



HAL
open science

Introduction de la mesure d'un angle en classe de 6e

Mathilde Malassis

► **To cite this version:**

Mathilde Malassis. Introduction de la mesure d'un angle en classe de 6e. Education. 2020. dumas-02943063

HAL Id: dumas-02943063

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02943063v1>

Submitted on 18 Sep 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Année universitaire 2019-2020

Master MEEF

Mention 2nd degré- parcours Mathématiques - Alternant

2^{ème} année

INTRODUCTION DE LA MESURE D'UN ANGLE EN CLASSE DE 6E

Mots Clefs : Angles, Grandeurs, Mesures

Présenté par : Mathilde MALASSIS

Encadré par : Jessica BRISAC

Remerciements

Je me permets d'adresser quelques remerciements aux personnes qui m'ont accompagnée dans la réalisation de ce mémoire.

Je tiens tout d'abord à remercier ma tutrice de terrain, Mme Christine MEMIER pour m'avoir conseillée, accompagnée dans la constitution et la rédaction de ce mémoire ainsi que de m'avoir proposée des outils et supports pour nourrir ma réflexion et l'enrichir. Elle a fait preuve de beaucoup de disponibilité, bienveillance et professionnalisme m'offrant un suivi et un soutien rassurant tout au long de mon année de stage, quelles que soient les situations et étapes auxquelles j'ai dû faire face.

Je remercie également mes collègues de Mathématiques du collège Octave Gréard, Paris (*VIII^{ème} arrondissement*) : Mme Lucille L'ORPHELIN, Mme Stéphanie SCHREIBER, Mme Wendy VALEAMA ainsi que Mr Guillaume FOUCHER pour leur partage de connaissances et d'expériences sur le sujet de mon mémoire.

Pour finir, je tiens à remercier ma directrice de mémoire Mme Jessica BRISAC qui a su me guider et m'encourager dans la rédaction de mon mémoire, ainsi que pour ses nombreuses relectures.

Table des matières

| | |
|---|----|
| Introduction | 4 |
| I. La grandeur angle et sa mesure au sein des programmes..... | 5 |
| A. La grandeur angle et sa mesure : du cycle 2 au lycée | 5 |
| B. Attendus des programmes de 6 ^e sur les angles | 6 |
| C. Outils à disposition pour la classe..... | 7 |
| II. La grandeur angle, et sa mesure : aspect didactique | 7 |
| A. L'enseignement des angles aux élèves de 10 à 13 ans : identification d'un obstacle didactique - Berthelot et Salin..... | 7 |
| 1. Résumé de l'article | 7 |
| 2. Apports sur mes pratiques d'enseignement..... | 9 |
| B. La construction du concept de l'angle à l'école élémentaire - Munier, Merle et Devichi | 9 |
| 1. Résumé de l'article | 9 |
| 2. Apports sur mes pratiques d'enseignement..... | 10 |
| III. Mise en pratique | 11 |
| A. Explication de la démarche | 11 |
| B. Travail en amont sur le concept de l'angle..... | 11 |
| C. Introduction de la mesure d'angles à travers une activité de comparaison | 15 |
| 1. Enjeux de l'activité | 15 |
| 2. Enoncé de l'activité | 15 |
| 3. Outils utilisés par les élèves..... | 16 |
| 4. Objectifs et compétences en jeu | 17 |
| 5. Choix didactiques et pédagogiques | 17 |
| 6. Analyse a priori, difficultés prévisibles et aides apportées | 18 |
| 7. Déroulement de l'activité | 21 |
| 8. Travail en aval..... | 24 |
| 9. Analyse a posteriori | 25 |
| D. Automatismes pour conforter le travail sur la mesure | 26 |
| 1. Série 1 de Questions flashes..... | 26 |
| 2. Série 2 de Questions flashes..... | 27 |
| E. Lien avec d'autres notions du programme | 29 |
| 1. Alignement de points | 29 |
| 2. Gestion de données et diagramme circulaire | 30 |
| F. Changer de cadre pour mieux comprendre les angles : géographie et navigation aérienne | 32 |
| G. Changer d'espaces de travail pour mieux comprendre les angles : micro/méso-espaces..... | 33 |
| 1. Introduction et énoncé..... | 33 |
| 2. Objectifs, prérequis et compétences..... | 34 |

| | |
|---|----|
| 3. Choix didactiques et pédagogiques | 34 |
| 4. Difficultés prévisibles..... | 34 |
| 5. Résolutions possibles..... | 35 |
| 6. Analyse a priori | 35 |
| 7. Déroulement | 36 |
| 8. Analyse a posteriori | 37 |
| Conclusion..... | 38 |
| A. Retour sur les lectures à partir du vécu et alternatives | 38 |
| B. Apport pour ma carrière professionnelle | 38 |
| Annexes..... | 41 |
| Bibliographie | 46 |

Introduction

Depuis mes débuts dans l'enseignement des mathématiques aussi bien en collège que lycée, j'ai pris conscience de l'importance de rebondir sur les connaissances anciennes de mes élèves, de les démêler et leur redonner du sens afin de pouvoir compléter ces connaissances et en bâtir de nouvelles. Ces missions sont d'autant plus essentielles dans le cadre de la transition école-collège : les élèves n'ont pas tous les mêmes bagages mathématiques à l'issue de la fin de l'école primaire. Selon moi, un des défis du professeur de mathématiques en classe de 6^e est de réussir à réaliser, en amont de chaque notion, un travail de fond sur les connaissances de ses élèves et leurs conceptions erronées de la notion. Une fois cette amorce réalisée, chaque élève aura les bases suffisantes pour entreprendre un travail d'approfondissement de la notion et enrichir ses compétences en lien avec les exigences du programme.

Dans ce mémoire, j'ai voulu illustrer ces missions par l'étude de l'introduction de la mesure d'un angle en classe de sixième. L'enseignement de la grandeur angle et de sa mesure constitue une réelle difficulté aussi bien pour les élèves que les professeurs¹. Cette difficulté peut être expliquée, selon G. Brousseau², par la présence d'obstacles didactiques, eux-mêmes provoqués par le choix de la méthode ou stratégie proposées par l'enseignant à un niveau de classe donnée. Les obstacles didactiques auxquels je ferai référence dans mon mémoire et que j'ai essayé de prendre en compte tout au long de l'élaboration de mon cours sont les suivants : le sens à attribuer à la grandeur angle et à sa mesure, les conceptions erronées qui gravitent autour de cette notion (un angle est défini par une paire de deux segments, comparer des angles en comparant la longueur de leurs côtés) ainsi que l'appropriation et l'utilisation du rapporteur pour la mesure et reproduction d'angles.

Etablir mon mémoire autour de l'introduction de la mesure d'un angle m'a paru être une excellente opportunité pour parfaire mes connaissances sur cette notion et ainsi proposer un cours qui permette à chacun de mes élèves de dépasser ces obstacles didactiques. Par ailleurs, depuis mes débuts d'enseignement en classe de 6^e, j'ai pu constater que les connaissances sont très variées d'un élève à un autre compte tenu de la transition école-collège (nombres décimaux, fractions, proportionnalité, géométrie de base). Or la notion d'angle se retrouve tout au long des années collège et lycée d'où l'importance, selon moi, de passer du temps et user de divers moyens et supports pédagogiques pour assurer à tous des bases solides et construire des connaissances disponibles (définition d'Aline Robert), propices à un futur approfondissement.

J'ai donc décidé de structurer mon mémoire autour de la problématique suivante :

« Quels sont les moyens à développer au sein de la classe pour dépasser les obstacles didactiques liés à l'enseignement de la mesure d'un angle ? »

Pour répondre à cette problématique, nous nous intéresserons tout d'abord à la grandeur angle et sa mesure au sein des programmes. Dans un deuxième temps, nous étudierons les enjeux didactiques qui gravitent autour de cette notion, illustrés par les apports de deux lectures didactiques. Enfin, une dernière partie s'attachera au travail en aval et aux moyens effectifs qui ont été mis en place au sein d'une classe de 6^e pour introduire la mesure d'un angle. La classe de 6^e dans laquelle s'est déroulée mon expérimentation fait partie d'une des classes que j'ai eu à charge durant mon année de stage au sein du collège Octave Gréard, Paris VIII^{ème} et est constituée de 29 élèves avec un niveau de classe correct (13 de moyenne générale).

Au sein de mon mémoire, je tiens à préciser que je me restreindrai à la vision de l'angle en tant que grandeur et n'étudierai pas l'angle en tant qu'objet géométrique, notion que j'ai travaillé en amont avec mes élèves. Comme son nom l'indique, mon mémoire s'attache à l'introduction de la mesure d'un angle : les géométries perceptive et instrumentée seront à l'honneur : aucun travail d'approfondissement concernant la géométrie déductive ne sera présenté.

¹ Propos repris par Berthelot et Salin dans « *Enseignement des angles aux élèves de 10 à 13 ans* »

² Terme défini par G. Brousseau dans « *Les obstacles épistémologiques, problèmes et ingénierie didactique* »

I. La grandeur angle et sa mesure au sein des programmes

Dans un premier temps, afin de mieux comprendre les enjeux de l'apprentissage de la grandeur angle et de sa mesure, il s'agit de s'intéresser à son enseignement : de son introduction en cycle 2 à son approfondissement au cours des années lycée.

A. La grandeur angle et sa mesure : du cycle 2 au lycée

La notion d'angles telle qu'elle est présentée au sein des programmes officiels s'inscrit dans la thématique « Grandeurs et mesures ». Elle est présentée dès le cycle 2 puis sera retravaillée et approfondie tout au long des cycles 3 et 4 ainsi qu'au lycée.

Le cycle 2 (CP à CE2) est le premier cycle au cours duquel va commencer l'apprentissage de la notion d'angle par le biais de l'angle droit. Les élèves découvrent la notion d'angle droit à partir de figures usuelles telles que le carré et le rectangle. Ils utilisent aussi les instruments liés à cette notion (gabarit d'angle droit, équerre) au cours d'activités de reproduction ou de reconnaissance de ces figures particulières. Un des attendus du programme est « de savoir repérer et reproduire un angle droit à l'aide d'une équerre ou d'un gabarit » (*Eduscol – cycle 2 – programme 2018*).

A ce stade de la scolarité et compte tenu des connaissances des élèves, il est difficile de proposer une définition rigoureuse de l'angle droit. L'angle droit est d'abord perçu par les élèves comme le coin de figures particulières ou d'une feuille, l'un des tout premiers objectifs d'enseignement va consister à détacher cet angle droit de ces figures auxquelles il est attaché : le rectangle et le carré. L'élève doit être amené à ne plus voir l'angle droit comme un coin (une surface) mais à voir que ce sont deux droites qui se coupent (sans pour autant introduire la perpendicularité entre 2 droites).

Après avoir introduit la notion d'angle droit, les maîtres d'école vont pouvoir faire le lien entre angle droit et nature d'un quadrilatère. A la fin du cycle, les élèves doivent être capables de « décrire à partir des côtés et des angles droits, un carré, un rectangle, un triangle rectangle [...] et les construire sur un support uni connaissant la longueur des côtés » (*Eduscol – cycle 2 – programme 2018*), ce qui permettra de réinvestir l'utilisation de l'équerre dans le cadre de constructions et reproductions de figure.

A la fin du cycle 2, seul l'angle droit est travaillé, aucune notion de mesure n'a encore été introduite auprès des élèves. On notera que la notion de perpendicularité pourra être étudiée dans le cadre de la reproduction de figures mais la relation angle droit/perpendicularité n'est pas évoquée dans les programmes.

Au début du cycle 3, les élèves vont travailler sur la comparaison d'angles avec un angle droit : le vocabulaire d'angles aigus, obtus émerge. On retravaille les acquis du cycle 2 sur l'angle droit (repérer et construire) et on les complète par l'utilisation de l'équerre pour estimer et vérifier qu'un angle est obtus ou aigu. Au sein de figures, « les élèves doivent être capables de repérer des angles et les comparer par superposition, avec du papier calque ou un gabarit » (*Eduscol – attendus CM2*).

A la fin du cycle 3, une fois qu'un travail sur les angles en tant que grandeurs a été réalisé, la mesure d'un angle et son unité (le degré) vont pouvoir être introduites, complétées par l'outil de mesure associé : le rapporteur. Toutes ces notions vont permettre la construction de nouvelles figures ainsi que définir, repérer et justifier la nature des triangles et quadrilatères usuels. La mesure d'angle sera donc étudiée dans le cadre de la géométrie plane (construction de figures, symétrie axiale, polygones usuels) et pourra faire l'objet de rappels au sein de la géométrie dans l'espace et pour la construction de diagrammes circulaires (lien avec la proportionnalité).

On remarquera que dans tout le cycle, la notion d'angle s'inscrit dans la géométrie perceptive et instrumentée et pourra faire l'objet d'une introduction à la géométrie déductive par un travail sur la justification de la nature des triangles et quadrilatères usuels en fin du cycle 3.

Les attendus précis de la fin du cycle seront détaillés dans le paragraphe suivant *Attendus du programme de 6^e*.

En cycle 4, des connaissances nouvelles sont apportées sur la notion et les mesures d'angles : les élèves découvrent la valeur de la somme des angles dans un triangle et l'inégalité triangulaire est énoncée. Le lien est fait entre l'inégalité triangulaire et la construction d'un triangle à partir de la donnée de trois longueurs. Des constructions de triangles à partir de la mesure d'une longueur et de deux angles ou d'un angle et de deux longueurs sont proposées.

La symétrie centrale va établir les propriétés de conservation sur les mesures des angles et va amener les élèves à réintroduire leurs connaissances acquises sur l'utilisation du rapporteur et la construction d'angles au sein de figures. Elle permet également de revisiter les triangles particuliers et leur mesure d'angle. Enfin, la symétrie centrale va permettre une caractérisation angulaire du parallélisme et de définir les angles internes/externes.

La proportionnalité va permettre d'introduire les premières bases de la trigonométrie : cosinus, sinus, tangente dans le triangle rectangle sont utilisés pour calculer des longueurs ou des mesures d'angles.

Pour finir, les élèves doivent savoir transformer à la main ou à l'aide d'un logiciel une figure par rotation : le lien est alors fait entre rotation et angle.

Au sein de ce cycle, les élèves sont amenés à se détacher de la géométrie perceptive : la géométrie instrumentée est encore très utilisée mais les notions de cours donnent de plus en plus d'outils aux élèves pour travailler la mesure des angles au sein de la géométrie déductive.

Au lycée, la notion d'angle est principalement étudiée par le biais de la trigonométrie (introduction du radian), l'étude des fonctions cosinus et sinus, le produit scalaire ainsi qu'au sein de la géométrie dans l'espace.

B. Attendus des programmes de 6^e sur les angles

Comme énoncé précédemment, le programme de fin du cycle 3 marque un tournant dans l'enseignement de la notion des angles puisque la mesure de l'angle et son unité (le degré) vont être introduites. Pour pouvoir lui donner sens, un nouvel outil de mesure est présenté : le rapporteur dont l'utilisation devra être maîtrisée par les élèves pour accéder à la mesure d'un angle et réaliser des reproductions ou constructions de figures. Le rapporteur va pouvoir expliquer le passage d'un tour complet à l'angle plein. Le compas pourra également être présenté en complément du rapporteur pour reproduire des angles et figures.

Parmi les constructions classiques à savoir réaliser, les élèves devront savoir construire un triangle à l'aide d'une longueur et deux mesures d'angles ainsi que les triangles usuels (triangle rectangle, isocèle et équilatéral).

En parallèle un travail va être réalisé sur la notation d'un angle, sa représentation par un arc de cercle. Le vocabulaire sur les angles aigus et obtus est revu et on établit le lien avec la mesure de l'angle (exemple : l'angle aigu est plus petit qu'un angle droit donc sa mesure sera comprise entre 0° et 90°).

Les connaissances sur les angles vont réapparaître à d'autres moments de l'année de 6^e. Lors de la symétrie axiale, les élèves vont découvrir la propriété de conservation sur les mesures des angles et retravailler l'utilisation du rapporteur.

L'étude de la nature des quadrilatères et triangles usuels ainsi que leurs propriétés associées vont permettre de réintroduire les mesures des angles au sein d'une géométrie instrumentée et d'initier à la géométrie déductive.

En lien avec les premiers éléments de base de la géométrie, un lien sera établi entre angle plat et alignement de points.

Dans le cours sur la géométrie dans l'espace, les angles vont intervenir pour la construction de patrons, caractériser les faces des solides et pour le repérage dans l'espace.

Pour finir, en lien avec la proportionnalité et les pourcentages, les mesures d'angles vont s'avérer primordiales pour constituer des diagrammes circulaires.

On se rend compte de l'importance de la notion d'angle et de sa mesure au sein du programme de 6^e et des années suivantes : son institutionnalisation est l'objet d'un réel questionnement didactique.

C. Outils à disposition pour la classe

Dans le cadre des programmes, un travail sur la comparaison directe (*par superposition*) et indirecte (*avec des gabarits*) devra être réalisé. Il s'agira d'insister sur le fait que ces outils permettent de comparer des angles sans avoir recours à leur mesure et donnent accès, dans la plupart des cas à une méthode efficace de comparaison. Cependant on pourra aussi exhiber les cas un peu plus extrêmes afin qu'ils se rendent compte des limites d'une telle comparaison et de la nécessité d'introduire de nouveaux outils de comparaison plus précis.

Outre la manipulation et utilisation de gabarits et papier calque, les élèves doivent apprendre à utiliser l'outil de mesure associé aux mesures d'angles : *le rapporteur*. Ce dernier devra faire l'objet d'un travail en profondeur afin que tous les élèves, en fin de cycle, soient capables de s'en servir pour mesurer des angles et réaliser des reproductions de figures.

Pour finir, *les TICES* (Géogébra et Scratch) sont des outils à privilégier afin de faire travailler la notion d'angle et sa mesure dans des contextes différents afin de renforcer, approfondir et compléter les compétences acquises.

Avec un logiciel de géométrie dynamique, on pourra par exemple demander aux élèves de réaliser des constructions ou reproductions de figures avec des mesures d'angles données et faire découvrir des propriétés sur les triangles usuels.

Avec un logiciel de programmation, les élèves devront savoir programmer des déplacements : le mot « tourner » sera alors associé à une mesure d'angle à laquelle on associera un sens.

Après avoir étudié le relief de la grandeur angle en amont du programme de 6^e et en aval avec sa mesure, ainsi que les outils à disposition pour la classe afin de réaliser son enseignement, il s'agit maintenant de s'intéresser aux obstacles didactiques liés à cette notion. Par-delà, l'objectif recherché est de dispenser un enseignement qui prenne en compte ces difficultés, comprenne leurs origines et propose des alternatives d'apprentissages et solutions adaptées.

II. La grandeur angle, et sa mesure : aspect didactique

Afin de s'intéresser aux notions didactiques, conceptions erronées et difficultés d'apprentissages liées à la notion d'angle et sa mesure, j'ai décidé d'étudier deux articles : « L'enseignement des angles aux élèves de 10 à 13 ans : identification d'un obstacle didactique » de R. Berthelot et MH. Salin, Grand N n°66 et « La construction du concept de l'angle à l'école élémentaire » IREM n°64 de V. Munier, H. Merle et C. Devichi. Pour chaque article, j'en propose un résumé ainsi que les apports de la lecture de l'article sur mon enseignement.

A. L'enseignement des angles aux élèves de 10 à 13 ans : identification d'un obstacle didactique - Berthelot et Salin

1. Résumé de l'article

Pour commencer, Berthelot et Salin s'accordent à dire que l'angle est à l'origine de difficultés récurrentes aussi bien pour les élèves que les professeurs. Lorsque cette situation se présente sur l'enseignement d'une notion, ces difficultés peuvent être attribuées à des connaissances inadéquates des élèves et sur lesquelles l'enseignement dispensé ne semble pas avoir de prise. En reprenant les termes de Brousseau, ces connaissances qui produisent des réponses adaptées dans un certain contexte fréquemment rencontré, mais qui engendrent des réponses fausses hors de ce contexte sont appelées obstacles cognitifs : selon les auteurs l'angle est un obstacle cognitif. De façon générale, les maîtres d'écoles et professeurs de début de collège sont unanimes pour dire que c'est une notion qui ne passe pas auprès des élèves.

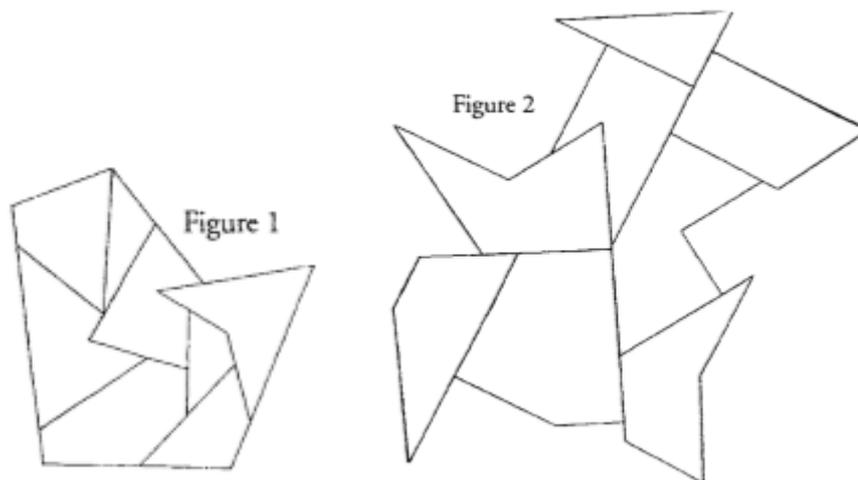
Pour étudier et comprendre l'origine de cet obstacle cognitif, les auteurs étudient des réponses d'élèves de 6^{ème} et 5^{ème} sur des mêmes questions sur l'angle : sur les deux niveaux de classe, on retrouve les mêmes conceptions erronées productrices de réponses incorrectes et semblent donc résister à l'enseignement usuel d'une année sur l'autre. Les auteurs s'appuient également sur une expérience de Close (1982) qui montrent que pour certains élèves la comparaison d'angles est faite via la comparaison des longueurs de leurs côtés. Trois quarts des élèves sondés ont du mal à lui donner du sens au sein de figures géométriques ou représentations de la vie quotidienne. Ceci corrobore l'analyse de Balacheff :

« L'angle est conçu comme la donnée de deux segments ayant une extrémité commune et des supports distincts. Avec une telle conception, deux figures qui diffèrent par la seule longueur des segments qui les constituent apparaissent comme représentant deux angles différents ».

Compte tenu de ces expériences et de leurs résultats, Berthelot et Salin pensent que les connaissances sur l'angle et qui font obstacles aux élèves ont été introduites par le processus d'enseignement lui-même : ils parlent de l'angle comme d'un obstacle cognitif didactique.

Les auteurs s'intéressent ensuite aux processus d'enseignements utilisés qui conduisent à cet obstacle didactique. L'angle est souvent représenté comme un objet « isolé » sur le tableau ou sur une feuille et peut être défini comme une paire de segments ayant une extrémité commune et des supports distincts. Or le fait de se limiter à la représentation micro-spatiale donne à interpréter les figures géométriques comme des objets du micro-espace, munis des propriétés (et des limitations) correspondantes. Il en est ainsi pour l'angle, que les élèves conçoivent avec les propriétés liées à ce type de rapport : une « forme, caractérisée en particulier par son contour, de longueur déterminée » et non par les relations logiques de la géométrie.

Les auteurs donnent une piste pour construire un processus d'enseignement plus adapté notamment pour les classes de CM : ils proposent d'introduire des situations d'apprentissages avec un travail sur des petits objets faciles à introduire de manière ponctuelle dans la classe : l'activité proposée est celle du *Géométriscrabble* (tangram plus complexe – photos ci-contre).



Cette activité est déclinée en différents niveaux et tâches pendant plusieurs séances. L'objectif principal est de faire manipuler les pièces aux élèves afin qu'ils testent les endroits où les pièces pourraient s'emboîter entre elles pour reconstituer le *Géométriscrabble*. Ceci permettra de développer de manière progressive les trois conceptions d'angle au programme du CM : angle de secteur, angle de rotation et le secteur angulaire et permettra de travailler sur la représentation et la notion de l'angle. Par ailleurs le *Géométriscrabble* va permettre de faire émerger plusieurs notions auprès des élèves : pour un même tracé correspondent 2 angles (saillant et rentrant – sur les pièces angle avec matière et sans matière), d'introduire le vocabulaire lié aux angles (sommets, côtés) ainsi que l'égalité entre 2 angles avec la discussion sur la longueur des côtés. Les auteurs ont mené cette activité durant trois années, dans des classes de CM2 en partenariat avec le COREM (Centre

d'observation et de recherche sur l'enseignement des mathématiques) et ont conclu à sa reproductibilité et à son efficacité, relativement aux objectifs qui avaient été fixés.

2. Apports sur mes pratiques d'enseignement

Dès le début de l'introduction de la notion d'angles jusqu'aux activités découvertes ou de recherche en groupe, j'ai voulu faire travailler mes élèves dans plusieurs espaces de travail (micro-espace, méso-espace) afin de dépasser la notion d'angle en tant qu'objet géométrique du micro-espace.

J'ai également insisté de façon répétée (cours, exercices, questions flashes) sur le principe d'égalité de 2 angles et autour de l'erreur qui consiste à comparer les longueurs de leurs côtés.

Pour finir, en lien avec le *Géométriscrabble* proposé en classe de CM, j'ai décidé d'introduire la notion de la mesure de l'angle via des petits objets manipulables et se rapprochant beaucoup de la situation usuelle qui produit des obstacles chez les élèves : gabarit d'angles droits, gabarit d'angle unité 10° , rapporteur muet et rapporteur circulaire.

B. La construction du concept de l'angle à l'école élémentaire - Munier, Merle et Devichi

1. Résumé de l'article

Tout comme Berthelot et Salin, les auteurs s'accordent à dire que la notion d'angle en primaire est restreinte au micro-espace et empêche de ce fait le développement de connaissances spatiales et géométriques, leurs articulations, ce qui rend très difficile la résolution de problèmes dans l'espace sensible. Par ailleurs, selon les auteurs et en lien avec les exigences des programmes de cycle 3, pour pouvoir donner du sens aux notions mathématiques, il faut pouvoir les associer à d'autres sciences physiques et technologiques. Malgré la polyvalence des professeurs des écoles, les liens entre mathématiques et physiques sont en pratique peu travaillés dans les classes.

Pour introduire la grandeur angle, les auteurs proposent une expérience spatiale mettant en jeu des phénomènes physiques pour permettre aux élèves non pas de mobiliser mais de construire un concept géométrique, formulant l'hypothèse que cette approche leur permettra une meilleure appropriation de ce concept.

Par ailleurs, ils étudient aussi les difficultés et conceptions erronées des élèves sur les angles. Ils font le même constat que Berthelot et Salin : l'angle est perçu comme la donnée de deux segments ayant une extrémité commune et des supports distincts et qu'ainsi deux figures qui ne diffèrent que par la longueur des segments qui les constituent apparaissent comme représentant des angles différents. Ils remarquent également que l'angle est très fréquemment représenté comme un objet isolé et sous forme primitive ce qui rend très difficile pour les élèves de le considérer, dans certaines situations, comme la sous-figure d'une autre figure (exemple : l'angle dans un triangle).

Contrairement à Berthelot et Salin qui expliquent cette conception erronée de l'angle comme étant d'origine didactique, les auteurs pensent qu'elle est liée à l'introduction qu'est faite de l'angle droit au cycle 2. Le premier travail sur les angles via l'angle droit se restreint à la technique de fabrication d'un gabarit d'angle droit, par double pliage d'une feuille de papier, et à l'utilisation de ce gabarit pour identifier des angles droits. Ce premier contact avec la notion d'angle, sans travail explicite sur l'idée d'écartement, risque d'enraciner chez les élèves la représentation erronée de l'angle comme coin attaché à une figure. Cette explication est celle soutenue également par L. Vadcard. Cette représentation pourra fonctionner plusieurs années avant d'être mise en défaut, ce qui peut donc la rendre d'autant plus difficile à déstabiliser.

De plus, le concept d'angle est très difficile à maîtriser pour les élèves et nécessite un apprentissage long pour qu'il soit acquis. Selon les auteurs, il serait d'autant plus avantageux de travailler ce concept dès le CE2 (alors que les programmes indiquent plutôt CM1).

Partant des constats et considérations énoncés précédemment, les auteurs proposent des séquences de travail avec des élèves de CE2 et CM1 d'une durée maximale de 5 séances. Les buts recherchés sont de familiariser les élèves avec la conception de l'angle en tant qu'écartement, ouverture et non vers une conception erronée de l'angle en tant que paires de segments, tout en assurant des liens directs entre mathématiques et physiques.

Une des séquences porte sur l'étude du champ visuel : les élèves sont amenés à se poser le problème suivant « *Que peut-on voir quand on est devant un obstacle ?* ». Le questionnement s'appuie sur une situation de prévention routière qui amène à visualiser et reproduire les zones cachées (papier-crayon et expérimentation dans la cour). A la fin des séances, les élèves convergent sur le fait que la zone délimitée par l'obstacle est un « V » ou encore un triangle et les maîtres indiquent qu'on appelle cela un angle. Puis les élèves sont amenés vers une autre tâche : la comparaison d'angles par pliage et avec la fausse équerre. A la suite de cette séquence, les élèves sont évalués sur 5 exercices : les 3 premiers exercices portent sur la reproduction, comparaison d'angles et identification d'angles égaux. Les résultats observés sont proches de ceux relevés par Berthelot et Salin lors de leurs expérimentations. Les deux autres exercices sont spécifiques à la situation étudiée en classe et les résultats des élèves montrent que la majorité d'entre eux (environ les deux-tiers) a acquis les connaissances spatiales et géométriques permettant la maîtrise de la situation à laquelle ils ont été confrontés.

2. Apports sur mes pratiques d'enseignement

Cet article m'a permis de me confronter en amont aux difficultés prévisibles et conceptions erronées des élèves sur la notion d'angle. J'ai décidé d'introduire la notion de l'angle par une série de photographies dans lesquelles on retrouve des angles orientés et représentés différemment afin de ne pas renforcer chez certains élèves la conception de l'angle en tant que paire de segments.

Je me suis appropriée la séquence sur le champ visuel en proposant notamment des photographies sur la zone de champ visuel en fonction de la vitesse d'une voiture ce qui permet aussi de varier l'espace de travail. Après l'introduction, j'ai souhaité renforcer l'image mentale de l'angle en tant qu'ouverture à travers deux outils : des reproductions d'angles à l'aide du compas et la distribution d'éventail en papier (*utilisable pendant tout le chapitre pour se représenter un angle ou estimer sa mesure*). Tout au long de mon cours et des exercices, j'ai passé du temps à analyser avec mes élèves leurs erreurs fréquentes liées à leurs conceptions erronées de l'angle afin que les élèves comprennent qu'elles ne fonctionnent plus et s'en détachent. Pour finir, j'ai maximisé le nombre d'exercices et situations didactiques dans lesquelles l'angle n'est pas représenté de manière isolé ou prototypique (étude de plan de vol, distance de la Tour Eiffel pour une photographie) afin d'assurer un lien entre mathématiques et physiques tout en donnant du sens à la notion d'angle.

III. Mise en pratique

A. Explication de la démarche

Avant d'exposer le travail réalisé en classe, je souhaite expliquer comment j'ai construit ma démarche d'enseignement, au regard de mes lectures et échanges d'expériences avec mes collègues.

Je n'avais aucune connaissance didactique sur les exigences pour introduire la mesure d'une grandeur. Je me suis alors documentée sur une grandeur bien connue des élèves, introduite au cycle 2 : la longueur et sa mesure associée. Par la lecture de « *Grandeurs et Mesures au cycle 2* » de l'ESPE de Grenoble et « *Les Grandeurs et leurs mesures* » de l'académie de Strasbourg, j'ai pris conscience de l'importance sur le plan didactique de construire la grandeur indépendamment de sa mesure et réaliser un travail sur le sens avant d'introduire un mesurage. Dans le cadre de la grandeur angle, j'ai donc décidé de proposer à mes élèves une première activité pour travailler sur le sens même de cette grandeur indépendamment de sa mesure.

Une fois ce travail réalisé et le sens construit, nous avons poursuivi le travail par une activité de comparaison d'angles afin de converger vers l'unité de mesure d'un angle et l'outil de mesure associé : le rapporteur circulaire. Pour conforter le travail réalisé sur la mesure d'un angle, les élèves se sont exercés par le biais d'évaluations diagnostiques (questions flashes).

Une fois le travail sur la mesure réalisée, j'avais la volonté de donner du sens à cette mesure et que les élèves comprennent à quoi peut servir la mesure d'un angle dans notre environnement proche. Pour ce faire, j'ai proposé une activité pour changer de registre de travail : activité sur la navigation aérienne. Par ailleurs, avec l'apport de la lecture « *La construction du concept de l'angle à l'école élémentaire* », je souhaitai que les élèves appliquent leurs connaissances sur l'angle et sa mesure à travers différents espaces de travail, afin de ne pas restreindre la connaissance de l'angle au micro-espace ou renforcer des conceptions erronées. J'ai donc décidé de proposer un travail de groupe pour déterminer une distance par rapport à la Tour Eiffel pour prendre une photo, ce qui a permis d'ancrer le contexte du problème dans le macro-espace avec une résolution dans le micro-espace.

Pour finir, dans la mesure où je ne réalise pas de progression spiralée et pour faire sens aux notions que j'introduis, j'ai à cœur d'établir avec mes élèves des liens entre la notion travaillée et les connaissances acquises du programme. Avec la mesure de l'angle, nous avons pu établir le lien entre alignement de point/angle plat et découvrir la construction du diagramme circulaire.

B. Travail en amont sur le concept de l'angle

Comme expliqué dans le paragraphe précédent, l'académie de Strasbourg insiste dans son article « *Les grandeurs et leurs mesures* » « *de l'importance de réaliser un travail sur le sens d'une grandeur avant d'introduire sa mesure* ». Par ailleurs, il m'a paru important de travailler en premier lieu sur le concept de l'angle afin de motiver l'étude de cette notion aux yeux des élèves et proposer des situations, autant que faire se peut, proches de la vie quotidienne.

Pour réaliser ce travail sur le sens, j'ai fait visionner à la classe une série de diapositives : vue aérienne de la citadelle de Lille, constellation dans le ciel, représentation du champ visuel d'un conducteur selon la vitesse (inspiré des expériences menées par Devichi, Merle et Munier), schéma de flexion/extension du bras, clocher-mur de Molandier et tour de Pise (*annexe 1*). A la fin de la projection une question leur a été posée : « *Quel est le point commun entre toutes ces diapositives ?* ». J'avais pris soin de varier les contextes et situations de représentations des angles. Un premier visionnage n'a pas été suffisant pour faire émerger le concept d'angle : peut-être y avait-il trop de diapositive ou la question était trop ouverte. J'ai alors proposé un deuxième visionnage en demandant aux élèves de se concentrer davantage sur les représentations et concepts géométriques présents dans les diapositives : segment, droite ont été proposés avant qu'apparaisse la notion d'angle. Une fois toute la classe convaincue par ce point commun, j'ai proposé un troisième visionnage avec une autre question : « *A la fin du diaporama, donner une définition possible d'un angle* ». Assez naturellement,

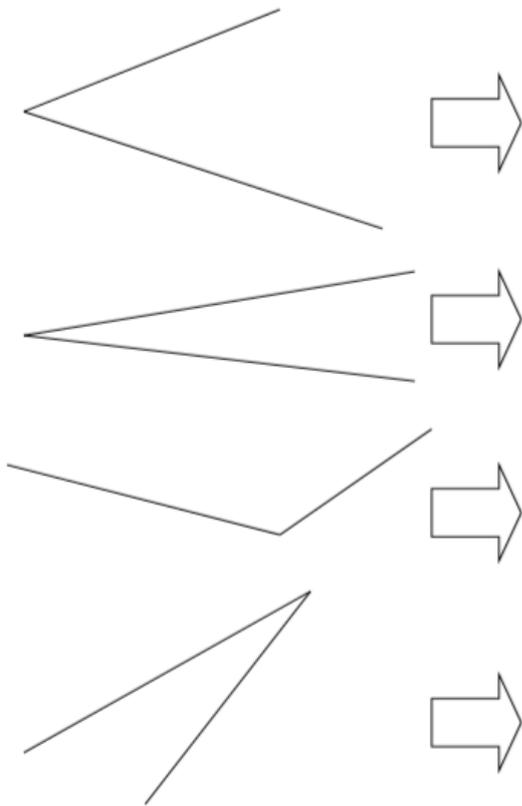
pour certains élèves, la conception erronée dont j'étais consciente et soulevée par Balacheff, Berthelot et Salin a été proposée « *2 segments qui se coupent* », « *2 droites sécantes* ». Les objectifs recherchés par cette activité introductive, présentés de façon croissante, étaient de faire émerger les conceptions erronées que certains de mes élèves pouvaient avoir sur la notion d'angle, de les démêler et de s'appuyer sur des représentations d'angles de la vie quotidienne pour bâtir une connaissance plus rigoureuse.

L'enjeu était donc à ce stade de faire comprendre aux élèves qu'un angle évoque un écartement, une ouverture entre deux-demi droites et non une paire de segments qui ont un point commun, conception qui les freinerait pour la suite du chapitre et la bonne compréhension de la mesure de l'angle.

Je décide alors de changer d'espace et passer du micro-espace au méso-espace afin de faire émerger chez les élèves un lien entre angle et ouverture. Je m'appuie sur la porte d'entrée de la classe : je la fais pivoter, l'ouvre avec un angle plus ou moins grand et j'explique que si on se trouve sur le pas de porte de la classe, plus on ouvre la porte plus on verra un grand nombre d'élèves (la classe en est convaincue) et que le mouvement de la porte (je n'évoque pas le mot « ouverture » volontairement mais réalise le geste) est assez similaire au mouvement de flexion/extension du bras. En lien avec les diapositives présentées précédemment, les élèves en déduisent qu'il y a un angle. En rebondissant sur les constats relevés avec le champ visuel de la voiture, je demande comment notre champ visuel varie par rapport au mouvement de la porte : les élèves constatent que tout cela n'est qu'une question d'ouverture. Le fait que les élèves aient compris par eux-mêmes et que je n'aie pas eu à souffler la connaissance devrait leur permettre de mieux mémoriser ce savoir. Je reprends alors ces termes pour leur expliquer qu'un angle correspond effectivement à une ouverture, un écartement entre deux demi-droites de même origine. Je fais rappeler aux élèves que de demi-droites n'ont pas de longueur : cela pourra être utile pour la suite.

Cependant, à ce stade il reste une autre conception erronée à démêler et très classique chez les élèves de 6^e : deux angles sont identiques si leurs côtés ont la même longueur. Pour renforcer l'image mentale d'un angle en tant qu'ouverture, je propose une deuxième activité sur la reproduction d'angles avec le compas. Cette activité a deux objectifs : renforcer l'image mentale de l'angle en tant qu'ouverture en utilisant le compas (outil géométrique qui permet de se représenter visuellement des écartements) et convaincre les élèves du fait que 2 angles ne peuvent pas être comparés par la longueur de leurs côtés. Pour atteindre ces deux objectifs, je devais être vigilante sur un point : depuis le début de l'année le compas est utilisé pour les reports de longueur. Les élèves devront absolument mettre de côté cette utilisation afin de ne pas renforcer leur conception erronée de l'angle et considérer le compas comme un outil pour représenter et reproduire un écartement entre deux demi-droites.

Exercice n°1 :
Reproduire à l'aide du compas les cinq angles ci-dessous.

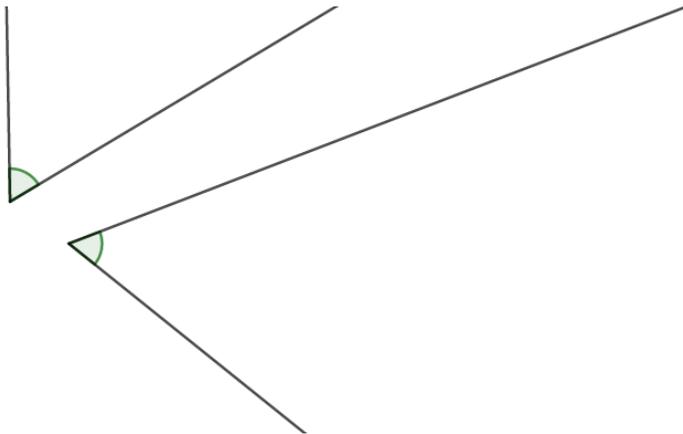


Consigne recopiée pour plus de lisibilité
« Reproduire à l'aide du compas les cinq angles ci-dessous »

Par défaut, dans cet exercice on voit apparaître 2 types d'angles (saillant et rentrant) : on choisit de faire reproduire aux élèves l'angle saillant dans chaque cas.

Après l'étape de reproduction, je fais remarquer aux élèves que les angles que nous avons représentés sont bien délimités par deux demi-droites (et non des segments) avec une origine commune, qui sera appelée le sommet de l'angle. Par ailleurs, dans la mesure où notre support est fini, la représentation des demi-droites appelées côtés de l'angle doit être finie. Je demande ensuite aux élèves de classer par ordre croissant les angles à l'œil nu pour renforcer la notion d'ouverture comme critère de comparaison. La plupart des élèves proposent le classement suivant : 3 – 1 – 2 – 4. Les élèves sont ensuite interrogés sur l'angle qui a les plus longs côtés : c'est l'angle 2 qui est désigné. Je demande alors à la classe s'il y a un lien entre la longueur des côtés d'un angle et son ouverture. J'interroge quelques élèves, voici les propos de l'un d'entre eux « l'angle 2 est le plus petit mais ses côtés sont les plus longs donc je ne pense pas » (Corentin). Pour m'assurer de la bonne compréhension de tous, quelques élèves sont interrogés pour reformuler les propos de Corentin. Je demande ensuite de faire le même raisonnement avec l'angle 3 pour se convaincre qu'on ne peut pas comparer des angles par rapport à la longueur de leurs côtés. Je cite la réponse de Appoline « l'angle 3 est l'angle le plus grand mais ce n'est pas celui qui a les plus longs côtés, c'est plutôt l'angle 2 ». Je rappelle qu'à ce stade, seule la notion d'ouverture, d'écartement sont connus par les élèves, bien que les réponses ne soient pas rigoureusement correctes, l'objectif recherché est que tous les élèves se constituent une image mentale de l'angle et surpassent leurs conceptions erronées. Pour finir, nous essayons de manière collective de généraliser les remarques faites précédemment : un élève propose « on peut dire que l'ouverture de l'angle, elle ne dépend pas de la longueur des côtés de l'angle, on peut avoir un angle très grand et des petits côtés ou un tout petit angle et de très longs côtés » (Charles). Je fais reformuler par d'autres élèves puis tous les élèves notent dans leur cahier d'activité à la suite de cet exercice et en guise de synthèse : « Un angle évoque « l'ouverture », « l'écartement » entre deux demi-droites. Par conséquent, un angle est indépendant de la longueur de ses côtés ».

Après ces deux activités, j'ai interrogé quelques élèves lors de la séance suivante afin de se remémorer ce qui avait été retenu sur l'angle : les élèves interrogés évoquent tous l'idée d'ouverture et d'écartement en reprenant pour certains l'exemple de la porte. Et quand j'ai demandé de faire le lien avec l'activité de reproduction, un élève a parlé de définir un angle par deux segments (lié très certainement aux supports finis des deux demi-droites sur la feuille d'exercice).



Projection Géogébra

Je réinsiste alors sur ce point en réalisant avec *Géogébra* (sans montrer la construction aux élèves) deux angles de même mesure (60°) mais avec des longueurs de côtés différentes que je projette. Je pose la question suivante :

« Les 2 angles sont-ils égaux c'est-à-dire représentent-ils le même écartement ? »

Les élèves sont partagés : je place alors deux points sur chaque côté des deux angles et à même distance du sommet (afin de faire mesurer de façon intuitive la mesure des angles). Je demande à un élève de relever au compas l'écartement des deux points pour chaque angle et d'en donner la mesure : c'est la même. Je demande alors ce que cela signifie pour les angles : Appoline dit « avec le compas on a vu que l'écartement est le même pour les deux angles donc je pense que ce sont les mêmes ». Je valide la proposition de Appoline et fais remarquer qu'ici la longueur des côtés n'a pas d'importance, qu'on pourrait les étendre autant que l'on voudrait l'ouverture resterait inchangée : on a uniquement regardé l'écartement et cela fait écho au constat de l'exercice n°1. Je réinstitutionnalise alors le fait qu'un angle est défini par une « ouverture », un « écartement » de deux demi-droites avec une origine commune et que ceci est indépendant de la longueur des côtés de l'angle. Comme j'ai jugé que cette phase était importante, j'ai encore interrogé des élèves lors de la séance qui a suivi l'explication avec une diapositive de questions flashs.

QUESTION 2

Indiquer l'angle le plus grand et l'angle le plus petit



Tous les élèves ont indiqué que l'angle le plus grand est l'angle 3.

Je pose alors une question supplémentaire par rapport aux longueurs des côtés des angles. Je cite les propos d'un élève « l'angle 3 a la plus grande ouverture mais pourtant il a les plus petits côtés » (Shazad)

Ceci a permis d'établir à nouveau l'indépendance de l'ouverture d'un angle et de la longueur de ses côtés.

A la suite de ce travail et des rappels effectués, une première institutionnalisation a été réalisée dans le cours sur la définition d'un angle et sa représentation. Seule la notation d'un angle avec une lettre a été énoncée.

(Voir l'annexe 2 : support de cours - 1) Vocabulaire)



Pour finir, un petit éventail en papier a été distribué à tous les élèves. A cet instant du cours, il est essentiellement utile pour renforcer leur image mentale d'un angle par visualisation et manipulation (il sera réutilisé à d'autres moments du cours pour d'autres objectifs). Lorsque j'ai distribué l'éventail, j'ai indiqué aux élèves que dans le cadre de ce cours nous prendrons comme référence commune l'angle représenté par la partie colorée.

Eventail en papier distribué à chaque élève

Après avoir travaillé avec mes élèves sur le concept de l'angle afin de lui redonner du sens, j'ai décidé d'introduire la mesure de cette grandeur par le biais d'une activité sur la comparaison d'angles.

C. Introduction de la mesure d'angles à travers une activité de comparaison

1. Enjeux de l'activité

Je souhaitai une activité avec des situations de comparaisons d'angles qui soit suffisamment riche pour permettre un travail sur plusieurs types de comparaison : perceptive, indirecte, avec étalon puis par instrument de mesure précis pour que les élèves affinent petit à petit la notion d'angle, recherchent des moyens pour comparer les angles afin d'aboutir à la mesure d'un angle et son unité associée. Pour réaliser cette activité, je me suis inspirée du travail de l'ESPE de Grenoble, « Grandeurs et mesures au cycle 2 » sur l'introduction de la longueur d'un segment et de la masse d'un objet ainsi que de la brochure « Enseigner les mathématiques en 6^e : Les angles » publiée par l'IREM de Poitiers.

2. Énoncé de l'activité

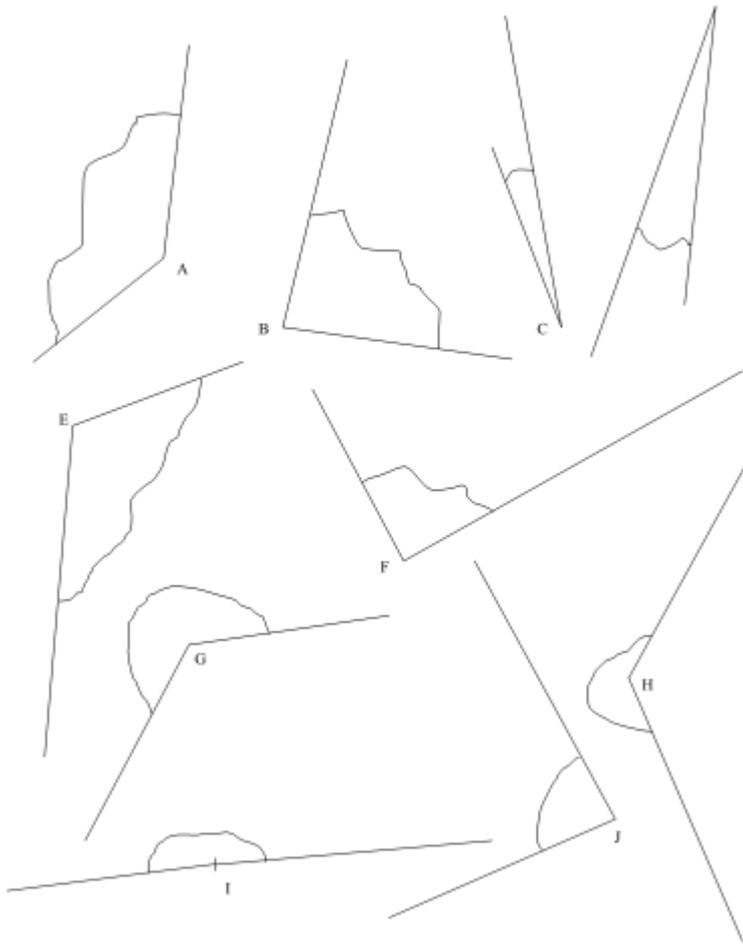
Voici l'énoncé qui a été distribué aux élèves avec la série d'angles à comparer

Comparaison d'angles : œil nu, gabarits et rapporteurs

L'objectif de cette activité est de comparer et classer des angles à partir d'outils différents :

- *L'outil le moins précis mais que nous avons toujours à disposition : l'œil nu*
- *Des gabarits tels que le gabarit d'angle droit, demi-cercle partagé*
- *A l'outil le plus précis : le rapporteur circulaire*

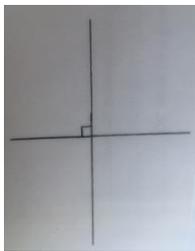
- 1) Classer à l'œil nu dans l'ordre croissant les angles ci-dessous
- 2) Classer ces angles à l'aide du gabarit d'angle droit. Quels types de classement peut-on réaliser ?
- 3) On construit un autre gabarit en accolant quatre angles droits pour former un angle plein. Celui-ci a été partagé en 36 angles superposables. Un de ces angles est choisi comme angle-unité. Encadrer la mesure des angles ci-dessous à l'aide de cet angle-unité.
- 4) On construit un autre gabarit en s'inspirant du précédent et on partage son angle-unité en 10 angles superposables : on l'appelle « le rapporteur muet ». Un de ces angles est choisi comme nouvel angle-unité. Mesurer les angles à l'aide de ce rapporteur.
- 5) Pour finir, on introduit le rapporteur circulaire « jaune ».
Quels sont les avantages/inconvénients de ce rapporteur par rapport au rapporteur muet ?
- 6) Mesurer les angles à l'aide du rapporteur circulaire



Série d'angles à comparer

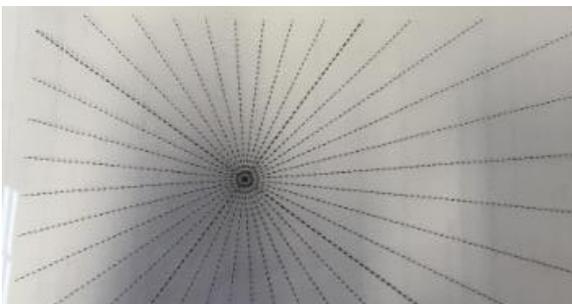
3. Outils utilisés par les élèves

Tout au long de l'activité, les élèves vont avoir recours à plusieurs outils pour réaliser les comparaisons. Le premier outil à manipuler pour la comparaison indirecte (question 2) est le gabarit d'angles droits.

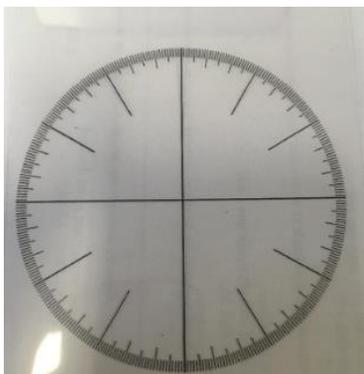


*Gabarit de quatre angles droits
réalisé sur papier calque*

Lors de la question 3, les élèves vont réaliser une comparaison avec un étalon qui est un cercle partagé en 36 angles superposables chacun de mesure 10° .

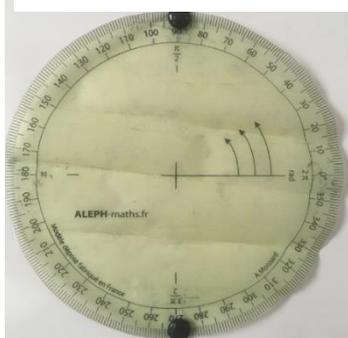


Gabarit d'angle unité 10°



Rapporteur "muet"

La question 4 va permettre d'affiner la comparaison en introduisant un rapporteur dit muet. Il se présente de la même manière qu'un rapporteur circulaire mais ne possède pas de graduations numérotées.



Rapporteur circulaire « jaune »

Pour finir, par le biais de la question 5 les élèves vont découvrir l'utilisation du rapporteur circulaire « jaune » (l'indication de la couleur permet de dissocier le rapporteur muet qui est transparent du rapporteur circulaire).

4. Objectifs et compétences en jeu

Les objectifs recherchés sont de savoir comparer des angles à l'aide de différents outils et savoir utiliser un rapporteur circulaire pour donner la mesure d'un angle (*attendus de 6^e - Eduscol*). Cette activité a été suivie d'un travail complémentaire en binôme afin de travailler sur la construction d'un angle de mesure donnée et sur l'utilisation du rapporteur.

Dans la mesure où l'activité a pour but de proposer différents types de comparaisons d'angles et outils pour les réaliser, les élèves vont devoir s'appropriier ces outils (dont l'utilisation ne sera pas toujours détaillée en amont) et expliquer la démarche qui leur a permis d'aboutir à une comparaison : on retrouve donc les compétences *Communiquer et Chercher*. Par ailleurs, la manipulation du gabarit d'angle unité 10° amènera les élèves à un raisonnement pour passer du nombre d'angles unités à un encadrement de la mesure de l'angle : les compétences *Raisonnement et Calculer* seront ainsi travaillées.

5. Choix didactiques et pédagogiques

Concernant mes choix didactiques, j'ai décidé de ne pas travailler la comparaison directe par superposition avec un papier calque pour deux raisons essentielles. Tout d'abord, dans les programmes de début de cycle 3 (CM1/CM2), cette méthode de comparaison est généralement très utilisée par les élèves de fait je l'ai jugée comme acquise. Par ailleurs, l'objet de l'activité était aussi en partie de travailler sur des nouvelles méthodes de comparaison auxquelles les élèves ne sont pas forcément familiers. En les éloignant de situations de comparaisons connues, cela les incite à se questionner, renforcer leur attention et curiosité pour la tâche et développer des nouvelles compétences.

Concernant mes choix pédagogiques, j'ai décidé de placer les élèves en îlots afin de faciliter les explications autour des tables de travail et faciliter l'échange entre les élèves autour des réponses de chacun et méthodes utilisées.

6. Analyse a priori, difficultés prévisibles et aides apportées

Afin de réaliser l'analyse a priori, j'ai découpé l'activité en épisodes et sous-épisodes selon le schéma d'Aline Robert. Dans chaque épisode, j'expose les difficultés prévisibles et les aides envisageables.

1^{er} Episode : Lecture de l'introduction

Le premier épisode consiste à la lecture de l'introduction de l'activité de façon collective ce qui permet à chacun des élèves d'entrer dans l'activité, d'en connaître l'objectif et préciser le vocabulaire.

2^{ème} Episode : Comparaison perceptive – Question 1

Le deuxième épisode correspond à la comparaison perceptive. Les élèves peuvent être déboussolés par cette question car en mathématiques on leur apprend la plupart du temps à donner des résultats précis. Or ici ils devront se contenter uniquement de leurs yeux pour réaliser la comparaison. Je m'assurerai que tous les élèves ont rangé tout le matériel de géométrie afin qu'ils « jouent le jeu ». Deux choses pourront être soulignées dans cette question : d'une part la comparaison à l'œil nu est possible et parfois suffisante, mais d'autre part, dans certains cas, la comparaison perceptive n'est pas toujours facile : exemple pour les angles de sommets \hat{B} , \hat{F} et \hat{G} . Pour les élèves, l'idée à retenir est que l'œil est un outil limité pour réaliser des comparaisons et qu'on a besoin de créer d'autres outils de comparaison plus précis.

3^{ème} épisode : Comparaison indirecte – Question 2

Le troisième épisode consiste à la comparaison indirecte avec le gabarit d'angles droits, les élèves vont essayer d'affiner leur comparaison précédente en utilisant cet outil de comparaison. Le gabarit d'angles droits avait été distribué un peu plus tôt dans l'année lors du chapitre sur les droites. Les élèves avaient été prévenus qu'ils devaient rapporter ce gabarit pour la séance. Après lecture de la question, les élèves devront sortir leur gabarit d'angles droits.

Sous-épisode 1 : utilisation correcte du gabarit d'angles droits pour classer les angles

La plupart des élèves savent utiliser le gabarit d'angles droits pour vérifier la perpendicularité de droites. Dans le cadre d'une comparaison d'angles, certains pourront s'interroger sur le positionnement du gabarit : où et comment positionner le gabarit ? La difficulté essentielle est de savoir comment positionner correctement le gabarit d'angles droits : il faut superposer les sommets du gabarit d'angles droits et de l'angle, et comprendre que si les deux côtés de l'angle dépassent d'une fenêtre ou plusieurs, il sera plus grand que l'angle formé par les fenêtres d'angles droits accolés, si l'angle est entièrement caché, c'est qu'il est plus petit. Je m'assurerai de passer entre les îlots pour faire émerger des idées sur l'utilisation du gabarit d'angles droits, corriger une mauvaise utilisation ou proposer à des élèves de corriger leurs camarades.

Sous-épisode 2 : classement des angles par famille

A travers les manipulations du gabarit d'angles droits sur la série d'angles, les élèves devraient converger vers une même idée : on ne peut pas proposer un classement des angles selon le nombre d'angles droits accolés dans lesquels ils se trouvent.

Le vocabulaire d'angles aigus, obtus et rentrants sera mobilisé et redéfini selon le nombre d'angles droits accolés pour les constituer. A ce stade, on ne peut pas encore faire le lien entre ces définitions et la mesure de l'angle.

Une mise en commun sera faite à l'oral puis une réponse sera rédigée sur le cahier.

Sous-épisode 3 : Esprit critique et nécessité d'établir un gabarit plus précis

Une fois la réponse rédigée, les élèves seront aussi amenés à développer leur esprit critique :

« *La comparaison avec le gabarit d'angles droits est-elle satisfaisante ?* » Ici, on ne peut pas se satisfaire de plus précis qu'un classement par famille d'où la nécessité d'utiliser un autre gabarit.

4^{ème} épisode : Comparaison avec un étalon – gabarit avec un angle unité de 10° - Question 3

Sous-épisode 1 : Construction du gabarit

Pour augmenter la précision du gabarit d'angles droits, j'interroge les élèves pour savoir si certains connaissent la mesure d'un angle droit : très probablement la mesure de 90° sera proposée ce qui va permettre un premier travail sur la mesure. Je demande ensuite quelles sont les possibilités pour partager le nombre 90 : les réponses qui devraient être proposées sont « 1×90 », « 2×45 », « 3×30 », « 9×10 ». J'essaie alors de faire comprendre aux élèves qu'on souhaite utiliser un nouvel outil de comparaison plus précis que le précédent et pour lequel l'accès à la mesure de l'angle ne soit pas trop compliqué. Collectivement, nous sélectionnerons la décomposition « 9×10 » soit avec une mesure de 90° on aura 9 parts de 10° chacune ou 10 parts de 9° chacune. Dans le contexte de l'activité, il semble difficile pour les élèves de choisir entre 9 parts ou 10 parts.

Cependant, une petite minorité d'élèves pourra essayer de se projeter plus loin dans l'activité et proposer que 9 parts de 10° serait le partage le plus judicieux : on pourra ensuite repartager 10° en 10 parts.

Sous-épisode 2 : utilisation du gabarit d'angle unité de 10° et encadrement de la mesure des angles

Je distribue le gabarit construit au sous-épisode précédent et la question 3 est lue collectivement. Une première question est à poser aux élèves pour savoir s'ils ont compris le principe du gabarit distribué qu'ils ont sous leurs yeux : « *Pourquoi demande-t-on d'encadrer et non pas de classer ?* ».

Je laisse les élèves proposer des réponses, sans pour autant apporter de reformulations précises : je souhaite que les élèves comprennent l'enjeu de la question avec leur propre langage.

Pour utiliser le gabarit, deux éléments sont à prendre en compte : le positionnement du gabarit (un des côtés du gabarit doit être placé sur un des côtés de l'angle) et la méthode pour compter le nombre d'angles unités. Voici les deux procédures de comptage que j'envisage :

- Ceux qui comptent le nombre de côtés du gabarit pour obtenir l'encadrement
- Ceux qui comptent le nombre d'angles unités

Je laisserai un temps de réflexion et recherche aux élèves pour manipuler et proposer leurs encadrements, je passerai dans les rangs pour relever quelle procédure est utilisée par chacun des élèves. Ensuite, une mise en commun sera réalisée : ce sera le moment où les deux procédures seront exposées par des élèves. On aboutira au fait qu'on obtient un encadrement différent selon la méthode or un seul est correct.

Pour lever l'indétermination, je demanderai aux élèves de dénombrer les écartements et non les longueurs. Pour cela, ils pourront utiliser leur éventail en papier, reproduire l'écartement d'un angle unité avec leur éventail et compter le nombre d'angles unités nécessaires pour reconstituer la mesure de l'angle à encadrer.

Une fois la bonne méthode commune à tous, on demande de proposer un encadrement de la mesure de chaque angle.

Pour l'angle de sommet A (qui mesure 135°), certains élèves pourraient écrire :

- $13 < \hat{A} < 14$ (1)
- $13^\circ < \hat{A} < 14^\circ$ (2)

Dans ces cas, des problèmes de sens ((1) : absence de l'unité de la grandeur) et confusion ((2) : entre nombre d'angles unités et la mesure de l'angle) devront être éclaircis. Il sera rappelé aux élèves qu'un angle unité mesure 10° ce qui permettra d'aboutir à l'encadrement de la mesure de chaque angle.

Sous-épisode 3 : Esprit critique et nécessité d'établir un gabarit encore plus précis

Les élèves seront interrogés sur le classement à proposer entre les angles de sommet \hat{B} et \hat{F} (de mesure respective 86 et 89°). Les élèves constatent que les encadrements sont les mêmes donc ne peuvent pas conclure : l'idée émerge alors peut-être pour certains de construire un nouveau gabarit encore plus précis que le précédent.

5^{ème} épisode : Rapporteur muet et rapporteur circulaire – Questions 4 à 6

Sous-épisode 1 : Construction du rapporteur muet

La construction est similaire à la celle réalisée avec le gabarit d'angle unité 10°, on demande aux élèves de proposer un nouveau partage de l'angle droit de mesure 90° de sorte que l'angle unité soit plus petit que 10° : les élèves pourront proposer des angles d'unités de 9°, 5°, 3°, 2° et 1° (on rappellera aux élèves qui proposent un angle unité de 8°, 7°, 6° ou 4° que l'angle unité doit permettre de reconstituer un angle droit et donc que 90 doit être un multiple de la mesure de l'angle unité qui sera choisie). Collectivement et pour converger vers la construction de la mesure de l'angle et son unité associée, on part du gabarit précédent pour lequel on partage son angle unité de 10° en 10 angles superposables. On interroge les élèves sur la mesure du nouvel angle unité construit. On institutionnalise auprès des élèves que sa mesure est appelée un degré et que l'angle droit mesure donc 90°. On explique ensuite le passage du cercle plein au rapporteur « muet » qui va constituer un nouvel outil de comparaison. Ce dernier est distribué aux élèves puis la question 4 est lue collectivement.

Sous-épisode 2 : utilisation du gabarit d'angle unité de 1° et mesure des angles

Les élèves doivent manipuler le rapporteur muet pour donner la mesure de chaque angle de la série. Les deux principales erreurs à relever auprès des élèves seraient, comme pour le précédent gabarit, le positionnement du gabarit et le comptage pour accéder à la mesure de l'angle. C'est une tâche de traitement qui, si besoin, nécessitera des rappels par rapport à l'utilisation du gabarit précédent.

Sous-épisode 3 : Esprit critique et nécessité d'établir un instrument plus « pratique »

Les élèves seront interrogés sur l'efficacité du rapporteur muet : tous seront unanimes pour dire qu'il permet de réaliser une comparaison satisfaisante des angles. Mais d'un point de vue pratique, certains pourront relever le fait de devoir compter le nombre d'angles unités et ne pas pouvoir lire directement la mesure sur le gabarit.

Sous-épisode 4 : Rapporteur circulaire – utilisation

Suite aux remarques des élèves sur le rapporteur muet, on propose un rapporteur circulaire similaire au rapporteur muet mais pour lequel on associe des graduations. Il est distribué aux élèves : avant de l'utiliser on demande de le comparer avec le rapporteur muet par le biais de la question 5. Les élèves pourront se demander comment placer correctement le rapporteur circulaire (le rapporteur muet pouvait se placer où l'on voulait). Pour découvrir son utilisation, la question 6 est lue collectivement. Certains élèves, déjà familiers avec l'utilisation du rapporteur, peuvent expliquer à leurs camarades comment se servir du rapporteur circulaire. Les propos seront repris et institutionnalisés comme ceci :

- Placer le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle
- Puis la ligne du « 0 » du rapporteur sur un des côtés de l'angle
- Enfin suivre la flèche pour parcourir l'angle jusqu'à son autre côté et lire la graduation correspondante.

Je demanderai aux élèves d'utiliser leur éventail en papier pour se représenter le mouvement qui consiste à parcourir l'angle.

La principale difficulté en cette fin de partie sera pour les élèves de se familiariser aux étapes d'utilisation du rapporteur circulaire : certains élèves positionneront mal le rapporteur circulaire ce qui induira des erreurs de mesure ou obtiendront l'autre angle (le rentrant à la place du saillant ou l'inverse). Pour identifier cette erreur, je soulignerai aux élèves en difficulté que la mesure trouvée doit

correspondre à celle trouvée avec le rapporteur muet ce qui permettra de rebondir sur les manipulations précédentes.

Comme le travail sur la mesure est conséquent et que je souhaite que les élèves aient le temps de s'approprier chacun type de comparaison, j'envisage de découper cette séance sur deux cours de 1h.

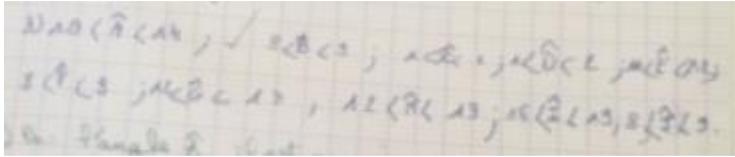
7. Déroulement de l'activité

L'activité s'est déroulée comme je l'avais prévu sur deux séances de 1h. Pour la première question, des élèves ont voulu prendre des instruments de mesure de fait j'ai demandé à un élève de reformuler la signification de la consigne « à l'œil nu » et j'ai pris soin de passer dans les ilots pour faire ranger le matériel.

Pour la question 2, beaucoup d'élèves ont été déboussolés lorsqu'ils ont dû utiliser le gabarit d'angles droits : ils ne comprenaient pas comment utiliser cet outil (initialement introduit pour vérifier la perpendicularité de deux droites) pour qu'il permette de classer des angles. De fait, beaucoup d'élèves ont dans un premier temps cherché à savoir quels étaient les angles droits de la série et proposer un classement angle droit/ angle non droit. Or aucun angle de la série est un angle droit. Cependant l'angle \hat{F} qui mesure 89° a été considéré comme droit par certains élèves ce qui peut être acceptable avec la précision du gabarit utilisé. Face à cette difficulté, je suis passée dans les ilots pour faire constater aux élèves qu'un tel classement n'est pas assez satisfaisant. Pour les orienter vers le classement recherché, je leur ai demandé de regarder le nombre de fenêtres accolées du gabarit d'angles droits nécessaires pour reconstituer chacun des angles. Ce coup de pouce a permis à l'ensemble de la classe d'avancer et de proposer un classement d'angles selon le nombre d'angles droits accolés nécessaires pour constituer chacun des angles. Toutefois, deux angles ont posé des difficultés aux élèves, les angles rentrants \hat{G} et \hat{H} (encore non définis par ce vocabulaire) qui souvent ont été considérés par l'angle saillant afin de retomber dans une situation avec des angles obtus : à ce stade du cours et de l'activité seul un argument sur la représentation de l'angle pouvait aider les élèves à s'interroger sur leur manipulation.

Pour finir, j'ai posé des questions aux élèves afin de faire émerger le vocabulaire d'angles aigus et obtus et établir un lien avec le classement proposé. Sadio propose « *un angle aigu est plus petit qu'un angle droit donc je pense que si on prend tous les angles pour lesquels on a besoin de pas plus d'une fenêtre du gabarit ils sont tous aigus* ». Je demande d'essayer de construire le même raisonnement pour les angles obtus « *un angle obtus est plus grand qu'un angle droit donc tous les autres angles qui ne sont pas aigus sont obtus* » (Edouard). Je m'attendais à ce type de réponse car les élèves ne connaissent pas pour la plupart les angles rentrants et tous étaient unanimes sur la véracité de la réponse proposée par Edouard. J'ai alors reformulé ses propos en ajoutant « *un angle obtus est plus grand qu'un angle droit et plus petit que 2 angles droits accolés appelé angle plat* » et complété par la définition d'un angle rentrant « *tous les angles plus grands que deux angles droits accolés sont appelés angles rentrants* ». J'ai ajouté que « *tous les angles qui sont plus petits que deux angles droits accolés et donc qui ne sont pas rentrants sont appelés angles saillants : ce sont les angles aigus et obtus* ». A l'aide de ces définitions et de la découverte des angles rentrants, les élèves ont pu aboutir au classement recherché. Avant de passer à la question 3, Valentin m'a demandé s'il y avait un nom pour désigner les angles plus grands que deux angles droits accolés et plus petits que trois angles droits accolés, et ceux plus grands que trois angles droits accolés. J'ai trouvé la question pertinente compte tenu des définitions qui avaient été données d'angles aigus et obtus. J'ai répondu « *dans les exercices de géométrie les angles les plus utilisés sont les angles aigus et obtus, on utilise très rarement les angles rentrants donc nous avons décidé d'utiliser un seul mot de vocabulaire pour désigner tous les angles plus grands que deux angles droits accolés : rentrants* ».

Pour la question 3 sur la comparaison avec étalon, les deux difficultés sur l'utilisation du gabarit que j'avais soulignées dans l'analyse a priori ont été réelles : manipulation incorrecte/mauvais positionnement du gabarit et mauvaise procédure de comptage. Pour les angles rentrants \hat{G} et \hat{H} , des élèves font encore l'erreur de considérer l'angle saillant. Un retour à l'éventail permettra de faire face à cette difficulté. Un élève s'exclame que « *le gabarit ne marche pas car on n'arrive pas à un nombre pile de parts* ». En ce qui concerne l'encadrement de la mesure, les élèves ont eu du mal à faire le lien entre nombre d'angles unités et la mesure de l'angle (car il fallait garder à l'esprit qu'un angle unité représente 10°). Voici quelques exemples de réponses que j'ai retrouvés dans les cahiers :

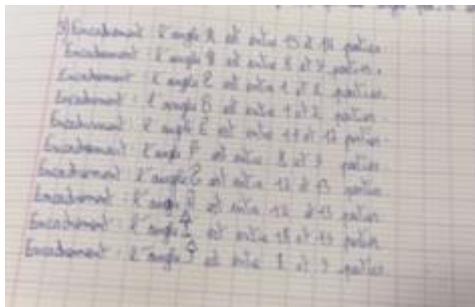


Réponse recopiée pour plus de lisibilité

" $13 < \hat{A} < 14$, $8 < \hat{B} < 9$, $1 < \hat{C} < 2$, $1 < \hat{D} < 2$, $11 < \hat{E} < 12$, $8 < \hat{F} < 9$, $12 < \hat{G} < 13$, $12 < \hat{H} < 13$, $18 < \hat{I} < 19$, $8 < \hat{J} < 9$ "

Trace écrite de Shazad

Explication de Shazad : « L'angle \hat{A} est compris entre 13 et 14 angles unités donc sa mesure est comprise entre 13 et 14 »



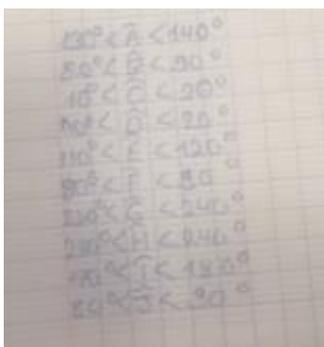
Trace écrite de Valentin – lien inexistant avec la mesure de l'angle

Réponse recopiée pour plus de lisibilité

Encadrement : l'angle \hat{A} est entre 13 et 14 parts
 Encadrement : l'angle \hat{B} est entre 8 et 9 parts
 Encadrement : l'angle \hat{C} est entre 1 et 2 parts
 Encadrement : l'angle \hat{D} est entre 1 et 2 parts
 Encadrement : l'angle \hat{E} est entre 11 et 12 parts
 Encadrement : l'angle \hat{F} est entre 8 et 9 parts
 Encadrement : l'angle \hat{G} est entre 12 et 13 parts
 Encadrement : l'angle \hat{H} est entre 12 et 13 parts
 Encadrement : l'angle \hat{I} est entre 13 et 14 parts
 Encadrement : l'angle \hat{J} est entre 8 et 9 parts

« L'angle \hat{A} est compris entre 13 et 14 angles unités donc $\hat{A} = 13,5$ » - Réponse de Jasmine

« L'angle \hat{B} est compris entre 8 et 9 angles unités donc entre 80° et 90° donc il mesure $80,5^\circ$ » - Réponse de Césaire

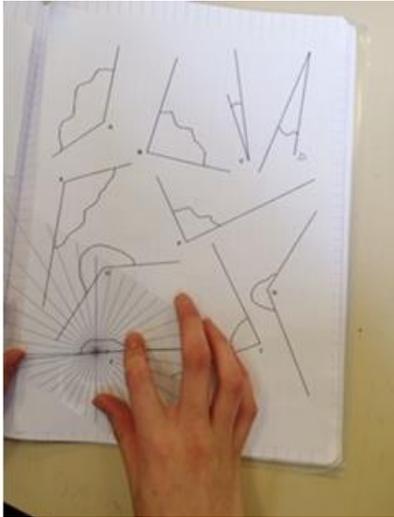


Réponse de Corentin

Réponse concise et correcte qui pouvait être attendue chez les élèves

Réponse recopiée pour plus de lisibilité

$130^\circ < \hat{A} < 140^\circ$
 $80^\circ < \hat{B} < 90^\circ$
 $10^\circ < \hat{C} < 20^\circ$
 $10^\circ < \hat{D} < 20^\circ$
 $110^\circ < \hat{E} < 120^\circ$
 $80^\circ < \hat{F} < 90^\circ$
 $230^\circ < \hat{G} < 240^\circ$
 $230^\circ < \hat{H} < 240^\circ$
 $170^\circ < \hat{I} < 180^\circ$
 $80^\circ < \hat{J} < 90^\circ$



Elève encadrant la mesure de l'angle \hat{I}

Après un petit temps de manipulation et recherche, une mise en commun a permis de souligner les erreurs et les comprendre. J'ai insisté sur le lien entre mesure d'un angle unité et mesure de l'angle et j'ai essayé que les élèves commencent dès le début à se poser la question de la cohérence de la mesure d'un angle « si l'angle \hat{A} mesure entre 13° et 14° cela signifie qu'il serait plus grand qu'1 angle unité et plus petit que 2 angles unités car un angle unité correspond à 10° : est-ce le cas ? ». Nous avons corrigé l'encadrement pour l'angle \hat{A} « L'angle \hat{A} est plus grand que 13 angles unités et plus petit que 14 angles unités or un angle unité mesure 10° donc par comptage on obtient $130^\circ < \hat{A} < 140^\circ$ » et j'ai souhaité que les élèves reproduisent le même schéma de réponse pour les autres angles de la série.

La question 4 a été traitée lors d'une deuxième séance, les mêmes difficultés de manipulation et comptage ont été relevées. Pour autant, la tâche pouvait s'assimiler à une tâche de traitement mais comme le gabarit n'était plus le même, les élèves n'ont pas réussi à prendre du recul par rapport à la question précédente. Etonnement, les élèves ont tous compté les graduations et aucun d'entre eux n'a proposé de marquer les graduations afin d'éviter le comptage : cela aurait permis de faire une amorce vers le rapporteur circulaire. Les angles rentrants \hat{G} et \hat{H} ont encore posé des difficultés à

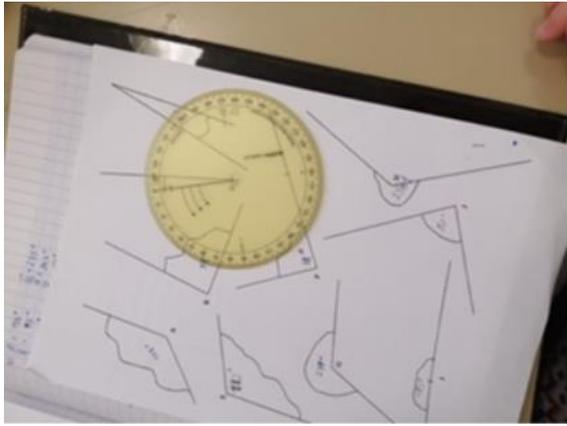


Elève manipulant le rapporteur muet

quelques élèves : pour l'angle \hat{H} , Césaire propose une mesure de 128° alors que la mesure est de 232° . A ce stade de l'activité il est alors possible de réactiver collectivement les connaissances acquises lors des questions précédentes : « l'angle \hat{H} est-il plus grand qu'un angle plat ? Un angle plat correspond à deux angles droits accolés donc quelle est sa mesure ? La mesure de l'angle \hat{H} doit-elle être plus grande que cette mesure ? Est-ce cohérent avec la réponse proposée ? » .

La question 6 amène à la mesure des angles avec le rapporteur circulaire : lorsque j'ai distribué le rapporteur circulaire, nous l'avons comparé avec le rapporteur muet (question 5). Après comparaison, j'ai essayé de guider les élèves vers l'utilisation du rapporteur circulaire à l'aide d'une version agrandie au tableau. Puis nous avons commencé collectivement la mesure des premiers angles de la série en faisant rappeler aux élèves toutes les étapes pour manipuler et positionner correctement le rapporteur.

J'ai laissé ensuite quelques minutes aux élèves pour compléter les mesures des angles. J'expose ici les erreurs de manipulation que j'ai pu repérer en passant dans les ilots.



La flèche du rapporteur circulaire est mal positionnée pour réaliser la mesure de l'angle \hat{C}



La ligne 0° du rapporteur n'est pas positionnée sur un de côtés de l'angle \hat{A}

Pour finir, j'ai demandé aux élèves de réfléchir à une nouvelle définition des angles aigus et obtus ainsi qu'à des définitions possibles des angles saillants et rentrants (pour compléter le lien établi entre tour complet et angle plein) qui prennent en compte leur mesure. Voici quelques réponses qui ont été proposées :

« Un angle aigu est plus petit qu'un angle droit et comme on a vu qu'un angle droit c'est 90° alors pour l'angle aigu la mesure sera plus petite que 90° » (Emma).

« Un angle obtus est plus grand qu'un angle droit donc la mesure est supérieure à 90° » (Shazad) corrigée ensuite par « Un angle obtus est plus petit qu'un angle plat qui mesure 180° et plus grand qu'un angle droit qui mesure 90° donc sa mesure sera entre 90° et 180° » (Rose).

« Les angles qui ont une mesure plus petite que celles d'un angle plat sont des angles saillants » (Antoine).

« Un angle rentrant est plus grand qu'un angle plat donc sa mesure est supérieure à 180° » (Charles).

8. Travail en aval

Afin de m'assurer que les objectifs de l'activité ont été acquis par les élèves, j'ai proposé un travail complémentaire au brouillon en alternant des phases individuelles et en binôme lors d'une troisième séance. Voici les consignes données à l'oral aux élèves :

1^{ère} partie :

- 1) Tracer un angle aigu, un angle obtus et un angle rentrant.
- 2) Mesurer ces 3 angles et indiquer leur mesure.
- 3) Échanger avec le voisin pour vérifier.



Réponse de Margaux pour la 1^{ère} partie

2^{ème} partie :

- 1) Tracer :
 - a) Un angle \hat{A} de 16° ,
 - b) Un angle \hat{B} de 192° ,
 - c) Un angle \hat{C} de 138° ,
 - d) Un angle \hat{E} de 321° .

- 2) Échanger avec le voisin pour vérifier.

Les compétences développées sur la manipulation du rapporteur sont doubles : outil de mesure et outil de reproduction. Les élèves ont bien apprécié cette activité complémentaire, les binômes n'ont pas hésité à m'appeler s'il y avait des doutes sur la vérification et l'utilisation du rapporteur. Volontairement les élèves les plus en difficultés ont été intégrés avec des élève plus à l'aise. C'était aussi un moyen de proposer aux élèves d'échanger sur ce qu'ils avaient compris du cours, apporter des reformulations qui pourraient aider chaque membre du binôme et de les habituer à l'acceptation naturelle que l'on a droit à 1 degré d'écart. Je pense par ailleurs que le travail entre paires est beaucoup plus bénéfique dans la compréhension, analyse et correction de l'erreur. Lors de cette séance, j'ai pu réaliser de la coanimation avec une des stagiaires de M1 de ma tutrice ce qui nous a permis de passer dans tous les binômes rapidement et efficacement ainsi que de vérifier l'acquisition des compétences relatives à la manipulation du rapporteur.

A la fin de ce travail en aval, une institutionnalisation des connaissances a été réalisée dans le cours sur les notations d'un angle, sa mesure et lors de la séance suivante sur l'utilisation du rapporteur (*voir annexe 2 – support de cours parties 2) et 3)*).

9. Analyse a posteriori

Bien que l'activité fût assez longue à mettre en place en classe, elle constitue l'activité phare pour l'introduction de la mesure de l'angle d'où mon souhait d'y consacrer un peu plus de temps. Comme il y a eu beaucoup d'outils à manipuler, l'introduction d'un nouveau gabarit permettait de donner un nouveau souffle à l'activité et de remettre les élèves au travail en attisant leur curiosité et sans leur demander une charge de rédaction trop importante.

Le travail en ilots a été pertinent puisqu'il m'a permis de proposer des explications en petits groupes de travail et proposer de l'entraide par binôme.

Pour cette activité, j'aurais souhaité en amont faire un petit exercice sur l'importance d'avoir un étalon commun pour réaliser des comparaisons mais j'ai été prise par des contraintes de temps (grèves et séjour au ski). Dans cette activité tous les gabarits sont les mêmes pour chaque élève et j'aurai pu revenir davantage sur ce point.

Pour la comparaison indirecte, j'ai fait le choix de faire réutiliser les gabarits d'angles droits mais beaucoup d'élèves ont eu du mal à se détacher de la fonction définie initialement comme outil de vérification de la perpendicularité de deux droites. Partant de ce constat, je pense qu'il aurait pu être intéressant de d'abord travailler avec un gabarit avec des demi-cercles partagés pour que les élèves entrent dans la tâche de comparaison indirecte puis ensuite de proposer d'utiliser le gabarit d'angles droits.

Concernant le rapporteur muet, aucun élève n'a proposé de le graduer, fort probablement car il n'y avait pas assez d'angles à mesurer. Une tâche intéressante serait d'augmenter le nombre d'angles à mesurer afin que les élèves aboutissent par eux-mêmes à la construction du rapporteur circulaire.

Pour finir, cette activité mettait en jeu de nombreux objectifs mais il était important de m'assurer que ces objectifs étaient atteints. J'ai trouvé que l'activité en aval avait été pertinente pour les élèves, a permis un travail un peu plus individualisé et de corriger les dernières erreurs de manipulation.

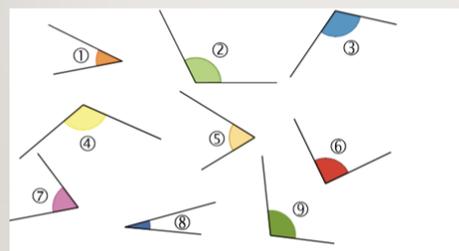
D. Automatismes pour conforter le travail sur la mesure

Pour renforcer le travail sur l'image mentale de l'angle et sa mesure j'ai décidé de réaliser deux séries de questions flashes à objectifs complémentaires. Les questions flashes font partie des rituels que j'ai mis en place avec mes élèves depuis le début de l'année. Chaque élève possède à la fin de son cahier d'exercice une feuille réponse (*voir annexe 3*).

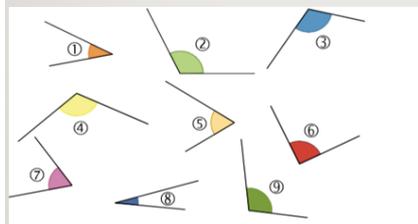
1. Série 1 de Questions flashes

Cette première série de questions flashes a pour but d'aider les élèves à se construire des images mentales d'angles aigus, obtus et rentrants et de s'assurer de l'acquisition d'une définition correcte. Elle a été proposée après avoir réalisé l'institutionnalisation de ces notions. Les élèves ont 25s pour répondre à chaque diapositive puis à la fin de la projection, une correction rapide sera proposée. Je considère que ce travail est primordial car une fois cette image mentale acquise, cela permettra aux élèves d'avoir du recul par rapport à une mesure d'angle qu'ils effectuent et de juger de sa cohérence. Pour cette série de questions, les élèves avaient la possibilité de s'aider de leur éventail en papier pour se représenter l'écartement des angles.

QUESTION 1 : QUELS SONT LES ANGLES AIGUS ?



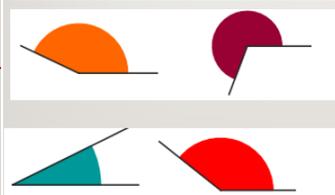
QUESTION 2: QUELS SONT LES ANGLES OBTUS ?



QUESTION 3 :VRAI OU FAUX

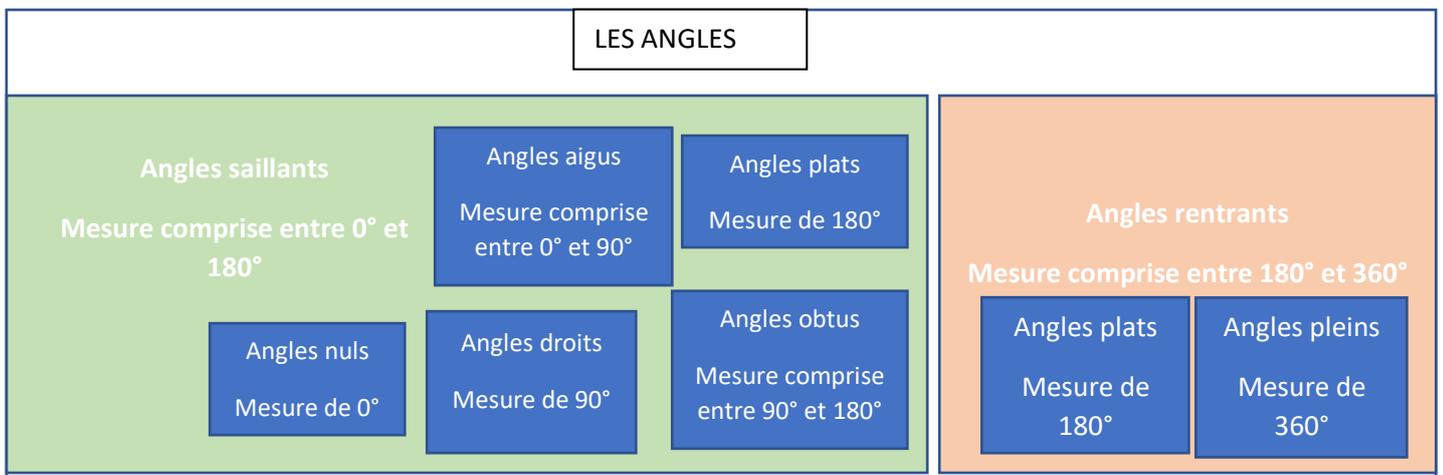
« Un angle obtus est un angle dont la mesure est supérieure à celle d'un angle droit »

QUESTION 4 : IDENTIFIER LE(S) ANGLE(S) RENTRANT(S)



Concernant les résultats des élèves, les questions 1 et 2 ont été réussies par la plupart d'entre eux (26 élèves sur 29). La question 3 est celle qui a posé le plus de difficulté : 57% des élèves ont donné la réponse correcte : c'est une erreur assez classique chez les élèves de 6^{ème}. Cette question était justement l'occasion de savoir à quel point je devais encore insister sur ce point. Concernant la question 4, une petite minorité d'élèves a confondu angles obtus/retrants et angles saillants/retrants : 72% des élèves ont bien identifié que l'angle rentrant était l'angle de couleur bordeaux. Cette première série de questions flashes a permis d'insister sur les images mentales à se construire des angles aigus, obtus, saillants, rentrants et sur leur définition. Pour améliorer la mémorisation j'ai proposé aux élèves qui le souhaitaient de recopier en complément de cours le schéma suivant :

LES ANGLES



2. Série 2 de Questions flashes

La deuxième série de questions flashes a été traitée en classe une semaine après la précédente. L'objectif recherché était de faire travailler les élèves sur l'estimation de la mesure d'un angle tout en retravaillant sur les principaux types d'angles étudiés en classe. Ce travail sur l'estimation d'une grandeur a déjà été réalisé en cycle 2 avec la longueur : on réalise donc un prolongement avec la mesure de la grandeur angle. Par ailleurs, le travail sur l'estimation participe à donner un sens concret à la grandeur étudiée, à sa mesure et permet d'assurer une vérification une fois la mesure réalisée. Cinq angles de mesure un multiple de 10 vont être proposés aux élèves. Ils vont devoir les estimer à 10° près. Les angles vont défilés au vidéo projecteur : dans un premier temps les élèves devront estimer la mesure des angles à l'œil nu (25s par angle) puis dans un deuxième temps, ces mêmes angles vont réapparaître et la mesure devra être estimée en s'aidant du rapporteur ou de l'éventail en papier (25s par angle).

1 ANGES & AUTOMATISMES

2 Estimer à l'œil nu la mesure de chacun des 5 angles suivants à 10° près : $10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, \dots, 340^\circ, 350^\circ$.
25 secondes par angle.

3 L'angle 1 mesure ...

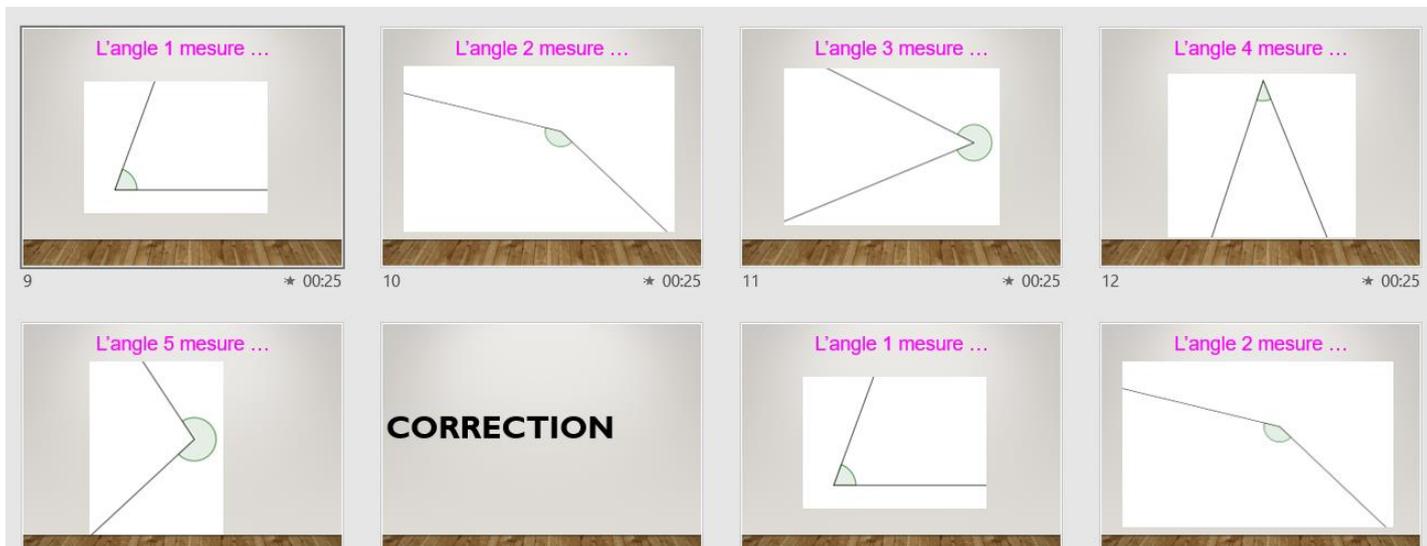
4 L'angle 2 mesure ...

5 L'angle 3 mesure ...

6 L'angle 4 mesure ...

7 L'angle 5 mesure ...

8 ON REPREND LES MÊMES ANGLES ET ON VÉRIFIE LEUR ESTIMATION À L'AIDE DU RAPPORTEUR MUET OU D'UN AUTRE GABARIT, À 10° PRÈS :
ON PEUT AUSSI S'AIDER DE L'ÉVENTAIL !
25 SECONDES PAR ANGLE.



Des élèves manipulent le rapporteur circulaire pour estimer la mesure de l'angle 3 : il s'agit de viser correctement l'angle projeté au tableau.

Deux élèves ont fait le choix d'utiliser l'éventail en papier (premier rang), ils doivent reproduire l'écartement de l'angle projeté au tableau à l'aide de leur éventail puis reporter cet écartement sur leur rapporteur circulaire afin d'encadrer la mesure de l'angle.

Les résultats des élèves sont regroupés dans le tableau suivant (l'estimation est jugée correcte si les élèves ont donné une estimation à 10° près de la mesure de l'angle).

| | Mesure de l'angle | Estimation correcte à 10° près |
|----------------|-------------------|---------------------------------------|
| Angle 1 | 70° | 20 élèves soit 69% |
| Angle 2 | 150° | 14 élèves soit 48% |
| Angle 3 | 310° | 7 élèves soit 24% |
| Angle 4 | 40° | 8 élèves soit 24% |
| Angle 5 | 260° | 17 élèves soit 59% |

Après 2 semaines de travail environ, les élèves doivent avoir acquis une connaissance assez complète sur la mesure de l'angle : ils ont des notions sur le concept de l'angle (travail en amont), savent comparer des angles (activité principale), en estimer une mesure (questions flashes) et utiliser le rapporteur pour accéder à la mesure précise de l'angle ou pour une tâche de reproduction (activité principale et travail en amont). Mon cours a été complété par des exercices d'application et de construction sur les triangles et aurait pu s'arrêter ainsi. Or selon moi, cela n'aurait pas permis aux élèves de se constituer une connaissance disponible (selon la définition d'Aline Robert). Compte tenu

des activités réalisées, les élèves pourraient considérer la mesure de l'angle comme étant associée à un objet géométrique isolé. Pour pallier ce problème et en reprenant les constats de Devichi et Munier, j'ai décidé de faire travailler les élèves sur différents types d'espaces : micro-espace, méso-espace et macro-espace (définitions de G. Brousseau, « Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire. L'étude de l'espace et de la géométrie » p.67-83). Par ailleurs les élèves pourraient se poser les questions suivantes « Pourquoi mesurer un angle ? », « Pourquoi la mesure d'un angle est-elle si importante ? », « Quelle est son utilité ? ». Pour répondre à ces questions et dans le but de donner du sens à la mesure de l'angle et l'ancrer dans des problématiques de la vie réelle, j'ai décidé de développer trois points avant de clôturer mon cours : des exercices pour établir un lien avec les autres notions du programme, une activité pour changer de registre et un travail en groupe sur différents types d'espaces de travail.

E. Lien avec d'autres notions du programme

La mesure d'angle se prête tout particulièrement pour établir des liens avec certaines notions du programme. Je trouve ce point très intéressant à développer avec les élèves pour qu'ils donnent du sens aux notions étudiées et qu'ils n'aient pas une vue d'ensemble de ces dernières comme isolées les unes des autres. Par ailleurs cela constitue un travail de synthèse de connaissances qui sera de plus en plus sollicité au fur et à mesure de la scolarité d'où l'enjeu de familiariser les élèves dès leur entrée au collège.

Compte tenu de ma progression annuelle (voir annexe 4), j'ai décidé d'établir des liens entre la mesure de l'angle et la notion d'alignement de points (partie 1) et la construction d'un diagramme circulaire (partie 2).

1. Alignement de points

L'objectif de l'exercice proposé aux élèves est qu'ils fassent un lien entre alignement de points et mesure d'angle tout en prenant du recul par rapport à la géométrie perceptive. Le seul prérequis nécessaire est celui de la construction d'un triangle avec une longueur et deux mesures données. Les élèves ont réalisé cet exercice individuellement. Dans la suite de l'exercice, un travail va être réalisé sur la somme de mesure d'angles et permettra de faire entrer la géométrie déductive. Voici l'énoncé de l'exercice :

Exercice n°9 :

Attention : sur une figure, il n'y a qu'un seul point nommé L, par exemple !

On considère la figure dans laquelle :

- le triangle LEA est tel que : $AL = 4,2 \text{ cm}$
- le point O est tel que :
 - le triangle LEO est extérieur au triangle LEA
 - $\widehat{ELO} = 113^\circ$ $LO = 5,9 \text{ cm}$.

$$\widehat{LAE} = 73^\circ \qquad \widehat{ALE} = 68^\circ$$

Schéma à main levée



- 1) Faire ci-contre un schéma à main levée de la figure.
- 2) Construire ci-dessous la figure en vraie grandeur.

3) Les points O, L et A sont-ils alignés ? Justifier la réponse.

.....

.....

.....

Dans un premier temps, après lecture de la consigne et des questions 1) et 2), les élèves s'exécutent à la tâche de reproduction (avec schéma à main levée en amont). Une première difficulté apparaît : la construction du triangle LEO extérieur à LEA. Les élèves n'ont jamais été confrontés à ce type de vocabulaire. Je leur ai laissé un petit temps de réflexion puis ai proposé à deux élèves de venir au tableau faire les schémas à main levée : Edouard qui avait dessiné le triangle LEO intérieur à LEA et Constance qui l'avait dessiné correctement. Après un temps d'échange et une lecture attentive des consignes de l'énoncé, nous établissons que le schéma de Constance correspond à la situation décrite dans l'énoncé. Je passe dans les rangs avec un calque pour que les élèves vérifient leur construction en vraie grandeur puis la question 3) est lue collectivement et enfin un petit temps de recherche est proposé. Il s'avère que l'angle \widehat{ALO} mesure 181° mais en se limitant à la seule perception, des élèves pourront penser que les points sont alignés. A la fin de la phase de recherche 59% des élèves pensent que les points O, L et A ne sont pas alignés. Je transcris ici les propos des élèves interrogés :

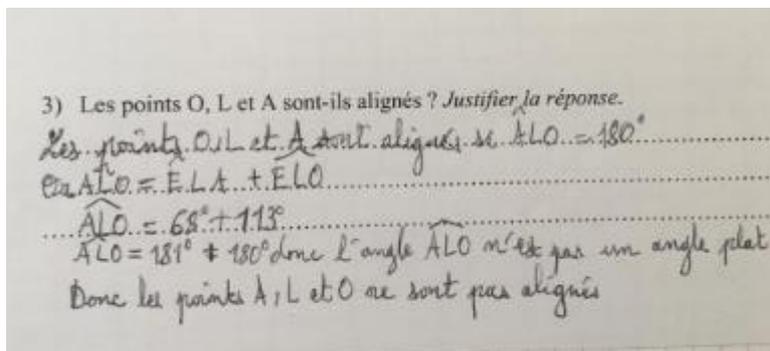
« Les points O, L et A sont alignés car ils forment une droite » (Réponse de Jasmine).

« Les points O, L et A forment un alignement car ils sont sur la même droite » (Réponse de César).

« Les points O, L et A ne sont pas alignés car l'angle \widehat{ALO} mesure $113^\circ + 68^\circ$ soit 181° ce qui est différent de 180° donc l'angle \widehat{ALO} n'est pas angle plat » (Réponse de Charles).

Comme expliqué précédemment, l'alignement des points est conclu assez rapidement par la seule géométrie perceptive, très largement travaillée à l'école. Tout au long de l'année, les élèves vont être confrontés à des situations qui les incitera à se méfier de leur intuition : cet exercice en fait partie.

Après des échanges de questions/réponses avec la classe, les élèves concluent que 3 points sont alignés si l'angle formé vaut 0° ou 180° . Voici la réponse rédigée par les élèves



2. Gestion de données et diagramme circulaire

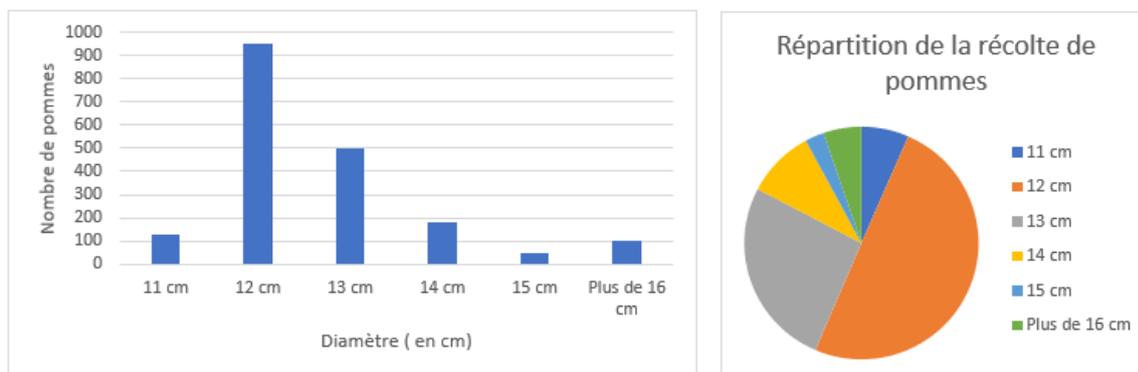
Dans le cadre du programme de 6^e, j'ai décidé de traiter les compétences sur les gestions de données au fur et à mesure des chapitres. L'introduction de la mesure de l'angle est tout à fait propice à un lien avec la construction d'un diagramme circulaire « simple » (proportionnalité multiplicative ou additive, on ne parle pas encore de coefficient de proportionnalité). L'objectif de cette activité est de faire découvrir le diagramme circulaire aux élèves et de leur apprendre à savoir construire un diagramme circulaire « simple ». Les prérequis sont les suivants : savoir utiliser un rapporteur pour mesurer et construire un angle, opérations classiques sur des multiplications et divisions, proportionnalité additive et multiplicative. Voici l'énoncé de l'activité :

DECOUVERTE DU DIAGRAMME CIRCULAIRE

L'objectif de cette activité est de comprendre l'utilité des mesures d'angles dans les représentations et organisations de données de la vie quotidienne.

Partie 1 : A la campagne

Un producteur trie sa récolte de pommes selon leur diamètre. Voici ce qu'il a obtenu :



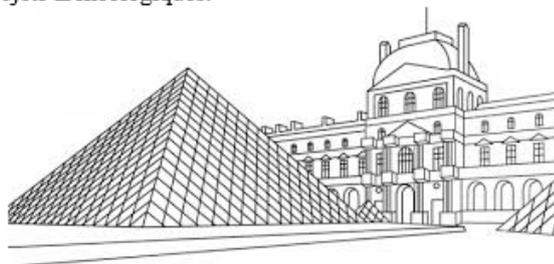
- 1) Dans quelle catégorie trouve-t-on le plus grand nombre de pommes ? Quel est ce nombre ?
- 2) Combien de pommes ont un diamètre inférieur à 13,5 cm ?
- 3) Les pommes de 12cm de diamètre représentent-elles plus de la moitié de la récolte totale ?
- 4) Les pommes de 13cm représentent-elles plus du quart de la récolte totale ?

Partie 2 : Au musée

Le musée du Louvre est un des plus grands musées du monde : il recense des milliers d'œuvres de natures différentes comme des tableaux, sculptures et objets archéologiques.

Lors d'une future exposition sur la Rome antique, on demande à Théo, l'apprenti guide du musée de recenser la variété des œuvres qui vont être exposées. Afin de proposer des résultats visuels de la répartition des œuvres, il décide de réaliser un diagramme circulaire.

Voici un tableau récapitulatif dans lequel il a ajouté une ligne pour la préparation du diagramme :



Exposition « La Grande Rome antique »

| Nature des œuvres | Tableaux | Sculptures | Objets archéologiques | Total |
|-------------------|----------|------------|-----------------------|-------|
| Nombre d'œuvres | 40 | 20 | 60 | 120 |
| Mesure de l'angle | | | | |

Aider Théo à réaliser son diagramme circulaire

Laisser toute trace de recherche

La première partie de l'activité permet de réactualiser des notions sur le diagramme en bâtons et faire le lien avec le diagramme circulaire. Elle permet également de savoir comment exploiter un diagramme circulaire pour connaître des proportions : quart, moitié et faire le lien avec la mesure de l'angle de la zone représentée. A la fin de la partie 1, les élèves comprennent que plus le nombre de pommes est grand, plus la zone correspondante sur le diagramme circulaire aura une mesure d'angle grande. Et plus précisément, si on double le nombre de pommes, la mesure de l'angle correspondant est doublée. J'institutionnalise ici la notion de proportionnalité « *la mesure de l'angle qui représente chaque catégorie de pommes dans le diagramme circulaire est proportionnelle à la quantité de pommes de chaque catégorie* ».

Une fois le principe de proportionnalité établi dans le diagramme circulaire, les élèves vont devoir utiliser la propriété additive et multiplicative de la linéarité de la proportionnalité pour construire le

diagramme circulaire associée à la situation de la partie 2. La principale difficulté des élèves n'a pas tant résidé dans la construction du diagramme circulaire mais pour trouver les mesures d'angles correctes. La proportionnalité a déjà été abordée au cours de l'année dans le cadre d'exercices mais aucune institutionnalisation n'a été réalisée. De fait pour passer des objets archéologiques aux sculptures, certains élèves remarquent qu'on a soustrait 40 donc ils transposent cette opération pour trouver l'angle, erreur très classique chez des élèves de 6^{ème}, qui sera retravaillée en profondeur lors de l'institutionnalisation de cette notion.

Voici la trace écrite de Corentin : raisonnement correct qui a permis d'établir le diagramme.

| | | | | |
|-------------------|----------|------------|-----------------------|-------|
| Nature des œuvres | Tableaux | Sculptures | Objets archéologiques | Total |
| Nombre d'œuvres | 40 | 20 | 60 | 120 |
| Mesure de l'angle | 120° | 60° | 180° | 360° |

Aider Théo à réaliser son diagramme circulaire
Laisser toute trace de recherche

À la fin de cette activité et pour m'assurer que l'objectif a été atteint, j'ai demandé aux élèves de proposer un énoncé similaire à la partie 2 et de le résoudre. Certains travaux d'élèves sont regroupés en annexe 6.

F. Changer de cadre pour mieux comprendre les angles : géographie et navigation aérienne

Afin de construire une connaissance solide et mobile, j'ai décidé de faire appliquer à mes élèves leurs connaissances sur la mesure d'angle dans un cadre un peu éloigné des exercices traditionnels de géométrie. Cela leur permet de développer une certaine capacité d'adaptation : la connaissance est acquise, elle passe d'objet à outil (selon la caractérisation de Régine Douady³) et il faut réussir à l'adapter aux données du problème. J'aurai pu proposer des projets transdisciplinaires avec mes collègues d'EPS ou Arts Plastiques mais par des contraintes de temps je n'ai pas pu les mettre en place. L'activité proposée consiste à se mettre dans le rôle d'un aviateur et à constituer un plan de vol, elle est extraite de la brochure « Enseigner les mathématiques en sixième à partir des grandeurs : les Angles », IREM de Poitiers.

En voici l'énoncé complété par la distribution d'une carte de la France et proposé en travail individuel :

PRENDRE LE CAP

Un aviateur fait un tour de France : Paris, Rennes, Bordeaux, Toulouse, Marseille, Nice, Strasbourg, Lille, Paris.



Informations utiles : En navigation aérienne, la direction à suivre (le cap) s'exprime par l'angle entre la direction du nord et la direction à prendre (cet angle s'appelle l'azimut).

On fait suivre la mesure de l'angle de l'indication Est ou Ouest (suivant la direction prise) ou alors on utilise un angle de 0° à 360°, mesuré en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre.

Réaliser son plan de vol en complétant le document ci-contre.

| Départ | Arrivée | Cap (0°-180°) | Cap (0°-360°) |
|--------|---------|---------------|---------------|
| Paris | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

Trace écrite de Aurélien

| Départ | Arrivée | Cap (0°-180°) | Cap (0°-360°) |
|----------------|------------|---------------|---------------|
| Paris - Rennes | Rennes | 105° Ouest | 255° |
| Rennes | Bordeaux | 170° Est | 170° |
| Bordeaux | Toulouse | 133° Est | 133° |
| Toulouse | Marseille | 99° Est | 99° |
| Marseille | Nice | 70° Est | 70° |
| Nice | Strasbourg | 0° | 0° |
| Strasbourg | Lille | 60° Ouest | 300° |
| Lille | Paris | 160° Ouest | 300° |

³ Définition et explications données dans « Enseignement de la dialectique OUTIL-OBJET et des JEUX de CADRES en formation mathématique des professeurs d'école » (1993), Régine Douady

J'ai choisi cette activité pour plusieurs raisons : elle permet de changer de cadre de travail, faire un peu de transdisciplinarité avec la géographie, définir des nouveaux angles et de donner du sens à la mesure de l'angle.

La connaissance développée au sein de cet exercice est l'utilisation d'un rapporteur pour mesurer un angle. Les compétences en jeu sont *Communiquer* et *Raisonner*. Les principales difficultés auxquelles pourront être confrontés les élèves sont : la compréhension de la définition de l'azimut et le positionnement correct du rapporteur avec la ligne du 0° orientée vers le Nord.

Une lecture collective de la définition de l'azimut a permis de repréciser le vocabulaire et définir ensemble la méthode pour positionner correctement le rapporteur afin de remplir le tableau.

Cette activité est intéressante car elle a permis de faire comprendre aux élèves que la mesure de l'angle est utilisée par les aviateurs privés pour s'orienter dans l'espace aérien, atteindre leur destination et qu'elle n'est pas donnée au hasard. Une erreur sur la mesure de l'angle entraînera une erreur de cap.

G. Changer d'espaces de travail pour mieux comprendre les angles : micro/méso-espaces

Les auteurs que j'ai cités dans *II. Notions didactiques de la grandeur angle et de sa mesure* s'accordent tous à dire que l'objet géométrique angle et sa mesure sont trop souvent réduits au micro-espace ce qui ne permet pas de développer des connaissances spatiales, géométriques et renforce l'image mentale de l'angle comme un objet géométrique isolé.

J'ai décidé de choisir une activité qui permet une mise en contexte dans le macro-espace avec une résolution dans le micro-espace (pour des raisons pratiques). Pour définir ces espaces de travail, je reprends les termes de G. Brousseau dans « *Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire. L'étude de l'espace et de la géométrie p.67-83* ».

1. Introduction et énoncé

Pour motiver l'intérêt des élèves pour cette activité, j'introduis l'enjeu et le contexte : obtenir la distance minimale à laquelle on peut voir la Tour Eiffel dans le cadre d'un appareil photo.

Voici l'énoncé distribué aux élèves :

TRAVAIL DE GROUPE N° 3 : HAUTEUR DE LA TOUR EIFFEL

Marianne a décidé d'aller prendre quelques photos de la Tour Eiffel, haute de 324m pour son exposé d'Histoire. Elle positionne son appareil photo sur un trépied de 1m, parallèlement à l'axe de la Tour Eiffel avec un angle de 69° avec l'horizontal.

La Tour Eiffel est tellement haute que selon la distance à laquelle Marianne se positionne de la Tour Eiffel, la photo permet ou pas de voir intégralement la Tour Eiffel dans toute sa hauteur.

Afin de ne pas perdre en précision et qualité sur sa photo, Marianne souhaite se placer à la distance minimale de la Tour Eiffel qui lui permette de la voir intégralement sur sa photo.

Aider Marianne à trouver cette distance.

On pourra s'aider d'un schéma de la situation et de constructions géométriques

2. Objectifs, prérequis et compétences

L'objectif de cette activité est de faire travailler les élèves sur la mesure de l'angle avec une résolution dans le micro-espace et comme pour l'activité précédente de donner du sens à la mesure de l'angle dans un registre différent : la photographie.

Les prérequis de cette activité sont : la proportionnalité (propriété multiplicative), les conversions d'unités (m et cm), les constructions de triangle et la manipulation du rapporteur.

Ce qui fait la richesse de cette activité c'est que toutes les compétences du socle seront mises en jeu : *Communiquer, Chercher, Raisonner, Calculer, Modéliser et Représenter*.

3. Choix didactiques et pédagogiques

Cette activité sera réalisée en papier crayon bien qu'une résolution à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique aurait pu être envisagée (sera développée lors de la correction).

Afin de ne pas influencer les élèves dans leur résolution, je leur laisse à disposition tout le matériel de géométrie usuel : règle, rapporteur, équerre, compas, feuille blanche.

En ce qui concerne mes choix pédagogiques, dans la mesure où ce problème reste assez ouvert et la tâche complexe pour des élèves de 6^{ème}, j'ai décidé de faire réaliser ce travail en groupe de 4 à 5 élèves avec des groupes prédéfinis en amont et des rôles attribués à chacun.

Par ailleurs, comme je ne souhaitai pas consacrer plus d'un cours pour cette activité et ne pas créer de frustrations pour les groupes qui n'arriveraient pas à résoudre l'exercice, j'ai fait le choix de proposer des coups de pouce.

Coups de pouce :

- 1) Réaliser un schéma de la situation relevée par le géomètre. Peut-on le construire en vraie grandeur ?
- 2) Réaliser à l'échelle 1/10 000 (c'est-à-dire de dimensions 10 000 fois plus petites que celles dans la réalité) le triangle rectangle représenté sur le schéma.
- 3) En déduire la hauteur actuelle de la Tour Eiffel.

4. Difficultés prévisibles

Distance entre deux droites parallèles

Une première difficulté pour les élèves et non des moindres puisqu'elle n'a jamais été abordée en cours : la distance entre deux droites parallèles. Dans l'énoncé c'est la distance de Marianne à la Tour Eiffel qui est donnée or dans la résolution c'est la distance du trépied à la Tour Eiffel qui sera utile : ces deux distances sont identiques car deux droites parallèles (axe horizontal du sol et axe horizontal du trépied) sont en jeu. Je pense que les élèves pourraient avoir une notion intuitive de cette propriété et dans le cas contraire, je passerai dans les groupes pour proposer de l'aide dans la mesure où la difficulté vient d'un manque de connaissance.

Reproduction du schéma en vraie grandeur

Jusqu'à présent, les élèves ont toujours été confrontés à des situations dans lesquelles le schéma à main levée pouvait être réalisé en vraie grandeur. Or dans notre cas, cela est impossible et pourrait dérouter les élèves : l'objet réel n'est accessible que dans le macro-espace. Pour des raisons techniques et pratiques, la résolution s'effectuera dans le micro-espace et le coup pouce 3) pourra aider les élèves dans leur démarche.

Conversion et manipulation des unités

Dans ce problème, les élèves vont devoir être très rigoureux en manipulant les longueurs et leur unité associée. Les données du problème sont exprimées en mètre, en utilisant une échelle les élèves vont obtenir une longueur en mètre qu'ils devront convertir en centimètre afin de la reproduire sur la feuille. Ensuite ils mesureront une longueur en centimètre qui, multipliée par l'échelle, donnera une longueur en centimètre qui devra être convertie en mètre pour faire le retour à la réalité.

Construction du triangle rectangle réduit

La construction du triangle rectangle réduit devra être réalisée par tâtonnement ou par dichotomie afin d'obtenir une mesure d'angle correcte. Les élèves n'ont jamais été familiarisés avec ce type de construction et c'est ce qui fait aussi la richesse de cette activité.

Oubli de la hauteur du trépied

Dans l'énoncé, on précise que le trépied mesure 1m. De fait les élèves devront prendre en compte la hauteur 323m (324m – 1m) dans leur raisonnement, aussi bien dans le schéma de la situation que dans le triangle réduit qui aura donc un des côtés adjacents de l'angle droit qui mesurera 3,23 cm. Pour anticiper cet oubli et par rituel dans les résolutions de problèmes, je demanderai aux élèves de surligner les informations importantes de l'énoncé.

5. Résolutions possibles

Résolution A :

- 1) Schéma à main levée
- 2) Une fois l'échelle choisie, réaliser des constructions en testant des distances différentes pour trouver un angle de 69° (tâtonnement ou dichotomie)
- 3) Une fois la condition remplie, mesurer la distance sur le triangle rectangle réduit puis par proportionnalité et conversion trouver une distance en m

Résolution B : (dans le cas d'une séance en salle informatique – sera exposée en correction)

- 1) Schéma à main levée
- 2) Modélisation sur Géogebra (étape 2) de la résolution A))

6. Analyse a priori

Afin de réaliser l'analyse a priori, j'ai découpé l'activité en épisodes selon le schéma de Aline Robert.

1^{er} Episode : Projection de l'introduction

L'introduction est projetée au tableau ce qui permet de donner l'enjeu du problème, son contexte et motiver l'intérêt chez les élèves.

2^{ème} Episode : Appropriation de l'énoncé individuellement

L'énoncé est distribué à tous les élèves et le travail débute par une appropriation de l'énoncé de façon individuelle. Cela permet que chacun se plonge dans le sujet et assurera un travail plus productif en groupe : chaque élève ayant eu un petit temps de réflexion, il pourra partager ses idées au groupe.

3^{ème} Episode : Lecture collective et vocabulaire réprécisé si besoin

4^{ème} Episode : Constitution des groupes et attribution des rôles

Les groupes sont formés par moi-même et une feuille de groupe est distribuée : elle permet d'attribuer un rôle à chaque membre du groupe (maître du silence, gardien du temps, maître des indices, rédacteur en chef, organisateur du travail) et constitue la feuille réponse (*voir annexe 5*).

5^{ème} Episode : Phase de recherche en groupe

Jusqu'à 30 minutes pourront être consacrées à la phase de recherche en groupe et de rédaction. Au cours de cette phase, seul le maître des indices pourra demander des coups de pouce pour son groupe.

6^{ème} Episode : Mise en commun et correction collective

Une partie du cours succédant ce travail en groupe sera consacrée à la mise en commun des productions des élèves et la correction. Les productions de groupes seront rapidement analysées à l'aide d'un visualiseur, une correction en papier-crayon sera distribuée et complétée en cours. Pour finir une correction avec Géogébra sera exposée en complément.

7. Déroulement

Cette activité s'est déroulée en 40min : 10min d'appropriation individuelle du sujet et 30min de travail de groupe. Une fois l'appropriation individuelle réalisée, j'ai passé quelques minutes avec les élèves afin que nous définissions les informations importantes du sujet à surligner et qui pourraient être utiles dans la résolution. Par ailleurs, j'ai apporté des précisions sur le mot « trépied ».

Une fois les 6 groupes constitués, chaque membre s'est vu attribué un rôle et une feuille réponse pour le groupe a été distribuée (*voir annexe 5*). Après 5min de réflexion en groupe, j'ai proposé de distribuer le premier indice aux maîtres des indices qui le souhaitaient : 5 maîtres des indices sur 6 ont demandé le premier indice. Le premier indice n'a pas beaucoup aidé les groupes car ils avaient tous déjà réalisé un schéma de la situation.

Le deuxième indice a été distribué peu de temps après et il a posé quelques difficultés aux groupes : seul 1 groupe avait réalisé un schéma dans lequel figurait un triangle rectangle. De fait, pour les cinq autres groupes, l'indice paraissait incohérent avec leur schéma. Face à cette situation que je n'avais pas prévue, j'ai décidé de passer quelques minutes dans chaque groupe pour expliquer la présence d'un angle droit entre l'axe de la Tour Eiffel et le sol (argument avec les propriétés de droites parallèles/perpendiculaires). Cette étape me paraissait essentielle pour que les élèves puissent avancer dans leur raisonnement et ne pas trop perdre de temps.

Pour la construction du triangle rectangle réduit, j'ai pu relever deux difficultés.

Malgré mes remarques et indications, trois groupes ont utilisé la longueur 3,24 cm dans leur construction et n'ont donc pas pris en compte la hauteur du trépied.

Par ailleurs, le passage du schéma à la construction n'a pas été une étape évidente pour les groupes : quatre groupes ont construit une longueur au hasard. En passant dans ces groupes, j'ai demandé de mesurer l'angle supposé faire 69° et ils se sont rendu compte que la mesure était incorrecte. J'ai suggéré qu'il fallait tester plusieurs longueurs pour obtenir une mesure d'angle correcte ce qui a permis de débloquer la situation.

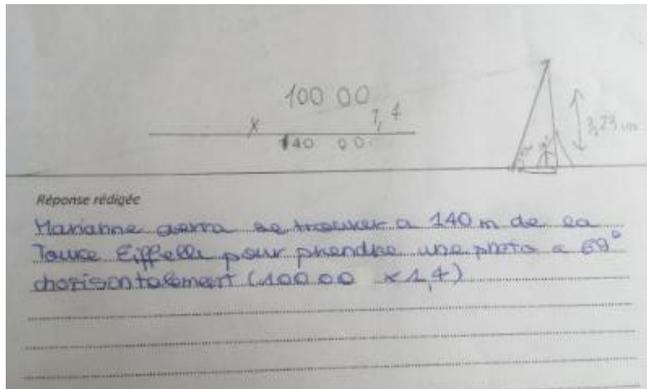
A ma grande surprise, l'utilisation de la proportionnalité avec changement d'unité de longueur n'a pas été source de problème pour les élèves. En passant dans les groupes j'ai constaté que certains avaient utilisé un tableau de conversion des unités de longueur ce qui a permis d'éviter des erreurs.

Le troisième indice n'a pas été distribué car tous les groupes ont réussi à établir le lien entre la construction du triangle rectangle réduit et la distance recherchée : la distance a été mesurée sur le schéma puis multipliée par 10 000 et convertie en m.

8. Analyse a posteriori

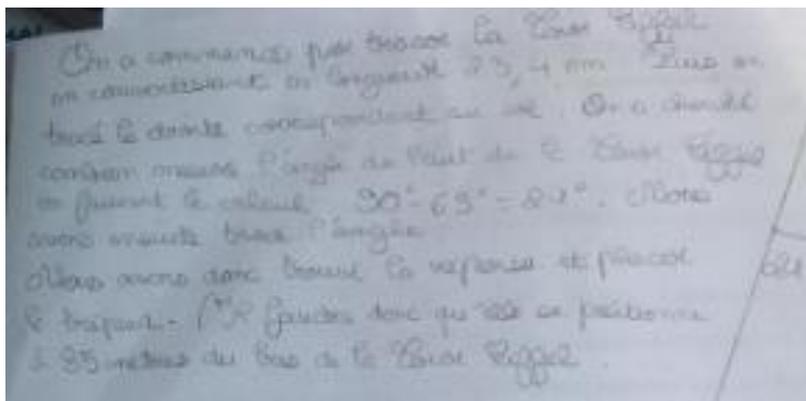
En analysant les productions des élèves et grâce aux indices donnés lors de la phase de travail de groupe, cinq groupes sur six ont réalisé une construction correcte du triangle rectangle par une méthode par tâtonnement et avec une échelle de 1/10 000. Les réponses proposées sont cohérentes avec ce qui était attendue (à la précision au mm de la règle) : 140m.

Les enjeux de l'énoncé ont donc bien été pris en compte et les connaissances acquises tout au long des séances ont été adaptées au problème posé.



Réponse proposée par Lyuba,
Gabriel, Théodore et Juliette

Pour le dernier groupe, une échelle de 1/1000 a été choisie et à ma grande surprise la construction du triangle rectangle a été réalisé en convoquant un argument par la somme des angles dans un triangle (*connaissance vue en 5^{ème}*). Malgré une erreur de recopiage de la hauteur de la Tour Eiffel et la non prise en compte de la hauteur du trépied, cette méthode aurait pu être concluante.



Réponse proposée par Constance, Yona,
Amjad et Oscar, recopiée pour plus de lisibilité

« On a commencé par tracer la Tour Eiffel en convertissant la longueur 23,4cm. Puis on a tracé la droite correspondant au sol. On a cherché combien mesure l'angle du haut de la Tour Eiffel en faisant le calcul : $90^\circ - 69^\circ = 21^\circ$. Nous avons ensuite tracé l'angle. Nous avons donc trouvé la réponse et placé le trépied. Il faudra donc qu'elle se positionne à 85 mètres du bas de la Tour Eiffel »

Cet exercice est très intéressant et riche pour les élèves car il permet de lier différentes notions du programme et de proposer une résolution numérique : j'avais pris soin de rendre la tâche accessible par des coups de pouce et la réussite des groupes me convainc de reproposez cette activité pour mes futures classes de 6^{ème}.

Conclusion

A. Retour sur les lectures à partir du vécu et alternatives

Mes lectures didactiques m'ont permis de prendre conscience des conceptions erronées et obstacles qui peuvent se manifester au cours de l'enseignement de la grandeur angle et de sa mesure. J'ai essayé d'être un maximum à l'écoute de mes élèves afin de démêler ces conceptions erronées et empêcher qu'elles ne les freinent dans leurs apprentissages. Après avoir introduit la mesure de l'angle, j'avais fait le choix de proposer des activités dans des domaines différents afin de donner du sens à la mesure de l'angle et ne pas la restreindre uniquement comme élément du micro-espace. J'avais aussi fait le pari d'axer mon cours sur la manipulation. Je pense que la variété des outils proposés (rapporteur « muet », rapporteur circulaire, éventail en papier) a renforcé l'investissement et l'attention de mes élèves pour les tâches réalisées : une part de ludisme s'est mêlée aux processus d'apprentissages, ces derniers étant grandement liés à des manipulations (puisque pour mesurer un angle il faut savoir maîtriser les outils de mesure associés). Les réussites de mes élèves en classe me confortent sur mes choix didactiques.

Cependant, certains attendus du programme notamment la construction d'un triangle avec deux mesures d'angles et le vocabulaire sur les angles aigus/obtus/saillants/renants ne semblent pas avoir été acquis par la majorité des élèves entraînant certaines confusions. Je souhaite exposer deux alternatives que je pourrai envisager dans les années futures afin de pallier ces difficultés.

Une première alternative serait de considérer une progression spiralée : je pense que j'ai traité la grandeur angle et sa mesure en voulant inclure trop d'objectifs du programme sur une même période. De fait il pourrait être judicieux de réaliser un découpage spiralé selon les différentes phases de travail que j'ai développées avec les élèves et objectifs du programme : la grandeur angle et sa mesure (rapporteur pour mesurer un angle et vocabulaire associé), constructions avec le rapporteur (utilisation du rapporteur pour construire des angles), cas d'application de la mesure d'un angle.

Une deuxième alternative serait de conserver un chapitre dense mais renforcer au maximum les évaluations diagnostiques et formatives à chaque nouvelle compétence acquise. J'aurais pu augmenter la fréquence des questions flashes afin de m'assurer de la bonne compréhension de chaque nouvelle connaissance introduite, faire passer le permis rapporteur (*Mathix.org* – permis rapporteur) et proposer plus de constructions géométriques à me rendre pour m'assurer de la bonne utilisation du rapporteur circulaire.

B. Apport pour ma carrière professionnelle

Mon mémoire est le fruit d'un travail de recherche didactique et d'échanges avec mes collègues que j'ai voulu mettre au profit de mes élèves afin de les aider dans leurs processus d'apprentissages. Je souhaitai également permettre à chacun, quelles que soient ses connaissances anciennes, d'en acquérir de nouvelles et les compléter.

Ce mémoire m'a confortée dans l'importance de travailler sur le sens des notions que l'on manipule et de proposer des tâches qui leur donnent du sens notamment en établissant des liens avec des domaines de la vie courante. Cela rend la tâche mathématique moins conformiste et permet d'impliquer davantage les élèves dans leurs travaux.

Par ailleurs la variété des registres et espaces de travail proposés aux élèves a permis de bâtir des connaissances disponibles, précieuses pour construire de nouvelles notions relatives (trigonométrie, mesure en radians) et complémentaires (diagramme circulaire, propriétés des triangles usuels) à la mesure d'un angle, développées dans le programme de 6^{ème} et des années supérieures.

J'ai aussi pris conscience du fait que, bien que les manipulations d'outils demandent une très bonne gestion de classe et que nous aurions tendance à vouloir les restreindre au maximum, elles

sont primordiales pour l'apprentissage des élèves. Ils testent, manipulent et comprennent par eux-mêmes afin de se forger leurs savoir-faire et compétences. La manipulation et l'observation sont essentielles dans les apprentissages en sciences⁴, les mathématiques les délaissent bien trop souvent. Ce mémoire m'a convaincue de les prendre davantage en compte et de réfléchir pour mes futurs chapitres (aussi bien en algèbre qu'en géométrie) à des activités qui permettent de constituer ou renforcer des apprentissages par la manipulation.

Pour finir, mon mémoire m'a permis de mettre en place des phases de recherche et travail de groupe. Les échanges que j'ai pu relever lors des phases de travail ont été des moments forts de partage de connaissances et de savoir-faire entre les élèves d'un même groupe. L'entraide développée au sein des groupes a permis à certains élèves en difficulté d'avoir des explications complémentaires et plus adaptées de la part de leurs camarades. Un des exemples que j'ai pu noter et non des moindres pour ce chapitre concerne l'utilisation du rapporteur : assez naturellement lors des phases de recherche avec utilisation du rapporteur, si un membre du groupe ne manipulait pas correctement son rapporteur, il était aidé par un de ses camarades. La mesure d'un angle sera approfondie tout au long du collège et lycée et il est primordial de savoir manipuler les outils de mesure associés le plus tôt possible : je pense que les travaux de groupe ont contribué à l'acquisition de cette compétence.

Par ailleurs, les travaux de groupe ont contribué à dynamiser l'activité en classe et améliorer l'attitude face à la tâche mathématique. J'ai pu constater que les élèves étaient beaucoup plus enclins et enthousiastes à résoudre des problèmes mathématiques ensemble. Comme le cours était dense en objectifs, cela m'a permis de cibler un objectif par activité, m'assurer de la bonne compréhension de tous et cas échéant d'être consciente des erreurs et conceptions erronées encore à retravailler lors de la reprise en classe et des corrections (*exemples : confusion entre l'angle saillant et rentrant, comparaison d'angles avec la longueur des côtés*).

De plus, comme les membres d'un même groupe devaient remettre une rédaction commune, les élèves ont pu être en situation d'autonomie tant sur le point de l'apprentissage que du comportement. Si un des élèves du groupe trouvait une réponse différente de celle de ses camarades, un processus d'auto-évaluation se mettait en place (manipulation du rapporteur, constructions réalisées correctement, justesse des calculs) et permettait ainsi à l'élève, dans la plupart des cas, de trouver son erreur. Être conscient de son erreur et réussir à se corriger est selon moi une des meilleures voies d'apprentissage et vers la réussite. Je pense que familiariser et inciter les élèves dès leur entrée au collège à l'autonomie est un réel avantage pour leur réussite dans les classes supérieures.

Enfin, les productions remises par les groupes étaient souvent d'une grande qualité aussi bien en terme de contenus mathématiques (maîtrise et application des connaissances vues en cours) que de forme (raisonnement structuré et détaillé). La justification est souvent difficile à appréhender pour les élèves de 6^{ème} notamment en géométrie : je pense que les travaux de groupe proposés ont constitués un moyen efficace pour les aider à s'habituer à cette tâche et leur montrer que cela est à leur portée. A la suite de ces activités de groupe (que j'ai continué à développer tout au long de l'année scolaire), j'ai pu relever une nette amélioration concernant la résolution des problèmes mathématiques en devoirs (rédaction et maîtrise des connaissances). Une autre dimension bénéfique pour les élèves peut également être soulignée ici : à l'issue des travaux de groupe, ils sont parvenus à organiser leurs connaissances sur la grandeur angle et sa mesure dans le cadre des géométries perceptive et instrumentée. Ces compétences (tant en terme de rédaction que de connaissances mathématiques) étant acquises, cela les aidera très probablement à saisir les enjeux

⁴ Conception développée par Fanny Gimbert dans « *Manipulation et apprentissages en mathématiques* » (2008), séminaire académique université de Grenoble Alpes

de la géométrie déductive et l'articuler avec de nouvelles connaissances sur les angles (*exemple : somme des angles dans un triangle*).

Face à ces constats et nourrie de la réflexion de Marie Rivoire ⁵(pédagogie en ilots), je pense que les travaux de groupe sont de réels vecteurs de réussite scolaire et permettent de lutter contre le décrochage scolaire. De plus, ils remportent fréquemment l'approbation des élèves ce qui m'encourage à continuer à développer ce type de tâches lors de mes prochaines années d'enseignement.

⁵ La pédagogie en ilots est développée par Marie Rivoire dans « *Travailler en ilots bonifiés pour la réussite de tous* » (2012)

Annexes

Annexe 1 : Diapositives – activité d'introduction

OBSERVER
ATTENTIVEMENT LES
PHOTOS SUIVANTES

CITADELLE DE LILLE

CONSTELLATIONS DANS LE CIEL

VISIBILITÉ EN VOITURE SELON LA VITESSE

CLOCHER-MUR DE MOLANDIER

FLEXION - EXTENSION DU COUDE

TOUR DE PISE

TOUTES CES PHOTOS ONT UN POINT COMMUN :
LEQUEL ?

Annexe 2 : Support de cours

III. Les angles :

1) Vocabulaire :

Un angle est

Les deux demi-droites sont

L'origine des demi-droites est

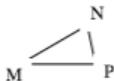
Exemples :

- Un angle : ou

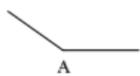
- L'angle formé par les demi-droites [Ax) et [Ay) :



- L'angle de sommet M du triangle MNP :



Attention :



2) Notation :

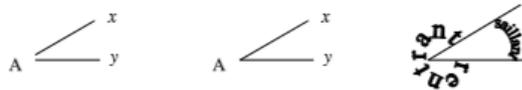
Un angle peut être nommé de plusieurs façons :

| | | | | |
|--------|--|--|--|--|
| angle | | | | |
| nom | | | | |
| sommet | | | | |
| côtés | | | | |

Remarques :

-

- Quand on considère deux demi-droites [Ax) et [Ay), il y a deux angles : l'un saillant, l'autre rentrant :



Quand on ne précise rien, il s'agit de l'angle saillant !

3) Mesure d'un angle :

La mesure d'un angle rend compte de l'écartement entre deux demi-droites.

L'unité de mesure des angles est le degré. Il se note $^{\circ}$. Le degré est tel qu'un angle droit mesure 90° . Un angle a donc une mesure comprise entre 0° et 360° .

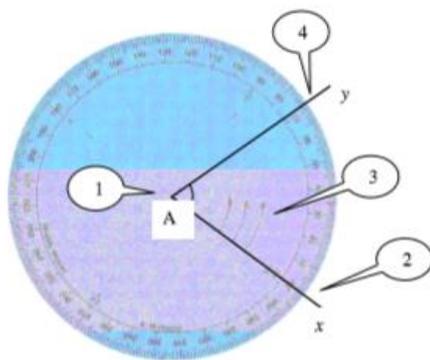
Suivant sa mesure, un angle porte un nom particulier :

| Définition | Nom de l'angle | Exemple |
|--|---|---------|
| angle de 0° | | |
| angle compris entre 0° et 180° | angle compris entre 0° et 90° | |
| | angle de 90° | |
| | angle compris entre 90° et 180° | |
| angle de 180° | | |
| angle compris entre 180° et 360° | | |
| angle de 360° | | |

4) Le rapporteur :

Le rapporteur est un instrument de géométrie qui permet de mesurer ou de construire un angle.

▪ Comment mesurer un angle ?

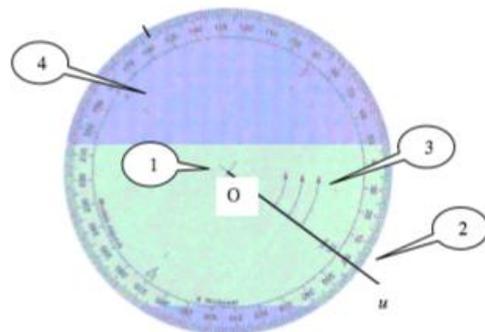


- 1) On place le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle.
- 2) On place la ligne du 0° du rapporteur sur un des côtés de l'angle.
- 3) On suit la flèche pour « parcourir » l'angle jusqu'à son autre côté. On peut être amené à retourner le rapporteur circulaire et à lire les graduations à l'envers.
- 4) On lit la graduation correspondante. On peut être amené à prolonger le côté pour accéder à la graduation.

Dans l'exemple, on lit 72° . On écrit : $\widehat{xAy} = 72^{\circ}$.

▪ Comment construire un angle ?

Par exemple, un angle \widehat{uOv} de 157° .

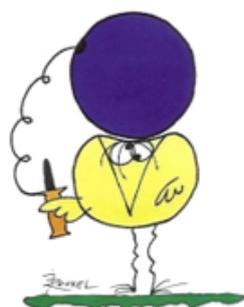


- 0) On trace une demi-droite [Ou).
- 1) On place le centre du rapporteur sur le point O.
- 2) On place la ligne du 0° du rapporteur sur la demi-droite [Ou).
- 3) On suit la flèche pour « atteindre » la graduation 157 et on fait une marque. On peut être amené à retourner le rapporteur circulaire et à lire les graduations à l'envers.
- 4) On trace la demi-droite [Ov).
- 5) On code la figure.

Annexe 3 : Feuille réponse Questions flashes

Questions Flashes

Les devises Shadok



EN ESSAYANT CONTINUUELLEMENT
ON FINIT PAR RÉUSSIR. DONC,
PLUS GA RATE, PLUS ON A
DE CHANCES QUE GA MARCHE.

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

Annexe 4 : Progression annuelle 6^e

PROGRESSION ENVISAGÉE

Année scolaire 2019 – 2020

1^{er} trimestre :

| | |
|---|---|
| Chap. 1 : Les nombres décimaux. | 4 |
| <i>Du 9 septembre au 4 octobre.</i> | |
| Chap. 2 : Premiers pas en géométrie. | 3 |
| <i>Du 7 octobre au 8 novembre.</i> | |
| Chap. 3 : Additions, soustractions, multiplications et problèmes. | 3 |
| <i>Du 11 au 29 novembre.</i> | |

2^e trimestre :

| | |
|---|---|
| Chap. 4 : Longueurs et angles. | |
| Sous chapitre 1 : Longueurs et périmètres (polygones, cercle) | 3 |
| <i>Du 2 au 20 décembre.</i> | |
| Sous chapitre 2 : Angles | 2 |
| <i>Du 6 au 17 janvier.</i> | |
| Chap. 5 : Divisions et problèmes | 3 |
| <i>Du 20 janvier au 7 février</i> | |
| Chap. 6 : La symétrie axiale. | 3 |
| <i>Du 24 février au 13 mars.</i> | |
| Chap. 7 : Fractions, nombres rationnels, pourcentages et proportions. | 4 |
| <i>Du 16 mars au 24 avril.</i> | |

3^e trimestre :

| | |
|---------------------------------------|---|
| Chap. 8 : Triangles et quadrilatères. | 2 |
| <i>Du 27 avril au 14 mai.</i> | |
| Chap. 9 : Aires. | 2 |
| <i>Du 14 mai au 29 mai.</i> | |
| Chap. 10 : Géométrie dans l'espace. | 3 |
| <i>Du 1er au 19 juin.</i> | |

Annexe 5 : Fiche réponse – travail de groupe sur la distance de la Tour Eiffel

TRAVAIL DE GROUPE N° 3 : DISTANCE DE LA TOUR EIFFEL

Gardien du silence :

Maître du temps :

Organisateur du travail :

Rédacteur en chef :

Maître des indices (au maximum 3 indices pourront être demandés) :

Schéma de la situation et constructions géométriques

Réponse rédigée

.....

.....

.....

.....

Annexe 6 : Quelques productions d'élèves sur la rédaction d'un énoncé avec construction d'un diagramme circulaire

Problème 1 :

Le tableau ci-dessous présente la répartition des gâteaux dans un supermarché

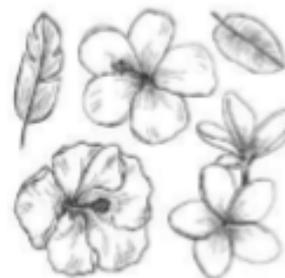
| Nom des gâteaux | Biscuit | Cookie | Cake | Muffin | Madeleine | Total |
|--------------------|---------|--------|------|--------|-----------|-------|
| Paquets de gâteaux | 13 | 17 | 18 | 30 | 22 | 100 |
| Mesure d'angle | | | | | | |

Remplir la ligne du tableau « Mesure d'angle » puis construire le diagramme circulaire associé à cette situation.

Problème 2 :

Un fleuriste récolte 120 fleurs afin de les vendre au marché. Voici les détails de sa récolte :

- 20 marguerites
- 50 tulipes
- 10 roses
- 10 œillets
- 30 jonquilles



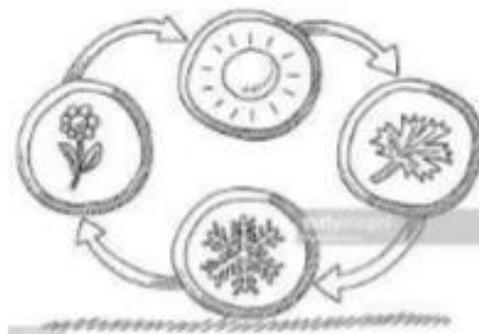
Construire un diagramme circulaire associé à la situation.

Problème 4 :

On a demandé aux élèves de la classe de 6eD leur saison préférée, voici les résultats relevés :

- 45% préfèrent l'été
- 10% préfèrent le printemps
- 15% préfèrent l'automne
- 30% préfèrent l'hiver

Construire un diagramme circulaire associé à la situation.



Problème 11 :

Les 120 élèves du collège Octave Gréard ont passé l'épreuve du chamois lors de leur séjour au ski. Voici les résultats obtenus :

| Médailles | Or | Vermeille | Argent | Bronze | Fléchette | Non classés | Total |
|-----------------|----|-----------|--------|--------|-----------|-------------|-------|
| Nombre d'élèves | 5 | 10 | 20 | 30 | 40 | | 120 |
| Mesure d'angle | | | | | | | |

Il y a eu un problème d'impression de la feuille des résultats. Aide les moniteurs à retrouver les résultats manquants puis construire un diagramme circulaire de la répartition des médailles.



Bibliographie

- Académie de Strasbourg « *Les grandeurs et leurs mesures* »
- Nicolas Balacheff (2011), « *Un modèle pour relier connaissance et preuve en didactique des mathématiques* »
- René Berthelot et Marie-Hélène Salin (1996) « *L'enseignement des angles aux élèves de 10 à 13 ans : identification d'un obstacle didactique* », GrandN n°56
- René Berthelot et Marie-Hélène Salin (2000-2001), « *L'enseignement de la géométrie au début du collège* », Petitx n°56
- Guy Brousseau (1998) « *Les obstacles épistémologiques, problèmes et ingénierie didactique* »
- Guy Brousseau (2000) « *Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire. L'étude de l'espace et de la géométrie* » p.67-83
- Jean-Michel Chevalier et Marie-Christine David Chevalier (2006), « *OMNI : objet mathématique non identifié, un outil pédagogique au service de l'apprentissage de la notion d'angle et de sa mesure* », IREM n°63
- Claude Devichi, Valérie MUNIER, Hélène MERLE (2006) « *La construction du concept de l'angle à l'école élémentaire* » - IREM n°64
- Régine Douady (1993) « *Enseignement de la dialectique OUTIL-OBJET et des JEUX de CADRES en formation mathématique des professeurs d'école* », extrait de *Document pour la formation des professeurs des écoles en didactique des mathématiques – Colmar 1993*
- Fanny Gimbert (2008) « *Manipulation et apprentissages en mathématiques_* », séminaire académique université de Grenoble Alpes
- Sylvie Guffond, ESPE Grenoble « *Grandeurs et mesures cycle 2* »
- Catherine Houdement (2007) « *A la recherche d'une cohérence entre géométrie de l'école et géométrie du collège* », IREM Rouen n°67
- Catherine Houdement « *De nouveaux savoirs en géométrie pour les enseignants ?* », IUFM Haute-Normandie, Université de Rouen
- IREM Poitiers, Groupe 1^{er} cycle (2009), « *Enseigner les mathématiques en sixième à partir des grandeurs : Les angles* »
- Michael Mitchelmore et Paul White (2000), « *Development of angle concepts by progressive abstraction and generalization* », Educational Studies in Mathematics p.209-238
- Alain Mercier et Jacques Tonnelle, IREM d'Aix Marseille (1992) « *Autour de l'enseignement de la géométrie au collège* »
- Marie-Jeanne Perrin-Glorian, André Revuz, Anne-Cécile Mathe et Régis Leclercq (2013), « *Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans* », IREM n°90
- Marie Rivoire (2012) « *Travailler en îlots bonifiés pour la réussite de tous* »
- Aline Robert et Rogalski Janine (2002) « *Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche* », Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies, vol2, n°4 pp505-528
- Aline Robert et Marie-Jeanne Perrin Glorian (2005) « *Analyse didactique de séances de mathématiques au collège : pratiques d'enseignants et activités mathématiques d'élèves* », les Dossiers des Sciences de l'Education p.95-110
- Denis Tanguay et Loic Geeraerts, UQAM « *D'une géométrie du perceptible à une géométrie déductive : à la recherche du paradigme manquant* », Petitx n°88
- Nicolas Toussaint « *Le rapporteur muet ou la transparence n'est pas si rétro...* », APMEP, PLOT n°47