



HAL
open science

Importance du changement de registre en mathématiques : changements de registre dans le cadre des fonctions

Manon Baudot

► **To cite this version:**

Manon Baudot. Importance du changement de registre en mathématiques : changements de registre dans le cadre des fonctions. Education. 2020. dumas-02612074

HAL Id: dumas-02612074

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02612074>

Submitted on 18 May 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Master MEEF

« Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation »

Mention second degré

Ecrit réflexif

Parcours: Mathématiques

Importance du changement de registre en mathématiques

Changements de registre dans le cadre des fonctions

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de master

soutenu par

Manon Baudot

le 07/05/2020

en présence de la commission de soutenance composée de :

Christine Choquet, directeur de mémoire

[Taper prénom +nom], membre de la commission

Sommaire du mémoire

Sommaire	p. 3
Introduction	p. 5
1. Analyse théorique des changements de registre	p.6
1.1. Différence registre / cadre	p.6
1.2. Différents changements de registre et types de reconnaissances	p.7
1.3. Importance des changements de registre	p.8
1.4. Analyse des activités et processus cognitifs liés à ces changements de registre	p.10
2. Analyse des difficultés des élèves à réaliser et appréhender les changements de registres	p.12
2.1. Analyse des activités et séquences	p.12
2.1.1. Activité 1 : le jeu des correspondances	p.12
2.1.2. Analyse des exercices et activités proposés en classe	p.13
2.1.3. Activité 2 : QCM sur les changements de registre	p.16
2.1.4. Analyse du manuel « Le livre scolaire mathématiques Seconde »	p.18
2.2. Résultats des élèves aux activités	p.21
2.2.1. Activité 1 : Jeu des correspondances	p.21
2.2.2. Activité 2 : QCM Changement de registre	p.22
3. Analyse des types d'activités rendant nécessaires les changements de registre et habituant donc les élèves à en faire	p.25
3.1. Types d'activités aidant les élèves dans cette habitude	p.25

3.2. Pistes d'amélioration de la séquence proposée pour améliorer l'appréhension des changements de registre	p.26
3.2.1. Propositions de modifications du cours	p.26
3.2.2. Propositions de modifications des exercices	p.27
3.2.3. Exercices suggérés par les trois types de tâches de Duval	p.28
3.3. Pistes pour les séquences sur les vecteurs et probabilités	p.31
3.3.1. Modes de représentation d'un vecteur	p.31
3.3.2. Modes de représentation d'une loi de probabilité	p.32
Conclusion	p.34
Bibliographie	p.35
Annexes	p.36
Annexe 1 – Jeu des correspondances	p.36
Annexe 2 – QCM sur les changements de registre	p.37
Annexe 3 – Résultats QCM	p.39
Annexe 4 – Exercices proposés dans la séquence	p.42
Annexe 5 – Activité-cours conversion	p.44
Annexe 6 – Exercice Variations comparatives et représentations	p.45
Annexe 7 – Dans quel registre traite-t-on une information ?	p.48
4^{ème} de couverture	p.50

Introduction

Mon étude a pris forme en classe lorsque mes élèves de Seconde ont rencontré des difficultés pour convertir une représentation graphique en tableau et que mes collègues de Première m'ont indiqué que cette difficulté perdurait en classe de Première. Le problème est que cela semble montrer une incompréhension du sens de ces représentations et de la notion de fonction.

La précision du sujet de l'écrit réflexif a été difficile en raison de la confusion entre cadre et registre chez les enseignants et les chercheurs. Selon les articles, les notions de cadres et registres sont mélangées et leur distinction est donc assez floue. C'est le cadre d'analyse de Raymond Duval (1993) avec des apports de la dialectique outil-objet de Régine Douady (1986) qui ont permis de fixer les définitions de ces deux termes.

J'ai alors élargi mon sujet aux changements de registres dans les fonctions. J'ai confirmé en classe que ces difficultés étaient très présentes en travaillant le passage des propriétés graphiques aux propriétés algébriques. Les registres étudiés pour les fonctions sont : les registres graphique (la courbe représentative), numérique (tableau de valeurs), tableau (tableau de variation), formel (tableau de signes) et algébrique (la formule algébrique).

La compréhension des fonctions, des registres associés et du passage d'un registre à l'autre est essentielle pour pouvoir comprendre les notions abordées en classes de première et terminale, mais les élèves arrivent en classe de Première sans être à l'aise avec les coordinations des registres.

Au fil de mes recherches et de mon étude, j'ai alors pu formuler la problématique suivante : En quoi les changements de registres sont-ils importants dans la séquence sur les fonctions et comment les faciliter avec les élèves ?

Pour répondre à cette problématique, je commencerai par analyser théoriquement les changements de registre puis j'évaluerai, à l'aide de Duval (2001) au travers des activités proposées par les manuels et des résultats aux activités menées en classe, la difficulté des élèves à réaliser et appréhender les changements de registres et enfin, je proposerai des améliorations et types d'activités pour rendre naturels aux élèves les changements de registres.

1. Analyse théorique des changements de registre

La première partie de cette étude consiste en une analyse théorique des changements de registre, basée surtout sur le cadre théorique de Duval (1993) et spécifiée sur le domaine des fonctions. Cette partie débute par une analyse des différents changements de registres, se poursuit par une analyse de leur importance et se termine par une exposition de la façon d'analyser les activités et les processus cognitifs associés à ces changements de registres. Les deux premières parties s'appuient sur « Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée » de Duval (1993) la troisième partie s'appuie quant à elle sur "Comment décrire et analyser l'activité mathématique ? Cadres et registres" de Duval (2001). La partie sur l'importance des registres intégrera aussi une analyse de la compétence « Représenter » en mathématiques d'Eduscol, 2016.

1.1. Différence registre / cadre

Avant d'analyser les changements de registre, il a fallu reprendre les définitions de cadre et de registre, qui sont souvent mêlées et confondues dans les textes.

Pour établir ces définitions, l'étude s'est appuyée sur l'article sur les cadres et registres de Raymond Duval de 1993. Le cadre est alors défini comme « *un ensemble de concepts susceptibles d'être organisés en une progression théorique ou une branche des mathématiques* » tandis que le registre de représentation sémiotique est un système « *producteur d'un type de représentations, et dont la production peut répondre à des fonctions cognitives différentes.* ». Un registre de représentation doit permettre trois activités cognitives. La première est la formation d'une représentation identifiable répondant à des règles données, par exemple que $(9-3)*5$ et $9-3*5$ représentent deux nombres distincts. La deuxième activité cognitive est le traitement d'une représentation dans son registre, le calcul étant par exemple une forme de traitement des écritures symboliques. La troisième et dernière activité cognitive est la conversion d'une représentation : on doit pouvoir transformer une représentation en celle d'un autre registre, par exemple passer de l'écriture décimale à l'écriture fractionnaire.

La dialectique outil-objet de Régine Douady (1986) nous apporte également des éléments intéressants pour définir cadre et registre d'un point de vue outil-objet. Un cadre serait alors identifié par ses objets, les relations qu'ils entretiennent et les types de représentations qu'ils mobilisent, il serait « *constitué des objets d'une des branches mathématiques, des relations entre les objets, de leurs formulations éventuellement diverses et des images mentales associées à ces objets et ces relations.* ». Cette dialectique outil-objet trouve un reflet dans l'étude de Duval (1993) avec le rapport « noesis »- « semiosis ». La Noesis serait l'appréhension d'un objet et la Semiosis serait l'appréhension d'une représentation (ou d'un outil) et on ne pourrait les séparer.

Le changement de cadre est donc distinct du changement de registre appelé « conversion de représentation » par Duval (1993). Le changement de cadre consiste à « *traduire un problème dans un domaine de travail autre que celui que la première présentation du problème permet d'identifier.* » tandis que le changement de registre consiste en le passage par exemple « *d'une figure à un énoncé, ou d'un énoncé en français à une formule algébrique* ». Il peut donc y avoir des changements de registre sans qu'il y ait changement de cadre mathématique.

Ces définitions mises en place, le sujet de l'écrit réflexif s'est ensuite focalisé uniquement sur les changements de registre.

1.2. Différents changements de registre et types de reconnaissances

Le changement de registre est appelé « conversion de représentation » par Duval (1993). Il conserve la référence de la représentation de départ mais permet de changer d'unité de représentation, afin d'accéder à des traitements moins coûteux dans le registre d'arrivée et d'explicitier d'autres propriétés de l'objet. Il n'est pas nécessairement total, c'est-à-dire qu'il peut ne conserver qu'une partie des informations. En effet, dans la conversion du registre algébrique au registre numérique par exemple, on passe d'un registre où il est possible de calculer l'ensemble des valeurs de la fonction sur son ensemble de définition, à un registre ne donnant accès qu'à un nombre fini et restreint de couples (antécédents, images) de cette fonction. La suite de cette sous-partie explicite les différents

types de changements de registre, au regard de l'étude « Comprendre et analyser cadres et registres » de Duval (2001).

Les types de registres mobilisés par un changement de registre définissent un type de conversion. Les changements de registres dans le domaine des fonctions font donc appel à des procédés cognitifs différents, selon que l'on doive convertir du registre algébrique au registre numérique ou du registre graphique au registre numérique ou encore du registre algébrique au registre graphique par exemple. La distance cognitive est alors différente pour chacun de ces changements.

De plus, les changements de registre peuvent être, selon Duval, « congruents » : c'est-à-dire que les représentations dans le registre de départ et dans le registre d'arrivée sont équivalentes, on ne perd pas d'information en effectuant le changement de registre et on peut revenir à la représentation dans le registre de départ par traduction de celle dans le registre d'arrivée. Dans le cas contraire ils sont dits « non-congruents ». Par exemple, la conversion du registre algébrique (formule algébrique d'une fonction) au registre numérique (tableau de valeurs) est non-congruente car il n'y a pas de « correspondance sémantique des éléments signifiants ». En effet, un tableau de valeurs peut correspondre à plusieurs fonctions. Plus la non-congruence est forte et plus la conversion est complexe.

Une fois les différents types de changements de registres décelés, il faut comprendre que ceux-ci apparaissent de différentes formes dans les énoncés : ils peuvent nécessiter une reconnaissance « proactive » ou « rétroactive » selon que le changement de registre soit à opérer et à deviner par l'élève (changement proactif) ou que l'élève ait à associer des représentations dans plusieurs registres (changement rétroactif). Une reconnaissance « rétro-active » sera généralement plus aisée à réaliser pour un élève qu'une reconnaissance « proactive ».

Aussi les changements de registre peuvent être de types différents et ainsi aboutir à des démarches cognitives plus ou moins complexes.

1.3. Importance des changements de registre

Selon Duval, il est nécessaire de distinguer objet et représentation car sinon, les élèves perdent tout le sens de ce qu'est l'objet. Il faut alors prendre en

considération que noesis (appropriation d'un objet) et sémiotique (appropriation d'une représentation sémiotique) sont indissociables.

Il y a alors trois types d'activités liées à la sémiotique, devant respecter les règles internes du registre : la construction d'une représentation, la conversion (transformation dans un autre registre) et le traitement (transformation dans le même registre). D'après Duval, la conversion n'est pas présente en général dans l'enseignement car considérée comme allant de soi une fois que les représentations sont acquises. On vérifiera cela dans la séquence qui a été proposée. Cependant, cette conversion est nécessaire afin de comprendre l'objet.

Par ailleurs, l'existence de différents registres est indispensable car chaque registre ne permet qu'un accès partiel aux caractéristiques de l'objet. Et ainsi, l'articulation entre les différents registres assure un accès à la compréhension de l'objet. On verra comment cela a été introduit dans la séquence sur les fonctions.

L'importance des changements de registre est aussi évoquée dans le document « Cycle 4, Mathématiques, Compétence Représenter » (MEN 2016), dans la description de la compétence « Représenter ». Il est souligné que représenter est nécessaire quand on s'intéresse aux objets mathématiques qui ne sont pas accessibles dans le monde extérieur mais seulement par des représentations. Ces représentations peuvent appartenir à différents registres : graphique ou algébrique notamment. D'après ce document, comprendre ce qu'est une fonction, c'est savoir la représenter, mais aussi savoir varier les représentations et les registres de représentation.

Pour s'assurer qu'une représentation est bien comprise par un élève, il est nécessaire de lui faire changer de représentation, par exemple en lui faisant verbaliser ce qu'il a représenté.

Une fois que les changements de registres ont bien été appréhendés par les élèves, il peut être intéressant de leur faire réaliser ces changements de registres avec les outils numériques : passage de la formule algébrique à la représentation graphique ou à un tableau de valeurs sur un logiciel tel que Geogebra, ou du tableau de valeurs à une représentation graphique ou à une formule algébrique sur un tableur par interpolation.

Enfin, il est mentionné que les élèves vont être amenés à manipuler les fonctions dès le collège sans en avoir de définition rigoureuse et ne pourront donc décrire ce qu'est une fonction mais pourront discuter de la formule ou de la courbe de celle-ci. Il n'ont donc pas encore de connaissance de l'objet propre mais de ses représentations.

Ainsi, le changement de registre est essentiel car chaque registre permet l'accès à une partie des caractéristiques de l'objet, il faut donc changer de registre pour avoir une connaissance totale de l'objet.

1.4. Analyse des activités et processus cognitifs liés à ces changements de registre

En m'appuyant sur le cadre théorique de Duval (1993) j'analyserai ma séquence sur les fonctions ainsi que celle d'un manuel en me focalisant sur l'aptitude de ces séquences à habituer les élèves à réaliser des changements de registres.

Pour les activités proposant aux élèves de réaliser des changements de registres, on distinguera celles qui impliquent de la reconnaissance proactive de celles qui impliquent de la reconnaissance rétroactive et on vérifiera que comme le dit Duval, la reconnaissance rétroactive est très difficile pour les étudiants.

On analysera également les changements de registres demandés et on verra ceux qui posent des difficultés aux élèves par le saut cognitif qu'ils imposent.

On distinguera également les différentes actions demandées : conversion ou traitement. On verra également les activités suscitant des conversions congruentes (faisables dans les deux sens) et non congruentes et on analysera les difficultés engendrées par ce deuxième type de conversions.

On tentera de préciser pour chaque activité le type de registre de la représentation. En effet, selon Duval, les quatre types de registres donnent lieu à des traitements différents.

On analysera certaines activités à l'aide de l'analyse en amont de Duval, détaillée dans « Comprendre et analyser cadres et registres » de Duval (2001). On ne suivra pas la méthode d'analyse en aval, qui elle est centrée sur le

changement de cadre, alors que l'analyse en amont est centrée sur le changement de registre. Cette analyse permettra d'identifier des formulations génératrices de complexité.

Cette analyse en amont se concentre sur la formulation de l'énoncé et sur ce qu'elle suscite chez l'élève, c'est-à-dire les tâches cognitives pour passer de l'énoncé à un début de résolution puis à des premiers pas de solutions. Pour réaliser cette étude, il faut considérer le couple (énoncé ; problème) et quantifier la distance cognitive entre le registre de l'énoncé et celui de la solution. Dans cet objectif, il est nécessaire de réfléchir aux variations de l'énoncé qui pourraient diminuer la complexité de compréhension.

Cette analyse est indiquée par Duval (2001) lui-même comme étant imparfaite, car elle tend à trop dégénérer les problèmes et à les découper en tâches indépendantes. C'est pourquoi dans la partie 3, on proposera des modifications et améliorations pas nécessairement basées sur l'analyse en amont.

Enfin, pour plusieurs exercices on réalisera l'analyse d'une question en termes de procédures et opérations cognitives proposée par Duval (2001). On y détaillera les procédures mathématiques à appliquer et les opérations cognitives permettant de penser à réaliser les procédures mathématiques et d'en contrôler la mise en œuvre.

Cette partie a donc permis de cadrer théoriquement l'analyse qui va être menée sur les activités proposées aux élèves afin de cerner d'où viennent les difficultés des élèves à les résoudre et comment elles pourraient être améliorées, afin d'habituer les élèves aux changements de registres.

2. Analyse des difficultés des élèves à réaliser et appréhender les changements de registres

La deuxième partie de cette étude est consacrée à l'étude des difficultés rencontrées par les élèves face aux changements de registre. En effet, il convient de rappeler que le sujet de cet écrit réflexif est venu après avoir réalisé les difficultés des élèves à changer de registre dans le domaine des fonctions. Pour réaliser cette étude, on commencera par détailler et analyser les types d'activités proposées en classe et dans les séquences sur les fonctions de deux livres. Cette analyse fera des distinctions, notamment selon la distance cognitive entre les deux registres, mais aussi selon que ce soient des changements proactifs ou rétroactifs. Ensuite, on exploitera les résultats des élèves aux activités proposées en classe afin de cerner leurs difficultés.

2.1. Analyse des activités et séquences

On commence par analyser deux activités proposées en classe : une activité avant de commencer la séquence, qui a pour but de montrer que les changements de registre sont accessibles aux élèves de façon intuitive avant de commencer la séquence, des exercices de la séquence et une activité en fin de séquence, qui montre que les élèves n'ont pas acquis le changement de registre. Suit alors une analyse des types d'activités proposées dans un manuel de mathématiques de Seconde.

2.1.1. Activité 1 : le jeu des correspondances

Le jeu des correspondances, donné en première séance de la séquence sur les fonctions, est celui présenté en Annexe 1, où les élèves ont pour mission de créer sept familles avec : une représentation graphique, un tableau de valeurs, un tableau de variations et une écriture algébrique. Ce travail a été donné en groupes et je suis intervenue à quelques reprises dans les groupes, notamment pour les aider à démarrer. Ce travail a permis de déceler les changements de registres possibles chez les élèves avant d'avoir suivi de cours sur les fonctions, de façon ludique car l'activité consiste à découper, regrouper et coller sur une copie double les différentes représentation correspondant à la même fonction.

Ce jeu des correspondances est ensuite utilisé comme fil rouge pour toute la séquence des généralités sur les fonctions.

Quatre registres sont ici présents : le registre numérique avec le tableau de valeurs, le registre algébrique avec la formule algébrique, le registre graphique avec la représentation graphique et le registre tableau avec le tableau de variations.

Cette activité demande un changement de registre rétroactif : les différentes représentations dans les différents registres sont déjà données et il faut les rassembler pour qu'elles correspondent à un même objet.

On pourrait découper l'analyse de cette activité en procédures et opérations cognitives à mettre en œuvre pour la mener à bien. Suit l'exemple de la conversion du registre algébrique au registre graphique. La procédure à suivre est de choisir plusieurs points de la courbe et pour chacun de ces points, identifier l'antécédent et l'image associée puis chercher la formule algébrique telle qu'en remplaçant x par l'antécédent, la valeur de $f(x)$ est bien celle de l'image. Les opérations cognitives consistent à associer x aux notions d'antécédent et d'abscisse, $f(x)$ aux notions d'image et d'ordonnée puis de réaliser que tout point de la courbe aura pour coordonnées $(x;f(x))$ et donc qu'il faut trouver la formule algébrique telle qu'en remplaçant x par l'abscisse d'un point de la courbe, la valeur de $f(x)$ est celle de l'ordonnée du point.

Les aides fournies pendant le déroulé de l'activité correspondaient à des étapes des opérations cognitives, pour amener les élèves à arriver aux procédures mathématiques.

2.1.2. Analyse des exercices et activités proposés en classe

Certains exercices de la séquence sont présentés en Annexe 4. Ils vont être étudiés un par un par rapport aux changements de registre qu'ils proposent. Auparavant, la manière dont sont introduits les modes de représentation va être explicitée.

Les modes de représentation sont introduits dans cette séquence sur les Fonctions en s'appuyant sur les éléments du jeu des correspondances. En effet, une fonction parmi les sept a été choisie, et sur une feuille sont affichées sa

représentation graphique, son tableau de variation, sa formule algébrique et son tableau de valeur. Les élèves donnent alors leurs idées pour la manière de passer d'un mode de représentation à l'autre. Les procédés pour changer de mode de représentation sont alors présentés sur des doubles flèches. Les conversions explicitées sur cette page sont : registre algébrique vers registre graphique, registre numérique vers registre graphique, registre graphique vers registre numérique, registre algébrique vers registre numérique et registre graphique vers registre tableau. La majorité de ces conversions sont avec un registre graphique. Dans la suite du cours, les quatre modes de représentation sont présentés mais aucun lien entre eux n'est explicité. Comme le mentionne Duval (1993), il manque de manière évidente la coordination entre les registres. En effet, il est indiqué comment représenter une fonction dans chaque registre, mais les registres sont cloisonnés et il n'est jamais indiqué qu'il faut au moins deux registres pour pouvoir comprendre à quoi correspond une fonction. Il manque aussi une mention des traitements propres à chacun des registres.

L'exercice 1 est une activité inventée, en cours de séquence sur les fonctions. Elle consiste à étudier l'intensité sonore en fonction de la distance aux enceintes pendant un concert. Pour cela, les variations sont données sur une représentation graphique. Il est alors demandé de convertir ces données graphiques en données numériques dans un tableau de valeurs puis en données de tableau dans le tableau de variations. Il faut ensuite formaliser les variations observées sur le graphique. Il y a donc plusieurs changements de registre au programme de cette activité, cependant les tableaux ne sont pas utilisés ensuite car toutes les questions trouvent leurs réponses dans le graphique. C'est un entraînement au changement de registre mais ça n'y donne pas de sens et donc ne va pas permettre aux élèves de savoir quand exécuter ces changements de registre. Une analyse en amont comme le suggère Duval (2001) permettrait de détecter la difficulté de la question 6. L'énoncé et la solution sont en langage naturel, mais la résolution passe par des conversions. En effet, on doit convertir l'énoncé en langage naturel « au dessus de 100dB » en une propriété graphique « quand la courbe est au-dessus de la droite d'équation $y=100$ » puis tracer cette zone sur le graphique. Il faut ensuite trouver la partie l'axe des abscisses correspondant à cette zone puis décrire cette lecture graphique avec le langage naturel et la notation d'intervalle. Cette dernière tâche consiste en un traitement

non « algorithmisable » et peut donc être complexe. Un énoncé simplifié pourrait être « Quand l'intensité est supérieure à 100dB, Julie encourt un risque auditif. A partir de quelle distance n'encourt-elle plus de risque ? ».

L'exercice 2 consiste à compléter un tableau donnant une même information dans plusieurs registres différents : numérique (égalité), formel (image et antécédent), graphique (courbe) et algébrique (équation). Ainsi, plusieurs changements de registres sont opérés, de façon très automatique, en reproduisant ce qui est fait dans les autres lignes. Cet exercice montre aux élèves qu'une même propriété peut s'écrire dans plusieurs registres différents. Cependant, il faudrait poser régulièrement pendant la séquence des questions relevant du passage d'une colonne à l'autre pour que la méthode soit intégrée. On pourrait découper l'analyse de cette activité en procédures et opérations cognitives à mettre en œuvre pour la mener à bien. Suit l'exemple du passage de la colonne « Égalité » à la colonne « Image ». La procédure à suivre est de rédiger la conclusion du calcul d'image donné dans l'égalité. Les opérations cognitives consistent à se remémorer que l'antécédent est la valeur à laquelle s'applique la fonction f et est donc situé entre les parenthèses, tandis que l'image est le résultat, donc la valeur de l'autre côté du signe égal, et à se référer à l'écriture de la ligne 2.

L'exercice 3 consiste à construire le tableau de signes associé à chaque courbe. C'est un exercice technique, permettant de se remémorer à quoi correspond le tableau de signes. Un changement de registre du registre graphique au registre tableau doit s'opérer dans cet exercice.

L'exercice 4 consiste à trouver où s'appliquent deux inégalités sur une fonction, connaissant deux de ses valeurs et son sens de variation. C'est un changement de registre complexe qui est en jeu. L'analyse en amont de Duval (2001) confirme cette complexité. L'énoncé est dans le registre formel, la solution attendue est dans le registre numérique. Pour utiliser l'énoncé (propriété sur la fonction f), il faut réaliser une conversion préalable, en passant par le registre graphique, au moins par la pensée. Il faut tout d'abord convertir les égalités $f(a)=b$ en coordonnées de points puis placer sur un graphique et relier ces points par une courbe représentant une fonction croissante. Une fois cette étape réalisée, il faut traduire graphiquement les inégalités et représenter les zones correspondantes

sur le graphique afin de trouver les parties de l'axe des abscisses correspondantes et les convertir numériquement en intervalles. Plusieurs changements de registre sont donc nécessités par cette résolution. Toute la difficulté vient de la conversion vers le domaine graphique, il faut y penser et correctement la réaliser. Simplifier l'énoncé reviendrait à donner un graphique schématisant la situation.

L'exercice 5 est une activité de fin de séquence, réalisée en binôme, car ils doivent comparer les valeurs de la hauteur du personnage en fonction du temps pour les sauts de deux personnages. Comme dans la première activité de la séquence, les variations sont données sur une représentation graphique. Il est alors demandé de convertir ces données graphiques en données numériques dans un tableau de valeurs puis en données de tableau dans le tableau de signes. Il y a donc plusieurs changements de registre au programme de cette activité, cependant les tableaux ne sont pas utilisés ensuite car toutes les questions trouvent leurs réponses dans le graphique. C'est un entraînement au changement de registre mais ça n'y donne pas de sens et donc ne va pas permettre aux élèves de savoir quand exécuter ces changements de registre. La question 4 est analysée ci-après en termes de procédures et opérations cognitives pour confirmer cette analyse. La procédure est de détailler les variations de signe de la fonction donnant la hauteur en fonction de temps, en complétant un tableau, avec les signes et les annulations dans la deuxième ligne, et les abscisses où ont lieu les changements de signes dans la première ligne. L'opération cognitive est de voir l'axe des abscisses comme l'endroit où la fonction s'annule, d'assimiler la zone au-dessus à une zone « positive » et celle en-dessous à une zone « négative » puis de chercher les intervalles séparant deux passages par 0.

Les exercices proposés incitent donc bien à des changements de registres, cependant les données du registre d'arrivée ne sont souvent pas exploitées et donc ne permettent pas aux élèves d'apprécier ce que permet le changement de registre opéré. D'autre part, certains exercices tels que le 2 et le 4 méritent d'être travaillés à plusieurs reprises, l'un pour que la méthode soit assimilée, et l'autre pour que la démarche soit comprise car elle est complexe.

2.1.3. Activité 2 : QCM sur les changements de registre

Le deuxième recueil de données correspond à un Questionnaire distribué à plusieurs classes de Seconde et à quelques élèves de classe de Première en spécialité mathématiques. Pour les classes de Seconde, ce questionnaire a été donné après avoir terminé la séquence sur les généralités sur les fonctions, pour avoir une idée de ce qu'ils sont capables de faire sur l'objet Fonction.

Ce questionnaire consiste en une question type « jeu des correspondances », puis une traduction d'une propriété algébrique en une propriété graphique, une méthode de comparaison de fonctions et une correspondance entre une courbe et une formule.

Il y a donc cinq registres présents : le registre numérique avec le tableau de valeurs, le registre algébrique avec la formule algébrique, le registre graphique avec la représentation graphique, le registre formel avec les propriétés de deux fonctions à comparer et le registre tableau avec le tableau de variations.

La première question appelle à un changement de registre rétroactif, en demandant de faire correspondre quatre représentations de quatre registres différents. Cette question fait référence au jeu des correspondances.

La seconde question appelle à un changement de registre proactif, il faut traduire une propriété algébrique en une propriété graphique. L'analyse en amont de Duval (2001) incite à étudier le registre de l'énoncé. Ici, il y a deux registres dans l'énoncé : un registre algébrique et un registre graphique, qui sont associés au même objet (la fonction f). La réponse attendue est du registre graphique, on attend les coordonnées d'un point qui est indiqué comme appartenant à la courbe représentative de la fonction f . La propriété algébrique est déjà traduite sur le graphique, il faut maintenant la décrire. La première étape est de comprendre rétro-activement le changement de registre, saisir le lien entre le point A et la propriété algébrique. Un énoncé simplifié serait de supprimer le graphique et de demander « Donner les coordonnées d'un point appartenant à la courbe représentative de la fonction f , sachant que si $x=1$, alors $f(x)=7$. »

La troisième question appelle à résoudre un problème donné dans le registre formel, en demandant quelle conversion serait nécessaire, elle appelle donc également à un changement de registre proactif. L'analyse en amont de

Duval (2001) donnerait à peu près les mêmes idées que pour l'exercice 4 de la séquence. L'énoncé est dans le registre formel, la réponse attendue est dans le registre numérique. Une conversion de l'énoncé en aval est nécessaire, il convient tout d'abord de se placer dans le registre graphique pour construire une représentation graphique des deux fonctions en respectant les sens de variation et les coordonnées du point d'intersection. Il faut aussi traduire graphiquement une comparaison de fonctions, c'est-à-dire se remémorer les méthodes pour comparer des fonctions à partir du graphique et situer l'intervalle donné sur le graphique. Toute la difficulté vient de la conversion vers le domaine graphique, il faut y penser et correctement la réaliser. Simplifier l'énoncé reviendrait à donner un graphique schématisant la situation.

La dernière question appelle à un changement de registre rétroactif en demandant de trouver la formule algébrique associée à la représentation graphique. L'analyse de cette question au vu des procédures et opérations cognitives est la suivante. La procédure à adopter est de chercher un point sur la courbe, puis de tester si en appliquant chacune des fonctions à son abscisse, on obtient son ordonnée. L'opération cognitive est de voir les coordonnées des points de la courbe comme des couples (antécédent x ; image $f(x)$) et de chercher si une fonction permet d'obtenir les bons couples de coordonnées.

2.1.4. Analyse du manuel « Le livre scolaire Mathématiques Seconde »

Le manuel « Le livre scolaire Mathématiques Seconde » est celui utilisé pour toutes les classes de Seconde du lycée Pierre Mendès France de la Roche Sur Yon où j'exerce, c'est donc celui-ci qui a été privilégié pour l'étude. C'est la séquence « Généralités sur les fonctions » aux pages 38 à 65 qui va être spécifiquement analysée. L'analyse en amont de Duval (2001) portera sur l'exercice 68 page 64, seul exercice considéré porté sur la compétence Représenter.

L'analyse porte sur une activité d'introduction, le cours fourni mais également sur un des parcours proposés. En effet, ce manuel propose pour chaque séquence, trois parcours de niveaux différents. Si cela est très utile pour la différenciation, il convient de vérifier que ces parcours permettent à tous l'accès aux différentes représentations des fonctions.

L'activité « La Valse des planètes » page 40 a pour objectif de déterminer des images et des antécédents, par lecture graphique et par le calcul. La fonction étudiée est la relation entre la période de révolution d'une planète et sa distance au soleil. Les registres travaillés ici sont le registre algébrique (utilisation de la formule algébrique de la période de révolution), le registre numérique (calcul d'images et tableau de valeurs), et le registre graphique (courbe représentative à tracer). Il faut alors convertir des données algébriques en données numériques, et en données graphiques. Cette activité permet de (re)découvrir les différents modes de représentations d'une fonction.

Le cours dans ce manuel est organisé ainsi : définition d'une fonction puis explicitation des trois modes de définition d'une fonction avec leurs spécificités, puis parité puis résolution graphique d'équations et d'inéquations. Les trois registres de représentation considérés sont alors le registre algébrique avec la formule, le registre numérique avec le tableau et le registre graphique avec la courbe représentative. Ils sont tous trois définis séparément, avec leurs précisions associées, mais ne sont pas reliés (ils sont définis plutôt indépendamment). On y décèle donc ce que Duval (1993) appelle une « absence de prise en compte de la coordination des registres », en particulier dans l'indication que seule la formule algébrique permet d'accéder à toutes les informations où il paraît que le registre algébrique suffit à lui seul pour accéder à la compréhension totale d'une fonction.

Le parcours étudié est celui niveau 2. Il est constitué de cinq exercices : les exercices 35, 39, 56, 59 et 68 pages 56 à 64. L'exercice 35 page 56 est indiqué comme relevant de la compétence « Chercher » et consiste en de l'interprétation de données graphiques, à propos de volumes de liquides en fonction de la hauteur dans des verres différents.

L'exercice 39 page 57 relève de la compétence « Chercher » et consiste également en une interprétation de données graphiques, sur le pourcentages de personnes vivantes en fonction de l'âge pour les fumeurs et les non-fumeurs. L'analyse du point de vue des procédures et opérations cognitives, suggérée par Duval (2001) est réalisée pour la question 2.c. Pour cette question, la procédure à adopter est de reprendre la réponse de la question précédente (pourcentage P de personnes vivantes dans la catégorie non-fumeurs) et de construire la droite d'équation $y = P$ puis de lire l'abscisse correspondant à l'intersection entre cette

droite et la courbe des fumeurs. Les opérations cognitives à opérer consistent à penser à utiliser le graphique, et à penser à reporter le pourcentage sur la courbe des fumeurs.

L'exercice 56 page 61 relève de la compétence « Modéliser » et consiste à étudier l'approximation algébrique de la relation entre âge chat et âge humain, face à un tableau de valeurs, en construisant un nouveau tableau de valeurs.

L'exercice 59 page 61 relève de la compétence « Chercher » et consiste aussi à interpréter des valeurs sur un graphique, à propos de l'évolution du niveau de charge d'un téléphone. Il a été décidé de décrire la question 4 en termes de procédures et opérations cognitives. Les procédures sont les suivantes : reporter la durée de 1h sur l'axe des abscisses puis lire le pourcentage restant comme l'ordonnée du point de la courbe Conversation correspondant à cette abscisse puis reporter ce pourcentage sur la droite de Veille pour lire en abscisse la durée de Veille correspondante et utiliser le résultat de la question 2 pour le nombre d'heures total possible pour le mode veille avant de soustraire la durée de Veille lue à ce nombre d'heures total. Les opérations cognitives sont : traduire graphiquement l'information en langage naturel, en pensant que « discute » correspond à la courbe de conversation, c'est-à-dire qu'il faut penser qu'il faut d'abord passer par la courbe de conversation pour trouver le nouveau pourcentage de charge avant de revenir à la courbe de veille pour trouver la durée restante, et que pour calculer la durée restante, il faut utiliser la durée totale avant d'être à 0 % de charge. Les opérations cognitives sont ici nombreuses et montrent la complexité cognitive de l'exercice.

L'exercice 68 page 64 relève de la compétence « Représenter » et consiste à étudier l'aire d'un parallélogramme construit dans un rectangle en fonction de la distance des sommets du parallélogramme aux sommets du rectangle. Pour cela, il faut passer de la représentation géométrique à une formule algébrique puis étudier une représentation graphique et finir par utiliser un tableau de valeurs pour répondre à un problème. L'analyse en amont mise en œuvre sur cet exercice se concentre sur la question 2. L'énoncé de cette question est basé sur des représentations dans deux registres : une représentation géométrique : la figure du parallélogramme incluse dans celle du rectangle, et une formule algébrique : celle de l'aire du parallélogramme. L'objectif est donc démontrer le passage du

registre géométrique au registre algébrique. La première étape va consister à ajouter du codage sur la figure, pour comprendre d'où viennent les termes $(6-x)$ et $(4-x)$. Il va ensuite falloir exprimer algébriquement l'aire du parallélogramme en fonction de celle du rectangle pour retrouver la formule de $S(x)$. Les premiers pas de la résolution demandent donc du codage et de la conversion du registre géométrique vers le registre algébrique puis un traitement algorithmisé (calcul d'aire), mais la première écriture de $S(x)$ donnée ainsi que le codage sur la figure peuvent déjà aider à la résolution. Pour simplifier encore l'énoncé, on pourrait demander d'exprimer les aires des quatre triangles en fonction de x puis d'en déduire l'aire du parallélogramme.

On remarque donc que la majorité des exercices proposés visent à interpréter des données graphiques, numériquement ou verbalement. Le changement de registre n'est demandé que dans deux exercices : l'exercice 56 et l'exercice 68. Dans l'exercice 56, il conduit à finalement comparer des données du même registre (numérique avec le tableau de valeurs). L'exercice 68, en revanche, est intéressant, en particulier pour le passage du registre géométrique au registre algébrique.

Dans cette partie, des analyses en amont et des études des procédures et opérations cognitives mis en jeu ont été menées. Il semble que celles-ci permettent de prévoir la complexité des activités pour les élèves et de prévoir les aides possibles. En effet les procédures cognitives permettent d'évaluer le cheminement cognitif à mener pour aboutir à la résolution de l'exercice et chaque étape de ce cheminement peut constituer une aide précieuse pour les élèves. La partie suivante vise à étudier les résultats des élèves aux activités, ce qui donne une idée des difficultés effectivement rencontrées par les élèves.

2.2. Résultats des élèves aux activités

Suivent les résultats des élèves aux deux activités détaillées précédemment : le jeu des correspondances et le QCM sur les registres. Les résultats sont suivis de leur analyse. Le jeu des correspondances amène à cerner ce que les élèves sont capables de faire en amont, avant toute formalisation des différents registres. Le QCM donne une idée de ce que les élèves ont compris de l'objet Fonction et de ses différents modes de représentation.

2.2.1. Activité 1 : Jeu des correspondances

Pour cette activité les résultats sont restés à l'établissement, l'analyse est donc réalisée à partir des souvenirs des résultats des élèves. L'activité a été donnée à deux classes de Seconde, par groupe de 4, pendant trois quarts d'heure, pour une classe en îlots et pour l'autre ils devaient se retourner pour former les groupes.

La première difficulté a consisté à savoir par où commencer. Certains groupes ont eu l'intuition de commencer par initier les sept familles avec une courbe représentative par famille. D'autres ont commencé par lier tableau de valeurs et formule algébrique. Certains autres groupes ont eu besoin d'un coup de pouce pour débiter le travail. Je leur ai donc donné des pistes, comme « A quoi correspond x sur le repère ? » pour qu'ils voient un lien entre courbe représentative, tableau de valeurs et formule algébrique.

Une fois les groupes lancés, d'autres difficultés ont surgi.

En effet, certains ont confondu antécédent et image et ont donc fait des erreurs dans les associations des tableaux de valeurs avec les courbes. D'autres ont été conduits de la même façon à des erreurs dans l'association de la formule algébrique avec le tableau de valeurs.

D'autres ne savaient pas à quoi correspondaient les flèches dans les tableaux de variations, j'ai donc fait appel à leur intuition, et il y avait toujours un membre du groupe qui parvenait à trouver un lien avec les variations de la fonction représentée par la courbe.

Il y a eu de plus certaines ambiguïtés entre les droites d'équations $x=3$ et $y=3$. En effet, certains ont confondu abscisses et ordonnées et ont donc interverti ces deux droites dans les correspondances.

Globalement, la plus grande difficulté a consisté à relier la formule algébrique au reste. Beaucoup rencontrent des difficultés pour passer d'un registre graphique ou numérique à un registre algébrique .

Pour conclure sur les résultats, plus de 80 % des groupes ont réussi à construire correctement leurs familles. Ainsi, le changement de registre rétroactif semble acquis avant d'avoir eu de cours sur les différents registres car avec de

petits coups de pouce pour pousser la réflexion, les élèves semblent capables de réaliser ces correspondances.

2.2.2. Activité 2 : QCM Changement de registre

Pour cette activité, les résultats d'un groupe de Seconde sont en Annexe 3, les autres sont restés, inaccessibles, à l'établissement. Les résultats analysés sont ceux d'un groupe d'une classe de Seconde et ceux des élèves d'une classe de Première. Les résultats seront analysés à l'aide du cadre théorique de Duval (1993), et permettront de connaître les capacités des élèves à coordonner et appréhender les différents registres dans le domaine des fonctions. La comparaison de ces résultats avec les résultats du premier jeu de correspondances permettra d'étudier la différence de ce que les élèves savent faire avant et après avoir suivi le cours sur les fonctions et ainsi de déceler ce qui est toujours difficile pour eux.

Les premiers résultats analysés sont ceux de l'Annexe 3. Pour chaque question, la réponse attendue est explicitée puis un tableau indique les résultats par élève, avec une note, les réponses données et un code couleur qui se rapproche du vert quand la réponse est plutôt correcte, et du rouge quand la réponse devient incorrecte. Ils sont donnés sous forme de tableaux.

Les notes permettent d'évaluer la moyenne du groupe à chaque question. La première question a donc été bien réussie dans l'ensemble, avec près de 75 % de réussite, tandis que les trois autres questions approchent les 35 % de bonnes réponses.

La première question demande un changement de registre rétroactif, et c'est donc prévisible que ce soit plus simple pour les élèves. Les deux facteurs d'erreurs étaient la formule algébrique en premier, et le tableau de variations loin derrière. Pour ce qui est de la formule algébrique, les difficultés soulevées rappellent celles rencontrées par les élèves au cours du jeu des correspondances, qui n'ont donc pas été surmontées avec le cours. L'un des objectifs de la troisième partie de l'écrit réflexif sera de réfléchir à des améliorations du cours. Pour le tableau de variation, les erreurs étaient liées à de l'étourderie.

La seconde question demandait un changement de registre proactif : passer d'un registre algébrique à un registre graphique. La première difficulté est

due à la façon dont est posée la question, qui n'indiquait pas de quelle manière écrire la réponse. Des élèves sont alors restés dans un registre algébrique et ont écrit une propriété sur $f(x)$, d'autres ont donné les coordonnées du point A mais n'ont pas mentionné qu'il appartenait à la courbe et un élève a parlé d'antécédent et d'image d'une courbe. 4 élèves soit un tiers ont donné une réponse bonne ou presque. On note donc encore une fois les difficultés présentes avec le registre algébrique, que les élèves ont des difficultés à convertir dans un autre registre. On note également que les élèves ont beaucoup de vocabulaire dans le chapitre des fonctions, qu'ils essaient d'utiliser mais dont ils ne sont pas toujours sûrs du sens.

La troisième question demandait un changement de registre au choix, ce qui était supposé faciliter la tâche aux élèves, mais ça n'a pas toujours été le cas, comme on peut le voir dans les résultats. La moitié des élèves a choisi le mode de représentation correct et parmi eux, quatre élèves ont donné une réponse proche de celle attendue : deux ont tracé les courbes et deux ont donné directement la réponse. Parmi les autres, deux n'ont rien fait, deux ont choisi le tableau de valeurs et n'ont ensuite pas utilisé leur réponse, et deux ont choisi le tableau de signe dont l'un a fait un tableau de signe inutilisable et l'autre a confondu tableau de signe et tableau de variations. Finalement, on observe que les élèves ont eu du mal à passer du registre formel au registre graphique, ils ont des difficultés à se représenter des fonctions à partir de propriétés. (Ils ne pensent pas à se représenter une fonction de manière générale, une fonction croissante par exemple). Les élèves ayant choisi un autre mode de représentation semblent avoir fait leur choix au hasard, car ils ne savaient pas comment sortir du registre formel.

La dernière question faisait appel à un changement de registre rétroactif, il fallait trouver la formule algébrique associée à la courbe et justifier. Sept élèves parmi les douze ont trouvé la bonne formule, et un seul a justifié son choix correctement, quatre ont justifié partiellement. Cela confirme la difficulté à passer du registre algébrique au registre graphique et à comprendre la procédure de conversion (qui sert de justification).

Pour ce qui est des élèves de Première, les résultats ont été similaires, c'est-à-dire que les questions 1 et 4 ont été réussies mais les questions 2 et 3 non, avec des réponses pas toujours claires. Pourtant, ils ont suivi une séquence sur les fonctions en seconde, et ont retravaillé les fonctions en Première. On

essaiera donc de comprendre ce qu'il faudrait changer dans la séquence de Seconde pour améliorer ça.

Cette partie a ainsi permis de déceler les difficultés des élèves, telles que la conversion avec le registre algébrique ou le registre formel. Dans la partie suivante, il sera question des pistes d'amélioration de la séquence sur les fonctions pour rendre les changements de registre plus accessibles aux élèves.

3. Analyse des types d'activités rendant nécessaires les changements de registre et habituant donc les élèves à en faire

Cette dernière partie vise à analyser les types d'activités rendant nécessaires les changements de registre et habituant donc les élèves à en faire. Pour cela, on commencera par détailler les types d'activités aidant les élèves à prendre l'habitude de changer de registre, puis on étudiera comment améliorer la séquence proposée sur les fonctions aux élèves de Seconde pour les rendre plus à l'aise avec les changements de registre. Enfin, on donnera des pistes pour les constructions des séquences sur les vecteurs et probabilités en classe de Seconde.

3.1. Types d'activités aidant les élèves dans cette habitude

Selon Duval (1993) il y a trois types de tâches à mettre en place pour prendre conscience de la coordination entre les registres.

Le premier type de tâche consiste en des variations comparatives relatives à la signification des représentations. Ce type de tâche consiste à observer des variations de représentations dans un même registre et les variations associées dans un autre registre. Cette activité est liée à la représentation, et nécessite la perception des variations dans chaque registre. Il faudra donc auparavant expliciter les facteurs de variations d'une représentation dans un registre.

Le second type de tâche consiste en le couplage et le découplage entre des traitements non sémiotiques et des traitements sémiotiques. Le traitement sémiotique est un traitement spécifique à un registre de représentation.

Le troisième et dernier type de tâche est celui de la double production pour les représentations sémiotiques complexes (exposant une démarche). Cela signifie dans un premier temps une production dans un registre d'organisation sémiotique non linéaire (graphe, schéma) puis un registre d'organisation sémiotique linéaire (description de la première production par exemple).

3.2. Pistes d'amélioration de la séquence proposée pour améliorer la compréhension des changements de registre

La séquence proposée peut être améliorée de plusieurs manières, et à différents niveaux. Les propositions de cette partie concernent en premier lieu la façon d'introduire les modes de représentations dans le cours, puis en second lieu les exercices proposés. D'autres exercices seront proposés et les exercices de la séquence améliorés seront détaillés.

3.2.1. Propositions de modifications du cours

Dans la partie de cours sur les différents modes de représentations d'une fonction, il aurait été préférable d'indiquer à quoi servait chacun d'entre eux.

La formule algébrique exprime la relation générale entre les deux quantités, et permet de calculer l'une si on connaît l'autre. Le tableau de valeurs donne certains couples de valeurs (quantité x ; quantité $f(x)$). La courbe représentative affiche sur un intervalle donné l'évolution d'une quantité en fonction de l'autre et permet d'accéder sur ce même intervalle aux valeurs d'une quantité si on connaît l'autre. Le tableau de variations indique les tendances d'évolution de la quantité $f(x)$ quand la quantité x augmente dans un intervalle donné et donne les couples de valeurs (quantité x ; quantité $f(x)$) aux extrémités de l'intervalle et à chaque extremum local.

De plus, il aurait fallu expliquer les conversions d'un registre à l'autre, au travers d'une activité-cours constituée de plusieurs exemples. Une activité-cours type est donnée en Annexe 5.

Un exemple comprenant une formule algébrique, les tableaux vierges et un repère vierge montrerait que la conversion du registre algébrique vers tous les autres registres est possible directement, sauf pour le tableau de variations, car il faut d'abord passer par le registre graphique.

Un autre exemple comprendrait un repère vierge, un tableau de variations et un tableau de valeurs, en laissant croire que ces tableaux correspondent à deux fonctions différentes. Les valeurs du tableau de valeurs seraient distinctes de celles du tableau de variations et suffisamment espacées pour que le sens de variation change entre deux des valeurs. Cela expliciterait que les deux tableaux

permettent une conversion approximative vers le registre graphique. En effet, on peut placer les points dont les coordonnées sont données par les couples de valeurs indiqués et les relier pour donner une idée de la représentation graphique. En revanche, on n'est sûrs du sens de variation qu'avec le tableau de variations.

Un dernier exemple avec une représentation graphique et deux tableaux vierges montrerait que la conversion du registre graphique vers le registre numérique et vers le registre tableau est aisée, par lecture des coordonnées des points de la courbe, et des sens de variations de la courbe, l'approximation étant donnée par la précision du graphique.

Une question subsidiaire demanderait si une conversion est envisageable du registre tableau vers le registre numérique. La réponse attendue serait qu'une conversion partielle est possible (on peut compléter certaines colonnes du tableau de valeurs avec les couples de valeurs des extrema).

3.2.2. Propositions de modifications des exercices

Les modifications ne concernent pas les exercices 2, 3 et 4 qui ont besoin d'être répétés pour que les méthodes soient acquises et comprises mais ne nécessitent pas nécessairement de modifications. Ce sont donc les deux activités (exercices 1 et 5) qui seront repensées dans cette partie.

Pour l'exercice 1, le problème détecté dans la partie précédente concerne la non-utilisation des données des tableaux, dont les élèves ne peuvent donc comprendre l'utilité. Aussi les questions suivant les tableaux pourraient être modifiées de la manière qui suit.

On introduirait une question après le tableau de variations. Elle consisterait à demander de répondre aux interrogations des protagonistes suivants en commençant par indiquer le mode de représentation à utiliser parmi la représentation graphique, le tableau de valeurs, le tableau de variations si :

- un spectateur demande quelle est l'intensité sonore au niveau de ses oreilles (il se situe à 75 mètres des enceintes)
- un spectateur demande quelle est l'intensité sonore au niveau de ses oreilles (il se situe à 90 mètres des enceintes)

- Julie veut décrire les variations de l'intensité et son amplitude

On modifierait la question 6) en demandant d'indiquer les résultats sur le graphique et sur le tableau de variations. Pour la question 7), on préciserait d'indiquer le mode de représentation utilisé pour répondre à la question. Pour la question 8), on modifierait l'énoncé en « On suppose que l'évolution de l'intensité se poursuit ainsi pour des distances plus grandes. L'intervalle de la distance est donc modifié pour se poursuivre jusqu'à $+\infty$. A quelle distance des enceintes doit se trouver Julie pour avoir une intensité sonore de 28 dB ? ».

Ces modifications de l'exercice 1 assureraient plus de réflexion des élèves sur les changements de registres et leur utilité, chaque question privilégiant l'utilisation d'un registre en particulier pour y répondre.

Pour l'exercice 5, on modifierait les questions 3 à 5.

Pour la question 3), on demanderait « On souhaite répertorier les hauteurs de Marie toutes les cinq secondes de 0 à 50 secondes. Réaliser ce travail avec le mode de représentation de la fonction adapté. »

Pour la question 4), le texte serait modifié en « On souhaite indiquer les périodes où Marie est au-dessus de la route et celles où elle est en-dessous de la route. Réaliser ce travail avec le mode de représentation de la fonction adapté. »

Pour la question 5), il faudrait préciser de « justifier avec un mode de représentation de la fonction adapté ». En effet, deux sont possibles : il est possible d'utiliser la représentation graphique ou un tableau de variations.

Ces modifications de l'exercice 5 assureraient plus de réflexion des élèves sur le registre à utiliser pour répondre à chaque question, les amenant ainsi à faire des changements de registre en sachant pourquoi.

3.2.3. Exercices suggérés par les trois types de tâches de Duval

Pour améliorer la séquence, il faudrait aussi ajouter des exercices d'autres types, correspondant aux types de tâches décrits par Duval (1993) détaillés en début de partie. Suivent donc des exercices qui pourraient s'ajouter à ceux proposés.

Le premier exercice proposé est relié au premier type de tâche de Duval (1993) détaillé précédemment. Cet exercice est une activité-cours intitulée « Variations comparatives et représentations », présentée en Annexe 6. Il est prévu pour une heure de travail en classe. Tout le sujet de l'activité est inventé autour de la vente des masques FFP2 pendant la période de confinement. On étudie alors, dans une pharmacie, l'évolution du nombre de masques vendus N , sans unité, en fonction du nombre de jours écoulés depuis le début du confinement t , en jours.

La première partie vise à expliciter les facteurs de variations d'une représentation dans un registre. Il y est donc précisé comment les variations sur l'image ou sur l'antécédent se traduisent dans le registre algébrique (sur la formule algébrique), mais aussi dans le registre numérique (dans le tableau de valeurs) et dans le registre graphique (sur la représentation graphique).

La partie suivante consiste à étudier les variations de représentations dans un registre. Les élèves doivent effectuer les mêmes modifications sur une fonction dans trois registres différents. Le but est de vérifier leur compréhension des modifications opérées dans chaque registre.

La dernière partie de l'activité relève de l'association de variations de représentations dans un registre à celle dans un autre registre. Les élèves doivent ici associer des modifications de représentations, pour trois cas, dans deux registres différents. Ils sont alors confrontés à comprendre comment les modifications dans un registre se traduisent dans un autre registre, ce qui conduit à comprendre les changements de registres.

Le deuxième exercice vise à distinguer les traitements sémiotiques des traitements non sémiotiques. C'est une activité nommée « Dans quel registre traite-t-on une information ? », présentée en Annexe 7. Le sujet est l'évolution de la température de l'air pendant une journée de printemps. On traitera des données dans trois registres : le registre numérique avec le tableau de valeurs, le registre algébrique avec la formule algébrique et le registre graphique avec la courbe représentative.

Une première partie est donc consacrée à des traitements sémiotiques. Il est demandé aux élèves de traiter les données numériques, en convertissant le

temps en minutes, et en donnant la température de l'air en pourcentage de la température à midi. Il est ensuite proposé de traiter la formule algébrique en la factorisant, et en calculant une image et un antécédent. Il faut enfin traiter la représentation graphique en surlignant les deux intervalles correspondant aux amplitudes de variation du temps et de la température puis en indiquant par une croix tous les points correspondant aux couples de données de température aux nombres d'heures entiers.

Une deuxième partie est consacrée à des traitements non sémiotiques. Il est ici demandé aux élèves de traiter les données numériques en donnant les coordonnées d'un point appartenant à la courbe représentant l'évolution de la température en fonction du temps. Il convient ensuite de traiter les données algébriques en ajoutant une colonne au tableau de valeurs et en la complétant grâce aux données algébriques. Enfin, il est proposé de traiter les données graphiques en donnant les temps associés à une température.

Une dernière partie consiste à demander aux élèves de classer des traitements dans deux catégories : « traitement dans le registre » et « traitement dans un autre registre ». Plusieurs consignes de traitements sont données pour les trois représentations de l'évolution de la température en fonction du temps. Il faut alors indiquer si ces consignes conduisent à changer de registre ou pas.

Cet exercice aura ainsi permis aux élèves de cerner si un traitement est sémiotique ou non-sémiotique. Il leur apprend alors qu'il est possible de réaliser des traitements en restant dans le registre mais que le plus souvent, les traitements demandés en exercices sont à réaliser dans un autre registre.

Le troisième et dernier type de tâche de Duval (1993) est déjà présent dans l'exercice 4 donné aux élèves pendant la séquence. Il faudra simplement veiller à ce qu'il donne effectivement lieu à une double-production, avec tout d'abord soit un schéma/graphique représentant sommairement la fonction avec le sens de variation correct et les deux points par lesquels elle passe soit un tableau de variations avec le sens de variation et les deux couples de coordonnées puis une description en langage naturel de la démarche pour répondre aux deux questions.

Cette sous-partie a donc explicité des exercices potentiels pour correspondre aux types de tâches explicités par Duval pour introduire la coordination inter-registres.

3.3. Pistes pour les séquences sur les vecteurs et probabilités

Cette sous-partie a pour objectif de donner des pistes pour présenter et faire travailler des modes de représentation dans les séquences sur les vecteurs et probabilités. Pour les vecteurs, on s'intéressera aux modes de représentation d'un vecteur (registre graphique, registre géométrique numérique et registre de l'écriture symbolique). Pour les probabilités, on s'intéressera aux représentations d'une loi de probabilité : tableau de la loi, représentation graphique avec un diagramme en bâtons et arbre de probabilités. Les exercices proposés se baseront une fois encore sur les types de tâches proposés par Duval (1993) présentés en début de partie.

3.3.1. Modes de représentation d'un vecteur

Les trois modes de représentation du vecteur choisis ici sont congruents : en effet le passage de l'un des registres à un autre est réversible et de façon claire. Par exemple, \overrightarrow{OA} avec $A(0;3)$ se traduira par une translation de trois unités verticales sur le graphique et par des coordonnées $(0;3)$.

Dans le cours, il est possible de présenter ces trois modes de représentation sous forme d'un schéma, donnant pour un exemple de vecteurs, ces trois représentations, reliées par des doubles flèches. Chaque mode de représentation serait alors légendé : la représentation graphique serait légendée comme « représentation visuelle du vecteur comme une translation », l'écriture géométrique numérique serait légendée « coordonnées du vecteur, permettant ensuite de faire des calculs » et l'écriture symbolique serait légendée « écriture symbolique du vecteur, permettant de donner une notation du vecteur, désignant des points qui sont liés par une telle translation ».

Les deux exercices suivants permettent d'introduire aux élèves la coordination entre ces registres.

Le premier exercice s'appuie sur le premier type de tâche de Duval et vise à étudier des variations comparatives relatives à la signification des

représentations. Pour le registre symbolique, plusieurs points seront préalablement placés, en plus de ceux utilisés pour définir le vecteur, afin de pouvoir étudier des variations aisément. Dans cet exercice, des variations dans les trois registres présentés précédemment seront expliquées (un vecteur deux fois plus long ou un vecteur qui fait une translation de trois unités de plus horizontalement) puis ce sera aux élèves de réaliser des variations dans ces trois registres (un vecteur trois fois plus court et un vecteur modélisant une translation d'une unité de moins verticalement) et en dernière partie, il leur sera demandé de regrouper des mêmes variations d'un vecteur dans plusieurs registres différents.

Le deuxième exercice s'appuie sur le troisième type de tâche de Duval, et consiste donc en une double-production pour une tâche complexe. On donne deux points $A(0;1)$ et $B(1;-3)$ et l'objectif est de trouver le point C, aligné avec A et B tel que son abscisse est de 10, le résultat doit être démontré. L'idée est donc pour les élèves de construire un repère pour placer les points puis trouver la position du point C approximative puis de se servir de la colinéarité des vecteurs pour calculer les coordonnées du point C. Plusieurs registres sont donc utilisés : le registre géométrique numérique, le registre graphique et le registre algébrique pour le calcul et enfin le registre du langage naturel pour expliquer la démarche.

Cette présentation des modes de représentation des vecteurs et ces deux exercices, qui ne seront évidemment pas les seuls à ce sujet, auront pour objectif d'habituer les élèves à réaliser des changements de registre pour les vecteurs et de leur donner les informations nécessaires pour réaliser un choix de registre à utiliser pour résoudre tel ou tel problème.

3.3.2. Modes de représentation d'une loi de probabilité

Les trois modes de représentation de la loi de probabilité choisis ici sont congruents : en effet le passage de l'un des registres à un autre est réversible et de façon claire. Les probabilités sont écrites dans chacun des registres, et une évolution sur une issue ou le nombre d'issues se traduit aisément dans chaque registre.

Dans le cours, les trois modes de représentation pourront être présentés avec un exemple d'un dé non truqué avec six faces colorées d'une couleur différente, reliés par des doubles flèches et légendés « arbre de probabilité,

permettant d'exposer les issues possibles à chaque tirage, avec leurs probabilités », « tableau de loi de probabilité, présentant les issues possibles et les probabilités associées pour un tirage » et « diagramme en bâtons des probabilités, présentant de manière graphique les issues possibles et les probabilités associées pour un tirage ».

Deux exercices sont proposés pour introduire la coordination entre ces registres, basés sur les types de tâches de Duval.

Le premier exercice est basé sur le premier type de tâche et vise à étudier les variations dans chaque registre. Cet exercice est basé sur une boîte contenant 5 chocolats au lait et 5 chocolats noirs. Ainsi, on explique dans un premier temps les variations dans les trois modes de représentation si on ajoute 5 chocolats blancs ou si on double le nombre de chocolats au lait. Puis on demande aux élèves de réfléchir au cas où on enlève deux chocolats noirs et on ajoute deux chocolats blancs. Enfin, on leur propose d'associer des variations de représentation dans différents registres.

Le deuxième exercice s'appuie sur le troisième type de tâche et continue sur le thème de la boîte de chocolats. Il est demandé aux élèves de réfléchir à la répartition chocolat lait / chocolat noir pour qu'en tirant deux chocolats sans les reposer on ait 1 chance sur 12 de tirer deux chocolats au lait. Il est alors attendu que les élèves construisent un arbre de probabilités, puis qu'ils introduisent une inconnue et résolvent un calcul algébrique pour trouver le nombre de chocolats. Il y a donc une conversion du registre du langage naturel au registre de l'arbre de probabilités puis une conversion du registre de l'arbre au registre algébrique.

Cette présentation des modes de représentation de la loi de probabilité et ces deux exercices, qui ne seront évidemment pas les seuls à ce sujet, auront pour objectif d'habituer les élèves à réaliser des changements de registre pour les lois de probabilités et de leur donner les informations nécessaires pour réaliser un choix de registre à utiliser pour résoudre tel ou tel problème.

Conclusion

La problématique de cet écrit était la suivante : En quoi les changements de registres sont-ils importants dans la séquence sur les fonctions et comment les faciliter avec les élèves ?

La première partie a permis de confirmer l'importance des changements de registre, à la lumière des études de Duval (1993 et 2001). Pour cela, le terme de registre a été redéfini, les différents changements de registres ont été détaillés, leur importance a été mise en évidence, et la manière d'analyser les activités selon les changements de registres a été décrite.

La seconde partie a mis en évidence certains problèmes dans les constructions de séquences et choix d'exercices pour la séquence sur les généralités sur les fonctions en classe de Seconde, qui conduisent à laisser perdurer des lacunes jusqu'en classes de Première voire Terminale. Pour cela, les registres et conversions ont été explicités, et l'utilité des conversions réalisées a parfois été mise en doute. En termes d'analyse, c'est l'analyse en amont de Duval et les découpages en procédures et opérations cognitives qui ont été privilégiés.

La troisième et dernière partie a consisté à trouver des pistes d'amélioration face aux défauts constatés dans la deuxième partie. Ces pistes ont notamment concerné la coordination inter-registres, peu ou pas du tout présente dans la majorité des séquences présentées aux élèves de classe de Seconde. La troisième partie s'est conclue par des propositions pour les séquences sur les vecteurs et sur les probabilités, pour présenter certains modes de représentation et leur coordination.

Finalement, c'est la coordination entre les registres qui permettra aux élèves de comprendre les changements de registre et de savoir dans chaque situation, quel registre utiliser pour répondre à la problématique. Ces changements de registre sont essentiels en mathématiques pour les élèves car on accède aux objets mathématiques que par leurs représentations, qui ne donnent chacune accès qu'à une partie des caractéristiques de l'objet.

Bibliographie

Coppé, Sylvie, Dorier, Jean-Luc (2006) Eléments d'analyse sur le programme de 2000 concernant l'enseignement des fonctions en seconde, *Petit x*, 71.

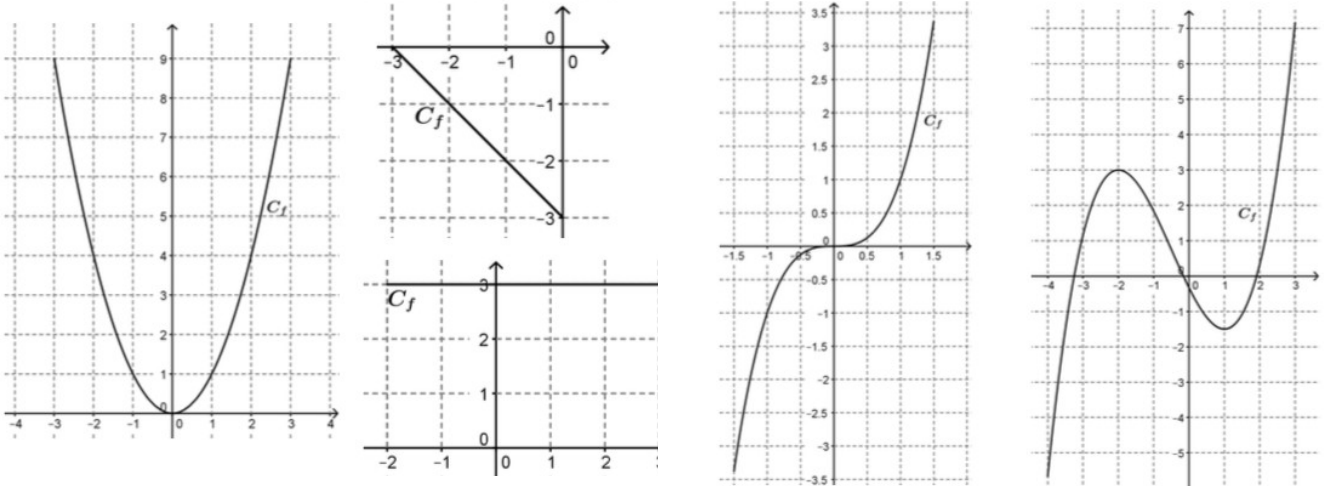
Douady, Régine (1992) Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2).

Duval, Raymond (2001) Comment décrire et analyser l'activité mathématique? Cadres et registres. *Actes de la journée en hommage à Régine Douady*. IREM de Paris.

Duval, Raymond (1993) Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée . *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 5, 37-65, IREM de Strasbourg

MEN (2016) *Cycle 4, Mathématiques, Compétences travaillées en mathématiques, Représenter*. Disponible en ligne.

Annexe 1 : Jeu des correspondances



$$f(x) = -x - 3$$

$$f(x) = x^2$$

$$f(x) = x^3$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x - \frac{1}{3}$$

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f(x) = 3$$

$$x = 3$$

x	-2	-1	2	3
f(x)	3	3	3	3

x	-4	-2	0	1
f(x)	$-\frac{17}{3}$	3	$-\frac{1}{3}$	-1,5

x	-3	-2	0	1	3
f(x)	9	4	0	1	9

x	0	1	4	3
f(x)	0	1	2	$\sqrt{3}$

x	-1,5	-1	0	1	1,5
f(x)	-3,375	1	0	1	3,375

x	-3	-2	-1	0
f(x)	0	-1	-2	-3

x				
f(x)				

x	-2	0	3
f(x)	3	→	3

x	-3	0
f(x)	0	→ -3

x	-4	-2	1	3
f(x)	$-\frac{17}{3}$	3	-1,5	$\frac{43}{6}$

x	0	9
f(x)	0	→ 3

x	-1,5	0	1,5
f(x)	-3,375	0	3,375

x	-3	0	3
f(x)	9	0	9

x	
f(x)	

Annexe 2 : QCM sur les changements de registre

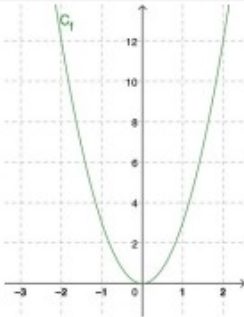
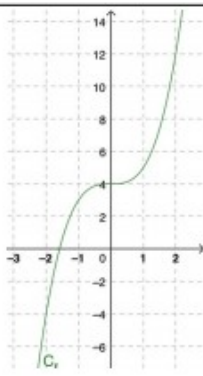
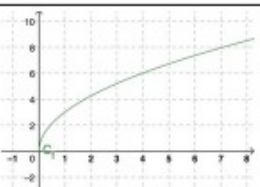
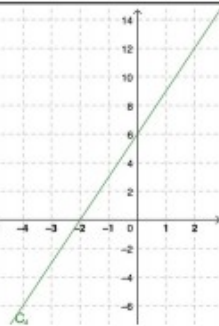
Questionnaire Registres et Fonctions

Nom :

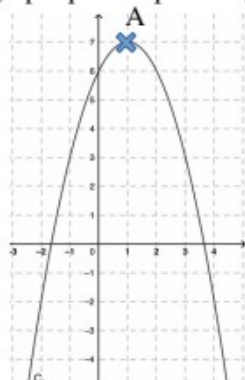
Prénom :

Classe :

1 – Dans le tableau suivant, associer un élément de chaque colonne (colorier/surligner les cases de la même couleur).

	$f(x) = x^3 + 4$	<table border="1" data-bbox="837 598 1112 685"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>3</td> <td>3</td> <td>27</td> </tr> </tbody> </table>	x	-1	1	3	f(x)	3	3	27	<table border="1" data-bbox="1125 598 1394 714"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>3</td> <td>15</td> </tr> </tbody> </table>	x	-1	3	f(x)	3	15		
x	-1	1	3																
f(x)	3	3	27																
x	-1	3																	
f(x)	3	15																	
	$f(x) = 3(x+2)$	<table border="1" data-bbox="837 1010 1112 1097"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>3</td> <td>$\sqrt{18}$</td> <td>$\sqrt{27}$</td> </tr> </tbody> </table>	x	-1	2	3	f(x)	3	$\sqrt{18}$	$\sqrt{27}$	<table border="1" data-bbox="1125 943 1394 1066"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>3</td> <td>$3\sqrt{2}$</td> </tr> </tbody> </table>	x	-1	2	f(x)	3	$3\sqrt{2}$		
x	-1	2	3																
f(x)	3	$\sqrt{18}$	$\sqrt{27}$																
x	-1	2																	
f(x)	3	$3\sqrt{2}$																	
	$f(x) = 3x^2$	<table border="1" data-bbox="837 1406 1112 1494"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>3</td> <td>9</td> <td>15</td> </tr> </tbody> </table>	x	-1	1	3	f(x)	3	9	15	<table border="1" data-bbox="1125 1373 1394 1489"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>3</td> <td>31</td> </tr> </tbody> </table>	x	-1	3	f(x)	3	31		
x	-1	1	3																
f(x)	3	9	15																
x	-1	3																	
f(x)	3	31																	
	$f(x) = 3\sqrt{x}$	<table border="1" data-bbox="837 1570 1112 1657"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>31</td> </tr> </tbody> </table>	x	-1	1	3	f(x)	3	5	31	<table border="1" data-bbox="1125 1592 1394 1709"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>12</td> <td>0</td> <td>12</td> </tr> </tbody> </table>	x	-2	0	2	f(x)	12	0	12
x	-1	1	3																
f(x)	3	5	31																
x	-2	0	2																
f(x)	12	0	12																

2 – A l'aide du graphique suivant, traduis la propriété algébrique suivante en une propriété graphique. Propriété algébrique : « si $x=1$, alors $f(x)=7$ ».



Propriété graphique :

3 – Soient f et g deux fonctions définies sur \mathbb{R} telles que f est croissante, g est décroissante et $f(1)=g(1)$. Comparer f et g sur $]1;+\infty[$.

a) Choisis le mode de représentation qui convient le mieux pour répondre au problème

Courbes représentatives

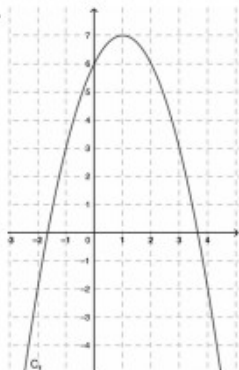
Tableau de valeurs

Tableau de signes

b) Résous le problème.

Résolution :

4 – Pour la courbe représentative suivante, entoure la formule algébrique qui convient et justifie ton choix.



a) $f(x) = -x^2 + 6$

b) $f(x) = -x^2 + x + 6$

c) $f(x) = -x^2 + 2x + 6$

d) $f(x) = -x^2 + 3x + 6$

Justification :

Annexe 3 : Résultats QCM

Question 1 :

Nom	Résultat (/3)	Formule	Tableau valeurs	Tableau variation
Nahel	3	Ok	Ok	Ok
Chléo	1	Pas traité	Deux erreurs	Deux erreurs
Malik	3	Ok	Ok	ok
Alice	1	Pas traité	Deux erreurs	Deux pas faits
Mattéo	1,75	Deux erreurs	Ok	Trois erreurs
Iliade	2	Pas traité	Ok	Ok
Oriane	2,5	Deux erreurs	Ok	Ok
Amélie	2,25	Deux pas faits + 1 erreur	Ok	Ok
Elouan	0,5	Tout faux	Tout faux	Deux erreurs
Rémi	3	Ok	Ok	Ok
Erika	3	Ok	Ok	ok
Victor	3	Ok	Ok	Ok
Bilan	2,2			

Question 2 :

Propriété attendue : *Le point A(1;7) appartient à la courbe C_f*

Nom	Résultat (/1)	Réponse
Nahel	1	Le point A(1;7) appartient à C_f
Chléo	0	Si x est égal à 1 alors f(x) est égal à 7
Malik	0,75	Le point A est situé sur la courbe C_f au point d'intersection (2;7)
Alice	0	Pas fait
Mattéo	0	$f(1)=7$
Iliade	0,5	La courbe C_f a un antécédent de 1 si elle a une image qui est de 7.
Oriane	0,75	Si les coordonnées du point P sont [1;7] alors P se situe sur la courbe C_f
Amélie	0	Pas fait

Elouan	0	A est situé à (7;1)
Rémi	1	Le point A(1;7) appartient à Cf
Erika	0,25	Si l'axe des abscisse vaut 1 et que l'axe des ordonnées vaut 7 alors ce sera le point A.
Victor	0	La courbe Cf représente la fonction f
Bilan	0,35	

Question 3 :

Résolution attendue : On attend une représentation graphique des fonctions f et g puis la justification « comme f est croissante sur $[1; +\infty[$ et g est décroissante sur $[1; +\infty[$ et $f(1)=g(1)$, on a $f(x) \geq g(x)$ sur $[1; +\infty[$ ».

Nom	Résultat (/1,5)	Réponse 1	Réponse 2
Nahel	1	Courbes représentatives	$f(x) \geq g(x)$
Chléo	0,75	Courbes représentatives	Droite qui se croisent en (0;0), f et g sont présentées avec le bon sens de variation
Malik	0	Tableau de signes	Tableau de signes qui indique que f et g s'annulent en 0 mais les signes sont cohérents avec les sens de variation
Alice	0	Tableau de signes	Tableau de variations de f qui est présentée comme croissante puis décroissante
Mattéo	1	Courbes représentatives	Si $f(1)=g(1)$ et si f(1) est croissante et g(1) est décroissante alors il y aura un ou des points d'intersection qui dévoileront leurs antécédents. Courbes qui représentent f et g qui se croisent correctement.
Iliade	0	Tableau de valeurs	Rien
Oriane	0,5	Courbes représentatives	Courbes avec f et g croissantes qui se croisent au bon endroit

Amélie	0	Rien	Rien
Elouan	0,75	Courbes représentatives	Courbes où f et g ne sont pas légendées et « c'est f car g s'arrête » en positif à 1.
Rémi	0,5	Tableau de valeurs	$f(x) \geq g(x)$
Erika	0	Rien	Rien
Victor	1	Courbes représentatives	Sur $[1; +\infty[$, $f(x) > g(x)$
Bilan	0,5		

Question 4 :

Justification attendue: $f(x) = -x^2 + 2x + 6$ car pour $x=2$, $f(x)=6$ et $-2^2+6=2$ donc ça n'est pas la première, $-2^2+2+6=4$ donc ça n'est pas la deuxième, $-2^2+3 \times 2+6=8$ donc ça n'est pas la dernière et $-2^2+2 \times 2+6=6$ donc c'est la troisième.

Nom	Résultat (/1,5)	Réponse	Justification
Nahel	0,75	Ok	Une seule vérification sur fonction c
Chléo	0,5	Ok	rien
Malik	1,5	Ok	ok
Alice	0	Rien	rien
Mattéo	0,75	Ok	Une seule vérification sur fonction c
Iliade	0,5	Ok	rien
Oriane	1,25	Ok	On choisit un nombre on remplace x avec celui-ci et on regarde son image formule algébrique avec comme résultat l'image sera la bonne
Amélie	0	Rien	rien
Elouan	0	b	rien
Rémi	0	Rien	rien
Erika	0	rien	rien
Victor	1	ok	Que vérifications sur fonction c
Bilan	0,52		

Annexe 4 : Exercices proposés dans la séquence

Exercice 1 :

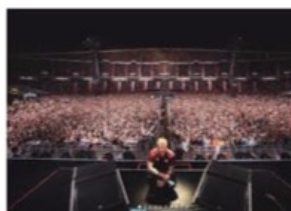
Activité :

Le concert

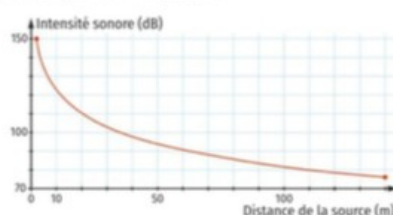
d'Ed Sheeran

Activité : Le concert d'Ed Sheeran

Julie est allée cet été au concert d'Ed Sheeran, en pelouse.



Elle a réussi, au fur et à mesure de la soirée, à se rapprocher de la scène, et de son idole. En enregistrant des morceaux à chacun de ses déplacements, et en utilisant une application de son smartphone, elle a réalisé que l'intensité sonore variait en fonction de la distance aux enceintes. Elle a aussi appris que l'intensité sonore se mesurait en décibel (dB). Voici la courbe représentant l'intensité sonore I en fonction de la distance aux enceintes d (à partir d'une distance de 1 m) donnée par son smartphone :



1) **Question de lecture** : en quelle unité se mesure l'intensité sonore ?

2) Par lecture graphique, compléter le tableau de valeurs suivant :

Distance d (en m)	1	5	10	15	20	50	75	100	140
Intensité sonore I (en dB)									

3) Compléter le tableau de variations suivant :

Distance d (en m)	1	140
Intensité sonore I (en dB)		

4) Dans quel intervalle varie la distance ?

5) Dans quel intervalle varie l'intensité ?

6) Au dessus de 100 dB, Julie encours un risque auditif. Quelles sont les distances correspondantes ? (Donner un **intervalle**)

7) **Compléter** : Quand la distance d double, l'intensité I diminue de dB

8) A quelle distance des enceintes doit se trouver Julie pour avoir une intensité sonore de 28 dB ?

Exercice 2 :

Tableau à

compléter

Exercice 3 (inspiré du 32 p 55)

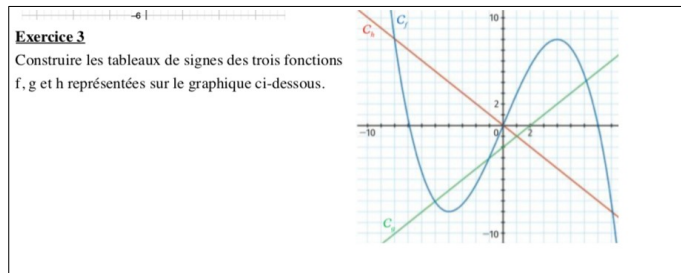
Soit f une fonction définie sur un ensemble D et soit C_f la courbe de f dans un repère.

Compléter le tableau ci-dessous.

Egalité	Image	Courbe	Equation	Antécédent
$f(2)=3$				
	1 a pour image 0 par f			
		A(-2;3) est un point de C_f		
			Le réel 4 est une solution de l'équation $f(x)=5$	
				3 est un antécédent de -4 par f

Exercice 3 :

Tableau de signe



Exercice 4 :

Inégalité et sens de variation

35 [Raisonner]
Soit f une fonction strictement croissante et définie sur \mathbb{R} telle que $f(-2) = 0$ et $f(1) = 3$. Déterminer l'intervalle des nombres réels x tels que :

1. $f(x) < 0$
2. $f(x) \geq 3$

Exercice 5 :

Saut à l'élastique

Saut à l'élastique - v1

Maxence et Marie ont sauté à l'élastique au 107, dans les gorges du Tarn (ils sautent d'une hauteur de 107m).

Après leur saut, les animateurs leur ont vendu la vidéo de leur saut ainsi qu'une courbe leur montrant leur trajectoire en fonction du temps (le zéro de la hauteur est initialisé à la hauteur de la route).

Voici la courbe pour le saut de Marie

1) A quelle hauteur se situe la route ?
2) Quand Marie rebondit pour la première fois, à quelle hauteur arrive-t-elle ?
3) Compléter le tableau de valeurs suivant pour le saut de Marie :

x	0	5	10							50
$H_m(x)$	97									

4) Compléter le tableau de signe :

x	
$H_m(x)$	

5) Combien de rebonds fait Marie pendant son saut ?

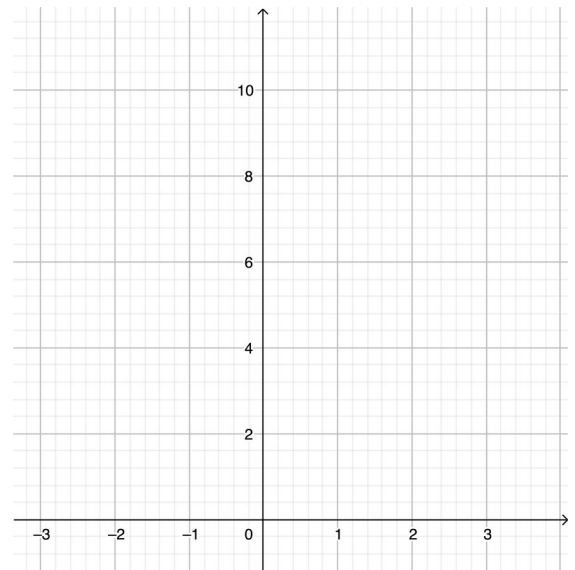
Annexe 5 : Activité-cours conversion

1) Pour la fonction f définie par la formule algébrique suivante, compléter les autres modes de représentation.

$$f(x) = x^2 + 2$$

x				
f(x)				

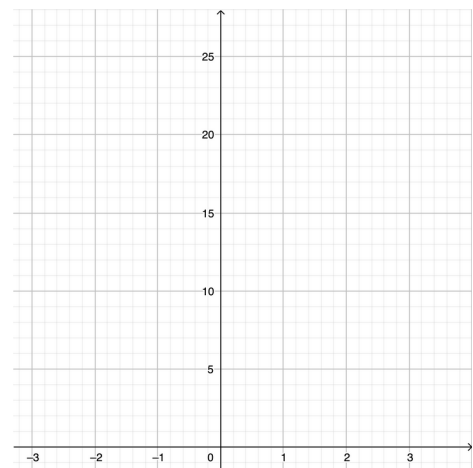
x	
f(x)	



2) Convertir les deux tableaux suivants en leurs représentations graphiques associées sur le repère ci-dessous.

x	-2	1	2	3
f(x)	10	5	10	15

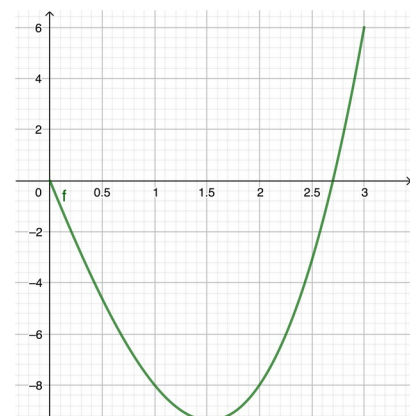
x	-3	0	3
f(x)	15	0	15



3) Convertir la représentation graphique suivante en les deux tableaux (numérique et de variations)

x				
f(x)				

x	
f(x)	



Est-il possible de convertir le tableau de variations en tableau de valeurs ?

Annexe 6 : Exercice Variations comparatives et représentations

Le sujet de cette activité est l'évolution dans une pharmacie bretonne du nombre de masques FFP2 vendus depuis le début du confinement noté N sans unité en fonction du temps écoulé depuis le début du confinement t en jours.

1) Rappels : Comment se manifestent les variations dans les différents registres de représentation de la fonction (algébrique, numérique et graphique) ?

a. Registre algébrique

Supposons que la fonction N soit définie par $N(t) = 50t + 200$

Si on a malencontreusement oublié de compter 100 masques vendus, la formule algébrique est en fait $N(t) = 50t + 300$

Si on diminue t de 1 alors la formule algébrique est $N(t) = 50(t - 1) + 300 = 50t + 250$.

Aussi pour résumer : si l'on doit modifier la valeur image, on modifie de cette manière la valeur de $N(t)$ donc de toute la formule algébrique, alors que si l'on doit modifier la valeur antécédent, c'est l'expression t qui est modifiée.

b. Registre numérique

On a le tableau de valeurs suivant donnant certains couples (temps écoulé ; nombre de masques vendus) :

t	1	3	5
$N(t)$	700	900	1100

Si on a par erreur multiplié par 2 le nombre de masques vendus, alors il faut diviser par 2 toutes les valeurs de la deuxième ligne : on obtient :

t	1	3	5
$N(t)$	350	450	550

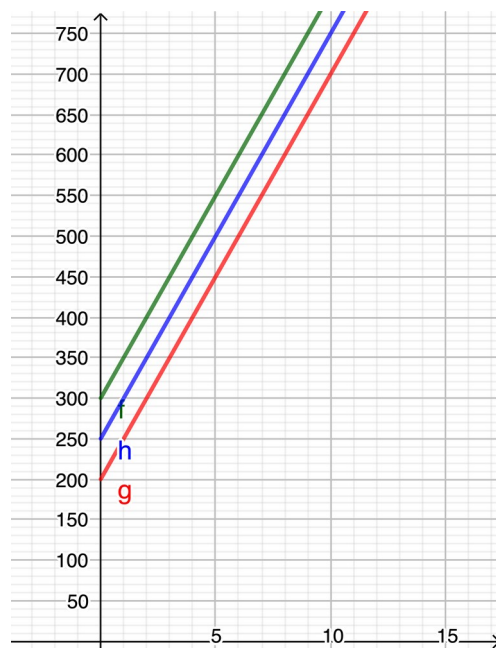
Si on doit ajouter 1 à toutes les valeurs de temps, alors on ajoute 1 aux valeurs de la première ligne, on obtient :

t	2	4	6
$N(t)$	350	450	550

Aussi pour résumer : si on doit modifier la valeur image, on modifie de cette manière les valeurs de la deuxième ligne du tableau alors que si on doit modifier la valeur antécédent, on modifie de cette manière les valeurs de la première ligne du tableau

c. Registre graphique

Supposons qu'on nous ait donné la représentation graphique suivante (en vert) pour l'évolution du nombre de masques vendus en fonction du nombre de jours écoulés :



Pour diminuer de 100 le nombre de masques vendus, il faut tracer une demi-droite parallèle à la demi-droite verte, en-dessous de celle-ci, à une distance verticale de 100 de la demi-droite verte. On obtient la demi-droite rouge.

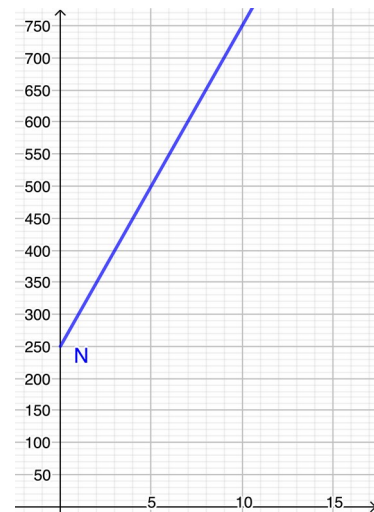
Pour représenter les nombres de masques vendus réellement sachant que les données tracées en rouge sont retardées de 1 jour, on doit augmenter t de 1, on doit donc tracer une demi-droite bleue parallèle à la droite rouge, décalée de 1 unité vers la gauche.

Aussi pour résumer : si on augmente ou diminue la valeur image, on monte ou descend la courbe de la valeur d'augmentation / diminution alors que si on augmente ou diminue la valeur antécédent, on décale vers la gauche ou la droite la courbe de la valeur d'augmentation / diminution.

2) Modifie chaque représentation de la fonction N pour que la quantité de masques vendus soit augmentée de 50, et que le nombre de jours écoulés depuis le début soit diminué de 2.

$$N(t) = 50t + 250$$

t	2	4	6
$N(t)$	350	450	550



3) Dans chaque cas, la représentation avant modification est colorée en bleu et celle après en rouge. Pour chaque modification de représentation de la colonne 1, trouver la modification associée dans la colonne 2.

Colonne 1				Colonne 2			
$N(t) = 50t + 250$ $N(t) = 50t + 150$				$N(t) = 50t + 150$ $N(t) = 50(t-1) + 150$			
t	4	5	6	t	4	5	6
$N(t)$	350	400	450	$N(t)$	350	400	450
t	3	4	5	t	3	4	5
$N(t)$	250	300	350	$N(t)$	350	400	450

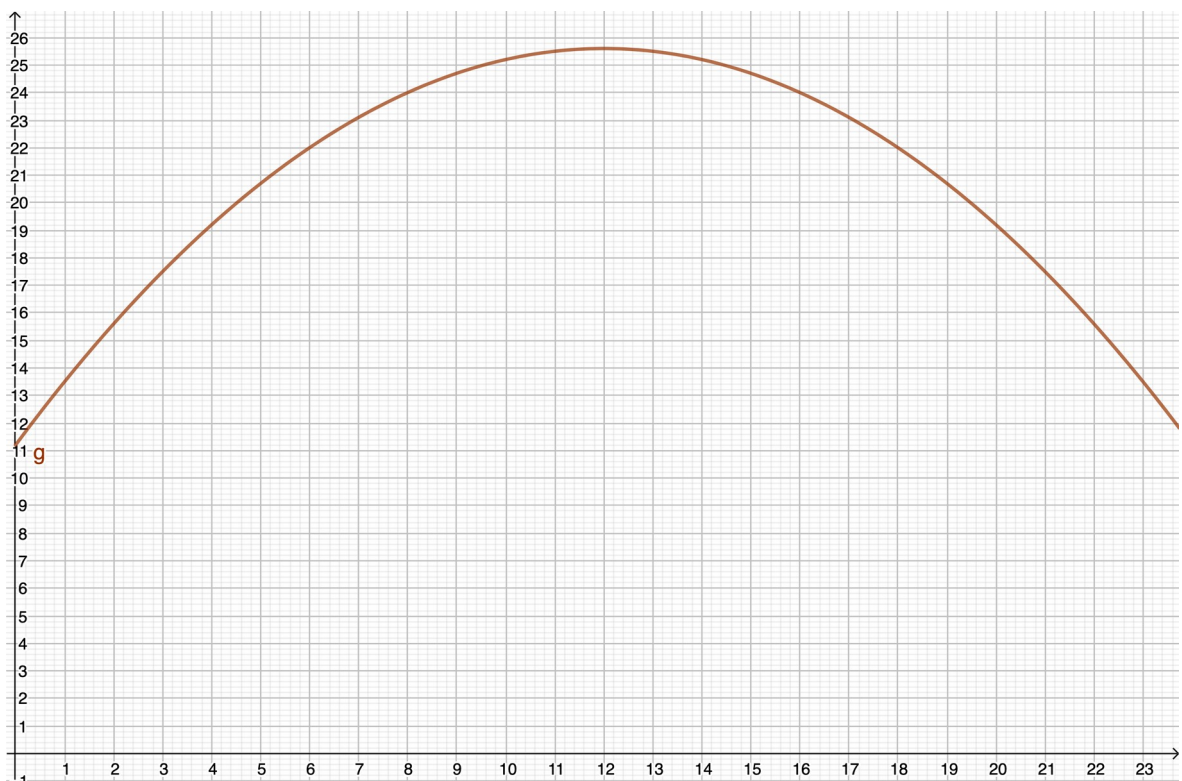
Annexe 7 : Dans quel registre traite-t-on une information ?

On étudie l'évolution de la température de l'air T (en degrés Celsius °C) en fonction du temps t (en heures) au cours d'une journée de printemps.

On donne les données suivantes :

$$T(t) = -\frac{x^2}{10} + 2,4x + 11,2$$

t en heures	6	8	16	17
T (degrés °C)	22	24	24	23



1) Appliquer les traitements suivants, qui sont des traitements sémiotiques, c'est-à-dire qu'ils sont à effectuer sans changer de registre :

a) A partir du tableau de valeurs fourni, construire un tableau de valeurs avec le temps en minutes et la température en pourcentage de la température à 16h, heure du goûter.

b) Factoriser la formule algébrique par $(x+4)$. En déduire les antécédents de 0 puis calculer l'image de 0.

c) Sur le graphique, surligner l'intervalle donnant l'amplitude des valeurs de t considérées dans l'étude puis l'intervalle donnant l'amplitude des valeurs de température pendant cette journée. Marquer d'une croix les points de coordonnées avec comme abscisses des nombres d'heures entiers.

2) Appliquer les traitements suivants, qui sont des traitements sémiotiques, c'est-à-dire qu'ils sont à effectuer en changeant de registre :

a) A partir du tableau de valeurs, donner les coordonnées d'un point appartenant à la courbe représentant l'évolution de la température en fonction du temps.

b) A partir de la formule algébrique, rajouter et compléter une colonne au tableau de valeurs pour donner la température à l'heure de midi.

c) A partir de la représentation graphique, donner les horaires où il fait 19°C . (On arrondira les horaires à l'heure entière la plus proche)

3) Classer les consignes de traitement suivantes selon qu'elles relèvent d'un traitement sémiotique (S) ou d'un traitement non-sémiotique (NS) (indiquer par un S ou un NS au bout de chaque consigne le type de traitement demandé)

- A partir de la représentation graphique, surligner la partie de la courbe donnant la température entre 12h et 14h.

- A partir de la représentation graphique, donner l'heure où la température est maximale.

- A partir de la formule algébrique, donner l'équation de la courbe représentant l'évolution de la température en fonction du temps.

- A partir de la formule algébrique, donner la température à 18h, heure de l'apéro.

- Recopier le tableau de valeurs en l'organisant selon les heures décroissantes.

- A partir du tableau de valeurs, donner les horaires où il fait 24°C .

4^{ème} de couverture

Mots clés : *registre, fonction, cadre, algèbre, graphique*

Résumé en Français :

Les élèves arrivent en classe de Première sans savoir établir un tableau de variations correct à partir d'une représentation graphique, pourquoi ? Cet écrit vise à asseoir l'importance des changements de registre, à détecter certains manquements dans la séquence sur les généralités sur les fonctions en classe de Seconde et propose des améliorations pour la séquence au niveau du cours et des activités. Tout cela est réalisé au vu du cadre théorique de Duval (1993) et de sa méthode d'analyse des activités (2001).

Résumé en Anglais :

Most of students in France are entering their 12th-grade school year without being able to build a correct table of changes from a representative curve. Why ? Our work aims to state the importance of change register, to detect some breaches in the chapter named « general information on the functions » and to offer some improvements to the chapter, to the course and the exercises. All the work refers to Duval theoretical framework (1993) and to his method of activities' analysis (2001).