

La place de l'erreur en résolution de problèmes en classe de CE1 : problèmes du champ additif

Anaïs Molière

▶ **To cite this version:**

Anaïs Molière. La place de l'erreur en résolution de problèmes en classe de CE1 : problèmes du champ additif. Education. 2018. dumas-02556048

HAL Id: dumas-02556048

https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02556048

Submitted on 27 Apr 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Master MEEF

« Métiers de l'Enseignement, de l'Education et de la Formation »

Mention premier degré

La place de l'erreur en résolution de problèmes en classe de CE1

Problèmes du champ additif

Ecrit réflexif présenté en vue de l'obtention du Diplôme Universitaire

Soutenu par
Anaïs Molière

Le 16 mai 2018

En présence de la commission de soutenance composée de :

Sophie Joffredo-Le Brun, directeur de mémoire
Béatrice Dugy, membre de la commission

Remerciements

La réalisation de ce mémoire a été possible grâce au concours de plusieurs personnes à qui je voudrais témoigner toute ma reconnaissance.

Je voudrais tout d'abord adresser toute ma gratitude à la directrice de ce mémoire, Sophie Joffredo-Le Brun, pour sa patience, sa disponibilité et surtout ses judicieux conseils, qui ont contribués à alimenter ma réflexion.

Je désire aussi remercier Céline Gaugain, mon maître d'accueil temporaire, enseignante dans la classe de CE1. Elle m'a accueilli dans sa classe tous les jeudis, et elle m'a fourni les outils nécessaires pour les recherches de mon mémoire. Je la remercie pour avoir su me faire confiance et de m'avoir conseillée tout au long de cette année.

Je tiens à remercier aussi Marie Godineau, enseignante dans l'autre classe de CE1, qui m'a donné beaucoup de conseils.

Enfin, je remercie également les élèves de CE1.

Table des matières

Table des matières 3
Introduction 5

1. Première partie : Contexte 6

1.1. Programme officiel : Socle commun de connaissances, de compétences et de culture 6

1.1.1. Socle commun de connaissances, de compétences et de culture 6
1.1.2. Programme officiel (BO du 26 novembre 2015) 7

1.2. Contexte de la classe 8

1.2.1. Organisation générale de la séquence 8
1.2.2. Modalités de mise en œuvre 10
1.2.3. Organisation détaillée de la séquence en résolution de problèmes dans la classe 10

2. Le cadre d'analyse 13

2.1. Qu'est-ce qu'on entend par résolution de problème ? 13

2.1.1. Qu'est-ce qu'un problème ? 13
2.1.2. Différents types d'activités de problèmes 14

2.2. La construction de problèmes 15

2.2.1. L'enjeu des énoncés dans la résolution de problèmes 15
2.2.2. La place de la question dans l'énoncé du problème 18
2.2.3. Problème et langage écrit 20

2.3. Quelles peuvent-être les procédures des élèves ? 21

2.3.1. Les différents types de problème 21
2.3.2. L'analyse des problèmes selon Gérard Vergnaud 24
2.3.3. Conséquences des valeurs numériques dans un énoncé de problèmes 25
2.3.4. Les procédures des élèves 26

2.4. Les erreurs des élèves 27

2.4.1. Deux perspectives classiques 27
2.4.2. Perspective constructiviste 28

3. Méthodologie 30

3.1. Méthodologie de recueil de données 30

3.1.1. Données filmiques 30
3.1.2. Productions d'élèves : analyse qualitative 30
3.1.3. Productions d'élèves : analyse statistique 31

3.2. Méthodologie des traitements des données 31

3.2.1. Synopsis 31
3.2.2. Transcription des vidéos 32

4. Analyse 34

4.1. Analyse des problèmes et des productions d'élèves 34

4.1.1. Problème de composition : recherche de partie 34
4.1.2. Problème de composition : recherche d'un tout 37
4.1.3. Problème de transformation d'une mesure initiale en une mesure finale 40

4.2. Analyse filmique 46

4.2.1. Problème de composition : recherche d'un tout 46
4.2.2. Problème de composition : recherche d'une partie 48

4.3. Analyse statistique 53

Conclusion 57
Bibliographie 59
Annexes 61

Annexe 1 61

Annexe 2 62

Annexe 3 63

Problème 1 63
Problème 2 63
Problème 3 64

Annexe 4 64

Transcription 1 64
Transcription 2 65
Transcription 3 : 66
Transcription 4 : 66
Transcription 5 : 68

Engagement de non-plagiat 69
4ème de couverture 70

Introduction

Dans le cadre des nouveaux programmes de 2016, en mathématiques, la place de la résolution de problèmes est prépondérante. Cette année, lors de mon stage en cycle 2, j'ai enseigné des activités de résolution de problèmes en mathématiques et plus particulièrement sur des problèmes additifs. Je me suis intéressée aux procédures qu'utilisent les élèves et les erreurs qu'ils commettent. Les problèmes me paraissent simples mais ils sont compliqués pour les élèves. Je vais donc m'interroger dans ce mémoire sur les obstacles qu'ils peuvent rencontrer dans la résolution de problèmes additif. Je souhaite observer les stratégies qu'ils mettent en place, ce qui me permettra de mieux appréhender les erreurs éventuelles quand j'aurais ma classe. Mon but étant d'adapter mon enseignement pour que les élèves avancent à leur rythme. Je veux comprendre leurs procédures, leurs pensées pour pouvoir ajuster mon enseignement.

Nous allons donc nous interroger dans ce mémoire aux erreurs que peuvent produire des élèves de CE1 en résolution de problèmes à structure additive. Quels obstacles peuvent rencontrer des élèves de CE1 en résolution de problèmes à structure additive et qui peuvent les amener à faire des erreurs ?

Dans une première partie, nous présenterons le contexte dans lequel se situe ce mémoire sur la résolution de problème au cycle 2. Dans une seconde partie, nous proposerons le cadre d'analyse sur lequel notre recherche s'appuiera pour voir ce qui peut amener les élèves à faire des erreurs en résolution de problèmes. Dans une troisième partie, nous détaillerons la méthodologie de recueil de données. Puis dans une quatrième partie, nous analyserons nos données de manière qualitatives et statistiques. Enfin, nous conclurons par une synthèse.

1. Première partie : Contexte

Dans cette première partie nous examinerons ce que le programme officiel et le socle commun de connaissances, de compétences et de culture nous disent sur la résolution de problèmes en mathématiques au cycle 2. Puis, nous expliquerons le contexte de la classe dans laquelle les analyses ont été faites.

1.1. Programme officiel : Socle commun de connaissances, de compétences et de culture

1.1.1. Socle commun de connaissances, de compétences et de culture

Le socle commun de connaissances, de compétences et de culture « couvre la période de la scolarité obligatoire, c'est-à-dire dix années fondamentales de la vie et de la formation des enfants, de six à seize ans ». Ici nous allons nous intéresser à des élèves de 7 à 8 ans. « La scolarité obligatoire donne aux élèves une culture commune, fondée sur les connaissances et compétences indispensables, qui leur permettront de s'épanouir personnellement, de développer leur sociabilité, de réussir la suite de leur parcours de formation, de s'insérer dans la société où ils vivront et de participer, comme citoyens, à son évolution. Le socle commun doit devenir une référence centrale pour le travail des enseignants et des acteurs du système éducatif, en ce qu'il définit les finalités de la scolarité obligatoire et qu'il a pour exigence que l'École tienne sa promesse pour tous les élèves. », (MEN, 2015b, p. 2).

« L'élève engagé dans la scolarité apprend à réfléchir, à mobiliser des connaissances, à choisir des démarches et des procédures adaptées, pour penser, résoudre un problème, réaliser une tâche complexe ou un projet, en particulier dans une situation nouvelle ou inattendue. », (MEN, 2015b, p.2). C'est ce que nous allons voir dans la classe de CE1, où les élèves vont utiliser différentes procédures pour résoudre des problèmes additifs.

Le socle commun s'articule en cinq domaines de formation définissant les connaissances et les compétences qui doivent être acquises à l'issue des cycles 2, 3 et 4. La résolution de problèmes en mathématiques, s'appuie sur le domaine des langages pour penser et communiquer plus précisément sur **«** comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques » (MEN, 2015b, p. 3).

Les élèves de CE1 vont apprendre que des mots dans un contexte particulier, plus précisément dans les problèmes, ont un sens mathématique (cf. 2.2.3. problème et langage écrit). Ces termes peuvent les aider à mieux comprendre et résoudre les problèmes.

De plus, la résolution de problèmes intervient également dans le domaine des méthodes et outils pour apprendre. Les élèves vont devoir mettre en œuvre des procédures adaptées aux différentes typologies de problèmes rencontrés, réinvestir des connaissances dans divers contextes.

Enfin, la résolution de problèmes porte sur le domaine de la formation de la personne, car les élèves apprennent à collaborer ensemble, à faire des recherches. Et aussi dans le domaine du citoyen et des systèmes naturels et les systèmes techniques, en effet, « l'élève pratique le calcul, mental et écrit, exact et approché, il estime et contrôle les résultats » (MEN, 2015b, p. 6).

1.1.2. Programme officiel (BO du 26 novembre 2015)

Le bulletin officiel spécial n°11 du 26 novembre 2015 décrit les compétences, les objectifs que doivent atteindre les élèves durant chaque cycle. Pour le cycle 2, il indique pour la résolution de problèmes que celle-ci « est au centre de l'activité mathématique des élèves, développant leurs capacités à chercher, raisonner et communiquer. Les problèmes permettent d'aborder de nouvelles notions, de consolider des acquisitions, de provoquer des questionnements. Ils peuvent être issus de situations de vie de classe ou de situations rencontrées dans d'autres enseignements, notamment dans le domaine « Questionner le monde ». », (MEN, 2015c, p. 73). Nous verrons par la suite, que les élèves doivent être confrontés relativement tôt à la recherche en résolution de problèmes. Cependant on ne parle pas de problème d'application, mais des problèmes qui permettent aux élèves de chercher par tâtonnement. Ainsi, ils commencent se questionner sur le sens des problèmes.

La compétence attendue en fin de cycle, est présentée ainsi : Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul. Les élèves doivent « résoudre des problèmes issus de situations de la vie quotidienne conduisant à utiliser les quatre opérations. Il faut qu'ils comprennent le sens des opérations ; le problème relevant des structures additives (addition/soustraction) ; modéliser ces problèmes à l'aide d'écritures mathématiques ; le sens des symboles + et -. De plus, il faut étudier les liens entre addition et soustraction », (MEN, 2015c, p. 77). Nous allons voir dans l'analyse, que les élèves n'ont pas toujours compris le sens des symboles, ce qui les amène à faire des erreurs dans leur résolution de problèmes.

Il est précisé que les compétences travaillées (MEN, 2015c, p. 74) sont :

- *Chercher* : S'engager dans une démarche de résolution de problèmes en observant, en posant des questions, en manipulant, en expérimentant, en émettant des hypothèses, si besoin avec l'accompagnement du professeur après un temps de recherche autonome. Nous allons voir que pour commencer à résoudre des problèmes, les élèves ont d'abord manipuler pour comprendre et s'imprégner le sens de l'énoncé.

- *Modéliser :* Réaliser que certains problèmes relèvent de situations additives, d'autres de situations multiplicatives, de partages ou de groupements. Dans notre recherche nous nous intéresserons seulement aux problèmes d'additions et de soustractions.
- *Représenter* : Appréhender différents systèmes de représentations (dessins, schémas, arbres de calcul, etc.).
- *Raisonner* : Anticiper le résultat d'une manipulation, d'un calcul, ou d'une mesure. Tenir compte d'éléments divers (arguments d'autrui, résultats d'une expérience, etc.) pour modifier son jugement. Prendre progressivement conscience de la nécessité et de l'intérêt de justifier ce que l'on affirme.
- *Calculer* : Calculer avec des nombres entiers, mentalement ou à la main, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies adaptées aux nombres en jeu. Contrôler la vraisemblance de ses résultats. Nous verrons que les élèves utilisent différentes stratégies.
- *Communiquer* : Utiliser l'oral et l'écrit, le langage naturel puis quelques représentations et quelques symboles pour expliciter des démarches, argumenter des raisonnements. Nous observerons que les élèves comprennent le sens du problème mais qu'ils se retrouvent en difficultés pour y répondre par une phrase.

  Dans les repères de progressivité il est dit qu'« au CP, les élèves commencent à résoudre des problèmes additifs et soustractifs auxquels s'ajoutent des problèmes multiplicatifs dans la suite du cycle. Au CE2, les élèves sont amenés à résoudre des problèmes plus complexes, éventuellement à deux étapes, nécessitant par exemple l'exploration d'un tableau ou d'un graphique, ou l'élaboration d'une stratégie de résolution originale. Le réinvestissement dans de nombreux problèmes arithmétiques élémentaires permet ensuite aux élèves d'accéder à différentes compréhensions de chaque opération. En ce qui concerne le calcul, les élèves établissent puis doivent progressivement mémoriser des faits numériques : décompositions/recompositions additives dès début de cycle (dont les tables d'addition). », (MEN, 2015c, p. 79). Nous allons voir que pour certains élèves la compréhension des problèmes est difficile. Il faut qu'ils y soient confrontés régulièrement pour prendre des automatismes et mieux appréhender leurs sens.

Nous allons voir maintenant, le contexte de la classe de CE1 dans laquelle j'ai fait mon stage.

1.2. Contexte de la classe

1.2.1. Organisation générale de la séquence

L'enseignement des mathématiques est fondamental, il commence dès le cycle 1 et continue d'être enseigner en élémentaire, au collège, au lycée... puis les mathématiques ne cessent d'être utilisées dans notre vie de tous les jours.

J’ai mis en œuvre une séquence en résolution de problèmes dans une classe de CE1, composée de 23 élèves à l’école Louis Blériot. Ces problèmes relèvent du champ additif. Les élèves ont appris à résoudre des problèmes en utilisant l’addition et la soustraction.

D’abord, je me suis intéressée aux questions liées à l’enseignement des mathématiques et la prise en compte de l’hétérogénéité des élèves dans une classe en CE1, et plus particulièrement aux problèmes additifs. En effet, je me suis aperçue, que la notion de problème est compliquée pour les élèves, ils les appréhendent de diverses manières. J’ai eu envie d’approfondir, de comprendre les différentes stratégies des élèves. Leurs erreurs me questionnent, et me donnent envie de les analyser, pour pouvoir ensuite y remédier.

Pour mettre en œuvre cette séquence, je me suis adaptée aux séances de ma MAT (maitre d’accueil temporaire), qui s’appuie sur le livre « *Résoudre des problèmes* » de Christian Henaff (2016), qui est actuellement conseiller pédagogique adjoint à l’Inspecteur de l’éducation nationale, dans la circonscription de Tulle Nord. L’éditeur du manuel est Retz. Mais mon MAT choisit les problèmes qu’elle va donner aux élèves dans le fichier « *J’apprends les problèmes, CE1*» de Rémi Brissaud (2016), qui est titulaire d’une maîtrise de mathématiques et d’un doctorat en psychologie cognitive, il est également maître de conférence à Paris 8. Dans ce fichier, il y a une bande de données à chaque séance qui lui permet de sélectionner les problèmes.

La séquence proposée est composée de 12 séances qui se sont déroulées tous les jeudis de septembre 2017 à décembre 2017. Plus précisément, j’ai proposé, de septembre à fin octobre, des problèmes de type « soustraction », puis de début novembre à fin novembre des problèmes de type « addition ». Ensuite de fin novembre à mi-décembre, nous avons étudié simultanément les deux types de problèmes : « additions et soustractions ». Le 15 décembre les élèves ont été évalués. Cette évaluation est sommative, elle sert à vérifier les acquis des élèves et leurs compétences en fin de séquence. La MAT a construit cette évaluation et l’a fait passer.

Je n’étais pas présente le jour de cette évaluation. La professeure titulaire de la classe a choisi deux problèmes de partie/partie/tout. Le premier était un problème dont la résolution demandait d’utiliser une soustraction, une addition à trou était aussi possible. Le but étant qu’ils comprennent le sens du problème et qu’ils arrivent à trouver une méthode de calcul. Le deuxième était un problème de réunion d’états, la résolution demandait d’utiliser une addition.

1.2.2. Modalités de mise en œuvre

Pendant la séquence de mathématiques sur les problèmes à structure additive, les élèves travaillent souvent en groupe. Au début de la séquence l'enseignante a cherché la manière de former les groupes. Lors de la troisième séance, nous nous sommes rendu compte que des groupes hétérogènes étaient le plus intéressant pour résoudre des problèmes. En effet, les élèves en difficultés de lecture étaient aidés par les bons lecteurs. De plus, ils ont chacun des méthodes différentes et peuvent ainsi confronter leurs idées.

Il faut préciser que le travail de groupe est encore difficile pour eux, car c'est la première année qu'ils travaillent ainsi. Certains préfèrent travailler et chercher seuls. Il est compliqué pour eux, de partager la feuille de recherche de problèmes, d'exposer leurs idées aux autres, de s'écouter. Certains s'amusent avec les jetons plutôt que de travailler, ce qui peut provoquer quelques différends. Sans compter que dans cette classe et même dans l'école il y a beaucoup de conflits. Des élèves ne veulent pas travailler ensemble, ce qui amène la MAT, à modifier la composition des groupes. Pour que les élèves soient dans des bonnes conditions de travail. L'organisation des groupes ne doivent pas les bloquer ou les empêcher de travailler.

Durant la mise en commun, les élèves exposent leurs stratégies. Ils peuvent voir qu'il en existe plusieurs, et ils peuvent adopter celle où ils se sentent le plus à l'aise. Par la suite, j'explique qu'il existe des méthodes qui permettent de résoudre le problème plus vite (méthode experte).

1.2.3. Organisation détaillée de la séquence en résolution de problèmes dans la classe

J'ai commencé par faire ma première séance le jeudi 12 octobre 2017. Je pensais qu'il serait intéressant de continuer tous les jeudis pour voir la progression des élèves. De plus, ça me permet d'adapter mes séances toutes les semaines en fonction de l'avancement de l'apprentissage des élèves.

D'après le « référentiel de compétences communes à tous les professeurs et personnels d'éducation », j'essaie de mettre tout en œuvre pour connaître les élèves et leurs processus d'apprentissage. Ainsi, enseigner la résolution de problèmes sur long terme m'a permis d'éviter de refaire les mêmes erreurs chaque semaine et de pouvoir m'améliorer dans l'organisation et la gestion de la classe.

La séquence a débuté par des problèmes de type « soustractif ». Comme nous l'avons vu précédemment, l'enseignante de la classe suit la méthode Retz, du livre « *Résoudre des problèmes* » de Christian Henaff (2016). Cet auteur préconise de commencer par les problèmes de type « soustractif », car ce sont ceux qui correspondent à une séance bilan ou de réinvestissement. La soustraction étant déjà travaillée dans le domaine « nombres et calculs », l'utilisation de celle-ci permet un réinvestissement de la notion vue précédemment. Les élèves doivent faire du lien entre les disciplines, ce qui leur permettra de mieux appréhender les savoirs. En calcul mental, les élèves apprennent à additionner ou à soustraire des nombres, ils doivent faire le lien avec la résolution de problèmes.

Déroulement d'une séance :
A chaque début de séance, l'ensemble des élèves résout un problème. On le lit ensemble et on essaye de voir comment y répondre.
Ensuite, les élèves sont regroupés par groupe de trois, de niveau hétérogène. Ils cherchent le résultat du premier problème posé ensemble puis on corrige collectivement pour voir les stratégies de chacun. Ils peuvent s'aider de jetons et demander l'appui d'un adulte s'ils ont des questions. J'essaie d'accorder à tous les élèves de l'attention et un accompagnement approprié en fonction de leur besoin. Durant leur recherche les élèves répondent aux problèmes sur une feuille.
Ainsi, ils ont le choix de leur procédure, mais sont contraints par la feuille et les cases (le dessin, le calcul et la réponse), ils peuvent schématiser la situation. Le tableau est représenté ci-dessous :

PROBLEME	DESSIN	CALCUL	REPONSE
Laura avait 7 petites voitures. Sa mamie lui en a donné 16. **Combien a-t-elle de petites voitures maintenant ?**			

Feuille de recherche, donnée aux élèves pour résoudre les problèmes (jeudi 9 novembre 2017)

Ils doivent y dessiner le problème, puis faire un calcul et enfin écrire une phrase qui correspond à la réponse du problème. Ils peuvent s'attribuer des tâches, pour que chacun ait un rôle sur la feuille. Par contre ils doivent y réfléchir ensemble et se mettre d'accord sur la stratégie pour résoudre le problème. Pour terminer la séance, nous faisons une mise en commun, pour permettre aux élèves d'échanger sur les différentes stratégies. Cela me permet aussi de voir les erreurs que font les élèves, pour que je puisse y remédier par la suite.

Après trois séances de recherche en groupe, les élèves sont seuls pour résoudre des problèmes. A travers leurs réponses, l'enseignante les évalue, on parle d'évaluation formative, c'est ce qui permet d'améliorer l'apprentissage en cours en détectant les difficultés de l'élève afin de lui venir en aide. L'enseignant peut ainsi voir où en sont ses élèves dans leur apprentissage. Ensuite, nous avons vu des problèmes d'addition. Le déroulement des séances est le même qu'avec les problèmes de soustractions.

En pratiquant ces séances, je me suis posée plusieurs questions :

- Quelles sont les erreurs que peuvent commettre les élèves de CE1 dans des résolutions de problèmes additifs ?
- Quels sont les obstacles que peuvent rencontrer des élèves de CE1 dans des résolutions de problèmes additifs ?

Nous allons voir maintenant le cadre d'analyse. Nous y définirons ce qu'est un problème. Nous analyserons sa composition et les difficultés qu'il peut soulever. Pour terminer nous nous intéressons aux procédures que peuvent produire les élèves.

2. Le cadre d'analyse

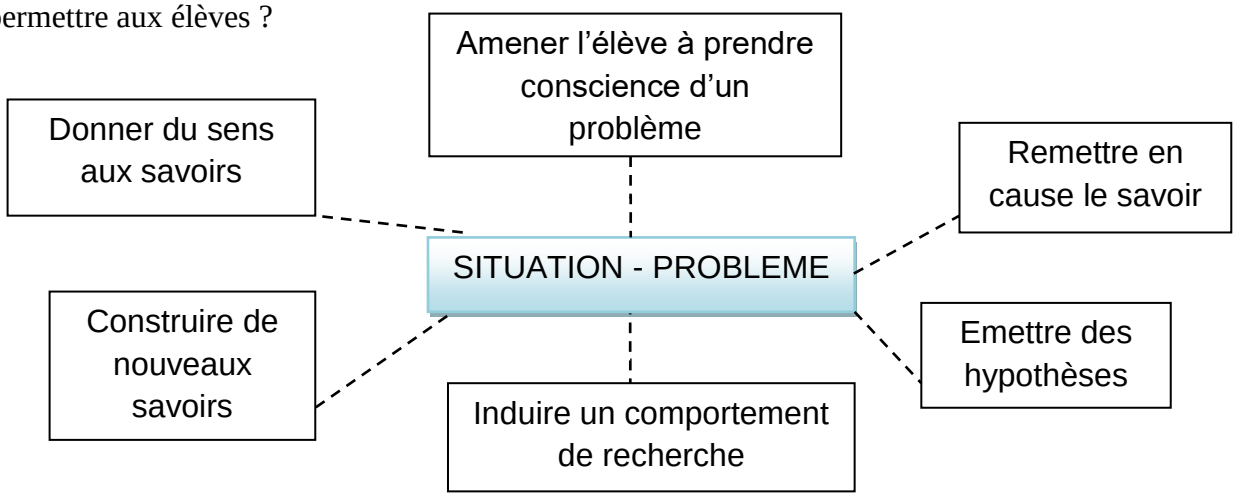
2.1. Qu'est-ce qu'on entend par résolution de problème ?

2.1.1. Qu'est-ce qu'un problème ?

Nous allons définir ce qu'est un problème en nous appuyant sur l'ouvrage la résolution de problèmes : cycle 2 CP/CE1 (2007) de Sylvie Gamo, docteure en mathématiques, professeur à l'IUFM de Créteil (site de Livry-Gargan). Elle anime des stages de formation initiale en collaboration avec des professeurs - maîtres formateurs.

Cette auteure définit un problème comme une tâche à réaliser. On connait le but à atteindre, grâce à question posée. Et « on connait le contexte dans lequel il doit être atteint mais on ne connait pas la procédure pour l'atteindre », (Gamo, 2007, p. 10). Effectivement, le but du problème est de trouver la bonne procédure de résolution. Il ne faut pas oublier que par problème, on entend rechercher, développer des hypothèses pour trouver la solution. La subjectivité est une caractéristique du problème, car en effet il n'y a problème que dans un rapport sujet/situation, où la solution n'est pas disponible d'emblée, mais possible à construire.

De plus, elle explique dans cet ouvrage, que celle-ci reste une activité où les élèves rencontrent beaucoup de difficultés, comme nous confirme les résultats des études internationales. La préoccupation est de savoir pourquoi les élèves ont-ils des difficultés en résolution de problèmes ?
Le schéma ci-dessous présente l'intérêt d'une situation-problème, c'est-à-dire qu'est-ce qu'elle va permettre aux élèves ?



Synthèse des objectifs d'une situation-problème : La résolution de problème, Sylvie Gamo, p73

La situation-problème doit donc permettre aux élèves de s'interroger sur un énoncé, d'émettre des hypothèses, de construire un raisonnement. En prenant conscience du problème, ils sont amenés à construire de nouveaux savoirs, par leur recherche.

Grâce au travail de l'enseignant, son *analyse a priori,* ce sont les élèves qui vont créer leur savoir, par leur comportement de recherche. Ils doivent remettre en cause le savoir pour avancer, pour donner du sens aux savoirs, qu'ils comprennent ce qu'ils font. Il faut du temps pour assimiler le principe de résolution de problèmes, c'est-à-dire quelle méthode et opération faire pour répondre aux problèmes. Ce n'est pas en une seule séquence que les élèves vont comprendre. Cela se construit sur la durée.

2.1.2. Différents types d'activités de problèmes

Pour Roland Charnay spécialiste de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et directeur de la collection « Cap Maths », il existe trois types d'activités qui correspondent à la résolution de problèmes, (Charnay, 1996).

- Des problèmes d'application : qui vont faire en sorte que les élèves utilisent leurs connaissances mais dans un autre contexte. Une notion s'inscrit dans la durée, il est donc important que les élèves utilisent leurs connaissances dans différents contextes pour savoir si celles-ci sont vraiment acquises ou non.
- Des problèmes pour construire des connaissances nouvelles : c'est-à-dire confronter les élèves à des problèmes où ils n'ont pas encore de connaissances, le but étant de construire de nouvelles connaissances. Il faut aménager le problème en fonction du niveau des élèves, se poser la question des difficultés, des limites, des conditions du projet. Toutes ces questions se posent en amont de la séance, pendant que l'on élabore la fiche de préparation.

  Cette première analyse de la part du professeur se rapproche d'une analyse a priori qui est un travail d'hypothèses faite par l'enseignant. En effet, il s'interroge sur le savoir en jeu dans la situation proposée, sur les démarches, les stratégies, les raisonnements, les procédures, les solutions que les élèves peuvent utiliser en fonction de leurs connaissances. Par exemple, il se demande si les élèves peuvent s'engager dans le problème. Est-ce qu'ils peuvent savoir s'ils ont réussi ou non ? Il se questionne sur les difficultés qu'ils peuvent rencontrer ou les erreurs qu'ils peuvent faire. Cette analyse a priori sert aussi à anticiper les problèmes que le professeur peut rencontrer.

  Gamo explique que l'enseignant doit prendre en compte plusieurs critères. Il doit penser quand apporter l'aide aux élèves. Cela peut-être lors de la présentation du problème donné en leur donnant des indices ou « après quelques observations sur les comportements de certains élèves sur leur écrits » (Gamo, 2007, p. 143). L'élève peut également demander de l'aide.

  Lors de ces différents moments, le professeur doit apporter des aides aux élèves mais sans donner la solution. C'est pour cela qu'il doit y réfléchir en amont pour éviter d'induire des solutions sans le vouloir.

- Des problèmes pour le plaisir de chercher : pour lancer des défis intellectuels aux élèves, le but n'étant pas ici le résultat. C'est bien de prendre du temps « pour développer des attitudes et des compétences nécessaires pour cette activité », (Charnay, 1996, p. 69). De plus, il faut du temps pour essayer, se tromper, pour que chacun discute entre eux de leur réponse, de leur raisonnement.

En fonction des types de problèmes proposés par l'enseignant, celui-ci va être amené à se poser des questions. Dans l'ouvrage de « *La résolution de problèmes* », (Gamo, 2007) l'auteure évoque des questions qu'ils peuvent se poser lors de leurs interventions auprès des élèves :

- « Doit-il prévoir des aides disponibles à tout moment ?
- Combien de temps doit-il laisser les élèves chercher ?
- Doit-il proposer plusieurs aides et laisser choisir les élèves ?
- Doit-il instaurer un contrat d'aide avec les élèves en posant des règles qui précisent qu'une aide ne leur sera apportée qu'au bout d'un certain temps ? », (Gamo, 2007, p. 143)

Je me suis posée toutes ces questions pour pouvoir construire ma séquence. Mais je trouve que je ne m'étais pas assez posée de questions en amont, car durant la mise en commun, je me suis demandé s'il fallait accepter toutes les procédures des élèves. Je voulais que les élèves se dirigent vers la méthode experte. J'ai appris qu'il fallait leur laisser du temps, que l'apprentissage allait se construire à leur rythme. Ce qui signifie que l'erreur a sa place dans la résolution de problèmes. De plus, les problèmes portaient sur des problèmes d'application, pour qu'ils utilisent leurs connaissances dans différents contextes de problèmes.

Nous allons voir maintenant les enjeux liés à la construction d'un énoncé de problème.

2.2. La construction de problèmes

Nous allons voir la construction de problèmes, plus précisément, l'enjeu des énoncés dans la résolution de problème. Puis nous verrons la place de la question dans l'énoncé. Et pour finir, nous observerons le problème en lien avec le langage écrit.

2.2.1. L'enjeu des énoncés dans la résolution de problèmes

Pour commencer, Sylvie Gamo (2007) explique qu'un énoncé de type récit aide à la construction de l'interprétation des élèves. Voici, un exemple de type récit *: Le cuisiner d'un collège a décongelé 125 steaks hachés. Mais ce jour-là, seulement 97 élèves mangent à la cantine. Combien y a-t-il de steaks hachés en trop ?* (Brissiaud, 2016 p. 155). Ici, les élèves vont procéder davantage par essai plutôt que d'utiliser des outils mathématiques comme il le ferait avec un énoncé de type classique. Il y a une histoire, les élèves s'imaginent l'histoire ce qui les amènent à faire des essais.

Elle ajoute qu'un énoncé au vocabulaire proche de celui des enfants ne permet pas de réduire les difficultés à résoudre les problèmes. L'école doit ouvrir l'univers des enfants, et faire découvrir de nouveaux univers, donc du vocabulaire nouveau.

Toujours dans son même ouvrage, Sylvie Gamo, présente une recherche qui a été réalisée auprès d'enfants de 6 à 7ans. (Gamo, 2007, p. 134). Elle remarque, qu'un énoncé qui induit des références personnelles des élèves amène une compréhension et une résolution positive des problèmes. Cela modifie la manière dont les élèves s'approprient le problème. Le contexte proposé de l'énoncé influence donc la compréhension et ainsi la solution des problèmes. Par exemple, *dans une classe de 24 élèves, tous les élèves ont une ardoise sauf 3. Combien d'élèves ont leur ardoise ?* Il peut-être intéressant d'utiliser ce type d'énoncé pour limiter les obstacles. Le problème porte sur des élèves et des ardoises, donc l'univers des élèves à l'école. Pour ensuite, les mener vers des problèmes plus complexes, comme, *Lucas a fait 25 conserves de ratatouille. Il en a fait 11 aujourd'hui ; les autres, il les a faites hier. Combien a-t-il fait de conserves de ratatouille hier ?* Ici le problème porte sur la fabrication de conserves de ratatouille, or les élèves n'en fabriquent pas, donc cela les éloignent de leur contexte personnel. On peut également mettre le prénom des élèves de la classe dans l'énoncé de problème pour les captiver et leur donner envie d'y répondre.

Ensuite, Catherine Berdonneau, docteure en didactique des mathématiques, dans son ouvrage « *aider les élèves en difficultés en mathématiques CP/CE1* » propose que les élèves fréquentent dès le CP des « énoncés relatifs à des situations », (Berdonneau, 2008, p. 171) qui relèvent des quatre opérations, tel que l'addition, la soustraction, la multiplication et la division.
Le but n'est pas de commencer un apprentissage précoce des techniques opératoires mais de les mener à comprendre le sens des opérations. Les élèves ne doivent pas prendre de mauvaises habitudes. Par exemple, s'ils rencontrent les nombres 6 et 2 dans un problème, ils ne doivent pas penser que le seul résultat possible est 8. Les réponses peuvent être aussi 4 (6 – 2) ou bien 3 (6 / 2) mais également 12 (6 x 2). Il y a plusieurs possibilités, tout dépend le sens du problème. C'est pour cela que les élèves doivent être confrontés à tous types de problème et pas seulement au même.

Pour cette auteure, les énoncés doivent avoir certaines caractéristiques :

- « les valeurs numériques en jeu appartiennent au domaine des nombres familiers de l'élève », (Berdonneau, 2008, p. 173)
- L'énoncé du problème doit réellement être accessible aux élèves, qu'ils en aient une connaissance en dehors de l'école ou avec un travail déjà vu en classe dans le cadre de la découverte du monde par exemple.

- L'intérêt de la question posée doit faire sens pour les élèves.

Catherine Berdonneau dit qu'il est intéressant que dès le début de l'année les élèves soient confrontés aux énoncés qui impliquent les quatre opérations et pas seulement une opération ciblée à court ou moyen terme. Mais ceci est un choix professoral. Alors qu'un article récent (Charnay, 2018) « *Mission maths… ou Mission Singapour ? »* explique que pour cultiver le sens des quatre opérations dès le CP, ce n'est pas toujours facile. Effectivement, « s'il faut comprendre que l'enjeu est que les élèves de CP soient capables de considérer que 6 objets peuvent être répartis en 3 groupes de 2 objets ou en 2 groupes de 3 ou partagés équitablement entre 2 ou 3 personnes » (Charnay, 2018), ceci est complexe pour eux. Pour les élèves les plus fragiles, cela peut augmenter leurs difficultés, et non les préparer à comprendre le sens des opérations. Il explique également qu'il faut introduire les quatre opérations dès le cours préparatoire, « leur sens étant exploré dès la maternelle. » (Charnay, 2018).

Puis, Brissiaud (2015), nous informe, en se « référant aux « travaux fondateurs » de Guy Brousseau dans les années 1960-1970, que dès le CP, il faut développer chez les élèves « une conception du signe « égal » fondée sur l'équivalence, contre la conception désastreuse, qui sévit bien au-delà du cycle 2 et même de l'école élémentaire, qui fait voir ce signe comme un signe d'exécution d'une opération (la touche « entrée » de la calculette) ». L'auteur nous dit que beaucoup d'élèves n'ont pas conscience de la signification du signe égal. Ainsi, il a fait une étude avec des élèves de CP où sa progression pédagogique visait à « favoriser une lecture mathématique de l'égalité au CP en demandant aux élèves, dès qu'ils se trouvaient face à une égalité, d'imaginer une balance et ses deux plateaux : pour « gagner », il faut que les deux plateaux soient équilibrés. », (Brissiaud, 2015). Il s'est aperçu que les résultats étaient très satisfaisants. Cependant, il a tenté l'expérience, dans une autre classe de CP, qui n'a pas bénéficié de sa progression pédagogique. Et « pour l'opération « 7 = 4 + ? », par exemple, les élèves commettaient systématiquement l'erreur consistant à répondre 11 (ou un nombre proche en cas d'erreur de calcul) », (Brissiaud, 2015). Le sens du signe égal a une importance et nous allons voir dans l'analyse (cf. 4.3. analyse de productions d'élève) que les élèves ne l'ont pas toujours assimilé.

De plus, Catherine Berdonneau s'interroge sur l'expression des énoncés dans les manuels. En effet, les énoncées doivent être conformes aux situations évoquées (un sens de réalité). On peut se demander, quel est l'intérêt de répondre à la question du problème ? Ou si on pourrait y répondre dans la réalité ? Pour illustrer ceci, elle donne l'exemple suivant : quand on arrive dans un parking, notre priorité est de nous garer et non de compter les voitures qui y sont déjà stationnées.

Alors pourquoi proposer : « *85 voitures sont déjà garées dans un parking qui contient 108 places de stationnement. Combien de voitures peuvent encore se garer ?* », (Berdonneau, 2008, p. 172).

Elle donne un autre exemple « il vous est facile de savoir que vous avez 38€ dans votre porte-monnaie ; mais comment pouvez-vous savoir qu'il vous manque 13€ pour vous acheter la robe de vos rêves… sinon parce que vous avez vu le prix (qui, conformément à la législation en vigueur, est certainement affiché). Or, « combien coûte cette robe ? » est précisément la question posée à l'élève ! », (Berdonneau, 2008, p. 172). Bien sûr, les sujets sont réels mais la formulation des énoncés de problèmes n'est pas appropriée à des situations que nous rencontrons dans la réalité. Certains problèmes donnés aux élèves de CE1, du fichier « *J'apprends les maths* » de Rémi Brissiaud, ne prennent pas en compte des situations que nous pouvons rencontrer. La MAT les a pris tels qu'ils sont, sans les modifier. Ainsi, des élèves en difficultés en mathématiques peuvent être confrontés à des obstacles à cause des énoncés et peuvent commettre des erreurs dans la résolution de leurs problèmes. On peut se demander si les erreurs que peuvent faire les élèves proviennent de la construction de l'énoncé ?

Pour revenir à l'énoncé, sa compréhension est un travail spécifique qui prend appui sur certains gestes d'enseignement. C'est un apprentissage en tant que tel. Emmanuel Sander, professeur en psychologie, nous explique dans ses recherches que « la résolution de problèmes joue un rôle primordial non pas seulement dans la mise en œuvre mais dans la construction même des notions mathématiques sous-jacentes à l'usage des opérations », (Sander, Richard, 2015). Cela signifie que la construction d'un problème a un rôle très important. Les problèmes donnés aux élèves sont choisis en fonction des compétences travaillées. Les enseignants réfléchissent au moyen qu'ils vont mettre en place pour leur apporter de l'aide, en fonction du niveau des élèves. Dans ma classe de CE1, les problèmes sont choisis par la MAT, elle ne les crée pas. Elle suit le fichier de Rémi Brissiaud (cf. 1.2.1. organisation générale de la séance).

Nous venons de voir que l'énoncé a un rôle essentiel dans la résolution de problèmes. Nous allons voir maintenant que la place de la question a son importance également.

2.2.2. La place de la question dans l'énoncé du problème

D'abord, Sylvie Gamo (2007) explique que la place de la question dans un problème a une importance dans la réflexion des élèves. Par exemple, avec l'âge du capitaine, on pose le problème suivant aux élèves : *sur un bateau il y a 26 moutons et 10 chèvres. Quel est l'âge du capitaine ?*

Des élèves vont additionner ou soustraire les chèvres et les moutons ou bien dire que l'âge du capitaine est de 26 ou 10 ans. Ici, c'est le contrat didactique (Brousseau, 1998) qui est en cause, ils vont répondre au problème comme le demande le professeur. Mais ils ne vont pas chercher à comprendre le sens de la question. Avec ce type de problème, on cherche à savoir si les élèves comprennent le sens et non qu'ils fassent un calcul automatiquement avec les nombres de l'énoncé.

De plus, nous pouvons nous interroger sur la position de la question dans l'énoncé. Lorsque que celle-ci se trouve au début, la charge en mémoire pour les élèves est moins importante, car ils peuvent repérer les éléments qui les aideront à y répondre. « Il en résulte une amélioration plus importante de la performance lorsque les problèmes sont difficiles », (Gamo, 2007, p. 137). Par exemple, *Combien d'argent j'avais avant d'aller faire les magasins ? Sachant que j'ai acheté un pantalon à 20 € et un tee-shirt à 15 € et qu'il me reste 10 € dans mon porte-monnaie.* Ici nous sommes dans un problème où l'on cherche l'état initial, ce qui est complexe pour les élèves (cf. 2.3.2. l'analyse des problèmes selon Gérard Vergnaud). Dans ma classe de CE1, la question se trouve toujours à la fin du problème. Ils sont présentés de cette façon dans le fichier « *J'apprends les maths* » de Brissiaud. Nous allons voir dans l'analyse que la question du problème n'est pas toujours assimilée par les élèves. On peut se demander si leurs erreurs peuvent venir de la position de la question dans le problème ?

Puis, cette auteure explique qu'il faut conduire les élèves à se recentrer sur la question. Certains élèves lisent l'énoncé et la question et se précipitent pour y répondre sans se rappeler ce qu'ils avaient vraiment à chercher. C'est là que l'enseignant peut intervenir pour relancer les élèves et leur demander : est-ce que tu as lu la question ? Est-ce que tu as répondu à la question posée ou celle qui est dans ta tête ?
Il peut proposer l'activité suivante : pour commencer l'enseignant lit l'énoncé mais ne lit pas la question. Et il leur demande de dessiner ce qu'ils ont compris. Il va observer que beaucoup d'élèves vont faire des opérations et écrire une réponse, alors qu'aucune question n'a été posée. C'est à ce moment-là qu'il leur demande d'écrire la question qu'ils avaient en tête. Ensuite ils vont lire leur question et les élèves vont se rendre compte qu'ils existent différentes questions avec un même énoncé. Cette activité les amène à prendre conscience qu'il faut se centrer sur la question de départ.
L'enseignant peut également faire d'autres activités pour recentrer la question du problème. Par exemple, retirer la question des énoncés et les faire retrouver la question parmi d'autres questions. Cela permet de vérifier si les élèves ont compris le sens de la question.

Pendant mes séances dans la classe de CE1, je demande aux élèves de m'expliquer les différentes étapes pour résoudre un problème. Dans celles-ci on retrouve, la mémorisation de la question pour ne pas oublier ce qu'on cherche. Pour la MAT, le fait de mémoriser la question permet aux élèves de ne pas oublier ce qu'ils sont en train de chercher. Par contre, j'ai pu observer, que les élèves ne retiennent pas forcément la question. Donc ce n'est pas la solution pour leur permettre de la retenir.

Nous allons ensuite voir que le langage écrit dans les problèmes n'est pas toujours évident pour les élèves.

2.2.3. Problème et langage écrit

« L'écrit en mathématiques fait intervenir deux registres de la langue : la langue naturelle et la langue mathématiques. », (Gamo, 2007, p. 135). Les élèves doivent apprendre et comprendre ses deux registres pour pouvoir résoudre des problèmes en mathématiques. C'est important que les élèves se rendent compte des éléments qui suivent.

Dans le problème : « *il en a deux fois plus qu'elle »,* (Gamo, 2007, p. 135), il faut déterminer ce qu'elle a, pour ensuite multiplier par 2. ». Il n'y a pas de nombre écrit en chiffres mais en lettres : « *deux* ». De plus, il faut comprendre le langage mathématique « *plus que* ». Ici, la pensée logique du lecteur intervient dans la compréhension du problème dont on remarque l'importance des termes langagiers utilisés. La pensée logique est la façon d'analyser et de raisonner « avec bon sens ». Cependant le ressenti personnel de chacun définit pour une part sa propre logique. Dans le problème ci-dessus, l'élève doit comprendre les termes « *fois »* et *« plus que »*. Il faut les définir pour comprendre le sens de la situation. De plus, dans les énoncés de problèmes les nombres sont souvent écrits en chiffres et non en lettres, ce qui peut amener à déranger et perturber les élèves. On peut se demander si le langage mathématique non connu des élèves peut les conduire à faire des erreurs ?

En mathématiques, on peut rencontrer des homonymes, c'est-à-dire des mots qui s'écrivent pareils mais qui n'ont pas le même sens. Les élèves doivent s'approprier ses mots qui sont des termes mathématiques à connaitre. Par exemple, *différence* exprime le résultat d'une soustraction et non ce qui distingue deux choses diverses. Ou encore *la somme* qui est définit comme le résultat d'une addition et non d'une certaine quantité d'argent. De même, si dans un problème on écrit 3 ou trois, quelle pourrait être l'incidence chez les élèves ? Certains problèmes peuvent être compliqués à résoudre à cause de mots complexes, comme, *parmi, dont, tandis que*… qui peut être compliqué à appréhender pour des élèves.

Il faut, de même, que les élèves maitrisent les petits mots tel que : *mais, ou, car, donc, comme, si, puisque, un, le*… qui sont des mots de liaison. Effectivement, ces connecteurs logiques semblent essentiels à la compréhension des énoncés de problèmes, pour exprimer son raisonnement. Le but est que les élèves comprennent leur sens, la manière dont ils sont employés.

Il serait intéressant en classe de travailler différentes activités sur « les liens existants entre le raisonnement et le langage », (Gamo, 2007, p. 135). Ces activités aidant à la compréhension du sens des mots qui sont utilisés en mathématiques : travailler sur la polysémie des mots (différents sens), réaliser des affiches avec les élèves, ou avoir un support comme un cahier, un carnet… sur lesquels on écrit les différents sens d'un même mot selon le contexte, c'est-à-dire la signification qu'il peut avoir en mathématiques dans telle circonstance. Nous pourrions aussi travailler sur différentes catégories de mots : fruits, légumes, métiers….

2.3. Quelles peuvent-être les procédures des élèves ?

Nous allons maintenant expliquer les différents types de problèmes que nous pouvons rencontrer et les procédures que peuvent mettre en œuvre les élèves.

2.3.1. Les différents types de problème

Un problème surgit de l'écart qui se forme entre un état initial et un état final. En somme, résoudre un problème signifie chercher un ensemble de procédures qui permettent le passage d'un état à un autre. C'est ainsi que Gérard Vergnaud (1986) classe les problèmes additifs et soustractifs.

- Les problèmes de transformation d'état : dans ce type de problème on peut chercher l'état initial, par exemple : *Léo arrive à l'école avec des billes, il en perd 3 à la récréation. Il lui en reste 5 billes. Combien en avait-il avant la récréation ?* Ou l'état final, par exemple : *Léo arrive à l'école avec 8 billes, il en perd 3 à la récréation. Combien en a t-il après la récréation ?*
  Ce genre de problème peut être difficile pour les élèves surtout quand il s'agit de chercher l'état initial (voir ci-dessous). Alors que la recherche de l'état final est plus facile pour les élèves.
- Les problèmes de composition d'état (problème de partie/partie/tout) : dans ce type de problème on peut chercher soit « un tout » par exemple : *Emma a 8 billes en verre et 6 billes en terre. Combien en a-t-elle en tout ?* Soit « une partie » par exemple : *Emma a 14 billes en tout, dont 8 billes en verre. Combien en a-t-elle de billes en terre ?*
  Les problèmes de recherche d'« une partie » n'est pas toujours simple pour les élèves. Il est plus facile pour eux de chercher « le tout ».

- Les problèmes de comparaison d'état : la comparaison peut être exprimée de deux façons. Par exemple : Paul a 5 billes *de moins qu*'Eric. Ou Eric à 5 billes *de plus que* Paul.

  Les expressions "de plus que" et "de moins que" sont difficiles à comprendre. Il faut que les élèves s'approprient les termes.

Mais nous allons nous intéresser aux problèmes de transformation d'état et de compositions d'états (partie/partie/tout), car ce sont ceux que j'ai mis en place dans ma classe de CE1.

Les problèmes qui suivent sont des problèmes qui ont été résolu dans la classe de CE1 où je suis en stage. J'ai fait une analyse *a priori* des problèmes, c'est-à-dire que je les ai observés, analysés pour ensuite pouvoir les classer selon la typologie de Gérard Vergnaud qui est un théoricien critique, psychologue et didacticien.

J'ai analysé certains problèmes (4.1. analyse des problèmes) pour comprendre les difficultés que peuvent rencontrer les élèves. Le premier tableau regroupe les problèmes de type soustractif et le deuxième tableau, de type additif.

Problèmes à structure additive	
La transformation d'un état la transformation est un retrait et on cherche l'état initial ou final	**La composition d'état** Recherche d'un état connaissant un second état et la composée des deux états
<u>On cherche l'état final</u> : Jade a perdu 7 petites voitures en jouant dans le sable. Avant de jouer, elle en avait 21. Combien a-t-elle de petites voitures maintenant ? (19/10/17) Jade a perdu 15 images pendant la récréation. Avant la récréation, elle en avait 25. Combien a-t-elle d'image maintenant ? (19/10/17) Ali a ramassé 15 betteraves rouges sur les 26 qu'il y avait en tout dans le jardin. Combien reste-t-il de betteraves rouges dans le jardin ? (12/10/17) Un boulanger a fait 32 croissants. Le midi, il a déjà vendu 28 croissants. Combien de croissants reste-il à vendre ? (14/12/17)	**<u>On cherche « une partie »</u>** : Ugo et Enzo ont mis leurs petites voitures dans une boite. Il y a 22 petites voitures dans la boite. 10 petites voitures appartiennent à Ugo et les autres appartiennent à Enzo. Combien de petites voitures appartiennent à Enzo ? (19/10/17) Louis a 27 figues dans son jardin. Mais 14 figues ont pourri, alors il a fallu les jeter. Combien reste-t-il de figues ? (12/10/17) Louis voulait faire 22 conserves avec les haricots verts de son jardin. Il en a déjà fait 11. Combien lui reste-t-il à faire de conserves de haricots verts ? (12/10/17) Dans un parking, il y a 16 places. 9 places sont déjà occupées par des voitures. Combien de places sont libres ? (30/11/17) Dans une classe de 24 élèves, tous les élèves ont une ardoise sauf 3. Combien d'élèves ont leur ardoise ? (07/12/17) Carole fait un collier avec 12 perles. 4 de ces perles sont rouges. Les autres sont vertes. Combien y a-t-il de perles vertes ? (14/12/17) Dans une piscine il y a 26 enfants. 19 de ces enfants, sont des filles ; Combien y a-t-il de garçons ? (15/12/17 évaluation)

<u>On cherche l'état initial</u> : Lucas a fait 25 conserves de ratatouille. Il en a fait 11 aujourd'hui ; les autres, il les a faites hier. Combien a-t-il fait de conserves de ratatouille hier ? (12/10/17)	
La transformation d'un état la transformation est un ajout et on cherche l'état initial ou final	**La composition d'état** Recherche de la composée de deux états
<u>On cherche l'état final</u> : Laura avait 7 petites voitures. Sa mamie lui en a donné 16. Combien a-t-elle de petites voitures maintenant ? (09/11/17) Marco a gagné 16 images à la récréation du matin et 16 à la récréation de l'après-midi. Combien a-t-il d'images en tout ? (09/11/17) Paul a 8 images. Son copain Sam lui donne 5 images. Combien d'images Paul a-t-il maintenant ? (23/11/17) Marie a 12 billes. Elle donne 3 billes à Julie. Combien de billes Marie a-t-elle maintenant ? (07/12/17) Dans une ferme, il y a 10 poules et 13 poussins. Un matin 5 poussins naissent. Combien y a-t-il de poussins maintenant ? (07/12/17)	**<u>On cherche « un tout »</u>** : Marco a 9 petites voitures dans sa chambre et 14 dans le salon. Combien a-t-il de petites voitures ? (09/11/17) Lucas a récolté 18 pommes jaunes et 13 pommes rouges. Combien a-t-il récolté de pommes en tout ? (16/11/17) Lucas a ramassé 15 grosses courgettes et 25 petites courgettes. Combien a-t-il ramassé de courgettes en tout ? (16/11/17) Lucie a récolté 17 pommes jaunes et 14 pommes rouges. Combien a-t-elle récolté de pommes en tout ? (16/11/17) Olivia a fait un collier avec 11 perles bleues et 8 perles rouges. Combien de perles y a-t-il sur le collier d'Olivia ? (23/11/17 et 14/12/17) Dans une boulangerie, Madame Dodue achète 5 éclairs, 4 flans et 6 tartelettes. Combien de gâteaux Madame Dodue achète-t-elle ? (23/11/17) Monsieur Romani fait des courses. Il dépense 18 euros chez le boucher et 10 euros chez le boulanger. Combien a-t-il dépensé en tout ? (30/11/17) Carole achète un cahier à 7 euros et un livre à 14 euros. Combien dépense-t-elle en tout ? (15/12/17 évaluation)

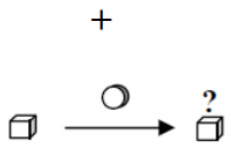
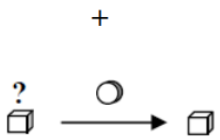
2.3.2. L'analyse des problèmes selon Gérard Vergnaud

Gérard Vergnaud (1986), dans ses recherches, nous explique que les problèmes de transformation positive (addition) ne sont pas plus faciles que les problèmes de transformation négative (soustraction ou addition à trou). Par exemple :

- *Jean a donné 5 images à Paul, maintenant Jean a 3 images. Combien avait-il d'images?*
- *Jean avait 8 images. Il en a donné 3 images Paul. Combien Jean a-t-il d'images ?*

Le premier problème nous amène à voir que les problèmes de transformation positive ne sont pas si simples. Effectivement, ici on cherche l'état initial. L'élève doit comprendre que Jean a actuellement 3 images et qu'il cherche à savoir, combien il en avait, avant d'en donner 5 à Paul. Comme on a pu le voir précédemment (cf. 2.2.1. l'enjeu des énoncés dans la résolution de problème) la formulation de l'énoncé a un impact pour la compréhension des élèves. La complexité des problèmes peut conduire les élèves à faire des erreurs.

En général, la recherche de l'état final est plus facile que la recherche de l'état initiale. Voici un exemple d'un problème de transformation positive où l'on cherche l'état final et un exemple où l'on cherche un état initial.

PROBLEMES DE TRANSFORMATIONS		
1. Transformation positive ; recherche de **l'Etat Final**	Léo avait 3 billes. Puis Juliette lui a donné 5 billes. Combien de billes a maintenant Léo ? »	
PROBLEMES DE TRANSFORMATIONS		
3. Transformation positive ; recherche de **L'ÉTAT INITIAL**	« Léo avait des billes. Puis Juliette lui a donné 5 billes. Maintenant Léo a 9 billes. Combien de billes avait Léo ? »	

Touchard, E et Martiel G. (2012). Résoudre des problèmes additifs au CYCLE 2 Circonscription de Grenoble 4

Ici, on peut remarquer que le problème où l'on cherche l'état final est plus simple pour les élèves, car elle suit le cheminement de la pensée.

2.3.3. Conséquences des valeurs numériques dans un énoncé de problèmes

Voici, un tableau sur l'influence des valeurs numériques de l'énoncé que peuvent rencontrer les élèves. Celui-ci se trouve dans l'ouvrage de Sylvie Gamo (2007). Cette étude veut montrer que « la taille relative des nombres favorise la conceptualisation arithmétique », (Gamo, 2007, p. 138).

Valeurs numériques	Types de problèmes	
	Recherche du résultat d'un retrait	Recherche de la valeur d'un ajout
47 et 3	S1 Éric avait 47 billes. Il perd 3 billes… Réussite = 56%	S3 Éric avait 3 billes. Il gagne des billes. Maintenant, il a 47 billes… Réussite = 10%
47 et 44	S2 Éric avait 47 billes. Il perd 44 billes… Réussite = 15%	S4 Éric avait 44 billes. Il gagne des billes. Maintenant, il a 47 billes… Réussite = 54%

Comprendre les différents types de problème : « La résolution de problème : cycle2 CP/CE1 » de Sylvie Gamo, (Gamo, 2015, p.138)

Dans ce tableau, on s'aperçoit qu'un même problème avec des nombres différents peut avoir des conséquences sur la réussite des élèves. Il faut savoir qu'avant d'utiliser la méthode d'enseignement de la soustraction, les élèves utilisent « des procédures de simulation », (Gamo, 2007, p. 138), tel que le décomptage et le surcomptage. La méthode d'enseignement de la soustraction que moi j'aborde dans la classe de CE1 est la soustraction à partir de la recherche de la différence entre deux nombres. Par exemple, dans le problème : *Louis a 27 figues dans son jardin. Mais 14 figues ont pourri, alors il a fallu les jeter. Combien reste-t-il de figues ?* On peut répondre 27 – 14 = ? . En fait, les élèves schématisent le problème avec des jetons et des boîtes représentant une dizaine. Plus précisément, en ce qui concerne la soustraction sans retenue, les élèves barrent le nombre de jetons à retrancher. Pour la soustraction à retenue en ligne : ils passent par le dessin : ils cassent des boites pour prendre une dizaine pour la soustraction en colonne que l'on va aborder plus tard dans l'année. Il y a plusieurs techniques à l'école, les enseignants font le choix de montrer plusieurs façons de faire et les élèves choisissent celle qu'ils préfèrent.

En regardant le tableau on analyse que dans les situations S1 et S4, les élèves sont davantage en réussite car l'ajout ou le retrait sont des petits nombres. Alors que dans les situations S2 et S3, les élèves qui comptent et dénombrent une à une les billes sont plutôt en échec, car l'ajout ou le retrait sont trop importants. Les élèves sont en difficultés pour utiliser des procédures de simulation, ils sont vite perdus.

Donc les nombres ont une grande importance dans le problème car ils peuvent mettre l'élève dans une situation d'échec. Il faut savoir où on veut amener les élèves. Quels sont les stratégies que l'on veut leur faire acquérir dans telle situation de problème ? On peut s'interroger sur les erreurs que peuvent faire les élèves en fonction des valeurs numériques qu'on va leur donner dans les problèmes.

Nous allons observer à présent, les procédures que peuvent produire les élèves Et nous verrons les erreurs qu'ils peuvent faire sous deux perspectives classiques et une perspective constructiviste.

2.3.4. Les procédures des élèves

Tout d'abord, quand un élève résout un problème, il fait appel à une représentation mentale, nous explique Sylvie Gamo. Elle « distingue trois niveaux de représentation, qui est chacun associé à un type de procédure », (Gamo, 2007, p. 12).

Les procédures de niveau 1 : utilisé par des débutants ou des jeunes enfants. Les élèves imaginent la situation réelle mentalement, la reproduisent par le dessin ou avec une manipulation d'objets. Ils utilisent des techniques relevant du comptage. Par exemple, dans un problème d'addition où l'élève doit ajouter 10 poires et 12 pommes pour savoir combien il a acheté de fruits. L'élève peut représenter les poires et les pommes et ensuite il va les compter une à une. Il peut aussi utiliser des jetons pour représenter les objets et ensuite les compter. L'avantage dans ces procédures c'est qu'il n'y a pas besoin de connaissances formelles (comme connaitre les quatre opérations).

- Les procédures de niveau 2 : les élèves intériorisent progressivement le problème. « Ces procédures sont intermédiaires entre la simulation et l'emploi d'opération arithmétiques. Elles font appel à une représentation mathématiques de la situation qui a été enseignée à l'élève, dans laquelle ce dernier met en équation le problème pour pouvoir travailler uniquement au niveau des nombres », (Gamo, 2015, p. 12). C'est ce que font les élèves de ma classe de CE1, dans la case de la partie dessin, ils représentent le problème (cf. 1.2.3. organisation détaillée de la séquence en résolution de problèmes dans la classe).
- Les procédures de niveau 3 : ici les élèves reconnaissent le problème et utilisent une opération pour le résoudre. L'élève est expert dans cette procédure. Cela requiert un long travail qui débute au cycle 2 et ne s'acquiert que très progressivement. Il faut du temps. Les élèves de ma classe n'utilisent pas de calcul expert.

Nous allons maintenant observer les erreurs que peuvent produire les élèves.

2.4. Les erreurs des élèves

Roland Charnay et Michel Mante (1991) dans leur article, analysent les erreurs que produisent les élèves en mathématiques. Ils vont s'intéresser aux erreurs qui paraissent significatives c'est-à-dire qui possèdent les caractéristiques suivantes :

- Elles sont « reproductibles » chez l'élève, c'est-à-dire il fait régulièrement les mêmes erreurs donc il ne s'agit pas d'erreurs d'inattentions ou d'étourderies.
- « Elles ne sont pas isolées, elles peuvent être mises en relation avec d'autres avec lesquelles elles forment une sorte de réseau ou de système d'erreurs. » (Charnay, Mante, 1991, p. 37). Les erreurs récurrentes sont classées selon différentes significations.

Ils vont d'abord s'intéresser à deux perspectives classiques puis à une perspective constructiviste.

2.4.1. Deux perspectives classiques

« Ces deux perspectives renvoient à deux conceptions courantes de l'apprentissage : la conception « commune » et la conception behavioriste. » (Charnay, Mante, 1991, p. 39).

❖ Conception commune

Cette conception est basée sur « l'écoute, l'observation, l'imitation, la reproduction du modèle enseigné », (Charnay, Mante 1991, p. 39). Les élèves doivent bien écouter pour bien apprendre. Le bon maître est celui qui illustre relativement bien son cours, qui explique bien et qui utilise la manipulation pour faire apprendre aux élèves.

Selon les auteurs, l'analyse de l'erreur est faite en termes de manque. On se limite à dire par exemple, qu'un élève oublie toujours sa retenue dans l'addition ou qu'il n'a pas acquis le sens de la soustraction. La responsabilité de l'erreur est renvoyée à l'élève.

S'il n'écoute pas et n'apprend pas, ce que lui explique l'enseignant, alors il est responsable de ses erreurs. Dans cette conception, c'est rare que ce soit l'enseignant qui ait mal expliqué. Il ne remet pas en cause sa façon d'enseigner.

❖ Conception behavioriste

Cette conception repose sur l'idée que pour que l'élève passe d'une connaissance à une autre, il lui faut disposer d'étapes intermédiaires graduées, allant du plus simple au plus complexe. Les compétences doivent être découpées en différents niveaux.

On distingue différents types et niveaux d'erreurs :

- « Maitrise des connaissances, en distinguant les connaissances déclaratives (les savoirs : définitions, règles, théorèmes…) et les connaissances procédurales (les savoir-faire : technique, algorithme...)

- Disponibilité des connaissances : capacité à les mobiliser à bon escient, à les réinvestir…
- Capacités logiques, raisonnement : gestion des données d'un problème, conduite d'une procédure par essais-erreurs… », (Charnay, Mante, 1991, p. 40).

Cette grille permet une analyse plus fine des erreurs. On peut par la suite, instaurer une différenciation. On peut par exemple, faire un retour sur des étapes antérieures, mais aussi décomposer davantage les étapes et quelles soient plus simples.

2.4.2. Perspective constructiviste

Dans les deux perspectives précédentes, les erreurs pourraient être évitées, si l'élève écoutait mieux, s'il s'entrainait et s'il améliorait son raisonnement ou si l'enseignant revoyait sa progression, améliorait ses explications. Dans la perspective constructiviste, « l'erreur est l'expression d'une forme de connaissance », (Charnay, Mante, 1991, p. 40). Charnay et Mante expliquent l'analyse des erreurs en relation avec les caractéristiques de l'apprenant.

- « Les erreurs qui peuvent être expliquées par des limitations du sujet à un moment donné de son développement intellectuel », (Charnay, Mante, 1991).

Les auteurs donnent l'exemple suivant « certains élèves de CE1 répondent par une addition au problème suivant : *Jean vient de jouer une partie de billes. Il a gagné 6 billes pendant cette partie. A la fin de la partie, il a 17 billes. Combien avait-il de billes au début de la partie ?* Dans un tel problème, la solution experte suppose un calcul relationnel qui suppose la réversibilité opératoire, laquelle n'est pas toujours construite à cet âge là. », (Charnay, Mante, 1991, p. 42). La réversibilité opératoire c'est la capacité qu'a l'élève de concevoir toute action comme ayant son inverse.

C'est-à-dire que quelles que soient les transformations sur la forme de l'objet, la quantité reste identique et donc, l'objet qui retrouvera sa forme initiale aura la même quantité. Dans ce problème, on cherche l'état initial (selon la typologie de Vergnaud). Ici, il est hasardeux de parler de « sens » de l'addition ou de la soustraction, alors que la maitrise des structures additives s'élabore sur une très longue durée.

- « Les erreurs qui peuvent être expliquées par des limitations dans le domaine du traitement de l'information », (Charnay, Mante, 1991).

« La charge mentale de travail » devient trop importante, l'élève est bloqué à cause de divers éléments qui l'empêchent de résoudre le problème. Les éléments peuvent être due à : « la gestion simultanée de plusieurs activités, le manque de procédures automatisées et donc la nécessité de les reconstruire partiellement ou totalement, le manque de « faits » disponibles en mémoire à long terme (résultats numériques, schéma de problèmes…) » (Charnay, Mante 1991, p. 43).

Par exemple, la lecture oblige une activité de déchiffrage du texte, et aussi une activité de sélection, de codage, de stockage de l'information. Si l'élève a des difficultés en lecture il lui sera difficile de lire et de retenir les informations pertinentes. Cela peut entrainer une surcharge cognitive. Comme nous l'avons vu précédemment, les énoncés ont une importance dans la résolution de problème (cf. 2.2.1. l'enjeu des énoncés dans la résolution de problème). Certains élèves peuvent avoir des difficultés pour lire les problèmes, donc il faut que celui-ci leur parlent. Il ne faut pas qu'il y ait trop d'obstacles pour l'élève. Dans ma classe de CE1, il y a un groupe de 6 élèves qui ont des difficultés en lecture et écriture. Donc pour eux, la lecture du problème est un obstacle. Mon but est d'y remédier, par exemple, je leur lis le problème.

- « Les erreurs qui peuvent être expliquées par des caractéristiques individuelles particulières à tel élève ». On peut retrouver différents caractères, comme :

- La représentation que l'élève a des mathématiques. Il peut ne pas aimer cette discipline. Jacques Nimier dans son travail de recherche, nous dit que « l'inconscient se sert parfois des mathématiques pour en faire un objet dangereux […] objet qui peut être considéré comme une gêne dans le développement de la personnalité [des élèves] », (Charnay, Mante, 1991, p. 45).
- La représentation que l'élève a de lui-même comme mathématicien. Selon R Noirfalise (1990), un « bon » élève face à l'erreur va réagir différemment qu'un élève en difficulté. L'élève qui a plus de mal peut se dire que c'est normal qu'il échoue, il va conforter son idée qu'il est « mauvais » en mathématiques. Alors que le « bon » élève va avoir une relation positive face au savoir et va se servir de son erreur pour avancer et comprendre pourquoi il s'est trompé.
- La représentation que l'élève à de l'école, par exemple si c'est parents rejettent l'école, l'élève va avoir un regard négatif sur celle-ci.
- La lenteur dans le travail, l'élève peut avoir un manque d'organisation.
- Les problèmes d'ordre psycho affectif, par exemple un élève qui réussit en situation d'exercice mais qui échoue en situation de contrôle.
- Des connaissances ou des compétences non spécifiquement mathématiques mal maitrisées, telles que la lecture, l'expression écrite ou orale, sur la représentation du monde. Nous allons voir dans la partie analyse (cf. 4. analyse) qu'il faut tenir compte de différents critères. Par exemple, les élèves qui ont des difficultés en lecture, ceux qui ont des difficultés d'écriture, comme pour écrire la phrase réponse. Certains ont des difficultés pour représenter le problème. Chaque analyse de production d'élève est différente.

Nous allons présenter la méthodologie utilisée pour le recueil et l'analyse des données prélevées dans notre classe de CE1.

3. Méthodologie

Dans cette partie, nous allons expliquer la méthodologie qui a permis de recueillir les données. Puis nous allons voir la méthodologie de traitement de ces données.

3.1. Méthodologie de recueil de données

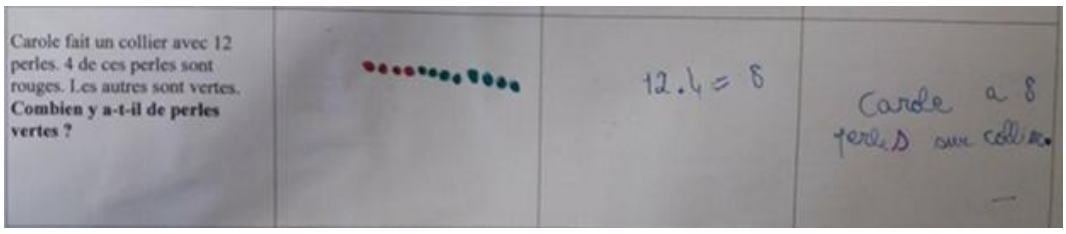
3.1.1. Données filmiques

Dans un premier temps, j'ai filmé deux séances de mathématiques en résolution de problèmes, l'une le 23 novembre 2017 et l'autre le 30 novembre 2017 dans la classe de CE1. Les parents des élèves ont signé avant le filmage une autorisation, quatre parents ont refusé. Pour que les élèves qui n'ont pas le droit d'être filmé, ne soient pas dans le champ de la caméra, je les ai mis à travailler ensemble sur le côté. Tous les travaux ou analyses d'élèves sont anonymes, j'ai modifié leurs prénoms.

La première séance du 23 novembre 2017 était sur des problèmes de composition d'état où l'on cherche « un tout ». Les élèves étaient répartis en groupes hétérogènes et devaient y répondre ensemble. Les transcriptions 1 et 2 correspondent à cette séance (cf. 4.2. analyse filmique). La deuxième séance du 30 novembre 2017 portait sur des problèmes de composition d'état où l'on cherche « un tout » et où l'on cherche « une partie ». Les élèves devaient y répondre individuellement sauf pour un groupe où j'étais avec eux pour les aider à lire les problèmes. Je tente ici de prendre en compte la diversité des élèves en mettant les élèves en groupe hétérogène, pour qu'il puisse y avoir de l'entraide entre eux. Comme on a pu le voir précédemment, les élèves ont des difficultés à travailler par groupe (cf. 1.2.2. modalités de mise en œuvre). Cette deuxième séance correspond aux transcriptions 3, 4 et 5 (cf. 4.2. analyse filmique).

3.1.2. Productions d'élèves : analyse qualitative

Dans un deuxième temps, nous nous sommes intéressés à dix travaux d'élèves, que j'ai récupéré, pour pouvoir les observer, les analyser, les comparer et comprendre leur démarche et plus particulièrement leurs erreurs. Voici un exemple de production :



Production d'élève, effectuée le 14 novembre 2017

Les productions analysées ont été choisi durant les séances sur les additions, les soustractions, les deux mélangés et aussi à partir de l'évaluation l'évaluation du 15 décembre 2017. De plus, ce ne sont pas que des productions erronées, mais aussi de bonnes procédures.

Elles appartiennent à des élèves qui ont des difficultés mais aussi des élèves qui sont performants en résolution de problèmes. Ces différentes productions vont permettre de constater les écarts et les procédures des élèves.

3.1.3. Productions d'élèves : analyse statistique

Dans un troisième temps, j'ai choisi six problèmes à analyser statistiquement, dont deux qui sont des évaluations que les élèves ont résolues le vendredi 15 décembre 2017. Pendant toute cette période de résolution de problèmes, certains élèves ont déménagé ou ont été malade durant certaines séances donc les effectifs ne sont pas toujours les mêmes.

Lorsque les élèves résolvaient le problème, ils ont pu recevoir l'aide de la MAT (maitre d'accueil temporaire), de ma binôme de stage Clara ou de moi-même. Les élèves en difficulté n'ont donc pas répondu seuls aux problèmes, ils ont eu de l'aide, ils ont été guidés. Comme on a pu le voir précédemment (cf. 2.1.2. différents types de problèmes) d'après Sylvie Gamo, l'enseignant doit savoir quand apporter de l'aide à ses élèves. Ici un adulte était présent, a lu le problème avec eux. On était à leur disposition lorsque les élèves avaient besoin d'aide. On les observait et on allait vers eux en fonction de leur comportement, s'ils étaient distraits et faisaient autre chose que ce qui était demandé. Les élèves ayant plus de facilités ont travaillé seuls, mais ils ont pu avoir de l'aide de notre part s'ils en avaient besoin. Néanmoins, pendant l'évaluation, les élèves étaient seuls pour résoudre les problèmes.

Pour cette analyse, j'ai choisi deux problèmes de transformation positive et négative, dont l'objectif était de trouver la mesure finale. Puis quatre autres problèmes de compositions : deux de recherche de partie et deux de recherche d'un tout. (dont deux qui font partie de l'évaluation). Je les ai choisis car j'ai souhaité pouvoir comparer les problèmes de transformation et de partie/partie/tout. Si cela avait un impact sur les élèves.

3.2. Méthodologie des traitements des données

3.2.1. Synopsis

J'ai élaboré deux synopsis pour comprendre ce qui se passe dans les deux séances, du 24 et 30 novembre que j'ai filmées, (cf. annexes 1 et 2, p. 60 et 61). Chaque tableau est composé des différentes phases de la séance, des scènes qui expliquent les divers moments de la séance. Puis, la durée de chaque scène est indiquée, les modalités des diverses phases et des descriptions brèves de chaque scène. J'ai indiqué également les moments où se trouvent les transcriptions que j'ai choisies d'analyser.

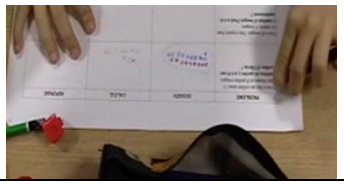
3.2.2. Transcription des vidéos

J'ai construit des tableaux pour transcrire des moments des vidéos du 23 et 30 novembre 2017, qui m'ont semblé pertinents à analyser. En effet, ces moments donnent à voir des élèves qui se sentent perdus dans leur recherche. Je suis là pour les guider, les rassurer. C'est dans ces instants que les enseignants peuvent s'interroger sur le moment propice pour donner de l'aide et des indices (cf. 2.1.2. différents types d'activités de problèmes). Pendant la phase de recherche du 23 novembre, les élèves cherchent par groupe de trois et le 30 novembre ils cherchent individuellement. Mais avant, on lit le premier problème ensemble pour lancer les élèves dans l'activité. On essaye de relever ensemble les éléments qui peuvent les perturber dans l'énoncé. Puis, durant l'activité, je passe voir les élèves qui en ont besoin et je laisse les autres avancer.

Dans les transcriptions, j'ai indiqué les tours de parole et les personnes qui parlent en les codant de la manière suivante : les protagonistes sont nommés dans la transcription ainsi : « élève 1 » pour les élèves et le professeur, « P » qui me représente. J'ai transcrit exactement les paroles de chacun, accompagné de didascalies pour comprendre les gestes, ou les expressions du visage des personnes. J'ai également ajouté des captures des différentes vidéos pour mieux comprendre le sujet décrit. Les transcriptions sont en annexe 3 (p.62)

La transcription 1 s'est déroulée le 23 novembre 2017. Elle montre un extrait de la recherche par groupe de trois élèves d'un problème. Voici le problème sur lequel l'élève travail : *Olivia a fait un collier avec 11 perles bleues et 8 perles rouges. Combien de perles y a-t-il sur le collier d'Olivia ?*
La transcription 2 est la suite de la première transcription, elle se passe quelques minutes après. Le problème est le même que la transcription précédente.
La deuxième vidéo a été réalisée le 30 novembre 2017 durant laquelle les élèves étaient seuls pour résoudre les problèmes. La transcription 3 relate ce qui se passe après la mise en route des problèmes, pendant la recherche individuelle sur les problèmes. Voici le problème sur lequel les élèves travaillent : *Dans un parking, il y a 16 places. 9 places sont déjà occupées par des voitures. Combien de places sont libres ?*
La transcription 4 relate les échanges entre les élèves et l'enseignante. Elle se passe, après la recherche individuelle des problèmes pendant le début de la mise en commun (en collectif). De plus, c'est le même problème que dans la transcription 3.
La transcription 5 est la suite de la quatrième transcription, la fin de la mise en commun. Le problème est le même que pour la transcription 3 et 4.

Nous avons ci-dessous un exemple de la transcription 1.

Tdp	Actant	Contenu et didascalies
1	Elève 1	J'arrive pas à écrire.
2	P	Mais si tu arrives à écrire. Qu'est-ce que tu dois écrire ?
3	Elève 1	Olivia a 19 perles.
4	P	Il est écrit où Olivia ? *[L'élève, avec son doigt, cherche sur sa feuille.]* Relis le problème depuis le  début.
5	Elève 1	Là. *[Il trouve le prénom Olivia.]*
6	P	Voilà, c'est parti tu le recopies. Olivia… a 19 perles. *[L'élève écrit.]*

4. Analyse

Nous allons dans cette partie analyser des productions d'élèves, puis celles des transcriptions des vidéos, et enfin celles des données statistiques.

4.1. Analyse des problèmes et des productions d'élèves

Dans ce premier chapitre, nous allons analyser les énoncés des problèmes et les productions des élèves. Je vais mettre en évidence les difficultés que les élèves peuvent rencontrer dans la compréhension des énoncés mais aussi les difficultés mathématiques que ces énoncés peuvent engendrer. J'ai tout d'abord classé ces problèmes selon la typologie de Vergnaud. Tous les problèmes sont formés de la même manière. Nous trouvons au début l'énoncé puis à la fin, la question posée (cf. 2.2.2. la place de la question dans l'énoncé du problème). L'élève doit donc retenir toutes les informations du problème avant de savoir quelle question on va lui poser. De plus, ce sont des énoncés de types récits (cf. 2.2.1. l'enjeu des énoncés dans la résolution de problème), comme on a pu le voir ils aident à la construction de l'interprétation des élèves. En effet, les énoncés de types récits racontent une histoire, il y a une situation précise. Pour les élèves c'est une aide, car ils peuvent s'imaginer l'histoire. C'est aussi un moyen de les accrocher pour leur donner envie de les résoudre.

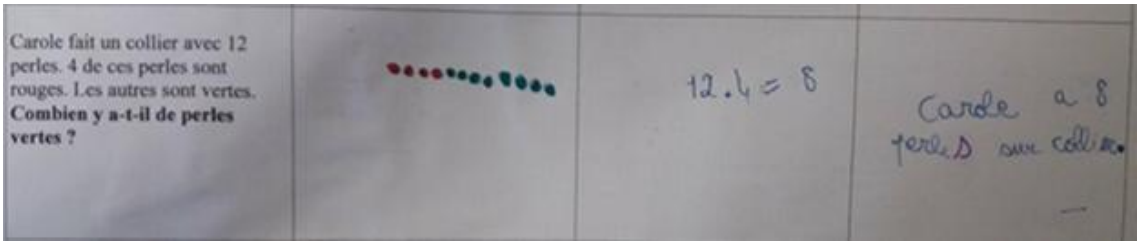
J'ai pratiquement effectué toutes les séances en résolution de problèmes tout le long de l'année dans la classe de CE1. J'ai donc observé l'évolution et la progression des élèves. J'ai recueilli au fur et à mesure les travaux des élèves pour pouvoir les analyser. Je vais maintenant analyser certains travaux d'élèves, réalisés seuls ou en groupe comportant des erreurs ou non. Ces erreurs sont soit récurrentes, soit inédites pour moi.

4.1.1. Problème de composition : recherche de partie

- *Carole fait un collier avec 12 perles. 4 de ces perles sont rouges. Les autres sont vertes. Combien y a-t-il de perles vertes ?*

Ce travail était individuel. La consigne donnée aux élèves pour tous les problèmes étaient « vous devez résoudre le problème. Vous pouvez utiliser toutes les procédures que vous voulez. Vous avez le droit d'utiliser les jetons, vos ardoises et nous sommes là, si vous avez besoin d'aide ». Ce problème est un problème de recherche de partie. Les élèves doivent comprendre ce qu'ils cherchent, c'est-à-dire le nombre de perles « vertes ». En tout, 12 perles sont sur le collier, on sait qu'il y a 4 perles rouges.

Production 1 :



Production d'élève, effectuée le 14 novembre 2017

Ce problème a été résolu le jeudi 14 novembre 2017 par une élève de CE1, de niveau moyen en mathématiques. Nous avons vu précédemment que Sylvie Gamo (2007) a distingué trois niveaux de représentation, qui est chacun associé à un type de procédure (cf. 2.3.4. les procédures des élèves). Je pense que cette élève est de niveau de procédure 2, car elle fait appel à une représentation mathématique de la situation.

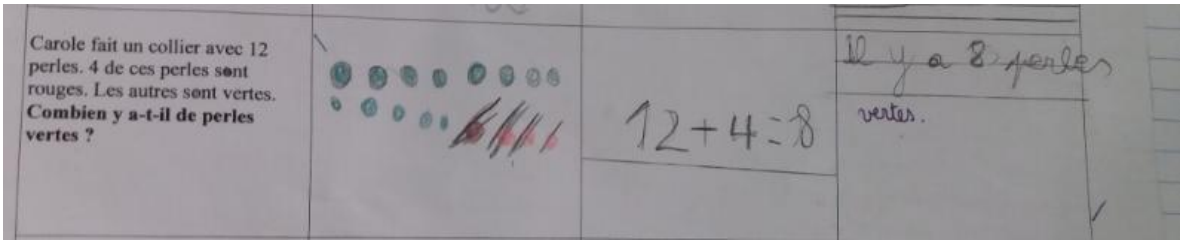
Dans la production ci-dessus, on peut voir que l'élève a bien schématisé la situation. Elle a dessiné 12 perles dont 4 rouges, puis elle a colorié le reste en vert. Elle a dénombré un à un le reste de perles coloriées en vert et a trouvé 8 perles vertes. Cette élève dans son dessin, a compris la notion d'inclusion dans cet énoncé, inclusion qui n'est pas explicite.

Ensuite, elle a calculé 12 + 4 = 8. Je fais l'hypothèse qu'elle s'est trompée de signe, au lieu de mettre un « - » elle met un « + ». Peut-être pensait-elle ajouter les perles rouges et les perles vertes ? Alors a-t-elle bien compris le sens des signes car la réponse est correcte ? Ou alors a-t-elle voulu faire une addition à trou telle que 8 + 4 = 12 ? mais elle s'est trompée dans la position des nombres dans l'écriture additive. Est-ce dû à la position du signe « = » qui n'est pas vu comme un signe d'équivalence mais comme le signe d'un résultat ? Le signe égal n'est pas toujours bien saisi par les élèves (cf. 2.2.1 L'enjeu des énoncés dans la résolution de problème). Ils ne savent pas qu'il signifie l'équivalence. Selon, Charnay et Mante, la maitrise du sens des signes d'additions et de soustractions se construisent sur une longue durée (cf. 2.4.2. perspectives constructivistes).

On peut voir que cette élève n'a pas fait d'erreur de calcul. L'écart entre les valeurs numériques n'est pas grand donc cela évite les erreurs de décomptage ou de surcomptage (cf. 2.3.3 conséquences des valeurs numériques dans un énoncé de problèmes).

De plus, on peut observer qu'elle oublie de mentionner les perles vertes dans sa phrase réponse, ce qui peut porter à confusion. On peut penser que Carole n'a que 8 perles sur son collier alors qu'on parle ici des perles vertes. Est-ce que l'élèves à oublié de l'écrire ? Ou a-t-elle mal compris la question ?

Production 2 :



Production d'élève, effectuée le 14 novembre 2018

Cette seconde production a été réalisée par un élève de niveau moyen. Celui-ci a une représentation qui a un niveau de procédure 2, car il fait appel à une représentation mathématique (cf. 2.3.4. les procédures des élèves).

Il a représenté le problème en le schématisant avec des perles rouges et vertes, comme dans la production précédente. Ici l'élève ne travaille que sur une représentation d'unités, comme la production 1. Il a dessiné 17 perles dont 13 perles vertes et 4 perles rouges. Je pense que l'énoncé n'est pas trivial. Cet élève doit comprendre la notion d'inclusion dans cet énoncé, inclusion qui n'est pas explicite. Ces deux élèves (production 1 et production 2) ont un niveau moyen en mathématiques mais nous pouvons constater que les obstacles pour un élève moyen ne sont donc pas au même niveau.

Cet élève a fait une erreur dans la schématisation du problème. Il dessine bien les 4 perles rouges, mais il n'a pas compris qu'il y avait 12 perles en tout dont les rouges. Je pense qu'il n'a pas bien compris le sens du problème. Alors que dans la procédure de calcul, l'élève reprend bien les nombres de l'énoncé. Il fait comme l'élève précédent il calcule 12 + 4 = 8. Il se trompe de signe ou peut-être voulait-il faire une addition à trou 12 + ? = 4, comme nous l'avons vu dans la production 1. Son schéma a un lien avec son calcul puisqu'il additionne les 12 perles (même s'il en a dessiné 13, je pense que c'est du surcomptage et qu'il n'a pas recompté les perles dessinées) et les perles rouges. On peut penser qu'il dissocie aussi peut être les deux représentations du problème, le schéma et le calcul sans faire de lien entre les deux. En revanche, la réponse est correcte mais la procédure n'est pas bonne.

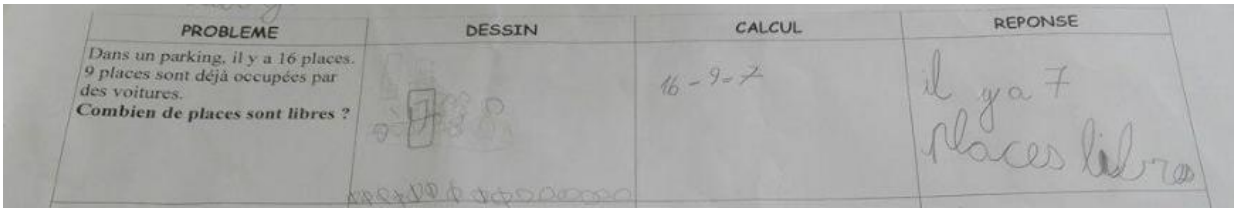
Comme la production 1, les valeurs numériques n'ont pas un écart trop important, si l'élève utilise la procédure de décomptage ou de surcomptage, il y a moins de risque d'erreur de calcul (cf. 2.3.3 conséquences des valeurs numériques dans un énoncé de problèmes).

De plus, dans sa phrase réponse l'élève écrit « il y a 8 perles », mais on ne sait pas s'il parle des perles rouges ou vertes, comme dans la production précédente.

- *Dans un parking, il y a 16 places. 9 places sont déjà occupées par des voitures. Combien de places sont libres ?*

  Les élèves doivent chercher le nombre de place libre dans le parking sachant qu'il y a 16 places et que 9 sont déjà prises. Comme on a pu le voir précédemment (2.2.1. l'enjeu des énoncés dans la résolution de problème), ce n'est pas des questions que l'on se pose dans la réalité. Effectivement, on prend la première place qui est devant nous pour pouvoir se garer. On ne cherche pas à savoir combien il reste de place. Les élèves doivent comprendre le sens entre les places libres et les places occupés. Il faut qu'ils visualisent le problème. Pour le résoudre, ils peuvent faire une addition à trou : 9 + … = 16 ou une soustraction 16 – 9 = … . De plus, le nombre à déduire (9), est grand, les élèves peuvent donc commettre des erreurs de calcul, s'ils utilisent la stratégie du décomptage (cf. 2.3.3 conséquences des valeurs numériques dans un énoncé de problèmes).

<u>Production 3</u> :



Production de trois élèves, effectuée le 30 novembre 2017

Le problème a été résolu le jeudi 30 novembre 2017 par un groupe homogène de trois élèves. Comme nous l'avons vu dans les productions précédentes, les élèves ont une procédure de niveau 2, car il utilise une représentation mathématique pour schématiser le problème.

Dans la partie dessin, on observe que les élèves ont représenté un paquet de 7 et 16 unités. Je fais l'hypothèse qu'ils ont commencé a représenté un paquet de 7 mais ils ont été bloqué. Donc ils ont finalement dessiné 16 petits ronds (qui sont des unités) et en ont barré 9. Ils représentent toutes les places de parkings puis les barrent une à une celles qui sont occupées.

Dans la partie calcul, ils ont utilisé la méthode de la soustraction qui est correcte : 16 – 9 = 7.

Pour finir, on retrouve à nouveau, la structure de la phrase « il y a », mais ici ils répondent bien à la question du problème.

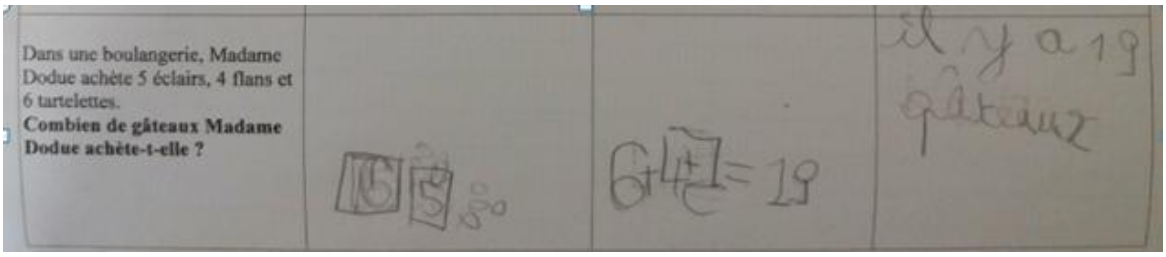
4.1.2. Problème de composition : recherche d'un tout

- *Dans une boulangerie, Madame Dodue achète 5 éclairs, 4 flans et 6 tartelettes. Combien de gâteaux Madame Dodue achète-t-elle ?*

  Ce problème doit parler aux élèves car il évoque la boulangerie et les enfants connaissent ce type de commerce.

Ils doivent comprendre que les éclairs, les flans et les tartelettes correspondent aux gâteaux. A partir de-là, ils peuvent s'imaginer en train de les acheter. Ils doivent comprendre qu'ils cherchent le nombre de gâteaux que Madame Dodue a acheté c'est-à-dire les éclairs, les flans et les tartelettes et les ajouter. J'aurais pu changer le nom de boulangère car il peut paraitre discriminant. D'habitude dans les problèmes, on ajoute seulement deux nombres alors qu'ici il y en a trois. Pour certains élèves cela peuvent les perturber, et les induire en erreur. Ils doivent faire des compositions de nombres pour trouver le résultat, soit à partir des compléments à la dizaine qu'ils connaissent 6 + 4 puis 10 + 5, soit en s'appuyant sur leurs connaissances des tables. Le passage à la dizaine n'est pas aisé pour tous les élèves.

<u>Production 4</u> :



Production d'élève, effectuée le 14 novembre 2017

Cette production appartient à un élève de niveau moyen en mathématiques. Je pense que cet élève est de niveau de procédure 2, car il fait appel à une représentation mathématique de la situation, il met ensuite en équation le problème pour pouvoir travailler uniquement au niveau des nombres. De plus, il reconnait que c'est un problème relevant de l'addition.

Il a résolu ce problème le jeudi 14 novembre 2017. Dans la colonne « dessin », l'élève a représenté un paquet de 6 et un paquet de 5 puis 4 jetons (représenté par des petits cercles, qui sont les unités). Je me demande pourquoi il a représenté certaines quantités sous forme de paquet et d'autres sous formes d'unités. Ensuite, il a calculé 6 + 4 + 5 = 19. Il a écrit le 5 à l'envers, l'écriture en miroir disparaît d'eux-mêmes d'après les dernières recherches en psychologie de J-P Fischer (2011)[1].

Ici l'élève fait dans la première colonne des paquets qui représentent des unités. La représentation est par exemple plus approfondie que dans la production 1. Il ne fait pas d'erreur dans sa schématisation.

On peut cependant observer qu'il a fait une erreur de calcul. Peut-être a-t-il fait 6 + 4 = 10 et 4 + 5 = 9 donc 10 + 9 = 19 ? (il a compté 2 fois le 4).

[1] Cet auteur dit que « les exigences des programmes scolaires relativement à l'écriture, à un âge où la question de l'orientation gauche-droite est loin d'être maîtrisée, conduisent alors les enseignants de maternelle à observer fréquemment des écritures en miroir ».

On peut se demander pourquoi n'a-t-il pas pris les nombres dans le même ordre que dans la colonne des dessins ? Il semble que l'élève ait positionné les nombres dans l'écriture additive en fonction des compléments à 10 connus (6 + 4).

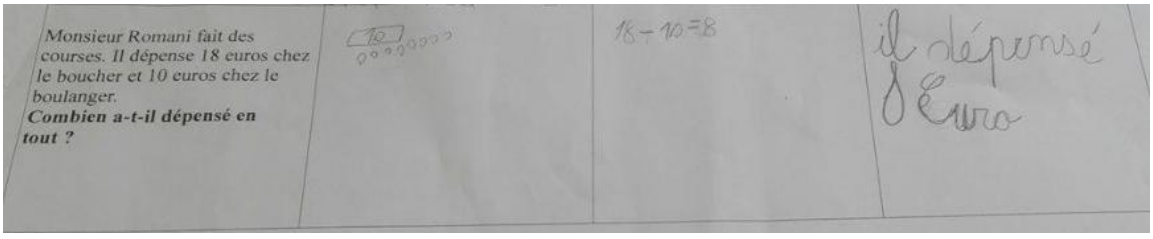
Il y a trois nombres dans ce problème contrairement aux autres. Il faut qu'il passe à la dizaine supérieure, c'est ce qu'il a fait mais il s'est trompé dans les unités. Il y a une difficulté pour l'élève d'ajouter trois nombres, on observe une erreur de surcomptage.

Ensuite, son résultat l'a amené à écrire « il y a 19 gâteaux ». Il n'y a pas de phrase construite qui reprend les termes de la question du problème comme dans la production 2. Beaucoup d'élèves dans cette classe écrivent « il y a… » pour commencer leur phrase réponse, comme si c'était un automatisme.

- *Monsieur Romani fait des courses. Il dépense 18 euros chez le boucher et 10 euros chez le boulanger. Combien a-t-il dépensé en tout ?*

  Les élèves cherchent ici combien Monsieur Romani a dépensé, sachant qu'il a dépensé 18 euros chez le boucher et 10 euros chez le boulanger. Donc il faut qu'ils ajoutent les deux sommes d'argent dépensées. La question leur donne un indice avec « en tout », ils doivent faire une addition. Mais ils doivent ici passer la vingtaine, ce qui n'est pas facile pour tous les élèves.

<u>Production 5</u> :



Production de trois élèves, effectuée le 30 novembre 2017

Le problème a été résolu le jeudi 30 novembre 2017. Comme nous l'avons vu dans la production 4, Sylvie Gamo distingue trois niveaux de représentations, qui sont associés à des procédures (cf. 2.3.4. les procédures des élèves). Dans cette production les élèves ont une procédure de niveau 2. En effet, ils utilisent une représentation mathématique pour faire le dessin.

Les élèves (groupe homogène) ont représenté dans la colonne du « dessin », un paquet de 10 représentant une dizaine et 8 jetons (qui représentent les unités), qui sont les dépenses effectuées chez le boucher, mais les dépenses réalisées chez le boulanger n'ont pas été représentées, parce qu'ils avaient déjà réalisé une dizaine, mais c'était celle des 18 euros du boucher.

Ensuite, ils font le calcul : 18 – 10 = 8. L'opération est correcte, mais ne répond pas à la question du problème. Il doit ajouter les nombres car on veut savoir combien Monsieur Romani a dépensé.

Les valeurs numériques sont grandes dans ce problème, il faut passer à la dizaine supérieure qui ici est la vingtaine, cela peut-être complexe pour les élèves. Cependant le nombre 10 peut les aider car les élèves ont travaillé à former des paquets de 10 (cf. 2.3.3 conséquences des valeurs numériques dans un énoncé de problèmes).

De plus, on observe que leur phrase réponse est « il dépensé 8 euro ». Ils ont bien utilisé les termes de la question pour y répondre. Ils ont juste oublié « a » pour la construction du verbe.

Le problème précédant était un problème de composition où l'on cherchait une partie, donc la méthode de la soustraction était possible. Peut-être ont-ils continué avec une soustraction au second problème (celui-ci) ? On peut parler ici de contrat didactique, Brousseau le définit comme « l'ensemble des comportements de l'enseignant qui sont attendus de l'élève, et de l'ensemble des comportements de l'élève qui sont attendus de l'enseignant. » (Brousseau, 1998). Les élèves font ce qu'on leur demande, mais n'ont pas réfléchi au sens réel du problème. Puisque que les séances précédentes portaient des problèmes de type « soustractif » les élèves ont continué de les résoudre sans vraiment chercher à les comprendre. Ils ont fait une soustraction se disant que ça devait être encore des problèmes de type « soustractif ». Ils remplissent leur contrat en répondant au problème mais pas à l'objectif de l'enseignante.

4.1.3. Problème de transformation d'une mesure initiale en une mesure finale

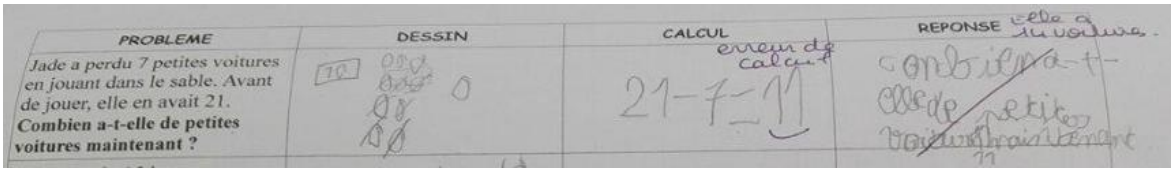
Ce sont que des problèmes de transformation où l'on cherche l'état final. Les élèves devraient être moins en difficultés en cherchant un état final plutôt qu'un état initial comme Vergnaud l'a expliqué (cf. 2.3.2. l'analyse des problèmes selon Gérard Vergnaud).

- *Jade a perdu 7 petites voitures en jouant dans le sable. Avant de jouer, elle en avait 21. Combien a-t-elle de petites voitures maintenant ?*

  Le problème est un problème de transformation négative, car avant Jade avait 27 voiture mais elle en perd 7, ce qui signifie qu'elle en aura moins qu'avant. Les élèves cherchent combien Jade a de voitures maintenant, donc ils cherchent la mesure finale.

  Normalement le verbe « perdre » doit leur donner un indice, cela signifie qu'elle en a moins maintenant. De plus, le problème annonce directement qu'elle a perdu 7 voitures, et ensuite le nombre qu'elle a en tout, au début. Je pense que c'est plus compliqué pour les élèves dans ce sens, plutôt que dire que : Jade a 21 voitures et qu'elle en perd 7. On y retrouve des termes de temporalité, tel que, « avant », « maintenant » qui peuvent être compliqué pour les élèves pour se situer dans le temps.

Production 6 :



PROBLEME	DESSIN	CALCUL	REPONSE
Jade a perdu 7 petites voitures en jouant dans le sable. Avant de jouer, elle en avait 21. **Combien a-t-elle de petites voitures maintenant ?**	10	erreur de calcul 21-7=11	elle a 11 voitures. combien a-t-elle de petite voiture maintenant ?

Production d'élève, effectuée le 19 octobre 2017

Le problème a été résolu le jeudi 19 octobre 2017, c'était le dernier jour d'apprentissage en résolution de problèmes de type « soustractif ». Les élèves s'étaient donc déjà beaucoup exercés, entrainés. Cette production appartient à un élève de niveau moyen en mathématiques. Par rapport au niveau de sa représentation, l'élève a une procédure de niveau 2 (cf. 2.3.4. les procédures des élèves). On peut voir, qu'il utilise une représentation mathématique donc il n'est plus dans la représentation du réel.

Il a représenté dans la partie « dessin », un paquet de 10 et 11 jetons pour schématiser les 21 voitures que Jade avait au début. Il a barré 7 unités, car effectivement dans le problème Jade a perdu 7 voitures sur 21 qu'elle avait au début. Son dessin est bien expliqué.

Mais par la suite, l'élève fait l'opération : 21 – 7 = 11. Je suppose qu'il a des difficultés dans la résolution de la soustraction avec retenu. La méthode de l'opération est bonne, elle répond à la question, mais le résultat est faux. Il a dû compter tous les jetons et pas seulement ceux qui sont barrés, donc les 11 jetons.

Le retrait « 7 » est un grand nombre, c'est pourquoi l'élève à fait une erreur de calcul. De plus 21, c'est 20 + 1, peut être qu'avec 20, l'élève n'aurait pas fait d'erreur de calcul (cf. 2.3.3 conséquences des valeurs numériques dans un énoncé de problèmes).

On remarque également que pour faire sa phrase réponse, l'élève a réécrit la question du problème et écrit ensuite le nombre 11 qu'il a trouvé dans son résultat. Peut-être a-t-il des problèmes pour construire des phrases simples ? Peut-être n'a-t-il pas compris la question ? Souvent les élèves lisent le problème une fois, ils y répondent, sans relire la question. Il ne faut pas oublier que « la question » a une grande importance dans la résolution de problème mais les élèves ont tendance à ne pas en prendre grande intérêt (cf. 2.2.2. la place de la question dans l'énoncé du problème).

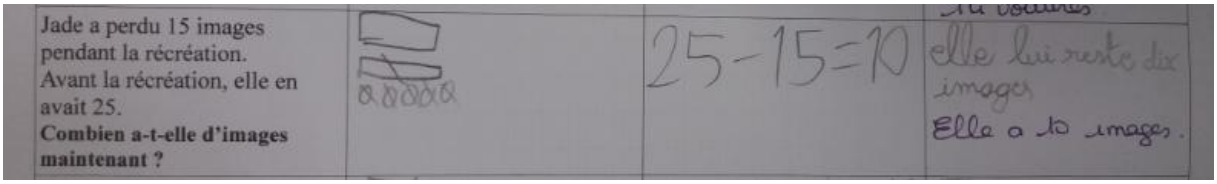
De plus, on peut voir ici que la question aide l'élève à savoir que l'opération est une soustraction avec le verbe « perdre », (cf. 2.2.3. problème et langage écrit).

- *Jade a perdu 15 images pendant la récréation. Avant la récréation, elle en avait 25. Combien a-t-elle d'image maintenant ?*

  Ce problème évoque la récréation, c'est un lieu très connu des élèves. Ils peuvent s'identifier à Jade et s'imaginer perdre les images dans la cours de récréation.

De plus, c'est un problème de transformation négative. Il est composé de la même manière que le précédent. Ils doivent chercher le nombre d'images que Jade a maintenant. Au début elle en a 25 et elle en a perdu 15. Ici, aussi on dit qu'elle a perdu les images avant de dire combien elle en a. Le plus compliqué pour les élèves dans la compréhension du problème, c'est qu'il faut qu'ils comprennent la temporalité, car on retrouve les termes « pendant », « avant », « maintenant ». Pour le calcul, le retrait est grand donc l'erreur de calcul est possible. Par contre, les nombres se terminent par « 5 », donc cela peut les aider en faisant des paquets de 10 ou de 5.

<u>Production 7</u> :



Production d'élève, effectuée le 19 octobre 2017

Ce problème de transformation a été résolu, jeudi 19 octobre 2017, par un élève performant en mathématiques. Il a une procédure de niveau de 2, car lui aussi utilise une représentation mathématiques (cf. 2.3.4. les procédures des élèves).

Il a représenté deux rectangles qui je suppose sont deux paquets de 10, et 5 unités, c'est-à-dire les 25 images que Jade avait avant la récréation. Comme celle-ci en a perdu 15, l'élève a barré un paquet de 10 et les 5 jetons. Donc il lui reste un paquet de 10. Il fait une soustraction 25 – 15 = 10. Dans cette production, il y a un lien entre la schématisation du problème et le calcul.

Nous pouvons observer que le retrait est grand (15), donc l'erreur est possible. Mais l'élève n'a pas eu besoin de casser les paquets de 10 ce qui lui évite le risque d'erreur (cf. 2.3.3 conséquences des valeurs numériques dans un énoncé de problèmes). Pour communiquer ce qui l'a trouvé, il écrit « elle lui reste dix images », ce n'est pas faux, mais cela ne correspond pas à la question. Il aurait dû ajouter *elle lui reste dix images maintenant* ou *elle lui reste dix images après la récréation*.

On veut savoir le nombre d'images qu'elle a maintenant. La plupart des problèmes qu'ils avaient à chercher avant était un reste. Alors, on peut supposer que l'élève a automatisé la phrase réponse par « il/elle lui reste… ». On peut s'interroger sur le fait qu'il ait compris ou non le sens de la question.

On revient toujours sur la place de la question dans les énoncés de problèmes qui n'est pas comprises par les élèves. Ils comprennent l'énoncés et ce qu'ils doivent chercher mais ne savent pas comment y répondre (cf. 2.2.2. la place de la question dans l'énoncé du problème).

- *Paul a 8 images. Son copain Sam lui donne 5 images. Combien d'images Paul a-t-il maintenant ?*

  On parle d'images dans ce problème, comme dans le problème précédent. Sam donne des images à son copain Paul. Les élèves ont des copains à l'école et peuvent s'identifier à ces deux enfants. C'est un problème de transformation positive. Il n'est pas complexe. Les élèves doivent chercher le nombre d'images qu'à Paul, sachant qu'au début il en a 8 et que son copain lui en donne 5. Donc il faut additionner. Ici, le verbe « donner », est un indice, cela signifie qu'il va en avoir plus (cf. 2.2.3. problème et langage écrit).

<u>Production 8</u> :



Production d'élève, effectuée le 23 novembre 2017

Le jeudi 23 novembre 2017, les élèves devaient résoudre trois problèmes essentiellement de type « addition ». Celui-ci est un problème de transformation positive où l'on cherche l'état final. L'élève de cette production a un niveau moyen en mathématiques. Il utilise une représentation mathématique pour schématiser le problème, ce qui m'amène à dire qu'il a une procédure de niveau de 2 (cf. 2.3.4. les procédures des élèves).

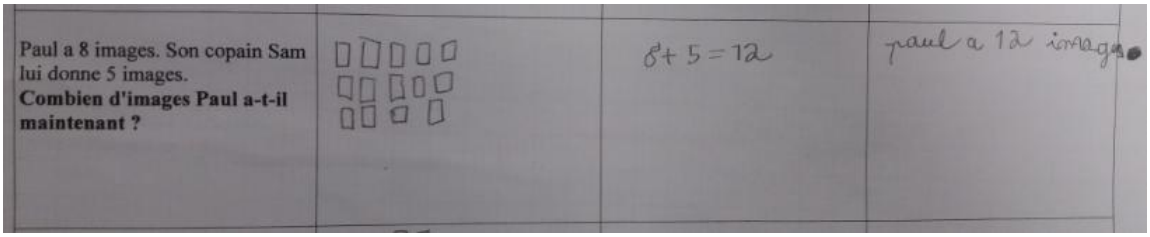
On observe, dans la partie « dessin » que l'élève a écrit : 10 (il désigne un nombre désignant la mesure de grandeurs 10) et 3 jetons et un quatrième jeton effacé. Donc je fais l'hypothèse que l'élève a dû utiliser les jetons pour ajouter 8 et 5. Il a tenté de décomposer les nombres déjà dans la représentation analogique (dessin). Ici c'est intéressant de voir qu'il y a corrélation entre les deux premières représentations.

Car ensuite dans son calcul il a fait : 10 + 4 = 14. Je suppose qu'il a compté le jeton qui l'a effacé, c'est pour cela qu'il a trouvé 14 au lieu de 13. On remarque qu'il fait un lien entre son dessin et son calcul, sans utiliser les nombres de l'énoncé.

Les valeurs numériques ne sont pas trop grandes, l'erreur de calcul est moindre, mais il faut passer à la dizaine. Cependant l'élève a fait une erreur de surcomptage, peut-être liée à sa schématisation avec l'unité mal effacée, (cf. 2.3.3 conséquences des valeurs numériques dans un énoncé de problèmes).

Ensuite, on peut voir que sa phrase réponse est structurée, il réutilise bien les termes de l'énoncé et son nombre qu'il a trouvé dans son calcul.

Production 9 :



Production d'élève, effectuée le 23 novembre 2017

Cette production appartient à une élève qui a des difficultés en mathématiques. Elle a un niveau de procédure 1, si on suppose que les carrés représentent des images (cf. 2.3.4. les procédures des élèves).

Nous pouvons observer qu'elle a dessiné 14 images au lieu de 13, elle en a rajouté une en trop. C'est un problème de dénombrement. On peut supposer qu'elle a utilisé des jetons et ensuite elle les a dessinées. Elle ne distingue pas les 8 images d'un côté et les 5 de l'autre. Elle les ajoute tous dans la schématisation.

En revanche dans son calcul elle a fait : 8 + 5 = 12, elle a la bonne opération mais le résultat est faux. Elle aurait dû écrire 8 + 5 = 14 si on suit la logique de son schéma. Il y a ici un problème de comptage. Peut-être qu'elle aurait dessiné les 8 images que Paul à au début d'un côté et les images que lui donne Sam d'un autre côté, elle n'aurait pas fait d'erreur de comptage.

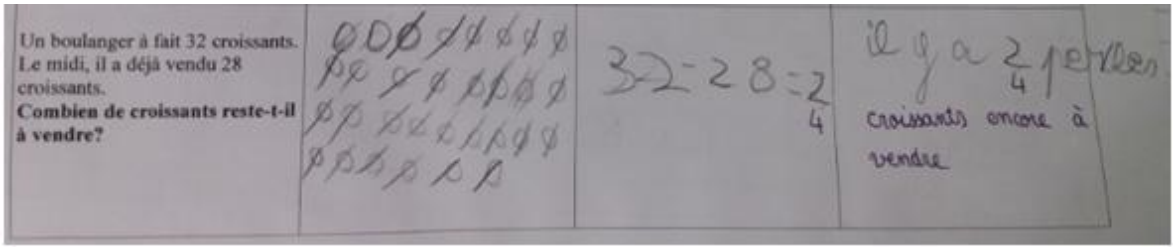
On peut aussi supposé que les valeurs numériques sont trop grandes pour cette élève (cf. 2.3.3 conséquences des valeurs numériques dans un énoncé de problèmes). De plus, il faut passer à la dizaine mais ce n'est pas cela qui a posé un problème à cette élève. Elle a un problème de comptage.

Ensuite, comme l'élève précédent pour sa phrase réponse, elle reprend les termes de l'énoncé et son nombre trouvé au calcul. Elle fait bien le lien entre sa réponse trouvé et sa phrase réponse.

- *Un boulanger a fait 32 croissants. Le midi, il a déjà vendu 28 croissants. Combien de croissants reste-il à vendre ?*

  Dans ce problème de transformation négative on cherche l'état final. Son énoncé propose une chronologie avec les mots « Au début » « à midi », On veut savoir combien il lui en reste à présent. Dans la question, le mot « reste » est un indice pour les élèves. On a vu en classe que généralement, quand on cherche un reste, il faut faire une soustraction. On peut remarquer que le retrait est un grand nombre donc les chances de faire une erreur de calcul sont plus importantes. Alors que si l'élève utilise le surcomptage à partir de 28, cela devrait lui poser moins de difficulté.

Production 10 :



Production d'élève, effectuée le 14 novembre 2018

Cette production a été réalisée par un élève de niveau moyen. Celui-ci a une représentation qui a un niveau de procédure 2, car il fait appel à une représentation mathématique (cf. 2.3.4. les procédures des élèves).

Il dessine 31 croissants représentés par des unités. Il en a barré 29, donc il en reste deux non barrés. Je pense que le fait que ça soit des grands nombres, l'élève s'est perdu dans sa schématisation car il dessine 31 croissants au lieu de 32 et en barre 29 au lieu de 28.

Ensuite, il fait un calcul avec les nombres de l'énoncé 32 – 28 = 2. Son résultat a un lien avec son dessin puisqu'il en reste 2.

Ici, la schématisation du problème n'aide pas l'élève car il représente les croissants un à un, et les valeurs sont trop élevées, donc il finit par se perdre et fait une erreur de calcul, au lieu de trouver « 4 », il trouve « 2 » (cf. 2.3.3. conséquences des valeurs numériques dans un énoncé de problèmes). En effet, il est toujours dans le dénombrement de un en un. Les nombres sont grands donc la probabilité de se tromper est plus importante. Il aurait pu faire des paquets de 10 pour éviter les erreurs de surcomptage. On peut parler d'un problème de dénombrement lié peut-être à un problème d'énumération (Briand, 1999).

Dans sa phrase réponse l'élève écrit « il y a 12 perles », alors que le problème porte sur des croissants. L'élève ne sait plus ce qu'il cherche. Il est toujours dans le problème précédent. Comme on a pu le voir (cf. 2.2.2. la place de la question dans l'énoncé du problème), l'élève oublie ce qu'il cherche. Il n'est pas centré sur la question, mais il fait un calcul pour répondre au contrat didactique. On peut également remarquer qu'il construit sa phrase réponse avec « il y a… ». Il ne reprend pas les termes de la question.

En conclusion, nous pouvons constater que les élèves utilisent différentes méthodes de schématisation, par exemple en faisant des paquets de 10 (représenté par un rectangle ou représenté par le nombre 10), ou en dessinant des unités. Ils utilisent aussi des paquets d'unités, comme un paquet de 6 et un paquet de 5. Si leur représentation n'est pas correcte cela peut les conduire à faire des erreurs.

De plus, beaucoup d'élèves utilisent la méthode de surcomptage ou de décomptage, ce qui les amène à faire des erreurs de calcul. Il serait intéressant de proposer des représentations analogiques plus expertes pour les élèves, pour qu'ils évitent de passer toujours par le dénombrement.

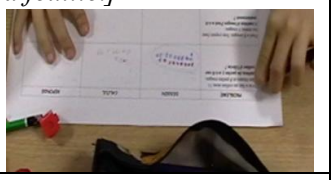
Mes observations et mon analyse m'amène à penser que je dois adaptée les différentes sortes de problèmes additifs en fonction des erreurs que commettent les élèves. Par exemple, pour des élèves qui font des erreurs de surcomptage ou de décomptage, leur donner des problèmes où les valeurs numériques n'ont pas un trop grand écart. Et travailler avec eux sur compter en reculant ou en avançant. Pour ensuite, leur donner des valeurs numériques plus importantes. De plus j'ai observé que les obstacles pour des élèves de niveau identique ne sont pas de la même portée. Beaucoup d'entre eux font des erreurs de surcomptage ou de décomptage, il faut que je leur apprenne à vérifier leur réponse, par exemple avec une soustraction, leur montrer qu'on peut utiliser l'addition à trou. Ils ont aussi des difficultés à produire une phrase réponse. Je pourrais leur donner des problèmes avec la réponse et le but serait qu'ils m'écrivent une phrase qui répond au problème. Leurs erreurs me font prendre conscience des points essentiels que je dois travailler avec eux.

4.2.Analyse filmique

Dans ce deuxième chapitre, je me suis intéressée à l'analyse des transcriptions, car je peux observer la manière dont les élèves répondent aux problèmes. Je me rends plus facilement compte de leurs erreurs. De plus je peux observer leurs gestes que je ne vois pas dans une simple production. Dans chaque transcription les élèves sont sur des problèmes d'application (cf. 2.1.2. différents types d'activités de problèmes), car ils utilisent leurs connaissances mais dans un autre contexte.

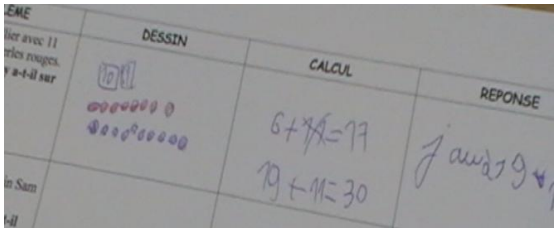
4.2.1. Problème de composition : recherche d'un tout

Voici le problème sur lequel l'élève travail : Olivia a fait un collier avec 11 perles bleues et 8 perles rouges. Combien de perles y a-t-il sur le collier d'Olivia ?

Tdp	Actant	Contenu et didascalies
1	Elève 1	J'arrive pas à écrire.
2	P	Mais si tu arrives à écrire. Qu'est-ce que tu dois écrire ?
3	Elève 1	Olivia a 19 perles.
4	P	Il est écrit où Olivia ? *[L'élève, avec son doigt, cherche sur sa feuille.]* Relis le problème depuis le début. 
5	Elève 1	Là. *[Il trouve le prénom Olivia.]*
6	P	Voilà, c'est parti tu le recopies. Olivia… a 19 perles. *[L'élève écrit.]*

La transcription 1 se déroule durant la phase de recherche par groupe de trois. L'élève a besoin d'être rassuré. Il lui faut quelqu'un à côté de lui pour l'encourager, le guider, car il arrête vite de travailler quand il n'est pas sollicité. Je lui ai dit : « mais si tu arrives à écrire », je le rassure puis je le guide : « il est écrit où Olivia ». L'élève s'est senti rassuré, il était impliqué et cherchait ce que je lui demandais. Il résout le problème seul mais il a besoin qu'on le guide. De plus, on ne le voit pas dans la transcription mais c'est un élève qui a des difficultés en lecture. Comme on a pu le voir dans les perspectives constructivistes, c'est une erreur qui peut être expliquée par des limitations dans le domaine du traitement de l'information. Ici, la lecture bloque l'élève et l'empêche d'avancer, on peut parler de surcharge cognitive.

Ensuite, dans la transcription 2, un second élève résout ce même problème : *Olivia a fait un collier avec 11 perles bleues et 8 perles rouges. Combien de perles y a-t-il sur le collier d'Olivia ?*

Tdp	Actant	Contenu et didascalies
1	Elève 2	Regardez tout le travail que j'ai fait. *[Il montre son travail à Clara (ma binôme de stage) qui tient la caméra.]* Même si je me suis trompé *[sur un ton ironique]*… même si je me suis trompé. 
2	Elève 3	Tu t'es trompé où ? Où ça ? *[L'élève montre sa phrase réponse.]* Pourquoi tu t'es trompé là ? *[blanc]*
3	Elève 2	Là *[il remontre avec son doigt la phrase réponse.]* *[blanc]* *[J'arrive et je demande à l'élève.]*
4	P	Alors comment tu vas faire Léo ? Tu as dessiné quoi ?
5	Elève 2	Le…les…les…les perles et les perles rouges et les perles violets
6	P	C'est bien ! Tu en as dessiné combien de perles rouges ?
7	Elève 2	…. 7 *[Il compte dans sa tête]*.
8	P	7 ? *[Je recompte avec lui]*. 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7…
9	Elève 2	8 
10	P	C'est bien et il y a combien de perles bleues ?
11	Elève 2	9
12	P	1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 Tu en as dessiné 10 mais dans le problème Olivia elle a fait un collier avec 11 perles bleues.

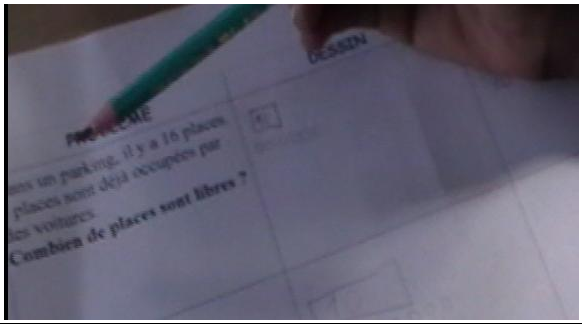
13	Elève 2	Il faut que j'en rajoute une
14	P	Voilà, il faut que tu en rajoute une. Voilà et maintenant comment tu vas faire ? *[L'élève ajoute la perle bleue et la colorie.]*
15	Elève 2	Euh… compter toutes les perles

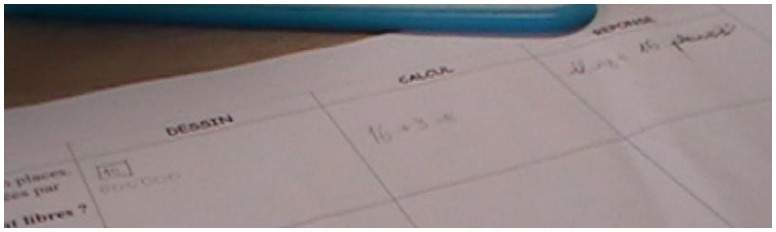
L'élève se dévalorise, il n'a pas confiance en lui, il dit « regardez tout le travail que j'ai fait. Même si je me suis trompé… même si je me suis trompé. ». Il insiste sur le fait qu'il s'est trompé. Il attend qu'on vienne lui dire si ce qu'il a fait est bon ou pas. C'est un élève qui se distrait vite, il a dû mal à rester concentré sur un exercice. On peut également remarquer, qu'il confond la couleur des perles bleues et des perles violettes, il dit « le…les…les…les perles et les perles rouges et les perles violets ».

Alors que, dans le problème on parle de perles bleues mais lui, il les a dessinées en violettes, sans doute n'avait-il pas de crayon de couleur bleu. Ensuite, il se trompe, il dit avoir dessiné 9 perles bleues alors qu'il en a dessiné 10 et qu'il aurait dû en dessiner 11. Il comprend tout de suite qu'il doit en rajouter une. Il peut avoir fait une erreur de représentation du nombre 9 à la place du 11 et avoir fait un oubli d'unité (9 à la place de 10). Mon rôle ici a été de guider l'élève, de contrôler avec lui ce qu'il avait fait pour qu'il puisse se corriger si besoin. Puis, il dit qu'il va compter toutes les perles. Il a compris le sens du problème. Il a juste fait une erreur de dénombrement des unités, il a oublié une perle dans son dessin.

4.2.2. Problème de composition : recherche d'une partie

Durant la recherche de résolution de problème (transcription 3), les élèves sont censés travailler individuellement. Voici le problème sur lequel les élèves travaillent : *Dans un parking, il y a 16 places. 9 places sont déjà occupées par des voitures. Combien de places sont libres ?*

Tdp	Actant	Contenu et didascalies
1	Elève 4	*[L'élève 4 lit le problème]* Dans un parking il y a 16 places. 9 places sont déjà occupées par des voitures. Combien de places sont libres ? 
2	P	D'accord, donc tu en as dessiné combien là ?
3	Elève 4	Euh 6 parce que Paul… on a dit…. Il a dit si on met un paquet de 10 pour aller à 16, ça fait on doit rajouter 6 jetons.

4	P	Du coup le calcul que vous avez fait 16 + 9 égale combien ? 
5	Elève 4	16, il a fait Paul
6	P	Alors, on est dans un parking, il y a 16 places, sauf qu'il y a 9 places qui sont occupées par des voitures. Combien de place il reste ? *[blanc]* Il y a 16 places de parking et déjà 9 voitures qui sont garées. Est-ce qu'on va pouvoir ajouter 16 voitures encore ?
7	Elève 4	Non
8	P	Non, qu'est ce qu'il faut faire alors ?

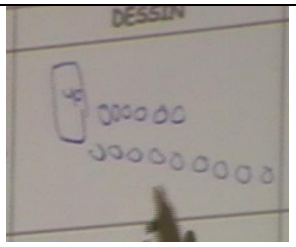
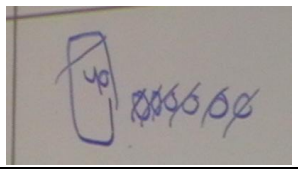
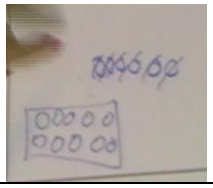
Les élèves travaillent en groupe. Un élève m'explique ce que Paul, l'élève de son groupe à fait comme calcul et pourquoi. Mais cette élève 4 n'est pas sûre d'avoir bon, donc elle rejette la procédure utilisée sur son camarade Paul. Effectivement, elle dit à deux reprises : « Euh 6 parce que Paul… on a dit…. Il a dit », « 16, il a fait Paul ». Elle bafouille « on a dit… » « …il a dit ». Elle ne veut pas que l'erreur vienne d'elle. A ce moment-là, j'aurai pu lui dire : « Toi qu'est-ce que tu auras fait ? ».

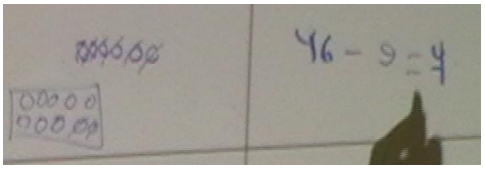
Les élèves ont des difficultés à représenter le problème. Le dessin ne correspond pas au problème et au calcul. Elle a dessiné un paquet de 10 et 6 unités, mais elle a écrit 16 + 9 =. Ce qu'on ne voit pas, c'est qu'elle avait déjà écrit son calcul alors qu'elle était en train de faire la schématisation.

Peut-être que la schématisation l'a rend plus en difficulté. En effet, Paul s'appuie ici sur ce qu'il connaît c'est-à-dire la décomposition en paquet de 10 et en unité. Il répond d'une certaine façon au contrat didactique. Par cette représentation l'élève 4 a été bloqué pour enlever 9 jetons avec la boite de 10.

Après lui avoir relu l'énoncé, elle a saisi le sens de celui-ci. Dans les autres disciplines, c'est une élève qui est performante mais devant des problèmes à résoudre, elle a plus de difficultés. Elle a fait une erreur qui peut être expliquée par des caractéristiques individuelles particulières, c'est à dire la représentation qu'elle a d'elle-même en tant que mathématicienne (cf. 2.4.2. perspective constructiviste). Effectivement, elle m'a déjà dit qu'elle n'y arrivait pas en mathématiques. Elle a besoin d'être rassurée, qu'on soit avec elle pour la guider.

Puis, dans la transcription 4, les élèves résolvent ce problème : *Dans un parking, il y a 16 places. 9 places sont déjà occupées par des voitures. Combien de places sont libres ?*

Tdp	Actant	Contenu et didascalies
1	P	Tu expliques aux autres comment vous avez fait.
2	Elève 5	Nous on a fait une boite de 10, plus 6 jetons.
3	P	Et ça représente quoi ?
4	Elève 5	Là ça représente les places *[Elle montre les 6 jetons avec son doigt]* Bah
5	P	Regarde la première phrase dans un parking, il y a 16 places, donc les 16
6	Elève 5	Euh
7	P	Là c'est les 16 places qu'il y a dans le parking. Après vous avez fait quoi ?
8	Elève 5	Et en fait, on en a enlevé 9 *[L'élève 5 dessine 9 jetons]* 
9	P	Alors c'est bien ce qui tu as dit, on en a enlevé 9, mais là tu en as pas enlevé 9. Tu en as rajouté 9. Alors comment tu vas faire ? *[L'élève 5 hésite à effacer les jetons qu'elle vient d'ajouter]* Ta phrase est bonne, tu as dit on en a enlevé 9. *[Elle efface les 9 jetons qu'elle a rajoutés]* Léa tu veux aller l'aider comme tu es dans le même groupe.
10	Elève 6	Oui
11	P	Ce que vous avez fait c'est bon, vous avez mis qu'il y avait 16 places et vous voulez en enlever 9. Comment vous allez faire ? *[L'élève 6, barre les 6 jetons et le paquet 10]* 
12	Elève 5	Ca fait 0.
13	P	Pourquoi ça fait 0 ?
14	Elève 5	Elle a tout barré.
15	P	Elle a tout barré mais elle a peut-être barré un petit peu de jetons là dans le paquet de 10. On n'oublie pas qu'un paquet de 10, ça fait combien de jetons dans le paquet de 10.
16	Elève 5 et 6	10
17	P	Alors ce que vous pouvez faire quand c'est comme ça c'est dessiner un paquet de 10 avec 10 jetons pour pouvoir les barrer. 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 *[J'efface l'autre paquet de 10]*. Donc là tu en as déjà barré 6. *[Je montre du doigt les 6 jetons]* *[L'élève 6 barre 3 jetons dans le paquet de 10]* Vous avez fait comment ? 
18	Elève 5	On a trouvé que ça faisait 7. 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 *[Elle compte le reste de jetons dans le paquet de 10]*

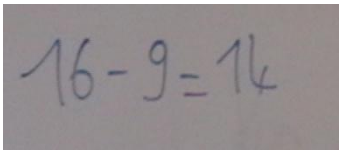
19	P	Très bien, vous avez fait quel calcul ? *[L'élève 1 écrit dans la colonne calcul : 16 – 9 = 7]*  Attention ton 7, il est à l'envers. *[L'élève 5 corrige]* Et tu as écrit quoi comme phrase réponse ? Tu vas me la dicter et je vais l'écrire. Tu as écrit quoi ?
20	Elève 5	Il y a 7
21	P	On cherche quoi ? *[blanc]* Les autres on cherche quoi ? Kilian ?
22	Elève 7	Les places
23	P	Les places libres ou occupées... ? Les places ? Je n'ai pas entendu. Dans la question on cherche quoi ? Des places qui sont libres ou des places qui sont occupées ?
24	Elève 8	Des places libres.
25	P	Il y a 7 places libres.

Nous sommes au début de la mise au commun, je demande aux élèves comment ils ont résolu ce problème. Une élève souhaite venir au tableau expliquer la méthode de son groupe. Elle représente un paquet de 10 et 6 unités et dit que cela représente les places. Alors que moi j'attendais qu'elle me dise : « des places de parking », je veux voir si elle a bien compris le problème. Après elle me dit qu'ils ont enlevé 9, mais elle ajoute 9 en plus des 16 places au tableau. Donc elle ne comprend pas le sens du terme « d'enlever ». Le langage mathématiques à son importance pour pouvoir les interpréter (cf. 2.2.3. problème et langage écrit). Elle hésite à effacer les 9 jetons. Une camarade de son groupe vient l'aider.

Je récapitule ce qui a déjà été fait, c'est-à-dire qu'elles ont représenté les 16 places de parking et qu'elles veulent en enlever 9. Je leur demande comment ils vont faire. Donc elles ont compris que pour enlever, il faut barrer des places. L'élève 5 barre les 6 unités et le paquet de 10 puisqu'il faut en enlever 9. Elle dit qu'il en reste 0, ce qui signifie qu'elle n'a pas compris la composition du paquet de 10. Je lui explique que dans un paquet de 10, il y a 10 unités. Et à ce moment-là elle comprend et barre 9 unités. Elle dit que le résultat fait 7. Je leur demande quel calcul elles ont fait pour trouver 7 et me disent 16 – 9 = 7 mais le 7, elle l'écrit à l'envers. Je leur demande ce qu'elles cherchent, c'est à dire la question posée dans le problème. Je les amène à se recentrer sur la question de départ, comme on a pu le voir précédemment (cf. 2.2.2. la place de la question dans l'énoncé du problème) les élèves oublient vite ce qu'ils cherchent. Les deux élèves au tableau ne savent pas. Un élève me dit « les places », mais on ne sait pas si c'est les places libres ou occupées. Les élèves donnent l'impression de ne pas avoir compris le problème.

J'essaie de les guider, en leur posant des questions pour les amener à répondre au problème, mais j'ai senti qu'ils étaient perdus et qu'ils ne comprenaient pas le sens de l'énoncé et ce qu'ils devaient chercher. D'après Catherine Berdonneau, on peut voir que le problème peut ne pas faire sens pour les élèves (cf. 2.2.1. l'enjeu des énoncés dans la résolution de problème).

Toujours pour le même problème à la suite du début de la mise en commun (transcription 5), je demande si tous les élèves ont trouvé la réponse, « *il y a 7 places de libres dans le parking* ».

Tdp	Actant	Contenu et didascalies
1	P	Est-ce quelqu'un n'a pas trouvé 7 ? *[Un élève lève la main.]* Tu n'as pas trouvé 7 comme résultat ?
2	Elève	Non
3	P	Alors vient me montrer. Tu as fait quoi ?... Tu as fait quel calcul ?
4	Elève	16 – 9 = 14
5	P	*[J'écris le calcul au tableau].* Vous avez fait 16 – 9 = 14 ? C'est ça ? Chut [*les élèves font trop de bruit*] C'est ce que tu m'as dit ? 
6	Elève	Oui
7	P	Alors 16 – 9
8	Elève	*[L'élève sans lever la main].* 7
9	P	*[Je vais chercher la boite de jetons].* Prend les jetons, il t'en faut combien au départ ?
10	Elève	16
11	P	Alors vas-y compte. *[L'élève prend 16 jetons].*
12	Elève	Et ensuite qu'est ce qu'il faut faire ?
13	P	On en enlève 9.
14	Elève	On enlève 9 jetons alors vas-y. *[L'élève retire 9 jetons au 16 qu'il avait pris départ.]*
15	P	1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 et il reste combien de jetons ?
16	Elève	1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7. 7
17	P	Donc 16 - 9 n'est pas égale à 14 mais à 7. Tu as fait une erreur de calcul.
18	Elève	D'accord.

Un élève me dit que non, qu'ils ont trouvé 16 – 9 = 14. Je me rends compte qu'ils ont fait une erreur de calcul. Alors je lui demande de compter avec les jetons. Je lui demande combien de jetons il doit prendre au départ. Je le guide trop j'aurai pu lui demander, « *qu'est-ce que tu vas faire pour vérifier ton calcul : 16 – 9 ?* ». Il comprend vite qu'il faut qu'il prenne 16 jetons. Ensuite, je ne le guide pas, je lui demande juste ce qu'il va faire. Tout de suite, il me dit qu'il va devoir enlever 9 jetons. Il a compris la méthode de calcul et le sens du problème. Grâce à la manipulation, l'élève a corrigé son erreur. Son erreur est un problème de comptage en reculant. Il a peut-être fait une erreur d'étourderie, car l'écart est vraiment grand entre 14 et 7. Peut-être a-t-il mal manipulé.

Pour conclure, nous pouvons constater que dans une vidéo nous observons des gestes des élèves que nous ne pouvons pas voir dans une production. Par exemple, nous pouvons voir qu'un élève a été ou a besoin d'être guidé sur une partie du problème, je le guide pour l'aider à comprendre le sens du problème. J'essaye de les guider à comprendre leurs erreurs. De plus, nous pouvons voir si les élèves sont distraits ou s'ils sont attentifs durant leur recherche. Car c'est aussi un moyen de savoir d'où peuvent provenir leurs erreurs. Nous pouvons dire que celles-ci se reflètent dans les productions que nous avons vues précédemment.

Je me rends compte que les élèves n'utilisent pas les bonnes stratégies en fonction des différents problèmes. Par exemple, faire des paquets de 10 dans un problème de composition où l'on cherche une partie, et qu'il faut couper le paquet de 10. Certains ont du mal à comprendre que dans un paquet de 10 il y a 10 unités, c'est ce qui les bloque par la suite. Donc mon rôle serait de travailler avec eux sur la composition du paquet de 10. Ou peut-être aussi leur enlever la partie dessin où ils représentent leur stratégie ou ne pas la rendre obligatoire, pour voir si cela peut les débloquer. Dans ma pratique des séances en résolution de problèmes, il faut que les élèves montrent différentes stratégies et quelles soient bien explicitées. Car les élèves ne les comprennent peut-être pas toutes et ils les réutilisent pas forcément dans de bonne situation.

4.3.Analyse statistique

J'ai construit un tableau regroupant les problèmes analysés statistiquement et les informations sur la manière dont les élèves ont pu les résoudre. Les problèmes en orange sont des problèmes de transformation et les problèmes en verts sont des problèmes de partie/partie/tout. Dans la troisième colonne, j'ai calculé le pourcentage des élèves ayant compris le sens du problème, c'est-à-dire quand la procédure de calcul est bonne (même s'il y a une erreur de calcul) et la phrase réponse correspondant à la question du problème.

Ensuite dans la quatrième colonne du tableau, j'ai calculé le pourcentage des élèves ayant la bonne procédure de calcul mais la phrase réponse est erronée, c'est-à-dire que les élèves ne répondent pas à la question du problème. Puis dans la cinquième colonne, j'ai calculé le pourcentage des élèves n'ayant pas du tout compris le problème où ils n'ont pas trouvé la bonne procédure pour y répondre. Et enfin dans la dernière colonne du tableau, ceux qui n'ont pas du tout répondu.

Informations sur les problèmes	Problèmes	Compris	Procédure correcte mais phrase réponse erronée	Pas compris	Pas répondu
19/10/17 Individuel (aide d'un adulte possible) **Transformation négative**	**1.** Jade a perdu 7 petites voitures en jouant dans le sable. Avant de jouer, elle en avait 21. Combien a-t-elle de petites voitures maintenant ?	56.25% (dont 1 élève : erreur de calcul)	6.25%	25%	12.5%
23/11/17 Groupe de 3 hétérogène (avec l'aide d'un adulte possible) **Transformation positive**	**2.** Paul a 8 images. Son copain Sam lui donne 5 images. Combien d'images Paul a-t-il maintenant ?	71.44% (dont 1 groupe : erreur de calcul)	14.28%	/	14.28%
23/11/17 Groupe de 3 hétérogène (avec l'aide d'un adulte possible) **Composition d'état (cherche un tout)**	**3.** Olivia a fait un collier avec 11 perles bleues et 8 perles rouges. Combien de perles y a-t-il sur le collier d'Olivia ?	85.72%	14.28%	/	/
14/12/17 Individuel (avec l'aide d'un adulte possible) **Composition d'état (cherche une partie)**	**4.** Carole fait un collier avec 12 perles, 4 de ces perles sont rouges. Les autres sont vertes. Combien y a-t-il de perles vertes ?	25%	56.25% (dont 3 élèves : erreur de calcul)	18.75%	/
15/12/17 Evaluation Individuel (sans aide d'adulte) **Composition d'état (cherche une partie)**	**5.** Dans une piscine il y a 26 enfants. 19 de ces enfants, sont des filles ; Combien y a-t-il de garçons ?	41.17% (dont 6 élèves : erreur de calcul)	17.66% (dont 1 élève : erreur de calcul)	41.17%	/
15/12/17 Evaluation Individuel (sans aide d'adulte) **Composition d'état (cherche un tout)**	**6.** Carole achète un cahier à 7 euros et un livre à 14 euros. Combien dépense-t-elle en tout ?	41.17% (dont 3 élèves : erreur de calcul)	29.41%	23.53%	5.89%

Problèmes de compositions et de transformations :

On observe, en effet, dans les problèmes de partie/partie/tout, que la plupart des élèves comprennent quelle procédure utilisée mais ne savent pas faire une phrase qui répond aux différents problèmes. Plus précisément, les élèves ont plus de mal à chercher « une partie » qu'« un tout » dans un problème. On peut voir que les problèmes soustractifs dont le but est de chercher « une partie », il n'y a que 33% d'élèves qui ont produit une phrase réponse correcte et qui ont utilisé la bonne procédure, c'est-à-dire qui sont nombreux à avoir utilisés la méthode de la soustraction et mais aussi la méthode d'addition à trou où ils étaient moins nombreux. 36.96% d'élèves ont utilisé une bonne procédure de calcul sans produire une phrase réponse correcte. Alors que les problèmes où il faut trouver « un tout », 63.45% d'élèves ont compris le sens et la procédure de calcul pour répondre au problème et 21.85% d'élèves qui ont utilisé une bonne procédure de calcul sans produire une phrase réponse correcte.

A travers le tableau, on constate que les problèmes de transformations positives sont mieux compris avec 71.44% de réussite, que les problèmes de transformations négatives avec 56.25% de réussite. On observe aussi que 25% d'élèves n'ont pas compris le problème de transformation négative.

On peut constater que les problèmes d'additions ont plus été compris que les problèmes demandant l'usage d'une soustraction. Il semblerait que pour les élèves, il soit plus simple de résoudre des problèmes de transformation positive ou de composition d'état où l'on cherche un tout. Effectivement, on observe 85.43% de réussite pour des problèmes de transformation positive ou de composition d'état où l'on cherche un tout. Le calcul utilisé pour ces deux problèmes est l'addition. Alors que pour les problèmes de transformation négative ou de composition d'état où l'on cherche une partie, les élèves ont 67.53% de réussite. Dans ces deux problèmes (transformation négative ou de composition d'état où l'on cherche une partie) les élèves peuvent faire une soustraction ou une addition à trou. Ces pourcentages correspondent aux élèves qui ont utilisés une bonne procédure de calcul, même s'ils ont fait une erreur de calcul ou si la phrase réponse est erronée.

Les problèmes en groupes ou individuels :

On s'aperçoit aussi que quand les élèves travaillent en groupe (problèmes 2 et 3) les résultats sont meilleurs, mais on ne peut pas prouver qu'ils ont tous compris. Pour la résolution de problème par groupe hétérogène, on compte 78.58% de réussite où les élèves ont bien répondu aux problèmes contre seulement 40.63% de réussite où les élèves étaient seuls face aux problèmes (problèmes 1 et 4) pour les résoudre avec l'aide de l'enseignant ou sans aide (en fonction de la demande de l'élève).

Quand ils sont par groupe hétérogène, le but étant que les élèves moins avancés peuvent être influencés par les élèves performants et comprendre plus aisément. Mais ils peuvent aussi se cacher derrière les élèves les plus performants, donc les résultats ne reflètent pas les performances de chacun.

Les problèmes liés à l'évaluation :

De plus, durant l'évaluation du 15 décembre 2017, les élèves sont seuls pour répondre aux problèmes. Nous parlons du cinquième problème qui est un problème de composition d'état où l'on cherche une partie et le sixième problème qui est un problème de composition d'état où l'on cherche un tout. Ici plus de la moitié des élèves ont compris quelle procédure utilisée. Effectivement 58.83% d'élèves ont utilisé une bonne méthode pour le problème de composition d'état où l'on cherche une partie et 70.58% d'élèves réussi à résoudre le problème de composition d'état où l'on cherche un tout. Mais on remarque toujours ici que le problème de recherche d'une partie est moins bien réussi que le problème de recherche d'un tout.

Finalement, d'après l'analyse que nous venons d'effectuer, les problèmes de composition où l'on cherche « un tout », sont plus facile à résoudre pour les élèves que ceux où l'on cherche « une partie ». De même pour les problèmes de transformation positive qui sont plus simples à résoudre que les problèmes de transformation négative. On a également vu que les problèmes d'additions (les problèmes de composition d'état où l'on cherche « un tout » et les problèmes de transformation positive) ont plus été compris que les problèmes demandant l'usage d'une soustraction (problème de composition d'état où l'on cherche « une partie » et les problèmes de transformation négative).

Conclusion

Pour conclure, nous avons vu que les erreurs que commettent les élèves en résolution de problèmes sont propres à chaque d'eux. Mais nous pouvons les classer car beaucoup sont récurrentes. Cette recherche m'a aidée à comprendre le raisonnement des élèves.

D'une part, cette réflexion m'a amenée à réfléchir aux obstacles qui peuvent les empêcher de résoudre des problèmes, comme la lecture, l'écriture, le langage mathématique… Mais aussi nous avons pu constater que les élèves peuvent rencontrer des difficultés dans la résolution de problèmes à structure additive. En effet, un énoncé dont le vocabulaire est inconnu aux élèves peut être une barrière pour la compréhension du problème, comme celui-ci qui évoque les figues (cf. 2.3.1. les différents types de problème). Les élèves ne savent pas tous, ce qu'est une figue.
Ils peuvent être également entravés, avec un problème posé qui n'est pas en relation avec leur vécu. Par exemple, avec le problème des places de parking, du fait que les élèves ne conduisent pas donc ils ne sont pas dans leur univers. Il est plus difficile pour eux de se représenter le problème. Mais il est aussi intéressant d'utiliser de mot nouveau pour leur apporter du vocabulaire.
De plus, après avoir analysé des productions d'élèves, je me suis aperçue que le tableau donné aux élèves à chaque séance, qui leur impose de faire un dessin, un calcul et une phrase réponse (cf. 1.2.3. organisation détaillée de la séquence en résolution de problèmes dans la classe) est un obstacle car il les contraint. En effet, ils ne sont libres de résoudre les problèmes. Et nous avons vu que beaucoup d'élèves ne font pas de lien entre les colonnes. Par exemple, l'élève 4 dans la transcription 3 (cf. 4.2.2. problème de composition : recherche d'une partie) à l'air contraint par la représentation, elle ne fait pas de lien entre son calcul et son dessin. Il aurait pu être intéressant de leur donner des problèmes et une feuille blanche, avec le libre choix de le résoudre. Cette méthode m'aurait permis d'observer la manière dont ils auraient appréhendé le problème.
Puis, l'analyse statistique nous montre que les différents problèmes à structure additive peuvent-être des obstacles pour les élèves. Par exemple, on constate que les problèmes de composition où l'on cherche « une partie » sont plus compliqués pour eux que ceux où l'on cherche « un tout ». Donc, je m'aperçois que cela dépend des problèmes que le professeur propose et de ces obstacles intrinsèques. De ce fait, il me faut mieux connaitre les élèves et les processus d'apprentissage. Je sais qu'en enseignant la résolution de problèmes, la différenciation est indispensable. Si on donne des problèmes trop simples, à un élève performant, il va finir par s'ennuyer. Et au contraire si nous donnons des problèmes comme ceux de transformation où l'on cherche l'état initial, alors que l'élève est fragile, il va se décourager rapidement. Il peut même par la suite ne plus vouloir faire d'effort, car il pensera échouer sans avoir essayé.

La différenciation permet aux élèves de pouvoir progresser en fonction de leur niveau, d'avancer à leur rythme. De plus, J'ai appris qu'il était bon d'accepter toutes les procédures correctes des élèves pour les mener vers une procédure experte.

Ainsi, le professeur doit pouvoir produire une analyse a priori des problèmes qu'il pose aux élèves. La typologie de Vergnaud est très utile de ce point de vue. En effet, les enseignants se questionnent en amont pour pouvoir anticiper les erreurs que les élèves peuvent produire. Il serait intéressant de faire classer les problèmes à structure additives, aux élèves, selon cette typologie.

D'autre part, dans l'analyse des productions, des transcriptions et du tableau statistique nous nous sommes intéressés aux erreurs des élèves. Avant tout, nous avons relevé des erreurs de surcomptage ou de décomptage. Je me pose la question de savoir s'ils ont appris à compter en avançant et en reculant, car ce sont des erreurs récurrentes chez les élèves. Ceci est un vrai apprentissage à mettre en place en classe. Car ces erreurs leur amène des difficultés dans la représentation du problème, par exemple quand un élève oublie une unité ou qu'il en rajoute une.
Ensuite, je pense qu'il est important également de travailler sur la question posée dans l'énoncé du problème, car j'ai constaté que les élèves font des erreurs dans formulation de leurs phrases réponses. Par exemple ils emploient toujours *il y a,* ou ils réécrivent la question, ou n'utilisent pas les bons termes. Au fond, ils ne savent pas répondre par une phrase au problème alors qu'ils ont la bonne réponse.
Des plus, nous avons observé également que les élèves font des erreurs de signes, au lieu de mettre le signe « + », ils mettent le signe « - » ou inversement. Et ils ne connaissent pas vraiment la signification du signe égal. Pour pallier ses erreurs, il peut être intéressant de travailler avec eux sur le signe, d'inventer des problèmes pour qu'ils puissent les résoudre ensuite. Cela peut surement les aider à comprendre l'enjeu des problèmes. J'ai proposé aux élèves d'en inventer en leurs imposants deux nombres. Ils avaient le libre choix de construire leur problème. Et j'ai constaté que cette séance a bien fonctionné.

Enfin, mon mémoire m'a longuement questionné. Je me suis remise en question sur mes pratiques enseignantes. Je pense qu'il serait intéressant pour une prochaine séquence sur les problèmes à structure additive, que les élèves classent les problèmes selon la typologie de Vergnaud. Cela peut-être leur permettra de mieux comprendre la construction de ce type de problème.

Bibliographie

Berdonneau, C. (2008). *Aider les élèves en difficulté en mathématiques*. Paris : Hachette pédagogiques.

Beyer, R et Tournier, M (2015). *Animation pédagogique « résolution de problèmes au cycle 2 »*. En ligne http://www.circ-ien-illfurth.ac-strasbourg.fr/wp-content/uploads/2014/10/Typologie-des-probl%C3%A8mes-additifs-Vergnaud.pdf

Briand, Joël. (1999). Contribution à la réorganisation des savoirs pré-numériques et numériques : étude et réalisation d'une situation d'enseignement de l'énumération dans le domaine pré-numérique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19 (1), pp.41-76. En ligne : https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00494924/document

Brissiaud, Rémi. (2015). Maths : Rémi Brissiaud : Retour sur le programme du cycle 2. *Le café pédagogique : toute l'actualité pédagogique sur internet*. En ligne http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2015/05/27052015Article635683081933789451.aspx

Brissiaud, Rémi. (2016). *J'apprends les maths* : CEI. Paris : Retz

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Charnay Roland, Mante Michel, (1991) De l'analyse d'erreurs en mathématiques aux dispositifs de remédiation : quelques pistes, *Grand N*, N°48.

Charnay, Roland. (1996). *Pourquoi des mathématiques ?*. Paris : ESF Editeur.

Charnay, Roland. (2018). Mission maths… ou Mission Singapour ?**.** *Le café pédagogique, toute l'actualité pédagogique sur internet***.** En ligne http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2018/02/15022018Article636542746811501072.aspx

Fischer, J-P. (2011). *« Nouveaux éclairages sur l'écriture en miroir des enfants de l'école maternelle »*, Revue française de pédagogie

Gamo, S. (2007). *La résolution de problèmes : cycle 2 CP/CE1*. Paris : Bordas.

Henaff, C. (2016). *Résoudre des problèmes*. Paris : Retz

Ministère de l'éducation nationale. (2015c). Annexe 1 Programme d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2). *Education.gouv.fr.* En ligne http://cache.media.education.gouv.fr/file/48/62/7/collegeprogramme-24-12-2015_517627.pdf

Ministère de l'éducation nationale. (2015a). Formation des enseignants : Référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation. *Education.gouv.fr*. En ligne http://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?cid_bo=73066

Ministère de l'éducation nationale. (2015b). Socle commun de connaissances, de compétences et de culture. *Education.gouv.fr*. En ligne http://cache.media.education.gouv.fr/file/17/45/6/Socle_commun_de_connaissances,_de_competences_et_de_culture_415456.pdf

Touchard, E et Martiel G. (2012). *Résoudre des problèmes additifs au CYCLE 2* Circonscription de Grenoble 4 : http://www.ac-grenoble.fr/ien.g4/IMG/pdf/Diaporama_Problemes_additifs_Martiel_Touchard_2012.pdf

VERGNAUD, G. (1986) : « Psychologie du développement cognitive et didactique des mathématiques ».In Revue Grand N, n° 38, 21-39

Annexes

Annexe 1

23 novembre 2017				
Phases	**Scènes**	**Temps**	**Modalités**	**Description brèves des contenus**
Mise en route	Demander aux élèves de rappeler les étapes de la résolution d'un problème.	3 min	Collectif	Les 4 étapes pour résoudre des problèmes ? Lire l'énoncé ; Apprendre par cœur la question ; Utiliser les jetons pour chercher la réponse ; Écrire la réponse dans le cadre prévu.
	Un problème à résoudre ensemble. Et mise en route du premier problème	10-15 min		Les élèves lisent un problème projeté au tableau et doivent le résoudre ensemble. Chacun apporte ses idées. Faire lire oralement (puis je le lis oralement) le problème qu'ils vont résoudre par groupe. Mémorisation de la question, pour ne pas oublier ce qu'ils cherchent
Recherche : résolution des problèmes	Les élèves sont par groupe de 3 homogènes.	25 min	Groupe de 3	Les élèves répondent aux problèmes par groupe. Ils ont le droit d'utiliser des jetons, leurs ardoises pour les aider. Des adultes tel que la MAT, ma binôme de stage et moi-même pouvons aller les voir pour guider, et répondre à leur question. *(Les deux premières transcriptions se passent dans cette partie.)*
Mise en commun	Correction du premier problème.	10 min	Collectif	Les élèves sont tous tournés vers le tableau. Un élève lit le problème et un autre vient au tableau montrer sa procédure. On regarde ensemble si la procédure et le résultat est correcte et on en discute.

Annexe 2

30 novembre 2017				
Phases	**Scènes**	**Temps**	**Modalités**	**Description brèves des contenus**
Mise en route	Demander aux élèves de rappeler les étapes de la résolution d'un problème.	3 min	Collectif	Les 4 étapes pour résoudre des problèmes ? Lire l'énoncé ; Apprendre par cœur la question ; Utiliser les jetons pour chercher la réponse ; Écrire la réponse dans le cadre prévu.
	Un problème à résoudre ensemble. Et mise en route du premier problème	10-15 min		Ils lisent un problème projeté au tableau et doivent le résoudre ensemble. Chacun apporte ses idées. Faire lire oralement (puis je le lis oralement) le problème qu'ils vont résoudre par groupe. Mémorisation de la question, pour ne pas oublier ce qu'ils cherchent.
Recherche : résolution des problèmes	Les élèves sont seuls pour résoudre les problèmes.	25 min	Individuel	Les élèves répondent aux problèmes individuellement. Ils ont le droit d'utiliser des jetons, leurs ardoises pour les aider. Des adultes tel que la MAT, ma binôme de stage et moi-même pouvons aller les voir pour guider, et répondre à leur question. *(La troisième transcription se passe dan cette partie.)*
Mise en commun	Correction du premier problème.	10 min	Collectif	Les élèves sont tous tournés vers le tableau. Un élève lit le problème et un autre vient au tableau montrer sa procédure. On regarde ensemble si la procédure et le résultat est correcte et on en discute. Je demande ensuite si tout le monde à compris. Un élève me dit que non, donc je réexplique avec lui en utilisant les jetons. *(Les deux dernières transcriptions se passent dans cette partie.)*

Annexe 3

Problème 1

- *Dans une piscine il y a 26 enfants. 19 de ces enfants, sont des filles. Combien y a-t-il de garçons ?*

  Ce problème se trouve dans l'analyse des données statistiques. Tout d'abord, c'est un problème qui parle aux élèves car il évoque des enfants, auxquels ils peuvent s'identifier. Puis il se déroule dans une piscine, et les élèves allaient à la piscine avec l'école dans le cadre de l'EPS pendant le premier semestre. D'après Sylvie Gamo, elle dit qu'un énoncé qui porte sur des références personnelles des élèves conduit à une meilleure compréhension et une résolution positive des problèmes (cf. 2.2.1. l'enjeu des énoncés dans la résolution de problème). Donc cela doit être plus facile pour les élèves de se représenter le problème.

  Ensuite, dans ce problème, les élèves doivent comprendre qu'ils cherchent le nombre de garçons en sachant qu'il y a 26 enfants en tout et que 19 sont des filles. Ils peuvent faire une addition à trou : 19 + … = 26 ou une soustraction : 26 – 19 = … . Ce problème est compliqué (cf. 2.3.3. Conséquences des valeurs numériques dans un énoncé de problèmes) car un grand nombre d'élèves ne sont pas en réussites sur ce type de problème, et parce que beaucoup utilise la méthode de simulation, qui est celle de décomptage. Cela signifie que les élèves enlève 19 à 26 mais un à un, c'est-à-dire 26 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 = 7. Le retrait est un nombre trop grand, ils ont davantage de risque de faire une erreur de calcul.

Problème 2

- *Dans un parking, il y a 16 places. 9 places sont déjà occupées par des voitures. Combien de places sont libres ?*

  Ce problème se trouve dans la transcription des vidéos 3, 4 et 5. Les élèves doivent chercher le nombre de place libre dans le parking sachant qu'il y a 16 places et que 9 sont déjà prises. Comme on a pu le voir précédemment (2.2.1. l'enjeu des énoncés dans la résolution de problème), ce n'est pas des questions que l'on se pose dans la réalité. Effectivement, on prend la première place qui est devant nous pour pouvoir se garer. On ne cherche pas à savoir combien il reste de place. Les élèves doivent comprendre le sens entre les places libres et les places occupés. Il faut qu'ils visualisent le problème. Pour le résoudre, ils peuvent faire une addition à trou : 9 + … = 16 ou une soustraction 16 – 9 = …

De plus, le nombre à déduire (9), est grand, les élèves peuvent donc commettre des erreurs de calcul, s'ils utilisent la stratégie du décomptage un à un (cf. 2.3.3 conséquences des valeurs numériques dans un énoncé de problèmes).

Problème 3

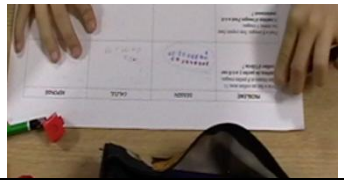
- *Carole achète un cahier à 7 euros et un livre à 14 euros. Combien dépense-t-elle en tout ?*

Ce problème est un problème de composition d'état où l'on cherche un tout. Les élèves cherchent à savoir combien Carole à dépensé d'argent. Il faut qu'ils passent à la dizaine supérieure, car ils doivent additionner le cahier à 7 euros et le livre à 14euros.

Annexe 4

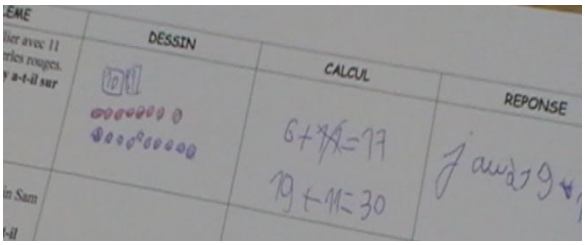
Transcription 1

La première transcription montre un extrait de la recherche par groupe de trois élèves d'un problème. Voici le problème sur lequel l'élève travail : *Olivia a fait un collier avec 11 perles bleues et 8 perles rouges. Combien de perles y a-t-il sur le collier d'Olivia ?*

Tdp	Actant	Contenu et didascalies
1	Elève 1	J'arrive pas à écrire.
2	P	Mais si tu arrives à écrire. Qu'est-ce que tu dois écrire ?
3	Elève 1	Olivia a 19 perles.
4	P	Il est écrit où Olivia ? *[L'élève, avec son doigt, cherche sur sa feuille.]* Relis le problème depuis le début. 
5	Elève 1	Là. *[Il trouve le prénom Olivia.]*
6	P	Voilà, c'est parti tu le recopies. Olivia… a 19 perles. *[L'élève écrit.]*

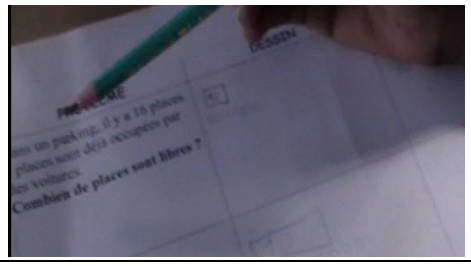
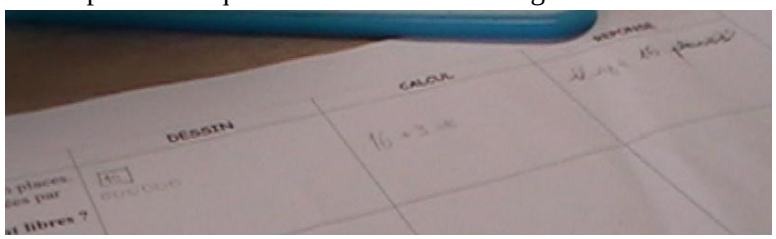
Transcription 2

La seconde vidéo a été réalisée le 23 novembre 2017, c'est la suite de la première transcription, elle se passe quelques minutes après. Le problème est le même que la transcription précédente : *Olivia a fait un collier avec 11 perles bleues et 8 perles rouges. Combien de perles y a-t-il sur le collier d'Olivia ?*

Tdp	Actant	Contenu et didascalies
1	Elève 2	Regardez tout le travail que j'ai fait. *[Il montre son travail à Clara (ma binôme de stage) qui tient la caméra.]* Même si je me suis trompé *[sur un ton ironique]*… même si je me suis trompé. 
2	Elève 3	Tu t'es trompé où ? Où ça ? *[L'élève montre sa phrase réponse.]* Pourquoi tu t'es trompé là ? *[blanc]*
3	Elève 2	Là *[il remontre avec son doigt la phrase réponse.]* *[blanc]* *[J'arrive et je demande à l'élève.]*
4	P	Alors comment tu vas faire Léo ? Tu as dessiné quoi ?
5	Elève 2	Le…les…les…les perles et les perles rouges et les perles violets
6	P	C'est bien ! Tu en as dessiné combien de perles rouges ?
7	Elève 2	…. 7 *[Il compte dans sa tête]*.
8	P	7 ? *[Je recompte avec lui]*. 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7…
9	Elève 2	 8
10	P	C'est bien et il y a combien de perles bleues ?
11	Elève 2	9
12	P	1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 Tu en as dessiné 10 mais dans le problème Olivia elle a fait un collier avec 11 perles bleues.
13	Elève 2	Il faut que j'en rajoute une
14	P	Voilà, il faut que tu en rajoute une. Voilà et maintenant comment tu vas faire ? *[L'élève ajoute la perle bleue et la colorie.]*
15	Elève 2	Euh… compter toutes les perles

Transcription 3 :

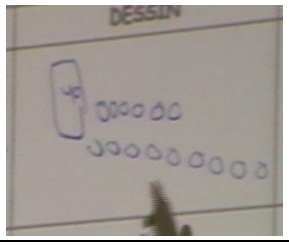
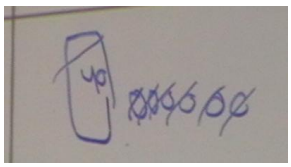
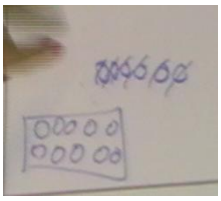
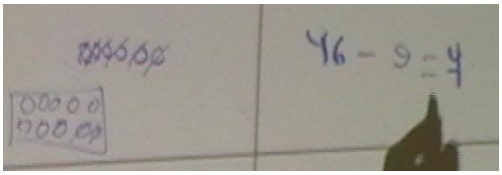
La troisième vidéo a été réalisée le 30 novembre 2017 durant laquelle les élèves étaient seuls pour résoudre les problèmes. La transcription ci-dessous relate ce qui se passe après la mise en route des problèmes, pendant la recherche individuelle sur les problèmes. Voici le problème sur lequel les élèves travaillent : *Dans un parking, il y a 16 places. 9 places sont déjà occupées par des voitures. Combien de places sont libres ?*

Tdp	Actant	Contenu et didascalies
1	Elève 4	*[L'élève 4 lit le problème]* Dans un parking il y a 16 places. 9 places sont déjà occupées par des voitures. Combien de places sont libres ? 
2	P	D'accord, donc tu en as dessiné combien là ?
3	Elève 4	Euh 6 parce que Paul… on a dit…. Il a dit si on met un paquet de 10 pour aller à 16, ça fait on doit rajouter 6 jetons.
4	P	Du coup le calcul que vous avez fait 16 + 9 égale combien ? 
5	Elève 4	16, il a fait Paul
6	P	Alors, on est dans un parking, il y a 16 places, sauf qu'il y a 9 places qui sont occupées par des voitures. Combien de place y reste ? *[blanc]* Il y a 16 places de parking et déjà 9 voitures qui sont garées. Est-ce qu'on va pouvoir ajouter 16 voitures encore ?
7	Elève 4	Non
8	P	Non, qu'est ce qu'il faut faire alors ?

Transcription 4 :

La quatrième transcription ci-dessous relate les échanges entre les élèves et l'enseignante. Elle se passe, après la recherche individuelle des problèmes pendant le début de la mise en commun (en collectif). De plus, c'est le même problème que dans la transcription 3.

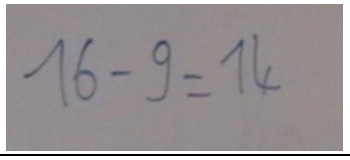
Tdp	Actant	Contenu et didascalies
1	P	Tu expliques aux autres comment vous avez fait.
2	Elève 5	Nous on a fait une boite de 10, plus 6 jetons.
3	P	Et ça représente quoi ?
4	Elève 5	Là ça représente les places *[Elle montre les 6 jetons avec son doigt]* Bah

5	P	Regarde la première phrase dans un parking, il y a 16 places, donc les 16
6	Elève 5	Euh
7	P	Là c'est les 16 places qu'il y a dans le parking. Après vous avez fait quoi ?
8	Elève 5	Et en fait, on en a enlevé 9 *[L'élève 5 dessine 9 jetons]* 
9	P	Alors c'est bien ce qui tu as dit, on en a enlevé 9, mais là tu en as pas enlevé 9. Tu en as rajouté 9. A lors comment tu vas faire ? *[L'élève 5 hésite à effacer les jetons qu'elle vient d'ajouter]* Ta phrase est bonne, tu as dit on en a enlevé 9. *[Elle efface les 9 jetons qu'elle a rajoutés]* Léa tu veux aller l'aider comme tu es dans le même groupe.
10	Elève 6	Oui
11	P	Ce que vous avez fait c'est bon, vous avez mis qu'il y avait 16 places et vous voulez en enlever 9. Comment vous allez faire ? *[L'élève 6, barre les 6 jetons et le paquet 10]* 
12	Elève 5	Ca fait 0.
13	P	Pourquoi ça fait 0 ?
14	Elève 5	Elle a tout barré.
15	P	Elle a tout barré mais elle a peut-être barré un petit peu de jetons là dans le paquet de 10. On n'oublie pas qu'un paquet de 10, ça fait combien de jetons dans le paquet de 10.
16	Elève 5 et 6	10
17	P	Alors ce que vous pouvez faire quand c'est comme ça c'est dessiner un paquet de 10 avec 10 jetons pour pouvoir les barrer. 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 *[J'efface l'autre paquet de 10]*. Donc là tu en as déjà barré 6. *[Je montre du doigt les 6 jetons]* *[L'élève 6 barre 3 jetons dans le paquet de 10]* Vous avez fait comment ? 
18	Elève 5	On a trouvé que ça faisait 7. 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 *[Elle compte le reste de jetons dans le paquet de 10]*
19	P	Très bien, vous avez fait quel calcul ? *[L'élève 1 écrit dans la colonne calcul : 16 – 9 = 7]*  Attention ton 7, il est à l'envers. *[L'élève 5 corrige]*

		Et tu as écrit quoi comme phrase réponse ? Tu vas me la dicter et je vais l'écrire. Tu as écrit quoi ?
20	Elève 5	Il y a 7
21	P	On cherche quoi ? *[blanc]* Les autres on cherche quoi ? Kilian ?
22	Elève 7	Les places
23	P	Les places libres ou occupées... ? Les places ? Je n'ai pas entendu. Dans la question on cherche quoi ? Des places qui sont libres ou des places qui sont occupées ?
24	Elève 8	Des places libres.
25	P	Il y a 7 places libres.

Transcription 5 :

La transcription 5 est la suite de la quatrième transcription, la fin de la mise en commun. Le problème est le même que pour la transcription 3 et 4.

Tdp	Actant	Contenu et didascalies
1	P	Est-ce quelqu'un n'a pas trouvé 7 ? *[Un élève lève la main.]* Tu n'as pas trouvé 7 comme résultat ?
2	Elève	Non
3	P	Alors vient me montrer. Tu as fait quoi ?... Tu as fait quel calcul ?
4	Elève	16 – 9 = 14
5	P	*[J'écris le calcul au tableau]*. Vous avez fait 16 – 9 = 14 ? C'est ça ? Chut [*les élèves font trop de bruit*] C'est ce que tu m'as dit ? 
6	Elève	Oui
7	P	Alors 16 - 9
8	Elève	*[L'élève sans lever la main]*. 7
9	P	*[Je vais chercher la boite de jetons]*. Prend les jetons, il t'en faut combien au départ ?
10	Elève	16
11	P	Alors vas-y compte. *[L'élève prend 16 jetons]*.
12	Elève	Et ensuite qu'est ce qu'il faut faire ?
13	P	On en enlève 9.
14	Elève	On enlève 9 jetons alors vas-y. *[L'élève retire 9 jetons au 16 qu'il avait pris départ.]*
15	P	1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 et il reste combien de jetons ?
16	Elève	1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7. 7
17	P	Donc 16 - 9 n'est pas égale à 14 mais à 7. Tu as fait une erreur de calcul.
18	Elève	D'accord.

4ème de couverture

Nous allons voir dans ce mémoire la place de l'erreur résolution de problèmes additifs. Les élèves de CE1 utilisent différentes stratégies pour les résoudre. Il existe divers types de problèmes additifs qui relèvent de difficultés à différents niveaux. La composition d'un énoncé a des enjeux sur les recherches des élèves et les erreurs qu'ils peuvent commettre. L'analyse des transcriptions filmiques, des productions d'élèves vont nous permettre de mieux comprendre les réflexions des élèves. Pour pouvoir ensuite adapter notre enseignement en fonction des différentes situations.

mathématiques - résolution de problème - élève - stratégie d'apprentissage - compréhension

We will see in this essay the place of the error solving additive problems. The pupils of the second grade of primary school use various strategies to solve them. There are various types of additive problems that involved difficulties in different levels. The composition of a statement has issues on student researches and errors they could commit. The analysis of film recording and students' productions will allow us to understand better students' reflections in order to adapt our teaching according to different situations.

Mathematics – problem solving – pupil – learning strategy – comprehension