



HAL
open science

Quelles compétences le débat mathématique permet-il de développer en CM1 ?

David Lefeuvre

► **To cite this version:**

David Lefeuvre. Quelles compétences le débat mathématique permet-il de développer en CM1 ?. Education. 2020. dumas-02976458

HAL Id: dumas-02976458

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02976458>

Submitted on 23 Oct 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Année universitaire 2019-2020

**Master MEEF
Mention 1^{er} degré
2^{ème} année**

**QUELLES COMPÉTENCES LE DÉBAT
MATHÉMATIQUE PERMET-IL DE DÉVELOPPER EN
CM1 ?**

Mots Clefs : mathématiques, argumentation, débat, preuve, démonstration, cycle 3, CM1.

Présenté par : David LEFEUVRE

Encadré par : Éric GREFF

La réalisation de ce mémoire a été possible grâce au concours de plusieurs personnes à qui je voudrais témoigner toute ma reconnaissance.

Je voudrais tout d'abord adresser toute ma gratitude au Directeur de ce mémoire, Monsieur GREFF Éric, pour ses judicieux conseils, qui ont contribué à alimenter ma réflexion. Je désire aussi remercier mes tuteurs, Madame DURAN FROIX Christina et Monsieur ÉTRILLARD René, qui m'ont fourni les outils nécessaires à la réussite de cette année scolaire 2019 - 2020.

SOMMAIRE

INTRODUCTION	p. 4
1. CADRE THÉORIQUE	p. 5
1.1- Définitions	p. 5
1.2- Les différents types de raisonnement	p. 5
1.2-1. Le raisonnement par analogie (ou catégorisation)	
1.2-2. Le raisonnement par induction	
1.2-3. Le raisonnement déductif	
1.2-4. Le raisonnement par implication logique	
1.2-5. Le raisonnement par l'absurde	
1.2-6. Le raisonnement par disjonction de cas	
1.2-7. Le raisonnement par récurrence	
1.3- Évolution théorique historique	p. 7
1.4- Les stades de développement	p. 10
1.5- Les élèves et l'argumentation en primaire	p. 11
1.5.1- La première opération : l'étayage	
1.5.2- La deuxième opération : la négociation	
1.5.3- Les élèves et l'argumentation en mathématiques en primaire	
2. MISE EN ŒUVRE PÉDAGOGIQUE	p. 14
2.1- Contexte et problématique	p. 14
2.2- Séquence proposée : objectifs et phasages	p. 15
2.2.1- Objectifs	
2.2.2- Les différentes phases	
2.3- Les choix didactiques	p. 17
2.4- Méthodologie	p. 19
2.4.1- Les règles utilisées	
2.4.2- L'évolution des connaissances	
2.4.3- Évolutions des capacités d'argumentation.	
2.5- Observations possibles de la pluralité d'arguments à l'unicité	p. 22
CONCLUSION	p. 27
ANNEXE : BIBLIOGRAPHIE	
RÉSUMÉ	

INTRODUCTION

En 2018, paraît le rapport Villani Torossian¹ à la demande du Ministre de l'Éducation nationale Jean-Michel Blanquer à propos de l'enseignement des mathématiques. Une demande qui fait suite au constat d'une dégradation des résultats des élèves en mathématiques lors des évaluations internationales et confirmée au niveau national. Ces difficultés s'amplifient depuis une dizaine d'années et se prolongent lors de l'utilisation des mathématiques dans la vie quotidienne.

Afin de pallier ces difficultés, le groupe de recherche constitué et piloté par Messieurs Villani et Torossian a effectué un certain nombre de préconisations. Dans le cadre de ce mémoire, je procéderai au développement de deux d'entre elles.

Le travail de verbalisation, travail complémentaire et intermédiaire de celui d'abstraction, a selon ce même rapport une place centrale dans les étapes de l'apprentissage en mathématiques. Et la notion de preuve, constitutive de l'activité mathématique, reste une difficulté importante pour les élèves, tant il est difficile pour eux de sortir de la représentation axiomatique classique des mathématiques. Par ailleurs, ce rapport indique que le travail d'argumentation dépasse le seul domaine des mathématiques et qu'il occupe une place centrale dans l'apprentissage de la citoyenneté.

Partant de ces préconisations, je me suis interrogé sur les compétences que pouvait apporter cette pratique à des élèves de cycle 3 et plus particulièrement d'élèves de CM1.

J'interrogerai dans un premier temps les fondements théoriques au travers de l'analyse des différents types de raisonnement, de l'évolution historique de l'apprentissage mathématique et des capacités des élèves à le pratiquer.

Et dans un second temps, je proposerai une mise en œuvre qui permettra d'éclairer par des situations en classe, l'intérêt de cette pratique de l'argumentation et quelles en sont ses limites.

¹ Lien du rapport Villani Torossian présenté en annexe « Bibliographie ».

1- CADRE THÉORIQUE

1.1- Définitions

L'argumentation est dans sa définition générale l'action d'argumenter. C'est-à-dire l'ensemble des techniques discursives destinées à provoquer ou à accroître l'adhésion de l'interlocuteur aux thèses qui lui sont présentées. Ainsi utiliser un raisonnement, une preuve qui sont destinés à appuyer une affirmation est le moyen auquel on a généralement recours pour convaincre quelqu'un.

La preuve est définie comme l'explication acceptée par une communauté à un instant donné. Au sein de la communauté mathématique, ne seront acceptées comme preuves que des explications qui sont une suite d'énoncés organisés, qui suivent des règles précises propres à la discipline. Aussi, le raisonnement est ce cheminement vers les preuves : il s'agit d'une activité intellectuelle de manipulation d'informations pour en produire d'autres. Dans ce travail de verbalisation qu'est l'argumentation en mathématiques, ce cheminement est compris.

Afin de mieux comprendre de quelle manière les raisonnements sont utilisés lors de l'activité d'argumentation, il est nécessaire d'en étudier leurs principales caractéristiques.

1.2- Les différents types de raisonnement

1.2.1- Le raisonnement par analogie (ou catégorisation)

L'élève range les objets en fonction d'une ressemblance sur laquelle on raisonne. Ainsi, il classe dans la même catégorie des objets pourtant différents du fait d'un point commun.

À titre d'exemple, une bille verte peut-être rangée avec un cube vert si le critère de classement est la couleur.

Ce qui définit ainsi une catégorie, c'est un ensemble de critères. Ainsi, tous les objets ayant l'ensemble de ces critères appartiennent à la catégorie.

1.2.2- Le raisonnement par induction

C'est le raisonnement qui permet de définir des lois générales en partant d'exemples particuliers. On part de l'observation qu'un objet possède une propriété et on en déduit que tous les objets semblables ont la même propriété.

À titre d'exemple, la région Île de France est située en France, Paris est une ville située en Ile de France donc Paris se trouve en France.

On peut également citer l'exemple suivant : il est possible de ranger dans la même catégorie un cube et un pavé droit.

- Si la réponse des élèves est de les classer parmi les parallélépipèdes, la réponse est juste.
- Mais si l'on précise ensuite que l'on peut également ajouter à cette catégorie *les pyramides*, cela oblige les élèves à revoir leurs hypothèses sur les critères de classement.

1.2.3- Le raisonnement déductif

Il s'agit, dans le cadre de ce type de raisonnement, d'élaborer une proposition en ayant validé les propositions précédentes. C'est ce que l'on nomme un raisonnement hypothético-déductif.

Ce raisonnement, dans la logique plus classique, considère le syllogisme comme le raisonnement logique. Il permet à partir de deux prémisses de conclure.

À titre d'exemple, un syllogisme des plus connus :

Prémisse 1 : Tous les hommes sont mortels.

Prémisse 2 : Socrate est un homme.

Conclusion : Socrate est mortel.

1.2.4- Le raisonnement par implication logique

La logique induite par ce genre de raisonnement se retrouve dans les opérations booléennes. C'est-à-dire des opérations logiques dans laquelle les opérandes et les résultats ne prennent que deux valeurs, soit « Vrai » soit « Faux ».

À titre d'exemple :

Table de vérité de l'implication		
P	Q	$P \Rightarrow Q$
Vrai	Vrai	Vrai
Vrai	Faux	Faux
Faux	Vrai	Vrai
Faux	Faux	Vrai

1.2.5- Le raisonnement par l'absurde

Il consiste à démontrer la vérité d'une proposition en validant que son contraire est faux ou à démontrer qu'une proposition est fautive en déduisant des propriétés ou des résultats absurdes.

À titre d'exemple : pour démontrer qu'une hypothèse « A » est vraie, on montre que l'hypothèse « non A » mène à une contradiction.

D'une part, ce raisonnement ne peut fonctionner que dans le cas où il n'y ait que deux hypothèses contradictoires possibles et d'autre part, ce raisonnement n'est utilisé en mathématiques qu'à partir du cycle 4.

1.2.6- Le raisonnement par disjonction de cas

Il consiste à étudier l'ensemble des cas d'une proposition.

Ainsi, pour démontrer qu'une propriété est vraie pour tout élément d'un ensemble, on démontre successivement que cette propriété est vraie pour les éléments disjoints de l'ensemble qui lorsqu'ils sont réunis forment l'ensemble.

1.2.7- Le raisonnement par récurrence

Il consiste à démontrer une propriété portant sur l'ensemble des entiers naturels. Ainsi, si une propriété est satisfaite par l'entier « $n=0$ », à chaque fois qu'elle est satisfaite pour un certain nombre entier naturel « n », elle est également satisfaite pour son successeur, soit le nombre entier « $n+1$ ».

Ces différents raisonnements se retrouvent en partie chez les élèves au cours du procédé particulier de l'argumentation. Un procédé qui historiquement est rattaché aux philosophes de l'antiquité et qui, après une période de mise sous silence, suscite à nouveau depuis le sortir de la deuxième guerre mondiale l'intérêt des pédagogues. Il est le sujet de nombreuses mises en pratique au sein des écoles.

1.3- Évolution théorique historique

Notre point de départ historique est le philosophe Aristote et son travail de classification entre la rhétorique qui use de l'argumentation et de la logique de la démonstration.

La rhétorique se comprend ainsi en rapport à la logique de l'Organon. L'Organon² étant

² Références en annexe « Bibliographie ».

généralement admis comme l'ensemble des traités d'Aristote traitant de manière systématique des formes de la pensée et de la démonstration comme conditions à la Science.

Afin d'appuyer ce propos, il convient de remarquer qu'Aristote aborde deux grands axes de l'argumentation au sein de l'Organon : la dialectique et la démonstration.

Ainsi pour Aristote, l'argumentation dialectique repose sur la règle du syllogisme. Le philosophe inscrit l'argumentation dans un ensemble qui va de la rhétorique à la logique formelle. Et c'est la première qui va prendre le pas sur la seconde notamment à la fin du Moyen-Âge où la rhétorique et la qualité du discours semblent primer.

L'argumentation a été fortement utilisée, notamment durant la période médiévale mais sous sa forme scolastique. Puis avec l'avènement des sciences modernes à la Renaissance, elle apparaît comme une menace pour les autorités religieuses et est ainsi mise de côté.

Par la suite, les philosophes modernes ne l'étudient plus. Il faudra attendre l'après-guerre pour qu'à nouveau des travaux apparaissent à son sujet, notamment les travaux de Chaïm Perelman et Stephen Toulmin.

Stephen Toulmin, dans son livre « Les usages de l'argumentation »³, critique le tout déductif, qui pour lui ne s'appuie que sur des énoncés formalisés et n'est pas applicable quand il s'agit d'une argumentation sur des éléments du réel. Elle est, selon ce philosophe britannique, le passage des données à une conclusion. Passage que l'on peut envisager du fait d'une « garantie », qui est soit un critère indépendant du champ d'analyse soit dépendant des situations rencontrées.

Chaïm Perelman, quant à lui, se penche dans « Le traité de l'argumentation »⁴ sur l'analyse de l'argumentation suivant l'effet d'adhésion qu'elle produit. Ainsi, une partie de son travail est orientée sous l'angle du lien social entre l'auditeur et l'auditoire.

Il s'appuie également sur une longue tradition du droit, domaine dans lequel des décisions sont prises sans pour autant pouvoir définir de vérité absolue dans la majorité des cas.

Selon ce philosophe et théoricien du droit belge, si seule la logique pure était recevable alors nos cultures ne pourraient débattre d'aucun sujet car rien n'y serait opposable tant qu'il ne s'agirait pas de sujet purement logique.

On notera que le contexte historique du sortir de la seconde guerre mondiale a également engendré cette nécessité du dialogue. Ainsi le débat est devenu nécessaire et c'est ce qui pourrait aussi expliquer pourquoi des travaux à ce sujet ont à nouveau vu le jour à cette période.

³ Références en annexe « Bibliographie ».

⁴ Références en annexe « Bibliographie ».

Depuis les années 60, les recherches portent sur différents travaux théoriques, dont notamment :

- La distinction entre l'argumentation et la démonstration ;
- L'opposition entre logique naturelle et logique mathématique développée par Jean-Blaize Grize⁵ avec entre autres la distinction des degrés d'adhésion :
 - o *Adhésion par absence d'objection à une thèse ;*
 - o *Adhésion par la conviction générée par une thèse ;*
 - o *Adhésion par la décision d'action que provoque la thèse.*

Se pose aussi la question de la nature proprement langagière de l'argumentation et de savoir si elle est un emploi particulier de la parole.

Jean-Michel Adam, montre dans ses travaux⁶ que la dialectique a fortement intéressé les pédagogues, notamment dans l'enseignement du français et particulièrement au profit de l'analyse de texte.

Mais qu'en est-il de l'utilisation de l'argumentation dans les autres matières et plus particulièrement dans le champ des mathématiques ?

Une première réponse pourrait-être la distinction faite par le philosophe Chaïm Perelman⁷ entre persuasion et conviction, où la première s'adresse à un groupe restreint alors que la seconde s'adresse à tous. Cela nous amène ici à réfléchir aux états possibles de la démonstration : de l'explication à la démonstration en passant par la preuve.

Du côté des mathématiques, c'est à partir du V siècle av JC. en Grèce qu'elles deviennent une science à part entière. Les recherches en la matière se détachent de la pratique et se concentrent sur l'utilisation de règles logiques de déduction. La démonstration devient centrale et c'est elle qui permet de faire la preuve. Mais la forme de la démonstration que nous connaissons et celle établie au 19^{ème} siècle, plus formalisée et se réduisant à la logique mathématique au détriment de l'argumentation.

Nous constatons aujourd'hui une nouvelle attention donnée à l'argumentation au sein de l'enseignement, mais qu'en est-il des capacités cognitives des élèves à effectuer ce travail d'argumentation, des compétences à mobiliser et à partir de quel âge est-il envisageable d'aborder cet enseignement ?

⁵ Références en annexe « Bibliographie ».

⁶ Références en annexe « Bibliographie ».

⁷ Ibid p. 8.

Afin de pouvoir mieux appréhender cette question, il semble opportun d'aborder le développement cognitif de l'enfant en se basant sur les recherches faites dans le domaine de la psychologie cognitive.

1.4- Les stades de développement

De nombreux chercheurs ont travaillé sur le sujet du développement cognitif de l'enfant. Mais il m'a semblé essentiel de suivre le point de vue piagétien, car Jean Piaget aborde le développement de l'enfant en rapport avec l'argumentation de la manière la plus concise.

Pour Jean Piaget⁸, le raisonnement logique de l'enfant se développe par stade. Certaines tâches, selon lui, ne peuvent être effectuées avant un certain âge chez l'enfant. Ainsi, selon le point de vue constructiviste, l'apprentissage passe par la construction de schèmes que l'on doit coordonner entre eux. Et cette construction ne peut pas se faire sans la participation active du sujet.

C'est pourquoi pour provoquer l'apprentissage, il faut que l'élève soit dans une situation problématique qui lui donne envie de dépasser le conflit.

Les différents stades de développement chez l'enfant

Stade préopérateur (2-7 ans) :

- 2/4 ans : signifiant / signifié, langage, jeu symbolique, imitation, dessin, vision egocentrique.
- 4/7 ans : réflexion intuitive, pensée egocentrique et unidimensionnelle.

Stade opératoire concret (7-11 ans) :

- Décentralisation de la pensée.
- Passage de l'intuition à l'opération mentale.
- Opérations et combinaisons d'opérations sur des objets concrets.

Stade opératoire formel (11 et plus) :

- Raisonnement sur des objets abstraits.
- Raisonnement hypothético-déductif.
- Capacité à prendre en compte plusieurs variables.

La réalité devient une modalité particulière de l'univers des possibles.

⁸ Références en annexe « Bibliographie – HOUDÉ O ».

La construction des savoirs ne peut donc être envisagée sans la prise en compte de l'élève et suppose que l'enseignant considère le rapport de l'élève au savoir. Il va ainsi mobiliser différents types de raisonnement suivant les situations.

Aussi, un certain nombre de chercheurs s'accorderait à dire que le raisonnement porté par des structures formelles abstraites élaborées ne serait finalement pas l'axe principal de développement des connaissances. Le caractère fonctionnel et la contextualisation permettraient une meilleure maîtrise des connaissances même pour des experts dans leur domaine.

Le psychologue J F. Richard (dans son ouvrage : les activités mentales. Comprendre, raisonner, trouver des solutions⁹) indique qu'il semble peu probable que dans une situation nouvelle, les enfants ni même les adultes aient un raisonnement formel. Face à une nouveauté, il semble que nous activons des connaissances anciennes, nous utilisons des analogies et recourons finalement rarement au raisonnement.

Pour ce psychologue, dire que nous raisonnons uniquement dans certains contextes minimiserait la place de la logique dans l'ensemble des raisonnements. Il pense que ce cloisonnement est artificiel, qu'il s'agit d'une vision fonctionnelle du raisonnement qui s'extrait du contexte d'apprentissage et ne reflète pas la réalité. Au contraire, il semblerait, selon lui, que le recours à la logique ne serait pas une action aussi évidente, même pour des adultes, et qu'elle serait influencée de manière non négligeable par le contexte et les contenus proposés lors des apprentissages.

Daniel Gaonac^{h10}, Professeur émérite en Psychologie cognitive, ajoute également que la limite de la mémoire de travail chez les enfants serait à l'origine de certaines erreurs de raisonnement contrairement à une première hypothèse fondée uniquement sur des difficultés liées à la logique. Malgré tout, quel que soit le point de vue scientifique, il semble y avoir consensus sur :

- Les capacités des élèves âgés de 8 ans et plus à pouvoir pratiquer des raisonnements logiques sans être mis en difficulté par un choix impossible du fait de contradictions internes.
- Et également leur capacité à enchaîner plusieurs propositions.

1.5- Les élèves et l'argumentation en primaire

Je propose maintenant d'aborder l'argumentation sous l'angle des différentes compétences que les élèves devront mobiliser lors ce travail d'argumentation.

⁹ Références en annexe « Bibliographie ».

¹⁰ Références en annexe « Bibliographie ».

1.5.1- La première opération : l'étayage

La première opération nécessaire à l'argumentation est l'étayage. C'est une opération qui consiste pour l'élève à utiliser une référence (un énoncé et des connaissances) pour appuyer sa proposition. Cette opération est maîtrisée par les enfants dès le plus jeune âge comme l'indique la professeure à l'INSHEA, chercheuse au CESP Florence Labrell¹¹ : vers 3 ans environ il semble que les enfants sont capables de trouver une justification à leur propos. Mais, même si à cet âge l'opération est rudimentaire, les enfants ne justifient pas systématiquement leur proposition ou parfois non qu'un seul argument. Cette démarche va progressivement se complexifier et prendre une forme de plus en plus systématique jusqu'à la fin du cycle 4. Mais l'étayage nécessite également que l'élève qui l'effectue s'implique dans sa proposition. Cette capacité d'implication est plus tardive chez l'enfant, puisque l'on considère que cette attitude de position arrive seulement vers l'âge de 6 ou 7 ans.

1.5.2- La deuxième opération : la négociation

La seconde opération mise en avant par Caroline Golder¹² est la négociation. Il s'agit, selon ce Maître de Conférence (HDR) en psychologie, d'une opération durant laquelle l'élève locuteur va devoir prendre de la distance par rapport à son propre discours permettant ainsi une interaction et la mise en place d'un dialogue à partir et sur la base de la proposition faite par l'élève locuteur. Cette capacité à effectuer cette opération plus complexe se met en place vers l'âge de 8-9 ans. Elle implique des capacités cognitives mais également des connaissances dans le domaine dans lequel se fait l'échange.

L'argumentation suppose donc que l'élève soit capable de recevoir des arguments au sujet de sa proposition, et ensuite la possibilité pour l'élève de sortir de son champ de besoin et d'être pleinement acteur de sa proposition afin que l'argument de son interlocuteur soit recevable. Cette capacité évolue nettement jusqu'à l'âge de 13-14 ans. Caroline Golder insiste sur l'importance de l'enjeu pour l'élève et de la place psycho-affective dans cette adhésion.

1.5.3- Les élèves et l'argumentation en mathématiques en primaire

Ainsi, nous voyons que les élèves de cycle 3 ont bien les capacités de mener un travail d'argumentation. Mais l'enjeu de l'adhésion évoqué précédemment dans le cadre de

¹¹ Références en annexe « Bibliographie ».

¹² Références en annexe « Bibliographie ».

L'argumentation en mathématiques se pose de manière particulière, car elle suppose que les élèves adhèrent à des règles de rationalité propres aux mathématiques. La capacité des élèves à adhérer est donc fondamentale, il est nécessaire que les exigences liées aux preuves en mathématiques ainsi que les principales composantes de la rationalité soient bien identifiées par les élèves et qu'elles fassent l'objet d'un accord.

Je propose de m'appuyer sur les travaux de Nicolas Balacheff¹³ pour traiter de la notion de preuve que ce chercheur classe par niveau.

- La première forme de preuve est celle qui consiste à vérifier la validité d'une proposition avec quelques cas, elle est nommée *empirisme naïf*.
- Une autre forme est celle de la recherche de la preuve toujours au travers de la résolution de cas, mais cette fois en utilisant des exemples suffisamment signifiants pour qu'ils donnent l'impression de tendre vers une généralité. Cette méthode est appelée *expérience cruciale*. Puis, l'élève utilisera un exemple particulier afin d'expliquer un raisonnement général qui est nommé *exemple générique*.
- Enfin la dernière méthode consiste à invoquer l'action en l'intériorisant et en la détachant de sa réalisation sur un représentant particulier et elle est nommée *l'expérience mentale*.

Nicolas Balacheff indique que l'étape de l'expérience mentale marque le passage des preuves pragmatiques aux preuves intellectuelles. Et ce passage des preuves pragmatiques aux preuves intellectuelles est central pour N. Balacheff car il dépend des connaissances dans le domaine abordé, du niveau langage et de la rationalité de chaque élève. Aussi, un élève ne peut être uniquement caractérisé par un niveau puisque celui-ci sera aussi fonction des connaissances maîtrisées comme précisé ci-dessus.

Si la capacité des élèves en cycle 3 ne fait plus de doute, qu'en est-il de la mise en œuvre ?

L'enseignement de l'argumentation ne peut être complètement déconnecté de celui de la démonstration au sens où elles demandent toutes deux d'impliquer cognitivement les élèves. N. Balacheff¹⁴ parle de la nécessité de faire apparaître la démonstration comme un outil de preuve où la dimension sociale de la preuve est l'organisation des débats.

Il apparaît que pour que les élèves s'investissent et adhèrent à ces démarches, il est préférable qu'ils les voient comme un moyen efficace de répondre à une proposition. Et pour que les situations proposées puissent être efficaces, il faut éviter que leur évidence bloque le processus

¹³ Références en annexe « Bibliographie ».

¹⁴ Ibid

de la démarche. L'objectif est ainsi que les élèves produisent des conjectures et donc que la recherche d'une preuve soit un véritable enjeu. Ils doivent pouvoir s'engager facilement dans une démarche de résolution de problèmes et faire des essais. L'un des objectifs est donc de trouver des situations pour lesquelles les élèves ne vont pas produire les mêmes conjectures, et s'assurer qu'ils ont les moyens de les prouver.

2- MISE EN ŒUVRE PÉDAGOGIQUE

2.1- Contexte et problématique

La première partie a contribué à confirmer que l'argumentation en mathématiques est adaptée au programme de cycle 3 et que les élèves ont bien les capacités, les compétences d'effectuer un travail d'argumentation dans ce domaine. Mais à ce stade la question de la mise en œuvre reste entière.

Dans cette seconde partie, je vais donc poser la question des moyens à mettre en œuvre, du type de séance, des choix didactiques possibles et enfin des indicateurs et méthodes permettant d'évaluer l'évolution des élèves.

Le contexte sanitaire exceptionnel lié au SARS-CoV2 durant ce second semestre de l'année scolaire 2019-2020 accompagné de l'obligation de confinement de la population a rendu impossible la mise en œuvre des propositions présentées ci-après au sein de la classe dont j'avais la charge en alternance avec ma binôme. Pour formuler mes propositions, je me suis donc basé sur le travail et l'expertise de l'équipe de recherche de l'IREM de Grenoble en les complétant par le travail effectué par l'équipe d'ERMEL.¹⁵

La proposition didactique à mettre en œuvre est plus précisément basée sur les recherches faites par Jacques Douaire, Roland Charnay et Dominique Valentin et leur travail sur les enjeux de l'argumentation en mathématiques au cycle 3¹⁶. Je reprendrai ici la méthode qui s'appuie sur les séquences proposées par l'équipe ERMEL. Le travail d'arithmétique proposé est notamment repris de la situation d'apprentissage détaillée dans l'ouvrage : ERMEL - « Apprentissages numériques et résolution de problèmes au CM1 », Hatier, Paris, 2001.¹⁷

¹⁵ Références en annexe « Bibliographie ».

¹⁶ Références en annexe « Bibliographie ».

¹⁷ Références en annexe « Bibliographie ».

2.2- Séquence proposée : objectifs et phasages

Il s'agit d'une séquence d'arithmétique au cours de laquelle les élèves vont devoir répondre de manière générale à une problématique après être passés par différentes étapes de résolution d'une partie du problème. Cette séquence porte sur la notion de divisibilité et notamment celle des nombres divisibles par 4.

2.2.1- Objectifs

Les principaux objectifs de cette situation sont :

- La constatation par les élèves que les observations effectuées notamment celles sur la table de Pythagore ne débouchent pas nécessairement sur une règle générale.
- Amener les élèves à prolonger cette idée de multiple et les faire passer de la représentation de la suite sous forme additive à celle d'une écriture de multiples de type $n \times a$, $n \times b$,

Pour autant, il ne s'agit pas d'introduire l'écriture formelle mais simplement de permettre aux élèves de repérer certaines caractéristiques propres aux multiples. Les élèves prendront conscience de l'importance des règles de l'argumentation qui sont essentielles pour justifier d'une proposition, en comprenant que l'on ne peut pas se contenter d'affirmer mais qu'il est nécessaire de justifier, d'argumenter de manière précise les raisons de leur affirmation pour convaincre.

2.2.2- Les différentes phases

On remarque plusieurs phases de progression dans l'assimilation de l'argumentation par les élèves. Mais l'observation de ces évolutions nécessite un temps long car, pour que les élèves puissent s'appropriier ces nouvelles connaissances, il leur faut plusieurs mois.

La progression est composée de quatre phases, on ajoute à ces phases principales deux phases de test. Une avant de commencer la séquence que l'on nomme phase de pré-test et une autre à la fin de celle-ci que l'on nomme phase de post-test qui nous permettent de constater les évolutions.

2.2.2.1- Phase 1 : phase de découverte et d'appropriation du problème

Il s'agit d'une phase de découverte et d'appropriation du problème. L'enseignant met les élèves en action par rapport au problème que l'on cherche à résoudre. On utilisera, dans ce cas, des nombres de la table de 4 mais qui ne se retrouvent pas dans la table de Pythagore.

⇒ Cela permet aux élèves d'envisager que les tables de multiplication ne sont pas limitées aux seuls nombres compris entre 1 et 9.

2.2.2.2- Phase 2 : la dévolution

Il s'agit de faire travailler la dévolution par les élèves comme expliqué par Gilles Brousseau¹⁸, ce qui consiste à présenter l'enjeu et les règles attenantes, faire que les élèves deviennent responsables de la recherche et ainsi que disparaisse cette culpabilité du résultat à chercher.

Cette phase comprend plusieurs étapes au cours desquelles les élèves travaillent alternativement individuellement et en groupe. C'est durant ces étapes en groupe que s'effectuent les débats.

Lors de sa recherche individuelle, l'élève est confronté à des exemples et doit justifier ce qui lui permet de confirmer que les nombres proposés sont ou non dans la table de 4.

La deuxième étape consiste à réunir les élèves en petit groupe pour que s'effectuent les débats. Les groupes sont constitués en fonction des réponses pour ne pas rassembler les élèves ayant les mêmes réponses et que des débats contradictoires puissent avoir lieu.

Les groupes doivent se mettre d'accord pour chaque nombre et donner une seule réponse. Puis à ce moment de la phase, l'enseignant invite les élèves à réfléchir à une règle générale qui permet de savoir, pour n'importe quel nombre, s'il appartient ou non à la table choisie (ici la table de 4).

2.2.2.3- Phase 3 : Mise en commun et critique de la règle

Cette nouvelle phase doit se dérouler dans un temps rapproché de la précédente.

L'enseignant propose aux élèves d'utiliser les règles générales qu'ils ont produites pour décider si un nombre appartient ou non à la table étudiée.

Les réponses sont notées au tableau afin de faire remarquer que des réponses différentes ont été données et insister sur le fait que cela n'est pas possible, le nombre ne peut pas être à la fois multiple et non multiple. Suite à cette remarque, l'enseignant affiche les différentes règles proposées pour établir qu'un nombre appartient ou non à la table des multiples choisie (ici, la table de 4).

L'affichage des règles va permettre d'effectuer le tri par les élèves afin de mettre de côté celles qui ne sont pas les bonnes. Une fois les règles fausses éliminées, on reprend les nombres proposés

¹⁸ Références en annexe « Bibliographie ».

pour vérifier s'ils appartiennent ou non à la table étudiée (dans la proposition présentée ici, la table de 4).

À ce moment de la séance, c'est l'enseignant qui mène et oriente les débats afin que seules les règles justes soient conservées, il est le garant de la vérité.

Ensuite, les élèves choisissent une ou plusieurs règles qu'ils sont capables d'utiliser seuls. L'exemple du départ est ensuite repris : un nombre qui semble appartenir à la table choisie mais qui n'en fait pas parti. Cette reprise permet de valider cette vérité avec les méthodes qui viennent d'être abordées et aux élèves, qui n'avaient pas encore trouvé les réponses, de se corriger. Pour les élèves qui conserveraient la procédure intuitive pour manipuler les multiples, il est possible de reprendre la proposition de Dominique Valentin¹⁹ qui est celle d'utiliser une grande feuille de papier (type ruban à machine à calculer) afin de faire écrire ces multiples sur la bande de papier et percevoir la notion sous une autre forme.

2.2.2.4- Phase 4 : Retour sur les règles

La phase suivante se déroule après un temps de pause d'un ou deux mois. Ce temps de pause permet de revenir sur les règles et de valider celles qui ont été mémorisées.

Dans une première étape, l'enseignant demande aux élèves de se mettre par binôme et de trouver cinq nombres plus grands que 5 545 et qui se trouvent dans la table de 4. On note ensuite les résultats au tableau afin d'éliminer ceux qui n'appartiennent pas à la table de 4 à l'aide des règles établies et rappelées au début de la phase.

Puis quelques jours plus tard lors d'une seconde séance de cette phase, l'enseignant propose le nombre 5 286 aux élèves. Au moment de la mise en commun, l'enseignant engage un nouveau débat.

Cela revient à se poser la question de l'enjeu sous-jacent aux choix didactiques.

2.3- Les choix didactiques

Le domaine numérique choisi est la principale variable didactique de cette activité.

On peut définir quatre zones de difficulté dans le choix des nombres :

¹⁹ Ibid p. 14.

- Dans la première : les nombres sont inférieurs à 40. Car pour étudier ces nombres, on peut utiliser la table habituelle de 4. Donc les élèves peuvent ainsi facilement déterminer si un nombre appartient ou non à la table de 4.
- Dans la seconde : les nombres sont compris entre 40 et 100. Dans cette zone, même si les nombres n'appartiennent plus à la table habituelle, certains sont encore reconnus ou facilement reconnaissables.
Par exemple : $80 = 4 \times 20$, $100 = 25 \times 4$; ou encore que 80 fait partie de la table de 4 et que 4 également. Ainsi 84, 88, etc... font partie de la table de 4.
- Puis la troisième zone de difficulté est celle comprise entre 100 et 200, zone moins connue des élèves car moins pratiquée les précédentes années, elle peut toutefois être accessible par opération de comptage effectuée par les élèves.
- Enfin la quatrième zone, celle des grands nombres (les nombres supérieurs à 200) qui va engager les élèves à chercher des techniques plus économiques que le comptage.

Dans chaque zone précédemment décrite, le choix des nombres est important et va dépendre de plusieurs facteurs. Il a été établi lors des mises en situation proposées par l'IREM de Grenoble ²⁰ que les difficultés de compréhension apparaissent dès la formulation de proposition de type : « les nombres qui sont dans la table de 4 sont tous pairs ». Les élèves transforment en sa réciproque qui, elle, est fautive : « les nombres pairs sont dans la table de 4 » ou encore que si un nombre se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8, c'est qu'il est dans la table de 4.

Aussi, afin de pouvoir éviter ces confusions, un des premiers choix proposé est de commencer par l'étude de nombres pairs tels que 158, 102, 112, 176 et cela durant les phases 1 et 2.

Pour la phase 3, le choix de nombres pairs non multiples de 4 sera proposé assez loin de la zone 3 comme par exemple 342.

Enfin pour la phase 4, ce sont de très grands nombres non multiples de 4.

En s'appuyant également sur les mises en situation de l'IREM de Grenoble ²¹, il en ressort que quatre types d'observables sont généralement retenus permettant ainsi de bien évaluer l'évolution des élèves :

- Le test initial ;
- L'évolution des règles élaborées ou choisies par les élèves ;
- Les productions des élèves ;

²⁰ Références en annexe « Bibliographie ».

²¹ Ibid.

- L'impact de ce travail sur d'autres apprentissages en mathématiques.

Phase	Objectifs	Types d'interaction
Phase 1	Montrer les équivalences : Un nombre est dans la table de 4 si : <ul style="list-style-type: none"> - On compte de 4 en 4 - On multiplie par 4 	Individuel Collectif
Phase 2	Établir une règle générale : pour déterminer si un nombre se trouve dans la table de 4.	Individuel Collectif
Phase 3	Tester les règles générales.	Individuel Collectif Individuel
Phase 4	Produire des « grands » nombres multiples de 4	Collectif

2.4- Méthodologie

Les mêmes items seront proposés durant les tests afin de pouvoir les mettre en relation et établir une véritable analyse de l'évolution des élèves.

On vérifie au cours des tests s'ils arrivent à distinguer la notion de réponse et d'argumentation et lorsqu'ils proposent une réponse, s'ils sont capables d'argumenter.

Pour atteindre cet objectif, l'enseignant peut placer les élèves devant une proposition de résolution de problème rédigée par un élève fictif, en leur demandant d'indiquer si cet élève donne ou non une réponse juste et si la ou les raison(s) qu'il invoque le sont aussi.

2.4.1- Les règles utilisées

L'observation du choix des règles utilisées par les élèves est également déterminante dans l'analyse de l'évolution de leur compréhension de la notion.

Il peut être formulé la proposition suivante de classement des règles :

- La règle spontanée : si le nombre se termine par 0, 2, 4 ... , il s'agit d'un multiple de 4.
- La règle de base : le comptage de 4 en 4. Cette règle est efficace mais montre ses limites avec les grands nombres.
- Recours à la définition de multiple.
- Méthode de la moitié, du quart et de la division.
- Étude des deux derniers chiffres.
- Arguments inclassables qui proviennent des familles ou de leur entourage.

2.4.2- L'évolution des connaissances

Le travail sur les connaissances arithmétiques est un travail de longue haleine. Il semble complexe d'établir des indicateurs à propos de l'évolution des connaissances dans ce domaine et des effets du travail de la divisibilité par 4.

On pourra cependant chercher à constater l'évolution de l'utilisation des critères de divisibilité, par exemple sur les multiples de 5 et de 2. Et dans la continuité de ce travail, noter si les élèves raisonnent toujours de la manière suivante : en estimant par exemple que 340 est un multiple de 5 parce qu'il se termine par 0, ou en proposant un raisonnement équivalent à : 300 est dans la table de 5 parce que (5×60) et 40 est également dans la table de 5 parce que (5×8) .

Dans le cas présent, l'abandon de la règle simple au profit d'une complexification peut paraître contradictoire. En réalité, le fait que les élèves dans la deuxième proposition cherchent à comprendre en décomposant montre qu'ils s'éloignent de la simple application de méthode qui ne démontre elle pas de compréhension particulière de la notion.

Un autre point essentiel est celui de pouvoir évaluer la persistance en mémoire des apprentissages chez les élèves. La méthode envisagée est celle de laisser en jachère ce travail pendant un certain temps et de le reprendre pour constater ce que les élèves auront réellement retenu et de quelle manière. Et ce, en observant notamment :

- Le réinvestissent lors des exercices,
- Les stratégies autour du nombre,
- Si les résultats mémorisés de certains multiples de 4 abordés lors des recherches sur la divisibilité par 4, sont mobilisés lors de séance de calcul mental.

Les expériences menées par l’IREM de Grenoble tendent à montrer que ce travail permet d’améliorer la fluidité dans le calcul et les stratégies de calcul.²²

On peut également en déduire qu’il facilitera l’utilisation de stratégies au moment de l’apprentissage de la division en CM1. Si ce travail semble contribuer à une progression positive de l’apprentissage et à son maintien dans le temps, qu’en est-il du développement des capacités d’argumentation chez les élèves ?

2.4.3- Évolutions des capacités d’argumentation.

Au cours de la première phase (phase de découverte et d’appropriation du problème), la validation de l’appartenance du nombre aux multiples de 4 se fait par validation de procédure.

Par exemple, dans le cas où un élève émet pour le nombre 60, la proposition (15×4) , il a besoin pour être sûr et la valider de revenir à une procédure antérieure qui consiste à compter de 4 en 4. Pour que la proposition acquiert une valeur de vérité et devienne pérenne aux yeux des élèves, il est nécessaire qu’ils puissent l’éprouver.

Les élèves vont aussi confirmer leurs connaissances en les validant lors de phases collectives de débat. Il y a ainsi deux points importants et distincts à retenir :

- La production des arguments fournis à propos d’une proposition ;
- La recevabilité de ces arguments.

Ainsi, afin de déterminer les progrès des élèves dans leur capacité à argumenter, les différentes recherches prennent en considération plusieurs critères que je propose de retenir et mettre en œuvre :

- Le passage de la pluralité d’arguments plus ou moins valides à un seul argument.
- La production d’exemples significatifs, représentatifs des règles qu’ils sont en train d’élaborer.
- L’analyse du rôle assigné aux exemples fournis et de celui du contre-exemple lors des mises en commun.

²² Ibid p.18.

2.5- Observations possibles de la pluralité d'arguments à l'unicité

L'exemple ci-dessous est repris d'une mise en œuvre et d'un travail d'observation de l'équipe de l'IREM de Grenoble²³ dans des classes de CM1.

Question posée aux élèves :

- 158 est-il dans la table de 4 ?

Propositions de quatre élèves :

- **1^{er} élève** : « oui, je regarde la fin du nombre si c'est pair ou impair »
- **2^{ème} élève** : « non, parce que dans la table du 4, on compte de 4 en 4 parce que $4 \times 14 = 56$ »
- **3^{ème} élève** : « non, parce que 4×20 fait 160, 4×19 fait 76 et entre il n'y a rien. »
- **4^{ème} élève** : Pas de proposition.

Proposition finale des élèves de la classe après un travail de mise en commun de 15 min

- «NON, il n'est pas dans la table du 4 parce que $4 \times 40 = 160$ et si on enlève 4 ça fait 156 ».

On remarque ici que les propositions des élèves relèvent de règles différentes.

Et la proposition finale a été élaborée après un travail qui a duré 15 minutes environ. Les élèves lisent leur réponse et durant cette mise en commun s'opèrent des corrections et des modifications de point de vue chez les élèves. *Détails ci-dessous.*

²³ Ibib p.18.

Détail des échanges pour la mise en commun de la proposition finale

- Le 2^{ème} élève corrige alors l'erreur du 3^{ème} en indiquant que $[2 \times 20 = 40]$ et que $[2 \times 40 = 80]$.
- Le 1^{er} élève maintient sa position ainsi que le 3^{ème} qui, malgré l'explication, confirme que (4×20) cela fait 160.
- Le 2^{ème} élève et le 4^{ème} élève se concentrent sur le fait que 100 fait partie de la table de 4 car $[4 \times 25 = 100]$.
- Ensuite vient la discussion du calcul global : ce calcul n'est plus à faire puisque l'élève garde à l'esprit la décomposition avec 100. Son intérêt se porte donc naturellement sur le nombre, en excluant la centaine, soit seulement 58.
Et il se pose la question : 58 est-il dans la table de 4 ?
 (4×29) puis (4×40) , ils trouvent 160.
- « On peut descendre de 2 crans ! » dit l'un des élèves.
- Un autre élève lui répond : « si tu recules de 4, ça fait 156 »
- Puis tous se mettent d'accord sur la réponse « non ».

Lors de cet échange, il semble régner une grande confusion due à la difficulté des élèves à entrer dans la logique de leurs camarades. Néanmoins, on note une évolution dans l'argumentation lorsque les élèves montrent que 100 est un multiple de 4, leur permettant ainsi de se concentrer sur l'autre partie du nombre en ayant utilisé la décomposition additive.

L'équipe de l'IREM de Grenoble²⁴ qui a mis en œuvre cet exercice, validera également cette évolution en observant l'utilisation de cette procédure de décomposition dans d'autres cas que les élèves auront à résoudre par la suite. Il existe une évolution des procédures au cours des séances qui atteste d'une évolution de la pratique d'argumentation chez les élèves. Lorsque l'on peut constater une reprise de ces procédures dans plusieurs exercices, il est en effet possible de déduire que les élèves élaborent de nouvelles règles. Toutefois, cette élaboration de nouvelles règles ne préfigure pas la remise en cause de celles qui ne fonctionnent pas.

Il est important d'expliquer aux élèves que les règles sont amenées à évoluer et à passer par plusieurs stades : de règles locales pour tendre vers des règles générales. Or la difficulté pour les

²⁴ Ibid p.18.

élèves est de produire des règles générales. Ainsi, la phase de remise en question des règles fausses est importante afin que les élèves puissent accéder aux étapes suivantes.

Les règles sont dans un premier temps constituées d'arguments qui permettent aux élèves de répondre à la question locale, puis les échanges leur permettent de construire la règle pour le cas général. L'enseignant sera le garant du bon déroulement des débats pour que les règles fausses soient bien éliminées et que ce ne soit pas l'enjeu social du groupe qui domine le débat. Toutefois, comme évoqué précédemment, il est difficile pour les élèves de formuler des règles générales. Ils vont majoritairement utiliser des exemples qui, au fur et à mesure des réitérations, permettront la généralisation, la graduation de l'évolution de leur compréhension les aidant à valider ou non le statut de la règle générale.

Prenons l'exemple où des élèves établissent que les grands nombres sont multiples de 4 lorsque le nombre défini par les dizaines et les unités est lui-même multiple de 4.

10 224 -> on sait que $24 = 6 \times 4$ donc 10 224 est un multiple de 4.

Les échanges lors des mises en commun sont aussi des moments privilégiés pour faire apparaître des preuves. Les élèves vont ainsi valider la recevabilité de chaque règle.

Un autre exemple proposé par l'IREM de Grenoble²⁵ est :

Les 7 règles élaborées sont affichées au tableau :

- 1- On prend un nombre quelconque plus petit que celui qu'on cherche. On multiplie ce nombre par 4. On avance ou on recule de 4 en 4 selon le résultat et le nombre que l'on cherche.
- 2- On regarde si ce nombre se termine par 4, 8, 2, 6, 0.
- 3- Pour qu'un nombre soit dans la table du 4, Il faut que la moitié de ce nombre soit paire. Exemple 36 : la moitié de 36 est 18 qui est un nombre pair, donc on peut faire encore la moitié qui est 9, ' et si on multiplie 9 par 4, on obtient 36.
- 4- Tous les nombres de la table de 4 ont un quart qui est un nombre entier.
Exemple :
 $60/4 = 15$ ou bien le quart de 60 est 15.
 $25/4 = 6, \dots (6,25)$, il ne s'agit pas d'un nombre entier.

²⁵ Ibid. p.18.

- 5- Pour voir si un nombre est dans la table du 4, on fait la moitié du nombre ou le quart.
Exemple 28 est le quart de 112, 88 est la moitié de 176.
- 6- Pour savoir si un nombre est dans la table de 4, il faut partager ce nombre.
- 7- Si c'est un grand nombre, on prend les d et u et on regarde la table de 4 prolongée, si le petit nombre (formé avec d et u) y est, cela veut dire que le grand nombre est dans la table de 4.
- Ex : 12 013 n'y est pas parce que 13 n'est pas dans la table de 4. Ex : 50 224 y est parce que 24 est dans la table de 4.

L'objectif est d'invalider la règle basée uniquement sur le fait qu'un nombre est divisible par 4 si le dernier chiffre est pair. La consigne est de proposer aux élèves de discuter de la règle numéro 2 « on regarde si le nombre se termine par 4, 8, 2, 6, 0 ».

- **Un élève** : « La deuxième proposition n'est pas vraie ».
- **Question de l'enseignant** : « Est-ce que vous pensez tous que cette règle n'est pas vraie ? Pourquoi ? »
- **Un élève** : « Parce que certains nombres qui finissent par 2 ne sont pas dans la table de 4 par exemple 342. »
- **Question de l'enseignant** : « Comment peut-on le prouver ? »
- **Un élève** propose ici un exemple qui lui semble expliquer la règle.

L'objectif de la seconde question est d'orienter les élèves vers la règle 7 qui leur paraît exacte et qui est basée elle aussi sur le fait que l'on ne s'intéresse qu'au dernier chiffre du nombre puisqu'on s'intéresse aux deux derniers chiffres. Dans l'exemple suivant l'élève ne connaît pas la règle et essaie que l'attention (au travers des exemples qu'il propose) se porte sur le chiffre des dizaines.

- **Élève 1** : « Il n'y est pas parce que le 2, ça dépend, par exemple 26 : il n'y est pas parce que cela doit être obligatoire que le chiffre des dizaines est impair ».
- **Question de l'enseignant** : « Que veux-tu dire exactement ? »
- **Élève 1** : « Le nombre des dizaines est toujours impair. Ça ne peut pas se terminer par un 2 ou un 6 ».
- **Question de l'enseignant** : « Tu nous dis que si ça se termine par 2 ou 6, à ce moment-là, il faut aussi que ... ? »

- **Élève 1:** « Que le nombre des dizaines soit impair. »
- **Question de l'enseignant :** « C'est vrai parce que cela dépend du nombre des dizaines. D'autres l'ont constaté aussi ? »
- **Élève 2:** « Il peut y avoir des nombres qui se terminent par 6 et dont le chiffre des dizaines est impair ».

Il est clair que pour l'élève 2, la règle n°2 n'est pas exacte. L'élève va s'employer à démontrer par des contre-exemples que la règle n'est pas vraie. Ici, un seul contre-exemple ne suffira pas.

Les élèves vont difficilement abandonner cette règle, parce que beaucoup de nombres se terminent par ces unités et qu'elle est la traduction de leur observation de la table de Pythagore. Afin que cette règle soit complètement invalidée, l'intervention de l'enseignant et l'utilisation de plusieurs contre-exemples seront nécessaires.

CONCLUSION

Ce travail réflexif avait pour objectif de questionner l'intérêt du débat argumentatif dans les apprentissages et plus particulièrement en mathématiques au cycle 3. Un regard essentiellement axé sur les compétences que la mise en œuvre de ce travail pouvait apporter aux élèves.

Ma première interrogation fut celle soulevée par l'importante littérature sur le sujet datant majoritairement de la fin des années 80 et du début des années 90 alors que le rapport Villani Torossian appelait l'utilisation de cette méthode de ses vœux. Aussi, je me suis questionné sur les raisons de la rareté de cette mise en œuvre et quelles en étaient les principales conséquences pour les élèves.

Concernant le niveau de classe cycle 3 – CM1 et la capacité cognitive des élèves, aucune contre-indication ne s'est faite jour ; à l'inverse même, le constat est que cette pratique peut être envisagée bien plus précocement dans la scolarité. Malgré les nombreuses difficultés rencontrées lors cette année de stage (perturbations engendrées par les mouvements sociaux du dernier trimestre 2019, crise sanitaire liée au SARS-COV-2 et le confinement durant le second trimestre 2020), j'ai pu, par une étude approfondie des mises en situation déjà testées par l'IREM de Grenoble, dégager les principaux avantages et inconvénients que cette pratique engendre. Les mises en situation montrent que cette activité d'argumentation offre aux élèves d'aborder de nombreuses règles et de faire le tri parmi l'ensemble des propositions qu'ils rencontrent. Il est également intéressant de retenir la manière dont les élèves transforment en conjecture l'observation initiale. Ce travail de débat orienté vers l'obtention de règles générales va ainsi faciliter l'appropriation durable de la notion de preuve chez les élèves.

Toutefois, ces débats montrent également certaines limites et notamment celles liées aux contre-exemples. Si la majorité de ces derniers contribue à faire évoluer la formulation des règles auprès des élèves, les arguments parfois erronés peuvent s'avérer très convaincants et contre productifs en l'absence de la médiation de l'enseignant. Il est donc utile de rappeler que le travail de mise en commun demande une grande maîtrise de toutes les règles vraies ou fausses qui peuvent en émerger, rendant la formation et la préparation des enseignants essentielles.

Les conclusions qui se dégagent suite à cette activité d'argumentation pratiquée chez les élèves sont celles non seulement d'une compréhension plus fine des notions mathématiques abordées,

d'une meilleure appréhension de l'enjeu de l'argumentation mais également d'une plus grande prise en compte de la nécessité d'une justification suite à une affirmation.

L'argumentation semble donc réellement contribuer à apporter de nouvelles compétences aux élèves grâce à une meilleure capacité à formuler de manière autonome des conjectures et à effectuer leurs recherches de preuve pour déterminer la valeur d'une proposition, compétences clés pour la poursuite de leur scolarité dans de bonnes conditions.

ANNEXE : BIBLIOGRAPHIE

OUVRAGES

ADAM JM, « Linguistique et discours littéraire – Larousse - 1976

ARISTOTE L'Organon 5 vol. traduction Tricot, Paris, 1995.

ARSAC G. « L'origine de la démonstration : essai d'épistémologie didactique » Recherches en didactique des mathématiques 8.3, 1987.

BLANCHE R La logique et son histoire d'Aristote à Russell, A. Colin', 1973.

BRASSART D. « Le développement des capacités discursives chez l'enfant de 8 à 12 ans », Revue Française de Pédagogie n° 90, 1990.

BOUVIER A. L'argumentation philosophique — étude de sociologie cognitive, PUF, 1995.

BROUSSEAU G. « Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques », RDM 7/2, 1990.

DUVAL R. « Pour une approche cognitive de l'argumentation n Annales de Didactique et de Sciences Cognitives (3—1990).

DUVAL R. « Structure du raisonnement déductif et apprentissage de la démonstration », Educational Studies, 22-1991.

DUVAL R. « Argumenter, démontrer, expliquer: continuité ou rupture cognitive », « petit x » n° 31, 1992-1993.

DUVAL R. et EGRET M.A. « Introduction à la démonstration et apprentissage du raisonnement déductif » Repères—IREM n° 12, 1993.

ERMEL « Apprentissages numériques et résolution de problèmes » - Hatier - 2001

ERMEL « De l'argumentation vers la preuve en mathématiques au cycle 3 » - INRP – 1999 – pp. 63 - 97

GOANOAC'H. D« Mémoire et fonctionnement cognitif » - Armand Collin, 2000.

GOLDER C. Argumenter : de la justification a la négociation, Archives de Psychologie, Ed. Médecine et Hygiène, Genève, 1992, Vol. 60, n° 232 p. 3-24.

GOLDER C. Le développement des discours argumentatifs, Delachaux et Niestlé, 1996.

GOLDER C. La production de discours argumentatifs : revue de questions, RFP n° 116, 1996.

GRIZE J.B. De la logique a l'argumentation, Droz, 1982.

GRIZE J.B. « Logique et langage », Ophrys, 1990.

GRIZE J.B., PIERAULT—LE BONNËC G. « La contradiction », PUF, 1989.

HOUDÉ O. , « La psychologie de l'enfant », PUF, 2011

IREM de LYON. « Initiation au raisonnement déductif » (G. Arsac, " G. Chapon, A. Colona, G. Germam', Y. Guichard, M. Mante).

Perelman C., Olbrechts-Tyteca L. « Traité de l'argumentation, la nouvelle rhétorique » - UBlire - 2008

TOULMIN Stephen. « Les usages de l'argumentation », PUF, 1993.

PUBLICATIONS

Actes du 7e colloque Inter-IREM « Épistémologie et histoire des mathématiques » : La démonstration mathématique dans l'histoire

<http://publimath.univ-irem.fr/biblio/IWH90001.htm>

ARSAC G. « Les recherches actuelles sur l'apprentissage de la démonstration et les phénomènes de validation en France ».

http://www.numdam.org/article/PSMIR_1989__S6_27_0.pdf

BALACHEFF N. « Processus de preuve et situations de validation », Educational Studies in Mathematics - 147-176, 1987. '

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01619264/document>

BALACHEFF N. Une étude du processus de preuve en mathématique chez des élèves de collège, Thèse, Université Joseph Fourier Grenoble — 1988.

https://www.researchgate.net/publication/281884478_Une_etude_des_processus_de_preuve_en_mathematique_chez_des_eleves_de_college

BRASSART D. « Explicatif, argumentatif, descriptif, narratif et quelques autres... » - 1990

http://www.revue-recherches.fr/wp-content/uploads/2016/07/21_Brassart_R13.pdf

BROUSSEAU G. « Éducation et didactique des mathématiques », 1999

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00466260/document>

DOUAIRE.J, CHARNAY.R, VALENTIN.D, « Formuler, critiquer et argumenter en mathématiques : un exemple au CM1 – Repères – 1998 – 17 – pp. 139- 148

https://www.persee.fr/doc/reper_1157-1330_1998_num_17_1_2254

DUVAL R. « Argumenter, démontrer, expliquer : continuité ou rupture cognitive », « petit x » n° 31, 1992-1993.

https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/31x5_1570192011747-pdf

DUVAL R. et EGRET M.A. « L'organisation déductive du discours ». Annales de Didactique et de Sciences Cognitives (1989).

<http://numerisation.univ-irem.fr/ST/IST89003/IST89003.pdf>

LABRELL F. « Que nous apprennent les recherches sur l'étayage parental des connaissances des jeunes enfants pour la mise en place des apprentissages langagiers à l'école maternelle ? » - Revue française de pédagogie – 2005 – 151 – pp. 17-28

https://www.persee.fr/doc/rfp_0556-7807_2005_num_151_1_3272

Rapport Villani Torossian. « 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques »

<https://www.education.gouv.fr/21-mesures-pour-l-enseignement-des-mathematiques-3242>

Richard (Jean-François). — *Les activités mentales. Comprendre, raisonner, trouver des solutions* - Revue française de pédagogie – Année 1991 pp. 119-121

https://www.persee.fr/doc/rfp_0556-7807_1991_num_94_1_2484_t1_0119_0000_1

SITOGRAFIE

IREM de Grenoble :

Liens :

<https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/revues/grand-n/consultation/numero-3-grand-n/7-la-preuve-de-la-multiplication-532581.kjsp>

https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/12n2_1563366887452-pdf

<https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/revues/grand-n/consultation/numero-4-grand-n/numero-004-grand-n-1974--453174.kjsp>

https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/24n2_1563351634343-pdf

RÉSUMÉ

Le mémoire « Quelles compétences le débat mathématique permet-il de développer en CM1 ? » ambitionne de questionner l'importance du travail d'argumentation en mathématiques au cycle 3, à travers la verbalisation et l'activité de débat. L'enjeu est de déterminer les compétences que ce travail d'argumentation permet aux élèves d'acquérir. La première partie du mémoire porte sur l'évolution de la pratique du débat d'un point de vue historique et plus précisément du débat en mathématiques ainsi que sur les capacités cognitives à mobiliser chez les élèves. La seconde partie est consacrée aux modalités de mise en œuvre au sein d'une classe de CM1 et aborde des propositions d'activités concourant à l'atteinte des objectifs du travail de l'argumentation chez les élèves ainsi que l'évaluation des bénéfices de ce procédé. En raison du contexte sanitaire exceptionnel lié à l'épidémie actuelle et aux mesures obligatoires de confinement depuis plus de deux mois, la mise en pratique n'a pu être réalisée au sein de la classe de CM1.

The dissertation « What skills can be developed in the mathematical debate in CM1 ? » aims to question the importance of argumentation work in mathematics in cycle 3, through verbalisation and debate activity. The challenge is to determine the skills that this argumentation work enables pupils to acquire. The first part of the dissertation deals with the evolution of the practice of debate from a historical point of view, and more precisely of debate in mathematics, as well as the cognitive capacities to be mobilized in students. The second part is devoted to the modalities of implementation within a CM1 class and discusses proposals for activities that contribute to the achievement of the objectives of argumentation work among students as well as the evaluation of the benefits of this process. Due to the exceptional health context linked to the current epidemic and to the compulsory containment measures for more than two months, it has not been possible to carry out the practical implementation in the CM1 class.