



HAL
open science

Applications des résultats et des progrès en neurosciences à l'étude de la didactique des mathématiques

Stéphane Letexier

► **To cite this version:**

Stéphane Letexier. Applications des résultats et des progrès en neurosciences à l'étude de la didactique des mathématiques. Education. 2020. dumas-02891031

HAL Id: dumas-02891031

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02891031v1>

Submitted on 6 Jul 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



UNIVERSITÉ DE NANTES



Master MEEF

« Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation »

Mention second degré

Mémoire

Parcours : Mathématiques

Applications des résultats et des progrès en neurosciences à l'étude de la didactique des mathématiques.

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de master

soutenu par

Stéphane LETEXIER

le 12 06 2020

en présence de la commission de soutenance composée de :

Christine CHOQUET, directrice de mémoire

Sylvie GRAU, membre de la commission

Sommaire

Préambule	6
1 Initialisation du projet	7
1.1 Origine du projet	7
1.2 Premières recherches	8
1.3 Recentrage du sujet et de la problématique	12
2 Cadres théoriques	14
2.1 Introduction	14
2.2 Le cadre théorique en didactique des mathématiques	15
2.3 Le cadre théorique de la compétence « raisonner »	16
3 Recueil de données	19
3.1 Expérimentation préalablement envisagée	19
3.1.1 Choix de l'expérimentation	19
3.1.2 Mise en œuvre	24
3.1.3 Deux groupes tests	25
3.1.4 Choix de l'extrait musical	27
3.1.5 Plan de séance	27
3.2 COVID19 - Cas de force majeure	29
3.3 Projet initial d'analyse de données	30
3.4 Activité et expérimentation de substitution	35
3.4.1 Présentation de l'activité	35
3.4.2 Légitimité de cette expérimentation	37
3.4.3 Analyse des données	37
Conclusion	45
Bibliographie	48
Sitographie	48
Annexes	49

Remerciements

J'ai découvert les éléments qui composent l'année de stage en y étant confronté. Je me doutais que cette année serait en grande partie constituée d'une mise en situation riche d'enseignements, mais je n'imaginai pas l'ampleur des notions que j'allais aussi découvrir dans l'autre composante qui est la formation à l'INSPE. Dans ces deux univers complémentaires, j'ai ainsi bénéficié d'un grand nombre de coups de pouce, de pistes d'amélioration ou encore de remises en question qui auront bouleversé mon approche.

En effet, tout cet agrégat de cultures, de méthodes et d'aventures humaines auront façonné mon évolution jusqu'à ce jalon que représente la rédaction d'un mémoire, mais le sera aussi bien au-delà.

En conséquence, je tiens à exprimer toute ma gratitude à l'ensemble des personnes que j'ai côtoyées dans mon établissement de stage (Collège de Goulaine) et à l'INSPE.

Par ailleurs, je tiens à remercier tout particulièrement mon tuteur de stage M. KARBAL (Agrégé de Mathématiques), qui m'aura guidé tout au long de l'année, me permettant ainsi d'acquérir une autonomie dans la gestion de classe et de meilleures méthodes au quotidien.

Je remercie, M. HOUDET (Professeur de Sciences-Physiques) qui m'a grandement conforté dans mon idée de recherche autour des neurosciences car il est lui-même très impliqué dans la mise en pratique des dernières avancées de ce domaine au sein du collège.

Mes remerciements vont aussi à la direction de l'établissement, tout particulièrement à Madame CHIRON (Principale) et à Madame DELANOUE (Principale adjointe), qui ont toujours accepté mes demandes pour la mise en œuvre de contextes particuliers, dans le respect de la réglementation à des fins de recherche (enregistrements vidéo, audio, partages de créneaux, ...).

Toujours dans le cadre de mon stage pratique, je remercie M. BROSSARD (professeur de Français) qui aura accepté de moduler les créneaux que nous avons en commun (AP) pour la mise en œuvre de l'expérimentation initialement envisagée et pour avoir accepté d'y participer.

D'autre part, et dans le contexte de la formation à l'INSPE, je tiens tout d'abord à remercier les formateurs dans leur ensemble. La richesse des éléments abordés tout au long de l'année est venue nourrir ma réflexion et m'a finalement permis de parfaire ma démarche de recherche.

De plus, j'adresse mes remerciements à Christine CHOQUET (Enseignant chercheur et responsable de formation à l'INSPE de Nantes), pour ses conseils avisés qui m'ont guidé durant l'ensemble de mon projet.

Je n'oublie pas non plus mes camarades de promotion, qui, par leur solidarité et leur sens du collectif, m'ont apporté des informations complémentaires. Je les en remercie vivement.

Préambule

La crise sanitaire qui nous a touchés depuis quelques mois aura eu un impact très important sur ma démarche et ne m'aura finalement pas permis la mise en pratique de l'expérimentation initialement envisagée.

J'ai donc rédigé dans une première partie mon projet d'origine et, après un paragraphe revenant sur le cas force majeure auquel on aura fait face, une deuxième partie sur la base d'une expérimentation de substitution (toujours en lien avec mon sujet d'étude).

1 Initialisation du projet

1.1 *Origine du projet*

L'origine de l'idée est liée entre autres, à une situation que j'ai vécue en tant qu'apprenant au centre des langues de Toronto, lorsque j'effectuais une formation de renforcement de la langue anglaise afin d'améliorer mon niveau au test du TOEIC (École d'Ingénieur du CESI 2008/2009 – Formation continue).

En effet, lors d'une séance et sans savoir que nous allions faire l'objet d'une expérience quelconque, non avons écouté durant 5 minutes un extrait d'un concert classique, juste avant d'effectuer un test d'anglais (type QCM). Les résultats furent comparés à un autre groupe qui effectuait en parallèle le même exercice sans avoir écouté préalablement l'extrait musical.

Les résultats furent probants : notre groupe avait un niveau de résultats bien supérieur à l'autre groupe (alors que nos deux groupes étaient homogènes).

À la suite de ce test, cela a toujours éveillé en moi un intérêt particulier aux mécanismes que cachait cette expérience. Quels fonctionnements du cerveau cela avait pu « doper » pour permettre à notre groupe d'améliorer ainsi nos résultats ?

Par ailleurs, j'avais aussi entendu parler d'une expérience où les performances physiques d'un groupe de personnes âgées avaient été améliorées car des personnes en blouse blanche leur avaient dit après un pseudo-test physique qu'ils surpassaient tous la moyenne générale. Cette expérience prouvait que l'estime de soi (donc un mécanisme cognitif) impacterait directement les performances de chacun. Après recherche, je n'ai pas retrouvé trace de cette expérience. Dans mes différentes recherches, j'ai néanmoins découvert un mémoire concernant toujours le public des personnes âgées et qui tend à faire la même démonstration : « Effet de la stimulation cognitive sur l'estime de soi des personnes âgées », (Pondemer, 2017).

L'aspect intéressant, c'est qu'en conclusion des expériences menées, qui ont consisté à des stimulations cognitives, l'estime de soi des personnes concernées et leur conscientisation de leurs capacités ont été augmentées.

« Ce mémoire de recherche a permis de mettre en avant l'impact immédiat que peut avoir la stimulation cognitive sur l'estime de soi du sujet âgé. ... Cet atelier a permis aux participants de tisser des liens autour d'un même but et de prendre conscience de leurs capacités réelles, ... ».

Enfin, étant moi-même confronté depuis mon enfance à la dyslexie, je suis sensible à l'idée que tous les cerveaux sont différents et qu'il doit être possible pour un enseignant de mieux interagir avec ses élèves, s'il est doté d'une meilleure connaissance du fonctionnement des cerveaux auxquels il fait face.

1.2 Premières recherches

Afin de m'assurer du bien fondé de mon projet et de l'intérêt de celui-ci dans le cadre de la formation, j'ai recherché s'il existait déjà un article qui faisait un lien entre le thème des neurosciences, les mathématiques et l'éducation.

Un de ceux que j'ai ainsi découvert lors de ces recherches a retenu toute mon attention :

« Réflexions sur les liens entre Neurosciences, Mathématiques et Éducation » rédigé par Gustavo Barallobres dans la revue des sciences de l'éducation de McGill (Barallobres, 2019).

Cet article m'a permis de considérer mon projet comme étant légitime et valable du point de vue de la démarche de recherche.

En effet, l'article défend l'intérêt d'investiguer les pistes qui s'ouvrent à nous grâce aux neurosciences afin d'améliorer les approches en didactique des Mathématiques.

L'auteur pose aussi tout de suite une limite à la démarche pour ne pas tomber dans un schéma de l'exercice trop simpliste: *« À l'intérieur même d'un domaine scientifique, la spécificité de l'algèbre, par rapport à celle de la géométrie, pose des problèmes d'enseignement complètement différents qui ne peuvent se réduire à l'activation ou pas des aires cérébrales liées aux mathématiques. »*

Il explique l'intérêt de l'approche par des thèmes beaucoup plus connus des didacticiens qu'il met en lien direct avec les neurosciences : « *Les relations entre neurosciences et mathématiques touchent des questions ontologiques et épistémologiques inscrites dans l'histoire de la philosophie des mathématiques.* »

Cet aspect est pour moi très intéressant : il suggère que la manière dont les objets mathématiques ont été imaginés au cours de l'histoire serait inhérente à l'évolution même du cerveau humain et à sa construction intrinsèque.

La pensée émergerait-elle de « dame nature » ? Cette question est peut-être un peu trop large et éloignée de mon questionnement initial. Néanmoins, nous verrons que dans d'autres lectures, il y a tout de même un poids important donné à l'aspect physique et physiologique de l'humain.

Par ailleurs Gustavo Barallobres (2019), mentionne cet aspect en proposant des extraits de Changeux et Connes :

« *La tâche du neurobiologiste consiste donc, pour réaliser une épistémologie matérialiste forte, à décrire en particulier comment le cerveau de l'homme engendre les objets parmi lesquels se rangent entre autres les objets mathématiques. (Changeux et Connes, 2008, p. 48)*

En particulier, les neurosciences essaient de comprendre le mécanisme de production et de traitement des objets mathématiques... Certains psychologues fonctionnalistes (Fodor, Johnson-Laird) tiennent cette approche pour inutile : ils affirment qu'il suffit de décrire les processus de la pensée sous forme d'algorithmes, distinguant ainsi les fonctions du cerveau de son organisation neuronale. (Changeux et Connes, 2008, p. 55) »

Ce point de vue est alors critiqué par l'auteur dans les lignes qui suivent car, encore une fois, le schéma semble trop simple et compare le cerveau à un ordinateur qui utilise des logiciels « embarqués ». Il amène la réflexion vers la dualité entre les mots « entraîne » et en « résulte » en laissant bien apparaître la contradiction de la théorie précédemment citée : « *mais l'enjeu est ailleurs : affirmer que la production des mathématiques « entraîne » une activité de circuits neuronaux spécialisés est une chose, conclure qu'elle en « résulte » en est une autre.* »

A partir de cette idée, l'auteur développe une réflexion autour de l'amélioration des méthodes d'enseignement des mathématiques grâce à nos connaissances plus pointues de nos jours sur le fonctionnement du cerveau :

« Loin de s'en tenir là, Dehaene (1997/2010) n'hésite pas à quitter son domaine spécifique pour s'aventurer sur le terrain de l'enseignement :

Nous ne pouvons guère espérer améliorer l'architecture de notre cerveau. Mais nous pouvons modifier nos méthodes d'enseignement et même nos pratiques mathématiques, afin de mieux les adapter aux contraintes de notre biologie. (p. 150) »

Gustavo Barallobres (2019) fait apparaître alors le conflit, entre « l'applicationisme » et « le constructivisme », qui trouverait sa source dans l'opposition de l'idée que le cerveau met en œuvre des algorithmes appris et celle qu'une réflexion sur les notions permet leur intégration. Il illustre cette contradiction avec les propos de Dehaene (1997/2010) qui met en avant l'exemple de la calculette qui peut être un élément d'apprentissage par l'observation et les recherches en didactique des mathématiques de plusieurs didacticiens qui *« (Bednarz et Dufour-Janvier, 1984; Briand et Chevalier, 1995; Brousseau, 1981; etc.) montrent bien que la prise de conscience du fait qu'une soustraction donne toujours un résultat inférieur au nombre de départ découle d'une lecture « intentionnée » des données fournies par la calculette, provenant d'une question que le sujet se pose (ou qui lui est posée dans le contexte de l'enseignement). »*

Je comprends que la réflexion prend une tournure importante durant ce passage car cela met en évidence la complexité de la tâche de pouvoir enseigner les mathématiques face à l'hétérogénéité des cerveaux des élèves.

Mais l'auteur ouvre aussi le champ des possibles grâce à cela : *« Plusieurs études concernant l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques (Brun, Conne et Floris, 1994; Conne et Lemoyne, 1999; Duval, 1995, 2001; etc.) montrent la richesse « des lectures » diverses que les élèves font de la « réalité mathématique » à laquelle ils sont confrontés... ».*

Cette recherche ne doit pas nous détacher des contraintes d'analyses des situations « didactiques » (ou « adidactiques ») que nous pourrions mettre en œuvre et pour cela

Gustavo Barallobres (2019) fait mention de l'idée de Dehaene qui « rappelle la nécessité d'une analyse approfondie de ses conditions de possibilités. Au lieu de quoi, le risque d'un applicationisme simplificateur est élevé. »

Cela a conforté d'autant plus ma démarche qui consiste à rechercher tous les moyens, formats, supports, vecteurs d'activation de l'ensemble des fonctions cognitives aidant à l'apprentissage des mathématiques, ce que l'auteur induit par ailleurs et par la question : « Comment les savoirs produits dans le contexte des neurosciences sont-ils utilisés pour fonder la « neuroéducation » qui, selon Masson (2007), s'occupe d'étudier le rôle des connaissances sur le fonctionnement du cerveau en éducation? »

Maintenant que l'approche globale me semble tout à fait acceptable aux vues de ce qui a déjà pu être analysé et critiqué par bon nombre de didacticiens, se pose tout de même la question de mesurer l'impact des procédés envisageables sur les élèves.

D'autant plus que les moyens actuels d'imagerie cérébrale (même dans le cas où l'Éducation Nationale y aurait accès) ne permettent pas une mise en œuvre dans le cadre de la classe : « Comment un élève pourrait-il interagir avec ses condisciples ou avec l'enseignant au moment d'analyser l'activité cérébrale, s'il est à l'intérieur d'un appareil d'IRMf ? »(Barallobres, 2019). Comme Gustavo Barallobres (2019) le rajoutera ensuite, il existe tout de même des expériences qui ont pu être menées et qui ont prouvé l'intérêt de la démarche. Cette expérience montre l'importance des notions préalablement apprises qui, si elles sont mises en défaut par une nouvelle notion ne permettent pas l'acquisition de cette dernière : « Il s'agirait d'une sorte de « rejet cérébral » des données en désaccord avec les informations préexistantes qui pourraient expliquer, selon les travaux de Cyr, Brault Foisy et Masson (2009), la difficulté à acquérir certains concepts scientifiques (l'élève ignorerait les nouvelles informations plutôt que de modifier les anciennes). »

Gustavo Barallobres (2019) va tout de même soulever un risque attendant à cette approche :

« Mais qu'est-ce qui permet d'affirmer qu'une pareille différence est à l'origine de la difficulté plutôt que, par exemple, le résultat de la difficulté observée ou même une de ses manifestations collatérales ? Aucun fondement théorique n'étant avancé pour

étayer ce postulat, il s'agit d'une prise de position idéologique très risquée, ouvrant implicitement une porte à la médicalisation de l'éducation (Monnin, 2010). »

En effet, ne pourrait-on pas envisager de traiter l'élève tel que le ferait un médecin avec son patient, en lui prescrivant le médicament qui conviendrait à ses « maux » ?

L'auteur conclura par la suite, qu'au-delà de ce risque, il faut rester vigilant sur l'aspect réducteur qui consisterait à mettre en avant une unique cause des difficultés de l'élève qui serait sa structure cérébrale. Il rappelle la complexité de l'apprentissage des connaissances et de sa dépendance à bon nombre de paramètres « *la spécificité des savoirs, le rôle de la culture, le contenu sémantique (et non pas seulement syntaxique) de la pensée, la place de l'enseignement, le poids des institutions, etc.* »

Cet article m'a donc renforcé dans mon idée originelle de chercher des pistes dans les neurosciences afin d'améliorer l'enseignement.

En revanche, à la lecture de certains passages, j'ai pris conscience de toute l'étendue qu'ouvre cette démarche.

Il faut donc nécessairement délimiter le plus possible le cadre de recherche et cela commence par un « recentrage du sujet ».

1.3 Recentrage du sujet et de la problématique

L'idée globale de pouvoir agir sur les performances des élèves par le biais d'actions sur leurs capacités cognitives est intéressante mais ne répond pas directement aux exigences du mémoire de M2 MEEF Mathématiques.

Le projet doit nécessairement être positionné dans le cadre des didactiques des Mathématiques, mais cela n'est toujours pas assez précis pour faire l'objet d'une démarche de recherche rentrant dans le cadre du mémoire.

J'ai alors porté ma réflexion sur la question de la compétence mathématique pour laquelle il y a le plus d'intérêt à chercher à évaluer les impacts possibles de stimulations cognitives.

La compétence « raisonner » me semble avoir un aspect multidimensionnel que les autres ne portent pas autant.

De prime à bord, j'ai aussi l'intuition que cette compétence est au cœur des mathématiques en général qu'elle a toujours mené les experts vers la découverte de nouveaux concepts, de nouvelles propriétés, de nouveaux axiomes et qu'elle est donc particulièrement intéressante pour étendre plus largement les capacités de ceux qui la mettent beaucoup à contribution.

Par ailleurs, cela m'interroge sur le lien entre la manière de « stimuler » cette compétence et sa nature même au sens cognitif (les mécanismes et fonctionnements associés dans le cerveau humain).

La problématique qui résume l'ensemble des éléments définis précédemment est donc que pouvons-nous envisager comme applications directes à l'étude de la didactique des mathématiques grâce aux derniers résultats et progrès en neurosciences ?

Une fois le sujet recentré, d'autres questions émergent naturellement :

- Quelle définition donner à la compétence « raisonner » ?
- Quels critères utiliser pour évaluer son utilisation par un(e) élève, un groupe d'élèves ou même un groupe classe ?
- Quel protocole d'expérimentation mettre en place ?
- Quel cadre théorique pour garantir la cohérence du projet de recherche ?

Toutes ces questions montrent l'importance de bien définir préalablement la démarche à mettre en œuvre.

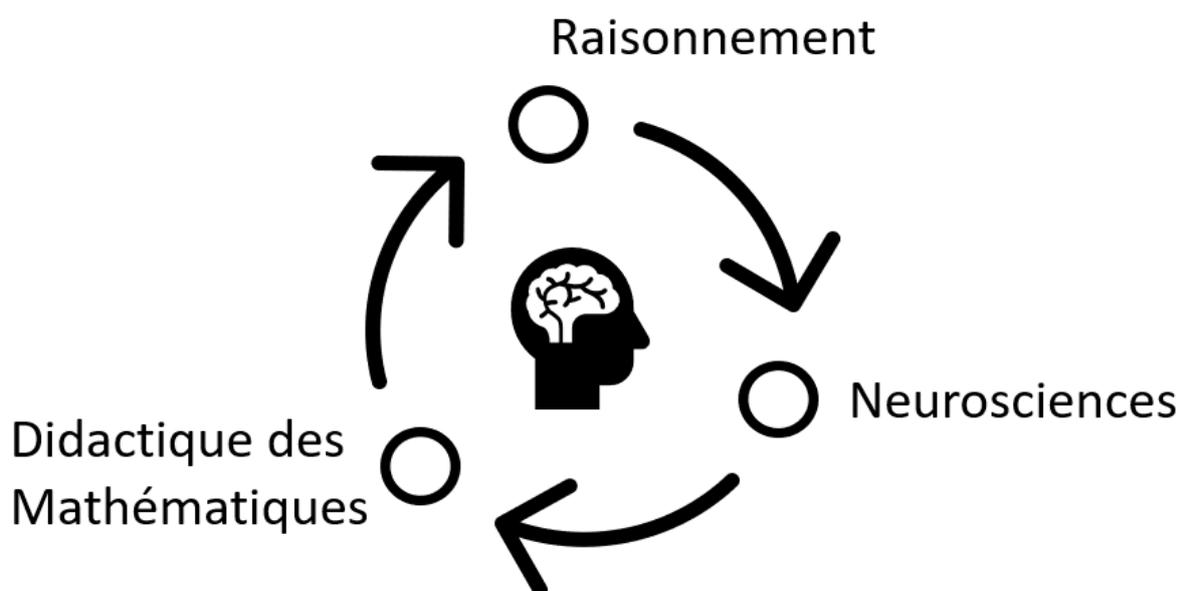
Par ailleurs, cette démarche a pris progressivement une forme « heuristique » car j'ai commencé par faire des recherches d'articles traitant du sujet des neurosciences et de la didactique des mathématiques. Puis, comme dans l'effet du fil qui dépasse d'une pelote de laine, j'ai trouvé sur le net et dans les échanges avec mes collègues (stagiaires, formatrices et ma tutrice de recherche), plusieurs « fils » à tirer qui ont fait émerger des lectures me permettant de mieux maîtriser les termes, les concepts, les cadres théoriques qui serviront la démarche.

L'autre forme prise par ma démarche est de type « spiralé » car mes investigations me font parfois prendre des chemins qui s'éloignent du centre de ma réflexion, me permettant ainsi de m'ouvrir à des thématiques complémentaires, pour ensuite revenir dans le périmètre initialement défini.

2 Cadres théoriques

2.1 Introduction

Schématisation du projet, articulation autour de trois éléments principaux :



Deux de ces éléments nécessitent désormais d'être définis dans un cadre théorique.

Tout d'abord, l'aspect lié à la didactique des mathématiques et plus précisément aux situations « didactiques » (ou « adidactiques ») auxquelles je vais confronter les élèves afin de réaliser l'expérimentation.

Et ensuite la compétence « raisonner » qui devra faire l'objet d'une observation pour pouvoir mesurer l'impact des stimulations des fonctions cognitives.

2.2 Le cadre théorique en didactique des mathématiques

Pour définir ce cadre, j'ai lu et analysé l'article d'Alain KUZNIAK (Kuzniak, 2005) qui relate les éléments importants de la théorie des situations « didactiques » de Brousseau.

« La notions de situations didactiques est un premier élément à comprendre et Alain Kuzniak (2005) « identifie » que « BROUSSEAU met au cœur de son approche de la didactique la notion de situation didactique. Le terme situation désigne l'ensemble des circonstances dans lesquelles une personne se trouve, et des relations qui l'unissent à son milieu. Une situation didactique est une situation où se manifeste directement ou indirectement une volonté d'enseigner. ».

Alain Kuzniak (2005) ajoute que Brousseau oppose la situation « didactique » à une situation « adidactique » qui répondrait, de mon point de vue, plus à l'approche constructiviste de l'enseignement : *« BROUSSEAU introduit la notion de situation adidactique pour l'élève : l'élève s'approprie la situation proposée par le professeur non pas en faisant son travail d'élève mais plutôt celui d'un « mathématicien en herbe ».*

Pour comprendre l'effet de la situation « didactique » sur l'élève, Brousseau a rapproché deux types de modélisation en triangle : la forme classique du triangle didactique et un second qui s'articule autour de l'apprenant. Cette évolution du modèle permet à Brousseau de caractériser la situation « didactique » vécue par l'élève dans un environnement plus global.

Le professeur se retrouve alors intégré à cet environnement, ce qui montre l'importance de l'action de celui-ci. Pour Alain Kuzniak (2005), Brousseau définit par-là que *« le professeur a pour tâche essentielle d'établir les conditions les plus favorables à la mise en action de l'élève. »*

La tâche consiste même pour le professeur de ne pas mettre l'élève en capacité de percevoir la volonté didactique qui anime celui-ci, permettant ainsi à l'élève de prendre à sa charge la manière d'évoluer dans la situation.

Alain Kuzniak (2005) précise ensuite les paramètres principaux que Brousseau a définis pour spécifier les situations « didactiques » :

- Trois horizons (systémique, théorie des jeux, théorique)
- Les types de situations « adidactiques » (d'action, de formulation, de preuve)
- Le contrat didactique (la dévolution, l'institutionnalisation, des effets du contrat)

Ces éléments me permettront d'analyser la pertinence des situations envisagées pour l'expérimentation et aussi de pouvoir vérifier si celles envisagées suffisent à couvrir l'ensemble des cas de figure (ou de devoir justifier les choix).

En conclusion, ce cadre théorique permet de garantir une approche scientifique quant à l'élaboration des situations et aussi à l'analyse des perspectives possibles faisant suite aux expérimentations.

2.3 Le cadre théorique de la compétence « raisonner »

De mon point de vue, la difficulté majeure du projet réside dans l'identification et la mesure de la mise en œuvre de la compétence « raisonner ».

Il faut, dans un premier temps, pouvoir donner une définition de cette compétence.

Le site internet « éducol » propose une définition avec des exemples (Ministère de l'Éducation Nationale, de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche, 2016). Cette définition relate une démarche par étape où le raisonnement consiste par des liaisons logiques à valider ou invalider des conjectures (et ainsi réaliser plus largement des inférences).

Voici les deux types de raisonnement qui y sont définis :

- « *Le raisonnement inductif consiste à généraliser une propriété observée sur des cas particuliers. Il fonctionne selon le schéma suivant : constatant sur des exemples que, lorsque A est vraie, alors B est vraie, on émet la conjecture que (A implique B) est vraie.* »
- « *Le raisonnement abductif consiste à présumer une cause plausible d'un résultat observé. Il fonctionne selon le schéma suivant : pour démontrer que B est vraie, sachant que (A implique B) est vraie, on va démontrer que A est vraie* »

Cette définition ne suffira pas pour répondre à l'enjeu décrit plus haut et le cadre théorique que j'ai retenu est celui qui m'a été suggéré par ma tutrice de recherche : La note de synthèse de Patrick Gibel, *Elaboration et usages d'un modèle multidimensionnel d'analyse des raisonnements en classe de mathématiques*, (Gibel, 2018).

Dans cette note, Patrick Gibel (2018) décrit entre autres une méthode pour analyser objectivement les raisonnements produits par les élèves.

Dans un premier temps, il va spécifier le raisonnement en précisant les différentes formes possibles et il explicitera même le lien avec les situations « didactiques » données aux élèves.

Il insistera, en effet, sur la relation entre les raisonnements produits et les conditions qui ont motivé les élèves à les engendrer.

Par ailleurs, Patrick Gibel (2018) considère qu'avant toute chose le chercheur doit suivre une méthodologie basée sur les conditions nécessaires pour que le raisonnement puisse être attribué à son auteur (ce qui doit permettre sa réelle prise en compte dans la recherche).

- Première condition : Le raisonnement doit pouvoir être explicité par le sujet.
- Deuxième condition : Le raisonnement doit être « utile » à la démarche de résolution
- La troisième condition : Le raisonnement « *est motivé par un avantage qu'il procure au sujet* »
- La quatrième condition : le raisonnement doit répondre à un principe de justification par rapport à ce qui est attendu (par le professeur).

Patrick Gibel (2018) explique l'importance de la dimension de situation « didactique » pour pouvoir identifier et analyser le raisonnement : « *La détermination d'un raisonnement produit par un sujet : notion de situation*

Ainsi, comme nous l'avons explicité (Brousseau & Gibel, 2005), parmi toutes les conditions qui accompagnent la production d'un supposé raisonnement, quelques-unes seulement - le moins possibles - peuvent servir à le déterminer et à le justifier.

Ces conditions ne sont pas quelconques. Elles forment un ensemble cohérent qui est appelé « situation » en Théorie des Situations Didactiques. »

Il ouvrira ensuite le spectre des raisonnements possibles toujours en lien avec la notion de situations. Dans le cadre de situations « didactiques », les raisonnements s'adresseront à l'enseignant alors que dans le cas de situations « adidactiques », ils pourront être des moyens pour des actions différentes.

L'auteur explique aussi que ce qui est de l'ordre du raisonnement peut prendre une forme non verbale et qu'il est donc nécessaire d'avoir une définition à un niveau plus fondamental tel qu'un raisonnement soit articulé autour d'une relation R et deux éléments A et B :

« - A désigne une condition ou un fait observé, contingent ;

- B est une conséquence ou une décision ou un fait prévu ;

- R est une relation, une règle, plus généralement une connaissance empruntée à un répertoire considéré comme connu, accepté. La relation R conduit l'actant, dans la circonstance A, à prendre la décision B ou à prévoir le fait B ou à énoncer que le fait B est vrai. »

Patrick Gibel (2018) soulève la difficulté de pouvoir identifier ce qui va pouvoir être interprété comme le fruit d'un raisonnement et il propose *« de définir ce qui, pour le chercheur, est assimilable à un « raisonnement », pour cela il faut :*

- Identifier des observables (textes, gestes, paroles, dessins, etc.) produits par un élève, par plusieurs élèves en interaction ou par l'enseignant.

- Relier ces observables par une relation « rationnelle » telle que cette relation s'exprime dans le langage du chercheur, ...

- Identifier un actant : professeur, élève ou groupe d'élèves à qui est attribué l'établissement de la relation dans le cadre d'un projet qui lui est prêté.

- S'il s'agit d'une hypothèse, établir qu'elle est valide, en montrant, éventuellement à l'aide d'autres indices, qu'elle est la moins improbable des explications. »

Patrick Gibel (2018) développera les différents modes de raisonnements qui s'appuient sur la logique « générale » et qui « s'accorde à considérer trois "moyens" de construction de raisonnements :

- *Raisonnement par déduction ;*
- *Raisonnement par induction ;*
- *Raisonnement par abduction. »*

Mais comme, il le précise, cette dernière caractérisation est utile dans le cadre d'observations dans l'enseignement supérieur et je n'utiliserai donc pas cette dimension dans mon projet de recherche.

3 Recueil de données

3.1 Expérimentation préalablement envisagée

3.1.1 Choix de l'expérimentation

Depuis cette expérience à laquelle j'avais participé (voir chapitre « Origine du projet ») et qui avait consisté à écouter de la musique classique avant un test d'anglais, alors qu'un autre groupe allait réaliser le test sans cette phase d'écoute, j'ai toujours regardé cela comme une expérimentation qui pourrait être intéressante à réinvestir.

Par ailleurs, lors de mes recherches sur les dernières découvertes sur le cerveau, j'ai pu lire dans le livre « Le cerveau mode d'emploi » (Magrini, 2018) qu' « *En 2015, des chercheurs du MIT (Massachusetts Institut of Technology) ont découvert une région du cortex auditif qui répond spécifiquement à la musique et à aucun autre bruit. Une autre recherche menée par l'université Jyväskylä, en Finlande, a toutefois remarqué, comme d'habitude grâce à la technologie IRMf, que la musique anime le cerveau bien au-delà des lobes temporaux.* ». Il semble évident, à l'heure actuelle, que le son et, en particulier la musique, « allument » des fonctions cognitives qui peuvent améliorer les performances physiques et intellectuelles des personnes qui y sont exposées.

Dans le détail, l'explication se situerait dans l'effet de la musique sur le fonctionnement intrinsèque du cerveau. Lorsqu'une personne vit un phénomène (ou réalise une action), son cerveau est amené à produire des « neurotransmetteurs ». Ces molécules servent à déclencher un fonctionnement du cerveau (comme un engrais qui favorise la floraison d'une plante !).

Dans un article du Web de la revue « Sciences et Avenir », Elena Sender (Sender, 2015), précise même que « *L'écoute de musique classique jouerait sur l'activité de certains gènes, notamment ceux impliqués dans la sécrétion de dopamine, ce neuromédiateur du plaisir et de la récompense.* ».

Par ailleurs, j'ai découvert que la relation entre les dimensions apprentissage et fonctions cognitives activées par la musique est aussi un sujet traité par des formateurs et en l'occurrence par un formateur et musicien (Roman Buchta) qui en relate les contours sur son blog sur internet.

Il fait d'ailleurs référence à une étude (réalisée par le laboratoire Mindlab International) qui démontrerait l'impact de la musique, selon le type de musique (classique, Pop,...), sur les performances dans des compétences bien particulières. « *Voici les conclusions :*

- *La musique classique augmente nos performances dans des tâches qui impliquent des nombres et de la précision. Les sujets de l'expérience qui écoutent de la musique classique améliorent leur taux de résolution de problèmes mathématiques de 12% par rapport au groupe qui n'en écoute pas.*

- *La Pop musique améliore la vitesse de saisie de données informatiques, de correction des fautes d'orthographe ainsi que la capacité à finir un travail avant la date butoir. En effet, le groupe qui écoutait de la Pop music a fini de saisir un ensemble de données 58% plus vite que le groupe sans musique.*

- *La musique d'ambiance, elle, améliore la résolution d'équations.*

- *La dance musique est le style qui donne les meilleurs résultats. Le groupe qui en écoute lit 20% plus rapidement que le groupe qui n'en écoute pas. Bien plus, ce groupe est meilleur en résolution d'équations, de problèmes mathématiques, et en détection de fautes d'orthographe.* »

Il met tout de même en garde sur le fait que l'expérience ne répond pas aux critères d'une démarche scientifique. En effet, le nombre d'individus qui ont réalisés le test étant trop petit cela ne peut être généralisé. Par ailleurs, d'autres paramètres, par exemple les goûts musicaux des personnes pourraient être analysés en amont afin de tester aussi l'impact de la dimension « affective ».

Ces derniers éléments ont fini de valider mon projet et j'ai donc envisagé une expérimentation reprenant une phase d'écoute d'un extrait musical. Mon choix d'extrait musical s'est porté sur de la musique classique car même si la musique numérique semble avoir de bons résultats sur la résolution d'équation et des problèmes mathématiques, il ne faudrait pas créer un effet d' « hystérisation » durant la séance.

J'ai finalement partagé cette idée avec ma responsable de recherche (Mme Christine CHOQUET Enseignant chercheur et responsable de formation à l'INSPE de Nantes) qui l'a validée et m'a donné des pistes de lectures en lien avec ma thématique de recherche afin de consolider mon cadre théorique.

L'autre dimension de l'expérimentation est la partie activité qui devra être réalisée par les élèves. Etant donné que cela doit permettre d'observer la mise en œuvre de raisonnements, il est impératif d'éviter des exercices donnant lieu à des activités procédurales ou liées à des automatismes. Lors de ma réflexion, je me suis souvenu d'exercices étudiés durant le premier semestre à l'occasion d'un cours de Didactiques de Madame Isabelle GUICHARD, durant lequel j'avais pris en note la remarque suivante : « Ouvrir à la réflexion pour amener au raisonnement ». L'activité en question est la narration de recherche.

Nous avons étudié en particulier le cas des marches d'escalier :

L'ESCALIER

Pour monter un escalier, on peut sauter une marche si on veut (on fait des pas de une ou deux marches).

Voici toutes les manières différentes de grimper trois marches d'un escalier.



Combien y a-t-il de manières différentes de monter :

4 marches d'un escalier ? 5 marches d'un escalier ?

6 marches d'un escalier ? 7 marches d'un escalier ?

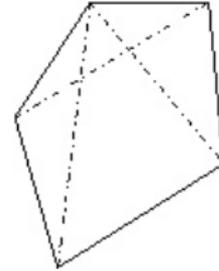
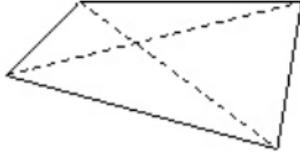
17 marches d'un escalier ?

J'avais par ailleurs noté que l'intérêt de cette activité réside dans le fait qu'elle n'est pas focalisée sur le résultat mais bien sur la recherche et la démarche que l'élève mettra en œuvre par lui-même.

Ce dispositif, permettra par ailleurs, de répondre à plusieurs des contraintes que j'ai identifiées dans la partie cadre théorique. En effet, nous avons bien là une situation dite « adidactique » qui me permettra d'obtenir l'expression d'observables, fruit des raisonnements produits par les élèves.

Une fois entériné le choix d'activité, j'ai recherché d'autres activités que celles étudiées en cours de Didactique. J'ai trouvé une page web dédiée à ce sujet qui est issu du site de IREM de l'Université Diderot-Paris 7. Celle-ci donne une liste d'activités tirées d'une brochure « Expériences de narration de recherche en mathématiques » publiée par les Editions du Kangourou / ACL. J'ai retrouvé dans cette page celle qui avait été étudiée en cours mais j'ai aussi pu y trouver une autre activité qui a retenu mon attention :

Les diagonales d'un polygone



Un polygone à 4 côtés possède 2 diagonales.

Un polygone à 5 côtés possède 5 diagonales.

Dessine un polygone à 6 côtés. Combien a-t-il de diagonales ?

Dessine un polygone à 7 côtés. Combien a-t-il de diagonales ?

Dessine un polygone à 8 côtés. Combien a-t-il de diagonales ?

Combien de diagonales a un polygone à 9 côtés ?

Combien de diagonales a un polygone à 10 côtés ?

Combien de diagonales a un polygone à 103 côtés ?

Un des éléments qui me guide vers ce sujet est tout d'abord qu'il s'intègre dans ma progression pour les 6^{èmes}. Ayant pour objectif de réaliser mon expérimentation avec des élèves de ce niveau, je pense que cela ne provoquera pas de blocages liés aux connaissances nécessaires. En effet, le chapitre sur les polygones ayant été abordé avec un focus sur la notion des diagonales, cela ne devrait pas poser de difficultés particulières.

D'autre part, le site en question dévoile des témoignages d'élèves ayant réalisé cette activité. Les informations sont très intéressantes et permettent d'imaginer qu'une grande quantité d'observables pourront être obtenus. Il est par exemple possible de lire le témoignage suivant :

« Alors pour combien de diagonales a un polygone de 100 côtés je suis devenu folle j'ai voulu faire un cercle avec 100 arcs ! même pas arrivés. » [sic]

De mon point de vue, ce témoignage montre plusieurs niveaux de réactions et l'expression d'un cheminement intellectuel. L'élève semble à la fois perturbé par la difficulté mais imagine une solution afin de résoudre le problème, même si finalement celle-ci n'aboutit pas.

Cette quantité potentielle de données est uniquement sur la base des traces écrites, ce qui ne représente qu'une part de ce qui peut être analysé au global. En effet, les captures vidéo permettront d'avoir une source complémentaire d'informations à analyser.

3.1.2 Mise en œuvre

Le scénario envisagé étant basé sur le principe de comparaison de deux groupes « tests » exposés à différentes modalités et contextes d'exercices, j'ai proposé au professeur de Français (Monsieur BROSSARD) avec qui je partage 2 heures hebdomadaires d'AP (le mardi matin), de participer à cette expérimentation. J'ai utilisé donc deux heures complètes d'AP durant la semaine du 24 mars 2020 (en retour, nous utiliserions les deux créneaux de la semaine suivante uniquement pour sa discipline).

M. BROSSARD a été emballé par l'idée car cela va tout à fait dans la continuité du travail engagé ensemble depuis le début de l'année. En effet, nous sommes tous les deux très satisfaits de ces créneaux d'AP qui sont l'occasion pour nous de réaliser des travaux transverses mais aussi de pouvoir conjointement apprendre de nos disciplines respectives. Finalement, c'est très enrichissant pour tout le monde, les élèves mais aussi les professeurs.

3.1.3 Deux groupes-tests

Ainsi doté de deux créneaux d'une heure et de l'aide d'un professeur supplémentaire, il est possible d'envisager deux groupes que nous pourrions encadrer parallèlement pour réaliser l'activité.

Il est important que les groupes soient homogènes, pour que les éléments et observables que j'obtiendrai de cette expérimentation soient cohérents et comparables.

Afin de constituer ces deux groupes-tests homogènes, il est donc nécessaire d'analyser en amont le profil de chaque élève.

Par ailleurs, pour réaliser cette analyse et la comparaison des profils, des critères devront être déterminés.

J'ai choisi une liste de critères qui me semblent les plus adaptés pour cet exercice :

- Niveau global en mathématiques.
- Niveau de coopération.
- Niveau de communication.
- Niveau de prise d'initiative.

Niveau global en mathématiques :

Le niveau global en mathématiques sera basé sur les résultats obtenus lors du premier semestre. Les données que constituent l'ensemble des résultats obtenus lors des évaluations du premier semestre sont factuelles et suffisamment conséquentes en nombre pour être considérées fiables.

Niveau de coopération :

Lors d'activités de groupe ou encore lors des deux sessions du Rallye des Maths, j'ai pu observer les qualités d'organisation et de mise en commun de certains (quand d'autres ont eu beaucoup de difficultés à réussir ces défis). Je me baserai donc sur mes observations et certains éléments singuliers qui me seront restés en mémoire (comme par exemple l'élève A1 qui a régulièrement pris la parole pour proposer des moyens de répartition du travail à effectuer).

Niveau de communication :

Cet aspect sera évalué sans grandes difficultés, car je mets un point d'honneur d'avoir au centre de mon projet didactique la co-construction des connaissances. Je favorise donc de manière très fréquente la participation des élèves. Avec comme règles premières, qu'il y ait équité entre garçons et filles (alternance des deux genres) et aussi entre les volontaires et ceux qui ne le sont pas. Pour cette dernière règle, je questionne donc aussi ceux qui ne lèvent pas la main. Finalement, durant ces phases d'échanges à l'oral, j'ai pu constater le niveau de compétence et les aptitudes à la transmission d'information.

Niveau de prise d'initiative :

Pour ce dernier critère, je me base encore une fois sur des observations permettant la caractérisation des critères précédents. En effet, il est possible de reprendre ce qui a été constaté lors des travaux en groupes et aux épreuves du Rallye des Maths. De plus, cela peut être complété par des éléments qui auraient pu être significatifs lors de corrections de problèmes ouverts. En revanche, ce dernier aspect est plus délicat car les éléments sont plus difficiles à retrouver s'ils n'ont pas été préalablement enregistrés et référencés.

Évaluation et répartition des élèves :

Après évaluation du niveau de chacun des élèves selon chaque critère, j'ai constitué deux groupes « tests » homogènes (voir annexe 1).

À noter que dans chaque liste les genres sont alternés pour un élève sur deux (avec tout de même un groupe composé de 5 filles pour 7 garçons).

Par ailleurs, les deux groupes seront redécoupés en 3 sous-groupes de 4 élèves en reprenant la même logique de répartition que précédemment afin de garantir une homogénéité. Les groupes seront disposés en ilots dans la classe afin de favoriser l'échange et la coopération intra-groupe.

3.1.4 Choix de l'extrait musical

L'extrait durera environ cinq minutes et sera du registre classique. La musicalité sera calme et sans changement de rythme (accélération ou décélération brutales) pour rester dans une ambiance remplie de quiétude et propice à la concentration.

Mon choix s'est donc porté sur une des sonates les plus populaires : La Sonate pour piano n° 16 en do majeur, K. 545, de Wolfgang Amadeus Mozart.

3.1.5 Plan de séance

Groupe test n°1 :

Phase de concentration et d'écoute d'un extrait musical :

Après installation des élèves à leur place, il va être proposé aux élèves de prendre une posture favorisant la concentration et l'écoute. L'élève doit être bien assis dans sa chaise, le buste et la tête seront bien droits, les mains posées devant sur le bureau (croisées ou non) et les pieds posés à plat sur sol avec les jambes qui forment un angle proche de 90°. Enfin, l'élève devra garder les yeux fermés.

Exemples de postures adéquates (image issue d'un site de formation en milieu scolaire) :



Une fois bien les élèves en place, l'extrait musical sera diffusé dans la classe.

Groupe Test n° 1 et n° 2 :

Activité Narration de recherche « Les diagonales d'un polygone » :

Pour le groupe 1, l'activité va débuter juste après la diffusion de la musique alors que le groupe 2 débutera l'activité directement (sans phase de méditation et écoute d'un extrait musical).

Les deux groupes vont donc recevoir la même consigne pour l'activité de narration de recherche qui va leur être proposée.

Il y aura tout de même un enjeu tout particulier qui consistera à leur présenter ce nouveau type d'activité. En effet, celle-ci demandera aux élèves un effort de rédaction et une forme de liberté d'expression, dont ils n'ont peut-être pas l'habitude.

Il sera nécessairement important de les mettre à l'aise et en situation de confiance par rapport à ces nouvelles modalités de travail.

Le professeur de chaque groupe devra donc présenter l'activité et introduire ces nouvelles conditions d'exercice. Cela devra être réalisé à l'oral en abordant les points suivants :

- Nécessité de raconter en détail ce que vous avez fait pour trouver ou essayer de trouver la solution.
- Décrire les essais ou même les pistes envisagées.
- Seules, la qualité et la persévérance mises dans vos recherches seront prises en compte.
- Les fautes d'orthographe ou de syntaxe ne seront pas regardées.

Le déroulé de l'activité sera ensuite présenté à l'oral avec une projection au tableau :

- Réflexion individuelle : 10 minutes
- Recherche en groupe : 40 minutes
- Mise en commun et débat sur les différentes stratégies : 30 minutes

Suite à l'introduction à ce nouveau type d'activité et présentation du déroulé global, le professeur distribuera l'énoncé « Les diagonales d'un polygone » (présenté précédemment) et réinsistera à l'oral sur la nécessité de rédiger sur une feuille tous les éléments se rapportant à la recherche.

Exemples des éléments de recherches possibles :

- Étapes de recherche (minutage, brouillons, dessins...)
- Observations (ressentis, changement d'angle de vue ou de démarche,...)

Le « GO » de la première phase sera donné par les professeurs avec une consigne orale : « Le travail est individuel, vous avez 10 minutes pour cette première phase de recherche. Le silence est de rigueur. ».

Une fois le temps écoulé, le professeur indiquera aux élèves qu'ils peuvent désormais travailler en groupe avec l'objectif de pouvoir exposer leur démarche lors de la phase de mise en commun. Ce point est important car il devrait permettre un meilleur engagement des élèves dans l'élaboration de leur exposé et, par induction, de leurs recherches en commun.

Cette fois la consigne qui introduira cette phase devra permettre l'échange oral en groupes tout en gardant un niveau sonore propice au travail pour l'ensemble de la classe et pourra être du type : « Vous avez 40 minutes de travail en groupe. Vous êtes, bien entendu, autorisés à échanger à l'oral mais cela devra se faire à voix basse pour ne pas créer de perturbations pour les autres groupes. Je vous rappelle que l'objectif est de construire une démarche de recherche en groupe et de la rédiger afin de la présenter lors de la mise en commun. ».

Enfin, lors de la mise en commun, les groupes devront exposer leurs stratégies et leurs démarches. Ils seront libres dans leur présentation et pourront utiliser les outils de la classe : tableau, vidéo projecteur, caméra visionneuse.

L'action du professeur consistera à favoriser la parole et les débats entre élèves.

3.2 COVID19 - Cas de force majeure

Cette année 2020 aura été pour tous une période très compliquée. L'apparition et la propagation du virus COVID19 sur l'ensemble de notre planète auront généré un blocage sans précédent de notre société tout entière.

Je reviens sur cet événement car il aura eu un impact conséquent sur mon projet d'étude. En effet, le 16 mars 2020 le président de la république française, Emmanuel Macron, a instauré un confinement généralisé pour toute la France.

Ce qui aura comme conséquence de ne plus pouvoir faire cours en présence des élèves depuis cette date jusqu'au lundi 18 mai 2020, avec un retour en classe qui ne se fera pas dans les conditions normales et qui ne permettra donc pas la mise en place de l'expérimentation initialement imaginée.

Mon planning avant le confinement prévoyait une réalisation de l'expérimentation durant la semaine du 24 mars 2020. Cette catastrophe sanitaire m'aura finalement empêché de la concrétiser.

N'ayant pas d'éléments concrets en lien avec l'expérimentation initialement prévue, je vais tout de même développer un paragraphe sur une analyse d'un recueil de données théorique, utilisant par ailleurs des éléments issus d'expérimentation mis en ligne sur le site « Mathématiques - Académie de Normandie » dans le cadre de recherche autour de la narration de recherche et en particulier concernant l'activité « « Les diagonales d'un polygone » ».

De plus, et pour ne pas rester dans un cadre uniquement virtuel et théorique, je vais faire un lien entre mon sujet d'étude et une activité donnée lors d'une séance avant le confinement. Les conditions de mise en œuvre de cette séance peuvent en effet rentrer dans le cadre de mon étude (démonstration dans le chapitre Activité et expérimentation de substitution) et c'est aussi une activité pour laquelle j'ai conservé des traces écrites des élèves qui pourront ainsi alimenter un recueil de données réel et personnel.

3.3 *Projet initial d'analyse de données*

Afin d'obtenir des éléments que je pourrais considérer comme « observables » d'un raisonnement ou d'une démarche de recherche, j'avais prévu de filmer les deux groupes-tests.

Les séances devaient être enregistrées avec une caméra fixe positionnée en fond de classe afin de pouvoir filmer globalement les groupes et aussi le tableau lors de la mise en commun.

Lors des phases, différents types d'observations auraient pu être faits. Des éléments visuels auraient pu être relevés des films, comme par exemple des postures d'élèves qui pourraient montrer une meilleure concentration (ou encore le maintien ou non du calme durant l'activité).

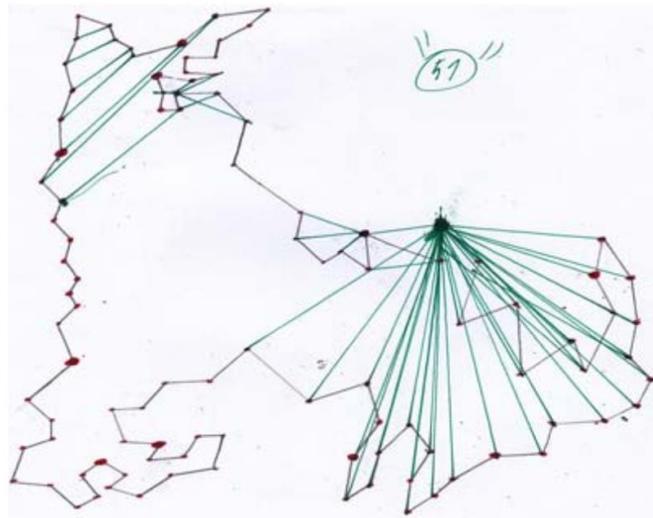
Durant la phase de travail en groupe, l'activité et les échanges auraient pu être aussi des éléments d'analyse et de comparaison. De plus, les élèves peuvent se proposer par exemples mutuellement des méthodes ou des pistes de recherche, cela constitue une matière très riche à examiner. Leurs phrases et même les mots qui composent celles-ci sont des éléments constitutifs d'une représentation mentale des notions mathématiques qu'ils devraient manipuler. Par ailleurs, ces échanges peuvent donner lieu à des stimulations qui débouchent sur des « déclics » (des « fulgurances ») tout à fait intéressants à observer.

De plus, les traces écrites auraient été relevées à la fin de l'activité afin que je puisse les analyser en détail. Cela aurait constitué des éléments complémentaires à ceux relevés dans les vidéos. L'écrit donne lieu à des observations très intéressantes, même dans les tentatives ou les parties « gribouillées » dites « *maths sales* » en référence à une étude co-construite par un groupe de recherche-formation de l'académie de Toulouse et Aline Robert en 2002. Cette notion y est opposée à celle des « *maths propres* » qui si cette dernière est la seule attendue : « *On peut se demander si, vouloir rendre «propre» d'emblée, n'oblige pas l'enseignant à isoler les concepts et donc à couper les élèves de leur dynamique de recherche. En effet, ce travail est souvent associé à des tâtonnements qui peuvent induire des « maths sales »* » (Groupe de recherche-formation de l'académie de Toulouse & Robert, 2002).

Cette notion laisse donc entendre qu'il sera possible d'y voir apparaître des traces de cheminements intellectuels, des modes de représentations d'une notion ou encore d'un objet mathématique.

Je vais d'ailleurs étayer cela avec l'analyse de traces écrites (issues du site Académique de Normandie) pour cette même activité proposée à des élèves de cinquième.

Voici un exemple de recherche d'un élève répondant à la question « Combien de diagonales a un polygone de 103 côtés ? » :



La démarche engagée semble très empirique, l'élève a tout d'abord dessiné un polygone avec 103 côtés et a cherché à tracer les diagonales d'une autre couleur pour vraisemblablement les comptabiliser.

L'élève a dû prendre du temps pour réaliser le polygone et ensuite les « 51 » premières diagonales qu'il a tracées. Le nombre « 51 » est d'ailleurs noté et entouré sur la feuille (est-ce là une note afin de garder en mémoire un premier décompte ?).

L'élève a sans doute imaginé qu'avec un peu de patience et de persévérance, il pourrait aller loin dans le dénombrement, mais il semble qu'il ait compris que cette démarche n'était finalement pas efficace car beaucoup trop longue et fastidieuse.

Avec un seul des sommets, il n'a même pas pu aller jusqu'au bout du comptage. Il est par ailleurs possible d'observer qu'il a tracé des diagonales issues d'un seul point mais qu'il a aussi tenté d'en tracer entre des sommets différents sans croiser les diagonales. Cela peut montrer qu'il a aussi testé des cas de figures différents et que l'objet « diagonale » s'est peu à peu découvert sous tous les « angles ».

Ci-dessous, un autre type de trace écrite qui donne des observables d'une toute autre nature :

1 ^{er}	sommet	: 100	diagonales		21	sommet	: 80	
2 ^{ème}	"	: 99	"	+	22	"	: 79	
3 ^{ème}	"	: 98	"	+	23	"	: 78	
4 ^{ème}	"	: 97	"	+	24	"	: 77	
5 ^{ème}	"	: 96	"	+	25	"	: 76	
6	"	: 95	"	+	26	"	: 75	
7	"	: 94	"	+	27	"	: 74	
8	"	: 93	"	+	28	"	: 73	
9	"	: 92	"	+	29	"	: 72	
10	"	: 91	"	+	30	"	: 71	
11	"	: 90	"	+	31	"	: 70	
12	"	: 89	"	+	32	"	: 69	
13	"	: 88	"	+	33	"	: 68	= 2772
14	"	: 87	"	+	34	"	: 67	
15	"	: 86	"	+	35	"	: 66	
16	"	: 85	"	+	36	"	: 65	
17	"	: 84	"	+	37	"	: 64	
18	"	: 83	"	+	38	"	: 63	
19	"	: 82	"	+	39	"	: 62	
20	"	: 81	"	+	40	"	: 61	
					41	"	: 60	
					42	"	: 59	
					43	"	: 58	
					44	"	: 57	
					45	"	: 56	
					46	"	: 55	
					47	"	: 54	
					48	"	: 53	
					49	"	: 52	
					50	"	: 51	= 4223

Le mode de représentation principal est un tableau (ligne et colonne) mais qui, si on le regarde plus en détail, comporte des articulations très surprenantes. Nous pouvons en effet lire ce qui pourrait s'apparenter à des expressions littérales écrites en ligne.

Est-ce que l'ajout de modalités complémentaires s'est fait au fur et à mesure de sa démarche ?

Nous pourrions imaginer qu'il a dans un premier temps compté le nombre de diagonales issues du premier sommet puis du deuxième, etc et enfin ajouté des compléments comme suit (Conjecture du cheminement de l'élève) :

<p>1^{er} sommet : 100 diagonales 2^{ème} " : 99 " 3^{ème} " : 98 " 4^{ème} " : 97 " 5^{ème} " : 96 " 6 " : 95 " 7 " : 94 " 8 " : 93 "</p>	<p>21^{ème} sommet : 80 diagonales 22 " : 79 " 23 " : 78 " 24 " : 77 " 25 " : 76 " 26 " : 75 " 27 " : 74 " 28 " : 73 " 29 " : 72 " 30 " : 71 " 31 " : 70 " 32 " : 69 " 33 " : 68 " 34 " : 67 " 35 " : 66 " 36 " : 65 " 37 " : 64 " 38 " : 63 " 39 " : 62 " 40 " : 61 "</p>
<p>1^{ère} étape : Il dénombre pour chaque sommet avec une incrémentation verticale.</p>	<p>2^{ème} étape : Retour à la première ligne pour poursuivre le dénombrement.</p>
<p>41^{ème} sommet : 60 diagonales 42 " : 59 " 43 " : 58 " 44 " : 57 " 45 " : 56 " 46 " : 55 " 47 " : 54 " 48 " : 53 " 49 " : 52 " 50 " : 51 "</p>	<p>51^{ème} sommet : 50 diagonales 52 " : 49 " 53 " : 48 " 54 " : 47 " 55 " : 46 " 56 " : 45 " 57 " : 44 " 58 " : 43 " 59 " : 42 " 60 " : 41 "</p> <p>2772 4223</p>
<p>3^{ème} étape : Il finalise le dénombrement jusqu'au 50^{ème} sommet.</p>	<p>4^{ème} étape : Il positionne les plus et réalise des calculs intermédiaires au 33^{ème} et 50^{ème} sommets.</p>

J'ai considéré que l'incrémentation utilisée est verticale car nous pouvons observer que la taille des lettres diminue de ligne en ligne. Il y a peut-être là un signe de fatigue ou, comme lorsque les punitions consistaient hélas à faire du recopiage, une forme de dégradation de son application devant l'ampleur de la tâche.

Puis, arrivant en bas de page, l'élève aurait décidé de reprendre le dénombrement en repartant de la première ligne.

Je considère que l'élève a positionné les signes « + » après car ils ne sont pas bien alignés avec les lignes. Ils semblent montrer l'idée générale plus que de faire rigoureusement partie des expressions littérales ainsi écrites en ligne.

Par ailleurs, est-ce que dès la deuxième étape, l'élève avait déjà dans l'idée de faire ensuite un calcul ? Cela semble vraiment plausible car sinon pourquoi ne pas continuer plus bas ? Sauf si la place avait manqué ? (N'ayant pas avec moi les copies originales, cela ne peut être vérifié).

De mon point de vue, cette trace écrite est vraiment très riche d'enseignement. Je trouve que l'élève a réussi à mettre en œuvre de multiples outils et objets mathématiques. Il y a là une forme très algorithmique de résolution du problème complétée par des calculs intermédiaires permettant une estimation et l'obtention d'un ordre de grandeur.

Ces exemples d'analyses de traces écrites montrent à quel point la narration de recherche donne lieu à des données très fructueuses et prolifiques. J'aurais pu probablement y déceler beaucoup d'observables me permettant ainsi de pouvoir comparer les résultats des deux groupes-tests.

Ce n'est donc pas sans regrets que j'ai dû me résoudre à abandonner la mise en œuvre de cette activité et de surcroît le test sur deux groupes placés dans deux contextes différents.

Comme expliqué précédemment, je vais donc développer dans les paragraphes suivants une autre approche avec un contexte complètement différent mais qui répondra tout de même à l'enjeu de mon projet de recherche.

3.4 Activité et expérimentation de substitution

3.4.1 Présentation de l'activité

Durant mon année de stage, j'ai suivi des formations à l'INSPE qui m'ont ouvert les yeux sur bon nombre d'aspects qui ont un impact important sur l'apprentissage des élèves. Il y a par exemple l'influence de l'énoncé sur la mise en activité des élèves. En

effet, si celui-ci est trop implicite, il pourrait conduire l'élève dans une impasse et demanderait encore plus d'efforts à l'enseignant pour remédier à cette situation. A contrario, Il m'est arrivé de proposer des consignes écrites bien trop élaborées qui n'ont pas permis aux élèves de comprendre le problème ou du moins qui ont laissé une majorité d'entre eux pantois devant la tâche à réaliser.

C'est pourquoi lors du démarrage d'une séquence sur la notion de puissance pour une classe de 4ème, j'ai imaginé travailler sur l'aspect de l'énoncé afin de parfaire mon expérience dans ce domaine. Mon objectif premier a été de mettre en œuvre une activité sur la base de vidéos afin de limiter la consigne écrite au strict minimum - feuille au format A5 distribuée en début d'activité :

Question ouverte

Regardez la vidéo et surtout écoutez bien le problème que rencontre ce groupe d'élèves au sujet de la propagation d'une rumeur dans leur établissement.



L'objectif :

Est-il possible de calculer le nombre d'élèves au courant à la fin de la journée de cours ?

Si oui, expliquez la démarche.

J'ai donc conçu un montage vidéo constitué de séquences courtes qui s'enchaînent et donnent lieu alternativement à des interrogations et à la divulgation de coups de pouce (voir annexe 2).

La vidéo d'origine traite donc du sujet des rumeurs qui se propagent au sein d'un établissement et est à la base d'un mini film d'animation de la chaîne « Youtube » Lumni de France Télévisions - épisode Simplex : La rumeur : la puissance d'un nombre.

3.4.2 Légitimité de cette expérimentation

Cette expérimentation ne pourra pas avoir la même portée que celle prévue initialement. En effet, je n'avais pas prévu de faire de comparaisons entre deux groupes-tests qui auraient été placés dans deux contextes différents lors de cette activité. En revanche, sa mise en œuvre donnera la possibilité d'observer les résultats d'une stimulation de plusieurs fonctions cognitives par le biais de supports à la fois écrits (support papier), animés et sonores (vidéo et intervention de l'enseignant).

L'autre composante de cette expérimentation, qui prend une dimension très intéressante et en lien direct avec l'objet de l'étude, est que la cinématique même de l'activité devrait déclencher un mécanisme cognitif particulier. Les neurosciences ont révélé, que « *le cerveau anticipe tout* » (Magrini, 2018) et que « *la projection du cerveau dans le futur est le moteur de la motivation* » (Magrini, 2018).

La projection de morceaux de vidéos avec à l'issue de chacun une question ou des indices pour progresser devrait donner lieu au déclenchement de cette fonction cognitive. J'ai d'ailleurs conçu cette activité avec l'idée de garder un certain suspens tout au long de celle-ci.

De plus, le format choisi demande à l'élève de se mettre à la place des personnages de la vidéo, ce qui devrait avoir pour effet que celui-ci se projette complètement dans la situation comme évoqué dans le livre « *Le cerveau* » (2018) :

« Grâce à l'imagination, votre cerveau a, en outre, la capacité de se projeter dans un autre endroit, une époque différente ou encore sous une autre identité. Ce qui aide pour apprendre à se mettre à la place de l'autre. » (Magrini, 2018)

Par ailleurs, l'analyse des observables engendrés par cette expérimentation porte un intérêt essentiel à la problématique posée dans cette étude, car selon les résultats obtenus il pourrait être envisageable de considérer ce type d'activité comme un outil à part entière à la didactique des mathématiques.

3.4.3 Analyse des données

L'analyse des données se fera principalement sur la base des traces écrites car initialement il n'avait pas été prévu d'enregistrer les élèves lors de cette séance. En revanche, celle-ci avait fait l'objet d'une observation de mes tuteurs (établissement et

INSPE) ce qui a donné lieu à un échange post séance. J'aurai donc aussi noté des observations marquantes, faites dans ce contexte.

Analyse des traces écrites :

Suite au premier extrait, beaucoup d'élèves ont répondu très spontanément à la question, avec une démarche qui consisterait à se projeter dans cette situation comme si elle était réelle. Et pour la grande majorité, il semble impossible de pouvoir faire ce calcul.

Il y a dans cela comme un blocage à l'aspect « prédictif » du calcul. Ils concèdent que cela est possible uniquement si l'on connaît qui a réellement regardé le média colporteur de la rumeur ou encore si on interroge l'ensemble des élèves :

Si oui, expliquez la démarche. *non car on ne peut pas savoir qui a regardé le journal de 20H*

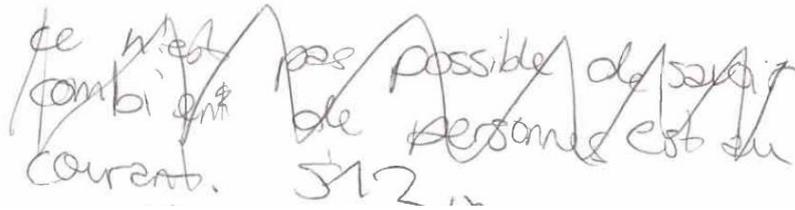
Élève E.

dans la vidéo ce n'est pas possible mais si on leur demande au vrai ce sera possible.

Élève N.

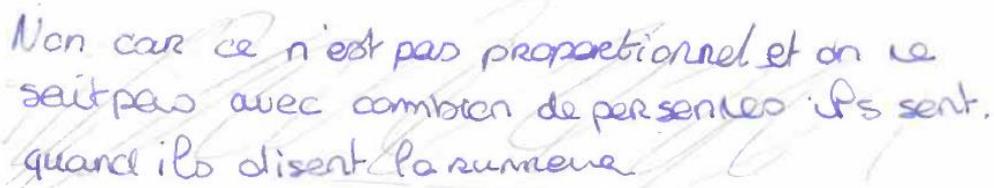
Globalement, on peut remarquer que les traces écrites ont suivi l'évolution du scénario de l'activité et donc que la réponse « Oui, c'est possible » apparaît très probablement après le premier coup de pouce.

Plusieurs indices me permettent d'avancer cela car dans certains cas on peut voir que la première réponse a été raturée ou bien effacée (gomme ou application d'un bande blanche) :



ce n'est pas possible de savoir
combien de personnes est au
courant. 512

Élève H.



Non car ce n'est pas proportionnel et on ne
sait pas avec combien de personnes ils sont.
quand ils disent la somme

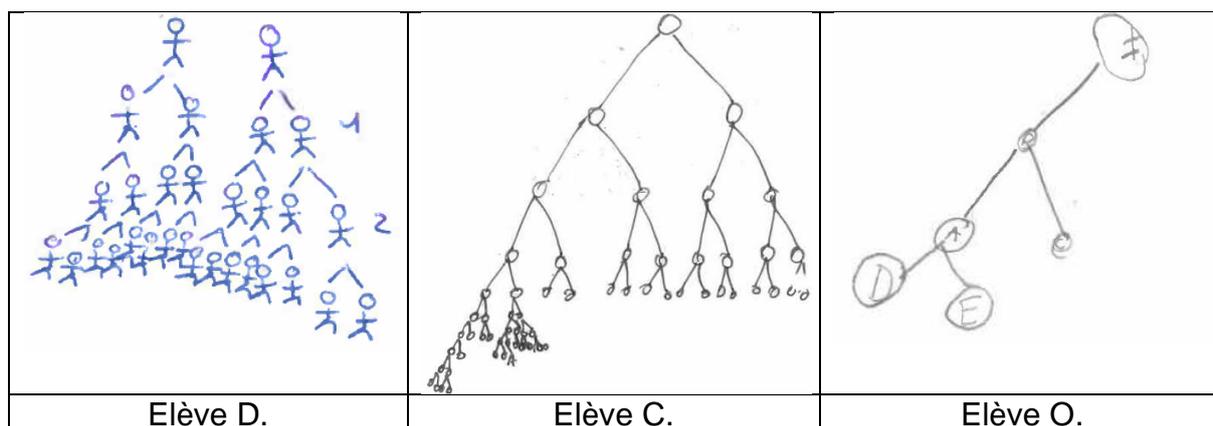
Élève I.

Dans le cas de l'élève I (ci-dessus) nous voyons apparaître dans la réponse une volonté de rattacher la question à une notion que nous avons préalablement vue lors d'une séquence précédente. J'ai par ailleurs retrouvé exactement la même approche dans une autre trace écrite. Pour ma part, j'associe cela à un mécanisme cognitif en particulier. En effet, dans l'article de Gustavo Barallobres (2019), il est mis en avant « qu'un « apprenant » est plus apte à intégrer des informations qui s'accordent avec ses connaissances antérieures. » (Barallobres, 2019). Ce qui montre bien l'importance de la construction empirique des connaissances et de leur utilisation par les élèves.

Pour revenir à la construction séquentielle de la trace écrite, j'ai pu voir clairement cela dans des copies où « l'historique » n'est même pas effacé ou raturé. Par exemple l'élève Q changera juste de stylo entre les deux réponses :

Pour moi ce n'est pas possible
de calculer le nombre
d'élèves au courant à la fin
de journée de cours.
C'est car à chaque inter-cours
tous les élèves au courant
le répètent à deux autres
élèves.

Toujours dans cette progression de la démarche liée au cheminement de l'activité proposée, j'ai pu constater que la modélisation « en arborescence » présentée dans la vidéo se retrouve dans bon nombre de copies. Cet aspect me semble tout à fait rassurant et constitue en quelque sorte une réussite par rapport à l'objectif fixé. En effet, par cela, les élèves tentent d'intégrer un autre « objet » mathématique dans leur démarche :



Un autre fait marquant dans la réalisation des traces écrites, est que pour certains le support papier est un réel outil permettant d'ériger des investigations et de « coucher » sur le papier le fruit de leur réflexion. On peut remarquer que certains élèves ont utilisé les différentes zones libres de la copie distribuée (de haut en bas et parfois recto-verso).

Regardez la vidéo et surtout écoutez bien le problème que rencontre ce groupe d'élèves au sujet de la propagation d'une rumeur dans leur établissement.

L'objectif:
Est-il possible de calculer le nombre d'élèves au courant à la fin de la journée de cours ?
Si oui, expliquez la démarche.

Oui, 256 élèves

1: 1
2: 2
3: 4
4: 8
5: 16
6: 32
7: 64
8: 128
9: 256
10: 512
20: 1024
21: 2048

Élève C.

Je considère cette démarche comme voisine de l'idée des « maths sales » citée précédemment. L'élève a laissé ses idées « apparaître » et les a écrites au fur à mesure sur sa feuille. Son objectif pouvant être de disposer de sa réflexion et donc d'un capital d'informations tout en avançant dans la résolution du problème. Par ailleurs, les élèves ont gardé aussi comme objectif de pouvoir expliquer la résolution du problème pour ainsi répondre à une des consignes de l'activité.

C'est donc aussi pourquoi certains élèves ont, quant à eux, mis à jour leur réponse (barrée, gommée ou recouverte de bande blanche) au fil de la séance et de l'intégration de nouvelles notions.

De plus, je note que l'ensemble des élèves a uniquement utilisé la copie que je leur ai fourni comme support de leur trace écrite. Cela montre l'importance du cadre de l'activité. Les élèves ont restreint naturellement leur élaboration aux conditions qui semblaient leur être données.

En revanche, il semble que pour certains la recherche a été plus compliquée : les éléments reportés sur la copie paraissent relever davantage de la prise de notes.

$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6 = 729$ $2 \times 2 = 2^9 = 512$	$3^6 = 729 \text{ pièces}$ $2^9 = 512$ <hr/> $2 \times 2 \dots \times 2$ $\times 9$
Élève L.	Élève N.

Cette observation aurait pu être vérifiée si j'avais pu analyser, avec par exemple un enregistrement vidéo, l'activité des élèves dans les différents groupes. Car il y a probablement eu des effets en lien avec la relation qui s'est établie entre les élèves dans chaque groupe. Certains ont pu probablement adopter une attitude de « suiveur » laissant le « leadership » et le travail de réflexion à un ou plusieurs éléments plus compétents.

Après analyse des tendances relevées dans l'ensemble des copies, j'ai observé des « singularités » tout à fait intéressantes. Comme par exemple un élève qui est le seul à avoir utilisé un tableau afin de modéliser la progression de la rumeur à chaque intercour :

2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Intercour									
Elève	6	14	30	62	124	250	502	1004	2000

Élève T.

Ce changement de registre est tout à fait remarquable. Il démontre cette fois qu'à contrario des autres, l'élève a pu s'extraire du contexte qui lui était présenté pour mettre en œuvre un autre outil que celui mis en avant dans la vidéo (arborescence). Je relève un autre point notable dans ce tableau : les valeurs ne représentent pas l'élévation à la puissance du nombre d'élèves mis au courant à chaque intercour mais

plutôt un tableau de proportionnalité « approximatif ». Qui aurait un coefficient de linéarité proche de 2, ce qui serait à mettre en relation avec le chiffre 2 écrit juste au-dessus du tableau (sur la gauche). Cela reviendrait finalement à une tendance déjà relevée précédemment qui est d'utiliser une notion déjà intégrée.

Il y a là aussi un aspect lié au fonctionnement du cerveau et à ce que les neuroscientifiques appellent « distorsion cognitive » ou encore « biais cognitif ». Pour ce cas précis, le biais d'ancrage qui est décrit dans le livre « Le cerveau » (2018) par « *La première information perçue devient le point d'ancrage du raisonnement qui suit* » (Magrini, 2018), me semble un élément d'explication de cette manipulation approximative du tableau de proportionnalité. En revanche, je constate que l'élève a réellement cherché à répondre à la question en se donnant un moyen d'avoir rapidement un ordre de grandeur des élèves qui auraient été mis au courant de la rumeur. Même si finalement le résultat des calculs ne correspond pas au problème, je trouve que la démarche de l'élève va malgré tout dans la bonne direction.

J'ai par ailleurs observé un autre type de modélisation tout à fait notable : deux élèves ont clairement construit une suite de nombres. Ils ont remarqué que dans le premier cas de la propagation de la rumeur, à chaque intercour, le nombre d'élèves au courant était multiplié par 2. L'un d'eux a mis cela en colonne, avec l'indice de l'intercour en entête et l'autre élève a écrit la « suite » en ligne (précisant dans les premières successions l'opération effectuée « x 2 ») :

<p>1: 1 2: 2 3: 4 4: 8 5: 16 6: 32 7: 64 8: 128 9: 256 10: 512 20: 1024 21: 2048</p>	<p> $\begin{matrix} \times 2 & \times 2 & \times 2 \\ \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright \\ \text{personne} & 2 & 4 & 8 & 16 & 32 & 64 \\ & & & & 108 & 216 & 432 \\ & & & & & & 864 \end{matrix}$ </p>
Élève C.	Élève D.

On pourra noter que dans le deuxième cas les calculs ne sont pas justes. En revanche, la démarche permet d'avoir encore une fois un ordre de grandeur, ce qui est finalement suffisant pour répondre à la question posée.

Compléments suite aux échanges post séance :

Comme je l'ai évoqué précédemment, cette séance a été l'objet d'une observation de mon tuteur établissement et de ma tutrice INSPE. A l'issue de celle-ci, nous avons eu un moment d'échanges au sujet du déroulement de l'activité.

Nous avons ainsi partagé le constat que l'activité s'était bien déroulée et que les élèves avaient été acteurs de la recherche. J'ai personnellement observé qu'ils posaient des questions et que dans les groupes, les discussions ont été très actives. J'ai par ailleurs et à quelques reprises, demandé de faire attention au niveau sonore, ce qui a fait l'objet d'une remarque de mes tuteurs. En effet, ils m'ont précisé que j'aurais pu laisser les faire élèves, car leurs discussions portaient véritablement sur le sujet du problème. Ils étaient bien en pleine réflexion collective et le niveau sonore était finalement acceptable. Le volume sonore élevé ne doit donc pas être interprété comme étant seulement un indicateur de troubles. Cela doit aussi être décrypté comme un marqueur d'une émulation et d'un foisonnement de « cogitation », ce qui est en définitive le but recherché.

L'effet obtenu est bien de l'ordre d'une situation dite « adidactique », comme a pu le décrire Alain KUZNIAK (2005) : « ... *l'élève s'approprie la situation proposée par le professeur non pas en faisant son travail d'élève mais plutôt celui d'un « mathématicien en herbe ... »*. (Kuzniak, 2005)

De plus, un autre élément m'a été rapporté comme manifeste et identifiable lors de la séance. Il a été observé que lorsque j'ai donné la consigne qu'il fallait qu'un élève prenne la mission de rapporter la méthode et les résultats de son groupe, cela aurait fait l'effet d'un coup de pistolet au départ d'une course d'athlétisme. Les élèves sont passés d'un état d'esprit attentiste et observateur à celui d'acteur et presque de compétiteur. Avec cette consigne, le fruit de leurs réflexions aura donc bien une utilité, ce qui semble, au vu de leur réaction être un facteur de motivation très marqué. Daniel Favre (Docteur d'état en neurosciences et en sciences de l'éducation) rapportera dans une conférence sur le sujet de l'attention (disponible sur la chaîne « Dailymotion »),

l'importance de l'aspect émotionnel et motivationnel dans le cadre de l'apprentissage. Il y développe les théories se rapportant à ce sujet et en expose l'une d'elle qui met en avant que « ...dans chaque élève, dans chaque jeune, il y a finalement une pulsion qui est là. Une pulsion de développement, ça a été appelé une pulsion d'accomplissement, de réalisation de soi. C'est-à-dire la motivation intrinsèque qui pousse la personne à chercher des difficultés, relever des défis et à résoudre des problèmes. » (Daniel Favre - 29min26s) Nous pouvons voir par-là, une composante essentielle à la mise au travail des élèves, ce qui dans le cas de l'activité s'est vraisemblablement révélé à l'annonce de cette consigne.

Conclusion

Mon appétence pour les neurosciences « ne date pas d'hier ». Effectivement, j'ai toujours considéré que cette discipline apportait un éclairage très utile sur nos comportements et réactions du quotidien. Je considère que cela doit nous permettre d'améliorer nos approches dans beaucoup de domaines. J'ai par exemple, dans ma vie professionnelle passée, fait évoluer ma façon de faire des présentations pour ne plus avoir finalement de texte sur les diapositives (type Powerpoint) mais seulement des icônes (ou encore images), tant l'idée de l'impact visuel est depuis longtemps expliquée par les neuroscientifiques. J'ai d'ailleurs retrouvé dans le livre sur « le cerveau », cette notion dans le chapitre sur les « distorsions cognitives » : « *Les informations ... dotées d'un fort impact visuel, ont la priorité au niveau des mécanismes cognitifs. Tandis que celles prévisibles et "normales", passent au second plan.* ». (Magrini, 2018)

En revanche, cela ne devrait pas uniquement déboucher sur un arsenal de méthodes ou de « recettes toutes faites » sans préalablement avoir opposé à ce domaine d'autres théories. Mon projet d'étude avait bien cet objectif, afin de conférer aux résultats et conclusions le plus de solidité et de cohérence possible.

Le débat existe pourtant bel et bien entre les deux disciplines que sont la didactique et les neurosciences, au point que ce sujet fait l'objet de beaucoup d'articles et de conférences. Les domaines ne sont pour autant pas forcément antinomiques et c'est bien ce que j'ai pu percevoir durant ma formation à l'INSPE. En effet, à de

nombreuses reprises, j'ai pu entendre que les concepts convergeaient sur beaucoup d'aspects. Il apparaît même que la relation entre neurosciences et mathématiques vont encore plus loin qu'une adéquation : en effet, comme je l'avais déjà mentionné, Gustavo Barallobres (2019) avance que celles-ci « *touchent des questions ontologiques et épistémologiques inscrites dans l'histoire de la philosophie des mathématiques.* ».

Je rappellerai donc un point déjà indiqué dans mon analyse préalable : Gustavo Barallobres (2019) est lui-même empreint de dualité sur ce sujet qu'il caractérise par la différence entre les mots « entraîne » et « résulte » en parlant de la production des mathématiques.

J'avoue que même si je perçois l'intérêt de la question et l'importance de son aspect philosophique, j'ai concentré ma recherche sur une composante beaucoup plus prosaïque de cette dualité. Je pense effectivement qu'il y a moyen de combiner les deux domaines pour améliorer sans délais l'efficacité des activités que l'on propose aux élèves. J'ai pu notamment constater, lors de l'activité construite autour d'extraits de vidéo, que les élèves étaient rentrés dans la peau des personnages du scénario. Cela rejoint la découverte faite sur le cerveau qui, par sa fonction cognitive liée à l'imagination, se projette dans une situation virtuelle (Magrini, 2018). De plus, la motivation pour répondre à la question ouverte, qui prenait la forme d'une énigme dans la vidéo, peut aussi être en corrélation avec le résultat d'études qui avance que « ... *Le cerveau passe son temps à prédire* » (Magrini, 2018) et qu'en définitif « *la projection du cerveau dans le futur est le moteur de la motivation.* » (Magrini, 2018).

Je suis à la fois enthousiasmé par la richesse des perspectives qu'offrent les neurosciences à la didactique des mathématiques, mais aussi attentif à la prudence que prescrivent les chercheurs de ce domaine. Gustavo Barallobres (2019) met ainsi en garde sur l'approche des neurosciences qui pourraient avoir comme conséquence une « catégorisation » des élèves uniquement sur la base de la constitution de leur cerveau sans prendre en compte d'autres champs d'investigation issus des sciences de la psychologie : « *d'autres niveaux d'explication, la sociologie, les fondements de l'éducation, la philosophie, la psychanalyse ne sont même pas évoqués dans le modèle d'analyse des difficultés d'adaptation proposé par la neuroéducation, malgré le fait que cette discipline se dit interdisciplinaire.* » (Barallobres, 2019).

Pour conclure, je considère aujourd'hui que le domaine des neurosciences est une clef parmi d'autres pour améliorer nos pratiques. Cela constitue en effet un moyen de plus pour nous aider à comprendre ce que d'autres champs d'investigations expliquent différemment. L'important étant de rester avant tout dans les principes fondamentaux de la didactique des mathématiques, tout en y incorporant des éléments qui favoriseront cette démarche.

Enfin, mes investigations dans ce domaine ne s'arrêteront pas à cette étude. J'ai déjà des pistes sur lesquelles je souhaiterais poursuivre. Il me semble par exemple que les différents rythmes auxquels les élèves sont exposés (scolaire, garde, activités extra-scolaires, etc...) pourraient être analysés afin d'adapter ou différencier le type d'activité en conséquence. Les neurosciences démontrent maintenant clairement, l'impact de facteurs comme « l'activité physique », « le sommeil » ou encore « le régime alimentaire », sur la mémoire et l'apprentissage.

Bibliographie

Barallobres, G. (2019). Réflexions sur les liens entre neurosciences, mathématiques et éducation. *McGill Journal of Education*, 53(1), 169-188.

<https://doi.org/10.7202/1056288ar>

Gibel, P. (2018). Elaboration et usages d'un modèle multidimensionnel d'analyse des raisonnements en classe de mathématiques [Note de synthèse, Pau et des Pays de l'Adour]. <https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01919188/document>

Groupe de recherche-formation de l'académie de Toulouse, & Robert, A. (2002). Deux expériences réalisées en formation continue autour d'énoncés de problèmes de mathématiques en classes scientifiques. IREM Université PARIS 7-Denis Diderot. <http://docs.irem.univ-paris-diderot.fr/up/publications/IPS02005.pdf>

Kuzniak, A. (2005). La theorie des situations didactiques de Brousseau. Repères - IREM N°61 octobre 2005.

Magrini, M. (2018). Le cerveau : Mode d'emploi. Marie Claire Editions.

Pondemer, A. (2017). Effet de la stimulation cognitive sur l'estime de soi des personnes âgées [Mémoire, Angers]. <http://dune.univ-angers.fr/fichiers/20134901/20172MPSY8013/fichier/8013F.pdf>

Sitographie

Buchta, Roman. s. d. « Hémisphères.coach ». Consulté 27 décembre 2019 (<https://www.hemispheres.coach/musique-et-revisions/>).

Eduscol. 2019. « Raisonnement et démonstration – Éduscol ». Consulté 3 janvier 2020 (https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Competences_travaillees/83/6/RA16_C4_MATH_raisonner_547836.pdf).

Ateliers de sophrologie pour les enfants et adolescent. s. d. « Ateliers de *sophrologie* pour les enfants/adolescents ». Consulté 20 février 2020 (<https://www.sophrologiemorbihan.fr/formation-milieu-scolaire/>).

Mathématiques Académie de Normandie. s. d. « Les diagonales d'un polygone ». Consulté 16 mars 2020 (https://maths.discip.ac-caen.fr/IMG/pdf/les_diagonales_d_un_polygone_.pdf).

Lumni. 2016. « Simplex : La rumeur : la puissance d'un nombre ». Consulté 18 janvier 2020 (<https://www.youtube.com/watch?v=RQISEC5aLy0>).

Canopé Dijon. 2014. « Séminaire réussite éducative - 18 avril 2014 - Canopé de Dijon - Daniel Favre Docteur d'Etat en neurosciences et en sciences de l'éducation. » (<https://www.dailymotion.com/video/x27w8go>).

Annexes

Annex 1 : Évaluation et répartition en deux groupes des élèves de 6^{ème}2

Groupe Test N°1				
Élève	Niveau global	Coopération	Communication	Prise d'initiative
M2	4	4	4	4
A2	4	3	3	4
A1	4	4	4	2
F1	4	3	3	3
S2	4	1	3	4
L2	3	2	3	4
N1	3	3	2	2
L5	1	3	4	2
D1	3	1	3	2
L1	2	2	3	1
T2	3	2	2	2
S1	1	2	1	1

Groupe Test N°2				
Élève	Niveau global	Coopération	Communication	Prise d'initiative
V3	4	4	4	3
J1	4	4	4	3
P1	4	2	3	4
L6	3	3	4	3
M1	3	1	3	4
L8	3	3	3	2
E1	3	2	3	2
L4	3	2	2	2
E2	3	1	3	2
L3	3	2	1	1
T1	3	1	1	3
L7	1	1	1	1

Positionnement	
1	Objectifs non atteints
2	Objectifs partiellement atteints
3	Objectifs atteints
4	Objectifs dépassés

Annexe 2 : Déroulement activité d'introduction de la notion de puissance :

Minutage	Déroulement de l'activité :
2 min	Lancer la vidéo (qui servira d'énoncé)
3 min	Expliciter à l'oral le déroulement : <ul style="list-style-type: none">- 1^{ère} étape : Donner la question et la démarche.<ul style="list-style-type: none">o Question à écrire au tableau : « Comment estimer combien d'élèves seront au courant de la rumeur à la fin de la journée de cours ? »o Présenter les modalités de fonctionnement :<ul style="list-style-type: none">▪ En sous-groupes (retournement de chaises et certains déplacements si nécessaire).▪ Pas de bavardages, on coopère en chuchotant pour maintenir un niveau sonore acceptable (propice au travail).▪ Objectifs :<ul style="list-style-type: none">• Réflexions collectives.• Rédaction d'une réponse.• Un rapporteur par sous-groupe.
5 min	Constitution des groupes et lancement des réflexions collectives.
1 min	Proposer un premier coup de pouce (Suite vidéo).
5 min	Finalisation de la réflexion et phase de rédaction d'une explication.
5 min	Partage des réponses : <ul style="list-style-type: none">- Temps collectifs : partage des résultats et constats.- Visionnage de la réponse en vidéo
1 min	Nouvel énoncé (suite vidéo) pour vérifier la bonne compréhension de la notion.
5 min	2 ^{ème} phase de réflexion collective.
30 s	Nouveau coup de pouce (suite vidéo).
5 min	Phase de rédaction d'une réponse.
5 min	Partage des réponses : <ul style="list-style-type: none">- Temps collectifs : partage des résultats et constats.- Visionnage de la réponse en vidéo.

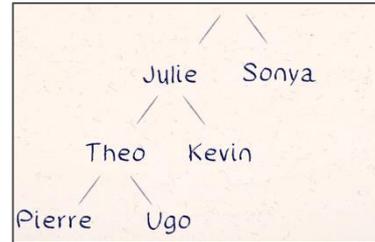
Annexe 3 : Résolutions possibles :

1^{ère} étape : Recherche d'un moyen d'estimer le nombre d'élève au courant de la rumeur à la fin de la journée.

- Imaginer l'effet du nombre d'intercours sur la propagation de la rumeur :

- Démarche par tâtonnement :

- 1^{er} intercours : $2 \times 2 = 4$ élèves
- 2^{ème} : $4 \times 2 = 8$ élèves
-
- 9^{ème} : $256 \times 2 = 512$ élèves



- Soit au moins 512 élèves à la fin de la journée car à chaque intercours, le nombre d'élèves au courant est doublé.

Après le premier coup de pouce, la démarche devrait être consolidée et le résultat final vérifié.

2^{ème} étape : « Réutilisation » de la méthode avec d'autres paramètres (évolution de l'énoncé dans la vidéo) :

- Imaginer l'effet du nombre d'intercours sur la propagation d'une contre rumeur :
- Utilisation de la notion de puissance révélée dans la partie de la vidéo qui énonce la nouvelle question.
- Le nombre d'intercours est de 6 et le nombre d'élèves mis au courant par chaque individu déjà au courant est de trois :

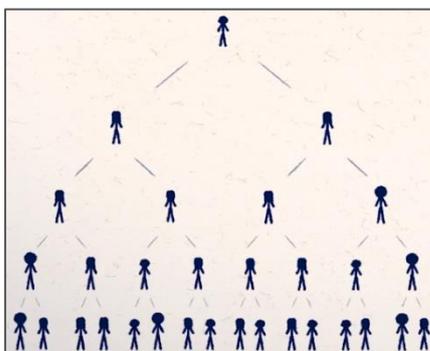
- $3^6 = 729$

- A minima :

1^{ère} étape : Recherche d'un moyen d'estimer le nombre d'élèves au courant de la rumeur.

- 9 intercours x 2 personnes = 18 élèves
- Le résultat devrait interpeler certains élèves qui mettrons en doute une si petite valeur.

2^{ème} étape : Utiliser la notion de puissance :



Les élèves qui n'auront pas fait le lien entre la notion de puissance et l'arborescence (ci-contre) montrée dans la vidéo, utiliseront peut-être l'algorithme de calcul vu précédemment, qui consiste à multiplier par un facteur à chaque intercours (dans ce nouvel énoncé, ce facteur est égal à 3).

Annexe 4 : Traces écrites / Activités « Propagation d'une rumeur » :

Question ouverte

Regardez la vidéo et surtout écoutez bien le problème que rencontre ce groupe d'élèves au sujet de la propagation d'une rumeur dans leur établissement.



L'objectif :

Est-il possible de calculer le nombre d'élèves au courant à la fin de la journée de cours ?

Si oui, expliquez la démarche.

Question ouverte

Regardez la vidéo et surtout écoutez bien le problème que rencontre ce groupe d'élèves au sujet de la propagation d'une rumeur dans leur établissement.

 L'objectif :

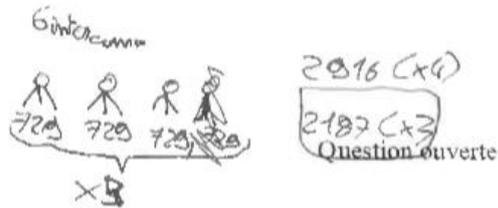
Est-il possible de calculer le nombre d'élèves au courant à la fin de la journée de cours ?

Si oui, expliquez la démarche.

non

320

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 729$$



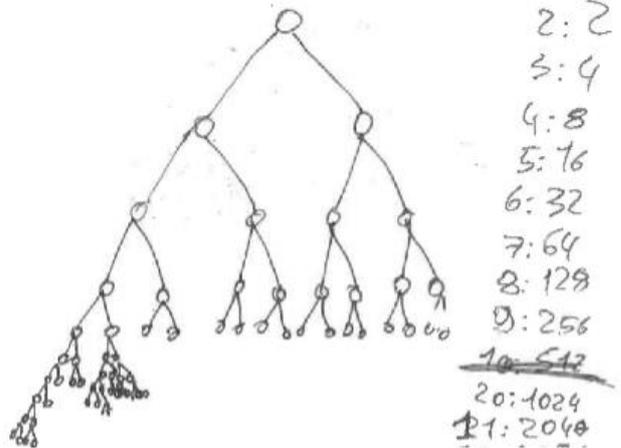
Regardez la vidéo et surtout écoutez bien le problème que rencontre ce groupe d'élèves au sujet de la propagation d'une rumeur dans leur établissement.

L'objectif:

Est-il possible de calculer le nombre d'élèves au courant à la fin de la journée de cours ?

Si oui, expliquez la démarche.

Oui, 256 élèves



Question ouverte

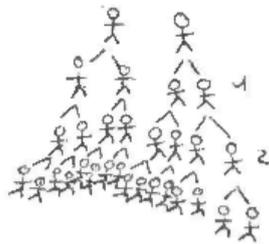
Regardez la vidéo et surtout écoutez bien le problème que rencontre ce groupe d'élèves au sujet de la propagation d'une rumeur dans leur établissement.

 L'objectif:

Est-il possible de calculer le nombre d'élèves au courant à la fin de la journée de cours ?

Oui

Si oui, expliquez la démarche.



$\times 2 \quad \times 2 \quad \times 2$
personne . 2 4 8 16 32 64
408 216 432
864

Question ouverte

Regardez la vidéo et surtout écoutez bien le problème que rencontre ce groupe d'élèves au sujet de la propagation d'une rumeur dans leur établissement.

 L'objectif :

Est-il possible de calculer le nombre d'élèves au courant à la fin de la journée de cours ?

Si oui, expliquez la démarche. *non car on*

ne peut pas savoir qui a regardé le journal de 20H

il ya 320 élèves qui sont au courant à la fin de la journée.

729 élèves

Question ouverte

Regardez la vidéo et surtout écoutez bien le problème que rencontre ce groupe d'élèves au sujet de la propagation d'une rumeur dans leur établissement.

 L'objectif:

Est-il possible de calculer le nombre d'élèves au courant à la fin de la journée de cours ?

Si oui, expliquez la démarche.

Q487
... ..
... ..
... ..
... ..

Question ouverte

Regardez la vidéo et surtout écoutez bien le problème que rencontre ce groupe d'élèves au sujet de la propagation d'une rumeur dans leur établissement.

 L'objectif:

Est-il possible de calculer le nombre d'élèves au courant à la fin de la journée de cours ?

Si oui, expliquez la démarche.

$$\underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}_{\dots} = 729$$

$\times 6$

reste 6 intercourses

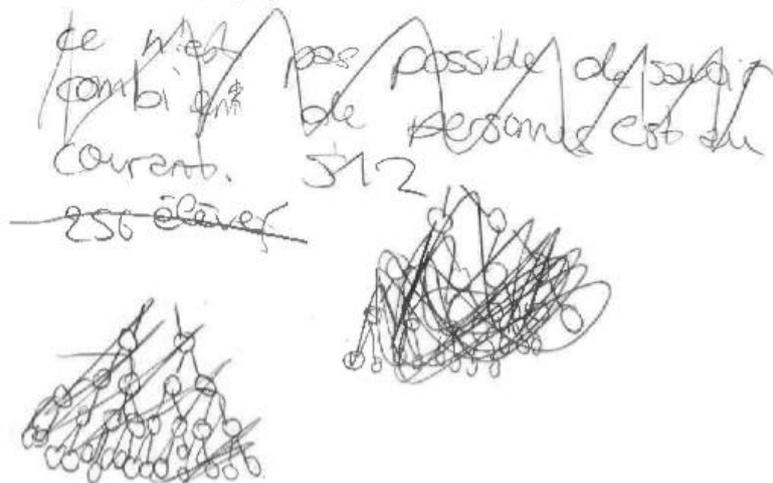
Question ouverte

Regardez la vidéo et surtout écoutez bien le problème que rencontre ce groupe d'élèves au sujet de la propagation d'une rumeur dans leur établissement.

 L'objectif :

Est-il possible de calculer le nombre d'élèves au courant à la fin de la journée de cours ?

Si oui, expliquez la démarche.



Question ouverte

Regardez la vidéo et surtout écoutez bien le problème que rencontre ce groupe d'élèves au sujet de la propagation d'une rumeur dans leur établissement.

🎯 L'objectif :

Est-il possible de calculer le nombre d'élèves au courant à la fin de la journée de cours ?

Si oui, expliquez la démarche.

Non car ce n'est pas proportionnel et on ne sait pas avec combien de personnes ils sent. quand ils disent la rumeur.

$$2 \times 2 = 512$$

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 729$$

$$3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729 = 1092$$

$$1092 + 729 = 1821$$

Question ouverte

Regardez la vidéo et surtout écoutez bien le problème que rencontre ce groupe d'élèves au sujet de la propagation d'une rumeur dans leur établissement.

 L'objectif :

Est-il possible de calculer le nombre d'élèves au courant à la fin de la journée de cours ?

Si oui, expliquez la démarche.

$$320$$
$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 729$$

Question ouverte

Regardez la vidéo et surtout écoutez bien le problème que rencontre ce groupe d'élèves au sujet de la propagation d'une rumeur dans leur établissement.

🎯 L'objectif :

Est-il possible de calculer le nombre d'élèves au courant à la fin de la journée de cours ?

Si oui, expliquez la démarche.

non car ce n'est pas proportionnel
et on ne sait pas avec combien
de personnes ils sont quand
ils répètent la rumeur.
 $2 \times 2 = 512$
 $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 729$
 $3 \times 3 + 27 + 84 + 243 + 729 = 1092$
 $1092 + 512 = 1604$

Question ouverte

Regardez la vidéo et surtout écoutez bien le problème que rencontre ce groupe d'élèves au sujet de la propagation d'une rumeur dans leur établissement.

 L'objectif :

Est-il possible de calculer le nombre d'élèves au courant à la fin de la journée de cours ?

Si oui, expliquez la démarche.

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6 = 729$$

$$2 \times 2 = 2^9 = 512$$

Question ouverte

Regardez la vidéo et surtout écoutez bien le problème que rencontre ce groupe d'élèves au sujet de la propagation d'une rumeur dans leur établissement.

L'objectif:

Est-il possible de calculer le nombre d'élèves au courant à la fin de la journée de cours ?

Si oui, expliquez la démarche.

512 personne au courant
à la fin de la journée
 1×2^9
36 + vite mais ne sait pas pas

Question ouverte

Regardez la vidéo et surtout écoutez bien le problème que rencontre ce groupe d'élèves au sujet de la propagation d'une rumeur dans leur établissement.

🎯 L'objectif:

Est-il possible de calculer le nombre d'élèves au courant à la fin de la journée de cours ?

Si oui, expliquez la démarche.

*dans la vidéo ce n'est pas possible mais si on
demande au vrai on sera possible.*

512

2 puissance 9 = 512

$$\begin{array}{r}
 3^6 = 729 \text{ prime} \\
 2^9 = 512 \\
 \hline
 2 \times 2 \times \dots \times 2 \\
 \hline
 \times 9
 \end{array}$$

... (faint handwritten text)

... (faint handwritten text)

Question ouverte

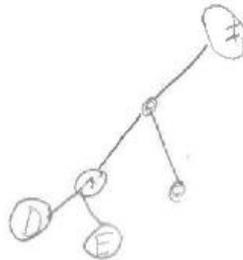
Regardez la vidéo et surtout écoutez bien le problème que rencontre ce groupe d'élèves au sujet de la propagation d'une rumeur dans leur établissement.

 L'objectif:

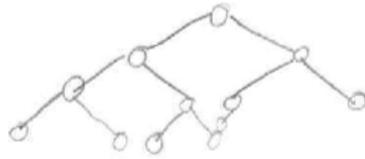
Est-il possible de calculer le nombre d'élèves au courant à la fin de la journée de cours ?

Si oui, expliquez la démarche.

*Si
3 élèves
f*



*donc la rumeur s'est propagée mais ce n'est pas possible
si on demanderait à tout le monde*



Question ouverte

Regardez la vidéo et surtout écoutez bien le problème que rencontre ce groupe d'élèves au sujet de la propagation d'une rumeur dans leur établissement.

 L'objectif:

Est-il possible de calculer le nombre d'élèves au courant à la fin de la journée de cours ?

Si oui, expliquez la démarche.

Dans la vidéo ce n'est pas possible mais il y a des questions à se poser...





$$\begin{array}{cccc}
 9 & 27 & 81 & 243 \\
 (3 \times 3) \times 3 & & & = 729
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 = 729 \\
 1 = 729 \\
 1 = 729
 \end{array}$$

$$\underline{\underline{2316}}$$

Question ouverte

Regardez la vidéo et surtout écoutez bien le problème que rencontre ce groupe d'élèves au sujet de la propagation d'une rumeur dans leur établissement.

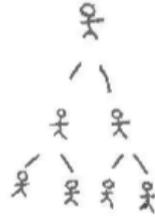
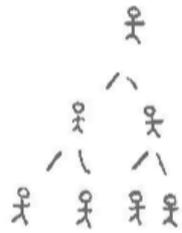
🎯 L'objectif:

Est-il possible de calculer le nombre d'élèves au courant à la fin de la journée de cours ?

Si oui, expliquez la démarche.

Pour moi ce n'est pas possible de calculer le nombre d'élèves au courant à la fin de journée de cours.

Oui car à chaque inter-cours tous les élèves au courant le répètent à deux autres élèves.



Question ouverte

Regardez la vidéo et surtout écoutez bien le problème que rencontre ce groupe d'élèves au sujet de la propagation d'une rumeur dans leur établissement.

L'objectif:

Est-il possible de calculer le nombre d'élèves au courant à la fin de la journée de cours ?

Si oui, expliquez la démarche.

~~C'est car ils sont trois personnes dans l'affaire
donc nous avons $3 \times 2 = 6$ donc j'en conclus
qu'il y a 6 personnes~~

$$5/2 = x^2 \times 2 \times x^2$$

élèves isolent à la fin de la journée



Question ouverte

Regardez la vidéo et surtout écoutez bien le problème que rencontre ce groupe d'élèves au sujet de la propagation d'une rumeur dans leur établissement.

L'objectif :

Est-il possible de calculer le nombre d'élèves au courant à la fin de la journée de cours ?

Si oui, expliquez la démarche.

Oui car chaque élève
le dit à 2 autres élèves et
qu'il y a 7 inter cours.
 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 =$
512

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 729$$
$$1022 + 729 = 1821$$



Question ouverte

Regardez la vidéo et surtout écoutez bien le problème que rencontre ce groupe d'élèves au sujet de la propagation d'une rumeur dans leur établissement.

 L'objectif :

Est-il possible de calculer le nombre d'élèves au courant à la fin de la journée de cours ?

Si oui, expliquez la démarche.

Oui

27 à 84

9 inter course

2

Intercom	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Elive	6	14	30	62	124	250	502	1004	2000

~~$3 \times 3 = 9$~~

~~$9 \times 9 = 81$~~

~~$81 \times 81 =$~~

4^{ème} de couverture

Mots clés :

- Mathématiques
- Neurosciences
- Didactique
- Observables
- Adidactique

Résumé en Français :

Les résultats des neurosciences sont de plus en plus utilisés dans le domaine de l'éducation. Ils permettent en effet, un éclairage et une explication de certains mécanismes d'apprentissages. Il ne faudrait néanmoins pas tomber dans l'utilisation systématique de ce nouveau paradigme sans en avoir confronté les découvertes aux connaissances actuelles en didactiques des mathématiques. Mon projet d'étude avait donc pour objectif de tester dans un cadre réel les améliorations possibles qu'offres théoriquement les neurosciences au travail de l'enseignant dans sa recherche de de création de situations « adidactiques ».

Résumé en Anglais :

Neuroscience results are increasingly used in the field of education. They allow, in fact, an insight and an explanation of certain learning mechanisms. However, we should not fall into the systematic use of this new paradigm without having compared its discoveries with current knowledge in mathematics education. My study project therefore aimed to test in a real framework the possible improvements that theoretically neuroscience offers to the teacher's work in his search for the creation of "adidactic" situations.