



**HAL**  
open science

# L'apprentissage des aspects de la numération en classe de CE2

Yuna Le Kerneau

► **To cite this version:**

Yuna Le Kerneau. L'apprentissage des aspects de la numération en classe de CE2. Education. 2020. dumas-02869091

**HAL Id: dumas-02869091**

**<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02869091>**

Submitted on 15 Jun 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## Master MEEF

“Métiers de l’Enseignement, de l’Éducation et de la Formation”

# L’apprentissage des aspects de la numération en classe de CE2

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de master

Soutenu par

**Yuna LE KERNEAU**

**le 18 mai 2020**

En présence de la commission de soutenance composée de :

Magali HERSANT, directeur de mémoire

Sylvie GRAU, membre de la commission



## SOMMAIRE

SOMMAIRE .....	2
INTRODUCTION .....	5
PARTIE 1 : PRESENTATION DE MA PROBLÉMATIQUE .....	5
PARTIE 2 : PARTIE THÉORIQUE .....	7
<b>1. Les aspects de la numération.....</b>	<b>7</b>
1.1. L'aspect de position .....	7
1.2. L'aspect décimal.....	7
<b>2. La numération d'un point de vue institutionnel.....</b>	<b>8</b>
2.1. La numération dans les programmes.....	8
2.1.1. Les programmes de 2008.....	8
2.1.2. Les programmes en vigueur à la rentrée 2018 .....	9
2.2. La numération dans les évaluations nationales de CP/CE1.....	11
2.2.1 Les évaluations nationales de CP.....	12
2.2.2 Les évaluations nationale de CE1.....	13
2.2.3 Les guides du professeur.....	14
2.3. La numération dans les manuels.....	14
2.4. La numération dans la méthode heuristiques de mathématiques.....	15
2.4.1. Présentation de la méthode heuristique.....	15
2.4.2 La numération.....	17



1.1. Analyse préalable .....	43
1.2 Analyse a priori.....	46
1.3. Analyse à posteriori.....	49
1.4. Conclusion.....	50
2. Analyse de séance 2 du module 12.....	52
2.1. Analyse préalable .....	52
2.2 Analyse a priori.....	54
2.3. Analyse à posteriori.....	55
2.4. Conclusion.....	57
<b>PARTIE 5 : CONCLUSION.....</b>	<b>60</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>65</b>
<b>ANNEXES.....</b>	<b>69</b>

## INTRODUCTION

Dans ce mémoire, je vais m'intéresser aux conditions d'apprentissages des aspects de la numération dans une classe de CE2. Pour cela, je vais, dans un premier temps, vous faire part de ma problématique. Dans un second temps, je présenterai le cadre théorique sur lequel je me suis appuyée. Puis, j'analyserai des séances réalisées dans ma classe de CE2 à Nantes. Pour finir, je conclurai afin de répondre à ma problématique.

## PARTIE 1 : PRESENTATION DE MA PROBLÉMATIQUE

J'ai, tout d'abord, fait part à mes tutrices de mes difficultés de mise en pratique de la méthode heuristique en mathématiques dans ma classe et de mes questionnements quant à celle-ci. Ainsi, suite à l'observation d'une de mes séances, ma tutrice INSPE m'a fait remarquer mes points faibles concernant l'enseignement de la numération et des conversions de mesures. Partant de ces constats, j'ai décidé de réaliser des lectures dans ces deux domaines. Puis, au fil des lectures et au vu de mes lacunes, j'ai pris conscience qu'il était indispensable de me former davantage sur le domaine de la numération afin de permettre à mes élèves d'acquérir des connaissances et des compétences solides pour la suite de leur scolarité. J'ai donc décidé d'approfondir ce sujet pour m'améliorer dans l'enseignement de la numération notamment en découvrant les savoirs qui y sont associés.

Afin d'établir ma problématique, j'ai approfondi mes recherches et me suis intéressée aux diverses recherches de Frédéric Tempier. A travers ses écrits et son site internet en collaboration avec des enseignants de Charente ainsi que Sébastien, un conseiller pédagogique complémentaire, j'ai découvert les deux aspects de la numération : l'aspect de position et l'aspect décimal. Ainsi, j'ai notamment découvert que les conversions de mesures mettaient en jeu l'un des aspects de la numération et donc que mes deux points faibles relevés par ma tutrice INSPE lors de sa visite étaient reliés. Une fois que j'ai compris ces deux aspects, j'ai décidé d'analyser une de mes séances, la séance 1 du module 9, en cherchant dans les différentes activités où ils apparaissaient. Cela m'a permis de mieux structurer ma séance, d'être davantage explicite, plus efficace quant à la

transmission des savoirs visés, etc... Ces constatations m'ont donné envie d'approfondir encore davantage afin d'améliorer mon enseignement de la numération. Puis, au regard des difficultés rencontrées par certains élèves de ma classe au sujet de la numération lors de l'évaluation de la période 2, je me suis demandée comment, à partir de la méthode MHM, mettre en place des séances permettant une réelle compréhension des deux aspects de la numération par tous les élèves de ma classe. Cela m'a menée à la problématique suivante :

**Sous quelles conditions les élèves de CE2 peuvent-ils acquérir des savoirs solides sur les deux aspects de la numération ?**

## PARTIE 2 : PARTIE THÉORIQUE

### 1. Les aspects de la numération

Selon F. TEMPIER, il existe deux aspects de numération :

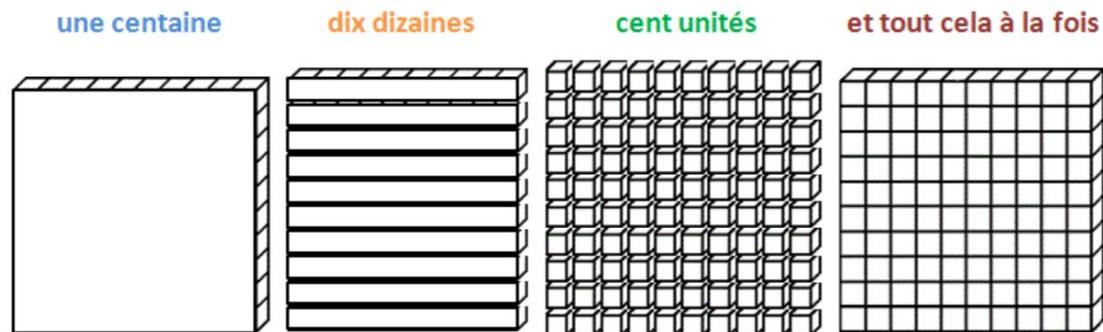
#### 1.1. L'aspect de position

La valeur des chiffres dans un nombre dépend de leur position. En effet, chaque rang représente une unité. C'est-à-dire, que, selon la place du chiffre dans le nombre, celui-ci va être associé à une unité particulière. Le premier rang en partant de la droite est cela des unités, puis vient celui des dizaines, des centaines et enfin des milliers. Par exemple, pour le chiffre 687, le chiffre 7 est en première position et est donc associé aux unités, le chiffre 8 est en deuxième position et est donc associé aux dizaines, le chiffre 6 est en troisième position et est donc associé aux centaines. Les termes unités, dizaines, centaines, milliers sont appelé des unités de numérations. Pour représenter cela, on peut utiliser un tableau de numération :

C	D	U
6	8	7

#### 1.2. L'aspect décimal

Les unités ont des relations avec les autres unités. En effet, les différentes unités sont liées entre elles par des relations décimales spécifiques : 10 unités représentent 1 dizaine, 10 dizaines représente 1 centaine et 10 centaines représentent 1 millier. Tempier (2010) le résume ainsi « dix unités d'un certain rang sont égales à une unité du rang supérieur ». Ainsi, "Construire l'aspect décimal de la numération amène les élèves à utiliser les différentes unités de numération selon différents points de vue", comme l'illustre l'exemple de la centaine qui peut être considéré respectivement comme :



En conclusion, à travers cet exemple, on peut voir la conjugaison des deux principes de la numération. En effet, une centaine équivaut à une unité de numération à part entière. Mais, une centaine est également égale à dix dizaines, cent unités et tout cela à la fois. On voit apparaître la relation décimale entre chaque unité de numération mais également la valeur de chaque unité de numération.

## 2. La numération d'un point de vue institutionnel

D'après F. Tempier, afin de comprendre comment est pris en charge l'enseignement de la numération d'un point de vue institutionnel, il faut s'intéresser aux programmes officiels, aux évaluations nationales ainsi qu'aux manuels. Selon lui, ce sont ces ressources qui "influencent de manière essentielle leur façon de penser leur enseignement des notions mathématiques". Ici, il parle des enseignants. Ainsi nous allons, tout d'abord, analyser la numération dans les programmes. Puis, nous nous intéresserons aux évaluations nationales de CP/CE1. Ensuite, nous analyserons les manuels scolaires. Pour finir, nous présenterons la méthode heuristique de mathématiques et nous nous pencherons sur la numération dans cette méthode de manière générale puis plus spécifiquement en CE2 à partir du guide de séance.

### 2.1. La numération dans les programmes

#### 2.1.1. Les programmes de 2008

Dans les programmes de 2008, le CE2 fait partie du cycle 3, le cycle des approfondissements fondamentaux, ce qui le place comme première année du cycle.

Ainsi, nous allons, tout d'abord, nous intéresser à ce que doit savoir un élève en fin de CE1, soit en fin de cycle 2 au sujet de la numération. Puis, nous analyserons les références à la numération dans les programmes de cycle 3.

Dans le bulletin officiel hors série n°3 du 19 juin 2018, on voit apparaître, pour le cycle 2, dans “nombres et calculs”, une référence à l'aspect décimal de la numération “des élèves apprennent la numération décimale inférieure à 1 000.” Dans la partie “les nombres entiers naturels” pour le cycle 3, il y a des notions faisant références aux principes de la numération :

→ “ *principes de la numération décimale de position : valeur des chiffres en fonction de leur position dans l'écriture des nombres* “

→ “*désignation orale et écriture en chiffres et en lettres*”

Ainsi, on voit que dans les programmes de 2008 les deux aspects de la numération apparaissent de façon explicite.

### *2.1.2. Les programmes en vigueur à la rentrée 2018*

Dans le programme de 2018, le CE2 fait partie du cycle 2, cycle des apprentissages fondamentaux. Il est donc le dernier niveau de ce cycle. Ainsi, c'est à la fin du CE2 que les élèves doivent avoir acquis les attendus de fin de cycle.

Afin d'analyser la numération dans le programme de cycle 2, nous allons, tout d'abord, nous appuyer sur les programmes des enseignements de cycle 2 en vigueur depuis la rentrée 2018, mais également, sur les attendus de fin d'année de CE2 et les repères annuels de progression. Cette analyse va permettre d'observer les différences notables par rapport aux programmes de 2008.

Afin d'analyser la numération, nous allons nous intéresser au domaine “Nombres et calculs”. En cycle 2, les élèves vont uniquement travailler sur des nombres entiers. Comme le rappellent les programmes “*la connaissance des nombres entiers et du calcul est un objectif majeur du cycle 2*”. Les nombres mis en jeu vont toujours être inférieurs ou égaux à 10 000.

En fin de cycle 2, les élèves doivent être capables de :

- *“Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer, ordonner, repérer, comparer”* ainsi que
- *“Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers”*
- *“Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul”*
- *“Calculer avec des nombres entiers”*.

Dans le sous-domaine *“Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer, ordonner, repérer comparer”*, nous pouvons voir que l’élève en fin de cycle 2 doit être capable de différencier *“le chiffre des milliers, le chiffre des centaines, le chiffre des dizaines et le chiffre des unités”*. Cela fait référence à l’aspect de position de la numération. Ainsi, en fin de cycle 2, il doit valider la compétence suivante : *“Dénombrer, constituer et comparer des collections en les organisant, notamment par des groupements par dizaines, centaines, milliers”*.

De plus, dans le sous-domaine *“Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers”*, nous pouvons voir que l’élève en fin de cycle 2 *“connaît et utilise les diverses représentations d’un nombre”* dont notamment la *“décomposition additives m/c/d/u”*. Par exemple, il doit savoir décomposer *“en millier, centaines, dizaines et unités (7000 + 400 + 30 + 9)”* et écrire un nombre en *“unités de numération ( 7 milliers 4 centaines 3 dizaines 8 unités)”*. Ainsi, en fin de cycle 2, il doit valider les compétences suivantes : *“utiliser diverses représentations des nombres”*, *“Passer d’une représentation à une autre”*, *“Interpréter les noms des nombres à l’aide de unités de numération”* et *“utiliser des écritures en unité de numération :*

→ *unités de numération (unités simples, dizaines, centaines, milliers) et leurs relations (principe décimal de la numération en chiffres)*

→ *valeurs des chiffres en fonction de leur rang dans l’écriture d’un nombre (principe de position)*

→ *nom des nombres“*

Ici, on voit apparaître les termes relatifs aux deux aspects de la numération.

En plus de cela, nous pouvons analyser les repères de progression. Dès le CP, les élèves

étudient la numération décimale, *“Dès le début d’année, les élèves étudient de façon systématique la numération décimale écrite en chiffres (dizaines, unités simples) pour les nombres jusqu’à 100. La désignation orale des nombres est démarrée en période 3 : « 53, c’est 5 dizaines et 3 unités ; c’est (5 fois 10) et (3 fois 1) ».* Cela se poursuit en CE1 *“Dès le début de l’année, les élèves poursuivent l’étude de la numération décimale en travaillant avec des centaines.”.* Et se complexifie à nouveau en CE2 *“Dès le début de l’année, les élèves poursuivent l’étude de la numération décimale en travaillant avec des milliers”.* Ainsi l’apprentissage de l’aspect décimal de la numération se poursuit tout au long du cycle en allant vers des nombres de plus en plus complexes.

On voit, dans le programmes de 2008, que tout au long du cycle, un travail est réalisé sur les opérations posées ainsi cela permet *“de renforcer la compréhension du système décimal de position et de consolider la mémorisation de position et de consolider la mémorisation des relations numérique élémentaire.”* Cet apprentissage a lieu lorsque les élèves se sont approprié des stratégies de calcul basées sur des décompositions/recompositions liées à la numération décimale, souvent utilisées également en calcul mental ou écrit.”

Nous pouvons conclure que, dans les programmes de 2018, les références aux aspects de la numération sont multiples et explicites. De plus, avec les repères annuels des progressions, les enseignants ont des bases sur les connaissances à transmettre aux élèves du CP au CE2, niveau par niveau. Par rapport aux programmes de 2008, il semble qu’en 2018, les programmes soient plus précis quant aux aspects de la numération.

## **2.2. La numération dans les évaluations nationales de CP/CE1**

Nous allons nous intéresser aux évaluations nationales proposées en CP et CE1 durant l’année 2019/2020. Elles ont pour objectif d’évaluer les compétences en français et en mathématiques.

Tout d’abord, nous analyserons les exercices du domaine “nombres et calculs” proposés en CP afin de faire ressortir les aspects de la numération mis en jeu. Ensuite, nous ferons de même en CE1. Puis, pour finir, nous rechercherons dans “le guide pour le professeur” en CP et en CE1, s’il y a des références explicites aux aspects de la numération.

### *2.2.1. Les évaluations nationales de CP*

En CP, ces évaluations se déroulent au courant du mois de septembre puis en février. Les séquences 1 et 3 sont des séquences de français et les séquences 2 et 4 de mathématiques.

Nous allons, tout d'abord, nous intéresser à la séquence 2. L'exercice 5 consiste à associer le nom des nombres à leur écriture chiffrée. Ici, on travaille sur les représentations du nombre. En effet, un nombre possède plusieurs représentations : son nom, son écriture chiffrée, son écriture en lettres, sa représentation par des constellations de dés, sa représentation sur les doigts, etc... Ici, l'élève doit être capable de passer du mot nombre, du nom du nombre à la représentation chiffrée du nombre.

Dans le sixième exercice, les élèves doivent écouter des énoncés de problèmes, rechercher pour chaque problème une réponse numérique à la question, puis entourer parmi 6 propositions la bonne réponse. Il s'agit de problèmes relevant des structures additives, c'est-à-dire amenant les élèves à réaliser des additions et des soustractions. Sur le fichier, les élèves disposent d'un espace pour schématiser, poser le calcul, etc... Dans le septième exercice, ils doivent entourer le nombre qui correspond au nombre de balles dans un panier. Il s'agit de quantifier des collections jusqu'à 10 au moins. On travaille ici sur l'aspect cardinal, c'est-à-dire la quantité du nombre ainsi que les représentations du nombre : écriture chiffrée et représentation avec des balles. L'élève doit dénombrer des unités. Pour finir, dans le huitième exercice, il s'agit de comparer des paires de nombres. L'élève doit barrer le nombre le plus grand. Dans ces divers exercices, la numération est centrale mais aucun des deux aspects de la numération n'est explicitement mis en jeu, cela s'explique notamment car les élèves ne dépassent pas le nombre 10.

A présent, nous allons analyser la séquence 4. L'exercice 14 consiste à écrire, sous la dictée, des nombres entiers en chiffres sans dépasser 10. L'élève doit passer du mot, du nom de nombre à son écriture en chiffre. L'exercice 15 est similaire au sixième exercice. Dans l'exercice 16, les élèves doivent associer un nombre entier à une position sur une droite numérique. Il doit entourer le nombre à placer sur cette position parmi 6 propositions. Ici, il ne s'agit pas encore d'un travail sur l'aspect ordinal du nombre. En effet, à ce niveau les élèves travaillent sur le nombre en tant qu'objet. Le nombre doit

devenir un outil pour les élèves.

De façon générale, les aspects positionnel et décimal de la numération ne sont pas mis clairement en jeu dans les évaluations de CP. Cela s'explique par le fait que les élèves maîtrisent uniquement les chiffres et le nombre 10. Donc, il n'y a aucune retenue. On ne parle pas encore de dizaine. On met seulement en place l'aspect décimal de la numération par le fait qu'il y ait 9 unités puis que l'on passe au nombre 10. Le nombre est en cours construction. L'objectif est qu'il devienne un vrai outil.

### *2.2.2. Les évaluations nationales de CE1*

En CE1, les élèves passent une seule évaluation en septembre.

Tout d'abord, nous allons nous pencher sur la séquence 2. L'exercice 5 est similaire à celui du CP sauf que les élèves vont jusqu'au nombre 99, de même pour l'exercice 6. Ainsi, l'aspect positionnel est mis en jeu car il faut que les élèves additionnent ou soustraient ensemble les mêmes unités de numération. Cet aspect se voit également si les élèves ont besoin de poser les calculs, par l'alignement vertical des chiffres. Dans l'exercice proposé, il n'y aura pas de retenues donc l'aspect décimal n'est pas mis en jeu. L'exercice 7 consiste à représenter des nombres entiers. Il s'agit de rechercher, parmi différentes représentations de nombres, celles qui correspondent à un nombre en particulier. Dans l'exercice 8, il s'agit de calculer en ligne avec des nombres entier et d'entourer la bonne réponse parmi 6 propositions. Ici, par exemple, pour  $38 + 22$ , on attend des élèves qu'ils trouvent mentalement que  $38 + 22 = 38 + 20 + 2$ . Ainsi, ils doivent réaliser une décomposition additive de 22 afin de trouver sur que  $22 = 20 + 2$ . Une fois que l'élève a trouvé ce calcul, il lui suffit d'additionner mentalement 20 à 38, soit 58 et d'ajouter 2. On voit ici, que les opérations en lignes ne renvoient pas aux mêmes procédures que les opérations posées. Les aspects de la numération n'interviennent donc pas explicitement dans ces calculs en ligne mais implicitement.

A présent, nous allons analyser la séquence 4. L'exercice 12 consiste à calculer mentalement avec des nombres entiers. Les élèves doivent calculer mentalement des additions de deux chiffres puis entourer la bonne réponse parmi 6 propositions. Il s'agit des mêmes enjeux que l'exercice 7 vu précédemment. L'exercice 13 est un exercice de résolution de problèmes relevant des structures additives et multiplicatives. Les élèves

doivent écouter des énoncés de problèmes, chercher, pour chaque problème, une réponse numérique et entourer parmi 6 propositions la bonne réponse. Il s'agit des mêmes aspects que l'exercice 6. L'exercice 14 consiste à écrire des nombres entiers en chiffres sous dictée. Dans l'exercice 15, il s'agit d'associer un nombre entier à une position. Les élèves doivent repérer une position sur une ligne numérique pour entourer le nombre à placer sur cette position parmi 6 propositions. Il n'y a pas de graduation donc aucun des deux aspects n'est spécifiquement travaillé mis à part qu'il faille comparer des nombres entre-eux et donc comparer chaque unité de numération entre elles.

Dans les évaluations nationales de CE1, les deux aspects de la numération sont mis en jeu. Ces aspects se retrouvent à la fois dans des calculs mentaux, en ligne et posés. Pour réussir ces évaluations, les élèves doivent être capables de comprendre que dans un nombre la position d'un chiffre définit sa valeur. Ainsi, ils doivent comprendre que dans une addition ou une soustraction, on va additionner ou soustraire ensemble les mêmes unités de numération. De plus, ils doivent être capables de savoir comment passer d'une unité de numération à une autre. Cela est mis en jeu notamment à travers les retenues dans les différents calculs.

### *2.2.3. Les guides du professeur*

Dans les deux guides du professeur aucune référence n'est faite aux aspects de la numération.

## **2.3. La numération dans les manuels**

F. Tempier, réalise 2010 une étude sur "des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2". Cette étude fait le constat général que l'aspect de position est plus travaillé que l'aspect décimal. Cet aspect serait mis de côté dans le contenu des manuels.

En 2012, il s'intéresse également aux guides des maîtres. Ce sont les guides qui sont destinés aux enseignants afin de mettre en place les différentes séances. F. Tempier fait le constat que l'aspect décimal apparaît très peu dans ceux-ci. Cela ne permet donc pas aux enseignants d'avoir une connaissance des enjeux de cet aspect dans les différentes tâches proposées aux élèves. Or, nous pouvons nous questionner car d'après

le référentiel de compétence de 2013, un enseignant se doit de maîtriser les savoirs disciplinaires et leur didactique

Face à ses constats, F. Tempier décide de créer une ressource internet afin d'aider les enseignants à maîtriser davantage les deux aspects de la numération et donc de mieux les enseigner. Cette ressource a d'ailleurs été le point de départ de mes recherches sur la numération et m'a permis, personnellement, de découvrir, de comprendre et de mieux maîtriser les deux aspects de celle-ci.

## **2.4. La numération dans la méthode heuristiques de mathématiques**

### *2.4.1. Présentation de la méthode heuristique*

La méthode heuristique de mathématiques est une méthode conçue par Nicolas Pinel. Elle est tirée de son expérience du terrain et prend appui sur de nombreux manuels tel que Ermel ainsi que sur diverses pédagogies tel que Freinet ou encore Montessori. Elle est construite sur des bases scientifiques qui sont citées dans son guide.

Accessible gratuitement sur internet, elle propose une organisation de l'enseignement des mathématiques et combine diverses stratégies pour que les élèves apprennent. Elle s'appuie sur cinq grands principes : avoir une culture mathématiques positives, répondre aux besoins des élèves, offrir un environnement adapté, connecter les mathématiques au monde, manipuler pour conceptualiser.

Elle demande un changement de posture professionnelle car ce n'est pas une méthode clé en main. Elle est d'ailleurs déconseillée pour les professeurs des écoles débutants. Elle préconise le travail en équipe. Ainsi, il est important que la mise en place de cette méthode soit une volonté de tous les enseignants de l'école afin de créer une homogénéité et que les élèves poursuivent cette méthode année après année.

Comme l'explique Nicolas Pinel dans la vidéo de présentation de la méthode, celle-ci préconise un enseignement explicite, des rétroactions régulières, le développement de la manipulation d'objet tout au long du primaire et l'appui sur l'oral avant de passer à des écritures symboliques mais aussi, l'idée de ne pas attendre la maîtrise parfaite d'une notion pour en aborder une nouvelle, le fait d'insister sur l'apprentissage des tables d'addition et de multiplication afin de créer de réels

automatismes, l'idée de privilégier le calcul mental par rapport au calcul posé à l'écrit et l'idée de faire dire à l'élève comment il a fait pour arriver à son résultat, ainsi que, l'association de l'apprentissage des techniques opératoires à la compréhension des nombres.

Dans cette méthode, la programmation est très particulière. En effet, elle n'est pas construite chapitre par chapitre mais il s'agit d'une programmation dite "neuronale", c'est-à-dire que les compétences sont travaillées et réactivées dans différents modules de différentes façons. De plus, il y a cette idée de continuité du CP au CM2. La programmation n'est pas pensée uniquement sur l'année mais elle est également pensée sur le cycle entier. Il y a des typologies d'exercices qui sont récurrents et des activités similaires du CP au CM2 avec un niveau de difficulté de plus en plus élevé, une complexité progressive. En effet, par exemple, on peut trouver des jeux en commun comme le jeu "dépasse pas 30" en CP qui s'intitule "dépasse par 100" en CE1/CE2. La valeur du nombre n'est pas la même. Dans ce jeu, chaque carte vaut sa valeur, les figures valent 0. Au début, chaque joueur reçoit 4 cartes d'un jeu classique de 52 cartes. Le premier joueur pose une carte et annonce sa valeur. Il pioche une carte pour avoir toujours 4 cartes en main. Le joueur suivant pose une carte par-dessus et annonce le total et ainsi de suite. En CP, le premier joueur qui atteint ou dépasse 31 a perdu, en CE1/CE2, c'est celui qui atteint ou dépasse 101 qui a perdu. En CE1/CE2, la valeur du nombre est plus importante car les élèves ont une maîtrise des nombres plus grands. Cela permet de rendre le jeu plus complexe tout en gardant la même base. Ce fonctionnement se retrouve régulièrement dans la méthode. Par exemple, beaucoup de fichiers, d'activités ritualisées sont les mêmes mais avec des niveaux de complexités différents.

Chaque année scolaire se compose de 24 modules, qui correspondent à des séquences et qui sont divisés en plusieurs séances. Il y a en tout 160 séances. Cela représente 5 séances d'une heure par semaine. Chaque module est composé de 4 à 8 séances. Pour chaque module on trouve les objectifs majeurs, le matériel spécifique dont on va avoir besoin ainsi que les devoirs à donner aux élèves puis ce qu'il faut savoir en tant qu'enseignant d'un point de vue didactique pour enseigner le module ainsi que des précisions sur celui-ci.

Chaque séance contient des activités ritualisées, du calcul mental, parfois un

temps de résolution de problème puis un temps d'apprentissage. Les durées de chaque temps ne sont pas précisées. Il y a régulièrement, dans le temps d'apprentissage, une organisation par ateliers. Dans quasiment chaque module, il y a une séance de régulation. Cette séance est à construire par le professeur des écoles. Elle peut servir à remédier aux difficultés rencontrées par les élèves notamment en travaillant par groupe de besoin,, mais également à revoir une notion qui a posé problème en classe entière etc.

La méthode nécessite un coin mathématiques dans la classe afin d'y mettre les jeux ainsi que différents matériels. Dans cette méthode, il y a de nombreux jeux de stratégie. Il y a également de nombreux fichiers à imprimer. Ces fichiers sont sur la première page une feuille de route, puis, sur les autres pages, différents exercices.

Des évaluations sont proposées à chaque fin période mais celle-ci peuvent être modifiées par le professeur des écoles afin de l'adapter à sa classe.

#### *2.4.2. Le numération*

Sur le site de la méthode, dans la rubrique "numération", il y a un lien vers le site MiCetF. Ce site propose des ressources virtuelles afin de travailler en mathématiques, en français etc... MHM cite plusieurs ressources virtuelles permettant de travailler sur le domaine de la numération :

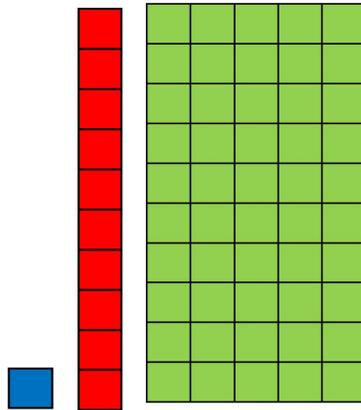
- Abaque.
- Boulier.
- Château des nombres.
- Cibles : jeu interactif pour travailler la décomposition additive des nombres à l'école primaire.
- Compléments 10, 100 ou 1000 : jeu interactif permettant de s'exercer au calcul des compléments à 10, 100 ou 1000.
- Générateur de cartes à points
- Compteur.
- Décimaux : application web permettant de travailler les écritures et les représentations des nombres décimaux.
- Dénombrement : application web permettant de s'exercer au dénombrement de petites quantités

- Fractions : banque d'outils pour travailler les fractions à l'école primaire
- Groupements : application web permettant de travailler la numération et les opérations à l'école primaire par la manipulation (groupement, cassage,...) de différentes représentations des nombres.
- Montessori : application web permettant de travailler la numération avec les cartons Montessori.
- Nombre pensé : tableau des nombres interactif conçu pour mettre les TIC au service de l'activité du nombre pensé. Le maître pense à un nombre. Par une série de questions, les élèves éliminent les nombres qui ne conviennent pas. Selon le scénario pédagogique envisagé par le professeur, le tableau peut être utilisé pour garder une trace des nombres éliminés, individuellement sur un ordinateur et/ou collectivement au moyen d'un vidéo-projecteur
- Numération-Opérations : application web permettant de travailler la numération et les opérations en manipulant les représentations les plus utilisées à l'école primaire.
- Logiciel « Numérations » pour découvrir des systèmes de numération

De plus, dans la partie "références", il y a des sites ayant pour objectif d'enrichir l'autoformation en mathématiques des enseignants. Le premier site cité est celui de F. Tempier et al. sur la numération.

Ainsi, on voit ici, qu'il y a une réflexion ou plutôt une volonté d'aider les enseignants à mieux maîtriser la numération et ces enjeux didactiques. En effet, le site internet apporte aux enseignants des outils afin d'enseigner la numération à partir de différents outils.

Mais encore, comme je l'ai déjà expliqué, la méthode heuristique de mathématiques nécessite du matériel. Le matériel à fabriquer se trouve également sur le site internet. Concernant la numération, nous pouvons trouver du matériel afin de représenter les unités de numération : cubes bleus pour représenter les unités, des barres rouge pour représenter les dizaines, des plaques verts pour représenter les centaines ainsi que des plaques jaunes pour représenter les milliers. Ceux-ci peuvent être imprimés depuis le site par le professeur des écoles. Voici des exemples :



De plus, ce même matériel est également présent dans les classes en plastique afin d'être manipulé par les enfants. Sur le site, on voit apparaître le terme de "lego". Ce matériel est proposé "dans la méthode comme matériel alternatif, qui pourra remplacer, étayer certaines séances de numération.". Ceux-ci peuvent permettre de matérialiser les unités, les dizaines, de composer ou décomposer des nombres, etc... et donc la manipulation.

La manipulation est un vaste sujet en mathématiques pour lequel les auteurs ne sont pas tous d'accord. Pour certains, le matériel de manipulation permet à l'élève de transformer des idées abstraites en idées concrètes. L'utilisation du matériel serait une des représentations concrètes d'un concept mathématiques. C'est notamment le cas de LESH (1981) qui voit dans l'utilisation d'un matériel de manipulation une manière moins abstraite de raisonner qu'avec les symboles formels mathématiques. C'est également le cas de ÖSGÜN-KOGA et EDWARDS (2011) qui mentionnent que "le matériel de manipulation peut servir de pont dans la mesure où il accompagne les élèves dans le passage du concret à l'abstrait". En effet, les concepts de manipulation et d'abstraction sont étroitement liés. On peut le voir notamment dans le rapport Stratégie de mathématiques au primaire, issu d'une table ronde d'experts en mathématiques et publié en 2003 sur le site du Ministère de l'éducation du Canada : "Devant un concept abstrait, l'enfant a besoin de participer à une activité physique pour saisir le concept, un peu comme font les adultes qui prennent des exemples, des illustrations pour mieux comprendre des concepts nouveaux". En numération, le matériel permettrait de représenter les unités de numération et il pourrait permettre à l'enfant de résoudre un

problème mathématiques sans l'aide de l'adulte. Par exemple, en assemblant 10 petits carrés représentant des unités, l'élève va pouvoir observer que cet assemblage est équivalent à la barre rouge représentant une dizaine soit que 10 unités correspondent à une dizaine. Cela lui permet donc de passer d'un concept abstrait au concret.

D'un point de vue institutionnel, le rapport Villani-Torossian de 2018, lui donne d'ailleurs une place prépondérante. La manipulation est placée en cinquième position avec l'expérimentation, la verbalisation et l'abstraction parmi les 21 mesures préconisées pour l'enseignement des mathématiques : « Dès le plus jeune âge mettre en œuvre un apprentissage des mathématiques fondé sur la manipulation et l'expérimentation ; la verbalisation ; l'abstraction. ». Le rapport souligne notamment que « parmi les enjeux didactiques, celui des manipulations concrètes est essentiel pour favoriser l'apprentissage des élèves et les accompagner dans la construction d'abstractions. » ou encore « enseigner les mathématiques aux plus jeunes ne peut se faire sans leur faire expérimenter des situations. Le vécu expérimental et manipulatoire des élèves favorise l'acquisition des connaissances et leur mémorisation ». De même, nous pouvons trouver dans les programmes de 2018 de nombreuses occurrences à la manipulation. Par exemple, dans le domaine 2 du socle commun de connaissance, de compétence et de culture "Méthodes et outils pour apprendre" on retrouve la phrase suivant : « l'introduction et l'utilisation des symboles mathématiques sont réalisées au fur et à mesure qu'ils prennent sens dans des situations basées sur des manipulations, en relation avec le vocabulaire utilisé, assurant une entrée progressive dans l'abstraction ». De plus, depuis 2016, l'enseignement des mathématiques au cycle 2 s'organise autour de six compétences essentielles : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer et communiquer.

- Chercher : « s'engager dans une démarche de résolution de problèmes en observant, en posant des questions, **en manipulant, en expérimentant**, en émettant des hypothèses » ;

- Modéliser : « reconnaître **des formes dans des objets réels** et les reproduire géométriquement »

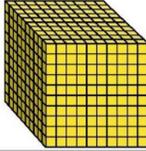
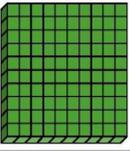
- Raisonner : « anticiper le résultat d'une **manipulation**, d'un calcul, ou d'une mesure » ;

- Communiquer : « utiliser l'oral et l'écrit, le langage naturel puis quelques représentations et quelques symboles pour expliciter des démarches, argumenter des

raisonnements ».

Cependant, pour d'autres aussi, cela n'est pas évident. Nous verrons cela plus précisément dans la partie “ Les recommandations et écueils à éviter pour les enseignants” mais il semble est effet, que cela ne soit pas si simple.

De plus, on peut trouver également des tableaux de numération reprenant les représentations des unités de numération, comme ci-dessous :

			
mille	centaine	dizaine	unité
M	C	D	U

Sur le site internet de la méthode, on trouve des références qui ont pour objectif d'enrichir le savoir des enseignants, de les former. Ainsi, on trouve comme première référence, un site internet pour « Enseigner la numération décimale ». Il s'agit bien du site de F. Tempier & co. On voit la volonté de la méthode d'apporter des points d'appuis aux enseignants sur la numération.

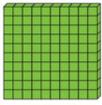
Mais aussi, comme nous l'avons déjà expliqué, il y a dans chaque module une rubrique “ce que vous devez savoir” qui est adressée aux enseignants. Nous allons, chercher dans cette rubrique tout ce qui fait référence, de façon explicite ou non, aux aspects de la numération, et nous les relèverons.

Dans le module 2, “la plus grand partie du temps est consacré aux nombres sous l'aspect décomposition et sous l'aspect “différentes écritures” par la création d'un cahier des nombres. C'est un temps important de construction des différentes représentation du

*nombres*” . Ici, les élèves vont figurer le nombre avec différentes représentations : additions, tableau de numération, écriture en lettre, écriture chiffrée, c/d/u, schéma avec cubes, barres, plaques etc... Ainsi, ils vont travailler sur l’aspect position de la numération notamment par la représentation dans le tableau de numération. En effet, dans ce tableau chaque chiffre du nombre est inscrit dans une colonne et on voit clairement apparaître le fait que la valeur du chiffre dans un nombre est différent selon sa position. De même, pour la décomposition en c/d/c. Ils vont également travailler l’aspect décimal, notamment par les schémas en cubes, barres, plaques car on voit clairement apparaître les conversions entre chaque unité de numération.

Dans le module 4, une explication est faite quand au choix de la technique de soustraction. La méthode choisie est la méthode anglo-saxonne, la méthode “par cassage” (comme vous pouvez le voir dans le 5.1.2.1). Un des avantages mis en avant est le suivant “Permet de faire le lien avec la numération”. De plus, il est conseillé pour les élèves en difficulté de les faire “manipuler le matériel de base 10”. Ainsi, on voit la volonté de faire comprendre l’aspect décimal de la numération aux élèves.

De plus, on voit également l’exercice le “nombre de” : “comprendre la différence le “chiffre de” et le “nombre de”, c’est comprendre le système de numération et le principe des échanges. C’est une difficulté pour les élèves. On peut les y aider en repassant les unités, dizaines et centaines”. Cet exercice fait, à la fois, travailler l’aspect décimal et l’aspect de position.

C	D	U
1	4	3
 10 d	 4 d	

Dans ce tableau, le chiffre 1 est placé dans la colonne des centaines, à la 3ème position, ainsi il représente une centaine. Mais une centaine, c’est aussi également à 10 dizaines. En conclusion, on voit apparaître à la fois l’aspect positionnel par la position de chaque

chiffre dans le nombre. On voit que selon sa position, le chiffre n'a pas la même valeur. Mais, en plus de cela, l'aspect décimal apparaît par les conversions qui sont faites en dessous. Une centaine n'est pas d'une centaine mais c'est aussi égale à 10 dizaines, et comme on le voit représenter, c'est également égal à 100 unités.

Dans le module 6, il est proposé de travailler sur la désignation orale des nombres de 11 à 16. Ils proposent de passer par un intermédiaire : dire « dix-un » pour onze, « dix-deux » pour douze, etc. Cela permet de construire « la logique de la suite numérique que l'on construit en ajoutant une unité pour passer au nombre suivant. Pour aller de dix au suivant, j'ajoute donc un. Puis au suivant, j'ajoute encore un ».

Dans le module 8, on voit apparaître explicitement l'aspect de position de la numération *« le système positionnel : jeu du collectionneur »* *« Notre système de numération est positionnel : c'est la place des chiffres dans le nombre qui lui donne sa valeur. Cette idée est complexe pour les élèves pour qui un "1" est un "1". Comprendre que parfois 1 vaut 10 (ou 100) demande un certain niveau d'abstraction. Le jeu du collectionneur permet de travailler les échanges »*

De plus, ils explicitent comment apprendre à multiplier par 10, 100, 20 etc : « , on entend souvent : « il suffit de rajouter un zéro ». Cela est même écrit dans certains manuels ou fichiers de mathématiques. Effectivement, pour l'élève, « ça marche », mais il ne comprend pas ce qu'il se passe et, une fois parvenu aux décimaux... c'est la catastrophe ! Il faut donc leur dire : « Si j'en ai 10 fois plus, les unités deviennent des dizaines ! » et montrer, dans le tableau et par la manipulation, que le nombre se déplace dans le tableau CDU et qu'il faut un « 0 » pour signaler qu'on n'a plus d'unité. Cette formulation s'appuie sur le sens et sera efficace aussi avec les décimaux. Soyez donc rigoureux. Enfin, pour multiplier par 20, il faut qu'ils décomposent :  $\times 20 = \times 2 \times 10$ .

Dans le module 9, la fleur numérique apparaît. Tout comme le cahier du nombre, cette fleur permet de travailler sur les différentes représentations d'un nombre et donc sur les deux aspects de la numération.

Dans le module 11, les élèves vont travailler à partir de cartes mentales qui vont servir à mémoriser les décompositions des nombres. De plus, ils vont utiliser le calepin des nombres qui est un *« outil »* qui *« permet de visualiser directement un nombre avec sa*

*représentation en cubes unités, barres de dizaines et plaques de centaines*“. Cela fait travailler sur les deux aspects de la numération.

Dans le module 12, l'activité *“la lecture des nombres (...) permet de travailler la différence entre le “chiffre” et “nombre de”, et in fine, la compréhension du système décimal.”* *“Dans la synthèse, vous reviendrez donc sur l'argumentation par les regroupements : 10, c'est une dizaine, mais aussi 10 unités ; 100, c'est une centaine, mais aussi 10 dizaines.”*

On peut conclure que les outils utilisés et exercices qui sont mis en place dans les séances permettent à la fois de travailler l'aspect décimal et l'aspect de position de la numération. Cependant, on peut remarquer que l'aspect positionnel est expliqué avec précision dans le module 8 alors que l'aspect décimal ne l'est pas. Cela rejoint le constat de Tempier sur les guides des maîtres. Ainsi, personnellement, ce guide, ne m'a pas permis de prendre conscience concrètement des deux aspects de la numération. Pour cela, j'ai dû faire des recherches personnelles. Ainsi, je me suis formée moi-même à travers des lectures et le site de F. Tempier et al. mais il est probable que sans l'avertissement de ma tutrice, je serais passée à côté de cela.

Dans l'expérimentation présentée plus tard, nous analyserons plus précisément les séances proposées par la méthode lorsque nous analyserons les séances qui ont été mise en place dans la classe de CE2.

#### *2.4.3. La numération en CE2*

Les compétences liées à la numération sont travaillées dans les différents modules, comme vous pouvez le voir ci dessous :

<b>Compétences</b>	<b>Modules</b>
NC2 : Utiliser diverses stratégies de dénombrement. Procédures de dénombrement (décompositions/recompositions additives ou multiplicatives, utilisations d'unités intermédiaires : dizaines, centaines en relation ou non avec des groupement)	Module 1 à 20
NC6 : Utiliser diverses représentations des nombres (écritures en chiffre et en lettre, nom à l'oral, graduation sur une demi-droite, constellations sur dés, dés, doigts de la main..)	Module 1 à 24

NC7 : Passer d'une représentation à une autre, en particulier Modules 1 à 24  
associer les noms des nombres à leur écritures chiffrées

NC8 : Interpréter les noms des nombres à l'aide des unités de Modules 1 à 24 s  
numération et des écritures arithmétiques.

Unités de numération (unité simples, dizaines, centaines, milliers)

et leur relations (principe décimal de la numération en chiffre)

Valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un  
nombre (principal de position). Noms des nombres.

### 3. Les difficultés

Dès 1985, BEDNARZ N. et JANVIER B, dans la première partie de leur article *La numération : les difficultés suscitées par son apprentissage* ont défini 5 difficultés auxquelles se confrontent les élèves dans le domaine de la numération :

- difficulté à voir les groupements et leur rôle dans l'écriture conventionnelle malgré la place prépondérante que le travail sur cette écriture occupe dans l'enseignement,

- difficulté à voir la pertinence de ces groupements, même si les exercices dans l'enseignement ont amené les enfants à faire des regroupements ;

- difficulté à opérer avec ces groupements, les faire et les défaire ;

- difficulté à travailler simultanément avec deux groupements différents ;

- difficulté à interpréter les procédures de calcul relatives aux opérations (addition, soustraction, multiplication, division) en termes de groupements, qui conduit à des erreurs.”

En 2010, TEMPIER cite ces difficultés dans son étude des programmes et des manuels sur la numération en CE2. Il conclut que ces difficultés ne sont pas encore dépassées.

Dans ce mémoire, pour analyser les difficultés des élèves dans le domaine de la numération, nous allons nous appuyer sur des difficultés citées sur le site de F.Tempier et

al, et sur des exemples concrets trouvés sur ce même site.

### 3.1. Les difficultés concernant l'aspect de position

Concernant l'aspect de position plusieurs difficultés sont repérées.

La première difficulté résulte de la « juxtaposition des chiffres sans prise en compte de l'ordre des unités ». Par exemple, dans l'exemple ci-dessous, l'élève doit recomposer un nombre à partir de sa décomposition en unité de numération. L'élève ne prend pas en compte l'ordre des unités de numération mais il juxtapose les chiffres dans l'ordre de lecture.

#### 3. Complète

a. 8 dizaines + 5 unités =  $\overline{8.5}$ .....

b. 1 centaine + 9 dizaines + 3 unités =  $\overline{19.3}$ .....

c. 6 centaines + 9 unités =  $\overline{6.9}$ .....

d. 7 unités + 2 dizaines + 4 centaines =  $\overline{7.2.4}$ .....

e. 3 dizaines + 6 centaines =  $\overline{3.6}$ .....

La seconde difficulté concerne la « non prise en compte de l'absence de valeur d'une unité, non prise en compte du 0 ». Comme on peut le voir ci-dessous concernant la ligne e, l'élève remarque qu'il y a des dizaines et des centaines. Mais, celui-ci ne remarque pas qu'il n'y a pas d'unité, ainsi il oublie de noter le 0 des unités.

#### 3. Complète

a. 8 dizaines + 5 unités =  $\overline{8.5}$ .....

b. 1 centaine + 9 dizaines + 3 unités =  $\overline{19.3}$ .....

c. 6 centaines + 9 unités =  $\overline{6.9}$ .....

d. 7 unités + 2 dizaines + 4 centaines =  $\overline{4.2.7}$ .....

e. 3 dizaines + 6 centaines =  $\overline{6.3}$ .....

### 3.2. Les difficultés concernant l'aspect décimal

La première difficulté est la même que celle concernant l'aspect positionnel, il s'agit de "la juxtaposition sans prise en compte ni de la valeur ni de l'ordre de la présentation des unités". Dans l'exercice ci-dessous, il s'agit de recomposer un nombre en tenant compte des relations entre les différentes unités. Ici, l'élève juxtapose les différentes valeurs dans l'ordre de lecture. Il ne prend pas en compte que 15 unités correspond à 1 dizaine et 5 unités. Cela est valable pour la totalité des lignes, sauf éventuellement la ligne b, où nous ne pouvons pas conclure cela.

#### 5. Complète

a. 2 dizaines + 15 unités = ...215...

b. 4 centaines + 10 dizaines = ...410...

c. 5 centaines + 12 dizaines + 3 unités = 5123...

d. 6 centaines + 21 dizaines + 14 unités = 62114...

La seconde difficulté est "un sens donné aux relations entre les unités de numération qui n'est pas totalement acquis". Dans cet exemple, l'élève a bien compris qu'il y avait des relations entre les différentes unités de numération mais ne parvient pas à les mobiliser correctement. Il trouve que 2 dizaines + 15 unités = 17 et non 35.

#### 5. Complète

a. 2 dizaines + 15 unités = ...17.....

b. 4 centaines + 10 dizaines = ...410.....

c. 5 centaines + 12 dizaines + 3 unités = ...5123...

d. 6 centaines + 21 dizaines + 14 unités = ...6214...

La troisième difficulté est "une absence de conscience du lien qu'il existe entre les différentes unités de numération". Ainsi, lorsqu'il s'agit de convertir des unités de

numération entre elles, l'élève se trouve bloqué, comme on peut le voir ci-dessous.

### 6. Complète

*se ne c'est pas faire*

- a. 5 dizaines c'est aussi ..... unités
- b. 80 unités c'est aussi ..... dizaines
- c. 1 centaine c'est aussi ..... dizaines
- d. 3 centaines c'est aussi ..... unités
- e. 60 dizaines c'est aussi ..... centaines

La quatrième difficulté est la "difficulté à comprendre la relation entre deux unités de numération non successives", par exemple entre les centaines et les unités mais également la difficulté à convertir des dizaines en centaines.

### 6. Complète

- a. 5 dizaines c'est aussi ..*50*... unités
- b. 80 unités c'est aussi ..*8*..... dizaines
- c. 1 centaine c'est aussi ...*10*... dizaines
- d. 3 centaines c'est aussi ..*30*... unités
- e. 60 dizaines c'est aussi ...*600*centaines

## 4. Les recommandations et écueils à éviter pour les enseignants

Le 12 et le 13 novembre 2015 à Paris, une conférence de consensus sur la numération, organisée par le Cnesco et par l'Ifé/ENS de Lyon, s'est tenue à Paris. A partir de cette conférence, un jury d'acteurs de terrain a rédigé des recommandations pour améliorer les premiers apprentissages de tous les élèves sur les nombres et les opérations. Ce jury d'acteurs de terrain était composé de 18 membres : Grégoire J, Alvinerie M, Belghiti J, Borgna P, Charlard N, Dieterich M, Jallop-Labas S, Valentin A, Fritsch E, Torres Bisquerra C, Marchand-Adam S, Bossy-Semmond N, Labbouz J, Tempier F, Noé L, Pierre S, Tourneux C, Cortial M-C. Ces 18 membres ont pris connaissance de la recherche scientifique sur l'apprentissage de la numération, écouté les experts ainsi que les

praticiens et se sont réunis à huis clos pour rédiger leurs conclusions. Ce jury d'acteurs est dit de terrain car il s'agit de personnes exerçant dans le milieu scolaire ou le côtoyant : professeur des écoles, professeur de lycée, parent d'élève, inspecteur d'académie, enseignant spécialisé dans le premier degré, conseillère pédagogique du 1er degré en Mathématiques et Sciences, etc.

Les recommandations qui ont été rédigé :

- “ décrivent un ensemble large de mesures sans imposer de priorités “
- “s’inscrivent dans une perspective temporelle longue”
- “ouvrent des chantiers de réflexion et orientent vers des recherches complémentaires”
- sont pour certaines “déjà mises en œuvre localement, alors que d’autres supposent une évolution des représentations, des pratiques ou des textes de références”.
- pour “certaines figurent dans les programmes du Conseil supérieur des programmes, et le jury a souhaité les intégrer dans ce document pour attirer l’attention des praticiens qui liront les recommandations.”

Voici les recommandations qui ont été rédigées :

Tout d’abord, il faut développer la manipulation d’objets tout au long du primaire, et pas seulement en maternelle. Ensuite, il faut s’appuyer sur l’oral avant de passer à des écritures symboliques. Pour eux, la maîtrise du système de numération écrit passe, tout d’abord, par le langage oral. L’élève apprend en premier la désignation des nombres à l’oral puis il va aller progressivement vers l’apprentissage du système universel écrit afin de maîtriser les codes de cette numération écrite (groupements par 10, importance de la position des chiffres, rôles du “zéro). En effet, en maternelle on apprend, tout d’abord, à exprimer les chiffres et les nombres à l’oral avant de voir comment on les écrit. C’est également le cas pour “l’introduction des fractions puis de celle de l’écriture à virgule : avant de voir comment on écrit des fractions ou d’utiliser la virgule, les élèves doivent savoir exprimer à l’oral les nouveaux nombres qu’ils découvrent (un quart, 8 dixièmes, etc...)” Ainsi, une maîtrise orale doit précéder le passage aux écritures symboliques des nombres à l’écrit. Il faut également, ne pas attendre la maîtrise parfaite d’une notion pour en aborder une nouvelle avec les élèves. Pour eux, cela permet un travail organisé

dans la durée et donc de travailler sur la compréhension du sens de chaque notion. Il faut aussi, insister davantage sur l'apprentissage des tables d'addition et de multiplication. Cela permettrait d'alléger la mémoire de travail, pour réaliser des calculs complexes, écrits ou mentaux. Mais encore, il faut privilégier le calcul mental par rapport au calcul posé (à l'écrit) car, ils expliquent que, dans le calcul mental, en cherchant à trouver le bon résultat, l'élève travaille sur les nombres en jeu, ce qui n'est pas vrai dans le cas d'une multiplication posée. Puis, il faut faire verbaliser, faire dire à l'élève comment il a fait pour arriver à son résultat. Cela permet d'identifier les procédures utilisées. Pour finir, il faut associer l'apprentissage des techniques opératoires à la compréhension des nombres, à la numération.

De son côté, F.Tempier formule lui aussi des recommandations en 2015. Pour lui, il faudrait accorder une place moins importante au matériel. En effet, il pense que les enseignants ont tendance à sur-utiliser les cubes, les tableaux de numérations ou encore les abaques et, selon lui, ces objets ne permettent pas d'objectiver les savoirs en jeu. Pour lui, lorsqu'il s'agit de conversions, il faudrait également se détacher du matériel afin de permettre aux élèves de se concentrer sur les relations qu'ils maîtrisent déjà. Pour finir, il recommande d'institutionnaliser les relations entre les unités de numérations.

On voit ici, que concernant la manipulation (comme nous avons déjà pu le remarquer dans la partie "4.2 Le numération " où nous étudions les numération dans la méthode heuristique de mathématiques) il y a des avis divergents. Il me semble que la manipulation peut apporter un plus, notamment pour des élèves en difficulté. Mais, je pense qu'il ne faut pas manipuler pour manipuler mais avoir un vrai objectif didactique précis et réfléchi. Par exemple, comme je l'ai déjà cité plus haut, il me semble que la manipulation peut permettre à certains élèves de passer de l'abstrait au concret. En numération, j'ai notamment pu observer que le matériel de numération (cubes pour les unités, barres pour les dizaines..) permettait à certains élèves de ma classe de mieux se représenter les différentes unités de numération et les rapports entre celles-ci. Certains élèves ont également mieux compris la décomposition d'un nombre en unités de numération. En visualisant et en manipulant le matériel, des concepts abstraits ont pu devenir plus concrets et être plus facilement assimilés par les élèves. Il me semble que lorsque l'on décide de proposer de la manipulation dans une séance, il faut que celle-ci ait un objectif précis et que cet objectif ne puisse pas être réalisable sans cette

manipulation. Il faut que cette manipulation soit un outil pour permettre à l'élève d'atteindre l'objectif de l'activité, de la séance ou de la séquence.

Comme je l'ai déjà précisé à de nombreuses reprises, F.TEMPIER a d'ailleurs créé un site avec d'autres personnes sur la numération. Lors de l'élaboration de ce site en 2012, TEMPIER souhaitait y référencer « des éléments pour comprendre les enjeux de l'enseignement de la numération, des situations à mettre en œuvre dans la classe et des éléments pour aider l'enseignant à construire une séquence ». Ce site permet donc, par exemple, de suivre ces recommandations pour élaborer ses séquences dans le domaine de la numération. Ce site, étant une référence dans le domaine de la numération, j'ai fait le choix de vous proposer une présentation de ce site.

Ce site est composé d'une page d'accueil, de trois grandes parties : "Dénombrer", "Commander", "Les grands nombres", puis d'une partie prolongement et enfin une partie "En savoir plus". Concernant les trois grandes parties, les deux premières concernent le cycle 2 et la dernière les élèves de CM1. La page d'accueil présente le scénario global du fonctionnement des ressources, un rappel des savoirs de la numération et des savoirs didactiques mis en jeu. La partie "Prolongement" propose des liens entre la numération et les calculs mentaux posés ainsi que les mesures et grandeurs, comme nous le verrons dans le point suivant. La partie "En savoir plus" offre des compléments pour les enseignants afin qu'ils puissent s'approprier au mieux les enjeux de l'enseignement de la numération décimale, par exemple, les difficultés des élèves, les manuels etc...

## **5. L'importance des aspects de la numération dans d'autres enseignements mathématiques**

Les aspects de la numérations vont être la base de nombreux apprentissages mathématiques. Comme on peut le voir sur le site de F.TEMPIER & al. "*Ce travail sur la numération et en particulier sur l'aspect décimal trouve des prolongements dans le calcul posé, les conversions de mesures du système métrique, les décimaux. Ces nouvelles occasions d'utilisation permettront de renforcer les connaissances des élèves.*" Ainsi, nous allons voir en quoi les aspects de la numération sont importants dans d'autres enseignements mathématiques.



### 5.1.2.1. La méthode anglo-saxonne « par emprunt » (“par cassage”)

Dans cette opération, au rang des dizaines, on ne peut pas soustraire 9 dizaines à 2 dizaines. Ainsi, il faut échanger 1 centaine contre 10 dizaines. Pour cela, on casse une des centaines du nombre, ce qui revient à échanger 1 centaine contre 10 dizaine (aspect décimal). On obtient alors 4 centaines. On peut soustraire 9 dizaines à 12 dizaines : cela donne 3 dizaines. Pour finir, on soustrait 3 centaines à 4 centaines : cela donne 1 centaine.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \text{ (barré)} \quad 12 \quad 7 \\ - \quad 3 \quad 9 \quad 2 \\ \hline 1 \quad 3 \quad 5 \end{array}$$

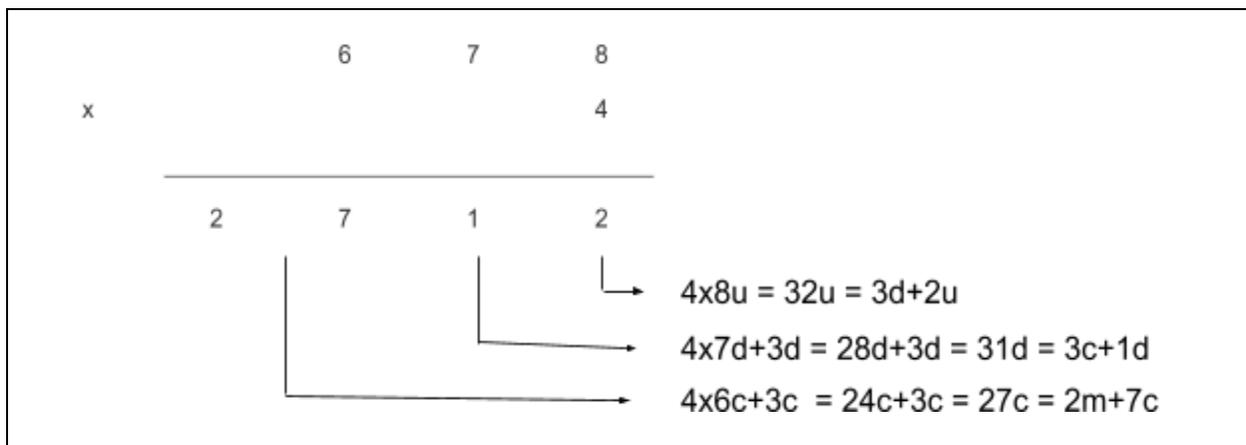
### 5.1.2.2. La méthode française « traditionnelle », méthode « par compensation ».

Dans cette méthode, l'idée est que la différence ne change pas si on ajoute simultanément un même nombre (en l'occurrence 10) aux deux termes d'une soustraction. Cette méthode repose donc sur la propriété mathématiques :  $a - b = (a + c) - (b + c)$ . Ainsi, le 10 qu'on ajoute représente 10 unités en haut et 1 dizaine en bas. Ici, on met en jeu le principe décimal : une unité d'un certain rang est égale à 10 unités du rang supérieur.

S'il s'agit de soustraire 392 à 521, au rang des dizaines, on ne peut soustraire 9 dizaines de 2 dizaines. On ajoute alors 10 dizaines à 527. Pour ne pas modifier la différence, il faut aussi ajouter 10 dizaines à 392. Comme 1 centaine est égale à 10 dizaines, on ajoute alors 1 centaine à 392. On peut maintenant soustraire 9 dizaines de 12 dizaines : cela fait 3 dizaines. Il reste alors à soustraire 4 centaines de 5 centaines. On s'appuie donc bien sur l'aspect de position.

### 5.1.3. La multiplication posée

Concernant la multiplication par un nombre à un chiffre, on va utiliser la décomposition du nombre à plusieurs chiffres afin de multiplier chacun de ses termes au nombre à un chiffre. Par exemple, pour  $678 \times 4$ . On va réaliser une décomposition canonique de 678. 678 est également à 6 centaines + 7 dizaines + 8 unités (aspect de position). Ainsi, on multiplie chacun des termes (distributivité de la multiplication par rapport à l'addition) par 4. On commence par multiplier 4 unités par 8 unités, on trouve alors 32 unités. Or, on ne peut pas écrire 32. Il faut donc il faut convertir 32 unités en 3 dizaines et 2 unités (aspect décimal) et donc marquer trois retenues. Ensuite, on va multiplier 4 par 7. Ici, les élèves doivent comprendre que l'on multiplie 4 unités par 7 dizaines car le chiffre est en seconde position (aspect de position). Ainsi, on trouve 28 dizaines auxquelles on ajoute les retenues soit 3 dizaines. On obtient alors 31 dizaines. Il faut à nouveau convertir les dizaines en centaines et dizaines : 31 dizaines = 3 centaines et 1 dizaine. On marque alors 3 comme retenue. Puis, on multiplie 4 par 6 centaines, on trouve 24 centaines, puis on ajoute les 3 centaines des retenues. On obtient 27 centaines. Ici, il n'est pas indispensable de convertir les centaines en centaines et milliers car on n'aura plus de multiplication à réaliser.



Concernant la multiplication par un nombre à plusieurs chiffres, nous allons prendre pour exemple la multiplication de 678 par 34. Pour réaliser cette multiplication, on doit commencer par décomposer le multiplicateur : 34 unités = 3 dizaines + 4 unités (aspect de position). On a donc  $678 \times 36 = 678 \times (3 \text{ dizaines} + 4 \text{ unités})$ , soit  $678 \times 3$

dizaines + 678 x 4 unités, c'est-à-dire (678 x 3) dizaines + (678 x 4) unités. On va donc réaliser deux multiplications : 678 x 4 puis 678 x 3. Etant donnée que la seconde multiplication (678 x 3) est une multiplication par le chiffre des dizaines, on écrit un 0 à droite de ce nombre pour le convertir en unité (aspect décimal). Une fois les deux multiplications réalisées, on doit additionner les deux résultats comme une addition afin de trouver le résultat final, ici 23952.

		6	7	8		
x			3	4		
	1					
	2	7	1	2	←	678 x 4u
+ 2	0	3	4	0	←	678 x 3d
	2	3	0	5	2	← 678 x (4u+3d)

#### 4.1.4. La division euclidienne posée

Enfin, les savoirs de la numération nous permettent également, dans le cas de la division posée (usuelle française), de comprendre les différentes étapes mais aussi de déterminer le nombre de chiffres du quotient.

Par exemple, dans la division de 1 234 par 5, on commence par faire la division de 12 centaines par 5. Or, ce 12 de 1 234 correspond à 12 centaines (car 1 millier et 2 centaines), et dans 12 centaines, il y a 5 fois 2 centaines (et il reste 2 centaines). Le premier chiffre du quotient de la division est donc un 2 au rang des centaines. Le quotient de la division sera donc un nombre à trois chiffres. Ensuite, « on abaisse » le 3. En effet, il faut maintenant diviser les 2 centaines qui restent ajoutées aux 3 dizaines de 1 234, soit 23 dizaines à diviser par 5. Le fait d'abaisser le 3 permet de faire apparaître ces 23 dizaines. En fait, pour diviser 1 234 par 5, on utilise une décomposition de 1 234 en 12 centaines + 3 dizaines + 4 unités. Voici comment nous pouvons écrire en ligne les différentes étapes du calcul (nous encadrons les chiffres du quotient obtenus

successivement) : 12 centaines =  $5 \times 2$  centaines + 2 centaines ; 2 centaines + 3 dizaines = 23 dizaines (car 1 centaine = 10 dizaines) 23 dizaines =  $5 \times 4$  dizaines + 3 dizaines 3 dizaines + 4 unités = 34 unités (car 1 dizaine = 10 unités) 34 unités =  $5 \times 6$  unités + 4 unités  
Finalement, 1 234 unités =  $5 \times (2 \text{ centaines} + 4 \text{ dizaines} + 6 \text{ unités}) + 4 \text{ unités}$  soit  $5 \times 246$  unités + 4 unités.

Tout cela, nous a permis de voir que les deux aspects de la numération permettent d'expliquer et de justifier ces techniques de calculs posés. Ainsi, il s'agit bien de savoirs essentiels dans les mathématiques de l'école élémentaire.

### **5.2. Le calcul mental**

La numération intervient dans de nombreux calculs mentaux. C'est le cas pour l'ajout ou le retrait de 10, 20, 30 mais également 100, 200, 300 ou encore 1000, 2000, 3000 etc. En effet, dans ce genre de calculs, l'aspect de position est mis en jeu car il s'agit d'ajouter ou de soustraire les chiffres des dizaines, des centaines ou des milliers. Par exemple, pour faire  $300 - 100$ , il faut soustraire ensemble les chiffres des centaines, on trouve 200. Mais, l'aspect décimal est lui aussi mis en jeu. Par exemple, dans le calcul suivant  $6812 + 500$ , il faut voir que dans 6812 il y a 68 centaines. Ensuite, il faut ajouter les 5 centaines de 500, soit 73 centaines et donc écrire comme résultat 7312 car 73 centaines = 7 milliers + 3 centaines. C'est également le cas pour des multiplications du type  $4 \times 60$ . Il faut faire  $4 \times 6$  dizaines afin de trouver 24 dizaines et donc 240. La numération permet également de réaliser des multiplications par 10, 100, 1000 etc. Ces calculs reviennent à faire des conversions entre unités. Par exemple, calculer  $54 \times 100$  c'est chercher combien d'unités on a avec 54 centaines.  $54 \times 100 = 5400$  car 54 centaines = 5 milliers et 4 centaines. Ici on utilise l'aspect décimal.

### **5.3. Le système métrique**

Dans les programmes actuelles de cycle 2, dans le domaine "Grandeurs et mesures", les élèves vont réaliser des conversions entre diverses unités. Ils vont travailler sur les longueurs, les masses, les contenances ainsi que les durées. En cycle 2, ils doivent notamment "*Résoudre des problèmes impliquant des conversions simples d'une unité usuelle à une autre : relation entre les unités usuelles ; lien entre unités de mesure décimales et unités de numération*". Dans les programmes de cycle 3, nous pouvons

trouver les intitulés suivants : *“unités relatives aux longueurs : relations entre les unités de longueur et les unités de numération. “*, *“unités usuelles d’aire et leurs relations : multiples et sous-multiples du m<sup>2</sup>”* et *“unités usuelles de contenance (multiples et sous multiples du litre) ; unités usuelles de volume (cm<sup>3</sup> , dm<sup>3</sup> , m<sup>3</sup> ), relations entre ces unités “*. Ici on s'intéresse principalement à la conversion de mesure.

Comme l’explique CHAMBIS (2018) *“Le système métrique est un système d’unités inventé pour unifier le système de mesure sur tout le territoire français mais surtout pour que la résolution des problèmes de mesurage et de calcul des grandeurs bénéficie des propriétés de la numération décimale de position.”* Ainsi, on voit clairement apparaître le lien entre la numération et le système métrique.

Le système métrique est un système décimal. En effet, il y a un rapport de dix entre les unités successives. Ainsi, pour passer d’une unité à la suivante, il faut multiplier ou diviser par 10. Par exemple, si on veut savoir combien de centimètres il y a dans un mètre, il faut multiplier par 100. Dans un mètre, il y a 100 centimètres.

Concernant la notion de durée, l’aspect décimal de la numération est remis en cause. En effet, l’heure n’est pas en base 10 comme notre système décimal mais en base 12, c’est un système duodécimal. Une heure est également à 60 minutes

CHAMBRIS, en 2012, dans sa recherche *“Consolider la maîtrise de la numération et des grandeurs à l’entrée au collège. Le système métrique peut-il être utile ?”* conclut que *“système métrique et numération semblent effectivement séparés dans l’enseignement actuel mais des leviers existent pour que les deux enseignements se nourrissent mutuellement. Cela nécessite de faire des adaptations dans chacun des domaines de façon à ce que les tâches et les techniques qui s’y enseignent se ressemblent davantage.”*. Ainsi, on comprend qu’il y a un lien important entre système métrique et numération mais que celui-ci reste encore à construire dans l’enseignement et que cela permettrait, sans doute, une meilleure maîtrise de la numération.

#### **5.4. Les décimaux**

Avec les nombres décimaux, le tableau de numération se poursuit par la droite, en ajoutant une virgule puis le premier chiffre après la virgule est celui des dixièmes, le deuxième après la virgule celui des centièmes et ainsi de suite jusqu’au dernier chiffre

après la virgule.

Comme on peut le voir ci dessus :

<i>Partie entière</i>			<i>Partie décimale</i>	
<b>Centaine</b>	<b>Dizaine</b>	<b>Unité</b>	<b>Dixième</b>	<b>Centième</b>

Nous retravaillons l'aspect décimal, de part le rapport d'une unité à une autre, et l'aspect de position, de part la valeur de chaque chiffre dans le nombre selon sa position. Comprendre les aspects de la numération est important pour pouvoir comprendre la composition des nombres décimaux.

### PARTIE 3 : LE CADRE D'ANALYSE

Afin d'analyser les différentes séances présentées dans la partie 4, je vais m'appuyer sur une grille d'analyse élaborée par Mme HERSANT (cf Annexe 2). Cette grille d'analyse didactique s'appuie sur des références théoriques telles que la théorie des situations didactiques de BROUSSEAU (1998) et la dialectique outil-objet de DOUADY (1984). Elle repose également sur deux hypothèses d'apprentissage : une hypothèse d'apprentissage par adaptation et une hypothèse d'apprentissage par acculturation. BROUSSEAU (1998) dans la TSD (théorie des situation didactique) a ainsi défini l'apprentissage comme un double processus.

L'apprentissage par adaptation signifie que l'élève apprend en s'adaptant à un milieu. Cette hypothèse est à rapprocher de l'équilibration de Piaget (expliquée dans la partie 4 dans l'analyse à priori de la séance 1 du module 9). Par assimilation et accommodation, l'élève s'adapte au milieu qui est "porteur de contradictions, de difficultés, de déséquilibres". Quand il a appris, il retrouve l'équilibre dans sa relation avec le milieu.

L'apprentissage par acculturation se fait par "l'entrée dans les pratiques d'une institution : notion de contrat didactique et d'institutionnalisation". BROUSSEAU (1993) dans son article *Les « effets » du « contrat didactique »* définit le contrat didactique. Ce contrat détermine "ce que chaque partenaire, -l'enseignant et l'enseigné, a la responsabilité de gérer et dont il sera d'une manière ou d'une autre responsable devant l'autre.". Ce contrat est "explicite pour une petite part, mais surtout implicite". Le contrat didactique est spécifique au contenu, c'est-à-dire à la connaissance mathématique que l'enseignant a défini comme objectif de l'activité ou de la séance. L'enseignant, en plus de ce contrat didactique, doit réaliser la dévolution du problème mathématique afin que l'élève entre dans l'activité, qu'il accepte la responsabilité de la situation d'apprentissage. Ainsi, "si cette dévolution s'opère, l'élève entre dans le jeu et s'il finit par gagner, l'apprentissage s'opère. Puis BROUSSEAU (1994) dans son cours de l'école d'été de didactiques des mathématiques *Le rôle du maître et l'institutionnalisation* explique comment le concept d'institutionnalisation s'est imposé : "Les élèves ne pouvaient pas continuer s'il ne se passait pas "quelque chose". On ne pouvait pas entrer dans de nouvelles situations si on

ne s'accordait pas sur ce qui s'était passé dans les séquences précédentes." Ainsi, il convient de clarifier le savoir, d'institutionnaliser la consigne, etc... L'objectif est que le savoir puisse être extrait du "contexte dans lequel il est apparu pour devenir autonome, négociable avec d'autres". Ainsi "l'institutionnalisation transforme une expérience en un savoir exportable." BROUSSEAU (2012) dans son article *Des dispositifs Piagétiens... aux situations didactiques* réexplique la notion d'institutionnalisation : "L'institutionnalisation consiste à placer la connaissance produite par l'élève par rapport aux connaissances culturelles et aux intentions didactiques du professeur. Elle revient à passer d'une organisation chronogénétique didactique des connaissances à une organisation topogénétique scolaire « officielle »". Ainsi grâce à l'acculturation mathématiques l'élève va apprendre. Il va assimiler cette culture en étant en immersion dans celle-ci.

Tout d'abord, je vais expliquer succinctement la théorie des situations didactiques de Brousseau. Cette théorie "modélise les conditions sous lesquelles les êtres humains produisent, communiquent et apprennent les connaissances que nous reconnaissons comme mathématiques." Selon Brousseau, il faut contraindre les situations d'un point de vue didactique pour amener l'élève vers un savoir mathématiques. Ainsi, il a déterminé trois situations pouvant permettre à l'élève de construire un concept mathématiques : la situation d'action, la situation de formulation et la situation de validation. Cette grille s'appuie sur la dialectique outil-objet de Douady qui désigne "le processus de changement de statut des concepts, processus qui intervient aussi dans l'activité de l'élève. ".

Cette grille propose une analyse préalable, une analyse à priori de la situation réalisée, une analyse à posteriori de la séance réalisée puis une conclusion de l'analyse. Je vais vous présenter ces différentes étapes :

- **Analyse préalable**

Cette analyse se déroule au moment de la création de la séance. Il s'agit dans un premier temps de s'interroger sur les savoirs visés. Ensuite, si l'on utilise un manuel ou une méthode, il faut se demander si la situation proposée permet l'apprentissage envisagé et quelles sont les conditions mises en place pour cela. Ensuite, si les conditions ne nous semblent pas toutes réunies, il faut proposer des modifications afin de créer des

conditions qui ciblent le savoir visé au départ.

- **Analyse a priori de la situation réalisée**

Il s'agit d'une analyse de l'activité possible des élèves au regard du problème posé et du savoir visé. Cette analyse se déroule donc avant la mise en place de la séance. Il va s'agir de répondre aux problématiques suivantes :

<b>Le problème à résoudre et les procédures possibles</b>	<i>Quel problème les élèves ont-ils à résoudre ?</i>
<b>Les procédures possibles pour résoudre le problème</b>	<i>Quelles procédures peuvent-ils utiliser pour cela ?</i>
<b>Les connaissances nécessaires pour résoudre le problème</b>	<i>Quelles connaissances sont nécessaires pour résoudre ce problème ?</i>  <i>Ces connaissances sont-elles nouvelles ou anciennes pour les élèves ?</i>
<b>Les solutions possibles</b>	<i>Les élèves peuvent-ils facilement imaginer une solution au problème ?</i>  <i>Peuvent-ils facilement tester une procédure, faire des essais ?</i>
<b>La connaissance mise en jeu</b>	<i>La solution / procédure pour résoudre le problème mobilise-t-elle la connaissance visée ?</i>  <i>Les élèves peuvent-ils produire la solution sans mobiliser la connaissance visée ?</i>  <i>La connaissance visée correspond-elle à la façon la plus efficace de résoudre le problème ?</i>

**La validation**

Les élèves peuvent-ils se rendre compte eux-même de la validité de leur solution ?

Une intervention du professeur est-elle nécessaire ?

- **Analyse a posteriori de la séance réalisée**

Cette analyse est réalisée après la mise en place de la séance. Elle permet d'analyser l'activité des élèves, leur validation ainsi que le rôle de l'enseignant. Pour cela, il va s'agir de répondre aux problématiques suivantes :

**L'activité des élèves**

*L'activité des élèves est-elle celle attendue ?*

*Est ce qu'ils résolvent le problème souhaité ?*

*En cas de différence, qu'elle peut-être l'origine de cette différence ?*

**La validation**

*Y'a t-il effectivement validation de l'action des élèves ?*

**Le rôle de l'enseignant**

*Quel est le rôle de l'enseignant au cours de la résolution de problème ?*

*En quoi ces interventions modifient-elles l'activité des élèves ?*

*Quelles sont les actions de l'enseignant relatives au processus d'institutionnalisation ?*

- **Conclusion de l'analyse**

Afin de conclure, nous expliquerons de quelles conditions résultent l'activité des élèves puis nous expliquerons ce que nous aurions pu modifier dans la situation afin que l'apprentissage des élèves soit meilleur au sujet de la numération. Cela permettra de répondre à la problématique concernant les conditions d'apprentissage des deux aspects de la numération.

## **PARTIE 4 : EXPÉRIMENTATION**

L'expérimentation se déroule dans une école située à Nantes. Cette école accueille plus de 200 enfants issus de milieux sociaux très variés. Elle se compose de 8 classes dont 2 classes d'ULIS. La méthode heuristique de mathématique est mise en place pour la première fois dans l'école. Ainsi les élèves la rencontrent pour la première fois et les enseignants sont débutants dans cet enseignement. La classe à laquelle nous allons nous intéresser pour cette étude est celle de CE2 composée 25 élèves ayant des niveaux hétérogènes. Cette classe est prise en charge par deux enseignantes : la directrice le lundi, mardi et un mercredi sur deux et moi-même, professeure des écoles stagiaires, le reste du temps. Nous suivons la méthode heuristique de mathématiques jour après jour, ce qui n'est pas toujours évident pour la préparation des séances. En effet, cela m'oblige parfois à préparer la séance la veille pour le lendemain étant donné qu'il arrive à ma binôme de sauter des séances. De plus, la méthode suit une progression dite "neuronale" donc il n'y aura pas de séquence spécifique sur des notions de numération. Et je ne peux pas non plus mettre en place ce genre de séquence. Ainsi dans mon analyse, il y aura donc plusieurs séances détachées les unes des autres.

### **1. Analyse de la séance 1 du module 9**

Cette séance est celle dans laquelle j'ai analysé les différents aspects de la numération comme cité plus tôt. Elle fait partie du neuvième module dont les objectifs sont les suivants : la connaissance des nombres, le calcul mental, les unités de mesure et l'évaluation. Ce module est composé de six séances. Cette séance s'inscrit dans les domaines de nombres et calculs ainsi que grandeurs et mesures. La séance se découpe en trois phases : activités ritualisées, calcul mental et apprentissage. Chaque phase va alterner entre des temps en classe entière et des temps de travail individuel.

#### **1.1 Analyse préalable**

Tout d'abord, dans la première phase, il s'agit de s'entraîner à écrire en écriture chiffrée des nombres écrits en lettres, soit passer d'une représentation d'un nombre à une autre. Par exemple, les élèves devaient, tout d'abord, écrire sur leur ardoise en chiffres le nombre "mille-sept-cent-deux" (cf annexe 7). Cela met en jeu l'aspect position

de la numération. En effet, il faut écrire chaque chiffre du nombre à la bonne position pour construire l'écriture chiffrée du mot, du nom du nombre énoncé. Il ne s'agit pas d'un nouveau savoir. Ensuite, il s'agit de comparer deux nombres en utilisant les symboles appropriés (< et >) puis de calculer la différence entre ces deux nombres, c'est-à-dire réaliser une soustraction. L'objectif est de s'entraîner à comparer deux nombres et à utiliser les symboles associés. Il ne s'agit toujours pas d'un nouveau savoir. On va faire de nouveau appel à l'aspect position de la numération afin de comparer les chiffres des nombres rang après rang, étant donné que les nombres ont autant de chiffres chacun. Puis concernant la soustraction, il faut soustraire le chiffre des unités du premier nombre au chiffre des unités du second nombre, puis le chiffre des dizaines du premier nombre au chiffre des dizaines du second nombre et ainsi de suite. Par exemple, les élèves avaient à comparer 1134 et 1156. Pour faire cela, il faut, tout d'abord, que les élèves constatent que les deux nombres ont autant de chiffres. Ensuite, il faut qu'ils comparent les chiffres des deux nombres rang après rang en partant du rang le plus à gauche : 1 millier = 1 millier, 1 centaine = 1 centaine, 3 dizaines < 5 dizaines. Ainsi  $1134 < 1156$ . Puis, ils devaient soustraire 1156 à 1134 mentalement. Ici, il suffit de faire  $56 - 34$ . Les élèves devaient commencer par faire  $6$  (unités) -  $4$  (unités) =  $2$  (unités) puis  $5$  (dizaines) -  $3$  (dizaines) =  $2$  donc  $56 - 34 = 22$  et  $1156 - 1134 = 22$ .

Dans la seconde phase, celle de calcul mental, l'objectif est d'être capable de calculer mentalement sous la contrainte du temps en mettant en place des stratégies efficaces. C'est la première fois que la contrainte de temps est mise en place ainsi. L'objectif est d'aller vers des procédures de plus en plus efficaces (lâcher les doigts pour utiliser les faits numériques mémorisés) et de créer cette prise de conscience chez les élèves. Cet exercice est réalisé sur une fiche (cf annexe 5). J'ai pu faire le lien entre le calcul mental et la numération. En effet, les additions et soustractions proposées mettent en jeu le principe de position puisqu'il s'agit d'ajouter ou de soustraire les chiffres des unités, dizaines, centaines ou milliers. Par exemple pour  $1500 + 400$ , il faut voir que, dans 1500, il y a 15 centaines. Ainsi on peut ajouter les 4 centaines de 400, soit 19 centaines, ce qui s'écrit 1900 car 19 centaines sont égales à 1 millier + 9 centaines + 0 dizaine + 0 unité.

Pour finir, dans la troisième phase, l'objectif est d'être capable de résoudre des problèmes de proportionnalité. Cette phase se réalise sur fiche : la fiche balance (cf annexe 6).

Ensuite, concernant les calculs, l'objectif est d'être capable d'utiliser l'aspect décimal de la

numération pour comprendre qu'une centaine est égale à 100 unités, que deux centaines sont égales à 200 unités et que 5 centaines sont égales à 500 unités puis de réaliser les opérations.

Dans cette séance, aucun temps de mise en commun ne semble prévu. Ainsi, les élèves n'ont aucune possibilité de valider ou réfuter leur réponse ni même les procédures, les méthodes qu'ils ont mises en oeuvre. Pour remédier à cela, je propose lors de la phase d'activité ritualisée, pour la première tâche, en tant que correction, de faire lire le nombre à haute voix par un élève, ensuite de faire venir un élève au tableau afin qu'il écrive le nombre en chiffre à la vue de tous. Cela permet à chaque élève de comparer sa réponse à celle écrite au tableau. De plus, je fais un point sur la méthode : je propose aux élèves qui le souhaitent de réaliser un tableau de numération sur leur ardoise afin de les aider à écrire les nombres en écrivant chaque chiffre dans le bon rang, à la bonne position. Malheureusement cela n'aide pas pour tous les nombres, par exemple pour 85. Selon les besoins, je pourrais également passer par la schématisation à l'aide des plaques de mille, des plaques de cents, barres de dix, des cubes d'unités. Cela peut aider certains élèves à mieux se représenter le nombre en question. Lors de la phase de calcul mental, je propose, également, un temps de mise en commun afin de faire un point sur les méthodes utilisées et mettre en avant la ou les méthodes les plus efficaces afin de gagner en efficacité et donc en temps. Au fur et à mesure, je note certaines méthodes au tableau. Ici, l'important est de permettre aux élèves de comparer la méthode qu'ils ont utilisée et la ou les méthodes qui sont efficaces. De plus, il me semble important de faire comprendre aux élèves que cette compétence va pouvoir leur servir dans la vie quotidienne. En effet, dans la vie quotidienne, nous avons besoin de réaliser des calculs mentaux, notamment sur la monnaie. Par exemple, pour acheter plusieurs baguettes à la boulangerie, etc. Pour la troisième phase, je propose une mise en commun de la fiche Balance. C'est à nouveau l'occasion de faire un point sur les méthodes, les procédures utilisées : calcul en ligne, calcul mental, calcul posé, schématisation. J'invite les élèves à venir proposer leur méthode au tableau. Grâce à cette mise en commun, les élèves doivent prendre conscience qu'il y a plusieurs façons possibles de procéder pour résoudre à un problème. De plus, je fais le lien avec les multiplications et plus précisément avec la proportionnalité vers lesquelles on tend. Pour cela, j'énonce oralement : "trois pommes de terre pèsent trois fois plus lourd qu'une pomme de terre", "deux fois plus" = " $\times 2$ ". Pour le temps de calcul, à la place de faire l'exercice sur le cahier,

j'ai décidé de faire travailler les élèves sur ardoise. Ainsi, je peux voir en temps réel les difficultés rencontrées et faire des mises au point. Le soucis du cahier, sans mise en commun, c'est que je vais corriger les cahiers individuellement mais je n'apporterais aucune aide aux élèves ayant rencontrés des difficultés afin de les faire progresser sur le moment. Travailler sur ardoise permet de m'adapter et de proposer des solutions de remédiation en direct. Cependant, je suis bien consciente que travailler sur ardoise à aussi des inconvénients. En effet, cela ne permet pas de garder de trace et d'observer précisément les réponses de chaque élève et donc d'analyser à posteriori dans le but d'éventuellement faire des groupes de besoins. Cela peut également amener un certain stress pour des élèves qui n'oseraient pas se tromper alors que les autres élèves peuvent voir leur réponse ou encore de la triche. Dans le guide, il n'est pas précisé si les élèves doivent écrire le calcul qu'ils ont réalisé, c'est-à-dire la procédure qu'ils réalisent pour trouver le résultat, ou uniquement le résultat. J'ai fait le choix de faire écrire le calcul aux élèves afin de travailler spécifiquement sur l'aspect décimal de la numération. En effet, cela oblige à traduire le fait qu'une centaine est égal à 100 unités et ainsi de suite. Entre chaque calcul, j'interroge un élève puis je fais valider par la classe sa réponse. Cela permet à chaque élève de valider ou réfuter sa réponse. Je réalise une mise en commun en rappelant, ou en faisant rappeler par un élève, qu'une centaine correspond à 100 unités. J'écris cela dans un tableau de numération à la vue de tous.

Dans cette séance, j'ai également fait le choix de supprimer la phase de présentation de la table de Pythagore. Je trouvais que la séance était trop longue. De plus, j'avais des difficultés à voir le lien avec les autres activités. En effet, il s'agissait des tables d'addition et non de multiplication. Je ferai donc cela à un autre moment.

### **1.2 Analyse a priori**

Concernant, les activités de la phase des activités ritualisées, les problèmes à résoudre ont déjà été expliqués. Pour la phase de calcul mental, les élèves doivent résoudre mentalement des additions et des soustractions en mettant en place des procédures efficaces, réinvestir des faits numériques mémorisés (les tables de multiplications ainsi que les doubles). Dans la phase d'apprentissage, les élèves doivent résoudre des problèmes impliquant des masses qui vont permettre d'aller vers la proportionnalité. Ils ont trois problèmes à résoudre. Dans le premier problème, ils peuvent calculer le poids d'une poire puis ils doivent trouver le poids de deux poires. Ensuite, sur une balance, ils peuvent calculer le poids de trois pommes de terre, puis ils

doivent trouver le poids d'une seule pomme de terre. Pour finir, sur une balance, ils peuvent calculer le poids de quatre fraises et ils doivent trouver le poids de deux fois plus de fraises. Sur cette fiche, on se rapproche progressivement de la multiplication et plus précisément de la proportionnalité.

Pour le temps de calcul, les élèves réussissent à ajouter ou à soustraire une ou plusieurs centaines à un nombre à quatre chiffres.

Ensuite, ils doivent comprendre un énoncé oral, traduire cet énoncé oral en un calcul puis ajouter mentalement des centaines à des nombres à quatre chiffres.

Concernant les procédures, je vais uniquement analyser les procédures pour la fiche Balance car celle-ci fait partie de la phase d'apprentissage et car c'est cette fiche qui m'a posée le plus question quand au rapport avec les aspects de la numération. Pour résoudre les problèmes, les élèves peuvent à chaque fois réaliser les calculs mentalement, en ligne ou posés. Ils peuvent également passer par la schématisation. Pour résoudre le premier problème sur la fiche Balance, les élèves peuvent utiliser plusieurs procédures. Ils peuvent réaliser une addition itérée ( $10+10+10+10=40$ ). Ils peuvent également commencer par calculer le poids d'une poire.  $10 + 10 = 20$ . En déduire, qu'une poire pèse 20g. Et ensuite, pour trouver le poids de deux poires, faire une addition ( $20 + 20 = 40$ ). Ils peuvent également calculer le poids d'une poire ( $10 + 10 = 20$ .) Et ensuite, voir qu'il y aura deux fois plus de poires et donc faire une multiplication ( $20 \times 2 = 40$ ). Cependant, cette procédure n'est logiquement pas encore accessible aux élèves et donc pas attendus étant donné qu'ils ont seulement appris à multiplier par 10. Pour résoudre le second problème, les élèves peuvent, tout d'abord, chercher le poids de trois pommes de terre grâce à une addition ( $20 + 5 + 5 = 30$ ). Ensuite, ils doivent diviser 30 en trois. Pour cela, ils peuvent réaliser un schéma. Ils peuvent également trouver mentalement que  $10 + 10 + 10 = 30$ . Dans 30, il y a 3 paquets de 10 unités donc une pomme de terre pèse 10g. Pour le troisième problème, les élèves peuvent calculer le poids des quatre fraises en réalisant une addition ( $100 + 100 + 50 = 250$ ) Et ensuite, pour savoir le poids de huit fraises, réaliser le calcul suivant :  $250 + 250 = 500$ . Les élèves peuvent également écrire le calcul  $250 \times 2$ . Ensuite, ils peuvent éventuellement passer par le double de 25 et ajouter 0. Mais cette procédure semble difficilement accessible à cette période de l'année pour des élèves de CE2.

Pour les activités ritualisées, les élèves doivent connaître la correspondance chiffrée des nombres écrits en lettres. Ensuite, ils doivent savoir utiliser correctement les

signes suivants : “<” et “>” et comparer entre eux deux nombres ayant le même nombre de chiffres. Pour la fiche chronomaths, les élèves doivent connaître les tables de multiplication ainsi que la notion de double. Pour réaliser la fiche balance, les élèves doivent être capables de lire et de comprendre l'énoncé des problèmes. Ils doivent connaître le fonctionnement d'une balance. Ils doivent se représenter l'énoncé et le traduire en schéma ou en calcul. Ensuite, ils doivent être capables de réaliser des opérations, ici des additions. Pour le temps de calcul, ils doivent connaître le rapport numérique entre centaines et unités.

Cette séance ne permet pas réellement de procéder par essai et erreur. Pourtant, l'apprentissage par essai et erreur me semble important notamment en mathématiques. En effet, pour montrer cela, on peut s'appuyer sur le constructivisme, qui est une théorie de l'apprentissage. Cette théorie, développée par Piaget en 1964, met en avance que les “activités et les capacités cognitives inhérentes à chaque individu lui permettent de comprendre et d'appréhender les réalités qui l'entourent. Ainsi, une personne confrontée à une situation ou à un problème donné va être amenée à mobiliser un certain nombre de structures cognitives nommées schèmes opératoires. À partir de là, la personne peut soit incorporer les informations perçues au sein de sa structure cognitive (assimilation), soit modifier sa structure cognitive afin d'incorporer les éléments nouveaux provenant de la situation (accommodation)”. L'assimilation et l'accommodation vont permettre à l'individu d'atteindre un nouveau niveau d'équilibration. Ainsi, cette théorie incite à une participation active de l'élève afin de lui permettre de construire lui-même ses propres connaissances à partir des notions qu'ils possèdent déjà et de son expérience passée. D'ailleurs, cela se retrouve aussi dans la théorie des situations didactiques citée auparavant. En effet, selon Brousseau, dans la situation d'action, l'élève va faire une première tentative avec les savoirs dont il dispose, puis grâce aux différentes informations qu'il va recevoir, il va réaliser de nouvelles tentatives, “tâtonner, recommencer” jusqu'à arriver à un savoir, peut-être pas définitif, mais qui va permettre de modifier la “représentation de la situation et se construire un modèle implicite d'actions au cours des multiples interactions avec le milieu”. Ainsi ici, on retrouve cette idée d'équilibration de Piaget. Mais selon Brousseau, il n'y a pas uniquement l'interaction avec le milieu mais l'interaction avec les pairs. Ainsi, grâce à cela, on comprend l'importance de fonctionner par essai et erreur en mathématiques.

Concernant la validation, dans ma séance, aucune validation n'est pensée et

présente dans cette séance. Malheureusement, je n'ai pas non plus trouvé comment mettre en place une validation. A chaque étape de la séance, je propose une mise en commun collective en faisant participer les élèves. Je n'offre donc pas la possibilité aux élèves de se rendre compte eux-mêmes de la validité de leur solution. Pour la fiche Balance, une fois qu'il y a eu une mise en commun avec correction, les élèves doivent être capables de comprendre leur erreur et réajuster leur réponse. Après cette mise en commun, je laisse un temps pour les deux autres problèmes. De plus, pour cette fiche, je me dis qu'il aurait pu être intéressant de mettre à disposition du matériel tel que des balances et des aliments à peser afin de pouvoir expérimenter la situation. On pourrait imaginer avoir pris des vrais mesures des aliments afin de permettre une vraie mise en situation. Bien évidemment, il y a des limites car les aliments font rarement, voire jamais, exactement le même poids. La manipulation aurait éventuellement pu seulement servir à rendre la situation plus réelle pour ceux qui auraient du mal à la visualiser. La notion de proportionnalité aurait ainsi pu être représentée. Il me semble que cette manipulation ne permet pas de validation mais uniquement cette mise en situation.

Cependant, pour les autres étapes, je ne vois pas comment mettre en place cette validation.

Etant donné que j'ai moi-même défini les savoirs visés, je pense que les différents problèmes mobilisent bien les connaissances visées.

### **1.3. Analyse à posteriori**

L'activité des élèves est bien celle attendue concernant la fiche Balance. Les élèves résolvent par eux-mêmes les différents problèmes. Afin de résoudre les différents problèmes, C réalise des schémas sur les balances. Pour le premier problème, celui où il s'agit de trouver le poids de 2 poires alors que l'on connaît le poids d'une poire, elle schématise sur la balance une seconde poire ainsi que les poids supplémentaires (cf annexe 8 - Balance). Pour le second problème, elle entoure les poids correspondant au poids d'une seule pomme. Pour le troisième problème, elle n'ajoute pas deux fois plus de fraises mais schématise uniquement les poids supplémentaire. R, quant à elle, ne réalise aucun schéma. Pour le troisième problème, elle pose un calcul :  $250 + 250$ . Elle additionne deux fois le poids de 4 fraises pour trouver le poids de deux fois plus de fraises. De part ce calcul, elle met en jeu l'aspect décimal, grâce à la retenue, ainsi que l'aspect positionnel par l'alignement vertical des chiffres quand le calcul est posé.

De façon générale, au cours de la séance, j'interviens afin de faire des mises en

communs et d'institutionnaliser le savoir. Je n'ai pas trouvé le temps d'intervenir auprès des élèves en difficultés afin de les aider, de les guider.

Comme je viens de le dire, durant la séance, je tente de faire des mises en commun et d'institutionnaliser le savoir. Je pense que ces temps étaient vraiment indispensables dans ce type de séance et que parfois ils ont été efficaces. Par exemple, il me semble que l'apport du tableau de numération est intéressant afin de travailler l'aspect décimal de la numération lors du temps de calcul dans la phase d'apprentissage. Cependant, je trouve qu'à certains moments, mes interventions sont quelques peu maladroitement. Par exemple, lors de la mise en commun de la fiche Balance, j'ai éprouvé des difficultés à rédiger au tableau. Cela aurait été à penser dans ma fiche de préparation. : comment faire part des stratégies des élèves ? Que noter au tableau ? Je n'ai pas été claire et je pense ne pas avoir permis aux élèves en difficultés de comprendre le problème. Ainsi, je me questionne sur les savoirs apportés durant cette phase. Les élèves ayant déjà compris ont réussi la tâche et les autres en sont sans doute au même stade. De plus, lorsque j'ai tenté de faire le lien avec les multiplications ou plus précisément la proportionnalité, les élèves ne sont pas intervenus. Seule, une élève, déjà très bonne élève, intervient à la fin pour dire "fois 2". Alors que j'avais fait la remarque bien avant que "deux fois plus" était égale à "fois deux", elle est la seule à sembler s'en souvenir. Je me pose également des questions concernant la transmission de savoirs.

#### **1.4. Conclusion**

A l'avenir, si je devais refaire cette séance, je ramasserais peut-être la fiche Chronomaths avant de faire la mise en commun afin de garder l'attention de tous les élèves et d'éviter que les élèves ne soient en train de se comparer au voisin et soient fixés sur la validation ou la réfutation de leur résultat. Ce temps permettrait de mieux travailler sur les méthodes, les stratégies de calculs. De plus, suite à la réalisation de cette tâche, je me suis demandée comment mettre à profit la fiche Chronomaths. Peut-être serait-il utile de mettre en place une séance de remédiation avec les élèves les plus en difficultés afin de travailler sur la stratégies de calcul mental ? Peut-être que cette séance pourrait permettre de créer des affiches qui seront ensuite affichées en classe sur lesquelles on trouverait des techniques de calcul mental ?

Mais encore, je proposerais de travailler sur le cahier du jour ou sur un cahier de brouillon lorsque les élèves doivent réaliser la fiche Balance. En effet, j'ai pu remarquer que la majorité des élèves n'ont pas fait de schémas, de calculs ou autre. La disposition de

la fiche ne laissait que peu de place aux recherches, or cela était important. Il ne s'agissait pas de calculs mentaux. Ainsi, en ramassant les fiches, je n'ai pas pu observer les stratégies mises en place par les élèves et cela est regrettable.

Enfin, je me questionnerais davantage en amont sur la rédaction des stratégies des élèves au tableau : comment corriger la fiche Balance afin d'aider chaque élève à comprendre ? Pour finir, je proposerais un travail en autonomie pour les élèves les plus rapides. En effet, étant donné que certains élèves avaient terminé la fiche, je suis passée à un temps de correction. Or, il me semble que je n'ai pas laissé un temps de recherche suffisant pour les élèves plus lents. Je ne suis pas passée dans les rangs afin de venir en aide aux élèves en besoin. Avec du recul, j'ai l'impression de les avoir mis de côté et que la séance a davantage profité aux élèves ayant déjà de bonnes connaissances.

Les différentes activités proposées par la méthode heuristique de mathématiques dans cette séance permettent de travailler la numération. Cependant, afin que ce travail soit efficace, il me semble qu'il soit important de cadrer davantage la séance. En effet, il faut chercher plus profondément les savoirs visés et cela n'est pas toujours évident. Afin de travailler explicitement sur la numération, il m'a semblé, par exemple, important de faire un lien direct avec le tableau de numération. Pourtant, rien n'y faisait référence. La méthode nous propose des activités sans nous étayer clairement sur leur mise en place. Ainsi, il est important de s'armer au maximum de connaissances mathématiques et didactiques pour donner du sens aux apprentissages et permettre aux élèves de construire le savoir correctement. De plus, je crois qu'il est essentiel de se questionner davantage sur les temps de mises en commun, d'institutionnalisation du savoir car ses temps sont très peu présents dans la méthode mais ils me semblent absolument indispensables.

Suite à cette séance et malgré un travail en amont important, je ressens encore cette difficulté notable à mettre en place cette méthode en étant professeure des écoles en début de carrière. Cependant, j'éprouve un début de satisfaction suite à toutes mes recherches sur la numération et je commence à y voir plus clair. Je vais continuer d'approfondir dans ce domaine afin d'offrir le maximum à mes élèves.

## 2- Analyse de la séance 2 du module 12

Cette séance est la deuxième séance du douzième module composé de 7 séances. Les objectifs majeurs de ce module sont les suivants : les encadrements, les calculs en ligne et les figures géométrique (cf annexe 9). Cette séance est également divisée en plusieurs phases : activités ritualisées, calcul mental et apprentissage (Cf annexe 10).

### 2.1 Analyse préalable

L'objectif principal de cette séance est de découvrir et de comprendre la notion d'encadrement d'un nombre. A la fin de cette séance, l'élève doit être capable d'encadrer un nombre entier par deux autres nombres entiers en utilisant le symbole associé : "<". A travers cette notion les élèves vont travailler l'aspect positionnel de la numération. En effet, durant cette séance, les élèves vont apprendre à encadrer un nombre entier à l'unité ou à la dizaine près. Il va donc s'agir de trouver le chiffre des unités ou celui des dizaines dans un nombre entier puis de trouver l'unité ou la dizaine inférieure et l'unité ou la dizaine supérieure afin d'encadrer ce nombre. On met donc en jeu la valeur des chiffres dans un nombre selon leur position dans ce nombre, soit l'aspect positionnel. L'aspect décimal est également mis en jeu. En effet, par exemple, quand il s'agit de trouver la dizaine supérieur du nombre 3090, il faut comprendre que 10 dizaines = 1 centaine et donc qu'on va ajouter une centaine au nombre.

Tout d'abord, dans la première phase, celle des activités ritualisées, il s'agit d'un travail sur ardoise. Les élèves doivent écrire sur leur ardoise la dizaine qui vient après un nombre énoncé à l'oral. Ainsi, ils doivent passer d'une représentation du nombre à une autre : passer du mot nombre à l'écriture chiffrée. Ensuite, ils doivent identifier, comme indiqué plus tôt, trouver dans le nombre le chiffre des dizaines pour ajouter une dizaine afin de trouver la dizaine supérieure.

Ensuite, dans la seconde phase, l'objectif est de s'entraîner aux tables de multiplication et donc de "Mémoriser des faits numériques : les tables de multiplication". En fin de CE2, les élèves doivent connaître les tables de multiplications "par coeur". Cela nécessite un entraînement afin de gagner en vitesse. Enfin de retenir ces tables, les élèves vont s'appuyer sur différentes propriétés numériques et savoirs antérieurs : les doubles, l'estimation d'ordres de grandeur, la commutativité de la multiplication ( $3 \times 4 = 4 \times 3$ ), l'associativité de la multiplication ( $3 \times 4 = 3 \times 2 \times 2$ ), etc. Cet apprentissage des tables de multiplication permettra ensuite d'effectuer la multiplication de deux nombres

quelconques et donc de mettre en jeu à la fois l'aspect positionnel par la position des chiffres dans le calcul posé et l'aspect décimale par les retenues (cf 5.1.3 La multiplication posée.) Pour le moment, il s'agit de calculs mentaux qui ne mettent pas directement en jeu les aspects de la numération. Dans la méthode, il est proposé de s'entraîner par binôme en s'interrogeant à l'oral 10 fois chacun et de noter un score de réussite. J'ai fait le choix de modifier la modalité. En effet, j'ai créé un tic-tac-toe des multiplications sous le même modèle qu'un tic-tac-toe de conjugaison que j'avais proposé aux élèves durant les semaines précédentes. Ce jeu se joue par trois : deux joueurs et un arbitre. Les élèves reçoivent une barquette avec à l'intérieur : plusieurs plateaux de jeu reliés ensemble par une ficelle et numérotés, plusieurs plateaux avec les réponses également reliés et numérotés, des jetons avec des symboles (rond et croix). Les joueurs doivent commencer par le premier plateau. Le premier joueur choisit une multiplication et annonce à l'oral le résultat. L'arbitre vérifie sur le plateau de correction si la réponse est correcte. Si c'est le cas, le joueur peut placer sur la case son symbole. Si jamais la réponse est fautive, alors c'est le tour du joueur suivant. Le but du jeu est de positionner trois symboles alignés. Dès qu'un joueur aligne trois symboles, il gagne un point. Le gagnant du jeu est celui qui a le plus de points lorsque toutes les cases du plateaux sont remplies. J'ai choisi cette modalité pour permettre de laisser le jeu à disposition des élèves dans la classe afin qu'ils puissent le ressortir lors de temps d'autonomie. J'ai également fait le choix de faire différents niveaux afin de différencier la tâche selon les élèves et de faire des groupes de niveau afin de permettre à chacun de progresser à son rythme.

Pour finir, dans la troisième et dernière phase, il s'agit, tout d'abord, de compléter une droite demi-graduée de 10 en 10 en partant de 100 (cf annexe 12). Ainsi, la compétence travaillée est la suivante : "graduer une demi-droite munie d'un point origine à l'aide d'une unité de longueur.". Ensuite, les élèves doivent placer d'autres nombres entiers sur cette demi-droite, c'est-à-dire "Associer un nombre entier à une position sur une demi-droite graduée". Puis, ils doivent, sur cette même droite, entourer en bleu tous les nombres entre 110 et 140 et donc repérer des nombres compris entre 110 et 140. La demi-droite a un pas de graduation de 1, c'est-à-dire que, entre chaque trait, il y a une unité. Sur cette droite, on peut voir que des traits un peu plus grands représentant 5 unités et des traits encore plus grands de 10 unités. Ainsi, cela fait apparaître l'aspect décimal de la numération. Il y a ce rapport avec unité et dizaine, soit que 10 unités représentent une dizaine. Cet exercice demande une compréhension de la suite logique

du système décimal. Puis, le PE doit présenter la notion d'encadrement à partir de cela et fait un rappel du symbole "<". Une fois la notion abordée, les élèves doivent faire la fiche Encadrements (cf annexe 11). Cette fiche permet de travailler la notion d'encadrement qui est un nouveau savoir. A travers cette fiche, les compétences suivantes sont travaillées : "Encadrer, intercaler des nombres entiers, en utilisant le symbole "<" et "Comprendre le sens du symbole "<". Comme indiqué plus haut, pour réussir à encadrer un nombre à l'unité ou à la dizaine près, l'élève doit être capable de repérer le chiffre des unités ou le chiffre des dizaines d'un nombre. Dans cette fiche, il n'est pas précisé à quelle unité de numération arrondir. Il est proposé dans la méthode de réaliser l'exercice 1 avec les élèves puis de les laisser en autonomie. J'ai choisi de modifier quelque peu la ressource en laissant les élèves réaliser en autonomie leur fiche, tout en passant dans les rangs afin d'apporter mon aide aux élèves en difficulté. Ensuite, je souhaitais réaliser des temps de correction collectifs pour chaque exercice afin de permettre aux élèves de se rendre compte de leurs erreurs et d'adopter une autre procédure pour les exercices suivants. Ainsi, j'ai fait le choix de faire venir les élèves au tableau au fur et à mesure pour corriger les exercices.

## 2.2 Analyse a priori

Dans la première phase, les élèves doivent réussir à écrire en chiffre un nombre énoncé à l'oral. Cette compétence est ancienne mais continue d'être travaillée régulièrement. Ensuite, ils doivent chercher "la dizaine qui vient" après un nombre entier, "la famille d'après". Ainsi, comme indiqué précédemment, ils doivent, tout d'abord, repérer le chiffre des dizaines du nombre et ajouter une dizaine à celui-ci. Pour résoudre ce problème, il faut comprendre le terme "dizaine" et être capable de repérer le chiffre des dizaines dans un nombre. Ces connaissances sont anciennes pour les élèves mais la notion de "dizaine qui vient après" est nouvelle. Il faut également comprendre que 10 dizaines = 1 centaine, dans le cas où le chiffre des dizaines est 9. Les élèves ne peuvent pas se rendre compte eux-mêmes de la validité de leur réponse. Cela nécessite un temps de correction par le PE. Dans cet exercice, ils devront trouver la dizaine qui vient après les nombres suivants : 5111, 2105 et 3090. Pour 3090, l'aspect décimal sera mis en jeu.

Dans la seconde phase, les élèves doivent résoudre mentalement des multiplications. Ils doivent faire appel à leur mémoire car ils ont eu à mémoriser les

différentes tables de multiplication depuis plusieurs semaines. Ils peuvent également utiliser certaines techniques de mémorisation et se servir, par exemple, de la commutativité de la multiplication afin de s'aider. Ici, les élèves peuvent valider leur réponse sans intervention du PE grâce aux grilles de correction.

Dans la dernière phase, les élèves doivent, tout d'abord, compléter la demi-droite. Pour cela, ils doivent repérer les graduations ou plus précisément les pas de la graduation. Cette droite possède des petits traits qui ont un pas de 1 en 1, des traits un peu plus grand représentant la moitié de la dizaine et des traits pour grands représentant un pas de 10 unités. Sur cette demi-droite graduée, il y a déjà placé le nombre 100 et le nombre 120. Cet exercice est un entraînement, les élèves possèdent déjà cette capacité à remplir une demi-droite graduée. Ici, il n'y a pas non plus de validation. Concernant la fiche Encadrements (cf annexe 11), ils doivent mettre en oeuvre ce qui vient de leur être expliqué. Ils doivent être capables de trouver un nombre entier encadré par deux nombres entiers. Par exemple, ils doivent trouver un nombre compris entre 120 et 130 ou encore entre 150 et 160. Ils doivent également être capables d'encadrer un nombre entier entre deux autres nombres entiers. Par exemple, ils doivent encadrer le nombre 428 par deux autres nombres. Dans cette fiche, on ne sait pas à quel ordre de grandeur il faut arrondir l'encadrement. Ainsi, disparaissent les deux aspects de la numération. Il ne s'agit plus que de trouver un nombre plus petit et un nombre plus grand dans la suite numérique. Il n'y a plus à repérer un chiffre spécifique dans le nombre. Les élèves, dans ces exercices, doivent également comprendre le symbole " $<$ ". Ici, il s'agit d'un nouveau savoir : l'encadrement d'un nombre entier. Les élèves ne peuvent pas valider eux-mêmes leurs réponses. L'intervention du PE est essentielle pour faire une mise en commun et corriger les exercices.

### **2.3 Analyse a posteriori**

Dans la première phase, une majorité des élèves obtiennent les bons résultats. Cependant, on peut voir sur les ardoises que les réponses sont diverses (cf annexe 14 activités ritualisées) : certains écrivent les nombres entiers arrondis à la dizaine supérieure alors que d'autres écrivent uniquement le nombre des dizaines. Cela semble traduire une consigne pas assez précise ainsi qu'un vocabulaire inadapté. En effet, lors de la tâche, je ne savais pas exactement moi-même, quelle réponse j'attendais des élèves. De plus, en suivant la méthode, je parle de "dizaine supérieure" ou de "la famille d'après" alors que cela n'est en rien un vocabulaire mathématiques adapté et précis. J'aurais dû

parler d'arrondissement à la dizaine supérieure. Mais encore, il semble que les élèves ne donnent pas de sens à cette tâche mais réalisent celle-ci de façon automatique en réponse à la consigne donnée. Cette notion de "dizaine qui vient après" me semblait être inappropriée dès la création de ma fiche de préparation mais je ne suis pas parvenue à trouver un meilleur terme. Pourtant, j'aurais dû plutôt parler "d'arrondissement à la dizaine supérieure" afin d'adopter un vocabulaire mathématiques juste et adapté.

Dans la seconde phase, les élèves doivent résoudre mentalement des multiplications. Les résultats à ces opérations sont censés être mémorisés par les élèves. Il s'agit d'un entraînement donc les connaissances sont normalement déjà acquises. Cependant, étant donné que les élèves ne sont pas tous au même stade de cette apprentissage, j'avais prévu différents niveaux de difficultés. Dans cette phase, les élèves ont résolu comme souhaité les problèmes. L'activité des élèves était celle que j'attendais. Je me suis placée dans un groupe afin de pouvoir observer le reste de la classe. La seule difficulté que j'ai rencontrée est le bruit. En effet, lors de ce travail les élèves étaient un peu trop bruyants et j'aurais dû les reprendre. De plus, je ne me suis pas assez posée la question de la raison de ce dispositif : pourquoi travailler par groupe de 3 ainsi plutôt que de s'interroger oralement par deux et de noter son score. Avec ce dispositif, je me suis rendu compte que je n'avais aucun retour sur la réussite ou non des élèves. Peut-être que noter un score aurait pu finalement être un indicateur intéressant pour moi, notamment pour faire évaluer les groupes de niveaux, de besoin.

Dans la troisième phrase, les élèves doivent placer des nombres entiers sur une demi-droite graduée. Cette activité a été réussie parfaitement par une grande majorité des élèves. Cependant, après réflexion, le fait que la celle-ci soit graduée de façon conventionnelle, c'est-à-dire que les petits traits représentent les unités et les plus grands, ceux des dizaines, ne permet pas un réel apprentissage car les élèves agissent également de façon automatique afin de de placer des nombres entiers. Il aurait peut être été intéressant de changer cette graduation pour amener les élèves à réfléchir davantage. Cela aurait amené un questionnement inconscient sur l'aspect décimal de la numération. J'aurais d'ailleurs pu questionner les élèves sur la gradation pour en venir à analyser la graduation classique et faire le lien avec la numération. Dans cette exercice, j'avais organisé une collective, ainsi je ne peux pas être sûr que les élèves avaient tous trouvé la réponse avant ce temps de correction. Mais étant donné qu'ici, il ne s'agissait pas d'une évaluation mais d'un temps d'entraînement, cela ne me pose pas problème. Ensuite,

après avoir demandé aux élèves d'entourer les nombres compris entre 110 et 140 et réalisé une correction, j'ai organisé un temps d'institutionnalisation afin d'expliquer la notion d'encadrement. Ce temps d'institutionnalisation a été assez bref et je n'ai pas fait de lien avec les différentes activités proposées précédemment. J'ai pu constater que je ne m'étais pas assez questionnée sur les savoirs en jeu et les liens entre chaque savoirs dans les différentes activités. De plus, l'institutionnalisation de notion d'encadrement n'était pas assez explicite et clair. J'aurais dû davantage me renseigner sur la façon d'institutionnaliser ce savoir et réfléchir à une trace écrite, par exemple la création d'un affichage dans la classe. Pour finir les élèves ont réalisé, comme demandé, la fiche Encadrement. Comme précisé plus haut, l'unité de numération à laquelle encadrer le nombre n'est pas précisée donc les deux aspects de la numération ne sont vraiment pas mis en jeu. Ainsi, il me semble que cette fiche aurait mérité d'être modifiée en précisant parfois un encadrement, un arrondissement à l'unité puis un encadrement, un arrondissement à la dizaine.

J'organisais au fur et à mesure des temps de correction et je passais dans les rangs pour aider les élèves en difficultés. Cette observation m'a permis de repérer certains élèves en difficulté mais probablement pas tous. Etant donné que, là aussi, il y a eu correction collective, je ne suis pas certaine de savoir qui a réellement été bloqué ou en difficulté face à la tâche.

Dans cette séance, je suis là pour organiser des temps de correction, passer dans les rangs pour aider les élèves en difficulté lors des temps de travail en individuel. Je suis également là pour faire un "cours magistral", un temps d'institutionnalisation afin d'amener les élèves à la notion d'encadrement d'un nombre.

## **2.4 Conclusion**

Suite à cette séance, je me suis rendu compte, que, pour pouvoir permettre aux élèves d'acquérir des savoirs solides sur les deux aspects de la numération, il fallait absolument apporter des modifications dans la préparation de mes fiches de séances. En effet, il faut, tout d'abord, que je réfléchisse encore davantage aux savoirs mis en jeu dans chaque activité, aux objectifs de chaque activité et que je me questionne sur le vocabulaire à utiliser afin de le maîtriser parfaitement. Il faut aussi que je fasse du lien entre les différentes activités proposées. En effet, dans cette séance, j'ai proposé aux élèves les activités les unes à la suite des autres sans faire de lien entre celles-ci. Il aurait

fallu faire du lien entre les activités ritualisées, l'exercice avec la droite graduée ainsi que la fiche encadrement. A travers ces différentes activités, les élèves sont amenés progressivement vers la notion d'encadrement à l'unité ou à la dizaine près. Pour faire ce lien, j'aurais pu lors de l'activité avec la demi-droite graduée réutiliser le vocabulaire utilisé lors de la phase d'activités ritualisées. En effet, j'aurais pu faire repérer un nombre sur la demi-droite et demander aux élèves de chercher à arrondir ce nombre à la dizaine inférieure en s'aidant de la droite graduée. Ainsi, cela aurait permis de se questionner sur le pas de la demi-droite graduée et de bien visualiser le pas d'une unité et le pas de dix unités (soit d'une dizaine). Puis, j'aurais pu leur demander de faire pareil mais à la dizaine supérieure. Cela aurait pu amener les élèves à visualiser que lorsque l'on arrondit à l'unité ou à la dizaine inférieure les nombres se trouvent à gauche du nombre et que lorsque l'on arrondit à l'unité ou à la dizaine supérieure les nombres se trouvent à droite du nombre, mais également à visualiser que lorsque l'on encadre à l'unité ou à la dizaine inférieure et supérieure, il y a toujours le même écart avant et après le nombre à encadrer. Lorsque je serais passé à l'institutionnalisation pour expliquer la notion d'encadrement d'un nombre, j'aurais pu à la fois représenter cela grâce au symbole "<" mais aussi grâce à une demi-droite graduée pour permettre aux élèves de visualiser la notion avec ce qu'ils connaissent déjà. Lors de la phase sur la fiche encadrement, j'aurais pu proposer aux élèves de réaliser des droites graduées pour les aider ou en guise de validation lors de la correction.

De plus, il faut que j'anticipe davantage les difficultés que pourraient rencontrer les élèves. En effet, il serait intéressant que je note, sur mes fiches de préparation de séances, les hypothèses de difficulté. Il faudrait également que je propose des réponses à apporter selon les difficultés enfin de ne pas me retrouver démunie face à certaines difficultés comme cela est arrivé dans cette séance. En effet, une élève en particulier, s'est trouvé en grosse difficulté face à la fiche Encadrements. Or, je n'ai pas su lui apporter une aide appropriée et donc celle-ci est resté bloquée et aucun apprentissage n'a eu lieu.

Il faut également que je réfléchisse aux différentes modalités d'apprentissage : classe entière, par groupe etc. En effet, je ne me suis pas questionnée sur la raison de travailler à trois plutôt que par deux lors de la seconde phase. Je ne me suis également pas questionnée sur les temps de correction : quels étaient leurs buts ? Bien que j'ai observé quand je le pouvais le travail de mes élèves, à la fin de la séance, il m'était difficile de savoir quels étaient les élèves qui se trouvaient en difficultés sur cette notion

Ainsi, pour les prochaines séances, je vais tester tout cela pour voir si ces modifications permettent un meilleur apprentissage des aspects de la numération.

## **PARTIE 5 : CONCLUSION**

Dans cette partie, je vais tâcher de répondre à la problématique qui était la suivante “*Sous quelles conditions les élèves de CE2 peuvent-ils acquérir des savoirs solides sur les deux aspects de la numération ?* “. De plus, je vais faire part de l’apport de ce mémoire sur mes compétences professionnelles, ainsi que ce que j’ai mis en place en mathématiques durant le confinement.

Face à la fermeture des écoles le lundi 16 mars en raison de l’épidémie de COVID-19, je n’ai pas pu analyser toutes les séances que je souhaitais. Ainsi, alors que je pensais analyser au moins 6 séances, j’ai actuellement analysé seulement 2 séances. Bien que cette expérimentation et cette analyse soient réduites, j’ai tout de même trouvé certaines réponses à la problématique.

Tout d’abord, pour que les élèves puissent acquérir des savoirs solides sur les aspects de la numération, il faut que l’enseignant maîtrise ces deux aspects. En effet, la maîtrise de ces aspects va permettre à l’enseignant d’être précis, rigoureux, explicite et grâce à cela réaliser une transmission des savoirs à ces élèves.

Ainsi, il est indispensable que l’enseignant réalise des fiches de préparation dans lesquelles il détermine les objectifs précis de chaque séance, de chaque activité. Il doit également déterminer les savoirs mis en jeu : les savoirs anciens ainsi que les savoirs nouveaux qui sont spécifiquement à enseigner. L’enseignant doit maîtriser les savoirs afin d’éviter un décalage entre les savoirs visés et les savoirs enseignés.

Lors de la préparation de sa séance, l’enseignant doit également faire du lien entre les différentes activités d’une même séance afin de créer du lien entre les différents apprentissages. En général, au sein d’une même séance, chaque activité n’est pas totalement détachée mais il y a une progression. Ainsi, comprendre la cohérence de cette progression va permettre d’être davantage explicite avec les élèves et de donner du sens aux activités. Lorsqu’un élève réalise une activité, il doit être capable de lui donner du sens, d’expliquer quels sont les objectifs de cette activité, ce qu’il est en train de travailler. Bien entendu, l’élève ne doit pas expliciter s’il travaille sur l’aspect décimal ou l’aspect

positionnel de la numération. Ces notions restent du côté de l'enseignant, du côté de la didactique.

Durant sa préparation de séance, l'enseignant doit également penser aux différents temps de celle-ci. L'enseignant doit réfléchir au déroulement de la séance. Il doit penser aux temps de correction et surtout aux temps de mise en commun, d'institutionnalisation. Ces temps d'institutionnalisation demandent un vrai travail approfondi en amont et nécessitent à nouveau une certaine maîtrise didactique. Ces temps d'institutionnalisation sont importants car ils permettent de reconnaître les apprentissages réalisés et de leur assigner un nouveau statut de savoir ou de savoir-faire. Cette phase permet de faire avancer le temps didactique. Afin de garder une trace de ces temps, il est d'ailleurs intéressant de penser à une trace écrite qui peut, par exemple, prendre la forme d'une affiche. Ces temps sont extrêmement importants pour permettre à un maximum d'élève de maîtriser les savoirs travaillés, ici les aspects de la numération. L'enseignant doit également penser aux différentes modalités de chaque temps, chaque phase de la séance. Il doit être capable d'explicitier pourquoi il choisit telle ou telle modalité, par exemple, pourquoi travailler en binôme plutôt que de façon individuelle? L'enseignant doit également utiliser un vocabulaire adapté et précis. Cela nécessite donc une parfaite maîtrise des savoirs enseignés et donc à nouveau, un travail en amont de la séance.

Mais aussi, l'enseignant doit être conscient de l'importance de la maîtrise de ces deux aspects de la numération pour d'autres savoirs, par exemple pour les calculs posés.

Mais encore, l'enseignant doit être capable d'anticiper les difficultés que pourraient rencontrer les élèves. Il devrait, noter, sur cette fiche les réponses à ces différentes difficultés. Cela permettrait à l'enseignant de ne pas se trouver dépourvu face à une difficulté et donc de risquer de manquer de précision ou même de ne pas savoir répondre ou proposer une réponse inadaptée voir fautive. Cette anticipation des difficultés permettrait sans doute à tous les élèves d'aller vers une meilleure maîtrise des aspects de la numération, en leur permettant de dépasser les obstacles qu'ils rencontrent. Cette analyse reste une hypothèse, car je n'ai pas eu le temps d'analyser l'impact d'une anticipation des difficultés sur la maîtrise des deux aspects de la numération. Ainsi, je ne peux pas conclure que cela est une condition à cet apprentissage.

L'enseignant a également un rôle, tout au long de la séance, celui de garantir l'activité des élèves. En effet l'enseignant doit enrôler les élèves dans les différentes activités, les

guider, etc. Il doit, grâce aux prédictions de difficultés qu'il a émis, aider les élèves, proposer des remédiations, etc. Cette posture de l'enseignant, est une condition essentiellement afin de permettre à tous les élèves de maîtriser les deux aspects de la numération.

Ainsi, on voit à travers ces analyses que pour que les élèves soient dans de bonnes conditions pour maîtriser les aspects de la numération, il faut que l'enseignant prépare minutieusement sa séance et maîtrise à la perfection les aspects de la numération et la didactique des mathématiques.

Pour finir, pour maîtriser de façon solide les aspects de la numération, il faut que les élèves aient déjà d'autres acquis. En effet, lors de l'expérimentation, une élève en particulier, rencontre des difficultés globales sur le nombre. Elle maîtrise le principe de cardinalité du nombre mais la construction du nombre en tant qu'objet est très fragile. Elle maîtrise la suite numérique des nombres mais ne lui donne que peu de sens. Par exemple, dès lors que l'on dépasse 30 elle ne parvient pas passer du nom du nombre à son écriture chiffré. Ce manque de maîtrise du nombre bloque quant à la maîtrise des aspects de la numération. Ainsi, pour pouvoir construire ses aspects de la numération, il faut que les élèves aient acquis la construction du nombre lors des classes inférieures. Ce point aurait été à approfondir dans la suite de mon expérimentation afin d'être plus précise.

Si j'avais pu continuer ce mémoire, dans les autres séances, je me serais intéressée davantage au rôle du fonctionnement par essai et erreur et de la validation sur l'apprentissage des aspects de la numération. J'aurais essayé d'analyser la différence entre une situation qui ne permet pas de fonctionner par essai et erreur et autre autre qui le permet sur l'apprentissage des élèves. J'aurais également analysé l'impact de la validation de l'action de l'élève sur son apprentissage. De plus, comme je l'ai déjà expliqué, j'aurais essayé, séance après séance, d'améliorer au maximum ma fiche de préparation car, d'après mes analyses, plus l'enseignant maîtrise les savoirs disciplinaires et didactiques et prépare minutieusement en amont sa séance, plus les apprentissages sont efficaces.

A présent, je vais prendre du recul sur ce travail de mémoire afin de faire ressortir les compétences professionnelles que celui-ci m'a permis d'acquérir ou

d'approfondir. D'après le référentiel de compétences communes à tous les professeurs datant de 2013, le professeur doit "Maîtriser les savoirs disciplinaires et leur didactique". Alors qu'en début d'année, je me sentais perdue face à la méthode heuristique de mathématique, progressivement, grâce à mes recherches en didactiques de mathématiques, j'ai su prendre mes marques. Bien que cette méthode reste, pour moi, encore difficile à mettre en place, j'ai réussi à prendre du recul face à celle-ci afin de l'adapter et me l'approprier. Alors qu'au début de l'année, je suivais simplement les fiches de séance du guide, j'ai réussi, ensuite, à créer mes propres fiches de préparation en me détachant petit à petit de la méthode. Pour chaque activité, j'ai tenté de faire ressortir les savoirs mis en jeu ainsi que les objectifs. J'ai réussi à comprendre et maîtriser les deux aspects de la numération et tenté de faire ressortir dans chaque activité le lien avec ces aspects. Grâce à cela, au fur et à mesure, je me suis sentie de plus en plus à l'aise quant à l'enseignement des mathématiques. L'analyse de mes séances m'a permis de comprendre ce qui bloquait, ce que je devais travailler. Aujourd'hui, je maîtrise davantage cette didactique des mathématiques mais je suis bien consciente qu'il reste du travail. Pour la suite, il faudrait que je perfectionne mes fiches de préparation en réfléchissant davantage aux différentes modalités, en anticipant les difficultés des élèves, en me détachant des compétences des programmes pour en ressortir des compétences plus précises, etc. Ce mémoire m'a donné satisfaction au vu des résultats qu'on donne mes recherches sur ma pratique. Il m'a donné le goût de la recherche et envie de poursuivre cela en mathématiques mais également dans d'autres disciplines. Cela est d'ailleurs une des compétences que ce doit d'acquérir un professeur des écoles " S'engager dans une démarche individuelle et collective de développement professionnel".

Pour finir, je vais aborder ce que j'ai mis en place en mathématiques durant le confinement. Durant le confinement, nous avons fait le choix de ne pas continuer la méthode heuristique de mathématiques car celle-ci demande beaucoup d'impressions. Ainsi, nous avons distribué aux élèves un manuel "cap maths" et nous leur donnons plusieurs exercices à faire par jour. De plus, nous avons mis, en complément, sur e-primo, qui est un espace numérique de travail, des cahiers multimédias avec des vidéos des fondamentaux sur diverses notions en mathématiques ainsi des exercices que nous avons créé à partir de learning-app qui est un site en ligne Suisse qui permet de créer ou

d'utiliser des exercices appelés "applis" en ligne. Nous proposons également, une ou deux fois par semaine ,des classes virtuelles avec le CNED. Durant ses classes virtuelles, nous abordons des nouveaux points en mathématiques : la symétrie, la multiplication posée à deux chiffres, etc... Cette continuité pédagogique a demandé une adaptation de l'enseignement de façon générale et donc celui des mathématiques. Avec ma binôme, nous faisons au mieux pour que les élèves continuent de s'entraîner sur les notions déjà abordées en classe mais cela n'est pas toujours évident.

## BIBLIOGRAPHIE

### Articles / rapports / thèses / ouvrages :

- 1) ACCULO S. & all. *Le système métrique au service de la numération des entiers et des grandeurs.* Consulté à l'adresse [http://culture-scientifique.ia80.ac-amiens.fr/maths\\_80/files/Outils%20C123/C3/nb\\_calcul/2\\_Systeme\\_métrique.docx](http://culture-scientifique.ia80.ac-amiens.fr/maths_80/files/Outils%20C123/C3/nb_calcul/2_Systeme_métrique.docx)
- 2) BARILLY B & all (s. d.). *Le nombre au cycle 2.* Consulté à l'adresse [https://media.eduscol.education.fr/file/ecole/00/3/Le\\_nombre\\_au\\_cycle\\_2\\_153003.pdf](https://media.eduscol.education.fr/file/ecole/00/3/Le_nombre_au_cycle_2_153003.pdf)
- 3) BEDNARZ N. et JANVIER B., (1984). *La numération (1ère partie). Les difficultés suscitées par son apprentissage.* Grand N, n°34, p5-17 2.
- 4) BEDNARZ N. et JANVIER B. (1984). *La numération (2nde partie). Une stratégie didactique cherchant à favoriser une meilleure compréhension.* Grand N, n°34, p5-17. 3.
- 5) BROUSSEAU G, B. (2012). Des dispositifs Piagétien... aux situations didactiques. *éducation didactique*, 6(2). Consulté à l'adresse [file:///home/chronos/u-ac5a24867afca7dcfdf2ae66237c1cd782713075/MyFiles/Downloads/educationdidactique-1475%20\(1\).pdf](file:///home/chronos/u-ac5a24867afca7dcfdf2ae66237c1cd782713075/MyFiles/Downloads/educationdidactique-1475%20(1).pdf)
- 6) BROUSSEAU G, B. (1998). *La théorie des situations didactiques.* Consulté à l'adresse <http://www.cfem.asso.fr/actualites/archives/Brousseau.pdf>
- 7) BROUSSEAU G, B. (1993). *Les « effets » du « contrat didactique »* . Consulté à l'adresse <http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2012/02/82-83-effet-de-contrat.pdf>
- 8) CORRIVEAU C et JEANNOTTE D, C. (2015). L'utilisation de matériel en classe de mathématique au primaire : quelques réflexions et apports possibles . *Bulletin AMQ*, LV(3). Consulté à l'adresse <https://www.amq.math.ca/wp-content/uploads/bulletin/vol55/no3/05-maitre-materiel.pdf>
- 9) DAWSON, R & all, H. (2003). *Stratégie de mathématiques au primaire ; Rapport de la table ronde des exprès en mathématiques* . Consulté à l'adresse <http://www.edu.gov.on.ca/fre/document/reports/math/math.pdf>
- 10) DOUADY R, D. (1993), *Enseignement de la dialectique OUTIL-OBJET et des JEUX de CADRES en formation mathématique des professeurs d'école.* Consulté à l'adresse

<http://www.arpeme.fr/documents/1AC69D2A243B0037BC.pdf>

- 11) CHAMBRIS C. *Consolider la maîtrise de la numération et des grandeurs à l'entrée au collège*. Le système métrique peut-il être utile ?. Petit x, Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques (Grenoble), 2012, pp.5-32. fihal-01742661f
- 12) GRÉGOIRE J & all, G. (2015). NOMBRES ET OPÉRATIONS : PREMIERS APPRENTISSAGES À L'ÉCOLE PRIMAIRE. Présenté à Conférence de consensus « Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire », Paris. Consulté à l'adresse <http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2015/11/Synth%C3%A8se-des-recommandations.pdf>
- 13) Kerzil, J. (2009). Constructivisme. Dans : Jean-Pierre Boutinet éd., *L'ABC de la VAE* (pp. 112-113). Toulouse, France: ERES. doi:10.3917/eres.bouti.2009.01.0112.
- 14) LESH, L (1981). Applied Mathematical Problem Solving in Early Mathematics Learning. *Educational Studies in Mathematics*, (12), 235-264.
- 15) ÖSGUN-KOCA, S. et EDWARDS, T. (2011). Hands-on, minds-on or both ? A discussion of the development of a mathematics activity by using virtual and physical manipulatives. *Journal of Computers in Mathematics and Sciences Teaching*. 30(4), 389-402.
- 16) PERES Jacques, P. (1984). *Utilisation d'une théorie des situations didactiques en vue de l'identification des phénomènes didactiques au cours d'une activité d'apprentissage scolaire*. Consulté à l'adresse <file:///home/chronos/u-ac5a24867afca7dcfdf2ae66237c1cd782713075/MyFiles/Downloads/THESE-J-PERES.pdf>
- 17) QUILLET A-C, Q. (2019). *Le rôle de la manipulation en mathématiques et ses effets sur les apprentissages*. Consulté à l'adresse <https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02282094/document>
- 18) TEMPIER F., 2010, *Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2*. Grand N, n° 86, p.59 - 90.
- 19) TEMPIER F., 2012, *Quelle ressource pour enseigner la numération décimale ? Présentation d'une ingénierie didactique de développement en cours*. p.892-907.
- 20) TEMPIER F., mars 2015, *La numération décimale de position à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*. Actes du séminaire national de l'ARDM, p93-111.

### Sites internet :

- 1) TEMPIER F., 2014, Enseigner la numération décimale. Une ressource pour les enseignants de CE2, CM1, CM2 et 6ème.

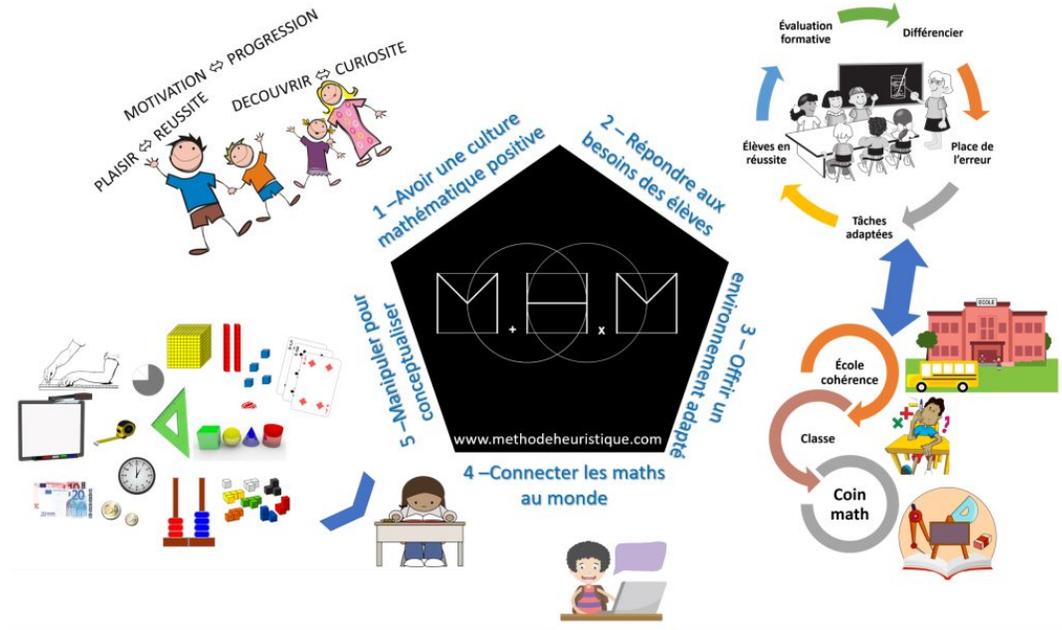
### Documents institutionnels :

- 1) Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur, (2018, novembre). Programme du cycle 2. Repéré à [https://cache.media.eduscol.education.fr/file/programmes\\_2018/20/0/Cycle\\_2\\_programme\\_consolide\\_1038200.pdf](https://cache.media.eduscol.education.fr/file/programmes_2018/20/0/Cycle_2_programme_consolide_1038200.pdf)
- 2) Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur. (2008, mai 19). Bulletin officiel hors-série n° 3 du 19 juin 2008. Consulté à l'adresse [https://www.education.gouv.fr/bo/2008/hs3/programme\\_CE2\\_CM1\\_CM2.htm](https://www.education.gouv.fr/bo/2008/hs3/programme_CE2_CM1_CM2.htm)
- 3) Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur. (2008, juin 19). Bulletin officiel hors-série n° 3 du 19 juin 2008. Consulté à l'adresse [https://www.education.gouv.fr/bo/2008/hs3/programme\\_CP\\_CE1.html](https://www.education.gouv.fr/bo/2008/hs3/programme_CP_CE1.html)
- 4) Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur. (2019) *REPERES CP 2019 cahier élève*. Repéré à [https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Debut\\_annee/17/2/REPERES\\_CP\\_2019\\_cahier\\_eleve\\_1167172.pdf](https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Debut_annee/17/2/REPERES_CP_2019_cahier_eleve_1167172.pdf)
- 5) Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur. (2019) *REPERES CP ; Guide pour le professeur*. (2019). Repéré à [https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Debut\\_annee/17/4/REPERES\\_CP\\_2019\\_guide\\_professeur\\_1167174.pdf](https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Debut_annee/17/4/REPERES_CP_2019_guide_professeur_1167174.pdf)
- 6) Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur. (2019) *REPERES CE1 2019 cahier élève* Repéré à [https://cache.media.eduscol.education.fr/file/CE1/18/0/REPERES\\_CE1\\_2019\\_cahier\\_eleve\\_1167180.pdf](https://cache.media.eduscol.education.fr/file/CE1/18/0/REPERES_CE1_2019_cahier_eleve_1167180.pdf)
- 7) Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur. (2019) *REPERES CE1 ; Guide pour le professeur*. (2019). Repéré à [https://cache.media.eduscol.education.fr/file/CE1/17/8/REPERES\\_CE1\\_2019\\_guide\\_professeur\\_1167178.pdf](https://cache.media.eduscol.education.fr/file/CE1/17/8/REPERES_CE1_2019_guide_professeur_1167178.pdf)
- 8) Ministère de l'Éducation Nationale et de la Jeunesse, M. (2013, juillet 25). Le référentiel

de compétences des métiers du professorat et de l'éducation. Repéré à  
<https://www.education.gouv.fr/le-referentiel-de-competences-des-metiers-du-professorat-et-de-l-education-5753>

# ANNEXES

## Annexe 1 - Sketchnote des principes de la méthode heuristique de mathématiques



## Annexe 2 - Grille d'analyse de Mme Hersant

### Analyser l'activité mathématiques des élèves avec un regard didactique

M.HERSANT - M2 EPD - INSPE Académie de Nantes

D'un point de vue didactique, les apprentissages mathématiques des élèves dépendent de leur activité en classe.

Cette activité dépend de conditions liées au problème posé (au regard des connaissances des élèves, du matériel mis à disposition et d'autres variables didactiques) et de l'activité de l'enseignant.

L'activité de l'enseignant correspond à la fois à son activité lors de la préparation de la séance (identification des savoirs en jeux, choix de situations et anticipation de son discours) et à son activité au moment de la séance (adaptation de la situation...). C'est pourquoi, nous distinguerons trois aspects de l'analyse didactique de situations.

#### **Une analyse préalable de la situation**

- Quel savoir est visé (qu'est-ce que mes élèves doivent savoir à la fin de la séance et qu'ils ne savaient pas avoir ?)
- La situation proposée dans la ressource / que j'envisage permet-elle cet apprentissage ? Quelles conditions créer t-elle-pour cela ?
- Si les conditions ne semblent pas réunies quelles modifications peut-on apporter à la situation ?

#### **Une analyse a priori de la situation réalisée (analyse de l'activité possible de(s) élève(s) au regard du problème posé et du savoir visé)**

- Quel problème les élèves ont-ils à résoudre ?
- Quelles procédures peuvent-ils utiliser pour cela ?
- Quelles connaissances sont nécessaires pour résoudre ce problème ? Ces connaissances sont-elles nouvelles ou anciennes pour les élèves ?
- Les élèves peuvent-ils facilement imaginer une solution au problème ? Peuvent-ils facilement tester une procédure, faire des essais ?
- La solution / procédure pour résoudre le pb mobilise t-elle la connaissance visée ? Les élèves peuvent-ils produire la solution sans mobiliser la connaissance visée ? La connaissance visée correspond t-elle à la façon la plus efficace de résoudre le pb ?
- Les élèves peuvent-ils se rendre compte par eux-mêmes de la validité de leur solution ? une intervention de P est-elle nécessaire ?

#### **Une analyse a posteriori de la séance réalisée**

- L'activité des élèves est-elle celle attendue ? Est-ce qu'ils résolvent le pb souhaité ? En cas de différence, quelle peut être l'origine de cette différence ?
- Y'a t-il effectivement validation de l'action des élèves ?
- Quel est le rôle de l'enseignant au cours de la résolution du pb : guidage, aide, évaluation... en quoi ces interventions modifient-elles l'activité des élèves ?
- Quelles sont les actions de l'enseignant relatives au processus d'institutionnalisation ?

#### **Conclusion de l'analyse**

- De quelle(s) condition(s) résulte l'activité de l'élève
- A l'avenir, est-il souhaitable de modifier la situation ? en quoi ? et pourquoi ?

Cette grille d'analyse s'appuie sur des références théoriques (la théorie des situations didactiques de Brousseau et la dialectique outil-objet de Douady) qui repose sur deux hypothèses d'apprentissage : une hypothèse d'apprentissage par adaptation et une hypothèse d'apprentissage par acculturation.

## Annexe 3 - Le module 9

MODULE  
**9**

6 SÉANCES

**Objectifs majeurs du module**

- La connaissance des nombres
- Le calcul mental
- Les unités de mesure
- Évaluer

**Matériel**

- Chronomath 1
- Fiche Balances
- Fiche Table de Pythagore (addition)
- Fiches Exercices numération 1 à 3
- Fiche Calculs rapides 1 et 2
- Fiche Monnaie
- Fiche Rituel Mesures
- Fiche Exercice angles droits
- Fiches Fleurs numériques : modèle et exercices
- Mini-fichier Problèmes
- Leçon 7

 Les fleurs numériques sont utilisées sur plusieurs modules, vous les trouverez dans les Ressources à la fin de ce fichier, au module 9.

**Devoirs**

- Pour la séance 2 : s'entraîner à s'interroger sur les tables d'addition avec la table de Pythagore.
- Pour les séances 4 et 5 : s'entraîner à s'interroger sur les tables d'addition avec la table de Pythagore sur les résultats mal connus.

MODULE  
**9**

### CE QU'IL FAUT SAVOIR

#### Le signe –

Le signe – représente la soustraction dont le sens est parfois complexe pour les élèves. Soyez rigoureux sur le vocabulaire et le langage mathématique : la « différence », c'est le résultat d'une soustraction. Je peux retirer 8 à 4, ce n'est pas impossible mathématiquement. Les mots « enlever/retirer/perdre » ne signifient pas forcément que le problème sera résolu par une soustraction (donc ne l'enseignez pas !).

La soustraction présente en fait trois sens.

→ Le sens « enlever » : la soustraction correspond au calcul du reste d'une quantité d'objets. C'est le mieux compris et celui qu'on utilise pour introduire le signe. Cela peut se représenter en dessinant et barrant des représentations. Ce sens est adapté lorsqu'on enlève une petite quantité.

→ Le sens « pour aller à » : la soustraction correspond à calculer un complément. Cela correspond aux problèmes dans lesquels on cherche ce qu'on a ajouté ou aux problèmes où l'on cherche un complément, en connaissant le tout et l'autre partie. Ce sens est adapté lorsqu'on enlève une quantité importante. Le recours à la droite graduée est alors une méthodologie pertinente.

→ Le sens « écart » : la soustraction correspond à calculer un écart. Cela correspond aux problèmes de comparaison (combien de plus... ?).

Les trois sens sont travaillés progressivement sur l'ensemble du cycle 2 en lien avec les procédures correspondantes. Il ne faut donc pas apprendre aux élèves qu'on calcule une soustraction en reculant systématiquement sur une file numérotée... La soustraction se calcule différemment selon les nombres : entre 103 – 8 et 103 – 96, on ne procède pas de la même façon ! Dans le premier cas, on fait des retraits successifs : 103 – 3 = 100. Dans le deuxième cas, on fait par complément : de 96 à 100 puis de 100 à 103.

#### La fleur numérique

Cette activité plaît beaucoup aux élèves. C'est une évolution du travail fait précédemment sur le cahier des nombres. Elle sera utilisée à plusieurs reprises. Vous pourrez différencier en choisissant le nombre donné, en exigeant plus ou moins de représentations différentes. Dans un premier temps, on procède avec le matériel de manipulation, puis on passera sur support papier.

#### Le Chronomath

Cette activité est proposée sur tous les niveaux. Appréciée des élèves, elle n'est pas pour autant facile. Il s'agit de réaliser des calculs donnés dans un temps limité. Pour la mise en œuvre, je suggère de suivre cette règle et éventuellement de revenir dessus plus tard pour terminer. Il faut préciser aux élèves que la difficulté est globalement croissante ou que les calculs sont groupés par thématiques. Votre rôle est d'observer leurs procédures pour analyser leurs difficultés. La contrainte « temps » sert à les faire évoluer vers des procédures de plus en plus efficaces (lâcher ses doigts pour utiliser des faits numériques mémorisés comme les doubles).

## Annexe 4 - Fiche de préparation de la séance 1 du module 9 proposée par le guide de la méthode heuristique de mathématiques

### MODULE 9 SÉANCE 1

#### Activités ritualisées

- Écrire à l'ardoise en chiffres les nombres affichés en lettres :  
*mille-sept-cent-deux ; deux-mille-trois-cent-un ; mille-quatre-cent-quatre-vingt-dix-neuf.*
- Donner deux nombres (proches) entre 1 000 et 2 000. Les élèves complètent sur l'ardoise avec < ou >. Puis demander la différence entre les deux nombres  
*Exemple : de 1 134 à 1 156, la différence est 22.*  
*Vous pouvez le visualiser avec la file numérique ou la droite graduée.*

#### Calcul mental

- **Chronomath 1** : expliquer le principe (*le même que l'année précédente pour ceux qui l'auraient fait avant*). Autocorrection en affichant la feuille réponse au format A3 et détail sur une procédure possible sur un calcul ciblé particulièrement échoué.

#### Apprentissage

- **Fiche Balances**
- Calculs dans le cahier :  
« J'ajoute une centaine à 1 400, combien j'obtiens ? » ;  
« J'ajoute deux centaines à 1 633, combien j'obtiens ? » ;  
« J'ajoute cinq centaines à 1 000, combien j'obtiens ? » ;  
« J'enlève deux centaines à 2 341, combien j'obtiens ? ».
- Présenter le fonctionnement de la **table de Pythagore** et expliquer comment s'interroger pour vérifier ses tables (avec une feuille servant de cache).  
*L'idée sera de leur permettre aux élèves, d'ici la fin du module, d'identifier les résultats qu'ils ne connaissent pas par cœur pour les apprendre de façon ciblée.*

# CHRONOMATH 1



1  $300 + 400 = \dots$

11  $1000+1=...$

21 Double de 12 :...

2  $4 \times 4 = \dots$

12  $1000+200+1=...$

22  $1380+20=...$

3 Double de 20 :...

13  $480+20=...$

23  $4 \times 6=...$

4  $145 - 1 = \dots$

14  $500-10=...$

24  $1404+1=...$

5  $1500+400= \dots$

15  $4 \times 9=...$

25  $100-7=...$

6  $1000+6=...$

16  $25+400=...$

26 Double de 15 :...

7  $1301+200=...$

17 Double de 50 :...

27  $1868+2=...$

8 Double de 100 :...

18  $163+9=...$

28  $5 \times 8=...$

9  $300-1= \dots$

19  $1000+780=...$

29  $65+19=...$

10  $4 \times 8 = \dots$

20  $2000+20+4=...$

30  $1499+19=...$

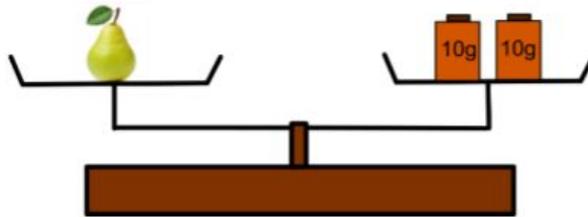
SCORE :

CE2

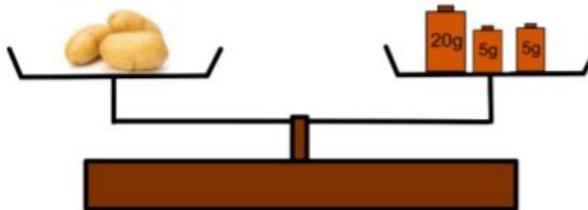
Annexe 6 - Fiche Balance de la séance 1 du module 9

**Les balances**

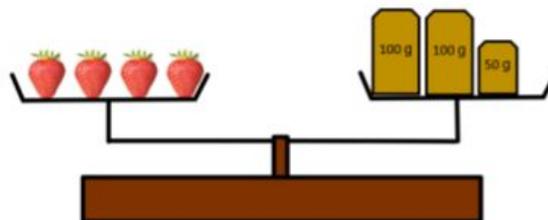
En t'aidant des balances, réponds aux questions:



Combien pèseront deux poires ? . . . g



Les trois pommes de terre sont identiques. Combien pèse une seule pomme de terre ? . . . g



Si j'achète deux fois plus de fraises, combien va peser mon paquet de fraises ? ... g

## Annexe 7 - Fiche de préparation de la séance 1 module 9

### Séance 1 Module 9

**Discipline :**

**Niveau :**

**Date :**

**Durée :**

Mathématiques

CE2

Vendredi 13/12

#### **Objectifs majeurs de la séance (calcul mental et apprentissage) :**

- Calculer mentalement sous une contrainte de temps → mettre en place des stratégies efficaces
- Résoudre des problèmes impliquant des masses → approche de la notion de multiplication
- Ajouter et soustraire une ou plusieurs centaines à des nombres

#### **Compétences travaillées :**

- **Activités ritualisées :**

- Passer d'une représentation à une autre : passer de l'écriture en lettres à l'écriture chiffrée
- Passer d'une représentation à une autre, écrire en chiffre des nombres énoncés à l'oral
- Comparer deux nombres ayant le même nombre de chiffre et utiliser correctement les symboles associés : < et >
- Calculer sans le support de l'écrit des différences entre deux nombres (soustraction)

- **Calcul mental :**

#### Chronomath 1 :

- Calculer sans le support de l'écrit, pour obtenir un résultat (addition, soustraction, double, table de multiplication)
- Réinvestir des faits numériques mémorisés (tables de multiplications et doubles)

- **Apprentissage :**

#### Fiche balance :

- Résoudre des problèmes impliquant des masses

#### Calculs sur l'ardoise :

- Comprendre les écritures en unités de numération (une centaine = 100)
- Savoir ajouter et soustraire une ou plusieurs centaines à un nombre

## Préparations préalables

Pendant la récréation :

- Ecrire au tableau les nombres suivants : mille-sept-cent-deux ; deux-mille-trois-cent-un ; mille-quatre-cent-quatre-vingt-dix-neuf et les numéroter
- Préparer un chronomètre sur le TBI afin qu'il soit visible de tous.

## Activités ritualisées

*Classe entière + individuel - 15 min*

- Faire sortir l'ardoise
- Demander aux élèves ce qu'ils pensent que l'on va devoir faire

Réponse attendue : *Ecrire en chiffres les nombres écrits en lettres au tableau.*

- Faire écrire en chiffres les nombres sur l'ardoise un par un.
- Vérifier au fur et à mesure, faire lire à haute voix le nombre et faire écrire en chiffres le nombre au tableau afin que chaque élève puisse vérifier sa réponse.
- Faire un point méthode : montrer que l'on peut utiliser un tableau de numération (M/C/D/U) et comment (si besoin, représentation schématique du nombre).
- Passer à l'exercice suivant
- Demander aux élèves ce que signifie les symboles (< ou >) afin de faire un point.

Réponse attendue : *Le signe > se lit « est supérieur à » et signifie « est plus grand que ».*

*Le signe < se lit « est inférieur à » et signifie « est plus petit que ».*

- Ecrire au tableau les nombres suivants : 1134 et 1156 et demander aux élèves de les recopier sur les ardoises et de compléter par l'un des symboles
- Faire valider la réponse en complétant.

Réponse attendue : *1134 < 1156*

- Demander aux élèves les méthodes qu'ils ont utilisé

Réponse attendue : *Si les nombres ont autant de chiffres, on regarde les chiffres de même rang, de gauche à droite, jusqu'à ce que l'on trouve une différence. Et on compare ces chiffres. C'est celui qui a le chiffre supérieur qui est le plus grand nombre.*

- Demander aux élèves la différence entre les deux nombres

Réponse attendue : *22*

- Faire valider la réponse et faire un point sur les méthodes à mettre en place (de tête, en ligne ou posée sur l'ardoise)
- Refaire de même avec 1257 et 1241 afin de permettre à chaque élève de mettre en pratique les méthodes.

Réponse attendue : *1257 > 1241*

- Faire lever les ardoises
- Faire une correction au tableau
- Ranger les ardoises

## Calcul mental

Individuel - 15 min

- Explication du déroulement : “Je vais vous distribuer une fiche avec des calculs à réaliser le plus rapidement possible. Vous n’avez pas le droit d’écrire ou de poser les calculs, tout doit se passer dans votre tête. Vous devez faire les calculs dans l’ordre du 1er au 30ème. Vous allez avoir 3 minutes pour réaliser la fiche. Si vous n’avez pas terminé, ce n’est absolument pas grave, c’est juste un exercice.”
- Est ce que quelqu’un a une idée de l’objectif de ce travail ?

Réponse attendue : L’objectif de ce travail est d’apprendre à calculer mentalement de plus en plus rapidement. Pour cela, il faut être capable de mettre en place des stratégies de calcul qui demandent moins de temps, des stratégies efficaces.

- “A la fin des 3 minutes, nous ferons un point sur les stratégies de calculs que vous avez utilisés afin de réfléchir aux stratégies les plus efficaces.”
- Distribuer la fiche, demander aux élèves de la laisser retourner, afficher le chronomètre et laisser l’exercice.
- Au bout de 3 minutes, demander aux élèves de lever les stylos et mettre fin à l’exercice.
- Faire un point sur les différentes stratégies mentales utilisés par les élèves et réfléchissent aux stratégies les moins coûteuses, les plus efficaces

Réponses attendues :

Rappel des techniques pour +/- 9 et 19

Ajouter les milliers avec les milliers, les centaines avec les centaines et ainsi de suite

- Ramasser les fiches

## Apprentissage

Classe entière et travail individuel - 30 min

- Distribuer la fiche Balances
- Faire lire à haute voix les différents problèmes
- Demander aux élèves à quoi ça va leur servir d’apprendre à faire ça ?

Réponse attendue : ça peut nous servir dans la vie de tous les jours, pour faire un gâteau faire des courses...

- Laisser un temps de recherche individuel et passer dans les rangs pour aider les élèves en difficultés.
- Faire une mise en commun du premier problème afin de permettre aux autres élèves de se débloquer, proposer à des élèves de venir montrer les calculs qu’ils ont réalisés pour obtenir le résultat. Bien expliquer qu’ils y a différentes façon possible pour résoudre un problème.
- Faire un lien avec les multiplications : en passant d’une poire à deux poires on a deux fois plus de poire donc ça pèse 2 fois plus lourd.
- Laisser un temps de recherche individuel
- Refaire un temps de correction.
- Faire un lien avec les multiplications :

- Trois pommes de terre pèse trois fois plus lourd qu'une seule pomme de terre
- Deux fois plus" ça revient à multiplier par 2.

**Passer à l'exercice suivant**

- Faire sortir l'ardoise
- Expliquer l'objectif du jour :
- Annoncer à l'oral :
  - « *J'ajoute une centaine à 1 400, combien j'obtiens ?* »
- Faire une mise en commun. Faire un rappel pour la classe 1 centaine = 100 unités. Pour cela, dessiner au tableau un tableau de numération afin de faire visualiser. Demander aux élèves s'il y a besoin de poser l'addition ou si on peut faire ça de tête.

Réponse attendue : 1500. On peut faire de tête. Il suffit d'ajouter les centaines au chiffre des centaines du nombre.

- Continuer l'exercice :
  - « *J'ajoute deux centaines à 1 633, combien j'obtiens ?* »

Réponse attendue : 1833

- « *J'ajoute cinq centaines à 1 000, combien j'obtiens ?* »

Réponse attendue : 1500

- « *J'enlève deux centaines à 2 341, combien j'obtiens ?* »

Réponse attendue : 2541

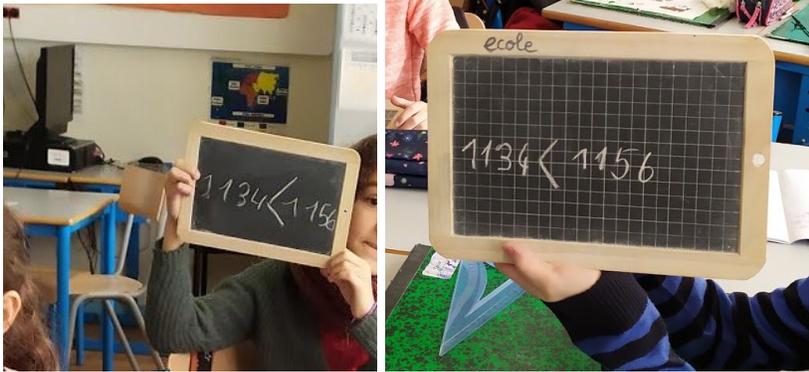
- Au fur et à mesure faire des corrections.

Annexe 8 - Productions d'élèves pendant la séance 1 du module 9

Ecrire en écriture chiffrée un nombre écrit en lettres :



Comparer deux nombres :



Fiche Chronomath 1 :

**CHRONOMATH 1** 3 min

1 $300 + 400 = 700$	11 $1000 + 1 = 1001$	21 Double de 12 : 24
2 $4 \times 4 = 16$	12 $1000 + 200 + 1 = 1201$	22 $1380 + 20 = 1400$
3 Double de 20 : 40	13 $480 + 20 = 500$	23 $4 \times 6 = 24$
4 $145 - 1 = 144$	14 $500 - 10 = 490$	24 $1404 + 1 = 1405$
5 $1500 + 400 = 1900$	15 $4 \times 9 = 36$	25 $100 - 7 = 93$
6 $1000 + 6 = 1006$	16 $25 + 400 = 425$	26 Double de 15 : 30
7 $1301 + 200 = 1501$	17 Double de 50 : 100	27 $1868 + 2 = 1870$
8 Double de 100 : 200	18 $163 + 9 = 172$	28 $5 \times 8 = 40$
9 $300 - 1 = 299$	19 $1000 + 780 = 1780$	29 $65 + 19 = 84$
10 $4 \times 8 = 32$	20 $2000 + 20 + 4 = 2024$	30 $1499 + 19 = 1518$

**SCORE :** 30 **CE2**

**CHRONOMATH 1** 3 min

1 $300 + 400 = 700$	11 $1000 + 1 = 1001$	21 Double de 12 : 24
2 $4 \times 4 = 16$	12 $1000 + 200 + 1 = 1201$	22 $1380 + 20 = 1400$
3 Double de 20 : 40	13 $480 + 20 = 500$	23 $4 \times 6 = 24$
4 $145 - 1 = 144$	14 $500 - 10 = 490$	24 $1404 + 1 = 1405$
5 $1500 + 400 = 1900$	15 $4 \times 9 = 36$	25 $100 - 7 = 93$
6 $1000 + 6 = 1006$	16 $25 + 400 = 425$	26 Double de 15 : ...
7 $1301 + 200 = 1501$	17 Double de 50 : 100	27 $1868 + 2 = ...$
8 Double de 100 : ...	18 $163 + 9 = 172$	28 $5 \times 8 = ...$
9 $300 - 1 = 299$	19 $1000 + 780 = 1780$	29 $65 + 19 = ...$
10 $4 \times 8 = 32$	20 $2000 + 20 + 4 = 2024$	30 $1499 + 19 = ...$

**SCORE :** 23 **CE2**

# CHRONOMATH 1

3 min

1 $300 + 400 = 700$	11 $1000+1=...$	21 Double de 12 :
2 $4 \times 4 = 16$	12 $1000+200+1=...$	22 $1380+20=...$
3 Double de 20 : 40	13 $480+20=...$	23 $4 \times 6=...$
4 $145 - 1 = 144$	14 $500-10=...$	24 $1404+1=...$
5 $1500+400=1900$	15 $4 \times 9=...$	25 $100-7=...$
6 $1000+6=1006$	16 $25+400=...$	26 Double de 15 : ...
7 $1301+200=1501$	17 Double de 50 : ...	27 $1868+2=...$
8 Double de 100 : 200	18 $163+9=...$	28 $5 \times 8=...$
9 $300-1=299$	19 $1000+780=...$	29 $65+19=...$
10 $4 \times 8 = ?$	20 $2000+20+4=...$	30 $1499+19=...$

**SCORE :** 1 **CE2**

# CHRONOMATH 1

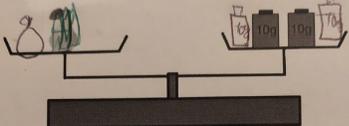
3 min

1 $300 + 400 = 700$	11 $1000+1=1001$	21 Double de 12 :
2 $4 \times 4 = 16$	12 $1000+200+1=1201$	22 $1380+20=...$
3 Double de 20 : 40	13 $480+20=500$	23 $4 \times 6=...$
4 $145 - 1 = 144$	14 $500-10=490$	24 $1404+1=...$
5 $1500+400=1900$	15 $4 \times 9=25$	25 $100-7=...$
6 $1000+6=1006$	16 $25+400=425$	26 Double de 15 : ...
7 $1301+200=1501$	17 Double de 50 : 700	27 $1868+2=...$
8 Double de 100 : 200	18 $163+9=172$	28 $5 \times 8=...$
9 $300-1=299$	19 $1000+780=1780$	29 $65+19=...$
10 $4 \times 8 = 20$	20 $2000+20+4=2024$	30 $1499+19=...$

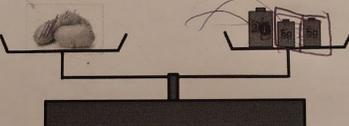
**SCORE :** 20 **CE2**

# Fiche Balance :

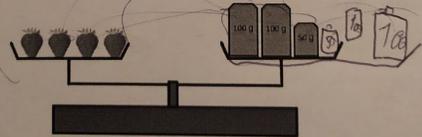
**Les balances**  
En t'aidant des balances, réponds aux questions:



Combien pèseront deux poires ? 30 g

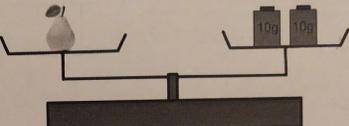


Les trois pommes de terre sont identiques. Combien pèse une seule pomme de terre ? 10 g

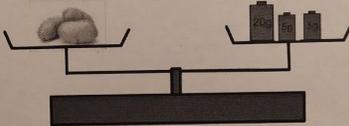


Si j'achète deux fois plus de fraises, combien va peser mon paquet de fraises ? 500 g

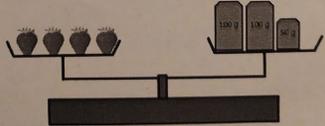
**Les balances**  
En t'aidant des balances, réponds aux questions:



Combien pèseront deux poires ? 40 g



Les trois pommes de terre sont identiques. Combien pèse une seule pomme de terre ? 10 g



Si j'achète deux fois plus de fraises, combien va peser mon paquet de fraises ? 500 g

$$\begin{array}{r} 250 \\ + 250 \\ \hline 500 \end{array}$$

## Annexe 9 - Module 12

MODULE  
**12**  
7 SÉANCES

**Objectifs majeurs du module**

- Les encadrements
- Les calculs en ligne
- Les figures géométriques

**Matériel**

- Rallye Maths manche 2
- Chronomath 5
- Fiche Mesures
- Fiche Droites graduées
- Fiche Encadrements
- Fiche Calendrier
- Fiche Losanges
- Fiche **DEVOIRS** Chèques à compléter
- Mini-fichier Repro
- Mini-fichier Tout-en-rond
- Leçons 9 et 10
- Jeux dépasse pas 100, bingodé

**Devoirs**

- Pour la séance 2 : apprendre les tables (enveloppe 3).
- Pour la séance 3 : savoir écrire les mots nombres.
- Pour la séance 5 : apprendre la carte mentale de 100.
- Pour la séance 6 : apprendre la carte mentale de 90.
- Pour la séance 7 : compléter un chèque (à personnaliser avec un nombre pour chaque élève).

⚠ Les chèques à compléter sont utilisés sur plusieurs modules, vous les trouverez dans les Ressources à la fin de ce fichier au module 12.

[ 85 ]

MODULE  
**12**

### CE QU'IL FAUT SAVOIR

#### La reproduction numérique sur quadrillage

Une application vous est proposée pour travailler numériquement. Cela peut permettre d'aider les élèves qui auraient d'importantes difficultés motrices. En effet, si l'aspect « tracé » est un blocage trop important, ils risquent de ne pas travailler les aspects géométriques en dehors du tracé à la règle.



Le numérique peut également être une aide pour les élèves -dys (sur tablette).

#### La lecture des nombres

Cette activité permet de travailler la différence entre « chiffre de » et « nombre de » et, *in fine*, la **compréhension du système décimal**.

Votre travail sera primordial lors de la mise en commun, car on peut s'attendre à ce que les élèves passent majoritairement par le comptage pour comparer ou par l'écriture en chiffres du nombre représenté par la collection. Dans la synthèse, vous reviendrez donc sur l'argumentation par les regroupements :

*10, c'est une dizaine, mais aussi 10 unités  
100, c'est une centaine, mais aussi 10 dizaines*

Vous pouvez aussi noter ces phrases sur une affiche mise au mur de la classe pour lui conférer toute l'importance qu'elle mérite.

#### La mémorisation des tables

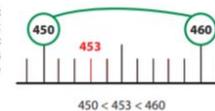
La mémorisation des tables est une vraie difficulté. L'apprentissage par cœur des tables « dans l'ordre » n'est guère efficace, bien que « réclamé » par les parents, d'où sa présence tout de même dans la méthode. Pour favoriser la mémorisation des tables, il faut d'abord être certain que l'élève ait fait sens, car on mémorise mieux ce qu'on a compris. L'élève doit avoir compris ce que « multiplier », et « fois » signifient. Il doit avoir une image mentale (quadrillage, rangées d'objets...). Il faut ensuite les aider en jouant sur plusieurs facteurs :

- donner des moyens mnémotechniques ;
- jouer sur la commutativité ;
- savoir retrouver un résultat à partir d'un autre :  
 $4 \times 6$ , c'est  $2 \times (2 \times 6)$  ou encore  $3 \times 6 + 6$  ;
- varier les modes d'interrogation :  $4 \times 6 = ?$  ;  
 $4 \times 7 = 24$  ;  $7 \times 7 = 24$  ; en 24 combien de fois 6 ?



#### Encadrer un nombre

Encadrer un nombre, c'est le situer entre deux autres nombres. On travaillera généralement l'encadrement par deux nombres précis : encadrer par deux dizaines, deux centaines consécutives... On utilisera la droite graduée pour visualiser.



[ 86 ]

## Annexe 10 - Fiche de préparation de la séance 2 du module 12 proposée par le guide de la méthode heuristique de mathématiques

### MODULE 12 SÉANCES 1 et 2

#### Activités ritualisées

- Demander entre quels nombres qui se terminent par un 0 on peut encadrer :

S1 : 1 387 ; S2 : 2 018.

- Donner un nombre à l'oral et écrire la dizaine qui vient après. Faire l'exemple avec 16 puis montrer sur la bande numérique que : *c'est 20 « la famille d'après »*. À l'ardoise ils écrivent :  $16 \rightarrow 20$

S1 : 2 851 ; 7 415 ; 4 161. S2 : 5 111 ; 2 105 ; 3 090.

#### Calcul mental

- Les élèves s'interrogent par deux sur la connaissance des tables de multiplication de 2 à 5. Ils s'interrogent 10 fois chacun leur tour et notent leur score de réussite sur 10.

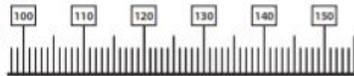
#### Apprentissage

S1

- Fiche Mesures
- Mini-fichier Tout-en-rond

S2 : les encadrements

- Présenter la Droite graduée agrandie au tableau. Leur demander de la compléter pour obtenir :



Demander de placer les nombres suivants sur la droite :

135 ; 155 ; 125 ; 107 ; 116 ; 98 ; 123 ; 137

Correction collective pour que chacun ait la bonne réponse.

Donner aux élèves comme consigne : « Entourez en bleu tous les nombres entre 110 et 140. »

Correction collective.

Demander ensuite de choisir un autre nombre compris entre 110 et 140, puis corriger.

Écrire au tableau, par exemple :  $110 < 129 < 140$

Leur expliquer qu'on vient de faire un encadrement : « encadrer un nombre, c'est placer ce nombre entre deux autres, l'un plus petit que lui, l'autre plus grand » (le montrer sur l'écriture mathématique).

Expliquer qu'on peut encadrer un nombre par le nombre juste avant et le nombre juste après :  $127 < 128 < 129$ .

- Fiche Encadrements

Faire avec eux l'exercice 1, puis ils continuent seuls.

Annexe 11 - Fiche Encadrement de la séance 2 du module 12

**Exercice 1 :**

- \* Ecris un nombre encadré par 120 et 130 : .....
- \* Propose un encadrement pour le nombre 428 : ... < 428 < ...

**Exercice 2 :**

- \* Ecris un nombre encadré par 150 et 160 : .....
- \* Ecris un nombre encadré par 240 et 260 : .....
- \* Ecris un nombre encadré par 440 et 480 : .....
- \* Ecris un nombre encadré par 200 et 300 : .....

**Exercice 3 :**

- \* Propose un encadrement pour le nombre 613 : ... < 613 < ...
- \* Propose un encadrement pour le nombre 578 : ... < 578 < ...
- \* Propose un encadrement pour le nombre 286 : ... < 286 < ...

## Annexe 12 - Fiche de préparation de la séance 2 module 12

### Module 12

<u>Discipline :</u>	<u>Méthode :</u>	<u>Niveau :</u>	<u>Nombre de séance :</u>
Mathématiques	MHM	Cycle 2 / CE2	7 séances

#### Objectifs majeurs du module :

- Les encadrements
- Les calculs en ligne
- Les figures géométriques

### Séance 2

**Attendu de fin de cycle 2 : Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer, ordonner, repérer, comparer.**

#### Objectif majeur :

Découvrir et comprendre la notion d'encadrement d'un nombre afin d'être capable d'encadrer un nombre entier en utilisant le symbole "<".

#### Compétences travaillées :

- **Mémoriser des faits numériques : les tables de multiplication.**
- **Graduer une demi-droite munie d'un point origine à l'aide d'une unité de longueur.**
- **Associer un nombre entier à une position sur une demi-droite graduée.**
- **Encadrer, intercaler des nombres entiers, en utilisant le symbole "<".**
- **Comprendre le sens du symbole "<".**

#### Activités ritualisées

10 minutes

- Faire sortir les ardoises.
- Expliciter l'exercice : "Je vais vous donner un nombre à l'oral et vous devrez écrire sur votre ardoise la dizaine qui vient après. Par exemple, si je vous dit 16, qu'est ce que vous devez écrire ?".  
Réponse attendue : C'est 20 "la famille d'après".
- Faire l'exercice avec les nombres suivants → 5 111 ; 2 105 ; 3 090.

#### Calcul mental

10/15 minutes

- "Nous allons refaire comme un Tic Tac Toe, un morpion comme en conjugaison mais cette fois -ci avec les tables de multiplications. L'objectif est de s'entraîner aux tables

de multiplications afin de les connaître par coeur.

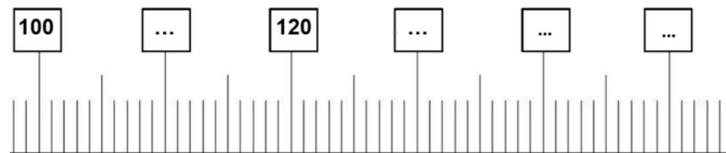
Comme en conjugaison vous allez être par 3 : 2 joueurs et un arbitre qui vérifie les réponses.”

- Montrer un exemple sur TBI. “Voici comment se présente une grille. Vous choisissez un calcul et énoncer la réponse à l’oral. Si l’arbitre valide la réponse vous devez positionner sur le calcul votre symbole (rond ou croix). Celui qui gagne la partie est celui qui réussit à avoir 3 signes alignés (horizontal, vertical et diagonal). Au bout de 3 minutes on change les rôles.”
- Faire les groupes
- “Est-ce qu’il y a des questions? “

### Apprentissage

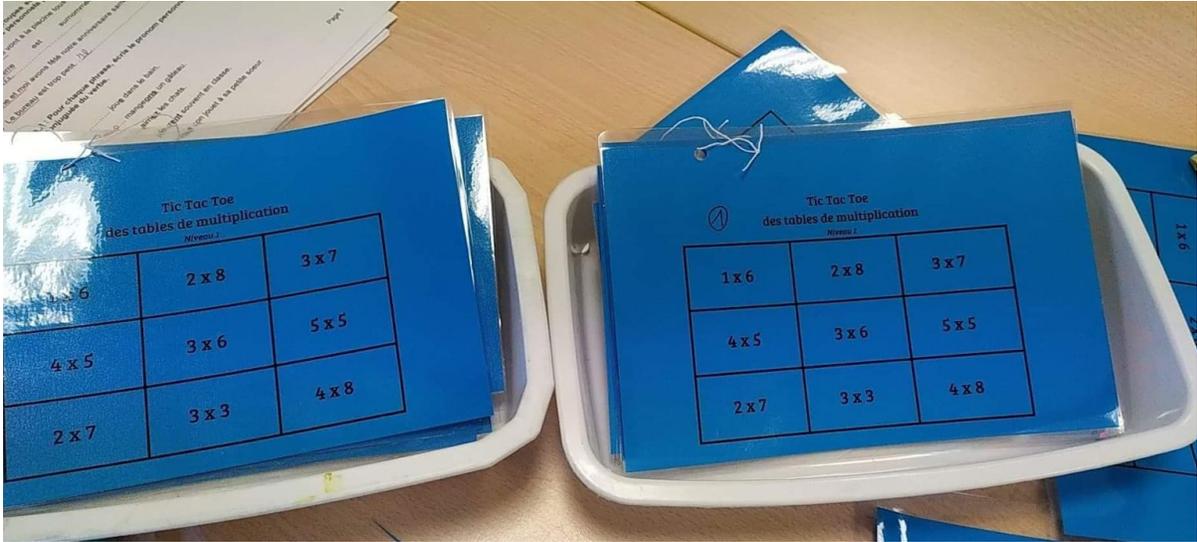
30 minutes

- Distribuer la droite graduée aux élèves et la projeter au TBI.



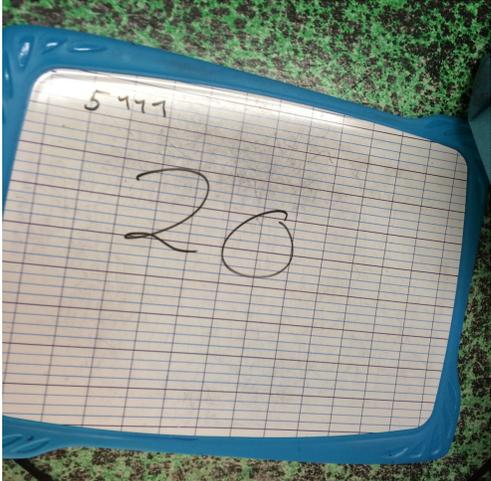
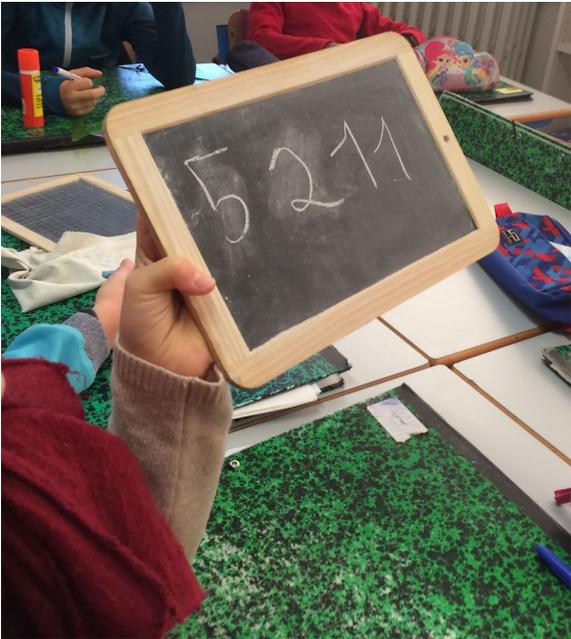
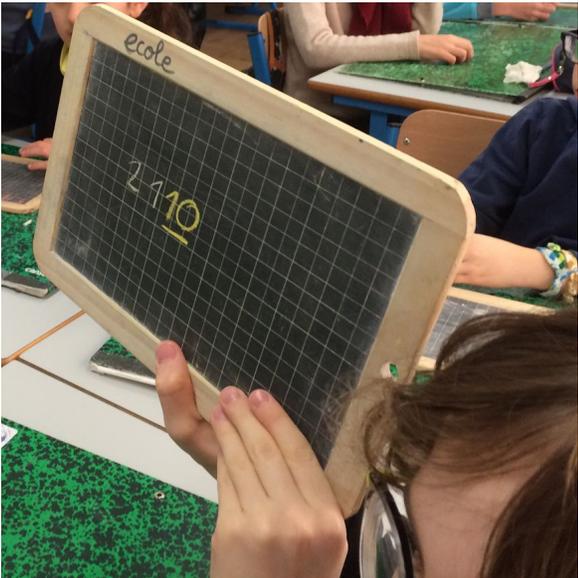
- Demander aux élève de la compléter.
- Faire une correction collective.
- Demander aux élèves de placer les nombres suivants : 135 ; 155 ; 125 ; 107 ; 116 ; 98 ; 123 ; 137.
- Réaliser une correction collective.
- Demander aux élèves d’entourer en bleu tous les nombres entre 110 et 140.
- Réaliser une correction collective.
- Ecrire au tableau :  $110 < 129 < 140$ .
- Demander aux élèves de rappeler ce que veut dire “<” puis leur demander s’ils savent comment ça s’appelle ce qu’il y a au tableau.
- Expliquer qu’ici on a fait un **“encadrement”** : « **encadrer un nombre, c’est placer ce nombre entre deux autres, l’un plus petit que lui, l’autre plus grand. Ici on a encadré à la dizaine inférieure et à la dizaine supérieure mais on peut encadrer un nombre par le nombre juste avant et le nombre juste après :  $127 < 128 < 129$ , c’est à dire encadrer à l’unité inférieure et supérieure”**.
- Faire un exemple au tableau “... < 135 < .... “. Demander aux élèves ce qu’on doit marquer si on veut encadrer le nombre à la dizaine supérieure et inférieure puis à l’unité inférieure et supérieure.
- Distribuer la fiche encadrement.
- Faire avec eux l’exercice 1, puis ils continuent seuls.
- Organiser une correction collective au tableau en faisant venir les élèves.

Annexes 13 - Jeu Tic Tac Toe des multiplications

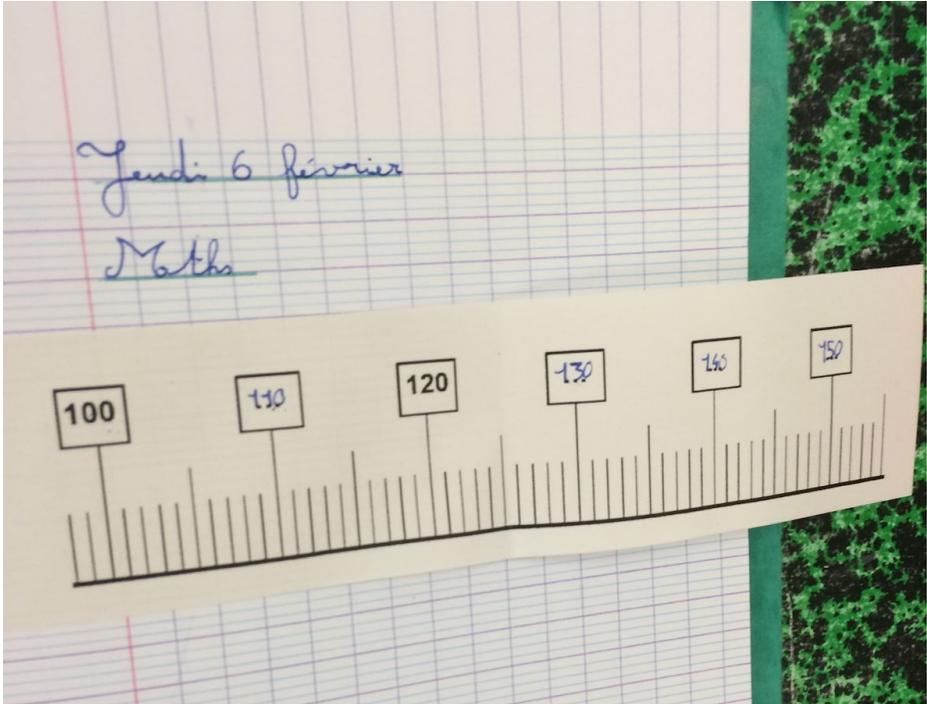
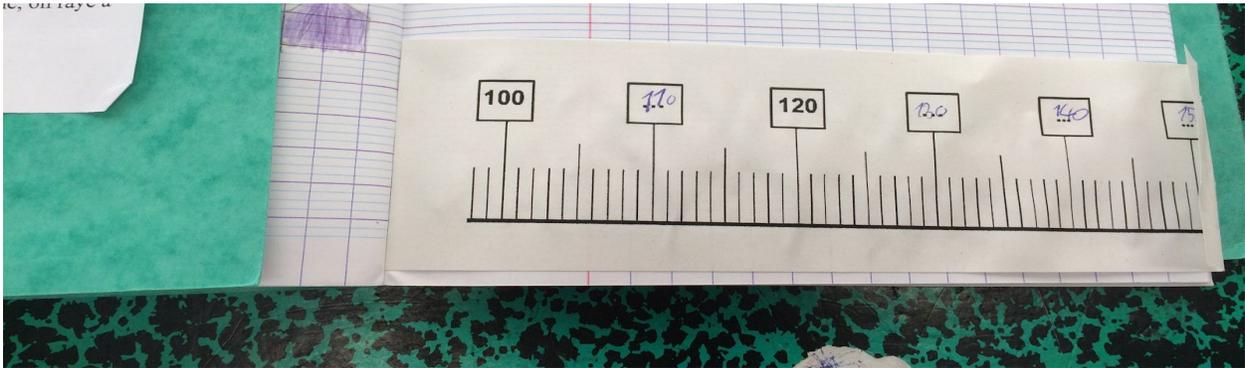


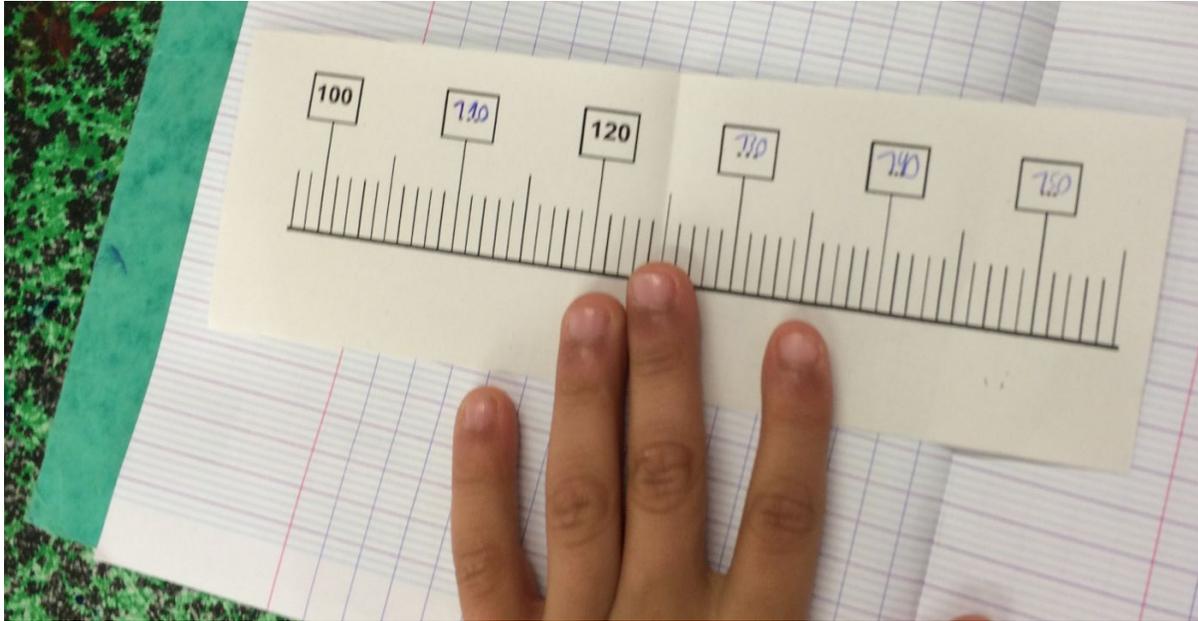
Annexe 14 - Productions d'élèves de la séance 2 du module 12

Activité ritualisée :



Droite graduée :





## Fiche encadrement :

**Exercice 1 :**

- \* Ecris un nombre encadré par 120 et 130 : ~~129~~ ~~139~~ 125
- \* Propose un encadrement pour le nombre 428 :  $410 < 428 < 430$

**Exercice 2 :**

- \* Ecris un nombre encadré par 150 et 160 : 155
- \* Ecris un nombre encadré par 240 et 260 : 255
- \* Ecris un nombre encadré par 440 et 480 : 475
- \* Ecris un nombre encadré par 200 et 300 : 250

**Exercice 3 :**

- \* Propose un encadrement pour le nombre 613 :  $610 < 613 < 620$
- \* Propose un encadrement pour le nombre 578 :  $570 < 578 < \dots$
- \* Propose un encadrement pour le nombre 286 :  $\dots < 286 < \dots$

**Exercice 1 :**

- \* Ecris un nombre encadré par 120 et 130 : 140
- \* Propose un encadrement pour le nombre 428 :  $420 < 428 < 430$

**Exercice 2 :**

- \* Ecris un nombre encadré par 150 et 160 : 155
- \* Ecris un nombre encadré par 240 et 260 : 250
- \* Ecris un nombre encadré par 440 et 480 :  $460$
- \* Ecris un nombre encadré par 200 et 300 : 299

**Exercice 3 :**

- \* Propose un encadrement pour le nombre 613 :  $610 < 613 < 617$
- \* Propose un encadrement pour le nombre 578 :  $558 < 578 < 582$
- \* Propose un encadrement pour le nombre 286 :  $284 < 286 < 289$

**Exercice 1 :**

- \* Ecris un nombre encadré par 120 et 130 :  $125$ .
- \* Propose un encadrement pour le nombre 428 :  $410 < 428 < 450$ .

**Exercice 2 :**

- \* Ecris un nombre encadré par 150 et 160 :  $153$ .
- \* Ecris un nombre encadré par 240 et 260 :  $250$ .
- \* Ecris un nombre encadré par 440 et 480 :  $445$   
 $445$
- \* Ecris un nombre encadré par 200 et 300 :  $260$ .

**Exercice 3 :**

- \* Propose un encadrement pour le nombre 613 :  $600 < 613 < 627$ .
- \* Propose un encadrement pour le nombre 578 :  $520 < 578 < 580$   
 $520$
- \* Propose un encadrement pour le nombre 286 :  $270 < 286 < 300$ .

**Exercice 1 :**

- \* Ecris un nombre encadré par 120 et 130 :  $125$ .
- \* Propose un encadrement pour le nombre 428 :  $420 < 428 < 430$ .

**Exercice 2 :**

- \* Ecris un nombre encadré par 150 et 160 :  $155$ .
- \* Ecris un nombre encadré par 240 et 260 :  $250$ .
- \* Ecris un nombre encadré par 440 et 480 :  $460$ .
- \* Ecris un nombre encadré par 200 et 300 :  $250$ .

**Exercice 3 :**

- \* Propose un encadrement pour le nombre 613 :  $610 < 613 < 620$ .
- \* Propose un encadrement pour le nombre 578 :  $560 < 578 < 580$ .
- \* Propose un encadrement pour le nombre 286 :  $276 < 286 < 296$ .

# Les conditions d'apprentissage des aspects de la numération en classe de CE2

Yuna LE KERNEAU

**5 mots clés :** numération, aspects, positionnel, décimal, apprentissage

## **Résumé :**

Ce mémoire propose une réflexion autour de l'enseignement des aspects de la numération dans une classe de CE2 et, plus précisément, sur les conditions de cet apprentissage. La problématique posée est la suivante : Sous quelles conditions les élèves de CE2 peuvent-ils acquérir des savoirs solides sur les deux aspects de la numération ? Ce mémoire propose, tout d'abord, un cadre théorique en rappelant les principes de la numération, en impulsant une réflexion autour des programmes, des évaluations nationales de CP et CE1, des manuels scolaires, de la méthode heuristique de mathématiques et des difficultés que pourraient rencontrer les élèves. Dans ce cadre théorique, une analyse est ensuite proposée sur les recommandations et écueils à éviter pour les enseignants. Puis, l'importance de la numération dans les autres enseignements est mise en avant. Pour finir, une analyse de deux séances mises en place en classe est proposée en s'interrogeant sur les aspects de la numération dans chaque activité et sur les conditions à mettre en oeuvre pour que les élèves puissent acquérir des savoirs solides sur ces aspects.

## **Abstract :**

This dissertation proposes a reflection on the teaching of aspects of numeracy in a CE2 class and, more specifically, on the conditions of this learning. The problematic posed is the following: Under what conditions can third-grade students acquire solid knowledge about the two aspects of numeracy? This dissertation proposes, first of all, a theoretical framework by recalling the principles of numeracy, by stimulating reflection on the curricula, the national assessments of CP and CE1, school textbooks, the heuristic method of mathematics and the difficulties that pupils might encounter. Within this theoretical framework, an analysis is then proposed of the recommendations and pitfalls to be avoided by teachers. Then, the importance of numeracy in other subjects is highlighted. Finally, an analysis of two sessions set up in class is proposed by asking about the aspects of numeracy in each activity and the conditions to be implemented so that students can acquire solid knowledge on these aspects.

