65 |



| Nombre de boîtes | Nombre d'œufs isolés | Total |
|------------------|----------------------|-------|
| 5 | 4 | 44 |

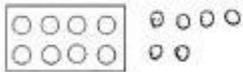
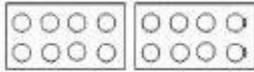
| Nombre de boîtes | Nombre d'œufs isolés | Total |
|------------------|----------------------|-------|
| 14 | 3 | 143 |

œuf



| Nombre de boîtes | Nombre d'œufs isolés | Total |
|------------------|----------------------|-------|
| 7 | 3 | 54 |

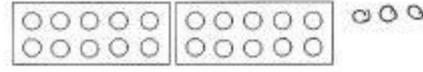
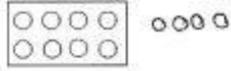
| Nombre de boîtes | Nombre d'œufs isolés | Total |
|------------------|----------------------|-------|
| 7 | 5 | 75 |



| Nombre de boîtes | Nombre d'œufs isolés | Total |
|------------------|----------------------|-------|
| 60 | 5 | 65 |

| Nombre de boîtes | Nombre d'œufs isolés | Total |
|------------------|----------------------|-------|
| 10 | 1 | 110 |

ce1



| Nombre de boîtes | Nombre d'œufs isolés | Total |
|------------------|----------------------|-------|
| 11 | 4 | 92 |

| Nombre de boîtes | Nombre d'œufs isolés | Total |
|------------------|----------------------|-------|
| 13 | 3 | 133 |

Tapuscrit séance 1, 1 ère vidéo

Durée : 24'22

MA : enseignante stagiaire MA

MB : enseignante stagiaire MB

M : enseignante de la classe

Elèves de CP et CE1

Registre empirique

Registre des modèles

1 MA1 : Je vous donne une fiche sur laquelle il y a un grand nombre de fourmis, donc les cp, vous allez avoir cette fiche-ci, les ce1 ce sera celle-là. Vous allez devoir compter toutes ces fourmis. Vous comptez comme vous voulez et notez sur votre feuille comment vous avez fait. Nous vérifierons comment vous vous y êtes pris pour compter.

2 Mael1 : On a le droit de faire des paquets de 10 ?

3 MA2 : Vous avez le droit de faire des paquets, vous pouvez faire ce que vous voulez. Ensuite vous notez bien le résultat, et après nous comparerons vos méthodes... Avez-vous des questions ? On écoute Arthur.

4 Arthur1: Est-ce qu'on a le droit d'entourer en bleu les fourmis et en rouge les paquets de 10.

5 MA3 : Vous faites ce que vous voulez avec le matériel que vous voulez.

6 MA4 : Hey, venez voir, venez voir vite ! (tous les élèves accourent) Charlie, tu as vu la fourmi ?

7 MB1 : Ah non.

8 M1 : Qu'est-ce qui se passe ?

9 MA5 : J'ai vu une fourmi, mais elle a disparu.

10 Mael2 : Elle est où ?

11 M2 : Comme sur votre feuille, la même ? Je suis assise près de la porte, je vais surveiller, et si je la vois, je vous le dirai.

12 MA6 : Retournez à vos places et continuez à compter les fourmis. Quand vous avez fini de compter, notez bien le résultat et votre prénom.

13 Erwan1 : Derrière ou sur la feuille ?

14 MA7 : Derrière.

15 Mael3 : Zoé, Zoé ! On colle dans le cahier ?

16 MA8 : Vous ne collez pas la feuille, je vais la ramasser.... Vous avez fini, on va faire une mise en commun. Si vous avez des questions, vous levez la main. Qui est-ce qui veut venir nous expliquer comment il a fait pour compter toutes ces fourmis ? On lève la main. Alors comment vous avez fait ? Lylou !

17 Lylou1 : j'en ai trouvé 52.

18 MA9 : Est-ce que tu peux venir avec ta feuille nous montrer. Montre à tout le monde.

19 Lylou2 : J'ai fait des paquets de 10 fourmis.

20 MA10 : Tu as fait des paquets de 10, tu nous les montres !

21 Lylou3 : 1, 2, 3, 4, 5.

22 MA11 : Il y a 5 paquets de combien de fourmis ?

23 Lylou4 : (réfléchit)

24 MA12 : Il y a 10 fourmis dans un paquet. Il y a 5 paquets de 10 fourmis.

25 Lylou5 : Et il en reste 2.

26 MA13 : Et il en reste 2, ça fait...

27 Eloan1 : 52.

28 MA14 : Et les ce1, combien vous avez trouvé de fourmis ? ... Arthur !

29 Arthur2 : 104.

30 MA15 : 104, alors pareil, comment tu as fait ?

31 Arthur3 : Bah en fait, j'ai fait des petits traits sur mes fourmis, j'ai compté après ça fait 10. Du coup après j'ai entouré et à chaque fois que ça faisait 10, j'ai entouré. Et au bout d'un moment, et ben il m'en restait 2 à un endroit, et 2 là. ET quand j'ai compté les paquets de 10, il y en avait 10, du coup ça faisait 100, et après il y avait 2 et 2, ça faisait 4, alors ça fait 104.

32 MA16 : Gwendoline, est-ce que tu as compris comment ça marche ? Tu peux nous expliquer ? Comment tu as fait ? Montre-nous ta feuille, pour voir si tu as compris.

33 Gwendoline1 : (pas de réaction)

34 MA17 : Comment tu as fait Gwendoline ? Tu as réussi à trouver le nombre ? Comment est-ce qu'on peut faire ? Montre-nous ta feuille. Tu veux recommencer ?

35 MA18 : Mael, est-ce que tu veux venir nous montrer comment tu as fait ?

36 Mael4 : Bah en fait j'ai compté, et bah quand j'ai fini les 4 paquets de 10, j'ai compté que ça fait 40, et bah, eh bah, et bah, j'ai rajouté une autre dizaine parce que lui et lui, ces 2 paquets, ça faisait une autre dizaine. Et $10 + 2$, ça fait égal à 52.

37 MA19 : Super, merci Mael. Eloan !

38 Eloan2 : Bah moi en fait, j'ai voulu faire des paquets de 10. Après quand j'ai fait tous mes paquets de 10, j'ai compté 10, 20, 30, 40, 50 et puis 2 unités, et donc ça fait 52.

39 MA20 : Super, merci Eloan. Elsa ! Alors comment tu as fait ?

40 Elsa1 : En fait, j'ai compté les fourmis et j'ai compté les paquets pour voir combien ça faisait, et ça m'a fait 104.

41 MA21 : Donc en fait tu as aussi fait des paquets de 10 ! Alors c'est vrai qu'on se rend compte que c'est bien plus efficace de faire des paquets de 10 et après de tout compter. Merci Elsa.

Les fourmis

Durée : 11'10

MA : enseignante stagiaire MA

MB : enseignante stagiaire MB

M : enseignante de la classe

Elèves de CP et CE1

Registre empirique

Registre des modèles

1 MA1 : Je vais vous. A. est-ce que tu peux ranger s'il te plait ? Je vais vous distribuer une feuille, d'accord ? Dessus il y a plein de fourmis, vous allez avoir cinq minutes pour les compter. Dessus, sur le document, je devrais voir comment vous avez fait pour les compter ? D'accord ? Le but du jeu c'est d'aller le plus vite possible. Ok ?

2 E2 : Mais tu démarres pas dès qu'on a la feuille ?

3 MA2 : Mais non. J'attends que tout le monde ait la feuille.

4 EEE

5 MA3 : Vous faites ce que vous voulez je ne veux plus rien entendre.

6 EEE

7 MA4 : Vous faites comme vous voulez. Et vous mettez votre prénom.

8 E3 : On met notre prénom où ?

9 E4 : On doit cacher ? On doit mettre un classeur ?

10 MA5 : Non, non. Est-ce que vous êtes prêts ?

11 EEE : non, oui

12 MA6 : Vous êtes concentrés ?

13 EEE : oui

14 M7 : allez-y, comptez.

(45s)

15 MA8 : posez les crayons. On pose les crayons. On arrête de compter. On pose les crayons et on arrête de compter.

16 E : Oh nan !

17 MA9 : J'ai pas dit que l'activité était finie.

18 E : hey on va perdre notre numéro !

19 MA10 : Ah ! Comptez ! Allez-y !

6'

20 MA11 : ceux qui ont fini vous sortez votre ardoise s'il vous plait.

21 Z1 : comment t'as fait G ?

22 E5 : J'ai compté de dix en dix.

23 Z2 : G. G. faut que tu notes combien il y en a.

24 E6 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 8, 9, 10. En fait t'as juste à faire 4, 4, 8 et t'en rajoutes 2.

25 E7 : Mais non.

26 E6 : Mais si. 4 et 4, 8 et deux 10.

27 Z3 : tu notes combien tu en as trouvé.

28 E6 : hey mais faut écrire combien tu en as trouvé.

29 E7 : J'sais pas. 1, 2,3...

30 E8 : alors ça sert à rien de compter...

31 Z4 : tu ne sais pas combien tu en as trouvé ?

32 E6 : t'en as oublié hein.

33 E7 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10...70.

34 MA12 : Allez je ramasse. Tout le monde a son ardoise ?

Echange avec Thomas (CE1)

Durée : 3'12

MA : enseignante stagiaire MA

MB : enseignante stagiaire MB

M : enseignante de la classe

Elèves de CP et CE1

Registre empirique

Registre des modèles

1 MA1 : est-ce que tu as compris T. ?

2 T1 : quoi ?

3 MA2 : est-ce que tu as compris ? Une barre, c'est combien, ça correspond à quoi ?

4 T2 : 10, 20, 30, 40, 50, 60

5 MA3 : donc une barre ça correspond à quoi ? Dans une barre, combien y a-t-il de petits carrés ? Tu sais ?

6 T3 : 5 ?

7 MA4 : Est-ce que avec la maîtresse vous utilisez des barres comme ça ? Sais-tu combien il y a de petits cubes dans ces barres ?

8 T4 : 100 ?

9 MA5 : Non, dans une barre, il y dix petits cubes, ça veut dire que dans une barre, il y a dix unités. Es-tu d'accord ? et donc, là tu as dix unités, et ça, ça correspond à quoi ?

10 T5 : 20

11 MA6 : Oui, mais c'est aussi 10.

12 T6 : 10, 20, 30, 40, 50, 60...

13 MA7 : tu en as combien en tout là ?

14 T7 : 8

15 MA8 : alors ça fait combien ?

16 T8 : un huit et un zéro.

Les allumettes

Durée : 41'32

MA : enseignante stagiaire MA

MB : enseignante stagiaire MB

M : enseignante de la classe

Elèves de CP et CE1

Registre empirique

Registre des modèles

1 MA1 : Nous allons faire des mathématiques, ensemble. Je vais déposer un grand nombre d'allumettes dans une boîte sur vos tables. Moi, je sais exactement combien j'en dépose sur chaque table. Vous, vous allez essayer de trouver une bonne méthode pour les compter rapidement et devrez me dire combien il y a d'allumettes sur votre table. Ensuite, vous écrirez le résultat trouvé sur la feuille que je vais vous donner. Vous allez travailler par groupes, organisez-vous pour être le plus sûr possible. Travaillez tous ensemble! D'accord ? Est-ce qu'il y a des questions ? Maël !

2 Maël1 : Et est-ce que on a le droit de faire des paquets de dix ?

3 MA2 : Vous faites comme vous voulez mais ensemble dans chaque îlot. (1'30)

[...] XXX

(3'30)

4 Noah1 : Mais faut faire des paquets de dix.

5 Livio1 : mais les paquets de dix c'est pour la géométrie.

6 Roméo1 : Mais non !

7 Noah2 : est-ce qu'il faut faire des paquets de dix !

8 Roméo2 : mais il veut pas qu'on fasse des paquets de dix !

9 MA3 : vous vous mettez d'accord tous ensemble pour décider de ce qui est le mieux.

10 Noah3 : on fait des paquets de dix !

11 Livio2 : mais arrête de prendre tout ! Nous on n'a rien !

12 Noah4 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Et on fait 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120.

(8'40)

13 Elsa1 : voilà j'ai mis onze partout.

14 Lola1 : pourquoi t'as pas mis dix partout ?

15 Elsa2 : j'ai mis onze partout.

16 Hugo1 : on sait combien ça fait, 351.

17 Luka1 : c'est ça ou pas ?

18 Maëva1 : attends mais dans celui-là il y en a six.

(11'40)

19 Arthur1 : 2, 4, 6, 8, 10. Ça c'est un paquet de dix : 2, 4, 6, 8, 10. Compte les paquets de dix.

20 MA4 : je vous donne des élastiques pour attacher vos paquets.

21 Arthur2 : oh j'avais fait des belles statues.

22 Elsa3 : eh d'abord on les recompte, on les fait à la fin les élastiques.

23 Arthur3 : Mais non parce que c'est un paquet de dix pour un élastique.

(16'05)

24 MA5 : qu'est-ce que tu veux faire avec ton paquet là ? Pourquoi est-ce que tu l'attaches ?

25 Gwendoline1 : ...

26 MA6 : t'en as combien ?

27 Gwendoline2 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. 7 !

28 MA7 : tu veux l'attacher aussi celui-ci ?

29 Gwendoline3 : oui.

30 MA8 : Vous attachez des paquets de combien ? Gwendoline, vous attachez des paquets de combien ?

31 Gwendoline4 : euuh

32 MA9 : tu ne sais pas ?

33 Gwendoline5 : non, c'est pas nous qu'a fait les paquets, c'est eux, c'est eux ! c'est que eux deux ils nous piquent les trucs.

34 MA10 : Vous n'avez pas expliqué ce que vous avez fait aux autres Noah et Roméo ?

(25'30)

35 M1 : Xoran il les compte de 30 en 30, 30, 60, 90...

(30')

36 MA11 : là tout le monde a terminé normalement. Chaque groupe va expliquer ce qui a été fait, ce que vous avez trouvé, mais on fait attention, on ne parle pas tous en même temps. On commence par le groupe de CP, combien vous avez trouvé ? Xoran ! reste à ta place Xoran, reste à ta place. Tu nous expliques comment vous avez fait ?

37 Xoran1 : on a fait des paquets de dix. Et on a trouvé 126.

38 MA12 : vous avez trouvé 126, et vous avez fait comment ?

39 Erwan1 : on a compté de dix en dix.

40 MA13 : vous avez compté de dix en dix, d'accord. Inès tu nous expliques un peu ?

41 Inès1 : on a fait des paquets de dix, après on a compté et après il en restait six. Du coup bah ça fait 126.

42 MA14 : d'accord, merci, on écoute le groupe de Livio et de Gwendoline. Gwendoline !

43 Gwendoline6 : on a trouvé

44 MA15 : combien vous avez trouvé ? Vous avez noté le résultat ?

(Gwendoline montre sur la feuille)

45 MA16 : quelqu'un l'aide ?

46 Roméo3 : 140.

47 Gwendoline7 : 140

48 MA17 : 140, et comment vous avez fait pour trouver ce résultat ?

49 Gwendoline8 : on a fait des paquets de dix.

50 MA18 : vous avez fait des paquets de dix, d'accord. Combien il y avait de paquets de dix ?

51 Gwendoline9 : euh.

52 Roméo4 : 14.

53 Gwendoline10 : 14 paquets de dix.

54 MA19 : d'accord, merci. On écoute le groupe de Félix. Félix tu nous expliques s'il te plait.

55 Félix1 : bah en fait on a fait des paquets de dix, on a compté, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. 10 et ça et ça, dix dizaines ça fait cent, il reste encore deux dizaines et ça fait 20. Et on a trouvé 27. Y'a 127. Y'a une unité, deux unités, trois unités, quatre unités, cinq unités, six unités et sept unités et ça fait 127.

56 MA20 : ça fait 127, merci beaucoup. On vous écoute le groupe de Faka et de Maeva, comment vous avez fait ?

57 Hugo2 : ben on a, on a, fait des paquets de dix, on a compté, après on a attaché et quand on a attaché on a recompté pour être sûrs et ça, et bah du coup ça fait 311.

58 MA21 : 311, d'accord, du coup il y avait combien de paquets ?

(Hésitants, se regardent)

59 Luka2 : 311

60 Hugo3 : 310 paquets, plus un.

61 MA21 : vous avez 310 paquets là ?

62 Luka3 : oui

63 Hugo4 : non, on a 300 .

64 MA22 : combien d'allumettes vous avez ?

65 Hugo5 : 311

66 MA23 : d'accord, 311 allumettes, et des paquets, vous en avez combien ?

(Réfléchissant, haussant les épaules)

67 MA24 : on les compte ensemble les paquets ?

68 Luka4 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. 100. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. 100. Ça fait 200. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. 300. 1, 2, 3, 4. Là ça fait 300.

69 MA25 : tu as combien de paquets du coup là ?

70 Luka5 : 300

71 MA26 : non tu as 300 allumettes, mais tu as combien de paquets ? ça regarde c'est un paquet.

72 Maeva2 : 10, 20, 30, 40, 50...

73 Luka6 : 100 paquets !

74 MA27 : compte combien il y a de paquets là.

75 Luka7 : euh dix paquets, dix paquets plus dix paquets ...

76 MA28 : alors, ça fait combien de paquets ? juste tu comptes le nombre de paquets.

77 Luka8 : 10 paquets, plus 10 paquets, plus 10 paquets.

78 MA29 : ça fait combien alors ?

79 Luka9 : ça fait 300.

80 MA30 : ça fait combien de paquets ? $10 + 10 + 10$?

81 Maeva3 : 30.

82 MA31 : vous avez 30 paquets là.

83 Luka10 : on a trente paquets, plus un deux trois

(7*30)

84 MA32 : Le groupe de Lola vous nous expliquez comment vous avez fait ?

85 Arthur4 : on est à 351 allumettes.

86 MA33 : 351 allumettes, comment vous avez fait ?

87 Elsa4 : bah on a fait des paquets de dix.

88 Arthur5 : attends il y a un paquet de dix qu'on n'a pas compté.

89 Chris1 : y'a un blanco ?

90 Elsa5 : y'en a un là, un en plus là.

91 MB1 : Arthur vous n'avez pas fini ? On va aller voir l'autre groupe en attendant que vous finissiez.

92 MA34 : Le groupe de Maël, qu'est-ce que vous avez fait ?

93 Shawn1 : c'est Maël qui explique.

94 MA35 : alors Maël, vas-y commence.

95 Maël1 : on a fait des paquets de dix et après on a compté de dix en dix et euh, on s'est euh, on a trouvé 340 et on a, et après on a fait, et après on a rajouté les unités et après ça fait 345.

96 MA36 : d'accord, et en tout, combien vous avez de paquets ?

97 Maël2 : euh 345

98 MA37 : vous avez 345 paquets là ? dans votre boîte, vous avez 345 paquets ?

99 Maël3 : nan !

100 Shawn2 : 340 et y'a 5 unités.

101 MA38 : et le nombre de paquets ? avec les élastiques, il y en a combien en tout ?

102 Loane1 : 10.

103 MB2 : est-ce que vous pouvez recompter vos paquets là ? le nombre de paquets que vous avez ?

104 Loane2 : 10, 20, 30...

105 Maël4 : attends, nan !

106 MB2 : de paquets hein, le nombre de paquets.

107 Shawn3 : on en a dix là, ça fait cent. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Ça fait 200. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

108 Loane1 (garçon) : il nous en reste encore trois.

109 MA39 : d'accord, alors vous avez combien de paquets ?

110 Loane2 (g) : 330.

111 MA40 : 330 paquets là ?

112 MB3 : est-ce qu'on peut les compter sans faire d'autres paquets, Shawn ? 1, 2, 3...

113 Loane, Shawn, Loane1 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11...

114 Loane3 (fille) : attendez, parce que là il en a rajouté un et on sait pas comment. Attends, 1, 2, 3, 4, 5,

115 MB4 : alors il faut qu'il y en ait que un seul qui compte.

116 Loane4 (fille) : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34. Il y a 34.

117 MB5 : 34, vous avez 34 paquets. Est-ce que vous remarquez quelque chose dans votre nombre là ? Regardez votre nombre que vous avez écrit.

118 Loane5 (fille) : on a écrit 345, faut enlever le 5

119 Shawn4 : 345.

120 MB6 : nan, là vous avez compté les paquets, le nombre de dizaines. Il y a 34 paquets de dix.

121 Maël5 : il y en a beaucoup hein.

Atelier doigts / œufs

Séance du 2 avril 2019

Durée : 57'22s

MA : enseignante stagiaire MA

MB : enseignante stagiaire MB

M : enseignante de la classe

Elèves de CP et CE1

Registre empirique

Registre des modèles

1 MA1 : Alors, aujourd'hui on va faire des mathématiques comme tout à l'heure Séverine vous l'a dit. Mais on va travailler en petits groupes. J'aimerais bien qu'on fasse tout de suite les groupes comme ça vous allez pouvoir vous installer dans la classe. On va prendre Arthur, Lylou, Loane fille et Noah. Vous vous mettez là. Et Gwendoline, Elsa, Félix et Chris. Asseyez-vous.

Donc aujourd'hui, on va s'intéresser au nombre de doigts qu'il y a dans la classe. A savoir combien il y a de doigts en tout dans la classe et pour ça, combien on a de doigts dans nos mains ?

2 EEE1 : 10, 5 dans chaque main.

3 MA2 : 10, 5 dans chaque main. Et aujourd'hui on est combien ? On lève la main.

4 Emy1 : on est 27.

5 MA3 : on est que 27, 27 qui ?

6 EEE2 : 27 élèves

7 MA4 : ah oui et du coup, il n'y a que des élèves dans la classe aujourd'hui ?

8 EEE3 : Nan

9 MA5 : Alors on est combien ? on lève la main. Loane.

10 Loane1 : 30

11 EEE4 : 31 !

12 MA6 : on compte ensemble, 27, 28, 29, 30, 31

13 E : on est 31.

14 MA7 : on ne dit rien on lève la main. Donc je vais vous donner une feuille, dessus vous allez écrire vos prénoms. Là tout de suite on ne dit rien du tout, Maël.

15 Maël1 : ton trait du T il est à l'envers.

16 MA8 : mon trait du T...ah oui pardon je vais le refaire tout à l'heure, je vais le faire maintenant même. Vous allez écrire vos prénoms sur ces feuilles, et vous allez devoir m'expliquer comment vous avez fait pour trouver le nombre doigts qu'il y a en tout dans la classe. On ne dit rien, on lève la main.

17 Maël2 : est-ce qu'on a le droit de faire une main ?

18 MA9 : on a le droit de faire des mains, on a le droit de faire ce qu'on veut... Expérimenter toutes les démarches possibles et notez-les pour que je comprenne bien comment vous avez fait. N'oubliez pas de noter votre prénom sur la feuille que je ramasserai. Hugo, pourrais-tu s'il te plaît réexpliquer à tes camarades ce qu'il faut faire aujourd'hui? Pour que tout le monde comprenne.

19 Hugo1 : Bah euh, faut euh, faut faire, on peut dessiner...

20 MA10 : qu'est-ce qu'on cherche à faire aujourd'hui ?

21 Hugo2 : on cherche à trouver combien il y a de doigts dans la classe.

22 M11 : on cherche à trouver combien il y a de doigts dans la classe. Très bien. Je vous distribue les feuilles.

23 Louis1 : moi je sais déjà.

24 MA12 : tu me dis ce que tu as fait sur ta feuille.

Après avoir distribué les feuilles

25 MA13 : j'ai oublié de vous dire quelque chose de super important, là il y a un petit groupe qui va travailler avec moi, il faut faire silence puisque Charlie va nous filmer et s'il y a trop de bruit on ne va pas pouvoir entendre ce qui a été fait, d'accord ? On travaille en autonomie et en silence.

Activité boîtes d'œufs

26 MA14 : on va faire deux petits groupes, vous allez vous mettre chacun sur un tapis, Arthur tu te mets là, Lylou, Loane, Noah. Et puis, Gwendoline, Chris, Félix et Elsa.

Alors, vous me regardez. Aujourd'hui, on va travailler, des boites, dans chaque boite, il y a des trous. Vous allez devoir remplir ces boites avec des petits jetons, le plus rapidement possible. Vous allez devoir me dire, combien il y a de jetons dans la boite.

27 Arthur1 : on met un jeton dans chaque trou ?

28 M15 : on a le droit de mettre un seul jeton dans chaque trou.

29 Loane1 : XXX

30 MA16 : ah bah vous dites stop et on arrête tout.

31 Gwendoline1 : on prend quelles couleurs ?

32 MA17 : on prend tous les jetons qui sont dans la boite. Chris, tu réexpliques aux autres ce qu'on fait aujourd'hui ?

33 Chris1 : on doit compter le nombre de jetons.

34 MA18 : et comment on fait ?

35 Chris2 : on doit les mettre dedans.

36 MA19 : on doit les mettre dedans. Le plus rapidement possible.

37 Arthur2 : c'est comme des œufs.

38 MA20 : oui c'est comme des œufs. Je vous distribue les boites.

Distribution des boites de 10 et de 6.

39 Félix1 : elles sont plus petites.

40 MA21 : alors pourquoi elles sont plus petites ? Combien il y a de trous là ?

41 E : 6

42 MA22 : là il y en a 6 et là ?

43 Loane2 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. 10 !

44 MA23 : là il y en a 10. Et là il y en a 6. Il faut que vous travailliez ensemble, à la fin il faut que vous me disiez combien il y a d'œufs en tout. C'est bon Arthur ? je vous donne les boites.

45 EEE5 : y'a plus de jetons ! Stop !

46 MA24 : qui est-ce qui a fini les premiers ?

47 Arthur3 : nous

48 MA25 : donc vous en avez combien ?

49 Arthur4 : 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48. 48 !

50 MA26 : 48 et vous à côté vous en avez combien ?

51 Elsa1 : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50. 50 !

52 MA27 : c'est ce groupe la qui a trouvé le premier, mais moi je cherchais 48. J'ai oublié de vous dire quelque chose, lorsqu'une boîte est remplie, on la met de côté et ça veut dire qu'elle est remplie, on n'y touche plus.

53 Arthur5 : ben c'est ce qu'on fait.

54 MA28 : remettez les boîtes, échangez vos boîtes.

55 EEE6 : oh ouais

56 MA29 : c'est parti

57 Arthur6 : fini ! stop !

58 MA30 : alors vous en avez combien ?

Les élèves comptent

59 MA31 : ah bah non bah je veux que vous me disiez combien il y en a

Les élèves comptent de deux en deux

60 Arthur7 : 56.

61 MA32 : eh beh tu as été obligé de tout recompter Arthur pour savoir combien vous en avez. Ce qu'il faut faire là...

62 Félix2 : c'est d'en avoir le plus.

63 MA33 : non ce n'est pas d'en avoir le plus, c'est que vous me disiez le plus rapidement possible sans avoir à recompter.

64 Arthur8 : moi je sais

65 MA34 : oui mais tu as dû tout recompter. Là vous avez des boîtes de 10, on est d'accord ou pas ? là vous avez des boîtes de 6. Moi ce qui m'intéresse c'est de savoir comment vous faites pour trouver le plus rapidement possible.

66 E : ben 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70...

67 MA35 : ah d'accord, mais ça marche avec les boîtes de 6 ou de 10 ?

68 E : 10 !

[...]

69 MA36 : on va recommencer, vous m'appellez seulement quand vous trouvez, sans avoir à recompter derrière combien vous avez de jetons.

70 Arthur9 : ben c'est facile. 6, 12 (compte de 6 en 6 avec ses boîtes)

71 Gwendoline2 : stop !

72 Félix3 : 10, 20, 30, 40, 50, 60

73 Chris3 : non, 10, 20, 30, 40, 50, 51, 52 53 54 55 56 57. On en a 57.

74 Gwendoline3 : mais non on fait des paquets de 10, on en a 60.

75 EEE7 : 57 !

76 Arthur10 : regardez, 10, 20, 30, 40, 50, 60

77 Chris4 : mais non ! 10, 20, 30, 40, 50, 51 52 53 54 55 56 57. Voilà, 57.

78 Noah1 : ben nous aussi 57.

[...]

79 Arthur11 : Lylou elle est où la boîte ? 6 et 6 12, ça et ça ça fait 24, 24 plus 24 ça fait 48, 48 plus 12 ça fait 60. 63, attends, 66, 69. On a 69.

80 Félix4 : vous êtes sûrs ?

81 Arthur12 : oui regarde, 24, 24 plus 24 ça fait 48. 24, 48....attends. 24, 48....49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57...57 ? ah chui pas. Nan je sais pas attends.

82 MA37 : là il n'y a qu'une seule personne qui va m'expliquer comment il a fait. Donc on se tait parce que là je n'entends rien du tout. Donc Félix, attends deux secondes, on écoute tous. Combien vous avez trouvé ? C'est le groupe qui a trouvé le premier là ?

83 Félix5 : on en a rempli 5, fois les, les, les euh...

84 Gwendoline4 : les boîtes

85 Félix6 : et il y en avait 10 et là il en restait encore 7. Et ça a fait 57.

86 MA38 : d'accord, donc là, vous avez entendu ce qu'ils ont fait ? ils ont été beaucoup plus rapides que vous et ils ont trouvé directement sans avoir à recompter.

87 Arthur13 : si, ils ont recompté.

88 Félix7 : mais non pas du tout.

89 MA39 : on range dans les boîtes les jetons.

[...]

90 MA40 : qui est-ce qui a trouvé à chaque fois le nombre le plus rapidement ? On lève la main. Avec quelle boîte ?

91 EEE8 : les 10.

92 MA41 : quelqu'un peut m'expliquer pourquoi c'est avec la boîte de 10 ?

93 Félix8 : parce qu'en fait on compte de 10 en 10. 10 20 30 ... alors que là faut les assembler

94 MA42 : comment ça il faut les assembler ?

95 Félix9 : faut assembler les trucs comme ça.

96 MA43 : Arthur tu nous expliques.

97 Arthur14 : ben moi je ne suis pas d'accord avec Félix. Avec les paquets de 10 c'est plus dur parce que si on prend deux paquets comme ça, je sais que 6 et 6 ça fait 12, 12 et 12 ça fait 24, et si on en met plusieurs, ça c'est 12.

98 MA44 : Du coup tu comptes de 6 en 6. Euh, vous me faites une dernière collection.

(avec les boites de 10) Arthur : je vais les compter Lylou. 20, 3, 23 ! Stop ! C'est bon, stop.

[...]

99 MA45 : alors, combien vous avez trouvé ?

100 Arthur15 : là il y en a 23.

101 MA46 : comment tu as fait pour trouver 23 ?

102 Arthur16 : on a fait 10 20 et 3. 21 22 23.

103 MA46 : comment on fait pour trouver super facilement 23 ?

104 Noah2 : ben 10 20...

105 Arthur17 : Bah t'as pas besoin de compter. On sait déjà que ça fait 3

106 MA47 : t'as pas besoin de recompter on sait déjà que ça fait 3. Là ce qui va se passer, c'est qu'on va retourner à sa place, comme on n'a plus le temps. On range les jetons correctement et il y en a un de vous qui va devoir expliquer à toute la classe ce que vous avez fait.

107 Arthur18 : oh moi.

108 MA48 : Loane fille et Arthur vous allez expliquer tous les deux à la classe

[...]

109 MA49 : Arthur et Loane vont vous expliquer ce qui a été fait avec le petit groupe. On range tout.

110 Loane3 : bah y'avait des boites, et avec des jetons on devait les mettre dedans. On a compté les boites.

111 MA50 : Arthur tu nous expliques aussi comment on a fait ?

112 Arthur19 : en fait avec les 6. Eh bah là y'en a 6, dans l'autre paquet j'en prends encore 6, ça fait 12...

113 MA51 : qu'est-ce qu'on a remarqué ? avec quelle boite c'était plus rapide ?

114 Arthur20 : avec les boites de 6 euh non de 10.

115 Loane4 : les boites de 10 parce qu'on comptait de dix en dix.

137 EEE9 : nan, 310

[...]

116 MA52 : qui veut nous expliquer ce qu'il a fait avec les doigts ? Dis moi.

117 Eloan1 : 310.

118 MA53 : comment tu as fait pour trouver 310 ?

119 Eloan2 : bah parce qu'on est 31, 30 fois 10 ça fait 300 plus 10 et bah ça fait 310.

120 MA54 : 30 fois 10 300 plus 10 310, quelqu'un a-t-il une autre technique ? Luka

121 Luka1 : bah en fait moi je fais 10, 10 ça fait 100.

122 MA55 : 10 et 10 ça fait 100 ?

123 Luka2 : Nan ! 10 ça fait 100.

124 MA56 : 10 ça fait 100 ?

125 Luka3 : avec les doigts, ça fait 10.

126 MA57 : ah oui tu comptes là-haut avec les doigts

127 Luka4 : oui, je prends 10 personnes, ensuite je compte 10 doigts par personne et bah ça fait 100. Je prends 3 fois 10 ça fait 300 et plus 10 ça fait 310.

128 MA58 : ça fait 310 d'accord. Quelqu'un d'autre a une autre technique ? Inès

129 Inès1 : moi euh j'ai pris l'alphabet.

130 MA59 : t'as pris l'alphabet ? Explique-nous

131 Inès2 : bah j'ai pris A c'est 10, B c'est 10...après comme y'a pas assez de lettres pour compter...

132 MA60 : il y a combien de lettres dans l'alphabet ?

133 Inès3 : 26

134 MA61 : il y en a 26 et après tu as rajouté 10 parce qu'il en manquait ?

135 Inès4 : oui du coup bah ça fait, 320.

136 MA62 : tu es sûre ? on est 31 donc il y a 320 doigts ? tout le monde est d'accord avec 320 ?

137 EEE9 : nan, 310

Les boîtes à œufs: Inès, Emi, Gwendoline, Lylou

Durée : 20'16

MA : enseignante stagiaire MA

MB : enseignante stagiaire MB

M : enseignante de la classe

Elèves de CP et CE1

Registre empirique

Registre des modèles

1 MB1 : il faut compter le nombre de jetons, on dit que ce sont des œufs, donc il faut compter le nombre d'œufs que nous avons. Donc il faut que ce soit efficace et rapide aussi. Est-ce que c'est d'accord ? je veux, écoutez-moi, quand vous avez rempli vos boîtes, une fois que la boîte est remplie on la met là, hop. On l'écarte, d'accord ? il faut que toutes les boîtes soient remplies avant d'en compléter une autre.

2 Gwendoline1: et après, et après, quand on a fini on fait stop.

3 MB2 : oui, mais c'est pas quand on a fini de remplir, c'est quand on a trouvé le nombre d'œufs que vous avez.

4 Emi1: donc moi et Inès on fait ensemble et elles deux ensemble.

5 MB3 : voilà. Alors déjà comment on fait pour remplir des boîtes qui sont à l'envers et pas dans le même sens ? Allez-y.

6 EEE : 1, 2,3....

7 Inès1 : 6 et 6 12, vite vite vite...

8 Gwendoline2 : 1 2 3 4 5 ...

9 Inès2 : mais vous vous faites 10 20 30 40 50...

10 Lylou1 : non !

11 MB4 : alors, là vous avez tout compté un par un, Inès ?

12 Inès3 : oui ! Au début on a fait 12...

13 MB5 : est-ce que il y aurait une manière de faire plus efficace ?

14 Inès4 : bah eux ils font 10 20 30 40 50 60

15 MB6 : et moi je pense que, regardez, si je demande à Zoé, alors là il y a une boîte de remplie, deux boîtes de remplies, trois boîtes de remplies, quatre boîtes de remplies, cinq boîtes de remplies, ah et il y a six œufs seuls. Zoé si je te demande combien il y a d'œufs avec cinq boîtes d'œufs remplies et six œufs ?

16 MA1 : des boîtes de combien ?

17 Emi2 : 8

18 MB7 : des boîtes de dix.

19 MA2 : 56

20 Gwendoline3 : 56

21 Inès5 : bah oui parce que 5 boîtes. Ça c'est dix, donc ça cinquante plus 6 donc 56.

22 Gwendoline4 : oh on a gagné.

23 MB8 : c'est quoi une dizaine Gwendoline ?

24 Gwendoline5 : euuuh c'est rouge.

25 MB9 : euh c'est rouge, ça aussi c'est rouge. Qu'est-ce que c'est qu'une dizaine ?

26 Inès6 : une dizaine c'est une barre de 10.

27 MB10 : une barre de 10. De 10 quoi ?

28 Emi3 : bah euh...

29 Inès7 : de 10 petits cubes !

30 MB11 : de 10 choses ou de 10 œufs. Une boîte de 10 œufs alors c'est 1...

31 EEE : dizaine !

32 Lylou2 : et ça c'est des unités.

33 MB12 : est-ce que vous vous souvenez du tableau, qu'il y a normalement dans la classe, c'est un tableau qui fait comme ça...ça vous dit quelque chose ?

34 Emi4 : ah oui et là tu mets par exemple 1 unité...

35 M13 : alors là on répète, vous m'avez dit...

36 Inès8 : 6 unités

37 MB14 : vous m'avez dit une boîte d'œufs, une boîte de 10 œufs, un paquet de 10...dites-moi

38 Emi5 : alors ça fait, 10 20 30 40 50

39 M15 : il y a encore plus rapide que de compter. Là tu recomptes de 10 en 10.

40 Emi6 : 1 2 3 4 5, ça fait 5 dizaines.

41 MB16 : regardez au tableau

Emi décompose dans le tableau

42 MB17 : on va demander à Gwendoline

43 Gwendoline6 : 5 boîtes et 6 tous seuls, ça fait 56.

44 MB18 : pourquoi ça fait 56 ?

45 Gwendoline7 : bah parce que...je sais pas.

46 MB19 : tu sais pas ? On a dit que les dizaines c'étaient des paquets de 10. Donc là, c'est un paquet de 10. Quand tu écris le nombre au tableau, il y a un nombre des unités et un nombre des dizaines.

47 Gwendoline8 : une dizaine et deux unités.

48 MB20 : une dizaine et deux unités ? C'est quoi ce nombre ? Une dizaine est égale à 10 unités. Si je vous là, regardez, si on fait cinq paquets, et 6 là.

En utilisant les boîtes de 6 et non plus de 10

49 Emi7 : ça ça fait 50, 5 paquets de 10, plus 6 ça fait par exemple 6 œufs tous seuls, ça fait 56.

50 MB21 : oui, mais là, est-ce que ce sont des paquets de 10 ?

51 Inès9 : moi je sais, tu fais 5 10 15 (*elle enlève un œuf à chaque boîte de 6*) ...

52 MB22 : oui mais c'est surtout qu'on ne peut pas faire des paquets de 10, on ne peut pas faire des dizaines, compter un nombre avec ça. C'est plus compliqué et plus long. Il faut que ça soit des paquets de 10. On en fait un autre ?

53 Inès10 : ok

[...]

Emi compte le nombre de boites de 10

54 Emi8 : je sais ! Ça fait toujours pareil, 56, parce qu'il y a 5 boites de 10 et il y a 6 petits. Donc ça fait 56.

[...]

55 MB23 : vous remplissez maintenant chacune de votre côté. Inès tu regardes Gwendoline et Emi tu regardes Lylou. En face de là où vous êtes, d'accord ? Quand je dirai stop vous arrêtez. Non Inès elle ne compte pas.

56 Emi9 : je sais, j'ai trop envie de le dire.

57 MB24 : stop ! Alors, regardez vos boites, vous savez combien il y en a ?

58 Gwendoline9 : nan

59 MB25 : regarde bien

60 Inès11 : moi je sais

61 Lylou3 : 39.

62 MB26 : pourquoi tu me dis 39 ? Lylou, pourquoi tu me dis 39 ? Combien tu as de boites de 10 ? Combien tu as de paquets de remplis ? Lylou, arrête de regarder Emi et Inès. Combien tu as de boites pleines ? Montre-moi les boites pleines.

Lylou montre deux boites pleines

63 MB27 : ça et ensuite ? Là ça en fait combien des boites pleines ?

64 Lylou4 : 2.

65 MB28 : 2. Et là combien il y en a d'œufs ?

66 Lylou5 : 9.

67 MB29 : 9.

Mise en commun: séance du 23 avril 2019

Durée : 10'51

MA : enseignante stagiaire MA

MB : enseignante stagiaire MB

M : enseignante de la classe

Elèves de CP et CE1

Registre empirique

Registre des modèles

1 MB1 : vous aviez des paquets de 8 XXX vous allez me dire le nombre de paquets que vous avez trouvé, ceux qui ont la fiche 1 en CP par exemple. Emi, on écoute s'il vous plait.

2 Emi1 : y'avait 7 boites d'œufs

3 MB2 : 7 boites d'œufs

4 Emi2 : et zéro tout seul

5 MB3 : oui et zéro tout seul, il n'y a pas d'œuf tout seul.

6 Emi3 : et y'avait...

7 MB4 : alors là tu n'es pas en train de me parler des boites de 8 mais des boites de 10. Alors, on recommence.

8 Emi4 : alors on a 6 boites de 8

9 MB5 : 6 boites de 8, on écoute !

10 Emi5 : 3 tous seuls

11 MB6 : 3 tous seuls

12 Emi6 : et on a trouvé 48

13 MB7 : ensuite, on va prendre une fiche numéro 2, avec la boite de 8. Qui a une fiche numéro 2 ? Gwendoline. Combien tu as de boites ?

14 Gwendoline1 : 9

15 MB8 : 9, et combien d'œufs tous seuls ?

16 Gwendoline2 : 1

17 MB9 : 1 œuf tout seul et vous avez trouvé combien ? Combien il y a d'œufs là ?

18 Gwendoline3 : 73

19 MB10 : 73. Une autre boîte de 8 ? Elsa tu me dis. On écoute s'il vous plait.

20 Elsa1 : 8

21 MB11 : 8 boîtes de 8. Combien d'œufs tous seuls ?

22 Elsa2 : 16

23 MB12 : 16 tous seuls ? Lola ? Je te demande les œufs tous seuls.

24 Elsa3 : 7

25 MB13 : 7 ? Et donc vous avez trouvé qu'il y a combien d'œufs ?

26 Elsa4 : 64

27 MB14 : 64. On va regarder maintenant une dernière boîte de 8. Lylou combien tu as de boîtes de 8 œufs ?

28 Lylou1 : 3

29 MB15 : 3 d'accord, et ensuite des œufs tous seuls ?

30 Lylou2 : 6

31 MB16 : combien tu as d'œufs en tout ?

32 Lylou3 : 25

33 MB17 : bon alors, dans tout ce que vous avez, dans tous les résultats là, il y a des erreurs de calcul en comptant. Mais j'ai noté ce que vous avez mis, d'accord ? Est-ce que maintenant vous pouvez me donner le nombre de boîtes de 10 ? Arthur, dis-moi.

34 Arthur1 : y'a 14 boîtes

35 MB18 : tu as 14 boîtes de 10

36 Arthur2 : y'a 3 œufs tous seuls

37 MB19 : il y a 3 œufs tous seuls

38 Arthur3 : et le total ça fait 143.

39 MB20 : d'accord, on écoute et on regarde bien au tableau surtout, Luka.

40 Luka1 : on a 13 boites

41 MB21 : 13 boites

42 Luka2 : on a 3 œufs tous seuls et 133.

43 MB22 : ensuite, les CP, Axel.

44 Axel1 : on a 6 boites

45 MB23 : 6 boites. Chut Faka, tu regardes par ici s'il te plait. J'ai pas entendu ce que tu m'as dit. Tu m'as dit 6 boites de 10, combien d'œufs seuls ?

46 Axel2 : 5 et au total on a 65.

47 MB24 : les CP, une dernière. Inès.

48 Inès1 : euh, 7 boites d'œufs. Zéro œuf tout seul et au total ça fait 70.

49 MB25 : est-ce que vous remarquez quelque chose de particulier dans ce tableau ? Maël?

50 Maël1 : bah en fait c'est bizarre qu'il peut y avoir un zéro.

51 MB26 : non il n'y a pas d'œuf tout seul, ce n'est pas bizarre

52 Luka3 : bah en fait c'est bizarre, parce qu'en fait bah en fait 14 et 3 et si on rajoute 3 à 14 et bah ça fait 143.

53 MB27 : alors, ce que Luka essaie de dire c'est que le 14 c'est le nombre de paquets de dix et vous le retrouvez dans votre nombre ici en fait et le 3 il se met à côté. Est-ce que ça marche pareil pour les autres ?

54 EEE : oui

55 MB28 : vous avez bien le 13, que vous retrouvez là, et donc là comme tout à l'heure je vous le disais, on l'a vu tout à l'heure dans la dictée de nombres. Les paquets de 10 d'abord, les unités après. Là pareil, et est-ce que ici ça marche ?

56 EEE : oui

57 MB29 : ça fonctionne là ?

58 EEE : non

59 MB30 : ça fonctionne uniquement avec les...

60 EEE : les paquets de 10

61 MB31 : avec les paquets de 10 et alors est-ce que vous avez besoin de recompter ?

62 EEE : non

63 MB32 : lorsque vous avez les boîtes d'œufs, les paquets de 10, comme vous comptez un grand nombre, vous vous rappelez de l'activité sur les fourmis ?

64 EEE : oui

65 MB33 : il fallait compter plein de fourmis, au début vous faisiez 10 20 30 40 50 60 ... ou alors vous comptiez 1 2 3 4 5 et à chaque fois vous vous perdiez. Donc si vous faites, si vous comptez le nombre de paquets, et que vous notez ensuite le nombre que vous avez tout seul, vous arrivez à écrire le nombre total. Donc si je vous dis il y a euh 9 paquets, 9 boîtes d'œufs, et trois œufs tous seuls, on lève la main. 9 boîtes d'œufs, de 10 œufs et 3 œufs tous seuls ? Shaun ?

66 Shaun1 : 93

67 MB34 : 93. 7 paquets de 10 et 9 œufs tous seuls ? Eloan. T'as pas entendu ?

68 Eloan1 : non

69 MB35 : Emi, 7 paquets de 10 et 9 œufs seuls

70 Emi7 : 79