



HAL
open science

La construction du nombre en moyenne et grande sections de maternelle : enrichissement des procédures de dénombrement

Charlotte Ligneau

► **To cite this version:**

Charlotte Ligneau. La construction du nombre en moyenne et grande sections de maternelle : enrichissement des procédures de dénombrement. Education. 2020. dumas-02951997

HAL Id: dumas-02951997

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02951997>

Submitted on 12 Oct 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Mémoire présenté par

Charlotte LIGNEAU

Soutenu le

Mercredi 24 juin 2020, à INSPÉ Centre Val de Loire

pour obtenir le diplôme du

Master

Métiers de l'Éducation, de l'Enseignement et de la Formation

Mention : 1^{er} degré

Discipline :

Mathématiques

La construction du nombre en moyenne et grande sections de maternelle :

Enrichissement des procédures de dénombrement

Dirigé par

M. Patrick TEMPLEREAU (Professeur de mathématiques, INSPÉ CVL)

Devant une commission d'examen composée de

M. David CATEL (Professeur de physique-chimie, INSPÉ CVL), président, enseignant de l'université d'Orléans

M. Patrick TEMPLEREAU (Professeur de mathématiques, INSPÉ CVL) directeur de mémoire, enseignant de l'université d'Orléans

Année universitaire 2019-2020

REMERCIEMENTS

Je tiens d'abord à remercier M. Patrick TEMPLEREAU, professeur de mathématiques à l'université d'Orléans et directeur de ce mémoire, d'avoir contribué à ma réconciliation avec les nombres. Sa patience et ses conseils avisés ont permis de mener à bien cette démarche réflexive.

A cette occasion, je remercie aussi chaleureusement l'ensemble des équipes de l'INSPÉ de Châteauroux qui mettent tout en œuvre pour offrir des conditions privilégiées de formation.

Ma sincère gratitude est adressée également à l'ensemble des enseignants qui ont répondu aux attentes que je nourrissais en m'engageant dans cette reprise de cursus universitaire.

Pour finir, ces sont à mes proches que je tiens à témoigner ma profonde affection et à remercier pour leur indulgence à mon égard tout au long de ces deux années au rythme effréné. J'ai une pensée particulière pour Pablo, mon fils, qui n'a cessé de m'encourager et qui incarne une source de motivation intarissable.

SOMMAIRE

SOMMAIRE	3
INTRODUCTION	5
I. CADRE THEORIQUE	7
1. Le nombre entier naturel	7
1.1. Fond et formes du nombre	7
1.1.1. Eléments de définition et histoire	7
1.1.2. Représentation du nombre	8
1.2. L'enfant et le nombre	9
1.2.1. Nombre et développement de l'enfant	9
1.2.2. Fondements cognitifs de l'acquisition du nombre : estimation et subitizing	11
1.3. Le nombre comme objet d'enseignement	12
1.3.1. Savoirs mathématiques et sources de difficultés	12
1.3.2. Le nombre dans les instructions officielles	14
2. Compter vs dénombrer	16
2.1. Eléments de définition et principes	16
2.2 Le dénombrement : un objet d'enseignement au service de la construction du nombre	18
2.3. Les situations d'apprentissage	20
3. Spécificité de l'école maternelle : le jeu au service des apprentissages	21
3.1. Typologie ludique	21
3.2 Le jeu : du développement de l'enfant à son exploitation pédagogique	23
3.3 L'apprentissage des mathématiques par le jeu	26
II. PROBLEMATIQUE	29
III. METHODOLOGIE	31
1. Le contexte	31
2. Le choix des représentations numériques	32
3. La place du jeu	33
4. La séquence	34
4.1. La première séance : un travail de dissection	35
4.2. Les séances 2 et 3 : une volonté d'automatiser le subitizing et les décompositions	35
4.3. De l'unité à la globalité : les séances finales	36
5. Le recueil de données initiales	37

5.1 L'échantillon.....	37
5.2 Le matériel.....	38
5.3 Le déroulement de la passation.....	39
IV. RESULTATS.....	41
1. Identification des stratégies de dénombrement.....	41
2. Efficacité des stratégies utilisées.....	43
3. Influence des représentations.....	44
V. CONCLUSION.....	46
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	48
VI. ANNEXES.....	50

INTRODUCTION

Parmi les missions dévolues à l'École, nous trouvons l'apprentissage de compétences fondamentales telles que lire, écrire et compter. Alors que les débats animant l'enseignement de la lecture ou les résultats aux enquêtes internationales qui établissent des performances perfectibles en mathématiques pour les élèves français sont largement connus, il nous semble, avant l'étude de cette thématique et la rédaction de ce mémoire, que l'enseignement du comptage fait consensus, et que les spécificités de celui-ci ne concernent que les mathématiciens. Nous avons donc abordé cet enseignement sans mesurer toutes les réalités qu'il recouvre.

Aussi, à la rentrée 2019, nous avons été affectée en école maternelle en qualité de professeure des écoles stagiaire et nous avons donc dû prendre en charge l'enseignement des mathématiques pour des élèves de moyenne et grande sections. Notre appréhension personnelle de cette discipline et la primeur de son enseignement ont constitué une source abondante de réflexions visant à l'acquisition de connaissances en la matière pour l'enseigner le plus justement et efficacement aux élèves : « mieux comprendre les mathématiques à enseigner à l'école maternelle, persuadées que mieux comprendre les mathématiques conduira le professeur à mieux les enseigner (Ball, Thames, & Phelps, 2008) et aux élèves à mieux les apprendre. » (Margolinas, Wozniak, 2016)

Dans la classe, nous constatons des connaissances très hétérogènes en la matière, certains élèves récitent la comptine numérique, d'autres utilisent leurs doigts, ils peuvent également discriminer les chiffres, certains peuvent donner une quantité demandée... Ces différentes manifestations mettent en évidence des disparités de connaissances dans la construction du nombre, des contrastes dans l'acquisition de la compétence du comptage et des différences interindividuelles que la scolarisation aura pour but de lisser au mieux au terme de ce cycle des apprentissages premiers.

Dans le cadre des instructions officielles qui régissent l'enseignement au cycle 1, les contenus mathématiques apparaissent dans le quatrième domaine d'apprentissage « construire les premiers outils pour structurer sa pensée » et trouvent des ramifications dans le cinquième « explorer le monde », notamment dans la structuration du temps et de l'espace. Nous nous sommes précisément intéressée à

l'enseignement du dénombrement qui est étroitement lié à l'acquisition du nombre. Comment, en tant que professeur des écoles, sait-on qu'un élève sait dénombrer ? Afin d'évaluer les connaissances et les compétences des élèves en la matière, nous retiendrons et développerons, ultérieurement, les travaux du didacticien Gérard Vergnaud qui, dans sa « théorie des champs conceptuels » (1990), propose un triptyque (référence, signifié et signifiant) comme grille de lecture à l'acquisition d'un concept scientifique.

Ce travail de recherche nous a fait prendre conscience que, d'une part, l'enseignement du dénombrement par comptage n'est pas aussi consensuel que nous le pensions et, d'autre part, que cette compétence est inhérente à la construction du nombre. Il nous est aussi apparu que le dénombrement est autant un processus cognitif complexe qu'une tâche fastidieuse qui nécessite l'acquisition de diverses connaissances pour s'avérer efficace. Face à la complexité de cette tâche, nous nous sommes donc interrogée pour savoir quelles stratégies pouvaient être mises en œuvre par les élèves pour déterminer précisément une quantité, autrement que par le dénombrement par comptage.

La première partie de ce mémoire est donc consacrée à la présentation synthétisée des recherches menées quant au nombre et au dénombrement, mais elle est également l'occasion de revenir sur l'utilisation du jeu dans le cadre des apprentissages en mathématiques à l'école maternelle. Pour clore cette démarche initiale, nous présenterons la problématique formulée et les hypothèses élaborées pour tenter d'y répondre.

Le second temps de ces travaux présente la séquence élaborée dans le but d'éprouver les suppositions faites ainsi que la présentation et l'analyse des données recueillies auprès des élèves de la classe de moyenne et grande sections dont nous avons la charge et visant à déterminer les stratégies utilisées pour dénombrer.

I. CADRE THEORIQUE

1. Le nombre entier naturel

1.1. Fond et formes du nombre

1.1.1. Eléments de définition et histoire

Un nombre est un objet mathématique abstrait. Il est un concept qui recouvre plusieurs acceptions dont celle de la quantité (cardinalité), celle du rang (ordinalité) et celle qui représente « tout objet susceptible d'être manipulé selon certaines opérations » (Dehaene, 2008) ou selon certaines « transformations » pour Michel Fayol (2019). Le contexte d'utilisation du nombre permet de savoir à quelle réalité il est relié. Aussi lorsque nous énonçons une date, la réalité du nombre sept renvoie au septième jour du mois désigné, soit un rang, un ordre ; lorsque nous envisageons sept enfants, c'est la notion de pluralité qui est en jeu et pour finir, dans l'expression « sept plus trois », il faut considérer que les quantités énoncées par sept et trois s'ajoutent pour en former une nouvelle contenant dix entités distinctes. La notion de nombre n'est donc pas immédiatement intelligible et il apparaît nécessaire de pouvoir inférer quant au contexte pour comprendre clairement son utilisation.

A partir de cette définition généraliste, nous nous appuyons sur les travaux de Vergnaud, évoqués dès l'introduction, pour orienter notre réflexion dans une dimension plus didactique. Sa « théorie des champs conceptuels », appliquée au concept de nombre entier naturel, permet de définir l'acquisition du nombre lorsque la maîtrise de trois volets distincts est atteinte. Pour que le concept de nombre entier naturel soit acquis, il convient alors de savoir l'utiliser dans le cadre de la résolution de problèmes arithmétiques (*référence*), de l'appréhender dans différentes techniques, comme le comptage, la décomposition ou en appliquant le principe de cardinalité (*signifié*) et il faut être capable de transcoder ses différentes représentations (*signifiant*).

A l'origine des nombres est un usage pratique, celui du caillou ou de la taille, pour dénombrer les têtes de bétail constituant un troupeau. Cette marque laissée, soit par un caillou soit par un trait, permet la mémoire de la quantité et facilite les échanges

ultérieurs en ayant recours à une correspondance terme à terme. Ce procédé recourant à l'individuation est efficace pour des collections modestes mais s'avère vite fastidieux pour des quantités importantes. C'est donc à partir de cette problématique quotidienne que s'élabore le nombre en tant qu'objet théorique et va permettre le développement de systèmes pour accéder à de plus grandes échelles. Concentrant la réflexion de cette étude sur le cycle 1 de l'enseignement, nous cantonnons notre démarche à la connaissance des nombres de un à dix, dans la mesure où les fondements de la base décimale sont envisagés à partir du cycle 2.

1.1.2. Représentation du nombre

Dans la conceptualisation numérique, outre ses différentes acceptions préalablement citées, il faut également envisager ses différentes représentations. Un nombre peut être représenté sous forme analogique, symbolique et/ou verbale et le passage d'une notation à l'autre constitue le transcodage. Cette question est d'autant plus importante qu'elle nécessite un réel apprentissage.

La représentation analogique est originelle, c'est elle, au moyen d'une comparaison, qui permet d'appairer exactement une quantité globale à la représentation de chacune des entités qui la composent. Ainsi, l'usage de constellations (dés ou dominos) ou des doigts pour communiquer un nombre s'appuie sur la numérosité d'un ensemble et permet d'établir une correspondance terme à terme. En sollicitant la perception, l'usage numérique analogique, induisant la quantité, permet la création d'images mentales des nombres. Rémi Brissiaud revient sur l'utilisation de ces symboles quantitatifs qui ne permettent pas d'accéder instantanément au nombre exact qui définit la quantité et préfère appeler ces collections organisées des « *nombres figuraux* ».

La représentation symbolique, voire culturelle car elle nécessite un apprentissage en soi et ne permet pas de mise en correspondance comme avec l'emploi de la représentation analogique, passe par l'utilisation de symboles appelés chiffres. « Les chiffres sont les marques individuelles de 0 à 9 qui par leur composition permettent de représenter un nombre plus complexe. » (Dehaene, 2008) Cette transcription a la particularité d'être positionnelle, c'est-à-dire que chacun des

symboles réfère à un nombre d'unités, de dizaines, de centaines selon sa place dans le nombre. Au nombre de dix, ces signes donnent la possibilité de former l'infinité des nombres, mais l'acquisition de cette représentation symbolique ne peut pas faire l'économie de la compréhension de la place du chiffre ni de la cardinalité du nombre auquel il renvoie. Dans notre culture, nous utilisons les chiffres indiens, abusivement appelés chiffres arabes. En effet, l'emploi des chiffres, tels que nous les employons, correspond à la transcription arabe occidentale de l'emprunt fait à la numération indienne (ses symboles et son écriture positionnelle) au VIII^{ème} siècle de notre ère.

La dernière représentation numérique est verbale, liée au langage qu'il soit oral ou écrit. Cette traduction verbale emprunte donc les caractéristiques de la langue employée et à ce titre, la langue française reste fidèle à sa réputation d'idiolecte rompu aux exceptions et aux irrégularités. Les mots-nombres sont donc l'objet d'une acquisition spécifique au même titre que d'autres mots de vocabulaire qui, eux, seront plus aisément définissables. Rémi Brissiaud, dans un article s'intéressant à la « pédagogie du nombre chez les 2-3 ans en PS » (2008), met en lumière ces obstacles : la difficulté que pose l'emploi du français réside dans le fait que les mêmes mots-nombres sont employés dans le langage courant pour désigner sans distinction l'ordinalité de la cardinalité. Aussi, « un » peut désigner « un élément distinct mais indéterminé » ou une entité individuée. A l'inverse, d'autres langues font une utilisation plus précise des mots-nombres : l'anglais emploie des mots distincts pour dénombrer « one », pour déterminer une entité « a » ou pour donner un rang « the first ». En comparaison, la représentation numérique verbale est univoque en anglais là où elle est équivoque en français et la polysémie même du mot-nombre induit en erreur l'enfant qui construit le nombre.

1.2. L'enfant et le nombre

1.2.1. Nombre et développement de l'enfant

« *Quand et comment les nombres viennent aux humains ?* » (Houdé, 2017). Dès le début du XX^{ème} siècle, cette question a intéressé les psychologues qui souhaitaient trouver des explications quant aux différences de performance entre les individus. En ce domaine, il est à noter que ce sont les travaux menés par Piaget qui

ont longtemps fait autorité. Depuis remises en question, nombre d'études ont confirmé ou infirmé, pour tout ou partie, les conclusions piagétienne qui considèrent le nombre comme un invariant abstrait résultant de la coordination de la classification et de la sériation. Ainsi, le niveau élevé d'abstraction sur lequel repose cette conception induit une acquisition du nombre au stade opératoire concret aux alentours de 6 ans. Cette conception numérique, longtemps prépondérante, s'appuie également sur le fait que seule « la logique sous-tend l'ensemble des savoirs et savoir-faire mathématiques » (Fayol, 2018). Cette importance accordée à la logique a influencé les orientations pédagogiques en matière d'enseignement des mathématiques et a concentré les interventions dans le but d'améliorer les compétences en ce domaine. Aucun enseignement spécifique du nombre n'est alors envisagé car Piaget estime que le nombre se rencontre en situation et se construit donc à cette occasion, « [indépendamment] des pratiques sociales et du langage » (Fayol, 2018).

Augmentées par les études menées, notamment en neuropsychologie, les conceptions ont désormais évolué et montré que l'être humain dispose, dès sa naissance, d'habiletés mathématiques, à savoir, des processus cognitifs qui lui permettent d'appréhender la quantité. Sans connaître précisément le nombre et son utilisation, des études ont montré, notamment celle de Véronique Izard ou celle de Xu & Spelke, qu'un bébé détecte une différence de grandeur de deux collections présentées. Aussi, nous pouvons considérer que les individus ont des dispositions cognitives spécifiques à la discrimination numérique, une perception de la numérosité qui permet la représentation d'une grandeur numérique. Ce discernement numérique, autrement appelé l'« intuition proto-mathématique » par S. Dehaene, est à intégrer dans une structure arithmétique cognitive complexe qui devra compiler d'autres représentations et des apprentissages spécifiques pour s'affiner jusqu'à donner la quantité exacte d'une collection. D'un point de vue cognitif, la cardinalité serait donc appréhendée selon trois processus distincts. Pour les petits nombres, de 1 à 3, la perception du nombre se fait par subitizing qui requiert une propriété basique de la vision pré-attentive. Au-delà de 4, un processus de comptage se met en place et des mouvements de l'attention sont nécessaires pour compter de façon sérielle les objets qui sont présents. A contrario, la subitisation semble indépendante de l'attention mais liée au cortex visuel. Le troisième processus cognitif sollicité dans la perception du nombre est l'estimation. Dans le cadre de la question du nombre, nous nous

intéressons ici à deux processus distincts l'estimation et la subitisation et nous reviendrons ultérieurement sur le mécanisme cognitif du comptage.

1.2.2. Fondements cognitifs de l'acquisition du nombre : estimation et subitizing

Face à la présentation de deux collections, dont les quantités sont importantes, l'estimation est un processus perceptif fonctionnel qui repose sur le Système Approximatif du Nombre (SAN) et qui permet d'apprécier grossièrement une quantité en évaluant un ordre de grandeur. C'est ce processus tangent qui va permettre, dans un premier temps de déterminer si l'ensemble contient beaucoup d'éléments ou non ; en fonction des connaissances acquises, cette estimation va se préciser en se référant à une échelle numérique. Dans le second cas de figure évoqué, les études montrent que ce système tend à la sous-évaluation des quantités et il s'avère que la variabilité de l'estimation dépend de la grandeur du nombre : plus le nombre est grand, plus la variabilité dans l'estimation est grande selon Weber. Ce système de discrimination numérique s'appuie sur « une représentation mentale analogique des quantités continues ou discrètes : le SAN. [...] Elle serait automatique, inaccessible à la conscience et non symbolique, indépendante du langage et de l'expérience ou de l'éducation. » (Fayol, 2018) Ce processus s'ancre dans les dispositions de perception visuo-spatiales, car même sans quantification précise, nous savons déterminer un ordre de grandeur.

Pour les petites quantités, de un à trois, un processus distinct de l'estimation est opérant, il s'agit du subitizing ou subitisation qui permet l'appréhension immédiate d'une collection pouvant être constituée de une, deux ou trois entités. Bien que les études menées puissent dissocier l'estimation du subitizing et du comptage, la définition du subitizing attend encore d'être précisée. Nous retiendrons celle donnée par Fischer en 1991 et citée par Lécuyer en 2014 : « Le subitizing est une appréhension quasi instantanée du nombre...[il] doit conduire à un jugement absolu du nombre... [et il y a] nécessité d'une dénomination verbale, orale et usuelle du nombre. » Bien que cette fonction primitive soit une propriété basique de la vision pré-attentive qui permet de percevoir des quantités jusqu'à 3 en un seul « coup d'œil », il convient d'ajouter que celle-ci s'adjoint d'autres connaissances pour aboutir à l'expression exacte de la quantité présentée, comme cela est aussi le cas pour le

processus d'estimation. Il faut donc bien ici dissocier la capacité immédiate à appréhender une numérosité discrète par le biais visuel de la reconnaissance quantifiée et dénommée de la collection. Les études menées ayant permis de distinguer le subitizing de l'estimation et du comptage ont également montré que le déploiement du subitizing permet le taux d'erreur le plus faible dans la reconnaissance des quantités de un à trois. La reconnaissance des cardinalités supérieures à trois marquent dans différentes études un palier à partir duquel le temps de réponse et le taux d'erreur accroissent nettement. De fait, le subitizing désigne la perception possible jusqu'à trois éléments en une seule fois mais il ne dispense pas de la bonne construction de chacun des trois premiers nombres. Nous pouvons dire, dans une certaine mesure, que le subitizing rejoint ce que Piaget disait de la connaissance du nombre de l'enfant au stade pré-opératoire à savoir : « Je prétends que ces nombres, antérieurs au moment où l'enfant a compris l'itération de l'unité (la possibilité d'engendrer chaque fois un nombre nouveau par l'addition de l'unité), ne sont pas encore de vrais nombres ; ce sont des figures perceptives » (1949)

Estimation et subitizing sont donc des dispositions élémentaires mais sont restrictives pour considérer qu'elles sont suffisantes pour accéder à la conceptualisation et à l'utilisation du nombre. Le nombre nécessite alors l'acquisition de connaissances et de compétences pour passer du traitement perceptif (approximatif par l'estimation et précis avec le subitizing) à un traitement algorithmique et fait l'objet d'un enseignement tout au long du cycle 1 dans le cadre du domaine « construire les premiers outils pour structurer sa pensée ».

1.3. Le nombre comme objet d'enseignement

1.3.1. Savoirs mathématiques et sources de difficultés

Alors que l'enseignement du nombre, en tant que tel, a connu des évolutions sous l'influence de différentes doctrines, nous revenons, dans un premier temps, sur les éléments objectifs qui le caractérisent. En effet, pour le comprendre, pour conceptualiser le nombre il faut savoir que celui-ci :

- Détermine la quantité d'une collection,
- Mesure une « grandeur »

- Indique le rang ou la position,
- Apparaît sous différentes formes (analogique, symbolique et verbale),
- Est nommé précisément par un mot-nombre,
- S'obtient par le principe de l'itération de l'unité,
- Se compose et se décompose.

Partant de ces éléments, il convient dès lors d'identifier les freins à l'acquisition de ce concept. Pour ce faire, nous reprenons les travaux de Fayol (2019) qui identifie trois catégories de sources aux difficultés en mathématiques. La première qu'il identifie est liée à l'arithmétique et aux mathématiques, pour laquelle il considère des sources hétérogènes de difficultés. Il répertorie, entre autres, des obstacles à la compréhension du sens du nombre, au dénombrement et aux opérations et illustre ce propos en indiquant qu'un élève peut être embarrassé par la résolution de problèmes et non par les opérations ou inversement. La seconde provenance des difficultés dépend des capacités générales. En ce sens, le développement du langage, les capacités d'attention, de mémorisation, de vitesse de traitement ou encore les émotions ont un impact sur les compétences mathématiques. Il est à noter, ici, que cette discipline scolaire spécifique peut exacerber l'anxiété du fait de l'histoire de son organisation (élitisme et rigueur de cet enseignement) ; du fait des contenus enseignés, souvent assez théoriques, dont l'exemple le plus connu s'illustre avec la réforme des mathématiques modernes (1970) et du fait de la binarité des énoncés mathématiques qui s'est étendue et transformée dans l'inconscient collectif en « être bon ou mauvais en mathématiques ». Fayol précise également que cette « corrélation négative » est valable d'un point de vue international y compris dans les pays qui s'avèrent pourtant les plus performants dans les enquêtes internationales. Pour finir, il évoque les effets de l'instruction, qu'elle soit familiale ou scolaire, pour lesquels les impacts doivent encore être étudiés pour être déterminés et spécifiés.

Bien que la considération de ces sources de difficultés se détachent du concept strict du nombre en tant qu'objet d'enseignement, il n'en est pas moins éclairant de stipuler, qu'au-delà des pures connaissances arithmétiques et mathématiques, le développement de l'enfant, les différences interindividuelles ou encore l'enrobage de l'activité ont un impact sur cet enseignement qu'il conviendra de prendre en compte dans sa mise en œuvre.

1.3.2. Le nombre dans les instructions officielles

Le nombre et sa construction, dans le programme de l'école maternelle paru au Bulletin Officiel du 26 mars 2015, constituent une entrée remarquable par Viviane Bouysse, Inspectrice générale de l'Éducation nationale, qui reconnaît en celle-ci une évolution didactique majeure. Elle résume cette nouvelle orientation en lui conférant « une approche plus mathématique que culturelle et langagière du nombre. » Pour comprendre le changement didactique opéré par les nouvelles instructions, il est important de remettre cette question dans la perspective de ce qui a été en vigueur auparavant et nous prenons donc appui sur les programmes parus successivement en 2002 et en 2008 pour comprendre les changements apportés. Préalablement aux différences de didactique numérique, nous devons préciser que la loi d'orientation et de programmation pour la refondation de l'École de la République du 8 juillet 2013 a redéfini les cycles d'apprentissages et que la grande section de maternelle a été intégrée aux cycles des apprentissages premiers là où les BO de 2002 et 2008 considéraient ce niveau comme la première année du cycle des apprentissages fondamentaux.

Les programmes établis respectivement en 2002 et 2008 évoquent le nombre dans le domaine d'apprentissage « découvrir le monde » et l'acquisition des compétences strictement numériques sont répertoriées dans un sous-domaine consacré à l'approche des nombres et des quantités.

Dans ceux de 2002, le nombre est qualifié d'« instrument du travail intellectuel pour quantifier ou mettre en ordre la réalité » ou encore d'« outil efficace » dans le cadre de la résolution de problèmes qui permettent aux élèves de donner du sens à leur utilisation. Il leur permet de comparer, mémoriser et communiquer des quantités, de réaliser une collection équipotente, de repérer un rang dans une liste ordonnée, de « hiérarchiser des séries en utilisant la comptine numérique » apprise jusqu'à 30 ou encore d'« anticiper le résultat d'une action sur une quantité. »

Dans ceux de 2008, le propos général sur l'approche des quantités et des nombres fait de la maternelle « une période décisive dans l'acquisition de la suite des nombres (chaîne numérique) et de son utilisation dans les procédures de quantification » durant laquelle les élèves sont amenés à comprendre « les fonctions du nombre, en

particulier comme représentation de la quantité et le moyen de repérer des positions dans une liste ordonnée d'objets. » L'objectif du nombre 30 est fixé, a minima, en fin d'école maternelle tant dans la récitation de la comptine verbale que dans le dénombrement.

Dans ces deux moutures successives, la question de la représentation des nombres, et par extension celle du transcodage, diffère quelque peu. Les programmes de 2002 établissent, d'une part, la reconnaissance de la représentation analogique des petites quantités et, d'autre part, l'association de la représentation verbale des nombres connus à leur représentation symbolique, à l'aide d'un support. Dans la rédaction de 2008, l'emploi analogique est abandonné et l'association verbale-symbolique est reprise dans une première mise en correspondance entre ces deux représentations.

Nous devons considérer que l'idée didactique prédominante de ces programmes antérieurs est l'enseignement de ce que Brissiaud (2015) appelle le « *comptage-numérotage* » qui repose sur la synchronisation entre l'énumération de la comptine numérique et le pointage de chaque entité constituant la collection ainsi que sur la compréhension du fait que le dernier mot-nombre énoncé renvoie au principe de cardinalité. Dans cette dynamique, ces instructions préconisaient l'acquisition des connaissances suivantes sur le nombre en tant que tel : les principes de cardinalité et d'ordinalité, sans les hiérarchiser, ainsi que ses représentations verbales et symboliques.

Il faut alors voir que les nouveautés présentées dans les programmes de 2015 contribuent à préciser la notion de nombre et sa construction. L'enseignement des notions mathématiques s'intègrent dans le domaine « construire les premiers outils pour structurer sa pensée » qui se subdivise en plusieurs sous-domaines dont l'un d'entre eux est désormais exclusivement dédié à la découverte des nombres et à leur utilisation. Dans ces préconisations, les acceptions de cardinalité et d'ordinalité sont priorisées. La cardinalité comme contexte de construction du nombre prime sur l'utilisation du nombre en contexte ordinal qui doit également être assortie de la terminologie appropriée (premier, deuxième...). A celles-ci s'ajoutent le principe de l'itération de l'unité ainsi que la décomposition du nombre pour laquelle les programmes précisent que « la maîtrise de la décomposition des nombres est une condition nécessaire à la construction du nombre ». Cette détermination abonde dans

le sens des déclarations de Brissiaud qui dit que « connaître le nombre, c'est maîtriser l'itération de l'unité, bien connaître le nombre, c'est maîtriser les décompositions. » L'accent est donc mis sur le sens du nombre, le signifié conceptuel de Vergnaud, et sur sa construction et c'est en cela que Viviane Bouysse apprécie la dimension « plus mathématique » de ces instructions. De fait, les objectifs fixés pour la fin de l'école maternelle recentrent les apprentissages sur la construction cardinale des dix premiers nombres et envisagent les trois représentations numériques comme un moyen de coder des informations sur une quantité. Pour Brissiaud, l'établissement de ces instructions constitue une « rupture » en proposant de s'appuyer sur des stratégies de « mise en relation des différentes quantités ».

En insistant sur le sens du nombre, ces programmes dédiés au cycle 1 permettent de passer du traitement perceptif et de la manipulation des nombres à leur traitement symbolique et à leurs transformations. La construction du nombre aura alors un rôle prépondérant dans le parcours mathématique des élèves. Autrement dit, si l'élève ne construit pas correctement le concept de nombre, cela pourra accentuer ses difficultés éventuelles ; nous précisons que cette considération ne prend pas en compte des besoins particuliers.

En consolidant la définition du nombre, ces nouvelles recommandations visent l'enseignement d'une stratégie de comptage qui s'ancre dans l'essence même du concept : le dénombrement. Et c'est ainsi que « le sens du nombre [va contraindre] l'apprentissage du calcul » (Dehaene, 2015).

2. Compter vs dénombrer

2.1. **Eléments de définition et principes**

Dans le langage courant, le terme dénombrer se confond communément avec celui de compter car ces deux actions ont pour but de répondre à la question « combien ? » mais peuvent utiliser des biais différents pour y parvenir. Alors que compter est défini par le *Trésor de la Langue Française* comme la « [détermination d']

une valeur ou [d'] une grandeur numérique par un calcul » et comme la récitation de la comptine numérique, d'un point de vue didactique ; la définition de « dénombrer », elle, met en lumière la considération de chaque élément dans la constitution d'un ensemble pour y associer une quantité. En outre, pour déterminer la cardinalité d'un nombre, la quantité à laquelle il renvoie, il faut passer par l'individuation ; l'activité de dénombrement est donc intrinsèquement liée au concept de nombre et notamment au principe de l'itération de l'unité.

D'un point de vue cognitif, deux processus permettent d'accéder précisément à une quantité : le subitizing et le comptage. Le subitizing ayant été déjà évoqué précédemment, nous allons revenir sur le processus du comptage qui permet de quantifier un ensemble. Comme le montre l'étude menée par M. Piazza en 2003 et citée par Dehaene (2008) il apparaît qu'« au-delà de quatre, il est nécessaire de faire des mouvements de l'attention pour compter de façon sérielle les objets qui sont présents », nous pouvons donc dire que « le comptage, qui dépend de l'attention, est un processus sériel qui doit se déployer vers chacun des objets dans l'espace » pour déterminer la cardinalité de la collection proposée. Mais la description simple de ce processus cognitif n'est pas suffisante pour accomplir la tâche de dénombrement qui nécessite de faire l'interface entre différents processus. Ainsi, dénombrer, c'est percevoir la numérosité d'un ensemble, individuer les éléments qui le composent, raisonner pour appliquer le principe de cardinalité, faire appel à sa mémoire pour associer la quantité à sa dénomination et recourir au langage pour l'exprimer.

Considérée dans le cadre du développement de l'enfant, l'activité de dénombrement par comptage a été marquée par les travaux des psychologues américains Gelman et Gallistel (1978), qui sont revenus sur la prédominance de la matrice piagétienne faisant autorité jusqu'alors. Ils établissent les cinq principes fondamentaux suivants comme étant nécessaires au dénombrement par comptage :

- Le principe de correspondance terme à terme : chaque élément de la collection à dénombrer est associé à un seul et unique mot-nombre.
- Le principe d'ordre stable : la suite numérique verbale est invariable et constitue une liste ordonnée.
- Le principe de cardinalité : le dernier mot-nombre énoncé représente le nombre total d'éléments comptabilisés.

- Le principe d'abstraction : l'hétérogénéité des éléments de la collection n'a pas d'importance sur leur dénombrement.
- Le principe de non-pertinence de l'ordre : l'ordre de comptage des entités n'a pas d'incidence sur le cardinal de la collection.

Alors que l'influence des travaux de Piaget avait banni l'enseignement du comptage à l'école maternelle, la diffusion de ces études américaines, soutenues par l'idée que le dénombrement permet à l'enfant de donner du sens au nombre, a permis de rétablir cet enseignement. Or, si l'établissement de ces principes met en relief la complexité de cette tâche, la stricte observation de ceux-ci conduit au comptage-numérotage qui peut permettre de quantifier une collection en synchronisant la récitation de la comptine numérique et le crédit de chacun des éléments d'une collection. Bien qu'elle puisse se révéler efficace, cette stratégie atteint ses limites dans la conceptualisation du nombre qui, dans ces conditions, réfère plus à un numéro qu'à une quantité (Brissiaud, 2007).

Après sa réhabilitation dans l'enseignement en maternelle, le dénombrement, envisagé selon les modalités mises à jour par Gelman et Gallistel, a été préconisé par les instructions officielles pendant près de vingt ans, mais cette stratégie s'avère partiellement efficace. Bien qu'en pratique la différence soit tenue entre comptage et dénombrement, il n'en est pas moins impératif de comprendre qu'à terme, c'est le sens même du nombre qui peut être altéré. Au-delà de la proximité orthographique qu'entretiennent nombre et dénombrement, c'est la construction même du nombre entier naturel qui se joue.

2.2 Le dénombrement : un objet d'enseignement au service de la construction du nombre

En tant qu'objet d'enseignement, dénombrer consiste à déterminer à un près la quantité d'une collection. La connaissance de la comptine numérique permet à l'enfant de disposer d'une ressource lexicale mobilisable dans la tâche de dénombrement mais si cette connaissance langagière s'agrège à la conception du nombre, elle n'est pas suffisante *in fine*, car elle ne renvoie pas immédiatement à la dimension cardinale du mot-nombre. Il faut que le mot-nombre renvoie à la cardinalité exacte comme étant la

« caractéristique [...] d'une collection d'objets » (Margolinas, Wozniak, 2012). Pour ce faire, deux principes sont nécessaires à la mise en place de cette compréhension : l'itération de l'unité, qui permet la constitution d'un nouveau nombre, et le recours à la décomposition.

C'est dans cette démarche que s'inscrivent les programmes de 2015 du cycle des apprentissages premiers qui intègrent l'enseignement du dénombrement dans la construction de premiers savoir-faire rigoureux et mettent en garde contre l'enseignement du comptage-numérotage. Afin de décrypter cette stratégie, nous nous appuyons sur les travaux de Brissiaud qui assortit l'enseignement du dénombrement de deux types de théâtralisation, celle de la correspondance terme-à-terme et celle de l'itération de l'unité. Ce faisant, l'utilisation d'un nouveau mot-nombre, correspondant à la quantité des unités prises en compte, n'intervient qu'une fois la nouvelle collection formée et son expression désigne une nouvelle réalité cardinale. En verbalisant l'ajout de la nouvelle unité : « trois jetons, c'est deux jetons et encore un jeton », l'élève peut alors comprendre, plus aisément, que toute quantité s'obtient en ajoutant un à la quantité précédente et accède au nombre par ses décompositions. L'explicitation de la mécanique itérative vise à favoriser les capacités d'anticipation sur le résultat d'une action, donne du sens à la succession des mots-nombres dans la comptine numérique et permet d'envisager les transformations du nombre qui constituent les prémices des opérations. La mise en œuvre de l'explication de la mécanique itérative, favorisant, par extension, celle des décompositions, prévient alors l'emploi abusif des numéros utilisés dans la démarche du comptage ; l'accent mis sur l'individuation des entités qui composent une collection et leur totalisation donne lieu au dénombrement. Les difficultés, sous-estimées durant une longue période, de la compréhension des mots-nombres sont dès lors prises en compte et l'enseignement du comptage-dénombrement permet la manipulation ainsi que la verbalisation des mécanismes de la construction du nombre et tend à la clarifier.

Dans *Premiers pas vers les maths, les chemins de la réussite à l'école maternelle*, (2007) Brissiaud pose trois conditions au dénombrement. Il faut commencer par définir précisément ce qui est compté pour créer mentalement les unités numériques : « on va compter le nombre de fourchettes ». L'étape suivante consiste à énumérer les unités : « une fourchette et une autre fourchette, deux

fourchettes, deux fourchettes et une autre fourchette, trois fourchettes... » Pour finir, et cette étape conditionne le dénombrement, il faut totaliser les unités numériques énumérées : « deux fourchettes et encore une fourchette, trois fourchettes ; il y a trois fourchettes en tout. » C'est cette dernière phase d'addition des unités qui dissocie le comptage du dénombrement car elle permet l'utilisation du mot-nombre comme le codage d'une quantité lorsque le comptage, lui, a numéroté tous les éléments de la collection et entend renvoyer le dernier numéro attribué au principe de cardinalité.

« Le dénombrement n'est que la conclusion d'un long processus d'apprentissage qui passe par la connaissance d'une caractéristique essentielle des collections d'objets : leur quantité » (Margolinas, Wozniak, 2012). L'activité de comptage-dénombrement est donc à la fois un processus cognitif lourd et une tâche complexe qui mobilise de multiples connaissances et compétences. Sa maîtrise ne peut donc pas faire l'économie d'un temps long d'apprentissage. Son explicitation et sa répétition sont les conditions *sine qua none* à la fondation de bases solides dans la construction du nombre et à terme sa compréhension.

2.3. Les situations d'apprentissage

Pour amener les élèves à répondre à la question « combien y a-t-il de ... ? », il faut, selon Margolinas et Wozniak qui intègrent à leur propos *La théorie des situations didactiques en mathématiques* de Brousseau, élaborer une situation « qui permet de trouver une définition-en-acte et de prendre en compte les différentes connaissances relatives à la quantité. » A cela, nous ajoutons les recommandations d'enrobage ludique conseillé par Fayol afin de ne pas stigmatiser les performances en mathématiques des élèves qui pourraient, dès leur plus jeune âge, développer plus avant une anxiété spécifique à cette discipline. En accord avec les préconisations officielles qui enjoignent à la résolution de problème et à l'utilisation du jeu comme supports d'apprentissage, il est donc nécessaire d'élaborer un scénario pédagogique présentant un enjeu qui conduit les élèves à recourir au dénombrement qui est pour Margolinas et Wozniak, le « processus qui associe à la quantité sa mesure c'est-à-dire « *le nombre cardinal.* » »

Reprenant la théâtralisation de l'itération de l'unité et de la correspondance terme-à-terme promue par Brissiaud dans l'enseignement du dénombrement, nous nous sommes intéressée à la « *typologie des problèmes* » élaborée par Vergnaud dans le cadre de la conception de situations d'apprentissage. En rassemblant les problèmes arithmétiques en fonction du sens des opérations qu'ils mobilisent, cette classification distingue d'abord deux types de structure, les structures additives et soustractives, d'une part, et les structures multiplicatives et celles en lien avec la division, d'autre part. Dans le cadre de notre réflexion sur la construction du nombre et le dénombrement, nous retenons l'utilisation de problèmes relevant des structures additives et soustractives. Au sein de cette catégorie, Vergnaud établit des sous-ensembles en fonction de la recherche que suscite le problème. Ainsi, pour l'addition et la soustraction, quatre types de questionnement sont possibles et portent sur les éléments suivants : la composition d'un état, la transformation d'un état, la comparaison d'états et la composition de transformations. Vergnaud subdivise à nouveau ces familles de questionnement et identifie l'élément à l'origine de la recherche. Autrement dit, dans un problème additif, le questionnement amené sur la composition d'un état, par exemple, peut porter sur la recherche du composé (« j'ai bu 2 verres d'eau et 1 verre de jus d'orange. Combien de verres ai-je bu en tout ? ») ou sur l'une des parties (« j'ai 3 voitures, 1 voiture est cassée. Combien ai-je de voitures qui ne sont pas cassées ? »). Ainsi, en proposant des problèmes relevant de la structure additive, adaptés au cycle 1, il est envisageable de mettre en jeu l'itération de l'unité ainsi que les décompositions des nombres pour que les élèves dénombrent et s'approprient le principe de cardinalité.

3. Spécificité de l'école maternelle : le jeu au service des apprentissages

3.1. Typologie ludique

Synonyme d'amusement et souvent opposé au travail, le jeu est communément défini comme une activité physique et/ou intellectuelle menée dans le but de se divertir. Il peut prendre des formes variées et implique, ou non, divers paramètres comme le

nombre de joueurs, l'utilisation d'un matériel spécifique, des règles à appliquer, un but à atteindre. L'une de ses caractéristiques essentielles est le plaisir qu'il suscite. Alors que nous avons exposé la complexité conceptuelle du nombre et la délicate appropriation du dénombrement, l'emploi du terme « jeu », renvoyant au divertissement et connoté de plaisir, paraît alors intervenir de façon antinomique. Or, dans le cadre des apprentissages de l'école maternelle, le jeu est préconisé par les instructions officielles et est envisagé comme une « expérience en soi mais est aussi la base sur laquelle des apprentissages se construisent et ont du sens. » (Ressources maternelle, jouer et apprendre, cadrage général, 2015)

Afin de cibler les jeux pouvant être utilisés dans le cadre des apprentissages, nous nous appuyons sur les documents d'accompagnement proposés par Eduscol pour en présenter une catégorisation. Ce dossier dédié à « jouer et apprendre » synthétise les différentes études menées sur le jeu et en distingue quatre sortes : le jeu d'exploration, le jeu symbolique, le jeu de construction et le jeu à règles.

Les jeux d'exploration permettent principalement d'agir sur l'environnement social et matériel. Avec ces jeux, l'enfant, motivé par le simple plaisir de jouer, mobilise ses perceptions sensorielles pour appréhender et éprouver le monde qui l'entoure. De l'exploration à l'exercice, l'enfant commence par expérimenter les répercussions de ses actions pour pouvoir, dans un second temps, les parfaire et atteindre un but précis.

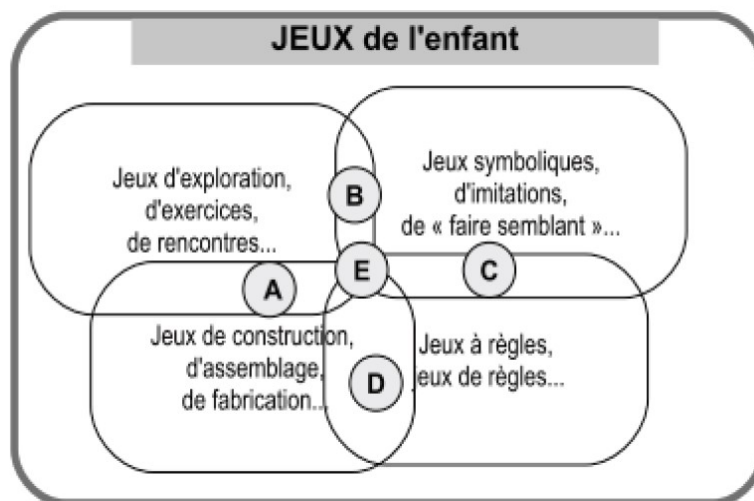
Conditionné au développement de l'enfant, le jeu symbolique prend sa source dans l'imitation. A partir de son vécu, l'enfant commence par reproduire, pour lui, les gestes et les mots dont il a été témoin. Peu à peu, l'enfant se détache de l'imitation pour faire évoluer la réalité qu'il a vécue dans le but de « l'intégrer, l'accepter ou prendre l'initiative » (Ressources maternelle, jouer et apprendre, les jeux symboliques, 2015). C'est en considérant progressivement l'existence de l'autre et en l'intégrant au jeu que le faire semblant se complexifie et repose, à terme, sur un véritable scénario où les rôles et les supports narratifs varient.

Le jeu de construction, basé sur l'utilisation de matériel, vise la création d'une nouvelle réalité physique ancrée dans un cadre spatio-temporel. Débutant par une nécessaire appropriation du matériel, le jeu de construction exerce la coordination visuo-motrice de l'enfant qui procède par essais pour élaborer de nouvelles compositions. Ce type

de jeu est l'occasion soit de laisser libre cours à la créativité de l'enfant soit de l'amener à programmer sa construction.

Pour finir le tour d'horizon de la catégorisation établie, nous nous intéressons au jeu à règles qui « est une activité à la fois psychique et de réalisation extérieure qui maintient l'enfant au contact de la réalité » (Ressources maternelle, jouer et apprendre, les jeux à règles, 2015). Instaurées spontanément ou transmises, les règles garantissent un cadre commun qui contraint les savoir-être et les savoir-faire mis en jeu.

Cette première typologie permet de dégager des grandes composantes ludiques mais elle n'est pas pour autant ni stricte ni restrictive. Pour illustrer la perméabilité des différents types de jeux, les documents mis à disposition par Eduscol proposent un schéma récapitulatif (Ressources maternelle, Jouer et apprendre, cadrage général, 2015) :



Système d'interactions dans les jeux de l'enfant

Conditionnée au développement de l'enfant, l'utilisation de ces jeux est à penser de façon chronologique pour répondre aux besoins et aux possibilités de ce dernier. Ainsi, nous allons nous intéresser à la place du jeu dans le développement de l'enfant.

3.2 Le jeu : du développement de l'enfant à son exploitation pédagogique

Grâce aux recherches menées depuis le début du XXème siècle, il est admis que le jeu a un rôle structurant dans le développement de l'enfant car il mobilise les fonctions exécutives et améliore les capacités cognitives dont le développement est le

plus important entre 3 et 6 ans. En jouant, et selon les différents types de jeu, l'enfant est amené à faire preuve de création, d'inhibition, de flexibilité, de planification pour contrôler ses activités motrice, cognitive et langagière. C'est donc une activité stimulante en plus d'être un motif important de motivation pour maintenir l'attention et prolonger l'engagement de l'enfant. Nous retenons également qu'au-delà de la structuration fonctionnelle, le jeu recourt aux compétences psychosociales, telles que définies par l'Organisation Mondiale de la Santé en 1993, à savoir la résolution de problème et la prise de décision, l'exercice de la pensée critique et de la pensée créatrice, la mise en œuvre d'une communication efficace et l'habileté dans les relations interpersonnelles, la gestion du stress et des émotions et pour finir, la conscience de soi et la manifestation empathique à l'égard des autres. Le jeu paraît donc être une excellente entrée dans les apprentissages qu'ils visent les progrès de l'individu ou ceux des interactions sociales.

Employé en milieu scolaire, le jeu est donc un support privilégié pour envisager les apprentissages. Les ressources d'accompagnement des programmes en vigueur précisent que, hors champ disciplinaire, la pratique ludique enrichit et mutualise les représentations initiales à partir desquelles pourront s'ancrer les apprentissages. A cette dimension culturelle s'ajoute le fait que « *le jeu associe « la richesse des expériences vécues » à des émotions positives.* » En contexte, qui plus est plaisant, l'action de l'enfant prend tout son sens et sa mémorisation, en vue d'un réinvestissement, est facilitée. Mais, bien que nous ayons reconnu les vertus ludiques, nous ne pouvons pour autant pas limiter notre réflexion à sa simple utilisation comme solution toute faite. L'enseignant doit intégrer l'emploi du jeu dans une démarche plus globale d'ingénierie pédagogique et déterminer des objectifs précis à atteindre pour en tirer le meilleur parti.

L'exploitation pédagogique du jeu, à l'école maternelle, devra donc être pensée dans l'élaboration d'une séquence d'apprentissage et pourra, à ce titre, revêtir deux aspects : le jeu libre et le jeu structuré.

Pour différencier ces deux modalités, nous reprenons la présentation faite dans les documents mis à disposition par Eduscol (Ressources maternelle, Jouer et apprendre, cadrage général, 2015). Les jeux libre et structuré se distinguent selon différents critères. Le premier que nous relevons est lié à l'explicitation ou non des

apprentissages visés. Le second repose sur l'implication respective de l'élève et de l'enseignant. Dans le cadre du jeu libre, l'enseignant ne divulgue pas les objectifs poursuivis et cette activité est l'occasion pour lui d'observer voire d'évaluer l'enfant ; bien que son implication ne soit pas exclue, elle est restreinte au maximum pour ne pas gêner le cheminement des élèves. Quant à ces derniers, ils choisissent, en toute autonomie, le jeu auquel ils ont envie de jouer, selon les modalités qu'ils s'imposent et en tirent des apprentissages informels. Cet espace d'apparente liberté est préalablement réfléchi par l'adulte qui a élaboré le temps et l'espace dédiés à cette activité.

Si le jeu libre laisse libre cours à l'imagination et à la volonté de l'enfant, le jeu structuré, lui, amène l'intervention progressive de l'enseignant. La structuration du jeu est envisagée selon deux niveaux. Au premier niveau de cette modalité ludique, c'est l'enseignant qui est à l'initiative du jeu sans pour autant formaliser les apprentissages qui en découlent. Cette première phase est synonyme de découverte pour l'enfant à qui un jeu nouveau, par exemple, est proposé et son action peut être guidée par l'enseignant. Cette modalité de mise en œuvre permet, entre autres, l'enrichissement des représentations initiales des enfants. Ce n'est qu'au cours d'une seconde phase de structuration que l'adulte explicite les objectifs d'apprentissage et le jeu est alors un objet de réflexion en soi qui donne lieu à une institutionnalisation des savoirs, savoir-être et savoir-faire. A mesure de l'avancement de la structuration du jeu, ce sont les implications de l'enfant et de l'adulte qui évoluent ; l'intervention de l'adulte est de plus en plus prégnante et de son côté, l'enfant doit se détacher de son envie propre pour accepter le jeu et y adhérer, sans cela, il n'est pas en situation de jeu.

L'utilisation du jeu à l'école maternelle est incontournable, d'une part, parce qu'elle répond aux besoins de l'enfant et d'autre part, parce qu'elle est un vecteur riche d'apprentissages. Dans une visée pédagogique, l'enseignant doit alors anticiper l'activité ludique pour déterminer les conditions relatives à l'acquisition d'une connaissance précise et ne pas tomber dans l'écueil du jeu occupationnel, au prétexte d'apprentissages informels. Il programme donc des séances de jeux pour assurer la progression de leur structuration et à terme, expliciter et formaliser les apprentissages.

3.3 L'apprentissage des mathématiques par le jeu

Pour alimenter notre réflexion en lien avec l'acquisition du nombre et du dénombrement, nous avons poursuivi nos recherches dans l'optique d'aborder le jeu plus spécifiquement dans l'enseignement des mathématiques et savoir en quoi il peut servir les apprentissages de cette discipline.

Pour ces questions d'ordre didactique, ce sont les travaux de Guy Brousseau, auteur de la « théorie des situations », qui nous fournissent un instrument d'analyse pour identifier les choix de l'enseignant et les hiérarchiser en fonction de leurs conséquences. A la lumière de cette théorie, Brousseau s'intéresse au jeu, notamment dans son article « Les doubles jeux de l'enseignement des mathématiques » paru dans la Revue du Centre de Recherches en Education en 2002, et le considère comme pouvant être une forme de situation didactique mais n'ayant pas, de fait ou en soi, de « vertu particulière ». Il estime également le jeu comme un « [objet technique qui a des propriétés, bonnes ou mauvaises, et est plus ou moins adapté dans des circonstances réelles d'emploi.] » Alors, au-delà d'« offrir aux élèves des conditions motivantes et instructives », comment l'enseignant peut-il proposer un authentique jeu mathématique ? Brousseau définit le jeu comme une activité où le langage est prédominant car il est à la fois construit et constructeur et où l'actant est face à un milieu (matériel ou non) qui le pousse à faire des choix motivés, soit en connaissance de cause, soit en connaissance de finalité, pour être le plus efficace. « L'actant tend à retenir les modifications avantageuses et à les rechercher », et c'est parce qu'il les applique avec une certaine régularité qu'une connaissance peut être attestée. Sur un temps long, l'apprentissage par le jeu est donc possible, à la condition que cette situation soit présentée comme spécifiquement liée à l'acquisition d'une connaissance en particulier.

Appliqué au champ des mathématiques, le jeu admet de multiples possibilités d'application que l'enseignant doit calibrer : « la « *situation est la seule chose sur laquelle le professeur peut agir pour susciter chez ses élèves les activités dont il espère qu'elles produiront les résultats voulus.* » Autrement dit, un jeu est mathématique si la situation qu'il propose amène à une activité qui mobilise des savoirs mathématiques et qui permet l'acquisition de nouvelles connaissances et/ou

compétences en lien avec la discipline. D'abord, l'enseignant organise un milieu favorable pour que l'élève soit poussé à faire appel à des connaissances indispensables à la résolution d'un problème et, par la suite, la réalisation de cette activité mathématique permet de valider un savoir par sa « *définition-en-acte*. » Afin d'assurer la richesse de cette activité, Brousseau énumère six critères à satisfaire :

- L'activité implique pleinement l'élève ;
- Elle est dense, tant quantitativement que qualitativement ;
- Ses énoncés sont ancrés dans la culture mathématique et y trouvent des réponses ;
- Si elle est adaptée aux connaissances de l'élève, elle peut en générer de nouvelles ;
- Elle mobilise, et ainsi favorise, différents fonctionnements des connaissances (mémorisation, utilisation, reproduction) ;
- Et pour finir, elle concourt à la vulgarisation d'idées complexes en vue de leur accession.

Dès lors, un jeu est mathématique si les principes qui le régissent le sont eux-mêmes : la résolution du problème qu'il pose requiert la nécessité de faire un choix, l'utilisation d'une technique spécifique, la mise en œuvre d'une méthode, la possibilité d'anticiper l'action et de rendre compte de sa démarche.

Bien que les travaux de Brousseau nous aient permis de définir un jeu mathématique, la question matérielle n'a été qu'évoquée et nous souhaitons y revenir pour compléter et achever notre propos. En effet, constatant que les jeux traditionnels emploient fréquemment des objets sur lesquels apparaissent la représentation analogique des nombres, comme les dés, les dominos ou les cartes, nous avons envisagé leur utilisation pédagogique dans le cadre de l'acquisition du nombre et du dénombrement et il apparaît que l'exploitation de ces ustensiles est riche. En effet, d'une première perception de la numérosité du nombre, l'élève doit identifier la constellation en associant la quantité représentée au mot-nombre correspondant. Pour les petites quantités, le dénombrement par subitizing est éprouvé et l'organisation des collections d'objets pour les nombres plus grands entraîne la mémorisation. La fréquentation régulière de ces objets semble, par conséquent, pouvoir contribuer, à la fois, à construire la cardinalité du nombre, en stimulant la création d'images mentales

porteuses de l'idée de quantité, et à soutenir des stratégies de dénombrement autres que le comptage.

En nous tournant vers les ressources de l'enseignement spécialisé, nous avons pu étayer cette conception en nous appuyant sur « *l'entrée multimodale* » exposée par Nolwenn Guedin, lors du 4^{ème} colloque bourguignon des troubles des apprentissages et du développement, le 7 juin 2013, et qui est issue de travaux antérieurs parus dans un ouvrage co-signé avec Virginie Daffaure, en 2011, et intitulé *Construction et utilisation du nombre, Outils d'aide pour des élèves en difficulté d'apprentissage*. Elle explique à cette occasion que, dans le développement ordinaire de l'enfant, l'acquisition du nombre débute par la réalisation de tâches non symboliques (manipulation d'objets), pour passer au présymbolique (traitement analogique du nombre) avant d'aboutir à l'exécution d'opérations symboliques. Dans l'intention de remédier aux difficultés rencontrées en ce domaine par certains élèves, elle présente des outils conçus à partir d'une entrée multimodale du nombre s'appuyant sur la gestuelle, qui engage la mémoire procédurale ; sur l'importance des représentations analogiques, qui sollicitent les fonctions perceptives, et sur la verbalisation qui donne du sens à l'apprentissage. Cette approche abonde dans le sens de notre intérêt pour l'utilisation des objets ludiques porteurs des représentations analogiques du nombre et cette perspective matérialiste trouve confirmation dans la présentation de l'ouvrage *Faites vos jeux à l'école*, de François Boule et réédité en 2005 : « Pour les activités mathématiques à l'école, le matériel est une médiation indispensable. Il permet de montrer, il contribue à faire franchir la difficulté d'exprimer, il consolide les représentations. »

II. PROBLEMATIQUE

A l'arrivée en cycle 1, les élèves disposent de connaissances élémentaires quant aux nombres mais celles-ci sont soumises à des différences interindividuelles importantes que l'enseignement des trois années de maternelle doit au mieux lisser pour qu'ils puissent « *gérer des quantités précises en accord et en relation avec des symboles [...] et effectuer des compositions, décompositions avec ces quantités* » (Fayol, 2019). La conceptualisation du nombre doit alors se fonder sur une construction rigoureuse et longue mais nécessaire pour prendre un bon départ avec les mathématiques ! Or, les obstacles sont nombreux à l'acquisition de ce concept et nous retiendrons que le plus complexe repose sur le sens même du mot-nombre qui doit, à terme, renvoyer à la notion de quantité (Brissiaud, 2008). Le parcours vers la conceptualisation numérique devra donc faire l'objet de nombreuses manipulations, représentations et codages (Bouysse, 2015) pour que les élèves lui donnent du sens.

Dans ce cheminement réflexif, nous nous sommes aussi intéressée aux stratégies de dénombrement par comptage qui sont essentiellement liées à la conceptualisation numérique. Outre ces liens étroits, c'est véritablement les gestes professionnels mis en pratique par l'enseignant (Brissiaud, 2016) qui permettront d'accéder au comptage-dénombrement, garantie à la bonne construction du nombre. Toutefois, la mise en œuvre de cette procédure est délicate à plus d'un titre. Du point de vue de l'enseignant, les limites observées entre comptage-dénombrement et comptage-numérotage étant minces, il doit s'appliquer à verbaliser le sens du mot-nombre en s'appuyant sur ses principes de construction (itération de l'unité) et de déstructuration (décompositions et compositions) pour amener les élèves à individuer, énumérer puis totaliser. Du point de vue de l'élève, nous avons vu que l'accès à une quantité précise par le biais du dénombrement par comptage est une stratégie cognitivement lourde qui mobilise plusieurs savoirs et savoir-faire et en font une compétence difficile à acquérir.

Ainsi, nous avons voulu voir **comment la manipulation et l'étude de la représentation analogique des nombres, outre leur participation à la construction du nombre, permettent d'enrichir le répertoire des procédures de dénombrement des élèves et limitent le recours au comptage.**

Le scénario que nous avons élaboré est donc fondé sur une séquence dédiée au maniement et à l'exploration des constellations mais propose également des activités complémentaires décrochées opportunes, dans ce contexte, à l'exploitation pédagogique du jeu. Cette architecture d'ensemble met en avant la fréquentation des élèves avec les nombres figuraux pour leur proposer des situations propices au subitizing et à la décomposition, alternatives au comptage-dénombrement.

Si la manipulation des « *nombres figuraux* » occupe la place centrale de notre démarche, c'est parce que nous émettons l'hypothèse que leur traitement favorise et entraîne la subitisation des petites quantités.

D'autre part, nous nous attendons à ce que l'exploitation des collections organisée soutienne leur mémorisation ainsi que le recours à la décomposition et à la composition des nombres.

Pour finir, nous présumons que d'insister sur la numérosité du nombre, dans sa représentation analogique concourt à la construction de la cardinalité du nombre en favorisant notamment la création d'images mentales.

Avant de passer à l'approfondissement de notre dispositif, nous précisons ici que la situation de crise sanitaire ayant perturbé la mise en œuvre d'une expérimentation aboutie, la suite de notre exposé est donc limitée à la présentation d'un scénario pédagogique, n'ayant pas pu être mis en œuvre, et l'analyse d'un seul recueil initial de données.

III. METHODOLOGIE

Comme nous l'avons évoqué précédemment, la construction du nombre et le recours au dénombrement par comptage sont des acquisitions qui doivent être envisagées sur un temps long d'apprentissage. Or, les élèves sont rapidement amenés à dénombrer et leurs performances en la matière sont très hétérogènes pour diverses raisons. Afin de faciliter l'accès à cette activité, nous avons envisagé une séquence pédagogique prenant appui sur les représentations analogiques du nombre afin de favoriser le recours au subitizing et aux décompositions du nombre pour dénombrer un ensemble.

1. Le contexte

Le projet pédagogique élaboré part du constat que les différences observées au sein de notre groupe classe sont très hétérogènes. Plusieurs facteurs sont à prendre en compte pour tenter de les expliquer. L'école dans laquelle nous exerçons appartient à un Réseau d'Education Prioritaire et son secteur de recrutement n'y favorise pas la mixité sociale. A ce contexte socialement défavorisé s'ajoutent des obstacles liés à la maîtrise de la langue française, il est à noter que sur les seize élèves inscrits, quatre parmi eux sont francophones et les autres pratiquent diverses langues comme le turc, l'arabe, le pachtoune, le russe, l'albanais ou encore le bengali. Comme nous l'avons évoqué, l'acquisition du sens du mot-nombre étant déjà difficile à atteindre car il ne renvoie pas directement à la cardinalité du nombre, cet apprentissage est d'autant plus complexifié dans ce contexte. De plus, six élèves du groupe n'ont pas connu un parcours de scolarisation « classique » et n'attestent pas d'une ou deux années complètes antérieures de scolarisation, selon le niveau auquel ils appartiennent. Le dernier paramètre à considérer est d'ordre structurel dans la mesure où le groupe classe est un double niveau regroupant moyenne et grande sections et de fait, les acquisitions et les objectifs pédagogiques diffèrent.

2. Le choix des représentations numériques

Dès lors que la représentation même du nombre puisse être un obstacle à son utilisation et que le passage d'une représentation à une autre est une compétence à part entière, nous avons choisi de focaliser notre projet pédagogique sur l'utilisation de la représentation analogique numérique, ou « nombres figuraux » (Brissiaud), pour faciliter l'accès au dénombrement autrement que par le comptage. L'emploi de cette représentation est également associé à la représentation verbale orale, ce qui en conséquence, exerce les habiletés liées au transcodage.

Le matériel, utilisé tout au long de cette étude, s'appuie donc sur une utilisation de collections-témoins variées pour illustrer la cardinalité du nombre ; sa mise à profit dans la majeure partie des activités contribue à son appropriation par les élèves et suppose, à terme, une aide à la mémorisation de ces nombres analogiques. Dès l'accueil matinal, les élèves sont encouragés à jouer aux cartes et aux dominos, accompagnés d'un adulte pour garantir le bon décodage des représentations numériques. Le rituel de l'appel, consistant à déterminer le nombre d'absent, emploie à nouveau les constellations et introduit une collection de figurines et deux types de collection digitale pour représenter le nombre. La particularité de ces deux derniers types de collection veille à travailler sur le caractère « substituable » (Brissiaud, 2007) des doigts ; il convient de faire varier la représentation d'un même nombre en utilisant des doigts différents. Au sein de la séquence, les supports matériels exploitent exclusivement les constellations ; l'emploi spécial de cette représentation est mis progressivement au service des apprentissages de la première jusqu'à la dernière séance.

Pour compléter ces considérations en lien avec le matériel, nous précisons que selon les activités soumises, l'usage des doigts, pour dénombrer, peut être requis pour tous les élèves mais est appuyé et envisagé pour les moyens qui n'ont pas encore stabilisé les petites quantités et les grands dont les performances sont encore fluctuantes.

La représentation analogique, indiquant la quantité, favorise l'entrée dans l'acception cardinale du nombre mais surtout, la représentation organisée, notamment pour les constellations, simplifie la mémorisation et le dénombrement à l'aide de la reconnaissance globale et plus précisément, le subitizing pour les petites quantités.

De plus, ce choix permet de recourir aux décompositions, en effet, il est propice à la réalisation d'une collection par une correspondance terme à terme qui permet la verbalisation de l'itération de l'unité et est également opportun pour employer les décompositions autres qu'unitaire et ainsi travailler la notion des compléments.

3. La place du jeu

Conformément à la mise en œuvre des programmes en vigueur et des préconisations de Fayol, déjà évoquées, quant à l'enrobage ludique des activités, notre séquence propose l'utilisation ritualisée de jeux ainsi que leur exploitation au cours de séances. De plus, l'emploi de la représentation analogique fait écho à l'utilisation des jeux car les élèves sont déjà familiarisés avec les constellations présentes sur les dés et les dominos.

D'un point de vue didactique, le recours au jeu revêt plusieurs avantages, il favorise l'engagement des élèves, il constitue un milieu familier et est porteur d'un enjeu : « c'est la reconnaissance d'un enjeu qui crée le besoin d'adaptations, provoque l'étude, fait évoluer les stratégies des élèves, permet la production de connaissances et la reconnaissance institutionnelle d'un savoir ; sans enjeu, il ne peut y avoir d'apprentissage » (Margolinas, Wozniak, 2012).

Au cours de la séquence, nous programmons deux jeux qui peuvent être classés dans la catégorie des jeux à règles, celui de la « tirelire » (séances 2 et 3) et celui que nous avons appelé « le train des étoiles » (séances 4 et 5). Pour chacun d'eux, leur première exploitation consiste principalement à leur découverte matérielle et à l'application des règles pour mener à bien une partie ; les apprentissages visés ne sont explicités qu'au cours de la seconde séance de jeu.

Le jeu de la tirelire fait suite au travail sur les constellations, mené au cours de la première séance, pour réinvestir l'association d'une constellation à un mot-nombre et recourir au dénombrement. Selon la typologie des problèmes établie par Gérard Vergnaud, cette activité pose un problème d'« augmentation » qui requiert d'abord la reconnaissance de la représentation analogique pour parvenir à dénombrer l'ensemble des jetons accumulés au cours des deux manches et ainsi gagner la partie.

Alors que la première activité ludique est concentrée sur l'acceptation cardinale du nombre, le second jeu, lui, emploie à nouveau cette dimension du nombre mais l'assortit également de son aspect ordinal. Une attention particulière est alors portée au langage employé qui doit scrupuleusement distinguer oralement le « *un* » indiqué par une constellation à un point et le « *premier* » wagon à remplir. En effet, le but du jeu du train est d'être le premier à faire repartir son train, après en avoir chargé tous les wagons. Tandis que la première partie sert à étalonner individuellement l'orientation du support et la reconnaissance globale des constellations, la seconde introduit la coopération entre deux joueurs et impose alors une nouvelle contrainte, celle de communiquer un nombre au moyen de ses décompositions.

Au-delà des « conditions motivantes et instructives » (Brousseau) et des besoins propres au développement de l'enfant, la proposition d'activités ludiques est principalement motivée par le fait que ces dernières servent l'exploitation et la transposition des connaissances mathématiques pour la résolution d'un problème.

4. La séquence

Le scénario élaboré propose un ensemble de cinq séances, ancré dans le domaine d'apprentissage « construire les premiers outils pour structurer sa pensée » mais ne se limitant pas qu'à celui-ci. En effet, le temps d'accueil du matin, les rituels journaliers et deux autres domaines d'apprentissages sont également exploités pour en proposer des prolongements.

Les choix opérés pour la prise en charge des élèves favorisent un petit nombre d'élèves au sein des groupes. L'effectif global de la classe n'étant pas trop chargé ainsi que les importantes disparités de performances et d'acquisitions ont appuyé cette organisation pour répondre au mieux aux besoins individuels des élèves. L'allègement des groupes est aussi facilitant pour l'expression et la manipulation des élèves ainsi que le contrôle de l'enseignant.

Bien qu'axer vers l'acquisition de savoirs mathématiques, les savoirs langagiers tiennent une place transversale dans cette séquence. Le langage oral médiatise la perception du nombre pour aider les élèves à aller vers un traitement symbolique de

celui-ci, l'explicitation du sens du mot-nombre ainsi que celle du dénombrement sont donc fondamentales dans notre démarche. Le langage est au service de l'acquisition du nombre et du dénombrement.

4.1. La première séance : un travail de dissection

En choisissant de concentrer cette séquence sur la représentation analogique du nombre, nous proposons dès la séance d'introduction de favoriser le recours aux décompositions des constellations en partant de leur déstructuration. Ainsi, le matériel conçu sur un support transparent est superposé et permet la verbalisation de l'itération de l'unité, ciblée pour les moyennes sections et celle de compositions, à partir des constellations existantes, visée pour les grandes sections. Cette première différenciation entre les deux niveaux n'est pas stricte et peut être ajustée en fonction des acquisitions des élèves constituant les différents groupes. De plus, cette première séance vise à associer le mot-nombre correspondant à la constellation et ainsi en favoriser la mémorisation.

Pour finir à propos de cette séance liminaire, elle est également l'occasion de mettre l'accent sur la reconnaissance par subitizing des petites quantités. La verbalisation de l'organisation de ces collections est alors un appui supplémentaire pour donner du sens à la construction du nombre. Pour les élèves dont les performances de reconnaissance des petites quantités ne sont pas encore stabilisées, un travail plus prononcé est fait sur ces dernières.

4.2. Les séances 2 et 3 : une volonté d'automatiser le subitizing et les décompositions

Ces deux séances sont l'occasion de réinvestir le travail mené au cours de la séance introductive et d'accroître la fréquentation des constellations pour en faciliter la reconnaissance et la mémorisation.

La deuxième séance propose donc une première activité dont l'objectif est de se remémorer la configuration globale avant d'en manipuler ses différentes

composantes. Le contrôle visuel final permet de valider les réponses en variant la mise en correspondance terme à terme et le recours aux décompositions. Cette activité de transition donne lieu à l'introduction finale du jeu de la tirelire de façon à ce que les élèves s'en approprient les règles au préalable d'une exploitation plus avant au cours de la séance suivante.

La mise en activité de la troisième séance, facilitée par son appropriation antérieure, est alors l'occasion du réinvestissement des deux séances précédentes et l'entrée dans la compétence d'anticipation. La prévision du résultat global, soutenue par la verbalisation de la stratégie employée, renforce ainsi la planification et le contrôle de l'action (Vygotsky, 1934). Dans ce milieu ludique, les élèves sont encouragés à user de toutes les stratégies mais en cas d'impasse, la proposition d'un étayage par le biais de la formation d'une collection intermédiaire digitale est faite et permet ainsi d'appairer les unités en les faisant correspondre terme à terme.

4.3. De l'unité à la globalité : les séances finales

A l'issue de la troisième séance, après avoir décortiqué la construction des constellations pour favoriser l'utilisation des décompositions, les élèves sont accoutumés à ces représentations. La volonté pédagogique est dès lors de les amener à une reconnaissance globale de la quantité pour la déterminer avec précision.

Un nouveau support est alors proposé pour favoriser cette procédure. La quatrième séance fait l'objet de l'appropriation du matériel et donne lieu à la mise en œuvre rigoureuse d'une démarche de reproduction du modèle proposé. Cette transposition sur les supports individuels s'opère de façon progressive pour identifier les différentes étapes qui la composent.

Alors que la quatrième séance donne un accès direct au modèle, la cinquième et dernière séance introduit un intermédiaire dans la reconnaissance et l'organisation des constellations. Les élèves réunis en binôme vont devoir s'accorder sur la procédure à mettre en œuvre et mutualiser leurs compétences pour réaliser la tâche. La disposition initiale n'est accessible qu'au binôme ayant le rôle de messenger. Sa bonne reconnaissance de la constellation et sa bonne communication, par le biais des

décompositions et/ou une collection intermédiaire digitale, sont deux conditions nécessaires à la bonne réalisation par l'autre élève.

5. Le recueil de données initiales

Le contexte de crise sanitaire ayant perturbé la mise en œuvre de cette démarche, nous ne présentons qu'une seule série de pré-tests proposée aux élèves de notre groupe classe. Leurs résultats seront analysés dans la partie suivante de notre étude.

Partant du principe que le dénombrement par comptage est à la fois une opération fastidieuse et un processus coûteux d'un point de vue cognitif, nous nous sommes interrogée pour amener les élèves à s'appuyer sur d'autres stratégies pour pouvoir dénombrer. Afin de pouvoir quantifier dans quelle mesure notre hypothèse de départ est plausible nous avons procédé à un test préalable à la mise en œuvre de notre projet pédagogique.

Pour déterminer quelle stratégie de dénombrement est la plus utilisée par les élèves, nous avons choisi de leur proposer un exercice d'identification du nombre de 1 à 10 représenté de trois façons analogiques différentes : par la constellation du dé, par une collection de doigts ou par une constellation de jeu de cartes (les quatre couleurs étant choisies de façon aléatoire). Une fois que la méthode adoptée par l'élève est reconnue, son efficacité est évaluée et consignée pour établir quelle stratégie concède le taux d'erreur le moins élevé. Il est à préciser que l'identification des nombres est ajustée en fonction du niveau des élèves, ainsi cela permet deux recoupements, un premier concentré sur les nombres de 1 à 5 et un second sur les nombres de 6 à 10.

5.1 L'échantillon

Quinze élèves sur les seize inscrits ont participé à l'évaluation initiale, parmi eux, neuf sont en moyenne section et six sont en grande section. La totalité de l'échantillon a été soumise à l'identification des nombres de 1 à 5.

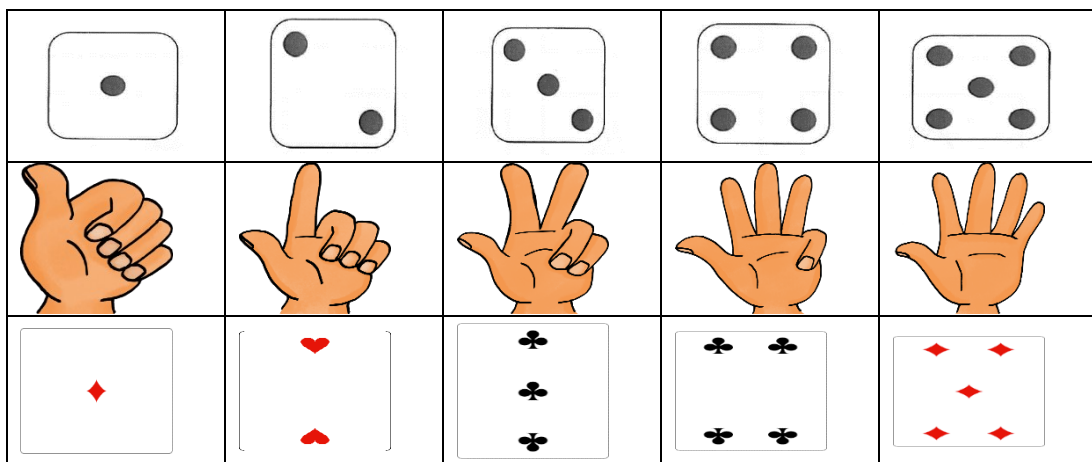
Pour la reconnaissance des nombres de 6 à 10, l'effectif total est réduit à neuf élèves, quatre de moyenne section et cinq de grande section. Au sein de ce groupe, les deux niveaux sont distingués, mais un ensemble de questions leur reste commun.

Bien que l'échantillon paraisse restreint, l'exploitation du nombre de résultats n'en reste pas moins intéressante, d'un point de vue numérique, car pour la première phase de test (identification des nombres de 1 à 5), ce n'est pas moins de 225 réponses et pour la seconde (nombres de 6 à 10) cela représente 144 réponses, communes aux deux sections, qui peuvent être exploitées. Cette quantité de réponses est induite par la variété des représentations à reconnaître.




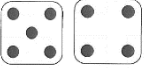
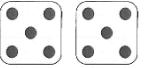







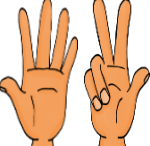
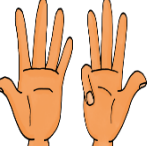

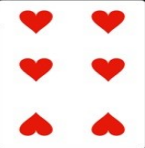

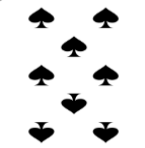

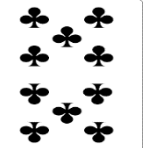
5.2 Le matériel

Les types de représentations ont été sélectionnés car ils sont familiers pour les élèves (dés et doigts), seule la collection de la carte peut se montrer plus résistante mais offre une organisation spatiale familière. Chaque nombre de 1 à 5 est donc proposé à l'identification sous trois représentations différentes. A partir de 6, les constellations modélisent le nombre de deux façons.

Pour la reconnaissance des cinq premiers nombres, 1, 2, 3, 4, et 5 sont représentés par une constellation du dé, une collection de doigts et une collection de couleur de cartes à jouer, ce qui fait 15 cartes.



Pour celle des nombres suivants, les représentations restent les mêmes mais les constellations introduisent deux décompositions du nombre, soit à partir de 5, soit à partir de 6. Cette dernière, réservée aux élèves de grande section, est identifiée dans les cellules colorées du tableau.

5.3 Le déroulement de la passation

Les exercices sont soumis lors d'une prise en charge individuelle d'environ trente minutes. Ils consistent à associer le mot-nombre à la collection représentée. Avant le début de l'exercice, l'élève récite la comptine numérique pour que nous puissions évaluer les ressources lexicales dont il dispose. Ce premier constat et son niveau de classe déterminent le nombre de cartes (15, 31 ou 35) à lui montrer. Ces cartes font également l'objet d'un temps de découverte avant la passation. Soit l'élève identifie spontanément les types de représentations et le nombre qui y est associé, soit une description est faite pour apporter des précisions tant lexicales que numériques.

Une fois les dispositions, citées au préalable, prises la passation débute. Les cartes sont découvertes les unes après les autres et pour chacune d'elle les réponses sont consignées ; il s'agit de déterminer si l'élève a compté un à un les éléments de la collection, s'il l'a reconnue globalement ou s'il l'a décomposée. Cette stratégie a pu être verbalisée par l'élève à notre demande au besoin. Une fois la stratégie adoptée reconnue, nous mentionnons si elle est efficace ou non en relevant si elle a permis de donner le mot-nombre associé à la collection.

Lorsque la totalité des cartes a été identifiée, l'exercice s'achève. Les relevés établis pour chaque élève sont compilés et permettent de dégager les techniques de dénombrement mises en œuvre ainsi que les performances qui leur sont propres. Le tableau de synthèse des données distingue également le niveau de classe des élèves et le type de représentation analogique soumis.

IV. RESULTATS

Ne disposant que d'une série de pré-tests, les résultats obtenus ne sont pas recoupés et sont analysés à la lumière de la physionomie de notre groupe classe.

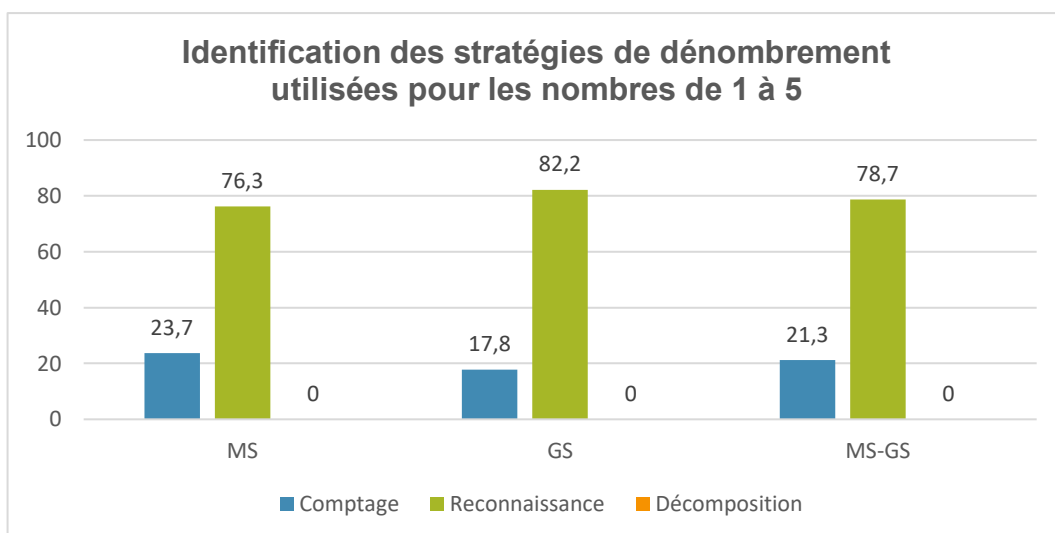
Pour présenter le recueil de données collectées, nous identifions dans un premier temps les stratégies de dénombrement utilisées, pour ensuite nous consacrer à leur efficacité et nous nous intéressons dans un dernier temps à l'impact des représentations utilisées.

1. Identification des stratégies de dénombrement

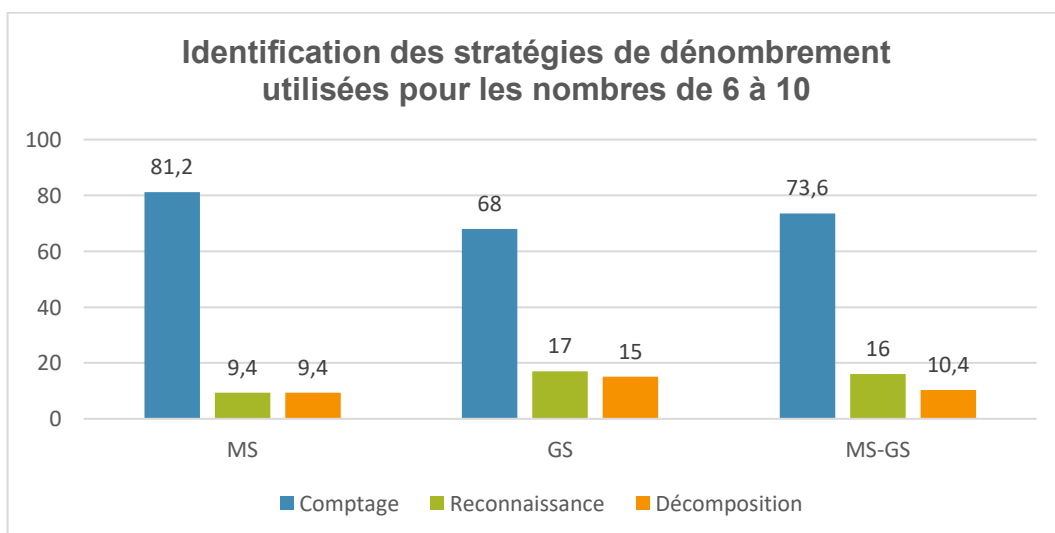
Afin de pouvoir répondre à notre problématique fondée sur le fait que le dénombrement par comptage est source d'erreurs pour les élèves, nous avons commencé par déterminer quelles étaient les techniques mises en œuvre spontanément par les élèves pour pouvoir les influencer dans la suite de notre étude.

Notre analyse se concentre d'abord sur l'identification de collections représentant les nombres de 1 à 5, car les réponses obtenues concernent la totalité de l'échantillon. Ce n'est qu'après celle-ci que notre propos concernera les réponses collectées pour les nombres de 6 à 10 auprès de neuf élèves.

La reconnaissance exacte des nombres de 1 à 5 représentés sous forme analogique s'élève à 82,2% et permet d'identifier deux techniques de dénombrement appliquées : le comptage et la reconnaissance globale. C'est cette dernière qui est la plus utilisée, à 76,3%. Nous noterons également que le recours aux décompositions est totalement absent de cette première phase de reconnaissance et que cette technique n'intervient que dans le temps de reconnaissance des nombres de 6 à 10.



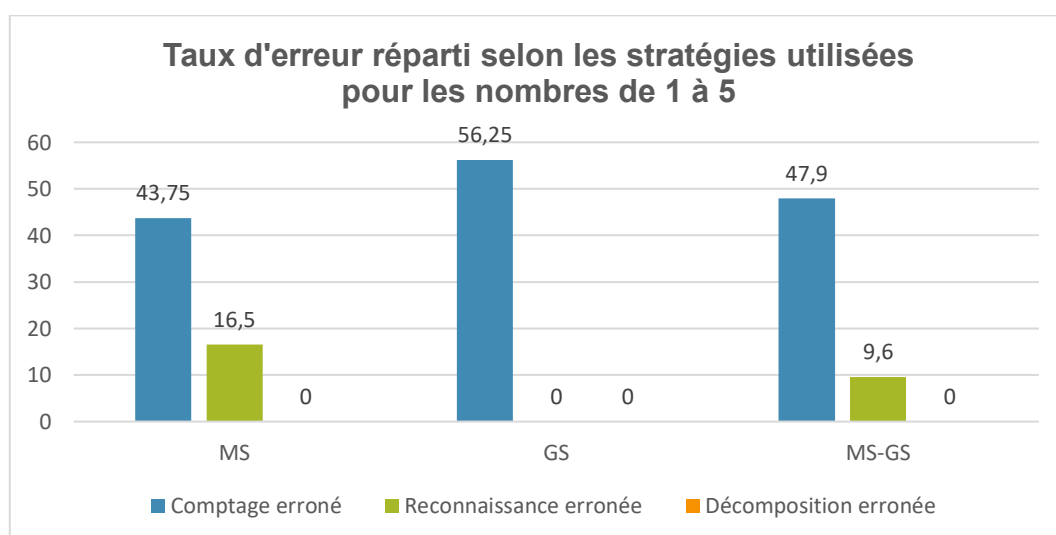
En effet, pour les nombres de 6 à 10, sur l'ensemble des réponses communes aux deux sections, une nouvelle répartition s'établit ; la part de comptage connaît la plus forte hausse et s'élève à 73,6%, la reconnaissance de la représentation, à l'inverse, s'effondre et n'est plus employée que dans 15,9% des cas. Le recours aux décompositions apparaît timidement dans cette seconde série et est sollicité dans 10,4% des situations. Nous précisons ici, à propos des décompositions, qu'elles n'ont permis qu'à la marge de quantifier avec précision et sont principalement nommées ; ainsi l'association des constellations 5 et 2 ne donne pas forcément lieu à la réponse attendue qui est 7 mais le plus souvent à sa description. En vue de l'acquisition d'un répertoire plus étoffé de stratégies de dénombrement, les réponses descriptives des compositions de constellations ont été comptabilisées comme étant erronées car ne permettant pas de dénombrer la collection.



2. Efficacité des stratégies utilisées

La distribution des techniques de dénombrement ayant été quantifiée, nous nous intéressons maintenant à l'efficacité de ces dernières. Comme précédemment, notre analyse distingue les deux temps des exercices selon s'ils concernent les nombres de 1 à 5 ou ceux de 6 à 10.

Pour identifier les collections de 1 à 5, les scores calculés confirment le manque de fiabilité de la technique du comptage. Sur les 48 recours au comptage inventoriés, tous niveaux confondus, 23 sont erronés, soit 47.9% de réponses fausses. De plus, nous notons que ce sont chez les grandes sections, qui recourent pourtant moins au comptage que les moyens, que la part d'erreur est la plus importante en s'élevant à 56,2%. A l'inverse, la reconnaissance apparaît bien plus efficace pour dénombrer car elle ne concède que 16.5% de démarches infructueuses. Une distinction est ici nécessaire pour préciser que la totalité des erreurs sont observées auprès des élèves de moyenne section alors que cette stratégie n'en admet aucune chez ceux de grande section.

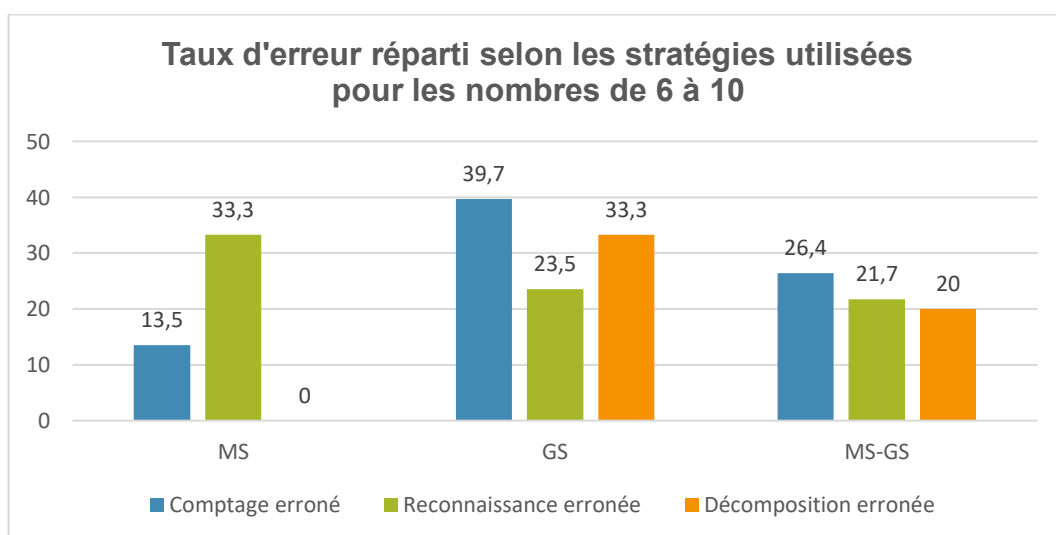


Dans l'identification des collections de 6 à 10, la part de réponses inexactes en lien avec le comptage s'atténue de façon contrastée selon les niveaux ; alors qu'elle tend à diminuer chez les moyens (13.5%) elle est la plus importante chez les grandes

sections avec 39.7% de réponses fausses. Sur l'ensemble des réponses communes aux deux sections, cette stratégie garde la première place au classement des procédures les moins fiables avec 26.4% de taux d'erreur.

C'est la reconnaissance des collections qui souffre le plus lors de cette série d'identification. Son taux d'erreur est doublé en moyenne section et atteint plus de 20% chez les grandes sections (23.5%) alors que son efficacité était optimale lors de la première série.

Quant au recours aux décompositions, nous le nuancerons à la lumière de son utilisation restreinte. En effet, sur les 15 emprunts constatés sur les réponses communes (144) aux deux sections, seules 3 réponses sont fausses. Le taux d'erreur y est donc le moins élevé mais nous paraît moins révélateur que pour les deux méthodes déjà citées. Pour finir, nous ajoutons que cette stratégie est plus sollicitée par les élèves de grande section (15 emplois) que ceux de moyenne section (6 emplois).

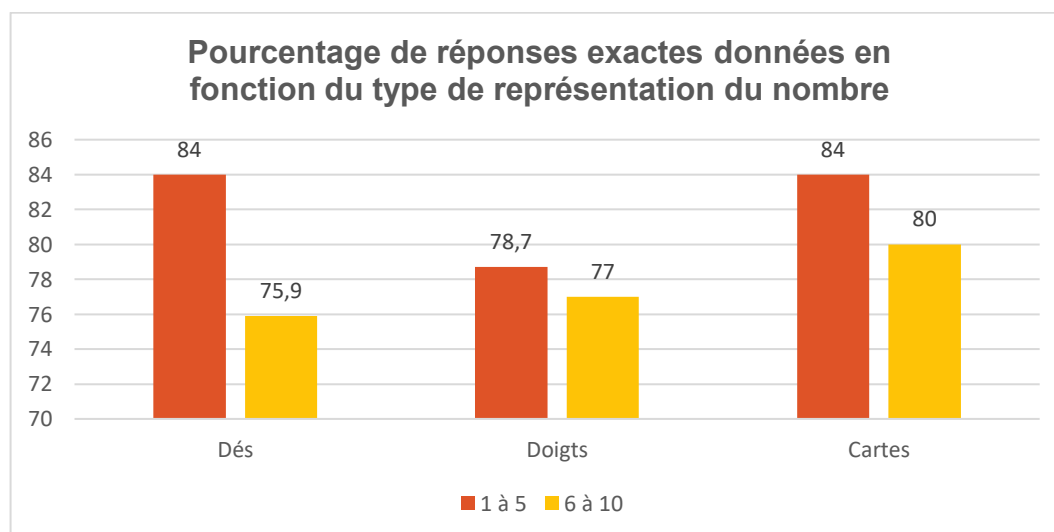


3. Influence des représentations

Notre démarche portant sur la représentation analogique des nombres, nous avons choisi de ne proposer que ce type de représentation aux élèves mais nous avons voulu

voir si l'une d'elles pouvaient favoriser ou non l'association du mot-nombre à la collection qu'il qualifie. A partir des exercices proposés, nous avons donc distingué le nombre de réponses exactes selon la représentation choisie mais nous avons réuni les données relevées au cours des deux séries d'identification.

En nous concentrant sur les réponses exactes données par les élèves, nous constatons que les scores, toutes représentations confondues, sont élevés et dépassent allègrement les 70%. Considérant dès lors l'impact des représentations choisies, il apparaît que les configurations digitales, en comparaison avec les deux autres proposées, acceptent la marge d'erreur la plus importante pour la reconnaissance des nombres de 1 à 5. Pour ceux de 6 à 10, ce sont les constellations de dé qui atteignent le résultat le moins élevé. Si cette baisse peut s'expliquer par la présentation de deux organisations différentes (5+ ou 6+), elle est en partie à attribuer aux élèves de grande section dans la mesure où les moyens n'ont identifié que les compositions de constellations à partir de 5 et ce sont les compositions du nombre à partir de 6 qui ont indiqué le plus d'échec. A la lumière de ces résultats, nous pouvons penser que l'organisation des collections-témoins a une incidence sur sa reconnaissance.



V. CONCLUSION

L'expérimentation n'ayant pas pu être mise en œuvre, nous proposons, afin d'achever nos travaux, une projection quant aux effets attendus de notre séquence, et les moyens de les mesurer, à la lecture des résultats du recueil initial de données.

Le choix de focaliser notre scénario sur la représentation analogique du nombre, parce qu'elle permet de signifier la quantité, semble effectivement faciliter la reconnaissance du nombre pour notre échantillon. Seuls les scores moins conséquents pour les collections digitales peuvent faire l'objet d'une attention plus particulière et semblent conforter la mise en place d'activités ritualisées (les absents ou Lucky Luke) appelant à « compter sur ses doigts », durant notre séquence. Afin d'en mesurer les potentiels progrès, les tests finaux proposeraient à nouveau une série d'identification de ces représentations.

Notre volonté de diversifier les stratégies de dénombrement pour limiter le recours au comptage est appuyée par les résultats présentés. Avec la mise en place de notre séquence nous souhaitons : amplifier le recours au subitizing, pour les élèves devant stabiliser la connaissance des petits nombres ; renforcer la reconnaissance des collections organisées et accroître nettement le recours aux décompositions. L'utilisation des constellations faite tout au long de la séquence a été envisagée pour renforcer la fréquentation des élèves avec celles-ci et aider à leur familiarisation. Ainsi nous pensons que cette appropriation leur aurait permis de les mémoriser et aurait permis l'augmentation de l'efficacité de la reconnaissance des constellations au cours d'une identification finale.

Le recours aux décompositions des nombres est le volet qui est à améliorer le plus nettement tant dans son nombre d'utilisations que du point de vue de son efficacité. A ce titre, nous pensons le favoriser en prévoyant quatre séances durant lesquelles le nombre est exprimé à travers ses compositions. Pour estimer l'aisance gagnée avec cette stratégie de dénombrement, l'évaluation finale aurait présenté une décomposition à compléter pour reconstituer un nombre attendu. Par exemple, la constellation du 3 est montrée et l'élève doit la compléter pour faire 5 en tout.

Pour finir, pensant que l'usage intensif des représentations analogiques du nombre contribue à la construction de la cardinalité numérique, nous aurions évalué, à terme, un exercice de constitution de collection de jetons à partir de la désignation orale d'un nombre.

La rédaction de ce mémoire concrétise la fin de la formation dans laquelle nous nous sommes engagée et matérialise une partie des réflexions qui ont sous-tendu notre pratique professionnelle tout au long de l'année. Ce travail nous a permis de développer nos connaissances, tant théoriques que didactiques, des mathématiques et a permis d'affiner nos questionnements et en alimenter de nouveaux. De plus, avec les recherches menées, nous avons pu faire évoluer notre pratique professionnelle, notamment en ce qui concerne la conception de séquences d'enseignement visant la construction du nombre au cycle des apprentissages premiers.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Boule, F. (2005). *Faites vos jeux à l'école. Matériel à construire soi-même pour donner du sens en mathématiques à l'école maternelle ou élémentaire*. Paris: Editions Didier.
- Bouysse, V. (2015, Octobre 3). Les nouveaux programmes pour l'école maternelle: quels enjeux? Quelles évolutions? Samer: Atelier CANOPÉ - site d'Arras.
- Brissiaud, R. (2007). *Premiers pas vers les maths Les chemins de la réussite à l'école maternelle*. Retz.
- Brissiaud, R. (2015, octobre 7). *L'expresso*. Récupéré sur Le café pédagogique: <http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2015/10/07102015Article635798003968263974.aspx>
- Brissiaud, R. (2015, octobre 9). *L'expresso*. Récupéré sur Le café pédagogique: <http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2015/10/RBrissiaud09102015Article2.aspx>
- Brissiaud, R. (2016, novembre 9). *L'approche du nombre dans les programmes 2015 (C1) et 2016 (C2) - Comprendre les raisons du changement et accéder aux principaux gestes professionnels*. Récupéré sur <https://www.youtube.com/watch?v=PgfX3vjSB2s>
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques. Didactiques des mathématiques 1970-1990*. Grenoble: La Pensée Sauvage éditions.
- Brousseau, G. (2002). Les doubles jeux de l'enseignement des mathématiques. *Revue du Centre de Recherches en Education*, pp. 83-155.
- Castel, F., Emprin-Charlotte, F., & Emprin, F. (2019). *Enseigner les mathématiques en maternelle. Construire des premiers outils pour structurer sa pensée*. Poitiers: Réseau Canopé.
- Dehaene, S. (2008). Fondements cognitifs de l'arithmétique élémentaire. *Les multiples facettes du concept de nombre*. Paris.
- Dehaene, S. (2014). Fondements cognitifs des apprentissages scolaires. *Fondements cognitifs de l'apprentissage des mathématiques*. Paris: Collège de France.
- Descaves A., V. S. (2007). *Activités numériques à la maternelle des situations pour maîtriser les compétences*. Paris: Hachette éducation.
- Fayol, M. (2018, 3ème édition). *L'Acquisition du nombre*. Presse Universitaire de France.
- Fayol, M. (2019, Juin 19). *Enseigner la construction du nombre et la résolution de problèmes de la maternelle à l'entrée au collège*. Récupéré sur <https://www.ih2ef.education.fr/fr/>: <https://www.ih2ef.education.fr/fr/ressources->

par-type/conferences-en-ligne/detail-d-une-conference/?idRessource=1713&cHash=f265378c36

- Gelman, R. G. (1978). *The Child's understanding of number*. Cambridge: Harvard University Press.
- Guedin, N. (2013, Juin 7). Une approche pédagogique multimodale en mathématiques auprès d'élèves avec atteinte cérébrale. *4ème colloque bourguignon des troubles des apprentissages et du développement*. Dijon.
- Houdé, O. (2017). Chapitre III - Le nombre et la catégorisation. Dans O. Houdé, *La psychologie de l'enfant* (pp. 53-84). Paris: Presses Universitaires de France.
- Margolinas, C. W. (2012). *Le Nombre à l'école maternelle, Une approche didactique*. De Boeck.
- Mazens, K. &. (2017, 06 29). *Les fondements des apprentissages numériques*. Récupéré sur Fondation La main à la pâte: <https://www.fondation-lamap.org>
- N. Pfaff, C. H. (2018). *Enseigner le nombre à l'école maternelle*. Retz.
- Piaget, F. (1949). La genèse du nombre chez l'enfant. Lyon: Éditions Bourrellier.
- Plumet, M. (2015, juillet). Le jeu symbolique à l'école maternelle.
- Rieunaud, J. (1989). Piaget: genèse du nombre et refus du décompte. Dans J. Rieunaud, *L'Approche du nombre par le jeune enfant* (pp. 7-32). Paris: Presses Universitaires de France.
- Vergnaud, G. (1989). La théorie des champs conceptuels. Dans *Vème école d'été de didactique des mathématiques et de l'informatique* (pp. 47-50). Rennes: Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes.

VI. ANNEXES

Annexe 1 : Séquence de diversification des stratégies de dénombrement

Annexe 2 : Matériel utilisé pour la séquence

Annexe 3 : Matériel utilisé pour les pré-tests

Annexe 4 : Tableaux des données recueillies lors des pré-tests

Fiche séquence

CONSTRUIRE LES 1ERS OUTILS POUR STRUCTURER SA PENSEE : stratégies de dénombrement

École maternelle Jean Macé : MS-GS

OBJECTIFS :

- Utiliser la perception globale pour quantifier
- Utiliser les décompositions pour quantifier

CONNAISSANCES ET COMPETENCES :**MS**

- Connaître la suite orale des mots-nombres jusqu'à 5
- Décomposer et recomposer des quantités jusqu'à 5

GS

- Connaître la suite des mots-nombres jusqu'à 10
- Décomposer et recomposer des quantités jusqu'à 10

- Observer et reconnaître les constellations du dé
 - Reconnaître et exprimer une quantité avec les doigts de la main
 - Réaliser une correspondance terme à terme avec une collection de cardinal connu
- Comprendre que toute quantité s'obtient en ajoutant un à la quantité précédente (ou en enlevant un à la quantité supérieure)

Accueil

Jeux :

La bataille :

- Comparer des collections, reconnaître des collections de même quantité

Matériel : Jeu de cartes duquel ont été retirées les figures

Les dominos :

- Reconnaître des collections de même quantité

Matériel : Un jeu de dominos

Rituel et jeux ritualisés**Les absents :**

- Reconnaître une collection de même quantité qu'une collection donnée par une correspondance terme à terme ou par la perception globale des quantités

Matériel : quatre types d'étiquettes aimantées proposant des représentations différentes du nombre (2 configurations différentes de collections-témoins digitales, 1 configuration en constellation et 1 configuration utilisant des figurines)

- Les étiquettes des élèves absents sont affichées au tableau. Quatre élèves sont désignés pour retrouver chacune des représentations du nombre. La validation du choix des étiquettes se fait par une correspondance terme à terme et/ ou par reconnaissance globale.

Sur le temps de décroissement, pour différencier selon les MS ou les GS :

Lucky Luke :

- Reconnaître les constellations du dé et exprimer une quantité avec les doigts de la/ des main(s)

Matériel : étiquettes des constellations du dé de 1 à 10

- Les élèves mettent la/les main(s) derrière le dos, le PE montre une constellation. Au signal, les élèves doivent dégainer le plus rapidement possible autant de doigts que de points sur la constellation. Le PE valide les propositions et exploite les différences pour insister sur les représentations possibles en verbalisant les décompositions du nombre.

Jeu de Kim :

- Reconnaître les collections-témoins et y associer le mot-nombre

Matériel : étiquettes des collections-témoins de 1 à 10

- Les constellations sont affichées, les élèves les observent. Au signal, les élèves ferment les yeux, le PE enlève une des étiquettes. Au signal, les élèves ouvrent les yeux et identifient la constellation enlevée.

Lien avec les autres domaines d'apprentissage :

- **AEC A TRAVERS L'ACTIVITE PHYSIQUE,** *collaborer, coopérer, s'opposer*

Jeu du déménageur :

- A l'issue des différentes manches opposant deux équipes, les élèves comparent leur collection d'objets transportés en effectuant une correspondance terme à terme. L'équipe qui dispose de la collection la plus importante remporte la victoire.

- **AEC A TRAVERS LES ACTIVITES ARTISTIQUES**

La coccinelle :

- Après avoir préparé un support cartonné (colorisation et utilisation d'un gabarit pour délimiter le corps d'une coccinelle), les élèves tirent au sort une étiquette constellation pour déterminer le nombre de points total de l'insecte. En décomposant ce nombre, ils répartissent le nombre de points à faire sur chacune des ailes.

SEQUENCE

	SEQUENCE
1	Anatomie des constellations
<p><u>Objectif</u> : Utiliser les décompositions pour quantifier</p> <p><u>Compétences</u> : Reconnaître les constellations du dé (MS : 1 à 5 ; GS : 1 à 10) Décomposer et recomposer des quantités</p>	<p><u>Phases</u> :</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Description du dé (cube, face, point, constellation) 2) Observation des constellations 3) Déstructuration des constellations 4) Réinvestissement
2	La tête dans les étoiles
<p><u>Objectif</u> : Réaliser une collection de même quantité qu'une collection donnée en utilisant les décompositions</p> <p><u>Compétences</u> : Reconnaître les constellations du dé (MS : 1 à 5 ; GS : 1 à 10) Décomposer et recomposer des quantités</p>	<p><u>Phases</u> :</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Réinvestissement de la séance 1 2) Réaliser une collection de cardinal connu en utilisant les décompositions 3) Introduction au jeu de la tirelire
3	La tirelire stellaire
<p><u>Objectif</u> : Anticiper le résultat d'un ajout à l'aide des décompositions</p> <p><u>Compétences</u> : Reconnaître les constellations du dé (MS : 1 à 5 ; GS : 1 à 10) Décomposer et recomposer des quantités</p>	<p><u>Phases</u> :</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Réinvestissement séance 2 2) Jeu de la tirelire
4	Le train des étoiles 1/2
<p><u>Objectif</u> : Utiliser la perception globale pour quantifier</p> <p><u>Compétences</u> : Reconnaître les constellations du dé (MS : 1 à 5 ; GS : 1 à 10) Exprimer une quantité avec les doigts de la main</p>	<p><u>Phases</u> :</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Présentation et appropriation du matériel 2) Reproduction progressive du train affiché, avant la pose de chacune des cartes, les élèves expriment la quantité avec les doigts 3) Reproduction intégrale du train affiché

5	Le train des étoiles 2/2
<p>Objectifs : Utiliser la perception globale pour quantifier, parler des nombres à l'aide de leur décomposition</p> <p>Compétences : Reconnaître les constellations du dé (MS : 1 à 5 ; GS : 1 à 10) Exprimer une quantité avec les doigts de la main Décomposer des quantités</p>	<p>Phases :</p> <ol style="list-style-type: none">1) Réinvestissement séance 42) Reconstitution du train mis à distance par le biais d'un messenger qui communique la constellation à replacer à l'aide de ses décompositions3) Inversion des rôles au sein du binôme

Durée : 20-25 min		Fiche de préparation :		MS- GS	
Domaine : Construire les 1ers outils pour structurer sa pensée				Séance 1 : anatomie des constellations	
Compétences : <ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître les constellations du dé - Mobiliser les mots-nombres jusqu'à 5 (MS), jusqu'à 10 (GS) - Décomposer et recomposer des quantités - *Lexique : cube, face, point, constellation 			Objectif : <ul style="list-style-type: none"> - Utiliser les décompositions pour quantifier 		
Matériel : <ul style="list-style-type: none"> - 2 dés en mousse grand format - 7 faces de dés avec un point sur support transparent (pochette plastique ou feuille transparente), 			Bilan :		
Répartition des élèves : 1 groupe GS de 4 élèves, 1 groupe GS-MS de 4 élèves, 2 groupes MS de 4 élèves					
Phases	Organisation	Durée	Actions du PE	Activités des élèves	Remarques
1	Présentation de la séance	2 min	-Dispositif : un groupe avec le PE au coin regroupement (utilisation du tableau pour affichage) -Consigne : « Aujourd'hui nous allons travailler avec cet objet, qui peut me dire comment il s'appelle ? » - apport du lexique* si nécessaire	- Découvrir le matériel - Employer le lexique relatif au dé	
2	Appropriation du matériel	5 min	- Consigne : « Que vois-tu sur cette face ? » « Quel nombre est représenté ? »	- Observer et décrire les constellations du dé, emploi du vocabulaire de la spatialisation (haut, bas milieu) - Utiliser le mot-nombre correspondant à la constellation	
3	Déstructuration des constellations	7 min	« J'ai apporté un dé mais ses points se sont effacés. Nous allons devoir reformer les constellations » PE reformule les propositions des élèves pour verbaliser les décompositions d'un nombre.	- Recomposer une constellation en superposant des faces déstructurées (« 1 point et encore 1 point, ça fait 2 points » / « 2 points et encore 3 points, ça fait 5 points » ...)	MS : insister sur l'itération de l'unité. GS : utilisation d'abord d'une face puis d'une 2 ^{ème} pour aller jusqu'à 10
4	Recomposer	7 min	« Pour finir, un élève va jeter le dé, dire le nombre et un autre élève devra décomposer ce nombre »	- Associer une constellation à un mot-nombre - Décomposer un nombre	GS : composer des constellations avec face déstructurée et constellations existantes


















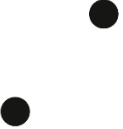
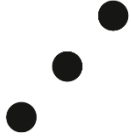
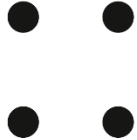

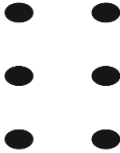

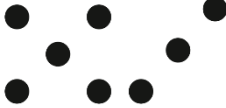
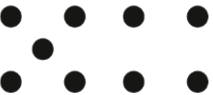
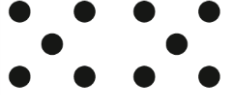





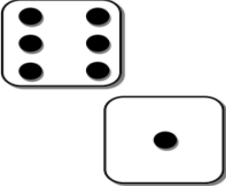
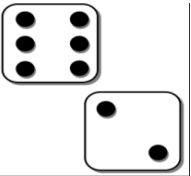
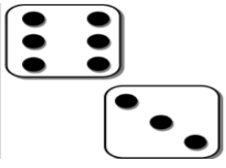
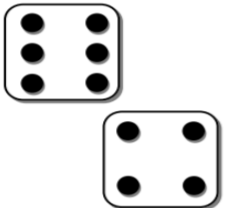
Durée : 20-25 min		Fiche de préparation :		MS- GS	
Domaine : Construire les 1ers outils pour structurer sa pensée				Séance 2 : la tête dans les étoiles	
Compétences : - Reconnaître les constellations du dé - Mobiliser les mots-nombres jusqu'à 5 (MS), 10 (GS) - Décomposer et recomposer des quantités			Objectif : Réaliser une collection de même quantité qu'une collection donnée en utilisant les décompositions		
Matériel : 1 dé de 1 à 3, 1 dés de 1 à 5 ; 1 dé de 1 à 6, 4 supports cartonnés carrés, des jetons de 2 couleurs différentes, barquettes -			Bilan :		
Répartition des élèves : 1 groupe GS de 4 élèves, 1 groupe GS-MS de 4 élèves, 2 groupes MS de 4 élèves					
Phases	Organisation	Durée	Actions du PE	Activités des élèves	Remarques
1	Réinvestissement de la séance 1	3 min	- Dispositif : un groupe avec le PE autour d'une table Consigne : « Qui peut me rappeler ce que nous avons fait la dernière fois ? »	- Réinvestir le lexique appris en S1 - Associer une constellation à un mot-nombre	
2	Réaliser une collection de cardinal connu... ... en utilisant les décompositions	3 min 5 min	Consigne : « Je vais jeter le dé et vous dire le nombre. Vous devrez faire la constellation de ce nombre sur votre carton avec les jetons. Lorsque que vous aurez fini, je vous montrerai la face du dé et vous comparerez avec votre carton. » Consigne : « Attention, nous allons changer la règle. Maintenant, vous allez devoir utiliser deux couleurs de jetons pour refaire la constellation. »	- Reconstituer une constellation en l'associant à un mot-nombre et en se remémorant son organisation - Vérifier sa collection en utilisant la reconnaissance globale et/ou la correspondance terme à terme - Recomposer, avec deux couleurs de jetons, une constellation en l'associant à un mot-nombre - Vérifier sa collection en verbalisant la décomposition	- MS : assurer la reconnaissance de 1, 2 et 3 avant d'utiliser 4 et 5
3	Découvrir le jeu de la tirelire	10 min	Consigne : « Nous allons jouer au jeu de la tirelire. Vous allez jeter le dé, vous me direz le nombre que vous avez fait et je vous donnerai le même nombre de jetons. Vous jouerez 2 fois. A la fin du 2 ^{ème} tour, celui qui a le plus de jetons aura gagné »	- Associer une constellation au mot-nombre - Totaliser ses jetons en utilisant une décomposition ou une correspondance terme à terme	

Durée : 20 min		Fiche de préparation :		MS- GS	
Domaine : Construire les 1ers outils pour structurer sa pensée				Séance 3 : la tirelire stellaire	
Compétences : <ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître les constellations du dé (MS : 1 à 5 ; GS : 1 à 10) - Mobiliser les mots-nombres jusqu'à 5 (MS), 10 (GS) - Décomposer et recomposer des quantités 			Objectif : Anticiper le résultat d'un ajout à l'aide des décompositions		
Matériel : 1 dé de 1 à 3, 1 dés de 1 à 5 ; 1 dé de 1 à 6 ; 4 petites boites opaques (de type boîte d'allumettes), des jetons de 2 couleurs différentes (+ ardoises, feutres)			Bilan :		
Répartition des élèves : 1 groupe GS de 4 élèves, 1 groupe GS-MS de 4 élèves, 2 groupes MS de 4 élèves					
Phases	Organisation	Durée	Actions du PE	Activités des élèves	Remarques
1	Réinvestissement séance 2	3 min	<p>-Dispositif : un groupe avec le PE autour d'une table</p> <p>-Consigne : « Qui peut me rappeler le jeu auquel nous avons joué la dernière fois ? Quelles étaient les règles ? Quel était le but du jeu ? »</p>	- Rappeler le jeu, ses règles et son but	
2	Le jeu de la tirelire	10 min	« Nous allons rejouer à ce jeu, mais aujourd'hui, vous devrez mettre vos jetons dans une tirelire à la fin de votre tour. Vous devrez vous souvenir du nombre de jetons que vous avez gagné. A la fin du 2ème tour, vous devrez me dire le nombre de jetons que vous avez gagné en tout. C'est celui qui me donnera le nombre exact qui aura gagné. »	<ul style="list-style-type: none"> - Associer une constellation au mot-nombre - Mémoriser un nombre - Anticiper le total des jetons gagnés en verbalisant sa décomposition - Verbaliser sa stratégie 	Utilisation possible des doigts ou de l'ardoise
3	La tirelire du PE	5 min	« Maintenant, un élève va jeter le dé, un autre va me donner le bon nombre de jetons que je mettrai dans ma tirelire. Nous allons recommencer un 2ème fois et ajouter les jetons gagnés dans la tirelire. A la fin, celui qui donnera le nombre exact de jetons aura gagné. »	<ul style="list-style-type: none"> - Associer une constellation au mot-nombre - Mémoriser un nombre - Anticiper le total des jetons gagnés en verbalisant sa décomposition - Verbaliser sa stratégie 	Utilisation possible des doigts ou de l'ardoise

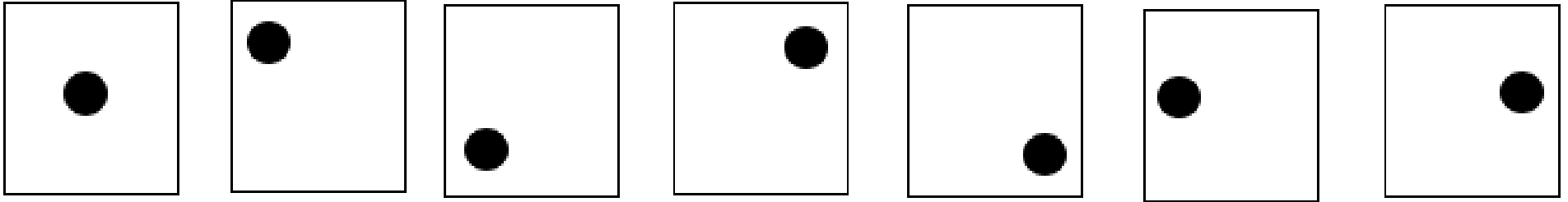
Durée : 20 min		Fiche de préparation :		MS- GS	
Domaine : Construire les 1ers outils pour structurer sa pensée				Séance 4 : le train des étoiles, départ imminent !	
Compétences : <ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître les constellations du dé - Mobiliser les mots-nombres jusqu'à 5 (MS), 10 (GS) - Exprimer une quantité avec les doigts de la main - Se repérer sur un axe orienté 			Objectif : Utiliser la perception globale pour quantifier		
Matériel : 1 train modulable par élèves, 5 ou 10 cartes constellations par élève			Bilan :		
Répartition des élèves : 1 groupe GS de 4 élèves, 1 groupe GS-MS de 4 élèves, 2 groupes MS de 4 élèves					
Phases	Organisation	Durée	Actions du PE	Activités des élèves	Remarques
1	Présentation et appropriation du matériel	3 min	<p>- Dispositif : un groupe avec le PE au coin regroupement (utilisation du tableau pour affichage)</p> <p>Contextualisation : « Aujourd'hui, nous allons prendre le train ! J'en ai affiché un et vous allez en avoir un chacun avec des cartes constellations. Vous allez devoir remplir les wagons de votre train, comme sur le modèle, pour que celui-ci puisse partir de la gare. »</p>	<ul style="list-style-type: none"> - mobiliser le lexique : locomotive, wagon, repères spatiaux 	
2	Reproduction progressive	7 min	<p>Le PE commence par afficher une 1^{ère} constellation dans le wagon tout à droite.</p> <p>Consigne : « Sans rien dire, montrez-moi avec vos doigts le nombre de points qu'il y a sur la constellation. »</p> <p>Validation du PE avant recherche de la constellation. Il procède de la même façon pour remplir tous les wagons.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - orienter son support - reconnaître la constellation à charger dans le wagon - exprimer la quantité avec les doigts - retrouver la bonne constellation dans ses cartes - positionner la carte au bon endroit 	La modularité du train permet de s'adapter au groupe d'élèves. Commencer avec un petit nombre de wagons si nécessaire (mini 3), augmenter au fur et à mesure
3	Reproduction intégrale	10 min	<p>Consigne : « Maintenant, je vais charger tous les wagons du train affiché et vous allez devoir faire la même chose dans votre train. C'est le 1^{er} qui remplit correctement les wagons de son train qui pourra le faire partir et aura gagné. »</p>	<ul style="list-style-type: none"> - orienter son support - organiser sa recherche - reconnaître la constellation à charger dans le wagon - retrouver la bonne constellation dans ses cartes - positionner la carte au bon endroit 	

Durée : 25-30 min		Fiche de préparation :		MS- GS	
Domaine : Construire les 1ers outils pour structurer sa pensée				Séance 5 : le train des étoiles, terminus !	
Compétences : - Reconnaître les constellations du dé (MS : 1 à 5 ; GS : 1 à 10) - Exprimer une quantité avec les doigts de la main - Décomposer des quantités			Objectifs : Utiliser la perception globale pour quantifier, parler des nombres à l'aide de leur décomposition		
Matériel : 1 train modulable par binôme, 5 ou 10 cartes constellations par binôme			Bilan :		
Déroulement : 2 groupes de MS / 1 groupe de GS					
Phases	Organisation	Durée	Actions du PE	Activités des élèves	Remarques
1	Réinvestissement séance 4	3 min	- Dispositif : un groupe avec le PE au coin regroupement (utilisation du tableau pour affichage) - Consigne : « Qui peut me rappeler ce que nous avons fait la dernière fois ? Comment vous y êtes-vous pris pour réussir à reproduire exactement le même train ? »	- Réinvestissement du lexique - Rappel des méthodes utilisées pour accomplir la tâche.	
2	Reproduction d'un train mis à distance	10 min	- Consigne : « Aujourd'hui, nous allons changer la règle. Vous allez être par 2 pour charger correctement les wagons de votre train et le faire partir les 1ers. Mais attention, seulement l'un de vous deux pourra voir les wagons. C'est lui qui devra donc dire à l'autre comment charger les wagons en utilisant une décomposition de la constellation. »	- orienter son support - positionner la constellation dans le bon wagon - associer une décomposition à un nombre	- en cas de difficulté avec le recours aux décompositions, possibilité d'utiliser les doigts pour se souvenir et/ou communiquer
3	Inversion des rôles	10 min	Idem	Idem	

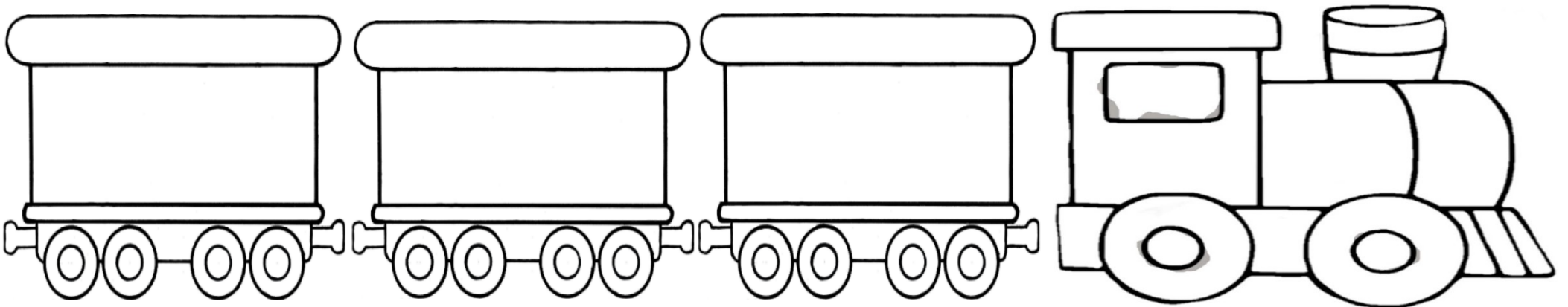
- Matériel rituel - les absents (+ utilisation pour les jeux)**

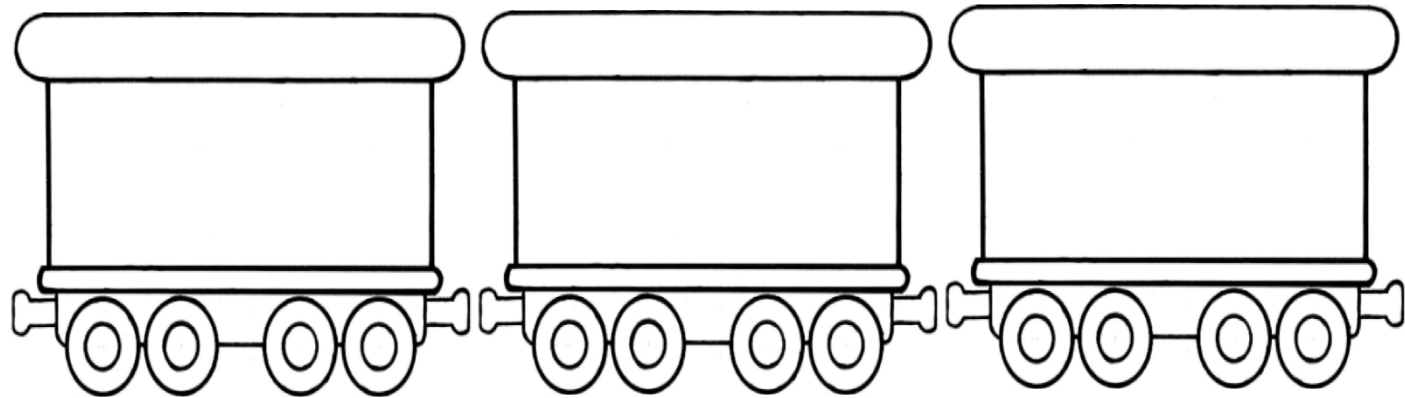
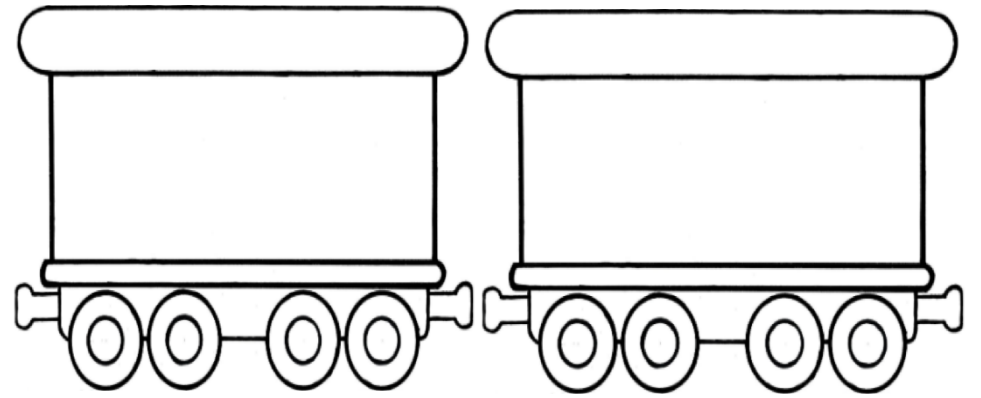
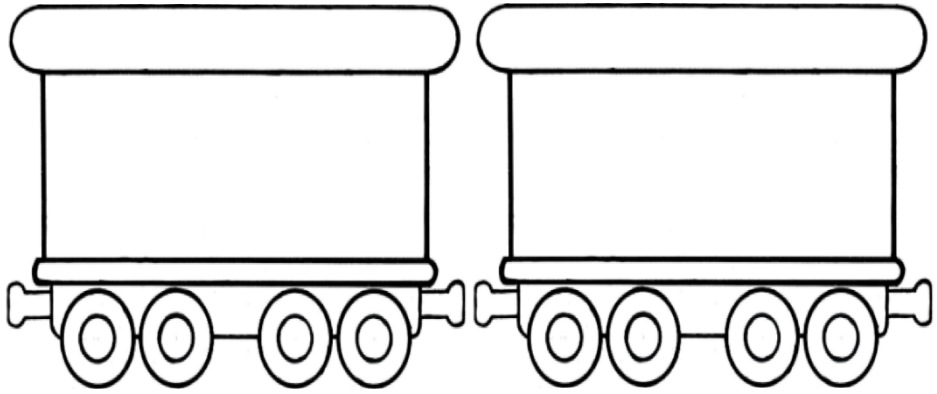
							
							
							
							
							

- Matériel séance 1- constellation déstructurée

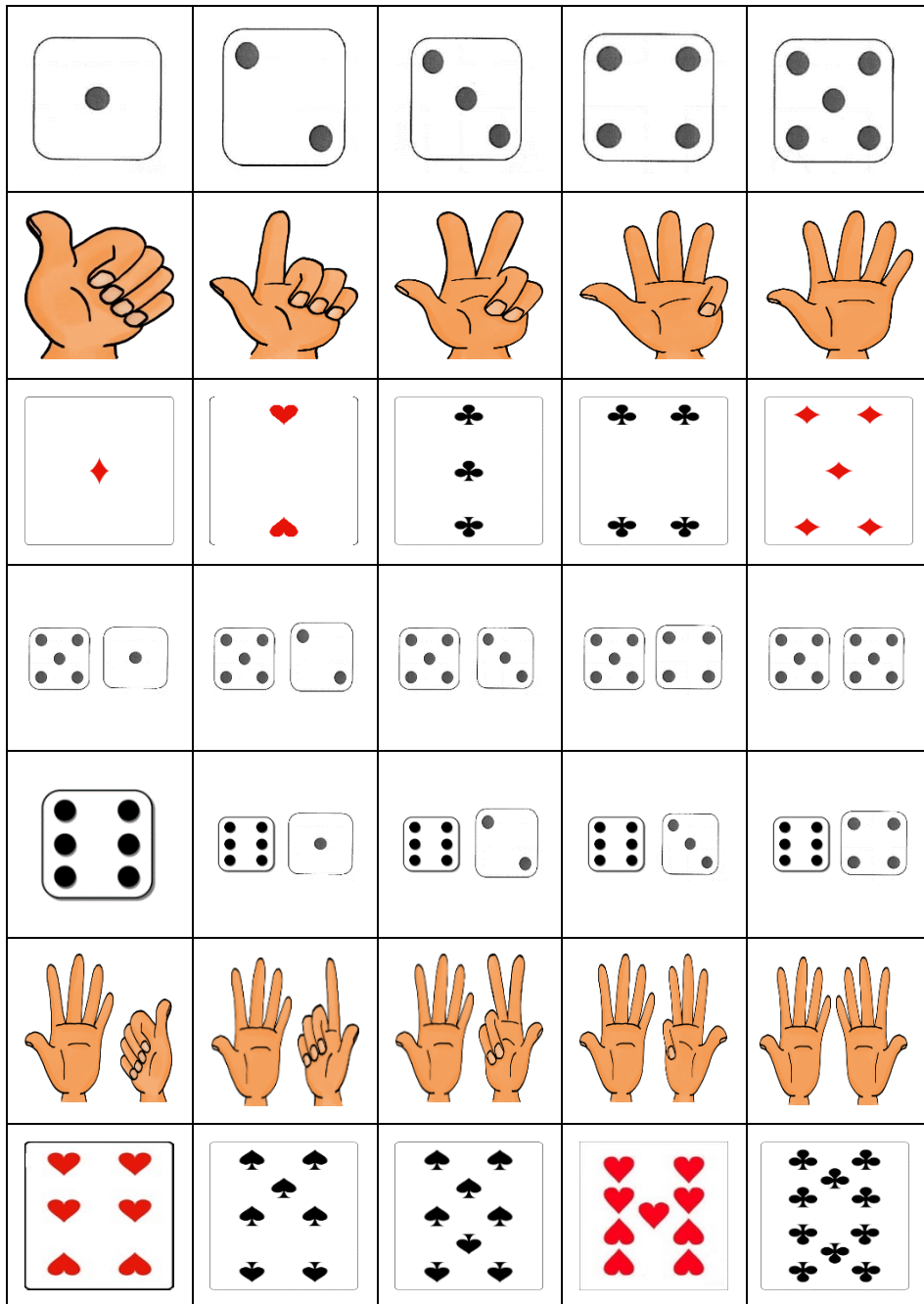


- Matériel séances 4 et 5 - train modulable de 5 à 10 wagons





- Matériel utilisé pour le test :



Identification des nombres de 1 à 5 : Représentations, stratégies, efficacité, niveaux

- **MS** = 9 élèves testés sur 15 représentations du nombre (soit 135 réponses)
- **GS** = 6 élèves testés sur 15 représentations du nombre (soit 90 réponses)
- **MS-GS** = 15 élèves testés sur 15 représentations du nombre (soit 225 réponses)
- Les erreurs constatées sont indiquées dans les colonnes grisées

	DES				DOIGTS				CARTES			
	Comptage		Reconnaissance		Comptage		Reconnaissance		Comptage		Reconnaissance	
1	1	1	8	0	1	1	8	1	1	0	8	1
	1	0	5	0	1	0	5	0	1	0	5	0
	2	1	13	0	2	1	13	1	2	0	13	1
2	2	2	7	1	1	1	8	3	2	1	7	1
	1	0	5	0	1	1	5	0	1	1	5	0
	3	2	12	1	2	2	13	3	3	2	12	1
3	0	0	9	0	1	0	8	1	5	1	4	0
	1	1	5	0	1	0	5	0	2	0	4	0
	1	1	14	0	2	0	13	1	7	1	8	0
4	1	0	8	3	1	0	8	3	6	3	3	1
	1	1	5	0	1	1	5	0	1	1	5	0
	2	1	13	3	2	1	13	3	7	4	8	1
5	3	2	6	0	2	1	7	2	5	1	4	0
	1	1	5	0	1	1	5	0	1	1	5	0
	4	3	11	0	3	2	12	2	6	2	9	0

	Comptage		Reconnaissance		Comptage		Reconnaissance		Comptage		Reconnaissance	
Total	7	5	38	4	6	3	39	10	19	6	26	3
	5	3	25	0	5	3	25	0	6	3	24	0
	12	8	63	4	11	6	64	10	25	9	50	3

Identification des stratégies et de leur efficacité de mise en œuvre pour les nombres de 1 à 5, toutes représentations confondues

	COMPTAGE		RECONNAISSANCE	
MS	32/135	23,7%	103/135	76.3%
GS	16/90	17.8%	74/90	82.2%
MS-GS	48/225	21.3%	177/225	78.7%
	ERREURS CONSTATEES		ERREURS CONSTATEES	
MS	14/32	43.7%	17/103	16.5%
GS	9/16	56.2%	0/74	0%
MS-GS	23/48	47.9%	17/177	9.6%

Identification des nombres de 6 à 10 : Représentations, stratégies, efficacité, niveaux

	DES						DOIGTS						CARTES					
	Comptage		Reconnaissance		Décomposition		Comptage		Reconnaissance		Décomposition		Comptage		Reconnaissance		Décomposition	
5+1	3	0	0	0	1	0	4	1	0	0	0	0	2	1	2	0	0	0
	4	0	0	0	1	0	2	1	2	0	1	0	3	0	2	0	0	0
	7	0	0	0	2	0	6	2	2	0	1	0	5	1	4	0	0	0
6	1	0	3	0	0	0												
	3	0	2	0	0	0												
	4	0	5	0	0	0												
5+2	3	0	0	0	1	0	4	2	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0
	4	2	0	0	1	0	3	2	1	0	1	1	4	2	1	1	0	0
	7	2	0	0	2	0	7	4	1	0	1	1	8	2	1	1	0	0
6+1	3	0	0	0	2	0												
5+3	3	0	0	0	1	0	4	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0
	4	2	0	0	1	0	4	1	0	0	1	0	4	3	1	1	0	0
	7	2	0	0	2	0	8	1	0	0	1	0	8	3	1	1	0	0
6+2	4	2	0	0	1	0												
5+4	3	1	0	0	1	0	3	1	0	0	1	0	4	0	0	0	0	0
	4	2	0	0	1	1	4	0	0	0	1	0	4	3	1	1	0	0
	7	3	0	0	2	1	7	1	0	0	2	0	8	3	1	1	0	0
6+3	4	2	0	0	1	0												
5+5	3	1	0	0	1	0	3	0	1	0	0	0	4	0	0	0	0	0
	3	3	2	1	0	0	1	0	3	0	1	1	3	0	2	1	0	0
	6	4	2	1	1	0	4	0	4	0	1	1	7	0	2	1	0	0

6+4	3	2	0	0	2	2		
-----	---	---	---	---	---	---	--	--

	Comptage		Reconnaissance		Décomposition		Comptage		Reconnaissance		Décomposition		Comptage		Reconnaissance		Décomposition	
Total	16	2	3	0	5	0	18	4	1	0	1	0	18	1	2	0	0	0
	36	15	4	1	10	3	14	4	6	0	5	2	18	8	7	4	0	0
	Total MS-GS pour les 6 représentations communes :							32	8	7	0	6	2	36	9	9	4	0
	38	11	7	1	9	1												

- **MS** = 4 élèves testés sur 16 représentations du nombre (soit 64 réponses)
- **GS** = 5 élèves testés sur 20 représentations du nombre (soit 100 réponses)
- **MS-GS** = 9 élèves ayant été testés sur 16 représentations communes (soit 144 réponses)
- Les erreurs constatées sont indiquées dans les colonnes grisées

Identification des stratégies mises en œuvre pour les nombres de 6 à 10, toutes représentations confondues

	COMPTAGE		RECONNAISSANCE		DECOMPOSITION	
MS	52/64	81.2%	6/64	9.4%	6/64	9.4%
GS	68/100	68%	17/100	17%	15/100	15%
MS-GS	106/144	73.6%	23/144	16%	15/144	10.4%

	ERREURS CONSTATEES		ERREURS CONSTATEES		ERREURS CONSTATEES	
MS	7/52	13.5%	2/6	33.3%	0/6	0%
GS	27/68	39.7%	4/17	23.5%	5/15	33.3%
MS-GS	28/106	26.4%	5/23	21.7%	3/15	20%

Résumé français

Ce mémoire s'intéresse à la construction du nombre et aux stratégies de dénombrement en moyenne et grande sections de maternelle.

Il vise à voir comment la manipulation et l'étude de la représentation analogique du nombre peuvent contribuer à la construction du nombre et au développement de stratégies variées de dénombrement tout en restreignant le recours au dénombrement par comptage.

A partir de la synthèse des recherches menées quant à la construction du nombre par l'enfant et l'acquisition de la compétence de dénombrement, un scénario pédagogique a été élaboré dans le but de diversifier les méthodes de totalisation des entités formant une collection.

Mots clés

Nombre, représentations analogique et verbale, dénombrer, compter

Abstract

This research dissertation examines the number's acquisition and the strategies to count up at preschool.

It wants to see how the manipulation and the study of number's analogical representation can contribute to number's structure and to the development of varied methods to count up while limiting the strategy which consists in reciting numbers.

From research's overview into the number's structure by child and the skill acquisition to count up, a lesson plan was formulate with the aim of diversifying strategies to add up each piece of a collection.

Keyword

Number, analogical and verbal representations, to count up, to count