



HAL
open science

L'utilisation de la manipulation dans le passage de la dimension 3 à la dimension 2 en espace et géométrie

Marie Kersuzan

► **To cite this version:**

Marie Kersuzan. L'utilisation de la manipulation dans le passage de la dimension 3 à la dimension 2 en espace et géométrie. Education. 2020. dumas-02869025

HAL Id: dumas-02869025

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02869025>

Submitted on 15 Jun 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Master MEEF

« Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation »

Mention premier degré

Mémoire

L'utilisation de la manipulation dans le passage de la dimension 3 à la dimension 2 en espace et géométrie

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de master

Soutenu le 15 mai 2020 par

Marie Kersuzan

En présence de la commission de soutenance composée de :

Catherine Dessoulles, présidente de la commission

Sylvie Grau, directrice de mémoire

SOMMAIRE

| | |
|---|----|
| Remerciements..... | 5 |
| 1. Introduction..... | 6 |
| 2. La manipulation : théorie générale..... | 8 |
| 2.1 Manipuler : qu'est-ce que c'est ?..... | 8 |
| 2.1.1 Définition..... | 8 |
| 2.1.2 Le matériel de manipulation..... | 11 |
| 2.2 Pourquoi faire manipuler les élèves ?..... | 12 |
| 2.2.1 Les bienfaits de la manipulation..... | 12 |
| 2.2.2 Les limites de la manipulation..... | 14 |
| 2.3 La manipulation dans les instructions officielles..... | 15 |
| 2.4 Les précautions à prendre avant et pendant la manipulation..... | 16 |
| 3. Contexte de recherche..... | 20 |
| 3.1 La place de la géométrie à l'école..... | 20 |
| 3.2 Didactique de la géométrie : revue de littérature..... | 23 |
| 4. Démarche expérimentale..... | 26 |
| 4.1 Présentation..... | 26 |
| 4.2 Eléments théoriques..... | 26 |
| 4.2.1 L'analyse a priori..... | 26 |
| 4.2.2 L'analyse a posteriori..... | 28 |
| 5. Analyses des séances mises en œuvre..... | 32 |
| 5.1 Analyse a priori..... | 32 |
| 5.1.1 Séance 1..... | 32 |
| 5.1.2 Séance 2..... | 34 |
| 5.1.3 Séance 3..... | 35 |
| 5.2 Analyses <i>a posteriori</i> | 38 |
| 5.2.1 Séance 1..... | 38 |
| 5.2.2 Séance 2..... | 42 |

| | | |
|-------|--|----|
| 5.2.3 | Séance 3 | 45 |
| 6. | Conclusion | 51 |
| 7. | Bibliographie..... | 52 |
| 8. | Sitographie | 54 |
| 9. | Annexes | 57 |
| 9.1 | Annexe 1 : Fiche de préparation de la séquence | 57 |
| 9.2 | Annexe 2 : Affiches d’institutionnalisation séance 3 | 64 |

TABLE DES ILLUSTRATIONS

| | | |
|-------------|---|----|
| Figure 1 : | Démarche d'investigation | 8 |
| Figure 2 : | Matériels de manipulation | 11 |
| Figure 3: | Les espaces de Brousseau..... | 20 |
| Figure 4 : | Les postures d'étayage | 30 |
| Figure 5 : | Représentation du prisme droit par un élève | 39 |
| Figure 6 : | Affiche institutionnalisation 1 | 40 |
| Figure 7 : | Affiche institutionnalisation 2 | 42 |
| Figure 8 : | Squelette du pavé droit | 47 |
| Figure 9 : | Squelette du cône | 47 |
| Figure 10 : | Fiche d'identité du cube | 64 |

Remerciements

Je souhaite tout d'abord adresser mes remerciements à Sylvie Grau pour son accompagnement et ses précieux conseils fournis tout au long de cette année ainsi qu'à l'INSPE de Nantes pour m'avoir permis de bénéficier de nombreuses ressources nécessaires à l'élaboration de ce mémoire.

Je remercie également l'Ecole de l'Herbinerie de Saint-Nicolas de Redon pour avoir mis à ma disposition le matériel nécessaire à la réalisation de mes séances ainsi que mes élèves de CM1-CM2 sans qui tout ce travail n'aurait pu avoir lieu.

1. Introduction

On entend aujourd'hui beaucoup de professionnels de l'éducation dire : « Il faut faire manipuler les élèves ». Thierry Dias soutient cet argument puisqu'il déclare « qu'expérimenter et manipuler c'est en quelque sorte entretenir des relations avec des phénomènes et des faits appartenant à la réalité objective »¹. Ainsi, il est pertinent de s'intéresser au rôle de la manipulation dans l'enseignement des mathématiques. Cependant, nous pouvons émettre quelques réserves à propos de la manipulation : « Est-ce toujours utile de manipuler ? » ou encore « Comment mettre les élèves en situation de manipulation ? ». Ces questionnements m'ont amenée à réfléchir sur les conditions pour lesquelles la manipulation est réellement au service des apprentissages.

La manipulation a une place prépondérante en maternelle, cependant, au fur et à mesure des cycles, elle est de moins en moins utilisée. En effet, les programmes officiels indiquent une abstraction progressive des mathématiques. De plus, lors de mes différents stages, j'ai pu observer une difficulté récurrente des élèves à représenter des solides. Après réflexion, j'en ai émis les hypothèses suivantes : d'une part, les élèves n'ont pas une bonne connaissance des solides ni de leurs propriétés et, d'autre part, ils dissocient difficilement la dimension trois de la dimension deux car ils éprouvent des difficultés à imaginer ce qu'ils ne peuvent voir.

Aussi, débutant cette année dans le métier en tant que professeur des écoles stagiaire, j'ai vite été confrontée à la difficulté de donner du sens aux apprentissages. En effet, je me questionne sur la manière de créer une situation qui amènerait les élèves à résoudre un problème en mobilisant de réelles compétences cognitives pour les amener à devenir acteurs dans le processus d'apprentissage.

Afin de répondre aux questionnements émis, un recueil de données autour du thème de la manipulation en géométrie a été établi. De plus, une séquence dans le domaine « Espace et géométrie » autour des solides a été construite et mise en place auprès des élèves de ma classe de CM1/CM2. Des analyses *a priori* et *a posteriori* ont également été réalisées sur ces différentes séances.

¹ Manipuler et expérimenter en mathématiques, 2017.

A travers ce travail de recherche, je souhaiterais démontrer que pour être efficace, la manipulation doit être une étape dans la résolution du problème et qu'elle doit être explicite.

Afin de répondre à ma question de recherche : « Comment utiliser la manipulation dans le passage de la dimension trois à la dimension deux ? », une première partie sera consacrée à un recueil de ressources théoriques sur la manipulation. Une seconde partie sera réservée au contexte de recherche : la géométrie. Ensuite, la démarche expérimentale de ce travail de recherche sera présentée. Enfin, une dernière partie détaillera les analyses *a priori* et *a posteriori* des séances mises en œuvre.

2. La manipulation : théorie générale

2.1 Manipuler : qu'est-ce que c'est ?

2.1.1 Définition

On ne compte plus aujourd'hui le nombre de chercheurs et d'ouvrages mettant en lumière la manipulation comme réelle étape dans la démarche mathématique. Nous allons tenter, à notre façon, de comprendre la définition de la manipulation en commençant par sa définition première pour aller vers une définition plus scientifique. Tout d'abord, si nous reprenons l'étymologie du mot « manipulation », c'est un mot qui vient du latin « *manipulus* » qui signifie « poignée » ou encore « *manus* » qui signifie « main ». Dans le dictionnaire, la manipulation désigne « l'action ou manière de manipuler, un objet, un appareil. » (Larousse en ligne, s.d). Une autre définition nous intéresse plus particulièrement, toujours selon ce même dictionnaire, qui définit la manipulation comme l'« action de soumettre quelque chose à des opérations diverses, en particulier dans un but de recherche ou d'apprentissage » (Larousse en ligne, s. d.). Cette seconde définition tend déjà davantage à insinuer que la manipulation peut s'effectuer de différentes façons, et que l'on manipule dans un but précis, pour chercher ou apprendre.

En mathématiques, le premier rôle de la manipulation est de mettre les élèves en face d'un problème à résoudre. C'est par ce biais que Thierry Dias, chercheur en dimension expérimentale des mathématiques et sur l'apprentissage du raisonnement, rapproche la démarche expérimentale en mathématiques de la démarche d'investigation en sciences, préconisée par plusieurs pays européens.

Cette démarche proposée ci-contre est globalement celle que l'on tend à utiliser dans les classes aujourd'hui en sciences. Nous

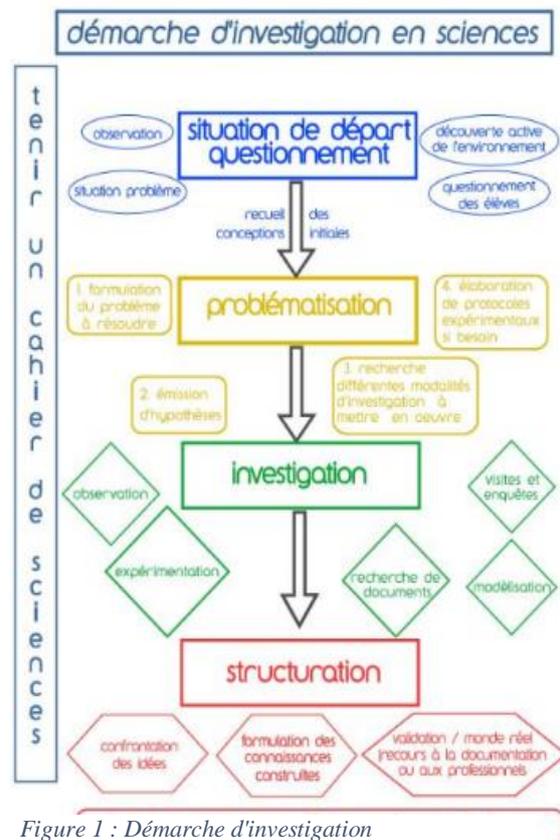


Figure 1 : Démarche d'investigation

pouvons également parler de démarche d'investigation en mathématiques :

Si nous entendons par là un temps de recherche consécutif à un questionnement qui aboutit à la construction d'une connaissance, alors effectivement les mathématiques constituent un domaine de la culture scientifique dans lequel la démarche d'investigation a sa place (Dessertine cité par Dias, 2012, p. 38).

Il est cependant plus difficile de réaliser un schéma similaire de la démarche d'investigation en mathématiques. Plusieurs étapes dont la manipulation participent à la construction de connaissances mathématiques, mais cette démarche est moins linéaire et certaines étapes peuvent apparaître à différents moments de la construction du concept mathématique :

- **Manipulation** : Utiliser des objets de manière tactile et sensorielle. C'est la première étape d'un long processus participant à la construction de connaissances. Il s'agit généralement de la première étape car elle permet facilement de représenter une situation et donc de poser un problème. Cependant, la manipulation sert également à vérifier et valider ou invalider une hypothèse, elle intervient donc à la fin du processus d'apprentissage.
- **Expérimentation** : Action orientée, organisée. Il s'agit ici de problématiser la manipulation, de manipuler avec un objectif précis. On cherche à dépasser la phase de tâtonnement dans l'activité manipulative pour passer à une activité dirigée afin de résoudre un problème. Cela demande une organisation des actions pour atteindre cet objectif.
- **Verbalisation** : Mettre en mots à l'écrit ou à l'oral, reformuler. La verbalisation intervient dans chaque moment de la construction du savoir mathématique. Lors d'une phase de découverte ou de manipulation, pour expliquer ses procédures, pour institutionnaliser... Chaque élève doit être amené à mettre des mots sur ses procédures et c'est souvent ce qui est le plus difficile. Mais nous constatons alors que la verbalisation n'intervient pas à un moment précis de la démarche, elle est présente dans chacune des étapes.
- **Représentation** : Donner à voir, mettre en image, schématiser. A l'aide de différents moyens (dessin, oral) l'élève va représenter sa solution sans utiliser le matériel de manipulation. Cela le conduit alors à commencer représenter mentalement sa réponse et participe à la construction du savoir.

- **Symbolisation** : Écriture mathématique. Cette étape est généralement celle qui intervient à la fin de la démarche mathématique. Même si cette étape est souvent considérée comme l'étape ultime, elle peut parfois intervenir au début de la démarche si l'écriture est réinvestie pour déclencher une situation.
- **Abstraction** : C'est l'étape finale attendue dans la construction du concept mathématique. Il s'agit pour les élèves d'être capables de se détacher du concret pour aller vers un savoir construit qui sera réinvesti dans d'autres situations décontextualisées. Pour aller vers l'abstraction, nous devons sans cesse amener les élèves à contextualiser puis décontextualiser. Cela peut être fait notamment en gardant une trace écrite du savoir commune, partagée, qui va être réinvestie dans d'autres situations. C'est l'institutionnalisation d'un savoir qui a été construit et compris et que les élèves peuvent utiliser pour l'acquisition d'un nouveau savoir.

Ces différentes étapes peuvent donc intervenir à des moments différents de la démarche en mathématique. C'est un processus plus ou moins long selon les élèves. Certains sont en effet capables d'abstraire plus rapidement que d'autres, et donc de construire plus tôt le savoir. Mais la manipulation est généralement la première étape de ce processus car pour Pierre Eysseric, formateur en mathématiques à l'ESPE d'Aix-Marseille, elle permet aux élèves « de se représenter les problèmes, de comprendre de quoi on leur parle »² et elle est indispensable, surtout en maternelle.

En lien avec les idées des chercheurs précédents, les auteurs de *Donner du sens aux mathématiques. Tome 1 : Espace et géométrie* attribuent deux rôles à la manipulation. Tout d'abord, elle doit être « déclencheur de réflexion ». Ces derniers mettent alors en garde sur la nature de la situation-problème : la manipulation ne doit pas permettre de déterminer la solution. En effet, si tel est le cas, les élèves réaliseraient une tâche de constat. Aucune réflexion ne serait alors menée et la manipulation ne servirait donc pas aux apprentissages. Ces auteurs mettent également en avant le rôle de validation de la manipulation. Cette dernière sert « à vérifier la validité ou non de leurs propositions »³.

² Eysseric, 2017.

³ Fénichel, Pauvert & Pfaff, 2004

2.1.2 Le matériel de manipulation

Le matériel de manipulation constitue l'ensemble des objets que l'enseignant va mettre à disposition des élèves afin de les aider à construire un concept mathématique.

Le choix du matériel occupe une place primordiale dans l'activité mathématique lorsque l'on souhaite faire manipuler les élèves. L'enseignant doit cependant être conscient que ce n'est pas parce qu'il utilise du matériel de manipulation que cela va aider l'élève à abstraire le savoir. Le matériel doit être adapté à l'objectif de la séance et plusieurs facteurs induits par l'enseignant vont permettre une utilisation efficace du matériel. Avant de commencer à problématiser une situation, il est important que les élèves se familiarisent avec le matériel.

Aujourd'hui, certaines classes ont à leur disposition un ensemble de matériel de manipulation très riche, qui diffère d'une classe à une autre. Le matériel peut être acheté ou fabriqué, tant qu'il respecte les mesures de sécurité. Nous pouvons reprendre la classification établie par Thierry Dias dans *Manipuler et expérimenter en mathématiques : comprendre les difficultés des élèves pour mieux les résoudre* (2012, p. 37) afin de découvrir le matériel de manipulation qu'il est possible d'utiliser en classe :

| Du matériel de « laboratoire » | | | |
|--|---|---|--|
|  Jetons |  Cartes nombres |  Cartes de jeux |  Pions |
|  Réglettes cuisenaire |  Matériel de numération |  Fausse monnaie |  Ficelles / cordes |
|  Tangrams |  Planches à clous (géoplan) |  Boulier |  Polydrons |
| + divers jeux de classe, matériel fabriqué sur demande des élèves lors des résolutions de problèmes... | | | |
| Des supports de travail | | | |
| <ul style="list-style-type: none"> • Calques, feuilles A4, A3, feuilles quadrillées, feuilles cartonnées, feuilles de brouillon ; • Calendriers, agendas ; • Grands tableaux permettant des schémas ; • Supports numériques (tablette, ordinateur, TNI). | | | |
| Des outils | | | |
| <ul style="list-style-type: none"> • Feutres, surligneurs, crayons de couleur ; • Ciseaux, colle, ruban adhésif ; • Outils de calcul : tables, calculatrices ; • Outils informatiques : tableur, logiciel de géométrie dynamique. | | | |
| Des instruments | | | |
| <ul style="list-style-type: none"> • Règles non graduées ; • Règles graduées (20 cm, 30 cm, 40cm) ; • Equerres de différentes sortes ; • Compas. | | | |

Figure 2 : Matériels de manipulation

Cette liste non exhaustive présente du matériel de manipulation qui est évidemment évolutif et adaptable en fonction du niveau de scolarité des élèves. L'enseignant peut très bien utiliser le même matériel en petite-section ou en CM2, mais le but pour les élèves sera alors différent. Ce matériel doit être si possible, facilement accessible aux élèves.

Utiliser du matériel de manipulation présente alors plusieurs avantages, comme nous pouvons le constater juste après.

2.2 Pourquoi faire manipuler les élèves ?

2.2.1 Les bienfaits de la manipulation

Afin d'avoir plus de données sur la mise en place de la manipulation il paraît intéressant de se pencher du côté de la recherche établie à ce sujet. Depuis l'avènement des pédagogies nouvelles à partir de la moitié du XX^{ème} siècle, les idées au sujet de la manipulation affluent et divergent. De nombreuses personnalités ont mis en lumière ses bienfaits. Parmi celles-ci, le philosophe Henri Bergson, les précurseurs des pédagogies alternatives, Maria Montessori et Célestin Freinet puis, plus récemment, le didacticien en mathématiques Thierry Dias.

Tout d'abord, Henri Bergson revient aux prémices de l'Homme. Dans son œuvre *La pensée et le mouvant*, il annonce :

On oublie (à l'école) que l'intelligence est essentiellement la faculté de manipuler la matière, qu'elle commença du moins ainsi, que telle était l'intention de la nature. Comment alors l'intelligence ne profiterait-elle pas de l'éducation de la main ? ⁴

Il rappelle ainsi le rôle qu'à la main depuis la naissance de l'Homme en la mettant en corrélation avec l'intelligence.

De la même manière, Maria Montessori développe une pédagogie basée sur les lois naturelles et les besoins de l'enfant. Cette dernière repose sur l'éducation sensorielle et kinesthésique de l'enfant. Ainsi, comme Bergson, elle place la main comme élément principal de l'apprentissage. Dans son ouvrage, *L'esprit absorbant* (2003), elle exprime l'importance de laisser les enfants manipuler afin d'appréhender le milieu dans lequel ils évoluent.

Freinet prend également en compte la nature de l'Homme dans sa théorie sur l'éducation puisqu'il relie les apprentissages scolaires aux besoins réels de l'enfant. Pour lui, le tâtonnement

⁴ Bergson, 1985, p. 91-94.

expérimental participe au processus nécessaire pour apprendre. Il s'agit alors pour l'élève de faire et de se tromper afin d'interagir avec son milieu. Ce processus favorise donc la motivation de l'enfant qui est alors basée sur sa volonté d'agir sur le monde et celle de répondre aux questions qu'il se pose.

Dans *Manipuler et expérimenter en mathématiques*, Thierry Dias explique que les enfants de maternelle apprécient les activités mathématiques parce qu'ils « acceptent le doute et l'incertitude »⁵ et « les prennent comme un défi »⁶. Cependant, en grandissant, certains élèves affectionnent moins ces dernières car « les objets mathématiques ont été éloignés de la réalité »⁷. La dimension expérimentale disparaît engendrant ainsi une abstraction des contenus de la discipline, qui fait résistance à l'apprentissage des mathématiques.

Compte tenu des besoins de l'enfant, il paraît important de les faire manipuler puisque cela est source d'interrogations suscitant la curiosité. En effet, comme l'explique Valentine Parmantier, cela donne de l'intérêt à l'activité et favorise une meilleure mémorisation. Elle exprime également que les représentations initiales des élèves sont parfois difficiles à déconstruire. La manipulation apparaît alors comme « un moyen de lutter contre cette réticence car elle permet de lever le doute puisqu'il y a une confrontation au réel incontestable à l'instant T »⁸.

Enfin, Thierry Dias revient sur un autre bienfait de la manipulation : la différenciation. Le didacticien explique alors que l'expérimentation est bénéfique pour les élèves puisqu'elle peut être diversifiée. En effet, l'enseignant peut faire le choix d'utiliser certaines variables didactiques pour certains élèves en apportant un autre type de matériel ou encore en augmentant les phases de manipulation. Bien que possible et bénéfique sans matériel, la manipulation permet néanmoins d'offrir davantage de possibilités à l'enseignant en matière de différenciation.

En manipulant, l'élève utilise sa main, qui est, selon Bergson et Montessori, l'élément principal de l'apprentissage. De plus, les activités de manipulation suscitent la curiosité favorisant ainsi la motivation de l'élève, élément nécessaire au processus d'apprentissage pour

⁵ Dias, 2017.

⁶ Ibid.

⁷ Ibid.

⁸ Parmentier, 2017, p. 17.

Freinet. Enfin, Dias met en lumière les outils variés de différenciation qu'offre la manipulation, respectant donc le rythme de chaque élève.

2.2.2 Les limites de la manipulation

Afin que les bienfaits de la manipulation cités précédemment puissent être effectifs dans une classe, il est nécessaire de prendre quelques précautions didactiques.

Tout d'abord, le rapport Villani-Torossian conseille aux enseignants de : « mettre en œuvre un apprentissage des mathématiques fondé sur la manipulation et l'expérimentation, la verbalisation et l'abstraction »⁹. Nous comprenons alors que la manipulation ne suffit pas à accéder au savoir mais qu'elle est bien une étape nécessaire à l'abstraction. Effectivement, comme le préconise le pédagogue du XIX^{ème} siècle Pestalozzi, il est important de présenter l'aspect concret avant d'introduire les concepts abstraits.

De plus, les travaux de Piaget concernant la théorie constructiviste mettent en lumière le fait que l'élève construit lui-même ses propres connaissances. Il s'agit « d'amener l'élève à former les notions et à découvrir lui-même les relations et les propriétés mathématiques, plutôt que de lui imposer une pensée adulte toute faite »¹⁰. Étant alors confronté à une différence entre ce qu'il pense connaître et ce qu'il constate, l'élève subit alors le *conflit cognitif*. Afin de le mettre en place, Philippe Meirieu généralise le concept de situation problème. Il conseille aux enseignants de proposer une tâche aux élèves en y ajoutant un certain nombre de contraintes. Le matériel en jeu permettra aux élèves de surmonter l'obstacle. Thierry Dias revient également sur cette situation-problème :

Il ne suffit pas de donner du matériel aux élèves et de les faire manipuler, il faut problématiser leur utilisation par des questionnements et les inclure dans des contextes qui ont du sens pour eux.¹¹

Aussi, pour que les élèves ne soient pas uniquement attirés par l'aspect ludique de la manipulation, il apparaît essentiel de proposer une situation problème qui devra être résolue par le matériel proposé. La manipulation doit également permettre aux élèves de se construire des images mentales. Ainsi, il est primordial de diversifier le matériel proposé afin qu'ils n'aient pas une unique représentation.

⁹ Torrosian, Villani, 2018, p.9.

¹⁰ Piaget, 1969, p.74.

¹¹ Dias, 2017.

Les auteurs cités s'accordent tous sur l'idée que la manipulation n'est qu'une étape dans le processus d'apprentissage. En effet, afin que les bienfaits liés à cette dernière puissent être effectifs, il est important d'avoir en tête que manipuler n'est pas synonyme d'apprentissage. Il est alors nécessaire de mettre les élèves face à une situation problème dont le matériel aurait pour rôle de faire franchir l'obstacle en question à l'élève.

2.3 La manipulation dans les instructions officielles

Le bilan PISA¹² de 2018 souligne le constat que « les résultats de la France dans ces deux domaines restent parmi les plus fortement corrélés des pays de l'OCDE avec le niveau socio-économique et culturel des familles »¹³.

Ainsi, dans un souci de pallier ces difficultés, Jean-Michel Blanquer confie une mission sur les mathématiques à Cédric Villani, député de l'Essonne et Charles Torossian, inspecteur général de l'éducation nationale. Cette dernière ayant pour but d'établir un bilan des forces mais aussi des faiblesses de l'enseignement des mathématiques au sein de notre système scolaire actuel afin de proposer des recommandations pédagogiques. En février 2018, le rapport qui détaille vingt et une mesures a été remis au ministre. Parmi ces dernières, une d'entre elles porte sur la manipulation : « Dès le plus jeune âge mettre en œuvre un apprentissage des mathématiques fondé sur : la manipulation et l'expérimentation, la verbalisation et l'abstraction »¹⁴. Le rapport Villani-Torossian indique en effet que : « Parmi les enjeux didactiques, celui des manipulations concrètes est essentiel pour favoriser l'apprentissage des élèves et les accompagner dans la construction d'abstraction »¹⁵ ou encore :

Enseigner les mathématiques aux plus jeunes ne peut se faire sans leur faire expérimenter des situations. Le vécu expérimental et manipulatoire des élèves favorise l'acquisition des connaissances et leur mémorisation.¹⁶

En ce qui concerne le bulletin officiel de 2015 qui porte sur les nouveaux programmes de 2016, nous retrouvons quelques occurrences du mot manipuler. En effet, les programmes du cycle 2 préconisent d'articuler le concret et l'abstrait. Les élèves doivent alors :

¹² Programme International pour le Suivi des Acquis des élèves.

¹³ Ministère de l'éducation nationale et de la jeunesse, 2019, p.10.

¹⁴ Torossian, Villani, 2019, p.9.

¹⁵ Torossian, Villani, 2019, p.13.

¹⁶ Torossian, Villani, 2019, p.56.

Observer et agir, manipuler, expérimenter, toutes ces activités mènent à la représentation, qu'elle soit analogique (dessins, images, schématisations) ou symbolique, abstraite (nombres, concept).¹⁷

Nous retrouvons également ce terme dans le domaine des mathématiques. Dans la compétence « Chercher » : « S'engager dans une démarche de résolution de problèmes en observant, en posant des questions, en manipulant, en expérimentant, en émettant des hypothèses. »¹⁸ ainsi que dans la compétence « Raisonner » : « Anticiper le résultat d'une manipulation, d'un calcul, ou d'une mesure. »¹⁹

Au cycle 3, les instructions officielles indiquent que :

L'introduction et l'utilisation des symboles mathématiques sont réalisées au fur et à mesure qu'ils prennent sens dans des situations basées sur des manipulations, en relation avec le vocabulaire utilisé, assurant une entrée progressive dans l'abstraction qui sera poursuivie au cycle 4.²⁰

On remarque alors un souci du Ministère de l'Éducation Nationale de faire manipuler les élèves des cycles 2 et 3. Cependant, peu d'indications sont fournies aux enseignants sur la mise en œuvre de la manipulation.

2.4 Les précautions à prendre avant et pendant la manipulation

Des recherches autour la didactique de la manipulation doivent donc être établies par l'enseignant avant de proposer une activité à ses élèves.

En effet, les pièges à éviter sont nombreux et cela explique le fait que certains enseignants sont parfois réticents à utiliser du matériel de manipulation en classe. Un véritable travail didactique doit être mené en amont par l'enseignant avant d'utiliser ce matériel. Il n'est pas rare que même des enseignants chevronnés ayant l'habitude d'utiliser du matériel de manipulation, passent complètement à côté de leur objectif sans s'en rendre compte et réitèrent cette erreur d'année en année. L'exemple suivant, donné par Joël Briand (2018) dans « Manipuler en mathématiques... oui mais » dans la revue *Au Fil des Maths*, illustre de façon précise comment deux situations amorcées de façon similaire peuvent être très différentes en termes de résultats selon la mise en place de l'enseignant.

¹⁷ Ministère de l'Éducation Nationale, 2016, p.1.

¹⁸ Ibid, p.23.

¹⁹ Ibid, p.23.

²⁰ Ibid, p.7

« Imaginons deux professeurs des écoles qui se donnent pour but de faire concevoir que $4 + 3 = 7$. Pour organiser leur séance de classe, ces deux professeurs décident d'utiliser du matériel : ce sont 2 boîtes et 7 cubes. »

Le **premier professeur** montre 4 cubes et les place dans une boîte. Il écrit « 4 » au tableau. Il montre ensuite 3 cubes, les place dans l'autre boîte. Il écrit « 3 » au tableau. Devant les élèves, il renverse le contenu de la seconde boîte dans la première. Il fait alors compter le tout. Les élèves disent « 7 ». Le professeur approuve et complète au tableau en écrivant $4 + 3 = 7$. Les élèves recopient cette égalité sur leur cahier.

Le **second professeur**, avec le même matériel montre 4 cubes et les place dans une boîte. Il écrit « 4 » au tableau. Il montre ensuite 3 cubes, il les place dans l'autre boîte. Il écrit « 3 » au tableau. Devant les élèves, il renverse le contenu de la seconde boîte dans la première et ferme cette boîte.

Il donne alors la consigne : « prévoyez le nombre de cubes qu'il y a dans la boîte fermée. Pour cela, vous pouvez écrire ce qui vous paraît utile sur votre cahier de brouillon. Lorsque vous aurez prévu, nous ouvrirons la boîte pour vérifier ».

Après un moment, les élèves annoncent leurs prévisions et la façon dont ils ont pu prévoir à l'aide d'un écrit ou/et de gestes (comptage à l'aide des doigts, dessins des boîtes et des objets, bâtonnets, numérotage, nombres écrits, etc.), la boîte est ouverte et le professeur fait compter le tout. Les élèves disent « 7 ». Certaines prévisions s'avèrent donc justes, d'autres fausses. Le professeur complète au tableau en écrivant $4 + 3 = 7$. Les élèves recopient sur leur cahier

Le **premier professeur** a illustré à l'aide d'une manipulation ce qu'il veut faire apprendre : $4 + 3 = 7$. Les élèves n'ont eu à aucun moment à prévoir un « résultat » qui serait issu d'une utilisation des signes « 4 » et « 3 ». Leur tâche a été de dénombrer une quantité présente à leurs yeux. L'écrit lié à ce moment est celui donné *in fine* par le professeur : $4 + 3 = 7$

Le **second professeur** organise un moment afin que les élèves, à l'aide d'un langage écrit en devenir, prévoient un résultat. La tâche des élèves consiste à produire des écrits qui permettent de contrôler ce que contient la boîte fermée. L'ouverture de cette boîte permettra de valider (ou d'invalidier) les prévisions. L'écriture $4 + 3 = 7$ (écriture experte) qui sera donnée par le professeur sera une autre façon d'écrire ce que les élèves avaient déjà rédigé.

Ces deux séances au premier abord paraissent similaires (même matériel de manipulation et même écriture au tableau). Pourtant, pour Joël Briand, le second professeur est le seul à proposer une « activité mathématique ». Dans le premier exemple, la manipulation est une « finalité » dont le matériel sert seulement à dénombrer une quantité et non à comprendre le sens de l'écriture $4 + 3 = 7$. Le second exemple, lui, permet de mettre les élèves face à un problème à résoudre car un temps de réflexion leur est accordé, et le matériel va permettre de valider ou invalider leurs hypothèses. Le passage à l'écrit permet déjà d'avoir une première représentation car les élèves vont devoir se représenter mentalement ce qu'il y a dans la boîte, et donc mieux comprendre le sens de l'égalité. Cet exemple permet de nous faire prendre conscience que le rôle de l'enseignant est primordial dans cette situation, mais qu'un temps doit également être accordé aux élèves afin qu'ils construisent le savoir et non pas que celui-ci leur soit seulement exposé. Et ce savoir doit être apporté aux élèves à l'aide d'un vocabulaire adapté.

L'enseignant pilote les situations didactiques en classe. Différentes interactions langagières prennent place et l'enseignant va provoquer, orienter et contrôler ces interactions. Ces interactions participent au processus de « secondarisation du langage », concept développé dans les travaux de Martine Jaubert, didacticienne en français, et Maryse Rebière, maitresse de conférence en sciences du langage et sciences de l'éducation. Pour Jaubert et Rebière, le « jeu » par lequel l'enseignant « conduit l'enfant à s'approprier des discours nouveaux, plus élaborés que les précédents, initie un processus que nous appelons secondarisation du langage »²¹.

C'est dans cette perspective que Vergnaud, didacticien des mathématiques, définit ce qu'il appelle le « concept scolaire ». Pour lui, « c'est à travers des situations et des problèmes à résoudre qu'un concept acquiert du sens pour l'enfant »²². Il affirme que lorsque l'enseignant souhaite aborder un concept en mathématiques, plusieurs composantes vont intervenir pour alimenter sa situation didactique :

- **Composante « problème »** : Ensemble des problèmes qu'il permet de résoudre efficacement (verbes d'action, consignes...)
- **Composante « langage »** : Ce qui permet d'évoquer le concept (mots, symboles, représentations schématiques...)

²¹ Jobert, Rebière, 2019, p.159.

²² Vergnaud, cité par Reuter, Cohen-Azria, Daunay, Delcambre & Lahanier-Reuter, 2013, p. 34.

- **Composante « propriétés »** : Ensemble des définitions, propriétés, théorèmes qui permettent de justifier les techniques utilisées
- **Composante « technique »** : Ensemble des techniques, des savoir-faire, des procédures qui permettent de travailler avec ce concept

L'enseignant doit être conscient, avant de proposer une situation de manipulation à ses élèves, de l'importance du langage qu'il va employer : vocabulaire, consignes, définitions, verbes d'action... Mais aussi que le facteur temps est également très important : temps de découverte des objets ; temps de manipulation ; temps de description ; temps d'échange/ de confrontation ; temps d'argumentation ; temps de réflexion... Pour Thierry Dias, les mathématiques « offrent d'autres terrains de jeux pour le développement des compétences langagières à l'oral »²³.

La place du langage et des interactions est donc primordiale dans ce type d'activité. Le coût en termes de temps peut parfois être un frein dans l'utilisation de ce matériel (temps d'installation, de compréhension, de rangement...). Mais comme affirmé précédemment par Thierry Dias, c'est un investissement efficace qui peut être « différencié », proposé seulement à quelques élèves et adapté selon l'emploi du temps. Pour lui, la manipulation va au fil des séances être ritualisée et les élèves gagneront progressivement en temps et en autonomie. L'enseignant est alors libre d'adapter le temps accordé à l'activité manipulatoire en fonction de la tâche et de l'objectif qu'il s'est fixé pour ses élèves.

²³ Dias, 2012, p. 66.

3. Contexte de recherche

3.1 La place de la géométrie à l'école

Après avoir établi un état des lieux de la manipulation, intéressons-nous maintenant au contexte de recherche : la géométrie.

Introduite par la loi Guizot de 1833, la géométrie à l'école primaire se distingue des autres disciplines par ses activités pratiques. En effet, cette dernière permet aux élèves de travailler des compétences transversales dont ils ont besoin quotidiennement. Tout d'abord, ils apprennent à se situer, à se repérer et à se déplacer. La géométrie développe également la vision dans l'espace. Enfin, elle permet aux élèves de travailler les compétences qui gravitent autour du raisonnement. La géométrie est présente dans les instructions officielles de l'école élémentaire sous l'intitulé « espace et géométrie ». Cette occurrence se décline au sein des cycles 2 et 3 avec des spécificités propres à chaque cycle. Compte tenu de l'objet de recherche, nous nous pencherons sur la géométrie dans l'espace.

Au cycle 2, les programmes insistent sur les connaissances spatiales et sur les connaissances géométriques à la fois sur les solides et les figures planes. En début de cycle, les élèves apprennent à se repérer dans trois types de milieu : le micro-espace, le méso-espace et le macro-espace.

| | Micro-espace | Méso-espace | Macro-espace |
|-----------------------------|---|--|-------------------------------------|
| Vision | Espace proche | Espace accessible à une vision globale | Espace non totalement visible |
| Position de l'enfant | Il est à l'extérieur | Il est à l'intérieur | Il est à l'intérieur |
| Les objets | On peut les voir, les toucher, les déplacer | Ils sont fixes ou semi-fixes | Ils sont fixes et pas tous visibles |
| Exemple | La table | La classe, la cour | Le quartier |

Figure 3: Les espaces de Brousseau

Il est important que les élèves apprennent « à localiser des objets ou à décrire ou produire des déplacements dans l'espace réel »²⁴ afin de pouvoir appréhender les solides à ces différentes échelles. En effet, il est nécessaire de faire un lien entre les représentations géométriques et le réel et inversement. Des allers-retours fréquents sont donc à privilégier. Les programmes préconisent ainsi que :

²⁴ Ministère de l'Education Nationale, 2015, p.28.

L'oral tient encore une grande place dans l'ensemble du cycle mais les représentations symboliques se développent et l'espace réel est progressivement mis en relation avec des représentations géométriques.²⁵

De plus, ces derniers recommandent d'utiliser le vocabulaire géométrique lorsque les élèves sont en activité :

En géométrie comme ailleurs, il est particulièrement important que les professeurs utilisent un langage précis et adapté et introduisent le vocabulaire approprié au cours des manipulations et situations d'action où il prend sens pour les élèves, et que ceux-ci soient progressivement encouragés à l'utiliser.²⁶

Pour ce qui est des solides, nous disposons de peu d'informations concernant le cycle 2. Cependant, les instructions officielles indiquent de développer la connaissance des solides « à travers des activités de tri, d'assemblages et de fabrications d'objets »²⁷. La manipulation est alors à solliciter. L'attendu de fin de cycle 2 inscrit dans les programmes est le suivant : « reconnaître, nommer, décrire, reproduire quelques solides »²⁸. Ces verbes d'actions correspondent tous à une compétence différente. Ainsi, le document d'accompagnement *Espace et géométrie au cycle 3* les définit de la façon suivante :

- **Reconnaître** vise à « identifier, de manière perceptive, en utilisant des instruments ou en utilisant des définitions et des propriétés, une figure géométrique plane ou un solide »²⁹.
- **Nommer** consiste à « utiliser à bon escient le vocabulaire géométrique pour désigner une figure géométrique plane ou un solide ou certains de ses éléments ».³⁰
- **Décrire** passe par l'élaboration « d'un message en utilisant le vocabulaire géométrique approprié et en s'appuyant sur les caractéristiques d'une figure géométrique pour en permettre sa représentation ou son identification »³¹.
- **Reproduire** consiste à « construire une figure géométrique à partir d'un modèle fourni avec les mêmes dimensions ou en respectant une certaine échelle »³².

²⁵ Ministère de l'Education Nationale, 2015, p.28

²⁶ Ibid.

²⁷ Ibid.

²⁸ Ministère de l'Education Nationale, 2015, p.29.

²⁹ Ministère de l'Education Nationale, 2018. P.5.

³⁰ Ibid.

³¹ Ibid.

³² Ibid.

Penchons-nous maintenant vers le détail des compétences associées à cet attendu de fin de cycle 2 :

Reconnaître et trier les solides usuels parmi des solides variés, reconnaître des solides simples dans son environnement proche, décrire et comparer des solides en utilisant le vocabulaire approprié, réaliser et reproduire des assemblages de cubes et pavés droits et associer de tels assemblages à divers types de représentations (photos, vues, etc.), fabriquer un cube à partir d'un patron fourni.³³

Les instructions officielles nous précisent également le vocabulaire approprié pour :

- Nommer des solides : cube, pavé droit, boule, cylindre, cône, pyramide.
- Décrire des polyèdres : face, sommet, arête.

Après avoir fait un état des lieux des compétences travaillées en cycle 2, il est plus facile d'appréhender les savoirs à construire au cycle 3. Reliant l'école primaire au collège, le cycle 3 se place dans la continuité du travail amorcé au cycle 2 où la perception définit les objets et leurs propriétés à une géométrie où les instruments ont une réelle place et permettent la validation. Les élèves apprennent également à raisonner et à argumenter en utilisant aussi bien les propriétés que l'objet physique en lui-même. Concernant les solides, si on s'intéresse à l'attendu de fin de cycle qui est, « reconnaître, nommer, décrire, reproduire, représenter, construire quelques solides et figures géométriques »³⁴ on remarque qu'il s'agit de consolider les connaissances acquises au cycle 2 en ajoutant deux verbes d'action : **représenter** et **construire**.

Pour **représenter** un solide, le document d'accompagnement *Espace et géométrie au cycle 3* annonce qu'il s'agit de « reconnaître ou utiliser les premiers éléments de codage d'une figure géométrique plane ou de représentation plane d'un solide (perspective, patron) »³⁵. La représentation d'un solide passe alors par l'utilisation de différentes formes (perspective cavalière, vue de dessus, etc.). L'élève doit alors faire abstraction de certaines propriétés qui ne sont pas conservées.

Construire consiste à « réaliser une figure géométrique plane ou un solide à partir d'un programme de construction, un texte descriptif, une figure à main levée, etc. »³⁶. Pour

³³ Ministère de l'Education Nationale, 2015, p.29.

³⁴ Ministère de l'Education Nationale, 2015, p.14.

³⁵ Ministère de l'Education Nationale, 2018, p.5.

³⁶ Ibid.

ce faire, l'élève doit maîtriser le vocabulaire et sa signification ainsi que les propriétés propres à chaque solide.

Les instructions officielles préconisent également « qu'à partir du CM2, on amène les élèves à dépasser la dimension perceptive et instrumentée pour raisonner uniquement sur les propriétés et les relations ». ³⁷

Les instructions officielles recommandent donc, pour le cycle 2, d'établir des liens fréquents entre les représentations géométriques et le réel. Les activités autour de la manipulation sont alors préconisées pour les maintenir. Pour le cycle 3, les programmes appellent à un travail sur les propriétés visant à une abstraction progressive. Enfin, ces derniers explicitent le rôle du vocabulaire : il doit être amené lors des situations de manipulations afin qu'il fasse sens auprès des élèves.

3.2 Didactique de la géométrie : revue de littérature

Les compétences détaillées par les instructions officielles ne peuvent être travaillées uniquement si de bonnes contraintes didactiques sont mises en place. Pour ce faire, il est nécessaire de se pencher du côté de la didactique de la géométrie et de la mettre en corrélation avec le développement de l'enfant.

Pour comprendre comment est construite l'acquisition de la connaissance chez l'enfant, Piaget, dans *l'Introduction à l'Épistémologie Génétique*, identifie trois stades. Tout d'abord, l'enfant se situe dans une phase de contemplation : il s'intéresse aux caractéristiques propres à l'objet. Ensuite, il entre dans le stade « opérer » ³⁸ où il classe les différents objets selon leurs caractéristiques. Enfin, l'enfant passe à l'étape « transformer » ³⁹ dans laquelle il agit sur l'objet. De plus, il est également important de tenir compte du développement de l'enfant. Piaget le définit en plusieurs phases. Le « stade sensori-moteur » ⁴⁰, qui concerne les enfants de moins de deux ans, est celui où l'enfant s'appuie sur ses capacités motrices et perceptives pour découvrir son environnement. De deux ans à sept ans, il entre dans le « stade préopératoire » ⁴¹ et considère les rapports topologiques entre les objets. L'enfant adopte une vision égocentrique et voit ainsi le monde uniquement par rapport à lui-même. De sept à onze ans, il quitte cet égocentrisme et

³⁷ Ministère de l'Éducation Nationale, 2015, p.213.

³⁸ Piaget, 1950.

³⁹ Ibid.

⁴⁰ Ibid.

⁴¹ Ibid.

devient plus objectif. Il parvient alors à situer les objets par rapport à d'autres coordonnées. Par conséquent, il est capable de classer et de raisonner de manière concrète en s'appuyant sur sa propre expérience. Enfin, de onze ans jusqu'à l'âge adulte, le sujet se situe dans le stade des opérations formelles. Le raisonnement devient alors déductif et construit sur des hypothèses.

Les élèves de la classe de CM1/CM2 se trouvent donc dans le stade des opérations concrètes, leur raisonnement est basé sur leur propre vécu. La manipulation trouve alors toute son importance ici puisqu'elle va permettre aux élèves de s'appuyer sur des objets physiques.

Ce développement intellectuel décrit par Piaget est lié au développement du raisonnement des élèves. Van Hiele (1959) met en évidence trois niveaux. Le *niveau 0* est celui où les élèves accordent leur attention sur l'apparence du solide. Dans le *niveau 1*, les élèves classent les objets selon leur appartenance à une classe. Les propriétés des objets sont observées et mises en évidence. Dans le *niveau 2*, des relations entre les propriétés sont effectuées. Ainsi, l'élève fait un premier pas vers le raisonnement déductif.

En parallèle, Rouche fait une distinction entre les *objets mentaux* et les *objets idéaux* : il explique que pour passer de l'un à l'autre, l'élève doit s'abstraire des propriétés dites qualitatives des objets sociaux telles que leur matière ou leur couleur pour se concentrer sur leurs régularités, leurs formes afin d'en tirer des conséquences. Une distinction entre les objets sociaux et les objets mathématiques a été faite : les objets sociaux sont les objets du quotidien et les objets mathématiques sont l'ensemble de leurs propriétés.

Après avoir fait un état des lieux du développement intellectuel de l'enfant, il est maintenant nécessaire de connaître les principales difficultés cognitives qu'il peut rencontrer dans l'apprentissage de la géométrie.

Tout d'abord, Borel insiste sur la difficulté de passer de la dimension 3 à la dimension 2. Il explique qu'il est primordial de débiter par la dimension 3 afin que les élèves puissent s'appuyer sur des objets concrets. En effet, les représentations planes des objets en trois dimensions sont délicates car elles engendrent une perte d'information entre ces deux dimensions. Colmez et Parzys analysent cette difficulté comme le passage du *vu* au *su*. Le *vu* consiste à représenter l'objet de la même façon qu'il le voit alors que le *su* amène l'élève à représenter l'objet en prenant compte de ses propriétés mathématiques. Prenons l'exemple d'une chaise : si on se place du côté du *vu*, l'élève, qui se situe en face de l'objet va dessiner

uniquement le dossier de la chaise et les deux pieds de devant. Si on se place maintenant du côté du *su*, l'élève va se représenter mentalement la chaise dans son intégralité et va donc dessiner le dossier, l'assise et les quatre pieds.

Les auteurs d'*Apprentissage géométrique et résolution de problèmes* s'accordent pour dire que « le travail autour des solides se fait par les propriétés mathématiques et par relation d'incidence »⁴². En effet, il faut dépasser « le conflit su/vu »⁴³ pour parvenir à extraire des objets leurs propriétés. Dans *Confrontation aux objets et processus de conceptualisation en géométrie à la fin de l'école primaire, rôle des interactions langagières*, Anne-Cécile Mathé (2008) exprime qu'au cycle 3, l'élève entre dans un processus de conceptualisation en géométrie. Ce processus complexe nécessite de bonnes connaissances didactiques de la part de l'enseignant pour pouvoir proposer aux élèves un travail autour de la déconstruction dimensionnelle. Pour ce faire, des allers-retours fréquents entre l'objet physique et les propriétés qui le définissent sont nécessaires.

Ainsi, nous pouvons souligner l'importance du rôle de la manipulation qui permettra alors la mise en œuvre de ces allers-retours et d'aborder une approche visuelle et concrète des propriétés.

Les recherches en didactique de la géométrie soulignent la difficulté, pour les élèves, de passer du concret à l'abstrait. Pourtant, les programmes précisent bien que cette abstraction doit se faire dès le cycle 3. Pour cela, les auteurs cités s'accordent sur la nécessité d'allers-retours fréquents entre l'objet et ses propriétés afin de faciliter la conceptualisation.

⁴² Charnay, Douaire, 2006.

⁴³ Ibid.

4. Démarche expérimentale

4.1 Présentation

Le cadre théorique étant posé, penchons-nous maintenant sur la démarche expérimentale mise en place dans ce mémoire.

Ma principale interrogation étant sur la manière de mener à bien une activité de manipulation afin qu'elle participe au processus d'apprentissage, il m'a paru évident de créer et de mettre en place une séquence mettant en jeu la manipulation. De plus, lors de mon stage de M1 en classe de CM2, j'ai pu me rendre compte de la difficulté des élèves à représenter des solides en deux dimensions. Étant, cette année, professeur des écoles stagiaire dans une classe de CM1/CM2, j'ai souhaité faire intervenir la manipulation au sein d'une séquence sur les solides pour permettre aux élèves d'aborder cette notion de représentation plus facilement.

La séquence mise en place et analysée a donc lieu au sein d'une classe de CM1/CM2 de 21 élèves dont 14 CM2 et 7 CM1. J'ai fait le choix d'utiliser de ce double niveau pour en faire une classe homogène où la majorité des activités se fait en classe entière. La séquence proposée sera donc la même pour les CM1 et les CM2. Cette séquence, détaillée en annexe 1, se compose de 7 séances.

4.2 Eléments théoriques

4.2.1 *L'analyse a priori*

Afin de construire cette séquence, je me suis grandement appuyée sur l'analyse *a priori*. Roland Charnay définit cette dernière comme un « outil personnel d'aide à la décision permettant d'anticiper certaines réactions d'élèves »⁴⁴. Cette phase est nécessaire à la construction de situations d'apprentissage et se situe au moment de sa conception. Il s'agit pour l'enseignant d'anticiper un certain nombre de critères afin de les analyser en amont de la mise en œuvre de la situation d'apprentissage. Roland Charnay les détaille ainsi :

- Les démarches, stratégies et raisonnements que les élèves vont mettre en œuvre pour surmonter l'obstacle.
- Les difficultés et erreurs potentielles rencontrées face à la situation présente.

⁴⁴ Charnay, 2003, p.1.

- Les variables didactiques prévues par l'enseignant. Cela concerne alors les modifications apportées, si besoin, à la situation.
- Les variables pédagogiques également anticipées par l'enseignant prévoyant la disposition de l'espace ainsi que le type d'interaction souhaité.

Afin de disposer d'une analyse *a priori* basée sur le constructivisme et sur l'utilisation du problème dans la construction du savoir, j'ai souhaité utiliser la *théorie des situations didactiques* de Brousseau.

A partir des années 1970, ce mathématicien commence à s'intéresser à la didactique des mathématiques. C'est ainsi qu'apparaît la théorie des situations mathématiques : méthode qui décrit et qui interroge les dispositifs psychologiques et didactiques des mathématiques. Cette dernière modélise « les conditions sous lesquelles les êtres humains produisent, communiquent et apprennent les connaissances que nous reconnaissons comme mathématiques ». ⁴⁵ Ce cadre permet d'analyser des situations d'action, de formulation et de validation dans lesquelles l'élève interagit avec le milieu. Brousseau définit ce milieu comme « tout ce qui agit sur l'élève ou / et ce sur quoi l'élève agit » ⁴⁶. Dans cette perspective constructiviste, il s'agit alors d'anticiper les connaissances et savoir-faire mobilisés par la confrontation avec le *milieu*. En effet, ce dernier doit permettre des rétroactions : « information particulière fournie par le milieu : c'est-à-dire une information qui est reçue par l'élève comme une sanction, positive ou négative, relative à son action et qui lui permet d'ajuster cette action » ⁴⁷ favorables à la construction du savoir.

La théorie des situations didactiques fait donc référence aux travaux de ce même auteur sur le *milieu*. Une situation devient une situation d'apprentissage uniquement si la réponse à cette dernière est le fruit d'une mobilisation de la connaissance enseignée. Cette adaptation au milieu est alors la situation d'apprentissage, elle est provoquée par les rétroactions.

La théorie des situations didactiques dispose d'un lien étroit avec le triangle didactique développé par Jean Houssaye. Dans ce modèle pédagogique, ce dernier définit l'action pédagogique comme l'espace entre trois sommets : l'enseignant, l'élève et le savoir. Ainsi, en corrélation avec les travaux de Brousseau sur le *milieu*, l'enseignant agit sur le savoir en sélectionnant une situation de manière à provoquer chez l'élève la confrontation à un obstacle.

⁴⁵ Brousseau, 2011, p.101-104.

⁴⁶ Brousseau, 1998, p.3.

⁴⁷ Bessot, 2004, p.12.

Ce dernier va être surmonté en faisant appel à un savoir précis. Chevallard met en évidence ce rôle de l'enseignant au sein du triangle didactique :

L'enseignant n'a pas pour mission d'obtenir des élèves qu'ils apprennent, mais bien de faire en sorte qu'ils puissent apprendre. Il a pour tâche, non la prise en charge de l'apprentissage - ce qui demeure hors de son pouvoir - mais la prise en charge de la création des conditions de possibilité de l'apprentissage.⁴⁸

Cette situation porteuse du milieu auquel l'élève va s'adapter est, pour Brousseau, la *situation adidactique*. Cependant, elle sert aux apprentissages uniquement si le contrat didactique : « résultat d'une "négociation" souvent implicite des modalités d'établissement des rapports entre un élève ou un groupe d'élèves, un certain milieu et un système éducatif »⁴⁹ est respecté. En effet, une situation-problème ne peut en être une que si l'élève l'a identifiée et s'il adapte son comportement en se mettant en situation de recherche.

Rôle de l'enseignant, de l'élève, milieu, situation adidactique, contrat didactique : toutes ces composantes sont à prendre en compte pour réaliser l'analyse *a priori* de la séance.

4.2.2 L'analyse a posteriori

Suite à cette analyse *a priori*, une analyse *a posteriori* sera effectuée pour souligner les écarts entre ce qui avait été prévu et ce qui se passera réellement lors de la mise en œuvre des séances. Différents aspects seront traités de manière à rendre l'analyse la plus complète possible : objectif, explicitation, procédures et difficultés des élèves, étayage et rôle de la manipulation. L'analyse *a posteriori* portera donc principalement, d'une part sur la manière dont influe ma pratique sur les séances proposées et d'autre part sur l'intérêt de la manipulation dans cette séquence sur les solides. Pour ce faire, des productions d'élèves, des écrits recueillis sur leurs cahiers de brouillons ainsi que des retranscriptions d'échanges oraux seront analysés.

En ce qui concerne l'intérêt de la manipulation dans une telle séquence, l'analyse se référera aux lectures effectuées, présentées dans la partie théorique.

En revanche, pour l'analyse de pratique professionnelle, de nouvelles lectures ont été menées. Les travaux effectués par Dominique Bucheton sur les gestes professionnels et pratiques d'enseignement ont été des critères d'analyse pour ces séances.

⁴⁸ Chevallard, 1986, p.8.

⁴⁹ Brousseau, 1998, p.6.

Tout d'abord, appuyons-nous sur le « multi-agenda » qu'elle présente. Cet outil d'analyse professionnel rassemble cinq préoccupations qui organisent l'activité de l'enseignant lors des préparations ainsi que lors de la mise en œuvre des séances.

- **Le pilotage** : C'est l'ensemble des contraintes de temps et d'espaces. Il se prévoit en amont pour que la séance puisse être organisée (gestion des déplacements, des échanges possibles ou non entre élèves, des outils mis à disposition...).
- **L'atmosphère** : Elle rassemble les données relationnelles, affectives et sociales présentes dans une classe à un moment donné. Elle peut être sérieuse, tendue, ludique, inquiétante...L'atmosphère peut évoluer en fonction des activités proposées.

- **Le tissage** : Il s'agit de :

L'activité du maître ou des élèves pour mettre en relation le dehors et le dedans de la classe, la tâche en cours avec celle qui précède ou qui suit, le début avec la fin de la leçon.⁵⁰

- **L'étayage** : C'est l'ensemble des aides apportées par l'enseignant aux élèves pour qu'ils puissent faire, comprendre et penser.
- **Les savoirs visés** : Il s'agit ici de ce que l'on souhaite transmettre à l'élève dans la situation d'apprentissage proposée. Sur le schéma du multi-agenda proposé par Bucheton, cet item est au centre, entouré par les quatre cités précédemment. Ces derniers ont donc un impact sur les savoirs visés.

Ce multi-agenda détaille ainsi les différents aspects de la pratique enseignante qui ont une influence sur l'objectif visé. Dominique Bucheton met en évidence qu'une analyse *a priori* complète et une préparation fine doivent être réalisées pour chaque situation d'apprentissage afin de transmettre aux élèves l'objectif ciblé.

Revenons maintenant sur un de ces items qui a été utilisé à plusieurs reprises lors de la mise en œuvre de mes séances : l'étayage.

⁵⁰ Bucheton, Soulé, 2009, paragraphe 26.

Dominique Bucheton détaille six postures d'étayage qui ont chacune un impact différent sur le comportement des élèves et les procédures qu'ils utilisent. Le tableau ci-dessous résume ces deux aspects.

| Postures d'étayage | Action de l'enseignant | Impact sur l'élève |
|-------------------------------|---|--|
| « Posture de contrôle » | Il propose un étayage collectif où il souhaite faire avancer tous les élèves en même temps. | L'atmosphère est tendue et hiérarchique. Les élèves sont dans l'action mais n'assimilent pas forcément son but. |
| « Posture d'accompagnement » | Il propose des discussions entre élèves, suggère l'utilisation d'outils. Il parle peu mais observe beaucoup. | Les élèves sont en posture réflexive. L'atmosphère est détendue et collaborative. |
| « Posture de lâcher-prise » | Il laisse les élèves expérimenter eux-mêmes. Pour cela, il prévoit des tâches qui permettent une certaine autonomie des élèves. | Les élèves font intervenir leur créativité. Ils apprécient la confiance que leur accorde l'enseignant. |
| « Posture de contre-étayage » | Il « fait » à la place de l'élève pour avancer plus rapidement dans la séance. | L'élève n'assimile pas ce qu'il fait et se culpabilise puisqu'il pense faire ralentir le groupe. Effet très néfaste. |
| « Posture d'enseignement » | Il structure les savoirs en y apportant des termes techniques. | Les élèves assimilent l'intérêt des activités effectuées et en font un lien avec le savoir institutionnalisé. Ils sont dans une phase de mémorisation. |
| « Posture du magicien » | Il fait deviner le savoir en captant l'attention des élèves par des récits, des gestes, ... | Ils tâtonnent et manipulent dans une ambiance ludique. |

Figure 4 : Les postures d'étayage

L'outil des « cinq focales » de Goigoux permet également d'analyser une pratique professionnelle. En effet, en complément des travaux de Bucheton, ce dernier pointe les différentes actions sur lesquelles peut agir l'enseignant afin de réguler sa pratique. Ces focales sont les suivantes :

- **La planification**, au centre des quatre autres, regroupe la conception de la démarche d'enseignement, les objectifs d'apprentissage, les buts de la séance, l'organisation matérielle, les tâches didactiques, les consignes et l'évaluation.
- **L'explicitation**, qui doit être complète et variée : le but des tâches, les connaissances, ressources mobilisées et des procédures et stratégies utilisées par l'élève.

- **La régulation**, quant à elle, englobe les relations avec chaque élève et avec le groupe classe et regroupe cinq items : climat de classe et autorité, retour d'information, traitement des erreurs, étayage, coopération et entraide.
- **La motivation** passe par l'enrôlement et le maintien de l'engagement des élèves dans les tâches, l'orientation et le maintien de leur attention ainsi que le développement du sentiment de compétence.
- **La différenciation** doit faire agir l'enseignant sur la diversité de profil de ses élèves. Ainsi, elle peut être de trois ordres : les modalités, le groupement et le public.

Cet outil permet alors à l'enseignant de comprendre en quoi la séance proposée a fonctionné et ce dont elle a manqué. Ainsi, plus l'enseignant fera appel à ces focales dans ses séances, plus l'objectif d'apprentissage sera assimilé par les élèves.

Pour analyser une pratique d'enseignement, plusieurs outils existent : L'analyse *a priori* de Charnay, les travaux de Bucheton sur le multi-agenda et les postures d'enseignement ainsi que les cinq focales de Goigoux. Ces derniers nous permettront d'établir les analyses *a priori* et *a posteriori* des trois séances mises en œuvre.

5. Analyses des séances mises en œuvre

5.1 Analyse a priori

Pour reprendre l'analyse a priori de Charnay, présentée dans la partie *démarche expérimentale*, les critères analysés sont les suivants : les procédures d'élèves, les difficultés et erreurs potentielles ainsi que les variables didactiques et pédagogiques. Les compétences mobilisées par les élèves ainsi que l'étayage prévu ont été ajoutés afin d'affiner l'analyse. Les trois séances ont donc été analysées une à une à partir de ces différents items.

5.1.1 Séance 1

Procédure des élèves :

L'activité proposée permettra aux élèves d'endosser deux rôles : faire deviner le solide et deviner le solide.

Tout d'abord, pour les élèves qui auront à décrire le solide, la procédure effectuée par les élèves sera la suivante :

- 1 – Observation du solide choisi.
- 2 – Dénombrement du nombre de faces, d'arêtes, de sommets.
- 4 – Écriture de la description du solide sur le cahier de brouillon.
- 5 – Annonce à l'oral cette description (une phrase chacun).

Pour les élèves qui auront à deviner le solide, elle sera :

- 1 – Ecoute de la description donnée par l'élève.
- 2 – Dénombrement du nombre de faces, d'arêtes, de sommets de chaque solide. Reconnaissance des figures planes associées aux faces.
- 3 – Elimination des solides qui ne correspondent pas à la description.
- 4 – Identification du « solide caché ».

Compétences mobilisées

Ces différentes procédures permettront aux élèves de mobiliser différentes compétences : observer, comparer, changer de point de vue. Il est en effet primordial de débiter la séquence sur les solides par une phase d'observation et de comparaison. Ainsi, les élèves

auront la possibilité d'apprendre à raisonner et argumenter en utilisant aussi bien l'objet physique en lui-même que ses propriétés, ce qui est préconisé par les instructions officielles. Il s'agira ici également pour eux de passer, comme l'indique Rouche, des *objets sociaux* aux *objets mathématiques*. Les élèves dépasseront ainsi le *niveau 0* décrit par Van Hiele qui correspond à celui où les élèves accordent leur attention sur l'apparence de solide au *niveau 1* où ils mettent en avant certaines propriétés (nombre de sommets, de faces, d'arêtes).

Par cette activité, deux des actions de l'attendu de fin de cycle 3 : « reconnaître, nommer, décrire, reproduire, représenter, construire quelques solides et figures géométriques »⁵¹ seront mobilisées par les élèves. En effet, ces derniers auront à *reconnaître* le solide en question en fonction des propriétés énoncées par leurs paris. De plus, ils *décriront* le solide en s'appuyant sur ses caractéristiques.

Difficultés et erreurs potentielles

Cette activité pourra représenter deux difficultés potentielles : un mauvais dénombrement des arêtes, faces, sommets en raison du manque de matériel ainsi qu'une mauvaise communication du fait des lacunes des élèves en vocabulaire géométrique. En effet, ne disposant uniquement que de deux exemplaires pour chaque solide, je crains que les élèves ne puissent manipuler autant qu'ils en auront besoin. De plus, étant la première séance sur les solides et ne les ayant pas abordés auparavant, aucun terme de vocabulaire géométrique n'a été précisé, ce qui pourrait rendre difficile la communication entre les élèves. Néanmoins, comme le préconisent les instructions officielles, le vocabulaire ne doit pas être amené telle une leçon de vocabulaire mais lors des activités de manipulation. Je tiendrai alors compte de cette recommandation au sein de cette séance.

Étayage prévu

Afin de contrer ces difficultés, deux pistes d'étayage seront, si besoin, mises en place pour cette activité en fonction des différents rôles endossés par les élèves. Tout d'abord, pour décrire le solide, il sera intéressant de faire comparer deux solides à l'élève en lui demandant ce qu'il y a de différents entre eux de manière à mettre en évidence, par exemple, le nombre de sommets. Pour aider l'élève qui aura pour rôle de deviner le solide, il pourra être nécessaire de

⁵¹ Ministère de l'Education Nationale, 2016, p.14.

reformuler les descriptions des élèves afin de pallier la difficulté anticipée « mauvaise communication du fait du manque de vocabulaire ».

Variables didactiques

La principale variable didactique choisie ici se porte sur le choix des solides. En effet, des objets géométriques seront sélectionnés plutôt que des objets de la vie réelle. Ainsi, le processus d'abstraction, préconisé par les programmes du cycle 3, ne sera pas entravé par des représentations sociales du solide.

5.1.2 Séance 2

Procédure des élèves

Comme la séance précédente, l'activité proposée dans cette deuxième séance permettra également aux élèves d'endosser deux rôles : celui de choisir le solide et de le décrire et celui de deviner le solide. Pour ce premier rôle, la procédure des élèves sera la suivante :

- 1 – Choix d'un solide qui se démarque des autres afin que les élèves de son groupe l'identifient rapidement.
- 2 – Dénombrement du nombre de faces et leurs natures, du nombre de sommets et du nombre d'arêtes.

Pour le second rôle, la procédure réalisée par les élèves sera la suivante :

- 1 - Ecriture des questions pertinentes permettant d'éliminer rapidement certains solides (plutôt « A-t-il des faces triangulaires ? » que « A-t-il 8 arêtes ? »)
- 2 – En fonction des réponses de l'élève, observation les solides, dénombrement du nombre de sommets, d'arêtes et de faces, reconnaissance des figures planes correspondant aux faces.

Compétences mobilisées

Cette activité permettra aux élèves de mobiliser plusieurs compétences : Repérer les éléments qui caractérisent le solide, utiliser le moins de critères possibles pour décrire le solide et utiliser le vocabulaire géométrique. Ainsi, en se référant à l'attendu de fin de cycle, les élèves auront recours, pour cette activité, à trois verbes d'actions. Dans la continuité de la première séance, les compétences de reconnaissance et de description du solide seront mobilisées. En

effet, les élèves, selon leurs rôles, auront à décrire le solide et à poser des questions sur les caractéristiques de ce solide. Le verbe d'action *nommer* sera ajouté à ces compétences puisque, pour établir la description du solide, les élèves auront ce dernier en main. Les mots de vocabulaire y seront alors amenés, comme préconisé par les instructions officielles.

Difficultés et erreurs potentielles

Plusieurs difficultés pourront être rencontrées par les élèves lors de cette activité. Tout d'abord, la difficulté à rédiger des questions fermées, ne permettant donc pas d'identifier le solide rapidement. De plus, l'unique exemplaire du solide proposé aux élèves (détaillé ci-après dans les variables didactiques) pourra être responsable de la difficulté à dénombrer le nombre d'arêtes, de sommets et de faces. Enfin, cette activité nécessitant des compétences liées au travail de groupe, nous pouvons imaginer que les élèves pourront éprouver des difficultés à travailler à plusieurs.

Étayage prévu

Face à ces difficultés, plusieurs pistes d'étayage pourront être mises en place. Tout d'abord, pour contrer la difficulté de travail en groupe, ces derniers seront prévus à l'avance et auront une constitution homogène. De plus, afin que les élèves puissent être efficaces en rédigeant des questions ouvertes, une mise en commun à la suite de la première manche pourra être établie afin de mettre en évidence les questions posées.

Variables didactiques

Pour cette activité, certaines variables didactiques ont été choisies. Tout d'abord, les élèves seront mis par groupe de manière à susciter l'esprit d'équipe. Cela les incitera à rédiger les questions les plus précises possibles dans le but de gagner la manche. De plus, un seul lot de solide sera disposé dans la classe pour que les élèves puissent se construire des images mentales des solides, préconisé par les instructions officielles. Mathé (2008) insiste également sur l'importance de provoquer des allers-retours fréquents entre l'objet physique et cette image mentale afin d'entamer le processus d'abstraction, au cœur des programmes de cycle 3.

5.1.3 Séance 3

Dans cette séance, deux activités seront proposées aux élèves : celle du *Squelette* ainsi que celle de *L'habillage du solide*.

Procédure des élèves

Tout d'abord, pour l'activité du *Squelette*, la procédure des élèves sera la suivante :

- 1 – Manipulation du matériel à disposition pour se l'approprier.
- 2 – Observation des solides.
- 3 – Dénombrement des sommets et arêtes pour préparer son matériel.
- 4 – Assemblage du squelette en reliant les allumettes aux boules de pâte à modeler.
- 5 – Vérification si le squelette correspond bien au solide en dénombrant les sommets et arêtes.

Pour celle de *l'habillage du solide*, elle sera la suivante :

- 1 – Description du solide : Dénombrement du nombre des faces et leurs natures.
- 2 – Ecriture de la description de l'autre groupe pour s'en souvenir.
- 3 – Association, parmi les faces proposées, des figures planes correspondantes à la description faite par l'autre groupe.
- 4 – Vérification en recouvrant le solide des figures planes sélectionnées.

Compétences mobilisées

A travers ces procédures, les élèves mobiliseront des compétences liées à la décomposition du solide en éléments zéro, une et deux dimensions, à savoir respectivement, les sommets, les arêtes et les faces. De plus, de nouveaux verbes d'actions inscrits dans l'attendu de fin de cycle 3, *construire* et *représenter* seront sollicités. En effet, à travers l'activité du *Squelette*, les élèves auront à construire un solide. Quant à l'activité *Habillage du solide*, lors de la phase de vérification, les élèves auront à observer le solide sous toutes ses vues de manière à le recouvrir entièrement de figures planes. Cette compétence sera retravaillée par la suite lors de la séance sur la représentation d'un solide. Il est en effet nécessaire de mobiliser cette dernière puisqu'elle participe au passage du *vu* au *su* développé par Colmez et Parzys (1993) et détaillée en partie théorique. De plus, à travers cette activité, les élèves évoluant au *stade 0* décrit par Van Hiele (1959) accéderont au *stade 1* puisqu'ils classeront les solides dans deux catégories en fonction de leur expérimentation : les polyèdres et non-polyèdres. Enfin, cette phase de vérification a été pensée en suivant la théorie de Piaget sur le raisonnement basé sur le vécu. En effet, il sera plus évident pour les élèves d'identifier les figures planes correspondant aux faces des solides en les plaçant eux-mêmes sur le solide en question.

Les difficultés et erreurs potentielles

Ces activités pourront présenter quelques résistances pour les élèves. En effet, pour l'activité du *Squelette*, la construction d'un solide non-polyèdre pourrait ici aussi poser des difficultés. En effet, les élèves éprouveront une résistance à réaliser le squelette de la boule, du cône et du cylindre en raison de l'absence d'arêtes et de sommets (hormis pour le cône, qui dispose uniquement d'un sommet). De plus, pour l'activité de *L'habillage du solide*, les élèves pourront omettre la face qui se situe contre la table lors de la phase de vérification, entraînant ainsi des erreurs de représentation du solide.

Etayage prévu

Afin de surmonter les difficultés pouvant potentiellement être rencontrées par les élèves au cours de ces activités, différentes pistes d'étayage pourront être mises en place : d'une part, la constitution des binômes sera homogène, pour permettre aux élèves les plus en difficulté de bénéficier de l'aide d'un autre élève, plus à l'aise dans ce domaine. De plus, pour qu'ils identifient bien la différence entre les polyèdres et non-polyèdres pour l'activité du *Squelette*, une comparaison pourra être faite entre deux solides de ces différentes catégories. Il s'agira alors de laisser les élèves manipuler en leur demandant d'identifier les sommets et arêtes.

Variables didactiques

Les variables didactiques choisies pour cette activité concernent le choix du matériel. Pour l'activité du *Squelette*, deux matériaux permettront la reproduction du solide : les allumettes pour les arêtes ainsi que les boules de pâtes à modeler pour les sommets. Le choix de ces matériaux s'est révélé assez évident puisqu'ils représentent bien les définitions de ces deux termes. En effet, le sommet est le point d'intersection de deux arêtes alors que l'arête est une droite qui définit le côté d'une face d'un polyèdre.

Pour l'activité de *L'habillage du solide*, les faces seront constituées dans une matière souple, le papier, puisqu'elles seront réalisées sur mesure afin qu'elles correspondent bien aux faces des solides présents.

5.2 Analyses *a posteriori*

5.2.1 Séance 1

Objectif de la séance

L'objectif de cette séance a été explicité en début de séance : « Aujourd'hui, on va apprendre à décrire un solide, pourquoi est-il important de savoir décrire un solide ? » mais n'a pas été rappelé ensuite. Les élèves n'ont donc pas saisi cet objectif et semblent l'avoir confondu avec la définition d'un solide. En effet, lors de la première phase, après avoir demandé à la classe « A quoi cela nous sert de devoir décrire un solide ? » un élève a répondu « Pour construire des maisons ». Suite à cette réponse, plusieurs élèves ont enchaîné en donnant leur définition du solide « un texte qui parle d'une figure géométrique », « objet dont la matière est dure », « objet qui a des faces », « ce qui est en 3D, en volume ». Souhaitant recueillir leurs représentations initiales, je les ai notées au tableau et leur ai expliqué qu'au fur et à mesure de cette séquence nous allons apprendre à définir ce qu'est un solide et validerons ou invaliderons ces propositions. L'objectif de la séance n'a donc pas été identifié par les élèves puisque le tableau était submergé de leurs définitions du solide. L'objectif que je leur ai transmis était donc plutôt « Définir un solide ». Afin de permettre aux élèves de se décentrer du terme « solide » et de se focaliser sur l'objectif réel de cette séance des objets du quotidien auraient pu être utilisés. Ainsi, le vocabulaire n'aurait pas posé problème.

Si on se penche du côté de l'analyse des « cinq focales » de Goigoux, nous pouvons apporter un point de vue critique à cette séance à travers trois de ces focales : la planification, l'explicitation ainsi que la régulation. Bien qu'anticipée efficacement, la planification n'a pas été explicitée lors de la mise en œuvre de la séance. En effet, il aurait été nécessaire d'insister sur l'objectif d'apprentissage ainsi que sur le but de la séance. De plus, la régulation impliquait ici un feed-back direct sur le vocabulaire. Lorsqu'un élève a utilisé le mot « pointe », je l'ai repris en lui demandant plutôt de parler de « sommet ». Ceci a alors participé à la confusion de l'objectif de la séance.

Afin d'éviter cette confusion au niveau de l'objectif, parler d'objet plutôt que de solide aurait été préférable. Ainsi, les élèves n'auraient pas été focalisés sur la définition du solide. De plus, pour qu'ils identifient l'objectif de la séance « Comprendre l'intérêt de décrire un solide », une explicitation tout au long de cette dernière aurait été nécessaire. Comme l'explique la DGESCO, l'explicitation est non seulement bénéfique en début de séance mais également

pendant, en interrogeant les élèves sur ce qu'ils font et pourquoi ils le font. Il est aussi important d'expliciter en fin de séance en insistant sur le réinvestissement de la notion travaillée.

Procédure des élèves, difficultés rencontrées et étayage effectué

La procédure effectuée par les élèves pour l'activité du solide caché était sensiblement celle prévue en analyse *a priori*. En effet, les élèves ont suivi les étapes dans le même ordre que celui annoncé. Néanmoins, certaines modifications sont apparues. Tout d'abord, une phase de manipulation du solide a dû être ajoutée à la demande de certains élèves. En effet, le dénombrement est plus évident pour les élèves lorsqu'ils ont le solide en main. N'ayant uniquement que deux solides identiques, cette phase s'est révélée plutôt longue puisqu'ils devaient passer dans les mains de chaque élève. Ils sont ensuite passés à la description du solide. Lors de l'analyse *a priori*, les procédures attendues des élèves étaient le dénombrement des faces, des sommets et des arêtes ainsi que l'identification de la nature des faces. Une grande partie des élèves a suivi cette procédure, tout en ayant des mots de vocabulaire différents : « sommet », « pointe », « arête », « face », « côté » en fonction de ce qu'ils avaient retenu de l'année scolaire antérieure. Certains élèves sont également passés par la représentation du solide sur leur cahier.

En les questionnant sur le but de cette représentation, plusieurs réponses m'ont été données : « Comme on ne peut pas toucher le solide longtemps, je le dessine pour m'en rappeler », « Pour compter les pointes et les arêtes comme ça je peux barrer celles que j'ai déjà compté ». On peut imaginer que pour la première proposition, si l'élève avait disposé d'un solide exclusif, cette représentation n'aurait pas eu lieu. A l'inverse, un temps de manipulation plus long aurait quand même amené le second élève à représenter le solide. On peut donc mettre ici en évidence que c'est le fait d'avoir été empêché de manipuler le solide qui a rendu nécessaire sa représentation.

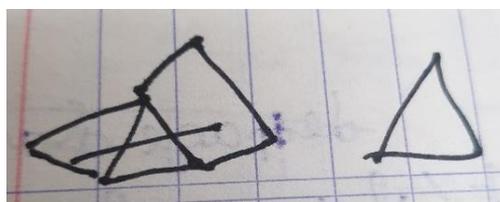


Figure 5 : Représentation du prisme droit par un élève

Tous les élèves ayant finalement eu l'occasion de manipuler le solide, la difficulté « mauvais dénombrement du fait du manque de matériel » ne s'est pas révélée.

En revanche, lors de cette phase, une consigne a dû être ajoutée. En effet, en circulant entre les élèves pour voir leurs descriptions, j'ai pu lire les phrases suivantes « Ça ressemble à une tente », « En forme de tente », « Solide jaune ». En se référant aux travaux de Rouche, cités

précédemment, les élèves ont associé les solides à des *objets sociaux*. Afin de recentrer ces derniers sur les objets mathématiques, les contraintes de ne pas comparer le solide à un objet que l'on connaît et de ne pas donner sa couleur ont été ajoutées. Cette contrainte permet également de rentrer dans le processus d'institutionnalisation : en ajoutant cette dernière, les élèves saisissent la nécessité de s'intéresser aux objets théoriques qui modélisent la réalité perçue.

De plus, certains élèves listaient les propriétés physiques de l'objet « c'est mou », « c'est en 3D », ce qui ne permettait ni d'identifier le solide caché ni de mobiliser les compétences attendues. L'étayage prévu s'est alors révélé utile puisqu'en faisant comparer deux solides à l'élève en question en lui demandant ce qu'il y avait de différent entre les deux, il a pu isoler la nature des faces ainsi que le nombre des sommets et d'arêtes. Si on compare cet étayage aux différentes postures d'étayage détaillées par Bucheton (2009), celui proposé reflétait une « posture d'accompagnement ». En effet, le but ici était de faire émerger une description en faisant parler l'élève sur les différences observées afin d'apporter les éléments nécessaires à l'institutionnalisation.

Puis, dans la seconde phase de cette activité, l'élève qui devait deviner le solide a effectué la même procédure que celle prévue en amont. Une des difficultés anticipées en amont, à savoir, « Mauvaise communication du fait du manque de vocabulaire » n'a pas eu lieu puisque les élèves *devineurs* comprenaient la signification des mots de leurs camarades. La reformulation de la description d'un élève prévue pour pallier cette difficulté n'a donc pas été utilisée.

Enfin, la phase d'institutionnalisation, qui devait consister à élaborer une affiche listant les éléments qui relèvent de l'intérêt de la description d'un solide, a été modifiée. En effet, elle s'est révélée être une leçon de vocabulaire : nous avons mis en évidence les mots de vocabulaire (sommets, arêtes, faces) sur une affiche représentant un cube que vous retrouvez ci-contre. L'objectif de la séance n'a donc pas été mis en évidence et a même été confondu. Le vocabulaire aurait dû arriver petit à petit au cours de la séquence. J'explique cela par une intervention de ma part lorsqu'un élève a utilisé le mot « pointe » pour parler de

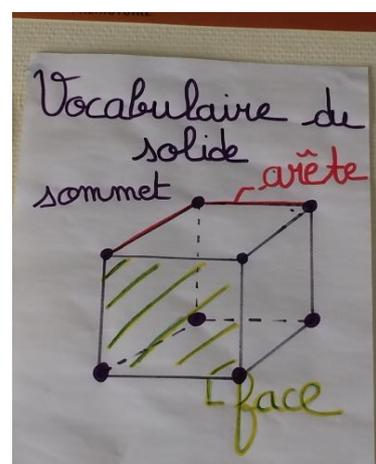


Figure 6 : Affiche institutionnalisation 1

sommet. J'ai donc repris ce dernier en employant le terme géométrique pour commencer à introduire le vocabulaire. Cependant, la quasi-intégralité de la séance s'est révélée être des échanges entre les élèves sans que j'intervienne. Cette précision de vocabulaire a donc été une de mes seules interventions. Les élèves ont donc associé cela à quelque chose qu'ils devaient retenir. Le contrat didactique instauré dans la classe a donc eu une influence sur l'interprétation des élèves.

En effet, après avoir analysé ma pratique professionnelle en me référant aux postures professionnelles décrites par Dominique Bucheton (2009), j'ai constaté me positionner souvent dans la *posture d'enseignement* dans laquelle je structure les savoirs en fin de séance. Cependant, pour cette séance précise, la structuration des savoirs était prévue pour être faite par les élèves, ma posture aurait alors dû être du côté de la posture du *lâcher prise* ou *d'accompagnement*. Ainsi, le terme « pointe » exprimé par un élève n'aurait pas dû être relevé puisque l'objectif ici n'était pas de définir le vocabulaire. En effet, cet objectif était plutôt de mettre en avant les éléments qui nous permettent de décrire un solide : observer l'objet de différents points de vue, identifier les formes géométriques sans s'intéresser à ce qu'elles nous évoquent et à leur couleur, repérer ce qui différencie un objet d'un autre, organiser une procédure de dénombrement pour être certain de ne pas avoir compté deux fois un élément ou de ne pas en avoir oublié. Ce sont donc ces éléments qui auraient dû être institutionnalisés en fin de séance. Cependant, étant trop focalisée sur le vocabulaire, je n'ai pu identifier clairement ces derniers.

Le rôle de la manipulation

Dans cette séance de découverte sur les solides, le but était ici de faire comprendre aux élèves l'intérêt de décrire un solide. Afin d'y parvenir, l'activité proposée associait une situation de communication et de manipulation. Cette dernière n'avait pas ici de rôle précis dans le processus d'apprentissage. Néanmoins, elle a permis aux élèves de se familiariser avec le matériel ainsi que de se construire des images mentales, nécessaires au processus d'abstraction. De plus, la manipulation a permis une validation directe. En effet, lorsqu'un élève citait un élément de la description à l'élève censé trouver le solide correspondant, ce dernier dénombrait directement sur le solide de manière à le valider ou l'invalider directement. La preuve de la validation était donc démontrée à tous les élèves.

5.2.2 Séance 2

Objectif de la séance

L'objectif prévu « Identifier les informations qui permettent de décrire un solide : le nombre de ses arêtes, de ses sommets, de ses faces et leur forme » a bien été identifié par les élèves. En effet, suite à la confusion de l'objectif lors de la première séance, j'ai pris soin d'être vigilante sur ce point. En prenant appui sur le document *Enseigner plus explicitement* rédigé par la DGESCO, j'ai ajouté à ma fiche de préparation différents temps d'explicitation. Tout d'abord, en début de séance, j'ai insisté sur l'objectif : « Aujourd'hui, on va devoir trouver quelles informations nous permettent de reconnaître un solide ». Afin de ne pas le perdre de vue et de répondre à cette tâche en fin de séance, j'ai noté sur une affiche « Pour reconnaître un solide, il faut : » puis, j'ai expliqué aux élèves qu'on y reviendrait en fin de séance pour y noter les éléments qui nous semblent importants. Ensuite, lorsqu'ils étaient en activité, j'ai veillé à questionner les élèves sur ce qu'ils étaient en train de faire. Pour décrire le solide, l'élève n°1 m'a expliqué : « Je compte le nombre d'arêtes et de sommets ». Afin qu'il approfondisse sa réponse, je lui ai demandé « A quoi cela sert-il de compter le nombre d'arêtes et de sommets ? », il m'a alors répondu que cela lui permettait de « Dire à son équipe à quoi ressemble le solide ». L'élève n°2, quant à lui, m'a expliqué qu'il choisissait « un solide qui ne ressemble pas aux autres ». Lorsque je lui ai demandé de justifier son choix, il a précisé qu'il le faisait « pour que son équipe trouve le solide le plus vite possible ». Ces différentes procédures seront reprises et détaillées dans le point suivant. L'élève n°3, qui lui, inscrivait sur son cahier de brouillon les questions à poser à son camarade, a également expliqué ce qu'il était en train de faire : « J'écris des questions pour les poser à M ». Suite à ma relance, il a complété son propos : « Après je vais regarder les solides, compter les sommets et s'il y en a un je vais trouver le solide ». L'explicitation a ici plusieurs buts. Tout d'abord, il permet à l'élève de donner du sens à ce qu'il fait. Il permet également à l'enseignant de connaître la procédure de l'élève pour l'analyser par la suite.

En fin de séance, la phase d'explicitation passait par la liste des éléments qui permettent de décrire un solide selon les élèves. Ainsi, l'objectif a été le fil conducteur de la séance et la tâche posée en début de séance, à savoir, la création de l'affiche (ci-contre), a été finalisée en fin de séance.

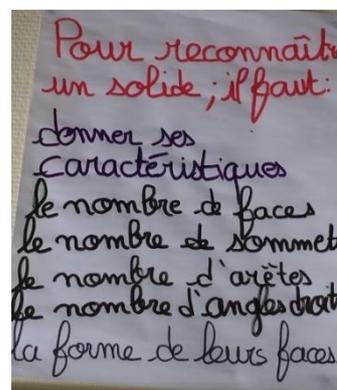


Figure 7 : Affiche institutionnalisation 2

Il était donc plus facile pour les élèves de citer les éléments importants à communiquer lors de la description d'un solide puisqu'ils avaient eu l'objectif en tête tout au long de la séance. L'explicitation de l'objectif influe donc fortement sur ce que l'enseignant souhaite transmettre aux élèves. Il permet également à ce dernier de rester vigilant quant au fil conducteur de la séance.

Dans son multi-agenda, Dominique Bucheton (2009) insiste sur l'importance du tissage dans une situation d'apprentissage. En effet, le tissage effectué ici entre les différentes parties de la séance grâce à ces temps d'explicitation a permis aux élèves de bien identifier l'objectif.

Procédures des élèves, difficultés rencontrées et étayage

La procédure anticipée pour les élèves, à savoir, le choix d'un solide qui se démarque des autres par rapport au nombre de ses faces, de ses sommets et de ses arêtes a été réalisé par un seul élève lors de la première manche. Lorsque je lui ai demandé de justifier le choix du solide, ce dernier m'a expliqué : « Si je leur dis qu'il n'a qu'un sommet, ils vont trouver directement ». En effet, ce groupe a été le premier à identifier le solide. De plus, dans tous les groupes, les élèves n'ont pas été en mesure d'identifier le solide rapidement. En effet, les questions des élèves manquaient de précisions : « Est-ce qu'il a des arêtes ? », « Est-ce qu'il a des faces ? », « Est-ce qu'il a des sommets ? ».

Afin de leur apporter un étayage adapté, une mise en commun a été réalisée. Les élèves ont donc énoncé les questions qu'ils avaient posées à leurs camarades (celles énoncées précédemment). J'ai ensuite disposé devant eux tous les polyèdres dont on disposait puis leur ai posé la question « Est-ce qu'il a des faces ? ». Je leur ai ensuite demandé si cette question permettait d'éliminer un solide. Les élèves ont alors compris ce qui n'avait pas fonctionné lors de la première manche : le fait de ne pas avoir rédigé une question qui porte sur une caractéristique du solide qui lui est propre. Je leur ai ensuite demandé quelle question pourrait-on poser afin d'éliminer un solide. C'est ainsi qu'est apparu la question « est-ce qu'il a des faces triangulaires ? ». Une fois cette mise en commun établie, la seconde manche s'est déroulée sans difficulté. Les questions des élèves étaient beaucoup plus précises : « Est-ce qu'il a 6 faces carrés ? » leur permettant ainsi d'identifier le solide plus rapidement.

L'étayage proposé ici se rapproche de celui de la *posture d'enseignement* détaillée par Dominique Bucheton. En effet, non prévu en analyse *a priori*, il a été instauré suite à une analyse directe des procédures d'élèves. Il a donc permis d'établir un lien entre les tâches, à

savoir ici, la première et la seconde manche. Le but de cet étayage était donc de faire verbaliser les élèves sur leurs procédures pour mettre en évidence des nécessités et faire émerger des questions plus pertinentes.

Le rôle de la manipulation

Afin que la manipulation fasse partie intégrante du processus d'apprentissage, Dias insiste sur les étapes par lesquelles elle doit passer pour permettre la construction d'un savoir. Ces différentes phases sont présentes sur cette deuxième séance. En effet, la première phase, celle que Dias définit « d'action »⁵² est celle où les élèves manipulent. Elle correspond ainsi au temps de manipulation libre effectuée par les élèves en début de séance. Dans la continuité de la première séance, le but ici était de permettre aux élèves de se construire progressivement des images mentales des solides. En effet, lors de l'activité *deviner le solide*, les élèves devaient limiter les allers-retours pour venir visualiser le solide, leur permettant ainsi de s'appuyer sur ces images mentales.

Vient ensuite l'étape de la « formulation »⁵³. Celle-ci correspond aux différents temps effectués pour faire verbaliser les élèves sur leurs procédures. Laura Moisson, Léa Payan et Amandine Skiara expliquent dans leur mémoire que cette phase « permet des prises de conscience de la part des élèves »⁵⁴. Ainsi, ces derniers deviennent acteurs dans le processus d'apprentissage.

L'étape de « validation »⁵⁵ permet ensuite de vérifier les propos avancés par les élèves lors de l'étape précédente. Le matériel permet en effet d'apporter une preuve irréfutable qu'ils ne peuvent contester. Dans l'activité proposée, cette validation consistait pour les élèves à dénombrer le nombre d'arêtes, de sommets et de faces pour identifier le solide choisi par leur camarade. Ainsi, le propos annoncé pouvait directement être validé ou invalidé, ce qui permettait de répondre à la tâche proposée.

Enfin, la phase « d'institutionnalisation »⁵⁶ permet la structuration des savoirs acquis pendant la séance. L'affiche ici constituée sur les informations qui permettent de décrire un solide venait, après les phases de manipulation, de formulation et de validation, conclure sur ce

⁵² Dias, 2017.

⁵³ Ibid.

⁵⁴ Moisson, Payan, Skiara, 2019, p.8.

⁵⁵ Dias, 2017.

⁵⁶ Ibid.

qui avait été mis en évidence lors de la séance. Ces savoirs ayant un lien direct avec l'activité de manipulation, les élèves les réinvestiront plus aisément.

5.2.3 Séance 3

Objectif de la séance

De même que pour la séance 2, j'ai souhaité expliciter clairement l'objectif de séance qui était : « Caractériser un solide selon le nombre de ses arêtes, de ses sommets, de ses faces et leurs formes ». Pour ce faire, en début de séance, j'ai demandé aux élèves ce qui avait été travaillé lors de la dernière séance. L'affiche constituée à la fin de cette séance dernière étant disposée sur un des murs de la classe, les élèves y ont eu accès pendant une semaine et ont pu s'imprégner de ces informations. Ainsi, le lien entre ces deux séances a facilement été établi par les élèves. L'objectif était plus facile à amener : « Maintenant qu'on connaît les éléments importants dont on a besoin pour décrire un solide, on va s'intéresser au nombre de sommets, d'arêtes, de faces et de leurs natures pour chaque solide afin de créer leur fiche d'identité ». Pour rendre cet objectif plus clair, les consignes des deux activités ont été annoncées ensuite l'une après l'autre en classe entière : « Vous allez avoir un solide caché dans une boîte. Vous allez être associé à un autre binôme et vous allez devoir expliquer à un élève de ce binôme comment est votre solide pour qu'il choisisse les bonnes formes géométriques pour l'habiller. Puis vous reviendrez à votre place et trouverez les bonnes formes pour habiller le solide caché et « Vous allez devoir reproduire les solides qui sont sur vos tables en utilisant le matériel ».

Une fois les groupes répartis, j'ai souhaité lancer les activités, cependant, la consigne n'avait pas été comprise par la majorité des élèves de la classe. En effet, après réflexion, la passation de consigne n'a pas été faite au bon moment. Elle aurait eu plus d'intérêt à être faite lorsque les groupes étaient face au matériel afin de pouvoir l'utiliser pour illustrer les consignes. Ainsi, les élèves auraient eu un exemple concret du travail demandé. Nous observons donc une illustration concrète du « pilotage des tâches » influant sur la situation d'apprentissage selon Bucheton. En effet, la gestion du temps et de l'espace a ici eu une influence sur la compréhension de la consigne et donc sur l'activité en elle-même. De plus, l'objectif aurait pu être rappelé, de manière à ce que les élèves l'aient toujours en tête. Je pense que ce dernier a été noyé dans un flot de consignes trop important.

Il aurait donc été intéressant d'insister davantage sur la production finale, qui était la création de la carte d'identité, en début de séance en montrant un exemple aux élèves. Ainsi,

dès le début de la séance, ces derniers se seraient davantage projetés sur la fin de la séance et auraient assimilé plus facilement le sens du travail proposé. Il aurait également été bénéfique de faire verbaliser les élèves sur leurs procédures lors des activités. Cependant, la gestion des deux groupes ne m'a pas permis de me libérer assez de temps pour faire s'exprimer les élèves.

Procédure des élèves, difficultés rencontrées et étayage

Afin d'analyser ces paramètres le plus précisément possible, je vais traiter les deux activités proposées dans cette séance, à savoir, le *Squelette* et l'*Habillage du solide* séparément.

Tout d'abord penchons-nous sur l'activité du *Squelette*. Comme expliqué dans la partie précédente, la passation de consigne lors de cette séance n'a pas été claire. En effet, dans la précipitation, j'ai omis une contrainte essentielle à la réussite des élèves pour cette activité : une boule de pâte à modeler sert à représenter un sommet et une allumette sert à représenter une arête. Afin d'éviter cet oubli, un travail en amont autour de la consigne aurait été nécessaire. En effet, suite à la lecture de l'article de Jean-Michel Zakhartchouk (2000), différents paramètres sont à prendre en compte pour l'élaboration et la mise en œuvre d'une consigne. Tout d'abord, la gestion du temps. Ici, cette dernière m'a porté préjudice puisqu'en voulant passer ma consigne rapidement dans le but de laisser les élèves en activité le plus longtemps possible, la consigne en a été impactée. De plus, une articulation entre la consigne et le reste de la séance est primordiale. Aussi, comme je l'ai détaillé dans le point précédent, un rappel de l'objectif aurait dû être fait dans l'énoncé de la consigne. Il est également important de se questionner sur la nécessité de la consigne orale. En effet, il aurait été intéressant de se servir de l'aspect implicite du matériel proposé pour l'activité du *Squelette* pour limiter la consigne. Cette dernière aurait uniquement pu être caractérisée par l'écriture des deux contraintes au tableau (Une boule de pâte à modeler = un sommet, une allumette = une arête), le matériel présent ici étant assez inductif pour se suffire à lui-même. Enfin, certaines préconisations sont listées dans cet article afin d'avoir une passation de consigne optimale : la détacher du reste de la séance pour avoir l'attention la plus complète possible des élèves ou encore leur faire répéter cette dernière pour s'assurer de sa compréhension.

Si on se penche maintenant du côté des productions d'élèves, nous pouvons conclure que cette omission au niveau de la consigne a eu des répercussions. En effet, deux groupes ont utilisé la pâte à modeler pour relier deux allumettes et former ainsi une arête plus longue (photographie ci-contre).



Figure 8 : Squelette du pavé droit



Figure 9 : Squelette du cône

De plus, deux autres groupes ont eu recours à ce matériau pour représenter les extrémités de la base du cône (photographie ci-contre). L'objectif de l'activité qui était d'identifier le nombre d'arêtes et de sommets de chaque solide n'était donc pas atteint pour ces élèves. En effet, il s'est avéré que ces derniers ont difficilement repéré le fait que le cône n'ait pas d'arête.

Cette erreur n'a pas été reproduite dans l'autre groupe. Je l'explique par le fait que dans l'activité *Habillage du solide*, les élèves avaient bien identifié l'absence d'arêtes pour ce solide. L'ordre des activités a donc agi sur les productions des élèves et sur leur représentation des solides.

Étayage mis en place

J'avais, pour cette activité, anticipé une résistance des élèves à représenter le squelette des non-polyèdres, cependant, je n'avais pas imaginé qu'ils le représentent de cette manière. Ainsi, j'ai reformulé ma consigne et l'ai inscrite sur le tableau : Un sommet = une boule de pâte à modeler, une arête = une seule allumette. J'ai également fait compter les sommets et arêtes des solides qui posaient difficulté aux élèves. Une fois cet étayage réalisé, les élèves n'ont plus rencontré de difficultés pour cette activité. Pour ce qui est de la nature de cet étayage, selon Bucheton, elle se rapproche de la *posture de contrôle*. En effet, mon objectif ici était de faire avancer tout le groupe en même temps en raison de l'omission d'une partie de ma consigne. Cet étayage ne permettait donc pas aux élèves de verbaliser, ni d'avoir une réflexion mais uniquement de faire. Après réflexion, cet étayage se rapproche aussi du *sur-étayage*. Les élèves ont été trop guidés et auraient pu se rendre compte de leur erreur par eux-mêmes puis modifier leur procédure après être passé par l'activité *Habillage du solide*.

Pour celle concernant l'*Habillage du solide*, une confusion au niveau de la consigne a également été constatée. En effet, l'activité était semblable à celle faite en séance 2. Les élèves

ont donc eu du mal à s'imprégner de la consigne qui était la suivante : « Vous allez avoir un solide caché dans une boîte. Vous allez être associé à un autre binôme et vous allez devoir expliquer à un élève de ce binôme comment est votre solide pour qu'il choisisse les bonnes formes géométriques pour l'habiller. Puis vous reviendrez à votre place et trouverez les bonnes formes pour habiller le solide caché. » Afin d'éviter cette confusion, un exemple fait avec les élèves aurait été bénéfique et l'activité aurait donc pu être lancée plus rapidement. En effet, de nombreux élèves décrivaient leur solide en fonction du nombre de sommets et d'arêtes pour le faire deviner à l'autre groupe. La consigne a donc dû être reformulée plusieurs fois. Cependant, une fois l'activité bien lancée, les groupes ont tous utilisé la même procédure : Une fois le nombre de faces et leur nature en tête, les élèves venaient chercher les figures planes correspondantes. En interrogeant un élève sur ce qu'il était en train de faire, il m'a expliqué : « Je cherche quatre triangles et un carré pour recouvrir le solide ».

En préparant cette séance, je m'étais fait la réflexion que cette activité serait idéale pour identifier que les non-polyèdres ne sont pas constitués uniquement de figures planes. Cela s'est en effet révélé pour la boule ainsi que le cylindre. Les élèves qui devaient décrire la boule lui ont attribué les caractéristiques : « pas de face » et au cylindre : « deux faces rondes ». Cependant, pour le cône, les élèves l'ont décrit comme ayant « une face ronde et des faces triangles ». Le binôme associé à ce groupe est donc venu chercher un cercle ainsi que trois triangles. La phase de vérification, qui je pensais, allait permettre à ce groupe de s'autocorriger ne leur a pas permis de se rendre compte de leur erreur. En effet, ils ont courbé les triangles pour les appliquer sur la face latérale du cône. Pour eux, ce solide avait donc bien des faces de formes triangulaires. Je leur ai donc proposé des pistes de réflexions, inscrites dans le dialogue retranscrit suivant :

PE : « Où sont les arêtes de ce pavé droit ? »

Les élèves montrent les arêtes.

PE : « Comment savez-vous que ce sont des arêtes ? »

Elève 1 : « Parce que c'est des traits droits et il y a des pointes au bout. »

PE : « Sur le cône, y a-t-il un endroit où deux sommets sont reliés par ce trait droit ? »

Elèves 1 et 2 : « [Manipulation du solide] Non »

PE : « Donc ? »

Elève 1 : « Y'a pas d'arêtes. »

PE : « Et les faces, comment on les reconnaît sur ce cube ? »

Elève 2 : « [Manipulation du solide] Elles sont carrées »

PE : « De quoi sont-elles entourées ? »

Elève 2 : « Heu de traits ... ah oui d'arêtes ! »

PE : « Alors maintenant je vais vous reposer ma question : Est-ce que le cône a des faces triangulaires? »

PE : « Parmi celles-ci, quelles sont les faces dont vous avez besoin pour recouvrir le solide ? »

Elève 1 et 2 : « [Manipulation du solide], [Entre eux] Il y a pas d'arête car il y a qu'un sommet donc c'est pas une face ».

Elève 2 : « [En montrant le cercle] Y'a que celle-là »

Cet étayage se différenciait de la *posture de contrôle* établie dans l'activité des *Squelettes* puisqu'il était censé être plutôt basé sur le *lâcher-prise*. En effet, en laissant les élèves valider ou invalider leurs propositions eux-mêmes, cela les rendait autonomes. Cependant, la confusion de ce groupe à propos des « faces du cône », m'a amené à adapter cet étayage en leur en proposant un qui se rapproche plus de la *posture d'accompagnement*. Ainsi, les élèves ont verbalisé leurs actions.

Enfin, le temps prévu initialement pour la séance a été mal anticipé. Trop longue, cette séance a dû être coupée en deux, instaurant ainsi une rupture temporelle entre l'annonce de la tâche finale (la création de l'affiche présente en annexe 2) et sa réalisation. Le lien entre les activités et la réalisation de cette tâche a donc été rompu, contribuant ainsi à faire perdre de vue l'objectif de la séance.

Rôle de la manipulation

Dans cette séance, la situation problème, détaillée par différents auteurs dans la partie théorique, est mise en évidence. En effet, les auteurs de *Donner du sens aux mathématiques* expriment deux rôles principaux à la manipulation : « déclencheur de réflexion »⁵⁷ et « validation de réflexion »⁵⁸. La situation problème résidait ici dans l'identification des faces et des arêtes des solides non-polyèdres. Que ce soit pour la construction du squelette ou pour l'activité autour des faces, cette situation problème s'est révélée être *déclencheur de réflexion* puisque les élèves ont éprouvé la résistance évoquée précédemment. Cette situation problème a été résolue par les élèves grâce au matériel proposé, comme le préconise Philippe Meirieu.

Pour l'activité de *l'Habillage du solide*, le rôle de validation a également instauré une résistance. En effet, en m'appuyant sur les propos de Margolinas (1989), qui définit la

⁵⁷ Fénichel, Pauvert, Pfaff, 2004.

⁵⁸ Ibid.

validation comme une tâche permettant à l'élève de décider lui-même de la validation de sa réponse, j'ai construit l'activité de manière à ce que les élèves s'autocorrigent eux-mêmes grâce au matériel. Cependant, si on reprend l'erreur détaillée ci-dessus sur les « faces triangulaires du cône », cela n'a pas fonctionné. J'ai donc dû intervenir pour modifier cette perception. Néanmoins, le matériel m'a été utile pour cet étayage. Concernant ce dernier, une variable didactique aurait pu être anticipée : celle d'utiliser des faces dans un matériau rigide afin que les élèves ne soient pas tentés de courber les surfaces planes.

Ces analyses *a priori* et *a posteriori* ont mis en évidence la nécessité pour l'enseignant de penser à chaque composante de la séance lors de sa conception : les procédures des élèves, les compétences mobilisées, les difficultés potentielles, l'étayage prévu pour palier à ces difficultés ainsi que les variables didactiques. En effet, ces dernières ont un impact sur la transmission du savoir visé.

6. Conclusion

A travers ce mémoire, je souhaitais démontrer que, pour être efficace, la manipulation doit être une étape dans la résolution de problème et doit être explicite. Ainsi, ce mémoire m'a permis de répondre à ma question de recherche : « Comment utiliser la manipulation dans le passage de la dimension trois à la dimension deux ? ».

Tout d'abord, le matériel en lui-même n'est pas suffisant. Il est donc nécessaire de s'interroger sur la place de la manipulation dans la situation d'apprentissage : elle doit permettre à l'élève de résoudre une situation problème. De plus, le but de cette manipulation doit être explicite à l'élève tout au long de la séance afin que ce dernier puisse donner du sens à l'activité. L'institutionnalisation a alors un rôle important puisqu'elle permet, aussi bien aux élèves qu'à l'enseignant de ne pas perdre de vue cet objectif. Enfin, il est nécessaire de laisser l'élève agir par lui-même sur le matériel afin de lui permettre de modifier ses représentations et d'en construire de nouvelles.

Les conditions liées à la crise sanitaire du Covid-19 ne m'ont pas permis de tester l'intégralité de ma séquence. Néanmoins, ces trois séances testées et analysées m'ont amenée à m'interroger sur ma pratique, modifiant ainsi les analyses *a posteriori*. En effet, afin de créer une situation d'apprentissage incluant du matériel, il est nécessaire de réaliser une analyse *a priori* fine réunissant différents critères : procédures d'élèves, compétences mobilisées, difficultés potentielles, étayage prévu et variables didactiques. En analysant, *a posteriori*, mes séances, j'ai réalisé que ce travail n'avait pas été suffisamment précis. Ainsi, pour certaines d'entre elles, l'objectif n'a pas été atteints pour les élèves.

Ce travail de recherche s'est donc révélé bénéfique puisqu'il m'a permis de répondre à ma question de départ. Il a également été très enrichissant puisque j'ai pris conscience de l'importance qu'a la pratique professionnelle et les différentes postures d'enseignement sur la transmission de l'objectif. Ce travail de recherche s'est donc avéré être un véritable moyen d'améliorer ma pratique.

Suite à cette séquence, un prolongement vers les figures planes pourrait être entrepris. En effet, l'ordre donné dans les nouveaux programmes montre d'abord un travail dans l'espace avec les solides puis un travail dans le plan avec les figures usuelles et leurs propriétés.

7. Bibliographie

Barrouillet P. Camos, V. (2006). *La cognition mathématique chez l'enfant*. Marseille : Solal.

Bergson, H. *La pensée et le mouvant*. (1934). Paris : Félix Alcan.

Bisson, C. Marchand, P. (2017). *La pensée spatiale, géométrique et métrique à l'école : réflexions didactiques*. Montréal : Les Editions JDF.

Braconne-Michoux, A. (2016). *La géométrie à l'école primaire : des pistes pour l'enseignement de la géométrie et de la mesure*. Montréal : Les Editions JFD.

Charnay, R. Douaire, J. (2006). *Apprentissage géométrique et résolution de problèmes*. Paris : Hatier.

Colmez, F. Parzysz, B. (1993). *Espaces graphiques et graphismes d'espaces : Le vu et le su dans l'évolution des dessins de pyramides du CE2 à la 2nd*. Grenoble : La pensée sauvage.

Dias, T. (2017). *Manipuler et expérimenter en mathématiques*. Paris : Magnard.

Fénichel, M. Pauvert, M. Pfaff, N. (2004). *Donner du sens aux mathématiques*. Paris : Bordas pédagogie.

Jaubert, M., & Rebière, M. (2019). Le scénario langagier didactique, un outil dans le processus de construction des savoirs ? Un exemple : l'enseignement et l'apprentissage de la lecture. *Raisons éducatives*, N° 23(1), 153-176.

Meirieu, P. (2010). *Apprendre... Oui, Mais comment ?* Paris : ESF.

Montessori, M. (2003). *L'esprit absorbant de l'enfant*. Paris : Desclée De Brouwer.

Noirfalise, A. Matheron, Y. (2009). *Enseigner les mathématiques à l'école primaire : géométrie, grandeurs et mesures*. Paris : Vuibert.

Piaget, J. (1969). *Psychologie et pédagogie*. Paris : Denoël.

Piaget, J. (1950). *Introduction à l'épistémologie génétique*. Paris : Presses Universitaires de France.

Reuter, Y., Cohen-Azria, C., Daunay, B., Delcambre, I., & Lahanier-Reuter, D. (2013). Concepts—Champs conceptuels. *Hors collection, 3e éd.*, 33-38.

8. Sitographie

Bernigole, V., Bret, A., Chabanon, L., Roussel, L., Verlet, I. (2019). PISA 2018 : culture mathématique, culture scientifique et vie de l'élève. Disponible à l'adresse : <https://www.education.gouv.fr/cid147361/enquete-pisa-2018-stabilite-des-resultats-des-eleves-francais-de-15-ans.htm> (Consulté le 16/10/19).

Bessot, A. (2004). Une introduction à la théorie des situations didactiques. (Mémoire Master « Mathématiques, Informatique », Université de Grenoble). Disponible à l'adresse : <https://telearn.archives-ouvertes.fr/hal-00078794/document> (Consulté le 25/03/2020).

Briand, J. (2018). Manipuler en mathématiques... oui mais | Au Fil des Maths. (s.d). Disponible à l'adresse suivante : <https://afdm.apmep.fr/rubriques/opinions/manipuler-en-mathematiques-oui-mais/> (Consulté le 20/12/2019).

Brousseau, G. (2000). Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire : L'étude de l'espace et de la géométrie. Communication présentée au Séminaire de Didactique des Mathématiques, Rethymon. Disponible à l'adresse : https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00515110/PDF/Les_proprietes_didactiques_de_la_geometrie_elementaire.pdf (Consulté le 07/01/20).

Brousseau, G. (2011). La théorie des situations didactiques en mathématiques. *Education et didactique*, 5. Disponible à l'adresse suivante : <https://journals.openedition.org/educationdidactique/1005> (Consulté le 05/02/20).

Brousseau, G (1998). Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques. Disponible à l'adresse suivante : http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf (Consulté le 25/03/2020).

Bucheton, D., Soulé, Y. (2009). Les gestes professionnels et le jeu des postures de l'enseignant dans la classe : un multi-agenda de préoccupations enchâssées. *Varia*, 3. Disponible à l'adresse suivante : <https://journals.openedition.org/educationdidactique/543#tocto1n2> (Consulté le 03/04/2020).

Charnay, R. (2003). L'analyse à priori, un outil pour l'enseignant. Disponible à l'adresse : http://www.ssrsm.ch/mathecole/wa_files/209-5_Analyse_20_C3_A0_20priori.pdf (Consulté le 05/02/20).

Chevallard, Y. (1986). Les programmes et la transposition didactique Illusion, contraintes et possibles. *Bulletin de l'APMEP*, 352, pp. 32-50. Disponible à l'adresse suivante: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Les_programmes_et_la_transposition_didactique.pdf (Consulté le 26/03/2020).

DGESCO. Enseigner plus explicitement. Disponible à l'adresse suivante : https://www.reseau-canope.fr/education-prioritaire/fileadmin/user_upload/user_upload/actualites/enseigner_plus_explicitement_cr.pdf (Consulté le 27/03/20).

Douaire, J. (2009). L'apprentissage du 3D à l'école : Des situations d'apprentissage à la formation des enseignants. *Repères - IREM*, 77. Disponible à l'adresse suivante: <http://numerisation.univ-irem.fr/WR/IWR09018/IWR09018.pdf> (Consulté le 07/01/20).

IEN Tournefeuille. (2018). Cinq focales pour analyser son enseignement. Disponible à l'adresse suivante : <https://eduld.ac-toulouse.fr/politique-educative-31/ien31-tournefeuille/2018/02/04/des-focales-pour-comprendre-lactivite-en-classe/> (Consulté le 08/04/2020).

Larousse. (s.d.). Manipulation. Dans Le Dictionnaire Larousse en ligne. Disponible à l'adresse suivante : <https://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/manipulation/49185> (Consulté le 12/12/2019).

Mathé, A-C. (2008). Confrontation aux objets et processus de conceptualisation en géométrie à la fin de l'école primaire, rôle des interactions langagières. Disponible à l'adresse suivante : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00421810> (Consulté le 24/01/20).

Ministère de l'éducation nationale et de la jeunesse. (2018). Enquête PISA 2018 : stabilité des résultats des élèves français de 15 ans. Disponible à l'adresse suivante: <https://www.education.gouv.fr/enquete-pisa-2018-stabilite-des-resultats-des-eleves-francais-de-15-ans-7589> (Consulté le 19/11/2019).

Ministère de l'éducation nationale et de la jeunesse. (2015). Bulletin officiel du 26/03/2020. Disponible à l'adresse suivante: <https://www.education.gouv.fr/au-bo-special-du-26-novembre-2015-programmes-d-enseignement-de-l-ecole-elementaire-et-du-college-3737> (Consulté le 26/03/2020).

Ministère de l'éducation nationale et de la jeunesse. (2018). Espace et géométrie au cycle 3. Disponible à l'adresse suivante : <https://eduscol.education.fr/cid101461/ressources-maths-cycle-3.html> (Consulté le 26/03/2020).

Moisson, L., Payan, L., Skiara, A. (2019). La manipulation en mathématiques à l'école primaire. (Mémoire MEEF, Université d'Aix-Marseille). Disponible à l'adresse suivante : <https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02309727/document> (Consulté le 07/04/2020).

Parmantier, V. (2018). Manipulation et observation : améliorer les apprentissages en sciences. (Mémoire MEEF, Université de Grenoble). Disponible à l'adresse : <https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01742024/document> (Consulté le 24/03/2020)

Villani, C., Torossian, C. (2018). 21 Mesures pour l'enseignement des mathématiques. Disponible à l'adresse : <https://www.education.ouv.fr/cid126423/21-mesures-pour-l-enseignement-des-mathematiques.html> (Consulté le 09/12/19).

Zakharthouk, J-M. (2000). Les consignes au cœur de la classe : geste pédagogique et geste didactique. *Repères - Recherches en didactique du français langue maternelle*, 22. Disponible à l'adresse suivante : https://www.persee.fr/doc/reper_1157-1330_2000_num_22_1_2343 (Consulté le 01/04/2020).

9. Annexes

9.1 Annexe 1 : Fiche de préparation de la séquence

| Les solides | | | |
|---|-------------------|--------------------------------------|---|
| Séance 1 | Le solide caché | | |
| Objectif Comprendre l'intérêt de décrire un solide. | | | |
| Matériel - Lot de solide | | Aide aux élèves en difficulté | |
| Déroulement 30 min | Dispositif | Tps | Rôle de l'enseignant |
| Présentation de la séquence | | | |
| <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Expliquer aux élèves que cette nouvelle séquence portera sur les solides: apprendre à les reconnaître, les décrire, les représenter, les construire. <input type="checkbox"/> Expliquer que lors de cette première séance, on va découvrir comment décrire un solide. <input type="checkbox"/> Demander aux élèves pourquoi il est important de savoir décrire un solide ? Recueillir leurs propositions au tableau et leur expliquer qu'on y reviendra en fin de séance pour faire un lien avec ce qui aura été fait. | | Oral Collectif | 5 Expliciter Interroger |
| Le jeu du solide caché | | | |
| <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Expliquer aux élèves la règle du jeu : « Je vais désigner un élève qui va sortir de la classe. Pendant ce temps, je vais choisir un solide que vous allez devoir faire deviner à l'élève qui est sorti ». <input type="checkbox"/> Demander aux élèves: Comment est-ce que je peux faire deviner un solide ? <input type="checkbox"/> Leur expliquer qu'on va utiliser aujourd'hui uniquement la description parce qu'on va s'en servir tout au long de la séquence. En fin de séance, je vous expliquerai pourquoi j'ai choisi de vous faire travailler dessus. <input type="checkbox"/> Mise en place du jeu : 3 manches. L'élève qui a permis de faire deviner le solide sort dans le couloir pour deviner le prochain solide. | | Collectif | 15 Réguler le temps de jeu. Evaluation diagnostique : où en sont les élèves par rapport au vocabulaire. |
| Institutionnalisation | | | |
| <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Demander aux élèves: Qu'est-ce qui a permis de découvrir le solide ? et le noter sur l'affiche. <input type="checkbox"/> Pourquoi est-il important de bien savoir décrire un solide ? Insister sur l'importance du vocabulaire, leur dire qu'on va apprendre à décrire un solide avec le vocabulaire pour pouvoir communiquer plus facilement. <input type="checkbox"/> Expliquer aux élèves qu'en fin de séquence, on fera un second jeu du solide caché pour voir l'évolution et pour comprendre à quoi ce que nous avons appris nous sert. | | Oral Collectif | 10 Recueillir les propos des élèves. Expliciter. Questionner les élèves. |

| Les solides | | | |
|--------------------|---|--|--|
| Séance 2 | Deviner le solide | | |
| Objectif | Identifier les informations qui permettent de décrire un solide : le nombre de ses arêtes, de ses sommets, de ses faces et leur forme | | |
| Matériel | - Un lot de 8 solides par groupe | Aide aux élèves en difficulté Groupe de travail homogène | |
| Déroulement | 30 min | Dispositif | Tps Rôle de l'enseignant |

| Rappel de la séance précédente | | | |
|--------------------------------|--|-----------|---------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | Interroger les élèves sur ce qui a été vu lors de la première séance. | Oral | 5 Interroger. Expliciter. |
| <input type="checkbox"/> | Revenir sur l'affiche élaborée lors de la séance précédente. | Collectif | |
| <input type="checkbox"/> | Expliquer aux élèves qu'aujourd'hui, nous allons apprendre à reconnaître un solide. | | |

| Le jeu du portrait | | | | |
|--------------------------|---|------------|----|--|
| <input type="checkbox"/> | Expliquer aux élèves les règles du jeu du portrait : « Chaque groupe va désigner l'élève qui devra faire devenir le solide, l'élève responsable va venir avec moi choisir un solide puis devra le décrire sur son cahier de brouillon, les autres élèves du groupe vont écrire des questions qu'ils poseront ensuite à l'élève pour retrouver le solide le plus rapidement possible. Les réponses à ces questions ne peuvent être que oui ou non. Le premier groupe qui a trouvé le solide remporte un point. » | Par groupe | 15 | Apporter les mots de vocabulaire nécessaires : arête, face, sommet + nom des solides Faire verbaliser : Que fais-tu ? Pourquoi le fais-tu ? Quel but cela va avoir ? |
| <input type="checkbox"/> | Distribuer aux élèves le lot de solide et leur laisser 5 min pour qu'ils puissent les observer, les manipuler. | | | |
| <input type="checkbox"/> | Demander aux élèves de rédiger leurs questions. | | | |
| <input type="checkbox"/> | Faire venir l'élève qui doit faire deviner le solide, le laisser choisir un solide et le décrire. | | | |
| <input type="checkbox"/> | Débuter le jeu. | | | |

| Institutionnalisation | | | | |
|--------------------------|---|--------------------|----|--|
| <input type="checkbox"/> | Mise en commun : « Quelles questions vous ont permis de trouver le solide le plus rapidement ? » | Oral | 10 | Interroger. Faire valider. Revenir, si besoin, sur les nouveaux mots de vocabulaire. |
| <input type="checkbox"/> | Ecrire ces questions au tableau. | | | |
| <input type="checkbox"/> | Demander aux élèves : « Quelles informations nous permettent de reconnaître un solide ? » : écrire sur l'affiche les propos des élèves | Ecrit Collectif | | |
| <input type="checkbox"/> | Demander aux élèves pourquoi il est important de connaître les mots de vocabulaire ? Pour se faire comprendre, pour être précis | | | |

| Les solides | | | | |
|---|------------------------|--------------------------------------|------------|--|
| Séance 3 | Caractériser un solide | | | |
| Objectif Caractériser un solide selon le nombre de ses arêtes, de ses sommets, de ses faces et leur forme. | | | | |
| Matériel | | Aide aux élèves en difficulté | | |
| <ul style="list-style-type: none"> - Une barquette de polygones par groupe - Un lot de 8 solides par groupe - Boîte à solide - Pâte à modeler - Allumettes | | Groupe de travail homogènes. | | |
| Déroulement | 60 min | Dispositif | Tps | Rôle de l'enseignant |
| Rappel des séances précédentes | | | | |
| <input type="checkbox"/> Interroger les élèves sur ce qui a été vu lors des deux premières séances. <input type="checkbox"/> Revenir sur les affiches élaborées <input type="checkbox"/> Demander aux élèves ce qu'on a besoin de connaître pour caractériser un solide. | | Oral Collectif | 5 | Interroger. Expliciter. |
| Présentation des activités | | | | |
| <input type="checkbox"/> Expliquer aux élèves qu'on va réaliser les cartes d'identité des solides: on se met d'accord sur les solides: cube, pavé droit, prisme droit, pyramide, cylindre, cône, boule car ce sont ceux qu'ils doivent connaître en CM 1 et CM 2. Il en existe d'autres qu'ils verront plus tard. <input type="checkbox"/> Leur expliquer que le travail qui a été fait avant sur la description d'un solide va nous permettre de créer la carte d'identité. Leur demander de quoi a-t-on besoin pour décrire un solide ? <input type="checkbox"/> Leur expliquer qu'on va faire deux groupes: un groupe va s'occuper des arêtes et sommets et un groupe va s'occuper du nombre de faces et de leurs formes puis on alterne. | | Oral | 5 | Expliciter. Expliquer les activités |
| Activité 1 : Habillage de solide | | | | |
| <input type="checkbox"/> Les élèves sont en binômes. <input type="checkbox"/> Expliquer la consigne: « Vous allez avoir un solide caché dans une boîte. Vous allez être associé à un autre binôme et vous allez devoir expliquer à un élève de ce binôme comment est votre solide pour qu'il choisisse les bonnes formes géométriques pour l'habiller. Puis vous revenez à votre place et trouverez les bonnes formes pour habiller le solide caché.» <input type="checkbox"/> Lancement de l'activité. <input type="checkbox"/> Demander aux élèves d'amener leurs formes à l'autre binôme pour que celui-ci vérifie en disposant les formes sur les faces du solide. <input type="checkbox"/> Mise en commun: ça fonctionne? A quoi faut-il faire attention ? <input type="checkbox"/> Réalisation d'une affiche pour chaque solide en collant ses faces | | Par binôme | 20 | Expliquer l'activité. Guider les élèves pendant les activités |
| Activité 2 : Le squelette | | | | |
| <input type="checkbox"/> Mettre le matériel à disposition des élèves et leur demander ce qu'on va pouvoir faire avec (laisser un temps de manipulation de 5 min) <input type="checkbox"/> Recueillir les propositions des élèves puis, leur expliquer qu'ils vont devoir construire les solides qu'ils ont sur leur table avec ce matériel en mettant en avant les arêtes et les sommets. Contrainte: une allumette = une arête, une boule de pâte à modeler = un sommet. Groupe 1: Cube + boule Groupe 2: Pavé droit + cône | | Par binôme | 20 | Distribuer le matériel. Expliquer l'activité. |
| Mutualisation et institutionnalisation | | | | |
| <ul style="list-style-type: none"> ➤ Expliquer aux élèves qu'on va réaliser la carte d'identité des solides en mutualisant les deux activités. ➤ Reprendre les affiches faites lors de l'activité « Habillage d'un solide » et y associer le bon squelette. ➤ Mettre en évidence le fait que des solides n'ont ni arêtes, ni faces, ni sommets: ce sont les non polyèdre. Etymologie polyèdre = plusieurs bases. | | Écrit Collectif | 10 | Ecrire sur l'affiche. |

| Les solides | | | | |
|---|----------------------|-------------------------|---|--|
| Séance 4 | Construire un solide | | | |
| Objectif Prendre conscience qu'il y a des relations entre les arêtes et les faces d'un solide. | | | | |
| Matériel - 3 Solides (pyramide, prisme à base triangulaire, prisme à base trapèze) - Catalogue de faces - Faces découpées - Une pyramide à base carrée par groupe - Un gabarit du carré de la base et un d'un triangle équilatéral par groupe - Scotch | | | Aide aux élèves en difficulté Groupes hétérogènes | |
| Déroulement | 45 min | Dispositif | Tps | Rôle de l'enseignant |
| Rappel des séances précédentes | | | | |
| <ul style="list-style-type: none"> ➤ Interroger les élèves sur ce qui a été vu lors des trois premières séances. ➤ Revenir sur les affiches élaborées pour faire un rappel. ➤ Leur expliquer qu'aujourd'hui, on va apprendre à construire un solide. | | Oral Collectif | 5 | Interroger. Expliciter. |
| La commande de faces | | | | |
| <ul style="list-style-type: none"> ➤ Expliquer l'activité aux élèves : « Un solide va être exposé pour toute la classe, deux personnes de chaque groupe viendront observer ce solide, sans le manipuler et en restant bien en face, il pourra prendre des notes sur son ardoise, puis retournera à sa place et avec l'aide de son groupe choisira, dans le catalogue de faces, celles qui serviront à construire le solide. » ➤ Mettre les élèves en activité. ➤ Mise en commun : chaque groupe montre les faces qu'il a sélectionné puis les autres groupes donnent leurs avis. ➤ Validation en recouvrant le solide par ces faces. ➤ Mettre en évidence la relation entre les arêtes et les faces : ont-elles un point commun ? : oui elles doivent avoir la même longueur pour pouvoir associer les différentes faces. ➤ Aimanter au tableau le ou les bon(s) assemblage(s) de faces puis demander à quoi cela leur fait penser : à un patron. | | Par groupe | 15 | Expliquer l'activité. Mettre les élèves en confrontation Faire valider ou invalider. |
| Institutionnalisation | | | | |
| <ul style="list-style-type: none"> ➤ Demander aux élèves de quoi on a besoin pour construire un solide et le noter sur l'affiche : - Le bon nombre de faces - Choisir les bonnes formes de faces - Choisir des faces qui ont un côté de même longueur pour pouvoir les attacher | | Écrit Collectif | 5 | Interroger. Faire valider. Noter sur l'affiche. |
| Assemblage de faces | | | | |
| <ul style="list-style-type: none"> ➤ Expliquer aux élèves que maintenant qu'on sait de quoi on a besoin pour construire un solide, on va en construire un. ➤ Expliquer l'activité aux élèves : « Vous allez disposer d'une pyramide à base carré, d'un gabarit de carré et d'un gabarit de triangle et vous allez devoir reproduire cette pyramide ». ➤ Mettre les élèves en activité. ➤ Mise en commun en triant : On est sûr que ça marche, on est sûr que ça ne marche pas, on ne sait pas et on invalide par trop ou pas assez de faces et par les côtés qui se collent ou non. | | Écrit Individuel | 15 | Guider les élèves. |
| Institutionnalisation | | | | |
| <ul style="list-style-type: none"> ➤ Demander aux élèves de lister ce dont on a besoin pour construire un solide : - il faut le même nombre de faces que le solide - il faut des faces identiques à celles du solide - quand on plie il faut que les faces ne se superposent pas ➤ Expliquer que cela s'appelle un patron. <p>Définition patron : Le patron d'un solide est une surface plane d'un seul tenant qui, par pliage, permet de reconstituer le solide sans recouvrement de ses faces.</p> | | Écrit Collectif | 5 | Interroger. Faire valider. |

| Les solides | | | |
|--|----------------------|---|---|
| Séance 5 | Reproduire un solide | | |
| Objectif : Reproduire un solide en assemblant ses faces. | | | |
| Matériel - Polydrons - Solides en mousse - Tablettes | | Aide aux élèves en difficulté Groupes hétérogènes | |
| Déroulement | 40 min | Dispositif | Tps Rôle de l'enseignant |
| Rappel des séances précédentes | | | |
| <input type="checkbox"/> Interroger les élèves sur ce qui a été vu lors des dernières séances. <input type="checkbox"/> Revenir sur les affiches élaborées pour faire un rappel. <input type="checkbox"/> Leur expliquer qu'aujourd'hui on va apprendre à reproduire des solides. Que signifie reproduire ? | | Oral Collectif | Interroger 5 Expliciter |
| Reproduire le solide | | | |
| <input type="checkbox"/> Laisser les élèves se mettre en binôme et leur attribuer un solide. <input type="checkbox"/> Consigne : « Grâce aux polydrons reproduisez le solide qui est devant vous » <input type="checkbox"/> Changer de solide et réitérer l'activité plusieurs fois. | | Binôme | 10 Faire verbaliser les élèves sur ce qu'ils font. |
| Le bon de commande | | | |
| <input type="checkbox"/> Consigne « Vous allez devoir envoyer un bon de commande à un autre binôme pour qu'il construise votre solide, pour cela, vous écrirez sur votre ardoise le nombre de face et leurs formes puis vous les donnerez à l'autre binôme ». <input type="checkbox"/> Changer de solide et réitérer l'activité plusieurs fois. | | Binôme | 10 Faire verbaliser les élèves sur ce qu'ils font. |
| Décomposer un solide | | | |
| <input type="checkbox"/> Consigne : « Vous allez maintenant démonter le solide qui est devant vous en détachant toutes les pièces les unes des autres puis les rassembler à plat de manière à ce que cela puisse former le solide de départ ». <input type="checkbox"/> Leur expliquer que la surface plane correspond à un patron. <input type="checkbox"/> Changer de solide et réitérer l'activité plusieurs fois + prendre en photo. | | Binôme | 10 Faire verbaliser les élèves sur ce qu'ils font. |
| Institutionnalisation | | | |
| <input type="checkbox"/> Demander aux élèves ce qu'on a appris aujourd'hui et le noter sur l'affiche : on a appris à reproduire un solide + ce qu'est un patron : assemblage de figures planes qui permet de construire un solide. | | Collectif | 5 Faire expliciter les élèves sur ce qui a été appris. |

| Les solides | | | |
|---|----------------------|--|--|
| Séance 6 | Reproduire un solide | | |
| Objectif Reproduire un solide en construisant un patron. | | | |
| Matériel - 1 cube - Feuilles A4 | | Aide aux élèves en difficulté Groupes hétérogènes Mise à disposition de matériel : polydrons | |
| Déroulement | 50 min | Dispositif | Tps Rôle de l'enseignant |

| Rappel des séances précédentes | | | |
|---|-----------|---|-------------|
| <input type="checkbox"/> Interroger les élèves sur ce qui a été vu lors des dernières séances | Oral | | Interroger. |
| <input type="checkbox"/> Revenir sur les affiches élaborées pour faire un rappel. | | 5 | Expliciter. |
| <input type="checkbox"/> Leur expliquer qu'aujourd'hui, on va apprendre à construire un patron. | Collectif | | |

| Reproduire le cube | | | |
|--|------------|----|---|
| <input type="checkbox"/> Consigne : « Reproduire le cube posé sur votre table à l'identique ». | Individuel | 15 | Faire verbaliser les élèves sur ce qu'ils font. |
| <input type="checkbox"/> Laisser les élèves reproduire le cube. | | | Repérer les différentes méthodes utilisées pour préparer la mise en commun. |

| Mise en commun | | | |
|--|-------------------|----|----------------------|
| <input type="checkbox"/> Mise en commun : Faire expliciter aux élèves leurs différentes méthodes pour reproduire le cube. | Oral Collectif | 10 | Interroger. |
| <input type="checkbox"/> Poser la question : « Quelle est la technique à utiliser pour avoir le cube le plus identique possible au modèle, pour quoi ? » | | | Faire valider. |
| <input type="checkbox"/> Identifier la forme des faces en faisant intervenir les propriétés et en utilisant ses instruments de géométrie, mesurer les arêtes | | | Noter sur l'affiche. |
| <input type="checkbox"/> « Quels sont les gestes techniques à améliorer pour avoir un cube vraiment identique ? » | | | |
| <input type="checkbox"/> Institutionnalisation sur affiche : De quoi a-t-on besoin pour faire le patron d'un solide ? | | | |
| <input type="checkbox"/> Le nombre de ses faces | | | |
| <input type="checkbox"/> La forme de ses faces | | | |
| <input type="checkbox"/> La longueur des arêtes | | | |

| Le bon patron | | | |
|--|------------|----|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Expliquer l'activité aux élèves : « Une fiche avec le nom d'un solide et différent patron vous sera distribuée, parmi ces derniers, certains patrons ne permettront pas de construire le solide en question, grâce aux polydrons vous reproduirez les patrons puis construirez le solide afin de vérifier si le patron permet de construire le solide ou non. » | Par groupe | 15 | Analyser les démarches des élèves. |
| <input type="checkbox"/> Mettre les élèves en activité. | | | |

| Les solides | | | | |
|--------------------|--|-------------------|------------|-----------------------------|
| Séance 7 | Représenter un solide | | | |
| Objectif | Réaliser la représentation graphique d'un solide. | | | |
| Matériel | <u>Aide aux élèves en difficulté</u> Groupe hétérogène. | | | |
| Déroulement | 50 min | Dispositif | Tps | Rôle de l'enseignant |

| Rappel des séances précédentes | | | | |
|--------------------------------|---|-----------|---|-------------|
| <input type="checkbox"/> | Interroger les élèves sur ce qui a été vu lors des séances précédentes. | Oral | 5 | Interroger. |
| <input type="checkbox"/> | Revenir sur les affiches élaborées pour faire un rappel. | Collectif | | Expliciter. |
| <input type="checkbox"/> | Leur expliquer qu'aujourd'hui, on va apprendre à construire un solide. | | | |

| Représentation du solide sous ses différentes vues | | | | |
|--|--|-------|----|--|
| <input type="checkbox"/> | Demander aux élèves par quel autre moyen que le patron on peut représenter sur une feuille un solide ? -> le dessin | Ecrit | 15 | Analyser les différentes productions des élèves pour préparer la mise en commun. |
| <input type="checkbox"/> | Mettre un solide sur le bureau et demander aux élèves de le représenter sur leur feuille en faisant apparaître uniquement ce qu'ils voient : un groupe de face, un du côté gauche, un du côté droit, un du dessus et un du dessous | | | |
| <input type="checkbox"/> | Mise en commun en analysant les productions des élèves. | | | |
| <input type="checkbox"/> | Réitérer l'activité en changeant de solide. | | | |

| Le « jeu des différentes vues » | | | | |
|---------------------------------|---|-----------|----|---|
| <input type="checkbox"/> | Expliquer les règles du jeu et faire un exemple avec les élèves | Oral | 15 | Guider les élèves si besoin lors de l'activité. |
| <input type="checkbox"/> | Lancer l'activité. | Collectif | | Observer les procédures des élèves |

9.2 Annexe 2 : Affiches d'institutionnalisation séance 3

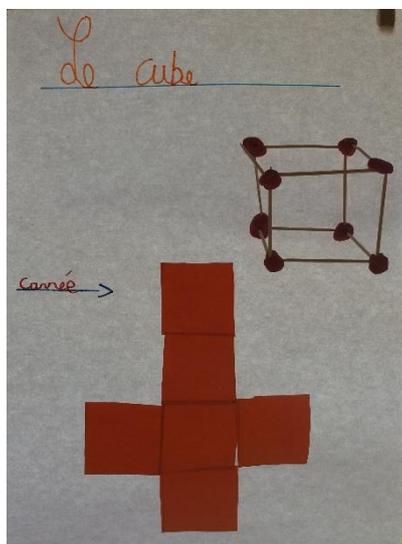


Figure 10 : Fiche d'identité du cube

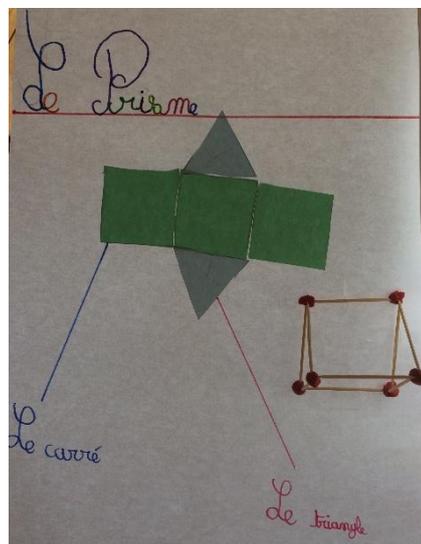


Figure 9 : Fiche d'identité du prisme

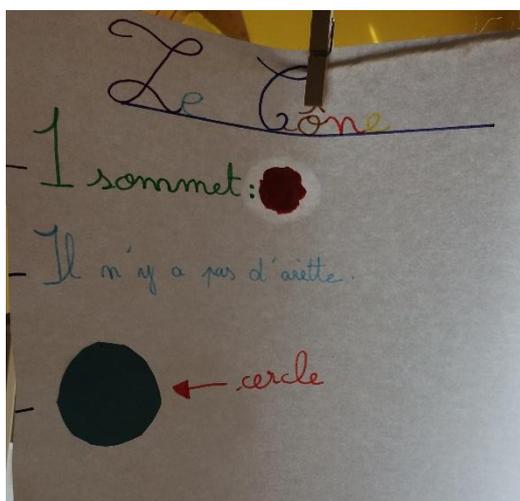


Figure 10 : Fiche d'identité du cône

4^{ème} de couverture

Mots clés

Manipulation - Géométrie – Solides - Pratique - Analyse

Résumé en français

Le constat observé de la difficulté des élèves de passer de la 3D à la 2D m'a amené à réfléchir à l'élaboration d'une séquence facilitant ce passage. Très vite, les activités de manipulation se sont révélées être évidentes pour ce travail autour des solides. En effet, les différentes approches théoriques ainsi que l'étude détaillée des programmes l'ont confirmé. Des analyses *a priori* ont été réalisées lors de la conception des séances, pointant ainsi l'importance d'anticiper différents critères en amont. Puis, suite à leurs mises en œuvre, des analyses *a posteriori* ont permis de mettre en évidence l'écart entre ce qui avait été prévu et ce qu'il s'est réellement passé. Ce travail de recherche précise alors les conditions pour lesquelles la manipulation est bénéfique dans le passage de la 3D à la 2D. Il présente également un aspect critique de ma propre pratique lors de la mise en œuvre de ces séances, impactant l'objectif visé.

Résumé en anglais

The observed observation of the difficulty of pupils about transition from third to second dimension led me to think about the elaboration of a learning sequence facilitating this transition. Quickly, handling activities proved to be obvious for this work around the solids. Indeed, the different theoretical approaches as well as the detailed study of the school curriculum confirmed it. *A priori* analysis have been made during the conception of this sequence, pointing out the importance of anticipating different criteria. Then, after their implementation, a posteriori analysis highlighted the gap between what had been planned and what was what really happened. This research work specifies the conditions under which handling is beneficial. It also presents a critical aspect of my own practice during the implementation of these sessions, impacting on the objective.