



HAL
open science

Le dénombrement : de l'importance d'enseigner des stratégies explicites dès la maternelle

Clémence Durand Dah-Gbéménou

► **To cite this version:**

Clémence Durand Dah-Gbéménou. Le dénombrement : de l'importance d'enseigner des stratégies explicites dès la maternelle. Education. 2020. dumas-02867139

HAL Id: dumas-02867139

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02867139>

Submitted on 13 Jun 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Master MEEF

« Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation »

Mention premier degré

Mémoire

Le dénombrement

De l'importance d'enseigner des stratégies explicites dès la maternelle

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de master

soutenu par

Clémence Durand Dah-Gbéménou

le 6 mai 2020

en présence de la commission de soutenance composée de :

Sylvie Grau, directrice de mémoire

Carine Pastezeur, membre de la commission

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à ma directrice de mémoire, Madame Sylvie Grau. Je la remercie de m'avoir encadré, orienté, aidé et conseillé.

J'adresse également mes sincères remerciements à tous les collègues de l'école pour leur soutien et leurs conseils tout au long de l'année scolaire.

Je remercie mes parents et mon mari pour avoir relu et corrigé mon mémoire et pour leurs encouragements.

À toutes ces personnes, je présente mes remerciements, mon respect et ma gratitude.

Sommaire

Sommaire	2
Introduction	5
1. Les théories sur la construction du nombre	7
1.1. Définition des concepts clés en numération : le regard des didacticiens et théoriciens des mathématiques	7
1.1.1. <i>Le nombre, la quantité : de quoi parle-t-on ?</i>	7
1.1.2. <i>Dénombrer, quantifier, énumérer</i>	9
1.2. Approches transversales : les sciences cognitives et l'étayage de Jérôme Bruner	14
1.2.1. <i>Présentation et définition des sciences cognitives</i>	14
1.2.2. <i>L'étayage de Jerome Bruner : définition et intérêt pour la démarche</i>	15
2. Méthodologie et contexte de l'expérimentation	17
2.1. Présentation du contexte d'exercice	17
2.1.1. <i>Expérimentation en classe/méthodologie</i>	17
2.1.2. <i>Présentation des séances, point d'appui des recherches</i>	19
2.2. Analyse a priori des différentes séances	22
2.2.1. <i>Séances de moyenne section</i>	22
2.2.2. <i>Séances de petite section</i>	24
3. Analyse	30
3.1. Analyse a posteriori des différentes séances	30
3.1.1. <i>Séances de moyenne section</i>	30
3.1.2. <i>Séances de petite section</i>	34

Conclusion	40
Bibliographie	41
Annexes	43

Introduction

La construction du concept mathématique du nombre se fait dès la naissance. Dès la petite section de maternelle, les élèves sont amenés à envisager toutes les formes et divers constituants que recouvre cette notion. Ainsi, ils vont devoir dénombrer, faire correspondre une collection à un modèle ou bien même à réciter la file numérique et envisager l'aspect ordinal et cardinal que peut revêtir le nombre.

Ces éléments sont généralement étudiés au travers de différents types d'activités de manipulation, pour que les élèves comprennent progressivement ce qui fonde le nombre et sa complexité. Ainsi, l'enseignant, dans les choix pédagogiques et didactiques qu'il va faire va accompagner les élèves dans leurs découvertes et leur compréhension du concept. Cet apprentissage se fait de façon de plus en plus fine jusqu'à la fin du cycle pour poursuivre ces apprentissages tout au long de leur cursus scolaire.

Cependant, certaines recherches notamment de Guy Brousseau (Brousseau, 1984, p. 2) ont montré qu'une lacune subsiste au niveau de la capacité des élèves à énumérer de façon efficiente et à adopter une stratégie efficace pour dénombrer une collection avec précision. Si l'on regarde la définition du fait d'énumérer des objets, cela consiste à prendre en compte tous les éléments d'une collection, sans en oublier ni compter deux fois les mêmes éléments (Académie de Grenoble, 2013-2014, p. 3). Dans cette définition du terme, on observe que la difficulté réside dans la méthode utilisée et que, ne pas en avoir, peut engendrer des problèmes persistants souvent à l'âge adulte.

On peut alors se demander comment enseigner des stratégies d'énumération aux élèves qui leur permettront ensuite de dénombrer des collections d'éléments ?

Mon hypothèse de travail est donc : l'enseignement explicite de stratégies d'énumération par la mise en place d'ateliers de manipulation permet de construire des compétences primordiales pour la suite de la scolarité. Il s'agit de vérifier si l'enseignement des stratégies explicites de numération influe sur la capacité des élèves à dénombrer des collections comportant énormément d'éléments quelles que soient leur place, forme et mobilité.

Dans un premier temps, je présenterai les apports théoriques de différents chercheurs sur la question du nombre, de l'énumération et son enseignement en maternelle. Dans un second temps, il s'agira pour moi de présenter le cadre d'expérimentation et de méthodologie dans lequel je situe mes recherches. Enfin, l'analyse des différentes séances menées en classe me permettra de faire ressortir des éléments de réponse à la question posée.

1. Les théories sur la construction du nombre

1.1. Définition des concepts clés en numération : le regard des didacticiens et théoriciens des mathématiques

1.1.1. *Le nombre, la quantité : de quoi parle-t-on ?*

Selon la définition du Dictionnaire Larousse le nombre est un nom masculin [latin numerus] : notion fondamentale des mathématiques dérivant du besoin de dénombrer, de classer des objets ou de mesurer des grandeurs, mais qui ne peut faire l'objet d'une définition stricte.

Comme nous le démontre Stella Baruk (Baruk, 2003), le nombre permet de représenter le réel. Il recouvre à la fois un aspect cardinal (le mot nombre représente le total de la collection envisagée) et ordinal (le nombre désignant un élément d'une collection peut constituer sa « place » dans la collection envisagée : la 24^{ème} lettre de l'alphabet.). On doit faire la distinction entre les termes « chiffre » et « nombre » ; un chiffre est un signe qui permet une écriture, un nombre permet de qualifier une quantité. Les dix premiers nombres de notre système de numération constituent la base utilisée pour tous les éléments suivant : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sont les seuls nombres existants pour définir les quantités selon l'unité choisie, ce sont les chiffres. Seule leur position dans la présentation orale ou écrite du nombre envisagé va permettre de différencier une quantité d'une autre (130 est différent de 310, pourtant les mêmes chiffres ont été utilisés pour écrire ces deux quantités).

Le nombre a trois fonctions essentielles : donner du sens au codage numérique dans un système de numération de position, reconnaître une collection et la nommer en ayant une image mentale de cardinalité, savoir nommer les nombres qu'on lit et qu'on écrit (codage et décodage).

Ces trois éléments sont mis en avant par Rémi Brissiaud comme étant centraux dans la construction du nombre chez tout individu : la notion de grandeur, de quantité et de nombre d'une collection. Définir les termes est alors primordial. La grandeur est, selon le conférencier, une notion de bas niveau qui n'est pas particulièrement problématique. La quantité, quant à elle, recouvre la correspondance terme à terme et le fait d'utiliser un symbole quantitatif pour représenter la grandeur, sans utiliser le nombre. Enfin, pour ce qui est du nombre, sa fonction n'est pas de garder la mémoire des quantités, mais de comparer. Dans ce cadre, les symboles numériques permettent de comparer des quantités, les symboliques codent les différences, même les plus petites. Une représentation numérique utilise un symbole numérique qui donne un accès direct à la comparaison des quantités. Il code aussi l'itération.

Selon Brissiaud, le problème important que rencontrent les enfants qui construisent le nombre réside dans la distinction entre cardinal et ordinal : le mot nombre est une quantité et n'est surtout pas un numéro (rang, étiquette verbale sans signification de rang ni de quantité). La langue française n'aide pas à ce niveau, puisqu'il n'existe pas de réelle distinction entre les deux aspects (le 5 juillet et 5 chats sont dits et écrits de manière identique, tandis qu'en anglais, par exemple, on note une différence notable : the fifth of july, five cats). Les ordinaux aident les enfants à construire la notion de rang. Rémi Brissiaud précise d'ailleurs que les jeunes enfants construisent les cinq premiers nombres dans l'ordre et qu'au-delà ils peuvent comprendre les nombres sans en connaître le nom.

L'itération de l'unité est un élément essentiel à prendre en compte quand on envisage la construction du nombre en maternelle, car tous les élèves doivent comprendre que chaque quantité s'obtient en ajoutant une nouvelle unité à la quantité précédente ce qui constitue une propriété fondamentale du nombre. Ainsi, le fait de savoir que le dernier mot nombre énoncé correspond à la quantité dénombrée ne fonctionne que si les nombres sont toujours énoncés dans le même ordre. Un lien important existe entre l'aspect cardinal et l'aspect ordinal du nombre : « c'est parce que l'on prononce les noms des nombres toujours dans le même ordre que chaque nom de nombre dit, à lui tout seul, combien de nombres il y a du premier jusqu'à lui » (Dorier, 2018, p. 260).

Afin de nourrir mon questionnement il me semble intéressant de présenter une expérience de Jean Piaget. Il a décidé de disposer des pions de différentes manières sur la table, pour voir si leur disposition influe sur l'estimation des quantités et sur l'organisation ou la désorganisation de la collection envisagée. Avec cette expérience, Piaget a mis en avant le fait que vers 4 ans, l'enfant est en mesure de reconnaître si chaque alignement possède le même nombre de jetons. Il observe également qu'en variant uniquement l'écartement entre les jetons, les enfants pensent qu'il « y a plus de jetons là où c'est plus long » ! Pour Piaget, il s'agit d'une erreur d'« intuition perceptive » (où la longueur serait égale au nombre) qui est révélateur du fait que le concept de nombre n'est pas encore acquis (Piaget, Szeminska, 1941).

1.1.2. Dénombrer, quantifier, énumérer

En préambule de cette partie, je vais me référer aux travaux de Jean-Luc Dorier, Marie-Lise Peltier et Eric Roditi qui évoquent la multiplicité des situations rencontrées pouvant amener à chercher différents moyens de rendre compte oralement ou à l'écrit de la quantité. Ces situations rendent la mise en place d'un code commun conventionnel nécessaire (nom des nombres à l'oral et écriture chiffrée) : il s'agit du système de numération. Ainsi, si l'on regarde la définition de la numération que nous donnent les auteurs, on constate qu'il s'agit d'un mode de représentation des nombres à l'aide de signes et règles qui régissent leur organisation. Cette numération est régie par deux principes : le fait d'être décimale (les unités sont groupées par 10 avant de passer au rang supérieur) et le fait d'être de position « la position d'un chiffre dans le nombre écrit indique de quelle unité de numération il est le coefficient » (Dorier, 2018, p. 251). Ces principes sont indispensables pour écrire tous les nombres, infiniment petits ou extrêmement grands.

Maintenant que ces éléments sont définis, je vais m'attacher à présenter différents éléments de didactique traitant des différentes compétences de numération que les élèves doivent acquérir au cours de leur scolarité.

Dénombrer

Lorsque l'on parle de dénombrement, on envisage plusieurs points complémentaires qui recouvrent la quantification et l'énumération. Ainsi, pour dénombrer, on utilise simultanément plusieurs opérations mentales. Il s'agit à la fois d'énumérer tous les éléments de la collection, sans en oublier, ni compter deux fois le même. Il s'agit également de dire la suite des mots nombres, dans l'ordre conventionnel, en associant un mot nombre à chaque objet et en s'arrêtant correctement. Différents chercheurs se sont penchés sur la question et ont mis en avant différents éléments sur lesquels je vais m'appuyer pour ce travail.

Eric Roditi nous explique que quatre types de situations peuvent se présenter dans la construction du nombre : la désignation, le dénombrement et la mesure, la comparaison et le rangement, le calcul. Ranger c'est « repérer les objets les uns par rapport aux autres et donc le nombre nous renseigne sur l'ordre relatif des objets d'une même série » (Dorier, 2018, p. 258) (ce qui est notamment le cas pour les jours dans le mois).

Pour ce qui est du comptage dénombrement, Rémi Brissiaud se réfère aux travaux de 1962 de René Brandicourt : « A ce sujet nous signalons le danger qu'il y a dans le comptage à énoncer les nombres en prenant les objets un à un. C'est en posant la deuxième assiette sur la première que je dis 2, non en la prenant en main. C'est en examinant la pile successivement constituée que j'énonce les éléments de la collection. »

Quantifier

La quantification, du point de vue de la didactique des mathématiques, recouvre quant à elle, l'idée d'attribuer une grandeur mesurable à une collection. Elle intervient quand on a pu dénombrer la collection. On est alors en mesure de donner la quantité d'éléments présents : dans cette boîte il y a cinq jetons.

Eric Roditi (Dorier, 2018) nous explique que la quantification et la mesure répondent à la question combien en utilisant le nombre. La comparaison de deux éléments est possible en leur absence grâce aux nombres définissant les quantités ou les mesures auxquelles ils se réfèrent (50 billes est plus que 48 billes, on le sait sans avoir besoin de dénombrer les billes pour le vérifier).

Michel Fayol dans son ouvrage *L'acquisition du nombre* (Fayol, 2018) expose l'idée que pour quantifier, trois possibilités existent :

- le fait d'estimer, ce qui est possible pour les petits nombres de 1 à 4. Cette notion s'appelle le subitizing et se réalise de façon rapide et peut résulter d'un traitement parallèle des éléments que l'auteur nomme le « Système de Traçage des Objets » (STO) ;
- le fait d'estimer de façon approximative au-delà de 4 éléments que l'auteur appelle le « Système Approximatif du Nombre » (SAN) ;
- le fait de rechercher une réponse précise en dénombrant ou en calculant.

A ces éléments l'auteur ajoute le « Spontaneous Focusing On Numerisity » qui peut être traduit par : l'attention spontanée sur la dimension numérique. Ce SFON consiste en la discrimination des petites quantités à un âge très précoce. Les entités envisagées sont séparées et stockées en mémoire de travail.

De plus, Michel Fayol nous expose un peu plus loin dans son ouvrage que tous les animaux, y compris les humains depuis la prime enfance sont dotés du SAN. La ligne numérique allant de gauche à droite dans notre système d'écriture est également intégrée de façon non consciente chez l'Homme pour comparer rapidement les grandeurs de façon automatique et non symbolique. Le traitement de ces informations se fait de façon indépendante en dehors du langage et de l'éducation. Le SAN permet notamment la comparaison de deux grandeurs, de façon plus aisée si elles sont éloignées. L'auteur appelle cela « l'effet de distance » et il nous explique que cet effet est d'autant plus vrai que l'on considère des données non symboliques (comme les objets du quotidien). Ce travail de comparaison sera plus complexe si les grandeurs sont proches, il appelle alors cela « l'effet de taille ».

Selon Michel Fayol l'habituatation joue également très tôt un rôle en ce qui concerne les quantités numériques et évolue avec l'entrée à l'école. Ce terme représente le fait d'être habitué à voir une même quantité rendant sa reconnaissance plus rapide, même en utilisant différentes techniques. A la question du lien entre la discrimination des quantités non symboliques avec les habiletés mathématiques acquises plus tard, la capacité au « matching » (l'association), entre les symboles

numériques et les quantités évoquées, est mise en avant par Michel Fayol. Pour évaluer cette capacité il semble judicieux d'observer comment les élèves utilisent la ligne numérique et s'ils estiment qu'il y a égalité des écarts entre chaque unité pour savoir s'ils possèdent une représentation mentale adéquate des quantités. Si les élèves ne sont pas en mesure de réaliser une correspondance linéaire, Michel Fayol explique que cela est dû au fait que leur maturation cérébrale n'en est pas encore à ce stade. En effet, il évoque le fait que cela évolue avec l'âge et qu'on passe progressivement « d'une organisation logarithmique à linéaire ». En effet, la performance mesurée sur la ligne numérique est fortement liée à la performance mathématique, car l'accès à la représentation linéaire joue un rôle dans le développement des connaissances numériques. C'est souvent à ce moment des apprentissages que l'on peut observer un changement dans la capacité à estimer une quantité et que des progrès surviennent en mathématiques.

Michel Fayol nous dit « La difficulté majeure semble résider dans la mise en correspondance entre représentation mentale préverbales des quantités et l'activité de comptage » (Fayol, 2018, p. 57). Il présente ici l'idée du besoin d'explorer la relation entre le langage et les capacités numériques parmi lesquelles on trouve le dénombrement. Dans un premier temps, le problème de la numération verbale devant amener à la découverte du cardinal d'une collection nécessite la compréhension du principe qui veut que le langage encode la quantité et suit l'ordre des signes conventionnels, sans indice sur les rangs des éléments les uns par rapport aux autres. Dans un second temps, il faut être en mesure de reconnaître une équivalence entre deux collections d'éléments dont le seul point commun est le cardinal. Il est à noter qu'il est primordial lors des apprentissages, de présenter des ensembles hétérogènes. Les meilleures performances sont observées quand le codage est analogique plus que verbal.

Enumérer

A la lecture de l'ouvrage de Michel Fayol (Fayol, 2018) il apparaît clairement que les éléments permettant d'agir sur la capacité d'énumération des élèves sont complexes et ne peuvent être dissociés les uns des autres. Cependant, il est primordial de s'attarder sur ce point en particulier dans les choix didactiques que l'on fait en tant qu'enseignant.

En ce qui concerne cette énumération, Claire Margolinas, Floriane Wozniak et Olivier Rivière dans l'article de la revue *Recherche en Didactique des Mathématiques* évoquent plusieurs hypothèses basées sur les travaux de Guy Brousseau concernant l'enseignement des mathématiques et de l'énumération (Margolinas, Wozniak, & Rivière, 2019). Notamment, lorsque le passage d'un contrôle de la perception de l'énumération de petites collections d'objets déplaçables immobiles au contrôle mental verbal d'ensembles quelconques se fait rapidement. Ils mentionnent le fait que les enseignants n'ont pas de situation d'enseignement pour que leurs élèves développent des savoirs faire, de l'anticipation et des stratégies. Cela a pour conséquence de ne pas posséder de moyen de négocier avec eux sous la forme de contrats didactiques explicites.

Au niveau de l'énumération, Rémi Brissiaud aborde la nécessité de proposer des situations de travail en classe diversifiées qui permettent aux élèves de faire évoluer leurs connaissances, en sachant que les cinq premiers nombres sont construits dans l'ordre. En complément de l'expérience menée par Jean Piaget présentée plus haut, Brissiaud met en avant le fait que les variables didactiques importantes sont la disposition des objets dans l'espace et la possibilité de les déplacer ou non dans l'espace. De plus, il souligne l'obligation de prendre en compte la variable humaine et le contexte d'exercice qui évoluent en permanence. Selon lui, il faut que l'enseignant parvienne à mettre en place des stratégies dès la petite section pour permettre à tous les élèves d'évoluer, même ceux qui ont le moins de flexibilité cognitive. La flexibilité cognitive désigne la capacité de passer d'une tâche cognitive à une autre, d'un comportement à un autre, en fonction des exigences et de réfléchir à plusieurs possibilités à un moment donné pour résoudre les problèmes.

Afin de compléter cette approche didactique du nombre, je vais dès à présent, me pencher sur la vision de certains cognitivistes et interactionnistes.

1.2. Approches transversales : les sciences cognitives et l'étayage de Jérôme Bruner

1.2.1. Présentation et définition des sciences cognitives

Un des précurseurs de ce courant dit « constructiviste » est Jean Piaget. Il met en avant l'idée que les êtres humains se développent en passant par différents stades qui se succèdent les uns aux autres et en interaction avec le milieu dans lequel ils évoluent. Piaget différencie deux phénomènes dans le processus d'apprentissage. « L'assimilation » des connaissances nouvelles en dehors de toute prise en compte des savoirs antérieurs et « l'accommodation » où les connaissances précédentes doivent être considérées et remodelées pour y intégrer les nouveaux acquis. En ce qui concerne la construction du nombre, Piaget parle d'éléments antérieurs indispensables (la permanence de l'objet, la conservation des quantités...) et de « l'abstraction réfléchissante » (processus de réflexion/réfléchissement émanant des savoirs antérieurs qui permet de construire de nouvelles connaissances) pour construire les aspects ordinaux et cardinaux du nombre au-delà de la logique seule.

Suite aux travaux de Piaget, différents chercheurs montrent que le cerveau humain serait un peu comme une « boîte noire » modélisable, semblable à un ordinateur et que tout l'objet des sciences cognitives est non plus centré sur celui qui instruit mais sur l'apprenant.

Marie-Line Gardes et Jérôme Gardo nous présentent plus spécifiquement une définition de la psychologie cognitive sur laquelle je vais notamment me baser pour tenter d'apporter une réponse à mon questionnaire de départ. Selon eux, elle consiste en l'étude des processus mentaux qui sous-tendent les fonctions cognitives (langage, raisonnement, compétences numériques...).

L'estimation des quantités et le calcul sont des mécanismes mentaux similaires. On peut se demander si le fait de beaucoup s'entraîner à estimer des quantités peut faire que les enfants seront meilleurs en calcul ?

En réaction à ce courant, nous allons voir maintenant que l'interactionnisme social met quant à lui en avant le rôle du langage et des interactions sociales dans les apprentissages, notamment grâce à l'étayage.

1.2.2. L'étayage de Jerome Bruner : définition et intérêt pour la démarche

Le terme d'étayage fait référence aux différentes modalités d'intervention de l'enseignant dans les apprentissages de ses élèves. Il est, notamment, lié au concept de « Zone Proximale de Développement » développé par Lev Vygostki. Ainsi, il regroupe :

L'ensemble des interactions d'assistance de l'adulte permettant à l'enfant d'apprendre à organiser ses conduites afin de pouvoir résoudre seul un problème qu'il ne savait pas résoudre au départ (Bruner, 1998, p. 148).

Bruner définit six fonctions de l'étayage dont certaines vont être utiles et utilisées dans le cadre de ma recherche :

- l'enrôlement : il s'agit de susciter l'adhésion des élèves aux exigences et attendus de la tâche. En maternelle, cela sera notamment facilité par la mise en place d'activités d'apprentissage nécessitant de la manipulation.
- la réduction des degrés de liberté : ce point concerne spécifiquement le fait de rendre la tâche plus simple par la réduction des difficultés que pourraient rencontrer les élèves dans la résolution du problème présenté. Pour ce qui concerne ma recherche, il s'agit des différents supports et modalités de travail que j'ai pu mettre en place pour permettre aux élèves d'atteindre l'objectif et d'être en réussite : adaptation des cartes de jeu au niveau des élèves (constellations, mains, nombres) ; utilisation des jetons et des gommettes pour autovalider son travail.
- le maintien de l'orientation : il faut ici faire en sorte que l'élève soit toujours concentré sur l'objectif à atteindre durant la tenue de l'atelier et qu'il ait toujours en tête le but fixé. En maternelle, ce point est transversal à toutes activités à mener.

En effet, le temps d'attention d'un enfant étant encore limité à cet âge, il faut sans cesse recentrer l'attention des élèves sur la tâche à accomplir. La journée est organisée de telle manière que chaque activité dure au maximum trente minutes.

- la signalisation des caractéristiques dominantes : il s'agit là de la mise en place d'un temps de verbalisation pendant et après l'activité pour faire prendre conscience aux élèves des écarts qui peuvent exister entre leur réalisation et ce qu'ils souhaitaient faire initialement. Le fait de pointer l'écart existant entre l'attendu et le réalisé est un élément qui se met en place progressivement en maternelle. Cela est notamment dû au degré de maturité cérébrale des élèves.

- le contrôle de la frustration : il faut ici essayer de maintenir l'intérêt et la motivation des élèves en utilisant diverses modalités et en visant la plus grande autonomie possible. Cela rejoint, le fait de réduire les degrés de liberté puisque les éléments mis en place lors de la tenue des ateliers permettent à la fois aux élèves de réussir à atteindre le ou les objectifs fixés, mais également de valider par eux-mêmes leur production au regard de ce qui est attendu. Cela passe aussi par des encouragements, par une valorisation des essais.

- la démonstration ou présentation des modèles de solution : il s'agit de présenter le modèle de ce qui est attendu pour que les élèves sachent ce vers quoi ils doivent tendre. En maternelle, cet élément est sans cesse utilisé. En effet, lors de la plupart des activités menées, l'enseignant doit proposer un modèle « type » du résultat voulu pour que les élèves aient un élément visuel concret auquel ils peuvent se référer durant la tenue de l'activité. Cela va également dans le sens du développement de l'autonomie des élèves, puisque le modèle est l'objet de référence qui rend alors caduque la nécessité de demander l'aval de l'enseignant.

Ainsi, lorsque l'on envisage l'enseignement de stratégies d'énumération en maternelle, il est primordial d'avoir ces différents éléments à l'esprit dans les différents temps d'analyse et de mise en place des ateliers afin de réellement, soi-même, atteindre l'objectif fixé : rendre les élèves autonomes et efficaces dans l'énumération de collection, quelles qu'en soient les caractéristiques.

Les différents concepts sur lesquels mon travail est basé sont dorénavant définis. Je vais maintenant présenter les aspects pratiques qui me permettent d'apporter des éléments de réponse à la problématique posée en introduction.

2. Méthodologie et contexte de l'expérimentation

2.1. Présentation du contexte d'exercice

La classe dans laquelle j'enseigne est une classe à trois niveaux : pré petite section (5 élèves), petite section (16 élèves) et moyenne section (5 élèves). Elle est située dans une école maternelle de cinq classes (soit environ 150 élèves) en zone intermédiaire, bien que plutôt à dominante rurale. Les effectifs de cette école évoluent beaucoup durant l'année scolaire. En effet, la commune accueille régulièrement des personnes dont la durée de résidence est très variable.

Ainsi, au cours de l'année scolaire, le nombre d'élèves concernés par les ateliers sur lesquels je base ma recherche a évolué et changé régulièrement (entre 24 et 28 élèves).

2.1.1. Expérimentation en classe/méthodologie

Ma recherche prend pour base l'analyse effectuée en amont de la tenue des séances. Lors de cette phase de travail, j'identifie les difficultés que pourraient rencontrer les élèves notamment en raison de la transmission de consignes insuffisamment explicites, du matériel inadapté ou d'une imprécision des objectifs d'apprentissage visés par les séances. Ensuite, déterminer ces différents points est utile pour faire émerger l'étayage prévu, notamment pour recentrer les élèves sur la tâche à réaliser, pour réduire les libertés et le contrôle de la frustration. L'identification des notions institutionnalisées et le travail mené à priori me permettent d'envisager les variables didactiques sur lesquelles agir pour amener les élèves à atteindre les objectifs fixés et les placer réellement dans les apprentissages (le nombre d'élèves concernés par l'atelier, le matériel utilisé, les éléments langagiers que j'utilise). L'analyse de la tenue des ateliers et des productions des élèves me sont utiles pour identifier les procédures utilisées et la manière dont ils se représentent la tâche.

Je n'aborde pas les données à priori et à posteriori avec les mêmes attendus pour la petite et la moyenne section, donc la présentation proposée dans cet écrit diffère en fonction de la classe envisagée.

De plus, il est primordial d'analyser les feedbacks que je leur fais (les éléments langagiers utilisés et le processus d'institutionnalisation que je mets en place), mais également de repérer l'écart entre le prévu et le réalisé. Tous ces éléments me permettront de mieux comprendre et anticiper pour les séances futures.

Ce travail est possible grâce à l'utilisation de vidéos réalisées à différents moments de l'année. (novembre 2019, janvier et mars 2020) auprès de groupes d'élèves de petite et de moyenne section.

L'analyse effectuée en amont des séances présentées dans ce travail permet d'identifier les difficultés que les élèves pourraient rencontrer. Ensuite, cela induit de réfléchir des étayages et différenciations variés, adaptés à chaque situation en jouant sur les variables didactiques (quantité sur les cartes de loto présentées, utilisation de systèmes pour autovalider son activité, activité faite en autonomie ou avec l'enseignant, l'ATSEM, types de représentation du nombre proposés pour le jeu de commandes...)

Il me semble qu'il convient de définir brièvement la notion de contrat didactique, terme essentiel dans la conduite d'un atelier portant sur tout type d'apprentissage et ce, quel que soit le cycle envisagé. Ce concept a tout d'abord été défini en mathématiques par Guy Brousseau dans les années 80. Il s'agit d'un contrat largement implicite tissé entre l'enseignant et les élèves en lien avec un savoir. Les rôles, places et fonctions de chacun, les attentes réciproques des élèves et du maître sont définis par ce contrat. Selon Brousseau, il représente « l'ensemble des comportements spécifiques du maître qui sont attendus de l'élève et l'ensemble des comportements de l'élève attendus par le maître ».

Ce point est essentiel dans la conduite de mes ateliers, car l'on verra qu'il existe un écart entre ce que j'attends des élèves lors de mes ateliers et ce qu'ils réalisent réellement. L'explication de cette différence n'est pas, à mon avis, uniquement dû à une mécompréhension des consignes, mais également à une mauvaise explicitation de ces dernières. De ce point découle alors la nécessité de faire varier les variables didactiques et de mettre en place des étayages diversifiés.

2.1.2. Présentation des séances, point d'appui des recherches

Mon travail est basé sur l'analyse de quatre séances de numération. Deux activités ont été menées avec les élèves de moyenne section et portent sur l'apprentissage explicite de stratégies d'énumération. Les deux autres ateliers se déroulent en petite section. Le premier porte sur le fait d'être en mesure d'associer un nombre à une collection quelle qu'en soit la nature. Le deuxième porte sur la réalisation d'une collection de quantité égale à un modèle.

Le tableau ci-après présente les séances menées en moyenne section.

Séances de moyenne section

<p>Séance 3</p> <p>Durée 20 min</p>	<p><i>Phase d'entraînement</i></p> <p>Dénombrer en suivant une ligne</p> <p>Différenciation : nombre de cercles à remplir. Pointer les cercles en même temps que les élèves.</p>	<p>Tâche des élèves : Prennent dans la boîte autant de jetons qu'il y a de cercles sur le dessin, posent les jetons sur le côté du dessin et les placent sur le dessin une fois sûrs qu'ils en ont le bon nombre. Remettent les jetons dans la boîte s'ils ont réussi et collent une gommette en face de leur prénom au dos de la feuille. Recommencent avec un autre dessin. Expliquent comment ils ont fait, notamment pour compter, pour énumérer, pour se souvenir du cardinal de la collection et pour aller chercher le bon nombre de jetons dans la barquette « magasin ».</p> <p>Tâche de l'enseignant : Demande aux élèves d'expliquer comment ils ont procédé. Procédure à faire émerger : pour trouver le bon nombre de jetons il faut pointer chaque cercle du dessin une seule fois en suivant la ligne et garder le dernier mot nombre en mémoire. Retenir que pour prendre les jetons il faut les compter en les déplaçant et s'arrêter au bon nombre.</p>	<p>Organisation :</p> <p>Atelier dirigé</p> <p>Fiches chenilles, poissons, serpents</p> <p>1 barquette par élève, des boîtes avec des jetons</p>	<p>Consignes :</p> <p>Trouvez le nombre de cercles vides sur chaque dessin. Mémorisez-le et allez chercher le bon nombre de jetons dans votre magasin.</p>
<p>Séance 4</p> <p>Durée 20 min</p>	<p><i>Phase d'entraînement</i></p> <p>Dénombrer en organisant son comptage</p> <p>Différenciation : même différenciation que dans la séance 3.</p>	<p>Tâche des élèves : Prennent dans la boîte autant de jetons qu'il y a de formes sur le dessin, posent les jetons sur le côté du dessin et les placent sur le dessin une fois sûrs qu'ils en ont le bon nombre. Remettent les jetons dans la boîte s'ils ont réussi et collent une gommette en face de leur prénom au dos de la feuille. Recommencent avec un autre dessin. Expliquent comment ils ont fait pour compter.</p> <p>Tâche du l'enseignant : Demande aux élèves d'expliquer comment ils ont procédé. Même procédure à faire émerger que dans la séance précédente.</p>	<p>Organisation :</p> <p>Atelier autonome</p> <p>Fiches château, « bâtonnets », serpent</p> <p>1 barquette par élève, des boîtes avec des jetons</p>	<p>Consignes :</p> <p>Comme la dernière fois, trouvez le nombre de cases vides sur chaque dessin. Les formes et les objets à y mettre sont différents. Mémorisez ce nombre et allez prendre les jetons.</p>

Séances de petite section

Loto

Cette séance est organisée comme suit. Chaque élève reçoit une grille de loto comportant différents dessins (canard en plastique, tambourin, voiture en plastique, playmobil, ballon, chien en peluche). L'enseignant/maître du jeu utilise deux types de cartes illustrées celles avec les constellations du dé de 2 à 6, celles avec un des dessins figurant sur les grilles de chaque élève. Il montre aux élèves une combinaison constellation/dessin (exemple : constellation du 2 et dessin d'un canard correspond à la case montrant « 2 canards ») et leur demande de dire s'ils ont ou non cette combinaison sur leur grille, si cela est le cas, un jeton sera posé sur la case concernée. L'élève gagnant est celui qui a toutes les cases de sa grille recouvertes d'un jeton.

« On fait les courses »

Cette séance est menée par l'enseignant, puis pourra se faire de manière autonome par la suite. Chaque élève a devant lui une petite barquette de cuisine dans laquelle peuvent être placées deux types de cartes dans un premier temps : constellations du dé de un à cinq ou mains avec un à cinq doigts levés. Des grandes barquettes remplies d'objets de construction de la classe sont placées sur une table à proximité. Les élèves doivent aller chercher le nombre d'objets correspondant à la carte présente dans leur barquette personnelle. Pour que leur proposition soit validée, ils doivent dire quelle est la quantité demandée sur leur carte et dire si la quantité d'objets ramenés y correspond. S'il y a correspondance, les élèves ont une autre barquette qui leur est proposée et pour laquelle ils doivent faire de même. Si ce n'est pas le cas, les élèves doivent retourner chercher la bonne quantité. L'enseignant détermine au fur et à mesure du jeu la carte proposée à chaque élève en fonction de leurs facilités ou de leurs difficultés. Pour certains élèves il sera nécessaire de leur laisser la possibilité d'amener la carte au niveau de la grande barquette pour les aider à se souvenir de la quantité voulue.

2.2. Analyse a priori des différentes séances

2.2.1. Séances de moyenne section

Les deux séances présentées ici entrent dans une séquence de 6 séances intervenant à la période 4 et qui sont plus particulièrement prévues pour les élèves de Moyenne Section. La séquence a pour objectif d'amener les élèves à résoudre des problèmes de quantité. La première séance envisagée ici a plus spécifiquement pour objectif de dénombrer une collection en suivant une ligne avec l'appui de l'enseignant, tandis que la deuxième séance abordée dans cet écrit vise le fait de pouvoir dénombrer en organisant son comptage, et ce de manière autonome.

Lors de la première séance, j'attends des élèves qu'ils dénombrent les quantités envisagées (de 4 à 10) en faisant correspondre le pointage des objets avec la récitation de la comptine numérique. Les élèves sont anonymes et seules les initiales de leur prénom sont lisibles dans les analyses qui vont suivre.

Ainsi, je pense qu'il est possible que D. et C. se trompent en comptant plusieurs fois un même élément. En effet, je les ai déjà observés lors de séances précédentes et il leur arrivait régulièrement de ne plus savoir à partir de quel élément ils avaient commencé ou de recompter des éléments déjà comptés. Ainsi, à ce niveau, la séance a pour objectif de leur permettre d'organiser leur dénombrement de manière efficace et d'y parvenir sans se tromper. Je souhaite réellement les rendre autonomes dans cette tâche. Je pense les accompagner en leur proposant plusieurs stratégies en leur proposant : de marquer le premier élément compté, de les faire verbaliser sur le « chemin » permettant de prendre en compte tous les éléments sans en oublier ni compter plusieurs fois le même, de tracer le chemin permettant de ne compter qu'une fois chaque élément et de n'en oublier aucun.

Pour K. et A., il s'agira de leur permettre de s'entraîner et de les rendre « experts » en énumération de collection. Progressivement, je souhaite leur faire

prendre conscience de l'importance de s'organiser lorsqu'on énumère une collection, quelle qu'elle soit.

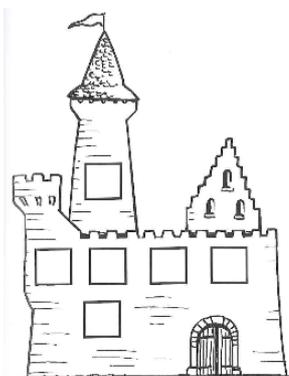
Les figures 1 à 4 qui suivent, montrent l'évolution envisagée dans l'organisation de l'énumération proposée aux élèves. Ainsi, du point de vue des variables didactiques, l'accent est mis à la fois sur l'organisation spatiale et sur les formes des éléments à dénombrer. Ces variables vont permettre aux élèves de prendre conscience que, quelle que soit la forme de l'élément ou la place occupée dans l'espace, il est toujours possible de dénombrer la collection et de parvenir à l'énumérer sans erreur.

Figure 1 : étape 1



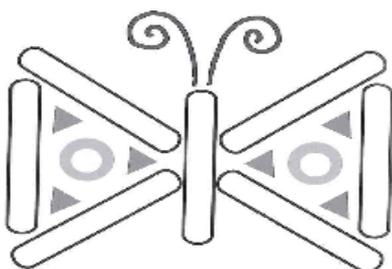
Lors de cette première étape, le chemin apparent tracé par les cercles vides devrait rendre l'énumération plus aisée, d'autant que la tête de la chenille permet d'orienter le chemin. Chaque élève doit remplir tous les cercles vides présents sur les modèles (chenilles ou serpents). La collection de jetons à poser varie de 4 à 10.

Figure 2 : étape 2



On voit ici qu'un élément est séparé des autres au niveau de la tour du château. Cela peut rendre l'énumération plus complexe, puisque les éléments ne sont ni alignés ni situés sur un même mur, ni orientés. Cela est le cas sur tous les modèles proposés aux élèves. De plus, la forme des espaces à remplir est différente. Les collections varient ici de 5 à 7 éléments.

Figure 3 : étape 3



La complexité réside dans la nécessité d'organiser le dénombrement pour parvenir au cardinal attendu. De plus, les éléments sont radicalement différents et les collections proposées oscillent entre 6 et 9 éléments.

Figure 4 : étape 4



On revient au matériel utilisé lors de la première étape, mais cette fois, les éléments à dénombrer sont plus nombreux (de 5 à 10) et apparemment totalement désorganisés.

La construction du nombre est à envisager dès la petite section de maternelle, puisque nous avons vu précédemment que les enfants naissent en ayant conscience de la quantité. Ainsi, dès 3 ans les connaissances des enfants doivent être structurées au sein des apprentissages envisagés en classe. C'est pourquoi, je base également mon travail sur deux séances menées dans cet autre niveau durant la deuxième et la quatrième période : l'une portant sur la tenue d'un jeu de loto et l'autre d'un jeu de commande.

2.2.2. Séances de petite section

Il s'agit de deux séances entrant dans deux séquences différentes (en deuxième et quatrième période) portant sur des aspects complémentaires à considérer dans la construction du nombre. Le loto s'attarde à la capacité d'associer un nombre à tous types de collection. Le jeu de commande envisage la capacité à faire correspondre la récitation de la comptine numérique avec le pointage des objets pour que la collection réalisée soit équipotente au modèle.

Loto

La première séance porte sur le fait d'être en mesure d'appréhender l'aspect cardinal du nombre et entre dans une séquence visant à associer un nombre à une collection quelle qu'en soit la nature. Pour déterminer cela, les élèves doivent pouvoir « prouver » leur réponse en faisant le lien entre le nombre d'objets proposé dans la combinaison de l'enseignant et celui de leur grille de loto (comme présenté dans la figure 5). Pour ce faire, il est probable que plusieurs procédures seront observées chez les élèves lors de la séance.



Figure 5 : Jeu du loto

- Soit les élèves dénombrent les deux collections et disent si elles sont identiques : « on doit trouver celui qui a trois canards, sur ma grille il y a un canard, et encore un canard et encore un canard, cela fait trois canard, j'ai donc la bonne combinaison ». Soit les élèves pointent chaque élément de leur collection en récitant la comptine numérique et sont en mesure de dire si la quantité ainsi obtenue correspond au modèle proposé.
- Soit ils utilisent le subitizing et reconnaissent spontanément la quantité montrée par l'enseignant sur leur grille mais ne sont pas en mesure d'énumérer les éléments qui la composent et/ou de réciter la comptine numérique. Ils donnent la quantité indiquée grâce à leurs doigts ou en énonçant le mot nombre correspondant.
- Soit ils pointent les objets avec leur index et montrent ensuite la quantité correspondante à l'enseignant à l'aide de leurs doigts sans être en mesure de l'oraliser ou de manière erronée (ils montrent trois avec leurs doigts mais disent que cela fait deux).
- Soit ils se trompent en énumérant la collection envisagée (mauvaise correspondance entre le pointage des éléments et la récitation de la comptine numérique : ils comptent plusieurs fois un élément ou en oublient) et ne sont pas en mesure de dire s'ils ont ou non une collection correspondante au modèle proposé par l'enseignant (ils montrent un nombre de doigts ne correspondant pas et/ou disent un mot nombre qui ne correspond ni à ce qu'ils viennent d'énumérer ni au nombre de doigts levés).

Connaissances mobilisées	Procédure	Erreurs et difficultés	Connaissances utiles pour cette procédure
Énumération, désignation par une collection équipotente	Ils pointent les objets avec leur index et montrent ensuite la quantité correspondante à l'enseignant à l'aide de leurs doigts sans être en mesure de l'oraliser	Ils montrent trois avec leurs doigts mais disent que cela fait deux. → ne savent pas désigner une quantité par un mot à l'oral	Mots nombres Quantifier Faire une correspondance terme à terme Symboliser une quantité de manière abstraite (doigts, constellations)
Énumération, désignation par une collection équipotente, récitation de la comptine numérique	Ils pointent les objets avec leur index, montrent ensuite la quantité correspondante à l'enseignant à l'aide de leurs doigts et sont en mesure de l'oraliser	Ils montrent trois avec leurs doigts, disent que cela fait trois, mais pointent les éléments de la collection de manière erronée.	Mots nombres et comptine numérique Quantifier Faire une correspondance terme à terme Symboliser une quantité de manière abstraite (doigts, constellations)
Subitizing	Ils reconnaissent spontanément la quantité et la nomment	Ils reconnaissent la quantité mais ne savent pas la nommer, se contentent de montrer une quantité de doigts, une carte constellation, un nombre	Symboliser une quantité de manière abstraite (mot nombre, doigts, constellations)

« On fait les courses »

La deuxième séance travaille la compétence visant à synchroniser la récitation de la suite des mots nombres avec le pointage des objets à dénombrer en étant axé plus particulièrement sur l'objectif « réaliser une collection égale à un modèle ». La figure 6 présente deux types de modèles proposés aux élèves (constellation et doigts de la main) et les objets qu'ils peuvent y faire correspondre (petits jeux de la classe déjà connus et utilisés par les élèves lors de précédentes séances de numération).

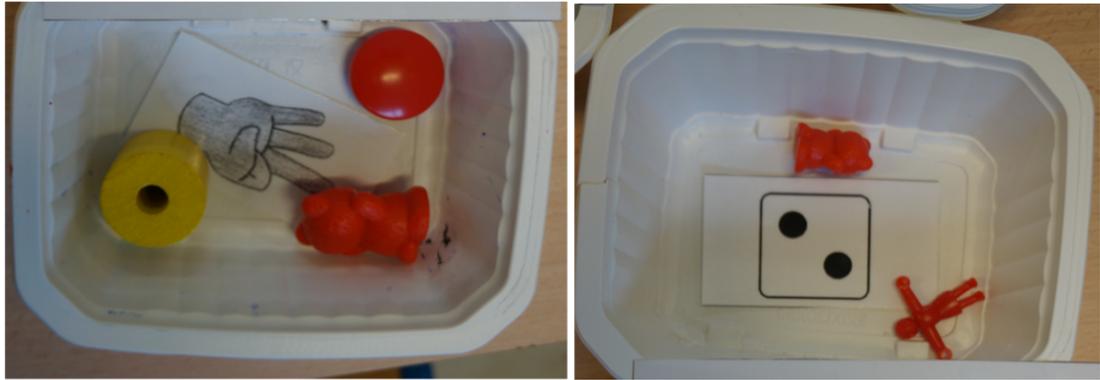


Figure 6 : Jeu de commande

Les élèves pourront mettre en place plusieurs stratégies pour parvenir au résultat attendu :

- Soit ils dénombrent le modèle proposé en pointant les objets avec leur index et en récitant la comptine numérique puis en allant chercher le bon nombre d'objets sans avoir besoin du modèle. Il s'agit là de la procédure que je qualifierai d'experte. Soit ils font la même chose, mais en ayant besoin du modèle.
- Soit ils utilisent le subitizing, reconnaissent spontanément la quantité présente sur leur carte ou comptent dans leur tête (auquel cas, je ne peux pas savoir comment ils sont parvenus à trouver la bonne quantité) et sont en mesure de trouver le nombre d'objets correspondant au modèle, avec ou sans le modèle.
- Soit ils énumèrent la quantité présente sur le modèle et trouvent un résultat erroné car ils ont pointé deux fois un même élément ou en ont oublié un. Ils ne parviennent alors pas à aller chercher la quantité d'objets voulus que ce soit avec ou sans le modèle.

Connaissances mobilisées	Procédure	Erreurs et difficultés	Connaissances utiles pour cette procédure
Énumération, désignation par une collection équipotente	Ils pointent les objets avec leur index et prennent ensuite la quantité correspondante pour la mettre dans la barquette sans être en mesure de l'oraliser	Ils montrent trois avec leurs doigts mais disent que cela fait deux. → ne savent pas désigner une quantité par un mot à l'oral	Mots nombres Quantifier Faire une correspondance terme à terme Symboliser une quantité de manière abstraite (doigts, constellations)
Énumération, désignation par une collection équipotente	Ils pointent les objets avec leur index et prennent ensuite la quantité correspondante pour la mettre dans la barquette en étant en mesure de l'oraliser	Ils montrent trois avec leurs doigts mais disent que cela fait deux. → ne savent pas désigner une quantité par un mot à l'oral	Mots nombres et comptine numérique Quantifier Faire une correspondance terme à terme Symboliser une quantité de manière abstraite (doigts, constellations)
Subitizing	Ils reconnaissent spontanément la quantité et la nomment	Ils reconnaissent la quantité mais ne savent pas la nommer, se contentent de montrer une quantité de doigts, une carte constellation, un nombre	Symboliser une quantité de manière abstraite (doigts, constellations)

Avant la mise en place de l'atelier, il semble également judicieux de réfléchir aux modulations probables des variables didactiques pour permettre aux élèves d'être dans la réussite de la tâche. Dans un souci de différenciation, le ou les nombres seront différents et choisis par l'enseignant dans un premier temps. Il en sera de même pour le format sous lequel ils seront présentés : pour les élèves les plus experts, l'écriture conventionnelle est de plus en plus privilégiée. Ensuite, les objets présents en magasin peuvent être de plus en plus disparates (crayons, épingles, petits jeux de la classe, étiquettes/images d'objets) pour amener les

élèves à ne pas assimiler la quantité à une variété d'objets et les conduire progressivement vers la secondarisation et l'abstraction.

En ce qui concerne l'autovalidation des propositions faites par les élèves, il est possible de la faire si l'on utilise une classe d'objets. Ainsi, lors d'une séquence précédente, j'avais utilisé des cubes percés que les élèves devaient assembler les uns aux autres pour constituer la chenille la plus longue possible. La validation de leur proposition de quantité se faisait à l'aide de la carte modèle comme présenté en figure 7. Le jeu de cartes est constitué de photographies de 1 à 5 cubes posés sur une surface imprimée et plastifiée.

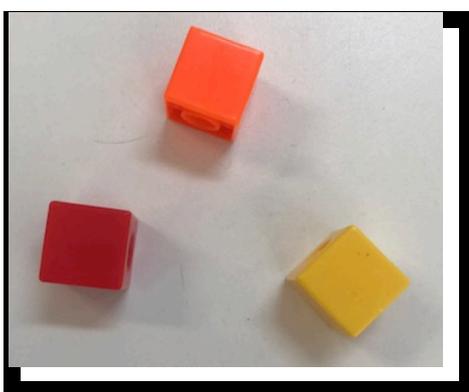


Figure 7 : modèle d'une des cartes du jeu de la chenille

En ce qui concerne l'autovalidation des résultats on peut envisager l'utilisation d'étiquettes images en lieu et place des objets. Cela rend alors possible la validation par l'intermédiaire de la figuration de l'étiquette image au dos du modèle.

3. Analyse

3.1. Analyse a posteriori des différentes séances

3.1.1. Séances de moyenne section

Première séance

L'atelier est mené auprès des 4 élèves de moyenne section présents ce jour-là. La séance dure 20 minutes. Je passe tout d'abord un temps à expliquer les consignes aux élèves pendant 3 minutes où j'en profite pour montrer ce qui est attendu sans trop en dire ni trop en faire :

« Vous comptez le nombre de cercles présents sur la chenille que vous avez devant vous. Vous retenez bien le nombre trouvé dans votre tête, puis vous allez chercher le nombre de jetons correspondant dans la barquette de votre couleur. Quand vous pensez avoir le bon nombre, vous revenez vous asseoir et vous vérifiez en posant les jetons sur les cercles de la chenille. Si vous avez bon, il n'y a plus de cercle vide ni de jeton en trop. Vous collez la gommette de votre couleur au dos de la chenille. Sinon, vous devez recommencer. Qui veut nous montrer comment faire ? »

Pendant la durée de cet exposé, je fais ce que je dis sans dire ce que je fais, c'est-à-dire que je dénombre ma collection en suivant le chemin dessiné par les cercles présents sur la chenille en pointant chaque élément avec mon index pendant que je récite la comptine numérique, mais je n'explique pas encore pourquoi.

K. accepte ensuite de montrer à ses camarades comment il fait. Il pointe chaque élément de sa collection et récite en même temps la comptine numérique : « 1... 2... 3... 4... 5 ! ». Il se lève, va jusqu'à la barquette de sa couleur prend un nombre de jetons et revient s'asseoir. Il pose les jetons sur chaque cercle vide de sa chenille. Il annonce : « C'est bon ! »

« Très bien K., vous avez vu ce qu'il faut faire ? Maintenant c'est à vous. » Je me tais pendant deux minutes. Et observe comment chacun fonctionne.

Lors de cette première séance, nous travaillons ensemble à faire émerger des stratégies d'énumération d'une collection (organisation spatiale, pointage et marquage des objets pendant la récitation de la comptine numérique). Le magasin de jetons étant placé à distance des élèves, il leur est nécessaire de mémoriser la quantité obtenue après dénombrement. Il me semble que la réduction des degrés de liberté et la possibilité d'autovalider son travail par l'utilisation des jetons adaptés et des gommettes à apposer à l'arrière du modèle une fois la collection dénombrée avec succès ont permis aux élèves d'être rapidement conscients de la réussite ou non de la tâche à accomplir.

Lors de cette première séance, K et A apparaissent plus à même d'énumérer les éléments de la collection qu'ils ont devant eux. Ainsi, ils pointent correctement les ronds à remplir en récitant la comptine numérique. Une fois le nombre d'éléments présents sur le modèle obtenu, ils sont en mesure d'aller chercher le bon nombre de jetons quasiment à chaque fois sans erreur.

D et C, quant à eux, parviennent à dénombrer les cases vides sur leur modèle, mais au moment d'aller chercher les jetons dans leur magasin, soit ils n'en rapportent pas le nombre correspondant, soit ils ont besoin du modèle pour dénombrer à nouveau les éléments une fois au magasin. Je n'avais pas nécessairement anticipé cet écart entre le prévu et le réalisé. Cependant, si un de leurs camarades ou moi-même leur passons une commande orale, ils parviennent à prendre le bon nombre de jetons dans leur barquette.

Le fait de ne pas parler pendant les deux premières minutes de l'atelier, m'a permis de constater que les élèves se sont beaucoup observés lors de cet atelier. Ainsi, j'ai vu apparaître certains phénomènes que j'assimile à du mimétisme : A dénombre les cases vides en les pointant du doigt puis récite la comptine numérique en posant les jetons dans lesdites cases, ce que font également C et K.

Au regard de cette première séance, je peux dire que A et K sont en mesure de mettre en place une stratégie d'énumération qui leur permette de trouver le cardinal voulu. Il leur faut maintenant s'entraîner pour systématiser et enrichir

davantage leur technique. La deuxième séance étudiée ensuite me permettra de voir si les observations réalisées lors de cette première séance se vérifient quand les élèves travaillent en autonomie, ou bien si de nouveaux éléments apparaissent, et si oui, lesquels ?

Pour ce qui est de D et C, il faut certainement que j'envisage une séance de remédiation, notamment lors de temps de travail plus individualisés. Cependant, le fait de travailler en autonomie peut aussi amener les élèves à développer d'autres stratégies avec leurs pairs, notamment dans le cadre de l'émergence d'un conflit sociocognitif.

L'analyse à posteriori de la deuxième séance va certainement venir infirmer ou confirmer ces différentes suppositions.

Deuxième séance

Comme dit précédemment, cet atelier se déroule en autonomie. Après visionnage de la vidéo, plusieurs stratégies apparaissent qui semblent correspondre à mon analyse à priori sur certains points. Les élèves les plus à l'aise ou en difficultés sont effectivement ceux repérés au préalable. Cependant, des éléments que je n'avais pas anticipés émergent.

D. fait ce qui lui est demandé pour un des modèles : il compte le nombre de cercles en les désignant du doigt et va chercher le nombre de jetons correspondant. Il vient me voir pour me demander que faire ensuite. Il range les jetons dans la boîte de sa couleur et colle la gommette de sa couleur au dos du dessin. D. revient me voir pour savoir que faire ensuite. A partir de ce moment, il se contente de prendre chaque dessin un par un et de coller une gommette au dos, sans faire l'exercice. Cela me questionne quant à sa compréhension de l'objectif de l'atelier : A-t-il compris ce qu'il fallait faire et pourquoi ? Sa motivation a-t-elle soudainement chuté car il ne comprenait pas l'exercice ? Les 3 autres enfants s'activent autour de lui. Il essaie uniquement de prendre une feuille sur laquelle il n'a pas encore collé de gommette, pourquoi ?

A. dénombre la collection envisagée oralement et en pointant chaque élément du doigt. Elle va chercher le nombre de jetons correspondant, les positionne sur les cercles, autovalide sa proposition et colle la gommette au dos du dessin. A. ne remet pas les jetons dans la boîte de sa couleur mais les réutilise pour chaque nouvelle collection. Ensuite elle dénombre la collection en pointant chaque élément du doigt et énonce le mot nombre suivant en pointant un nouvel élément de la collection. A. se lève pour aller chercher des jetons si le modèle présent devant elle nécessite un complément de sa part. Les jetons sont posés à côté de la collection à dénombrer et utilisés une fois le cardinal trouvé. Les jetons non utiles pour la collection envisagée restent là. Quand la vérification est faite, A. remet les jetons à cette place en voulant retourner la feuille pour coller la gommette. Ce qui fait qu'il n'y a plus de distance entre la carte désignation et le magasin de jetons. Je ne suis donc plus en mesure de vérifier si A. a mémorisé la quantité et la consigne de départ n'est plus respectée. Mais elle continue tout de même d'énumérer chaque élément de la collection envisagée en le pointant du doigt et en récitant la comptine numérique.

K. dénombre la collection envisagée en pointant chaque élément du doigt. Il va chercher le nombre de jetons correspondant, les positionne sur les cercles, autovalide sa proposition et colle la gommette au dos du dessin. K. ne remet pas les jetons dans la boîte de sa couleur, mais les réutilise pour chaque nouvelle collection. Il n'y a ainsi plus non plus de distance avec le modèle, K. fait uniquement de la correspondance terme à terme.

C. dénombre la première collection en pointant chaque élément du doigt. Une fois cette première collection dénombrée et la gommette collée au dos, garde les jetons à côté de la nouvelle feuille prise. C. prend une nouvelle feuille, et appose un jeton sur chaque cercle vide sans dénombrer au préalable. Elle ne travaille alors plus la quantité, mais uniquement la correspondance terme à terme.

A., K., D. suivent tous les trois le chemin tracé par les cercles pour les comptabiliser en les pointant du doigt. Même si l'on n'entend pas K. et D. nommer chaque unité on peut imaginer que dans leur tête, la comptine numérique défile. Cependant, si ce n'est pas le cas, pourquoi pointer chaque élément du doigt avant d'aller récupérer les jetons dans le magasin ? Est-ce un geste calqué sur ce qui a

été observé chez les adultes « experts » sans en comprendre l'utilité pour le dénombrement ?

On peut alors se demander si les élèves ont développé une stratégie de dénombrement pour prendre en compte tous les éléments de la collection sans compter 2 fois les mêmes ni en oublier puisque A., K. et C. ont tous les trois conservés leur stock de jetons à côté d'eux.

Pour conclure, on peut dire que l'étayage prédominant ici est de l'ordre de la réduction des degrés de liberté grâce au matériel mis en place pour la tenue de l'atelier en autonomie. Cependant, il aurait certainement fallu que je fasse une meilleure signalisation des caractéristiques dominantes aux élèves durant l'activité, car ils ne respectent pas la consigne d'aller à chaque fois déposer les jetons utilisés dans le magasin avant de prendre un nouveau modèle. Cet élément est certainement en lien avec un manque de clarté de mes propos lors de l'explicitation de la consigne en début de séance.

3.1.2. Séances de petite section

Loto

Après visionnage de la vidéo, j'ai décidé d'analyser uniquement un extrait de la vidéo réalisée lors de l'atelier (1 minute et 4 secondes). Les 6 élèves sont désignés par leurs initiales et l'enseignante par les lettres PE. Nous allons dorénavant voir comment les élèves agissent au cours de l'atelier.

PE montre la carte constellation pour obtenir le nombre inscrit dessus aux élèves :

A. et C. montrent « 2 » avec leurs doigts

P. montre la quantité : 2

PE à S. : Vas-y compte...

S. pointe les éléments avec 2 doigts (la bonne quantité) plusieurs fois et dit : 2, 4, 7, 8.

L'enseignante *arrête le mouvement de S.* : Non... On commence par quoi ?

S. *montre un des points avec son index* : 2

PE : On commence par 2 ?

S. et PE : 1... S. *montre le même point avec son index*

S. *en montrant le deuxième point* : 2...

PE : Donc il y a combien de points ? *Retire la carte et entoure les points avec son index.* Ça fait combien de points ?

S. : *entoure la collection avec son index.*

PE : ça fait combien de points ?

S. : 1... 2... *en pointant chaque élément compté avec son index*

PE : donc il y a ... ?

S. : 3

PE : *en pointant chaque élément avec son index* : 1... 2..., 1 et encore 1 ça fait 2. Donc il y a... *en entourant les points avec son index* ça fait... 2 points.

PE *montre les cartes « 2 » et « canard » à tous les élèves de l'atelier* :
Donc on cherche... 2 canards... D'accord ? Est-ce que quelqu'un a 2 canards sur sa carte ? C est-ce que tu as 2 canards de dessinés sur ta carte ? Non ? Personne n'a 2 canards ? Bon ben tant pis, on change. Tu as combien de canards sur ta carte C. ?

Dans la vidéo, je m'attarde plus spécifiquement sur S. qui montre « 2 » avec ses doigts. Quand je lui demande de dénombrer la collection, il n'y a pas de correspondance entre ce que S. dit et montre avec ses doigts. Cette erreur semble particulièrement pouvoir s'expliquer par sa méconnaissance de la comptine numérique. En effet, lorsque j'entoure la collection pour lui signifier ce qui doit être dénombré, S. ne nomme pas de quantité, mais entoure également les deux points. Mais peut-être ne s'agit-il que de mimétisme car S. n'a pas compris le sens de ce que je lui demande.

Par la suite, quand S. énumère les éléments de la collection, on voit que son action n'est ni ordonnée dans le geste ni dans la parole. Peut-être n'a-t-elle pas conscience de ce qu'elle réalise, ne met-elle pas de sens dans son action ? A quoi cela va-t-il me servir de compter les points ? Pourquoi ne les compter qu'une seule fois chacun ? Quel est le but de tout cela ? Le contrat didactique n'a certainement pas été assez explicitement précisé et les éléments langagiers que j'utilise ne sont pas assez clairs. Ainsi, quand je demande à S. « Par quoi on commence ? », dans sa tête, l'élève semble comprendre « par quel point commence-t-on à compter ? » puisque S. pointe l'un des deux points de la collection, pensant que cette réponse est celle attendue. Si la question posée avait été « quel nombre dit-on en premier quand on compte ? » S. aurait peut-être donné une mauvaise réponse également, mais un nombre aurait plus certainement été nommé.

Tous ces éléments m'amènent à questionner les différents éléments à retravailler pour les prochains ateliers.

Dans un premier temps, je dois absolument mieux définir les objectifs d'apprentissage : Les élèves doivent-ils nommer la quantité ? Doivent-ils nécessairement être en mesure de la désigner avec les doigts ou montrer une autre représentation de la quantité est-il suffisant ? Comment les éléments langagiers que j'amène en tant qu'enseignante peuvent-ils mieux aider les élèves à être dans la réussite ?

Ensuite, il serait peut-être judicieux de réfléchir à une modulation des variables didactiques. En effet, la différence de représentation entre les cartes présentes devant chaque élève et les constellations proposées pour identifier les quantités peut représenter un obstacle que l'on peut gommer en agissant sur le matériel utilisé. Mon objectif est d'amener les élèves à être conscients du fait que l'organisation spatiale de chaque objet permet de comprendre que la quantité est indépendante de l'organisation de ces mêmes objets les uns par rapport aux autres. S'il s'agit ici de dénombrer les quantités, peut-être dois-je envisager de supprimer les éléments pouvant rendre cette tâche difficile (du moins temporairement) ? Ainsi, je pourrais expérimenter la présentation d'une carte avec le nombre d'objets voulus en utilisant les objets en question représentés dessus et suivant la même organisation spatiale que celle présente sur leur carte.

De plus, chaque carte comprend 6 cases comportant chacune entre 1 et 5 objets différents. Or les élèves concernés par l'atelier ne peuvent encore dénombrer une collection au delà de 3 ou 4. Il faut donc modifier les cartes pour que seules les collections de 1 à 3 éléments apparaissent, ceci pour ne pas trop surcharger la mémoire de travail. Si l'on travaille avec des collections de 1 à 5 éléments, cela permet aux élèves d'utiliser leur capacité de subitizing, mais au-delà, il faudra certainement prévoir un travail plus spécifique sur l'apprentissage de la file numérique.

Si l'on utilise un même objet dans toutes les collections présentes sur chaque carte, cela permet de dénombrer de plus grandes quantités car l'objet à chercher représente l'unité de référence. Ensuite, il s'agit de définir si la quantité indiquée sur la carte est identique à celle demandée. Cette action permet alors à la mémoire de travail d'être uniquement focalisée sur l'objet recherché, au détriment des autres.

Ensuite, il est envisageable de mélanger les objets recherchés pour amener les élèves à dissocier la quantité voulue, de la nature des objets commandés pour qu'ils comprennent que la quantité reste la même quelle que soit la nature des objets envisagés (5 reste 5, que l'on envisage des avions ou des fourmis...). Les élèves se concentrent alors uniquement sur la quantité voulue.

Pour ce qui est de la conduite de l'atelier en lui-même, la clarté de la transmission des consignes, et ici, en particulier des règles du jeu du Loto devra certainement être revue (le jeton posé sur la case signifie que c'est la combinaison recherchée).

Un point semble également devoir être retravaillé concernant l'obtention immédiate de la réponse juste au problème proposé. Cela n'a pas été le cas lors de la séance présentée puisque je n'avais pas fait attention au fait que la combinaison proposée ne figurait sur aucune des cartes présentes devant les élèves.

Afin d'étayer davantage l'activité, et pour maintenir l'orientation de mon propos, je peux envisager de mettre un jeton plus gros ou une carte « gagné ! » bien en évidence pour que les élèves se souviennent que l'objectif est ici de jouer au loto et, a fortiori, de gagner.

« On fait les courses »

Lors de cet atelier, 5 élèves sont présents : A., E., S., L1., L2. Il s'agit de la deuxième fois que ces élèves font cet atelier, mais cette séance se déroule en autonomie. J'ai décidé de m'intéresser spécifiquement à trois élèves A., S. et E. qui échangent en gestes, regards et paroles sur les procédures utilisées sans que je ne leur aie donné aucune consigne en ce sens. Dès les 20 premières secondes de la vidéo, après le rappel de la tâche à accomplir, ils ont fait leur course.

A. a 3 objets dans sa main gauche et montre sa carte constellation à S.

E. : « c'est 3 ».

S. enchaîne en prenant également ses objets et sa carte constellation.

Elle met les 2 objets sur la carte modèle et dit : « c'est 2 comme ça. »

Elle pose alors tous ces éléments sur la table. S. ne le dit pas de façon audible, mais on peut lire sur ses lèvres pendant qu'elle pose les objets :

« 1... 2... »

E. enlève tout ce qu'il a mis dans sa barquette, prend sa carte constellation, en la montrant, il dit : « c'est 3 » puis il compte les points en les désignant avec son index : « 1...2...3...4... »

Une minute plus tard, E. enlève les objets de sa barquette en les énumérant : « 1...2...3...4... » Pour chaque mot nombre prononcé, il y a bien un objet qui lui correspond.

Cet extrait nous révèle différents éléments intéressants pour l'analyse à posteriori. Du point de vue des variables didactiques, on constate ici que l'attention des élèves est rapidement accaparée par les éléments perturbateurs, en l'occurrence ici, les petits jeux utilisés pour réaliser les collections. Les élèves exécutent la tâche demandée dans les 20 secondes qui suivent la passation de la consigne, puis ils prennent 1 minute à échanger sur la commande que chacun a reçue et la réponse qui y a été apportée.

Ensuite, pendant les 3 minutes suivantes, les élèves jouent. Apparaît ici, alors, la nécessité d'étayer mon atelier en maintenant l'orientation et en rappelant la tâche à réaliser. Une fois cela fait, les élèves se remettent dans l'activité.

Depuis la séance du loto, S. a évolué dans la manière de concevoir le nombre. Elle semble désormais en mesure de dire que le modèle représente la quantité 2, de réciter la comptine numérique et de faire correspondre la collection créée au modèle proposé (en posant les objets dessus). On peut alors se demander s'il s'agit réellement de l'acquisition d'une compétence en numération, ou bien si cela s'explique par la mise en place de modalités différentes. En effet, le jeu n'est pas le même et l'objectif visé est différent (il ne s'agit pas de gagner au loto, mais de faire des courses en constituant une collection d'objets équipotente à un modèle). Les élèves sont ici autonomes dans l'activité, ce qui n'était pas le cas dans le loto. Peut-être que l'absence de l'adulte rend S. plus libre de faire ce qu'elle sait faire sans crainte de ne pas répondre aux attendus supposés de l'enseignant. De plus, le temps d'échange avec les pairs me semble primordial, chacun étant alors en droit de dire ce qu'il avait fait. On peut enfin se demander si l'explication de cette évolution se trouve « tout simplement » dans la maturation cérébrale de S. qui a grandi depuis le mois de novembre et qui s'est nourri de toutes ces expérimentations quotidiennes dans tous les domaines.

Cependant, cet échange semble avoir ses limites, puisque ni A., ni S. ne sont en mesure de dire à E. qu'il n'a pas mis 3 objets dans sa boîte comme annoncé et montré sur sa carte. E. désigne les différents points de la constellation avec son index en récitant la suite numérique jusqu'à 4, il met bien 4 objets dans sa boîte, MAIS il n'y a que 3 points sur sa carte. Je ne saurais trop expliquer pourquoi il commet cette erreur. Il semble que la quantité 4 soit constituée chez E., mais pas la quantité 3. Or nous avons vu précédemment que les nombres jusqu'à 5 sont construits dans l'ordre. Il pourrait être intéressant de réitérer cette expérience en proposant une carte avec 2 ou 4 points pour voir comment et quelle collection constitue E.

On peut donc faire ressortir différents éléments de cette séance. Du point de vue de l'étayage, on constate que la réduction des degrés de liberté a permis à ces trois élèves de réaliser la tâche demandée, mais l'absence de signalisation des caractéristiques dominantes n'a pas permis de constater les écarts entre le modèle proposé et la collection réalisée. Ce point aurait certainement pu être anticipé si j'avais présenté aux élèves la possibilité d'échanger sur leurs productions lors de la passation des consignes.

Conclusion

Rappelons ici que mon objectif était de comprendre comment enseigner des stratégies d'énumération aux élèves qui leur permettront ensuite de dénombrer des collections d'éléments ?

Suite à l'analyse des séances menées, je pense pouvoir être en mesure de répondre ainsi :

Il semble important d'explicitier aux élèves les stratégies d'énumération qui leur permettront de dénombrer une quantité avec précision. Les éléments de langage sont notamment inducteurs, comme l'a montrée ma pratique au sein des ateliers.

Si un temps de travail en autonomie paraît nécessaire pour l'expérimentation et la manipulation, il semble qu'il soit alors nécessaire de s'appuyer davantage sur le rôle d'étayage de l'enseignant ou des pairs.

Les séances conduites ont aussi montré qu'un des aspects centraux est une mise en œuvre des séances plaçant les élèves en position d'acteurs de leurs apprentissages. Il s'agit alors de savoir conjuguer habilement les éléments ressortant de l'analyse à priori de ces séances (objectifs d'apprentissage, variables didactiques, procédures des élèves, éléments langagiers...) avec l'observation des productions des élèves au moment où les activités se déroulent. Ainsi, cela permettra un ajustement des variables didactiques de façon quasi immédiate.

Enfin, je me demande si, en l'absence de ces stratégies explicites d'énumération, la population préalablement instruite a su trouver d'autres canaux pour développer ses compétences en numération ? Existerait-il un lien à établir entre le moment de leur mise en place, l'apprentissage des notions mathématiques et l'apparition des tests PISA ?

Bibliographie

- Baruk, S. (2003). *Comptes pour petits et grands, Vol 1*. Paris, France : Magnard.
- Brissiaud, R. (1989). *Comment les enfants apprennent à calculer*. Paris, France : Retz.
- Brissiaud, R. (2002). Compter à l'école maternelle ? Oui, mais... *Grand N Spécial Maternelle Approche du nombre Tome 1*.
- Brissiaud, Rémi (2019) *Mathématiques au cycle 1*. Enregistrement audio de la conférence organisée par l'INSPE du Mans.
- Brissiaud, R. (2007). *Premiers pas vers les maths*. Paris, France : Retz.
- Brousseau, G. (1984). L'enseignement de l'énumération : étude de deux problèmes pratiques et fondamentaux dans le cadre de la théorie des situations et du contrat didactique. Conférence au Congrès ICME 1984 (Adélaïde).
- Bruner, J. (1998). *Le développement de l'enfant : savoir faire, savoir dire*. Paris, France : PUF. (6^{ème} édition).
- Dorier, J.-L. (2018). *Enseigner les mathématiques : didactique et enjeux de l'apprentissage*. Paris, France : Belin éducation.
- Fayol, M. (2018). *L'acquisition du nombre*. Paris, France : Que sais-je ?
- Margolinas, C. et Wozniak, F. (2012). *Le nombre à l'école maternelle : une approche didactique*. Paris, France : De Boeck.
- Margolinas, C., Wozniak, F., et Rivière, O. (2015). Situation d'énumération et exploration des collections. *Recherche en Didactique des Mathématiques* 38(1), 1-15. Repéré à <https://revue-rdm.com/>
- Piaget, J. Szeminska A. (1941). *La genèse du nombre chez l'enfant*. Paris, France : Delachaux et Niestlé.
- Vygotski, L. (1936) *Pensée et langage*. Paris, France : La Dispute.

Académie de Grenoble. (2013-2014). Du comptage au dénombrement. Repéré à http://www.ac-grenoble.fr/ecole/74/maths.sciences74/IMG/pdf/3_denommer_des_collections.pdf

Ministère de l'Education Nationale. (2015). *Programme d'enseignement de l'école maternelle*. (Publication n° MENE1504759A). Repéré à <https://www.education.gouv.fr/bo/15/Special2/MENE1504759A.htm>

Annexes

Annexe 1 : séquence moyenne section : « Les quantités »

Annexe 2 : séance petite section : « Loto »

Annexe 3 : séquence petite section : « On fait les courses »

Annexe 4 : extrait du Programme d'enseignement de l'école maternelle de 2015

Annexe 1

Séquence : Les quantités					
Classe : MS	Effectif : 6	Période : 3	Nombre de séances : 6	Domaine : Construire les premiers outils pour structurer sa pensée ; langage	
Objectif de séquence : résoudre des problèmes de quantité					
Attendu de fin de cycle : Réaliser une collection dont le cardinal est donné. Utiliser le dénombrement pour comparer deux quantités, pour constituer une collection d'une taille donnée ou pour réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée.					
Compétences travaillées : Synchroniser la récitation de la suite des mots nombres avec le pointage des objets à dénombrer. Dénombrer en organisant le comptage.					
Numéro de séances	Objectif général	Description Tâche des élèves, du PE		Matériel, organisation	Consignes
1 Durée 20 min	<i>Evaluation diagnostique</i> Réaliser une collection égale à une collection proche Différenciation : nombre de galettes.	Tâche des élèves : prennent juste ce qu'il faut de fèves dans la boîte pour en avoir une sur chaque galette. Valident les propositions des camarades. Retrouvent les fèves mal placées. Tâche du PE : explicite les consignes. Valide le nombre de fèves rapportées. Déplace les fèves sur les galettes pour que les élèves les retrouvent.		Ateliers Blocs logiques ronds, pions/fèves Barquettes de cuisine	Chaque galette doit avoir une fève et une seule.

<p style="text-align: center;">2</p> <p style="text-align: center;">Durée</p> <p style="text-align: center;">20 min</p>	<p><i>Phase d'entraînement</i></p> <p>Réaliser une collection égale à une collection éloignée</p> <p>Différenciation : nombre de galettes.</p>	<p>Tâche des élèves : prennent juste ce qu'il faut de fèves dans la boîte pour en avoir une sur chaque galette. Entre 5 et 9 galettes par élève.</p> <p>Tâche du PE : explicite les consignes. Valide le nombre de fèves rapportées.</p>	<p>Ateliers</p> <p>Blocs logiques ronds, pions/fèves Barquettes de cuisine</p>	<p>Chaque galette doit avoir une fève et une seule.</p>
<p style="text-align: center;">3</p> <p style="text-align: center;">Durée</p> <p style="text-align: center;">20 min</p>	<p><i>Phase d'entraînement</i></p> <p>Dénombrer en suivant une ligne</p> <p>Différenciation : nombre de ronds à remplir. Pointer les ronds en même temps que les élèves.</p>	<p>Tâche des élèves : prennent dans la boîte autant de jetons qu'il y a de points sur le dessin, posent les jetons sur le côté du dessin et les placent sur le dessin une fois sûrs qu'ils en ont le bon nombre. Remettent les jetons dans la boîte s'ils ont réussi et collent une gommette en face de leur prénom au dos de la feuille. Recommencent avec un autre dessin. Expliquent comment ils ont fait pour compter.</p> <p>Tâche du PE : demande aux élèves d'expliquer comment ils ont procédé. Procédure à expliquer, à faire émerger : pour trouver le bon nombre de jetons il faut pointer chaque rond du dessin une seule fois en suivant la ligne et garder le dernier mot nombre en mémoire. Retenir que pour prendre les jetons il faut les compter en les déplaçant et s'arrêter au bon nombre.</p>	<p>Atelier</p> <p>Fiches chenilles, poissons, serpents</p> <p>1 barquette par élève, des boîtes avec des jetons</p>	<p>Mettre un jeton sur chaque rond de la chenille, du serpent ou du poisson</p>

<p style="text-align: center;">4</p> <p style="text-align: center;">Durée</p> <p style="text-align: center;">20 min</p>	<p><i>Phase d'entraînement</i></p> <p>Dénombrer en organisant son comptage</p> <p>Différenciation : nombre de formes à remplir. Pointer les formes en même temps que les élèves.</p>	<p>Tâche des élèves : prennent dans la boîte autant de jetons qu'il y a de formes sur le dessin, posent les jetons sur le côté du dessin et les placent sur le dessin une fois sûrs qu'ils en ont le bon nombre. Remettent les jetons dans la boîte s'ils ont réussi et collent une gommette en face de leur prénom au dos de la feuille. Recommencent avec un autre dessin. Expliquent comment ils ont fait pour compter.</p> <p>Tâche du PE : demande aux élèves d'expliquer comment ils ont procédé. Procédure à expliquer, à faire émerger : pour trouver le bon nombre de jetons il faut pointer chaque forme du dessin une seule fois en pointant le point de départ avec un feutre et chaque forme comptée ensuite, garder le dernier mot nombre en mémoire. Retenir que pour prendre les jetons il faut les compter en les déplaçant et s'arrêter au bon nombre.</p>	<p>Atelier</p> <p>Fiches château, « bâtonnets », serpent</p> <p>1 barquette par élève, des boîtes avec des jetons</p>	<p>Mettre un jeton sur chaque forme du dessin</p>
---	---	--	---	---

<p style="text-align: center;">5</p> <p style="text-align: center;">Durée</p> <p style="text-align: center;">20 min</p>	<p><i>Phase d'entraînement</i></p> <p>Dénombrer en organisant son comptage</p> <p>Différenciation : Pointer les formes en même temps que les élèves.</p>	<p>Tâche des élèves : tirent une carte dans le tas chacun leur tour. Prennent dans la boîte autant de jetons qu'il y a de points sur la coccinelle. Posent les pions à côté de la coccinelle et les placent sur la coccinelle quand ils sont sûrs d'avoir la bonne quantité. Remettent les pions dans la boîte et gardent la carte s'ils ont réussi.</p> <p>Tâche du PE : explique les règles du jeu en montrant l'exemple sur une carte coccinelle. Explicite que pour compter les points sur la coccinelle, il faut utiliser la suite des nombres en pointant chaque objet une seule fois et garder en mémoire le dernier nombre dit ; que pour compter les jetons il faut s'arrêter au bon nombre ; que pour continuer à jouer il faut retenir les procédures découvertes.</p>	<p>Atelier</p> <p>Cartes coccinelle</p> <p>1 barquette par élève, 12 jetons par élève</p>	<p>Le gagnant est celui qui a le plus de cartes coccinelles à la fin de la partie.</p> <p>Après 4 tours, le gagnant est celui qui a le plus de cartes.</p>
<p style="text-align: center;">6</p> <p style="text-align: center;">Durée</p> <p style="text-align: center;">20 min</p>	<p><i>Evaluation sommative</i></p> <p>Dénombrer en organisant son comptage</p>	<p>Tâche des élèves : tirent une carte dans le tas chacun leur tour. Prennent dans la boîte autant de jetons qu'il y a de points sur la coccinelle. Posent les pions à côté de la coccinelle et les placent sur la coccinelle quand ils sont sûrs d'avoir la bonne quantité. Remettent les pions dans la boîte et gardent la carte s'ils ont réussi.</p> <p>Tâche du PE : observent les procédures des élèves.</p>	<p>Atelier</p> <p>Cartes coccinelle</p> <p>1 barquette par élève, 12 jetons par élève</p>	<p>Le gagnant est celui qui a le plus de cartes coccinelles à la fin de la partie.</p> <p>Après 4 tours, le gagnant est celui qui a le plus de cartes.</p>

Annexe 2

Séance : Loto				
Classe : TP-PS	Effectif : 21	Période : 3	Nombre de séances : 4	Domaine : Construire les premiers outils pour structurer sa pensée ; langage.
Objectif de séquence : Associer un nombre à une collection qu'elle qu'en soit la nature				
Attendu de fin de cycle : Évaluer et comparer des collections d'objets avec des procédures numériques ou non numériques. Avoir compris que le cardinal ne change pas si on modifie la disposition spatiale ou la nature des éléments.				
Compétences travaillées : Appréhender l'usage cardinal des nombres				
Numéro de séances	Objectif général	Description Tâche des élèves, du PE		Matériel, organisation
1	<i>Evaluation diagnostique</i>	Jeu de référence : le loto		Atelier dirigé : 6 élèves
Durée 20 min	Identifier le cardinal quel que soit l'objet envisagé Différenciation à prévoir : -Nombre d'objets différents à repérer entre 2 et 6 -Modèle	Tâche de l'élève : repérer le nombre d'objet voulu et trouver s'il possède la combinaison sur sa carte de loto. Tâche du PE : Présentation des règles du jeu et s'assure de la bonne compréhension en faisant reformuler les élèves. Observation (cf. fiche d'observation).		Cartes Loto, jetons Cartes constellation 1 à 6 Cartes objets (playmobil, voiture, ballon, chien en peluche, tambourin, canard en plastique)
Remarques : Cette première séance n'a pas bien fonctionné car le nombre d'objets n'était pas adapté aux capacités des élèves. Au-delà de 3 objets, les élèves étaient en difficulté pour faire correspondre le nombre d'objet voulu à ceux présents sur leur carte. De plus, la présence de collection de 4 à 6 objets sur ces mêmes cartes induisait des erreurs dans les réponses des élèves. Si la combinaison à trouver était 3 canards en plastique et que la carte d'un élève comportait 4 à 6 canards, il disait régulièrement avoir la bonne combinaison avant de se rendre compte que ce n'était pas le cas en dénombrant la collection. Le système de traçage des objets est ici sollicité mais mis en défaut par la présence de nombre trop élevés. Le jeu du loto peut être utilisé régulièrement entre les différentes séquences pour évaluer les progressions des élèves. Séance de remédiation proposée suite à la séance menée en classe : Jeu du Loto ou seules des collections de 3 objets étaient présentes sur les cartes de loto (à augmenter en fonction de l'augmentation des capacités de dénombrement et de la capacité accrue de reconnaissance de collections au cardinal de plus en plus élevé.)				

Annexe 3

Séquence : Les quantités				
Classe : PS	Effectif : 17	Période : 4	Nombre de séances : 4	Domaine : Construire les premiers outils pour structurer sa pensée ; langage
Objectif de séquence : constituer des collections égales à un modèle.				
Attendu de fin de cycle : Réaliser une collection dont le cardinal est donné. Utiliser le dénombrement pour comparer deux quantités, pour constituer une collection d'une taille donnée ou pour réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée.				
Compétences travaillées : Synchroniser la récitation de la suite des mots nombres avec le pointage des objets à dénombrer.				
Numéro de séances	Objectif général	Description Tâche des élèves, du PE	Matériel, organisation	Consignes
1 Durée 20 min	<p style="color: #c00000;"><i>Evaluation diagnostique</i></p> <p>Réaliser une collection égale à un modèle</p> <p>Différenciation :</p> <p>Modèle proposé : constellation, doigts, écriture chiffrée</p> <p>Nombre d'objet plus ou moins grand</p>	<p>Tâche des élèves : prennent le nombre d'objets égal au modèle dans la grande barquette et les mettent dans les petites barquettes</p> <p>Tâche du PE : explicite les consignes.</p> <p>Demande aux élèves de verbaliser : quantité voulue</p>	<p>Ateliers</p> <p>Grandes barquettes avec jeux de constructions de la classe</p> <p>Petites barquettes</p> <p>Cartes constellations, doigts, nombres</p>	<p>Mettre dans la barquette autant d'objets que sur le modèle</p>

<p style="text-align: center;">2</p> <p>Durée</p> <p>20 min</p>	<p><i>Phase d'entraînement</i></p> <p>Réaliser une collection égale à un modèle</p> <p>Différenciation :</p> <p>Modèle proposé : constellation, doigts, écriture chiffrée</p> <p>Nombre d'objet plus ou moins grand</p>	<p>Tâche des élèves : prennent le nombre d'objets égal au modèle dans la grande barquette et les mettent dans les petites barquettes</p> <p>Tâche du PE : explicite les consignes.</p> <p>Demande aux élèves de verbaliser : quantité voulue</p>	<p>Atelier autonome</p> <p>Grandes barquettes avec jeux de constructions de la classe</p> <p>Petites barquettes</p> <p>Cartes constellations, doigts, nombres</p>	<p>Mettre dans la barquette autant d'objets que sur le modèle</p>
<p style="text-align: center;">3</p> <p>Durée</p> <p>20 min</p>	<p><i>Phase d'entraînement</i></p> <p>Réaliser une collection égale à un modèle éloigné</p> <p>Différenciation :</p> <p>Modèle proposé : constellation, doigts, écriture chiffrée</p> <p>Nombre d'objet plus ou moins grand</p>	<p>Tâche des élèves : prennent le nombre d'objets égal au modèle dans la grande barquette et les mettent dans les petites barquettes</p> <p>Tâche du PE : explicite les consignes.</p> <p>Demande aux élèves de verbaliser : quantité voulue</p>	<p>Atelier autonome</p> <p>Grandes barquettes avec jeux de constructions de la classe</p> <p>Petites barquettes</p> <p>Cartes constellations, doigts, nombres</p>	<p>Mettre dans la barquette autant d'objets que sur le modèle</p>

<p style="text-align: center;">4</p> <p>Durée</p> <p>20 min</p>	<p><i>Phase d'entraînement</i></p> <p>Réaliser une collection égale à un modèle éloigné</p> <p>Différenciation :</p> <p>Modèle proposé : constellation, doigts, écriture chiffrée</p> <p>Nombre d'objet plus ou moins grand</p>	<p>Tâche des élèves : prennent le nombre d'objets égal au modèle dans la grande barquette et les mettent dans les petites barquettes</p> <p>Tâche du PE : explicite les consignes.</p> <p>Demande aux élèves de verbaliser : quantité voulue</p>	<p>Atelier autonome</p> <p>Grandes barquettes avec jeux de constructions de la classe</p> <p>Petites barquettes</p> <p>Cartes constellations, doigts, nombres</p>	<p>Mettre dans la barquette autant d'objets que sur le modèle</p>
--	--	--	---	---

Extrait du Programme d'enseignement de l'école maternelle de 2015

4. Construire les premiers outils pour structurer sa pensée

4.1. Découvrir les nombres et leurs utilisations

Depuis leur naissance, les enfants ont une intuition des grandeurs qui leur permet de comparer et d'évaluer de manière approximative les longueurs (les tailles), les volumes, mais aussi les collections d'objets divers (« il y en a beaucoup », « pas beaucoup »...). À leur arrivée à l'école maternelle, ils discriminent les petites quantités, un, deux et trois, notamment lorsqu'elles forment des configurations culturellement connues (dominos, dés). Enfin, s'ils savent énoncer les débuts de la suite numérique, cette récitation ne traduit pas une véritable compréhension des quantités et des nombres. L'école maternelle doit conduire progressivement chacun à comprendre que les nombres permettent à la fois d'exprimer des quantités (usage cardinal) et d'exprimer un rang ou un positionnement dans une liste (usage ordinal). Cet apprentissage demande du temps et la confrontation à de nombreuses situations impliquant des activités pré-numériques puis numériques.

4.1.1. Objectifs visés et éléments de progressivité

La construction du nombre s'appuie sur la notion de quantité, sa codification orale et écrite, l'acquisition de la suite orale des nombres et l'usage du dénombrement. Chez les jeunes enfants, ces apprentissages se développent en parallèle avant de pouvoir se coordonner : l'enfant peut, par exemple, savoir réciter assez loin la comptine numérique sans savoir l'utiliser pour dénombrer une collection.

Dans l'apprentissage du nombre à l'école maternelle, il convient de faire construire le nombre pour exprimer les quantités, de stabiliser la connaissance des petits nombres et d'utiliser le nombre comme mémoire de la position. L'enseignant favorise le développement très progressif de chacune de ces dimensions pour contribuer à la construction de la notion de nombre. Cette construction ne saurait se confondre avec celle de la numération et des opérations qui relèvent des apprentissages de l'école élémentaire.

Construire le nombre pour exprimer les quantités

Comprendre la notion de quantité implique pour l'enfant de concevoir que la quantité n'est pas la caractéristique d'un objet mais d'une collection d'objets (l'enfant doit également comprendre que le nombre sert à mémoriser la quantité). L'enfant fait d'abord appel à une estimation perceptive et globale (plus, moins, pareil, beaucoup, pas beaucoup). Progressivement, il passe de l'apparence des collections à la prise en compte des quantités. La comparaison des collections et la production d'une collection de même cardinal qu'une autre sont des activités essentielles pour l'apprentissage du nombre. Le nombre en tant qu'outil de mesure de la quantité est stabilisé quand l'enfant peut l'associer à une collection, quelle qu'en soit la nature, la taille des éléments et l'espace occupé : cinq permet indistinctement de désigner cinq fourmis, cinq cubes ou cinq éléphants.

Les trois années de l'école maternelle sont nécessaires et parfois non suffisantes pour stabiliser ces connaissances en veillant à ce que les nombres travaillés soient composés et décomposés. La maîtrise de la décomposition des nombres est une condition nécessaire à la construction du nombre.

Stabiliser la connaissance des petits nombres

Au cycle 1, la construction des quantités jusqu'à dix est essentielle. Cela n'exclut pas le travail de comparaison sur de grandes collections. La stabilisation de la notion de quantité, par exemple trois, est la capacité à donner, montrer, évaluer ou prendre un, deux ou trois et à composer et décomposer deux et trois. Entre deux et quatre ans, stabiliser la connaissance des petits nombres (jusqu'à cinq) demande des activités nombreuses et variées portant sur la décomposition et recomposition des petites quantités (trois c'est deux et encore un ; un et encore deux ; quatre c'est deux et encore deux ; trois et encore un ; un et encore trois), la reconnaissance et l'observation des constellations du dé, la reconnaissance et l'expression d'une quantité avec les doigts de la main, la correspondance terme à terme avec une collection de cardinal connu.

L'itération de l'unité (trois c'est deux et encore un) se construit progressivement, et pour chaque nombre. Après quatre ans, les activités de décomposition et recomposition s'exercent sur des quantités jusqu'à dix.

Utiliser le nombre pour désigner un rang, une position

Le nombre permet également de conserver la mémoire du rang d'un élément dans une collection organisée. Pour garder en mémoire le rang et la position des objets (troisième perle, cinquième cerceau), les enfants doivent définir un sens de lecture, un sens de parcours, c'est-à-dire donner un ordre. Cet usage du nombre s'appuie à l'oral sur la connaissance de la comptine numérique et à l'écrit sur celle de l'écriture chiffrée.

Construire des premiers savoirs et savoir-faire avec rigueur

Acquérir la suite orale des mots-nombres

Pour que la suite orale des mots-nombres soit disponible en tant que ressource pour dénombrer, il faut qu'elle soit stable, ordonnée, segmentée et suffisamment longue. Elle doit être travaillée pour elle-même et constituer un réservoir de mots ordonnés. La connaissance de la suite orale des noms des nombres ne constitue pas l'apprentissage du nombre mais y contribue.

Avant quatre ans, les premiers éléments de la suite numérique peuvent être mis en place jusqu'à cinq ou six puis progressivement étendus jusqu'à trente en fin de grande section. L'apprentissage des comptines numériques favorise notamment la mémorisation de la suite des nombres, la segmentation des mots-nombres en unités linguistiques ; ces acquis permettent de repérer les nombres qui sont avant et après, le suivant et le précédent d'un nombre, de prendre conscience du lien entre l'augmentation ou la diminution d'un élément d'une collection.

Écrire les nombres avec les chiffres

Parallèlement, les enfants rencontrent les nombres écrits notamment dans des activités occasionnelles de la vie de la classe, dans des jeux et au travers d'un premier usage du calendrier. Les premières écritures des nombres ne doivent pas être introduites précocement mais progressivement, à partir des besoins de communication dans la résolution de situations concrètes. L'apprentissage du tracé des chiffres se fait avec la même rigueur que celui des lettres. La progression de la capacité de lecture et d'écriture des nombres s'organise sur le cycle, notamment à partir de quatre ans. Le code écrit institutionnel est l'ultime étape de l'apprentissage qui se poursuit au cycle 2.

Dénombrer

Les activités de dénombrement doivent éviter le comptage-numérotage et faire apparaître, lors de l'énumération de la collection, que chacun des noms de nombres désigne la quantité qui vient d'être formée (l'enfant doit comprendre que montrer trois doigts, ce n'est pas la même chose que montrer le troisième doigt de la main). Ultérieurement, au-delà de cinq, la même attention doit être portée à l'élaboration progressive des quantités et de leurs relations aux nombres sous les différents codes. Les enfants doivent comprendre que toute quantité s'obtient en ajoutant un à la quantité précédente (ou en enlevant un à la quantité supérieure) et que sa dénomination s'obtient en avançant de un dans la suite des noms de nombres ou de leur écriture avec des chiffres.

Pour dénombrer une collection d'objets, l'enfant doit être capable de synchroniser la récitation de la suite des mots-nombres avec le pointage des objets à dénombrer. Cette capacité doit être enseignée selon différentes modalités en faisant varier la nature des collections et leur organisation spatiale car les stratégies ne sont pas les mêmes selon que les objets sont déplaçables ou non (mettre dans une boîte, poser sur une autre table), et selon leur disposition (collection organisée dans l'espace ou non, collection organisée-alignée sur une feuille ou pas).

4.1.2. Ce qui est attendu des enfants en fin d'école maternelle

Utiliser les nombres

- Évaluer et comparer des collections d'objets avec des procédures numériques ou non numériques. - Réaliser une collection dont le cardinal est donné. Utiliser le dénombrement pour comparer deux quantités, pour constituer une collection d'une taille donnée ou pour réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée. - Utiliser le nombre pour exprimer la position d'un objet ou d'une personne dans un jeu, dans une situation organisée, sur un rang ou pour comparer des positions. - Mobiliser des symboles analogiques, verbaux ou écrits, conventionnels ou non conventionnels pour communiquer des informations orales et écrites sur une quantité.

Étudier les nombres

- Avoir compris que le cardinal ne change pas si on modifie la disposition spatiale ou la nature des éléments. - Avoir compris que tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente. - Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales. Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix. - Parler des nombres à l'aide de leur décomposition. - Dire la suite des nombres jusqu'à trente. Lire les nombres écrits en chiffres jusqu'à dix.

4.2. Explorer des formes, des grandeurs, des suites organisées

Très tôt, les jeunes enfants discernent intuitivement des formes (carré, triangle...) et des grandeurs (longueur, contenance, masse, aire...). À l'école maternelle, ils construisent des connaissances et des repères sur quelques formes et grandeurs. L'approche des formes planes, des objets de l'espace, des grandeurs, se fait par la manipulation et la coordination d'actions sur des objets. Cette approche est soutenue par le langage : il permet de décrire ces objets et ces actions et favorise l'identification de premières caractéristiques descriptives. Ces connaissances qui resteront limitées constituent une première approche de la géométrie et de la

mesure qui seront enseignées aux cycles 2 et 3.

4.2.1. Objectifs visés et éléments de progressivité

Très tôt, les enfants regroupent les objets, soit en fonction de leur aspect, soit en fonction de leur utilisation familière ou de leurs effets. À l'école, ils sont incités à « mettre ensemble ce qui va ensemble » pour comprendre que tout objet peut appartenir à plusieurs catégories et que certains objets ne peuvent pas appartenir à celles-ci. Par des observations, des comparaisons, des tris, les enfants sont amenés à mieux distinguer différents types de critères : forme, longueur, masse, contenance essentiellement. Ils apprennent progressivement à reconnaître, distinguer des solides puis des formes planes. Ils commencent à appréhender la notion d'alignement qu'ils peuvent aussi expérimenter dans les séances d'activités physiques. L'enseignant est attentif au fait que l'appréhension des formes planes est plus abstraite que celle des solides et que certains termes prêtent à confusion (carré/cube). L'enseignant utilise un vocabulaire précis (cube, boule, pyramide, cylindre, carré, rectangle, triangle, cercle ou disque (à préférer à « rond »)) que les enfants sont entraînés ainsi à comprendre d'abord puis à utiliser à bon escient, mais la manipulation du vocabulaire mathématique n'est pas un objectif de l'école maternelle. Par ailleurs, dès la petite section, les enfants sont invités à organiser des suites d'objets en fonction de critères de formes et de couleurs ; les premiers algorithmes qui leur sont proposés sont simples. Dans les années suivantes, progressivement, ils sont amenés à reconnaître un rythme dans une suite organisée et à continuer cette suite, à inventer des « rythmes » de plus en plus compliqués, à compléter des manques dans une suite organisée.

4.2.2. Ce qui est attendu des enfants en fin d'école maternelle

- Classer des objets en fonction de caractéristiques liées à leur forme. Savoir nommer quelques formes planes (carré, triangle, cercle ou disque, rectangle) et reconnaître quelques solides (cube, pyramide, boule, cylindre).
- Classer ou ranger des objets selon un critère de longueur ou de masse ou de contenance.
- Reproduire un assemblage à partir d'un modèle (puzzle, pavage, assemblage de solides).
- Reproduire, dessiner des formes planes.
- Identifier le principe d'organisation d'un algorithme et poursuivre son application.

4^{ème} de couverture

5 Mots clés :

Mathématiques, nombre, énumération, maternelle, explicitation

Résumé en Français (10 lignes) :

De nombreux didacticiens des mathématiques se sont penchés sur la question de la construction du nombre, et particulièrement sur l'acquisition de la capacité à énumérer les éléments composant une collection. Cet écrit questionne la place de l'enseignement de stratégies explicites dès la petite section en partant de l'hypothèse qu'il est envisageable que cette construction se fasse lors de la mise en place d'ateliers de manipulation. L'étude de différents travaux menés sur le sujet de la construction du nombre permet de faire ressortir les concepts primordiaux que cette notion sous-tend : le dénombrement, la quantification et l'énumération. Pour étudier ce dernier point, des expérimentations sont menées en classe de toute petite, petite et moyenne section. Au niveau méthodologique, l'analyse a priori et a posteriori des séances permet de faire émerger des éléments de réponse, notamment du point de vue de la complémentarité entre la mise en place d'un travail en autonomie et de la conduite d'ateliers dirigés pour développer ces stratégies.

Résumé en Anglais (10 lignes) :

Many mathematicians have addressed the issue of number building, particularly the acquisition of ability to enumerate the components of a collection. This paper questions the place of teaching explicit strategies from the first year of kindergarten, assuming that it is possible that this construction will take place during manipulation workshops. The study of works on the topic of number construction highlights the key concepts of counting, quantification and enumeration. To study this last point, experiments are carried out in the first three level of kindergarten. From a methodological point of view, a priori and a posteriori analysis of the sessions allows the emergence of complementarities between establishment of autonomous and guided workshops to develop these strategies.