



**HAL**  
open science

# Les variables didactiques en résolution de problèmes favorisent-elles l'apparition de la procédure experte ?

Aurélie Dussutour

► **To cite this version:**

Aurélie Dussutour. Les variables didactiques en résolution de problèmes favorisent-elles l'apparition de la procédure experte ?. Education. 2020. dumas-03009295

**HAL Id: dumas-03009295**

**<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-03009295>**

Submitted on 17 Nov 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**CY Cergy Paris UNIVERSITÉ – INSPÉ de l'académie de Versailles**  
Site de Cergy Hirsch

Année universitaire 2019-2020

## **MÉMOIRE**

présenté en vue d'obtenir le **Master**

**Mention : « Métiers de l'Enseignement, de l'Education et de la Formation 1<sup>er</sup>  
degré »**

**Parcours : « Professeur des écoles »**

---

# **Les variables didactiques en résolution de problèmes favorisent-elles l'apparition de la procédure experte ?**

**Aurélie DUSSUTOUR**

---

Directeur de mémoire : **Monsieur Karim AKEB**

Jury :

**Monsieur Karim AKEB** Formateur, INSPE de l'académie de Versailles, site de Cergy Hirsch  
[Civilité Prénom NOM] Fonction, établissement

Date de soutenance : [mois]/2020

# Remerciements

Je souhaite remercier l'Université de CERGY-PONTOISE pour m'avoir accueillie lors de mon Master. Merci à Mesdames Valérie DESBIZET et Fanny MARCHIANO de m'avoir soutenue durant mes années de Master ainsi que lors de mes stages.

Je remercie mon directeur de mémoire, Monsieur AKEB Karim, qui m'a guidée et aidée dans le choix et le développement de mon mémoire. Il m'a appris à me questionner et à avoir une analyse réflexive de ma pratique enseignante.

À ma directrice d'école, à ma binôme ainsi qu'aux autres enseignants qui m'ont aidée à avoir confiance en mon travail tout en me faisant part de leurs expériences et à découvrir ce métier.

Merci infiniment à mes élèves pour cette incroyable année, qui malgré quelques difficultés, a été émouvante et enrichissante.

Je remercie mes enseignants de Master, ma promotion pour les échanges et les bons moments. Ainsi que le groupe 22 (classe transplantée) avec qui j'ai passé de très bons moments et qui m'a aidée à surmonter les nombreuses difficultés.

Je remercie mes proches, ma famille qui ont cru en moi et m'ont soutenue tout au long de mes études.

Enfin, je tiens à remercier tous ceux qui m'ont aidée dans l'élaboration de mon travail.

# Résumé

**Mots-clés :** résolution de problème, objectif, procédure experte, variables didactiques, efficacité de la multiplication, raisonnement des élèves, influence des choix de l'enseignant

Un rituel hebdomadaire en résolution de problèmes avec ma classe de CM1-CM2 m'a amenée à me questionner sur ma pratique enseignante et sur le travail de mes élèves. Je m'interroge sur l'influence que peuvent avoir les variables didactiques au sein des problèmes que je donne à mes élèves, notamment dans le choix des procédures qu'ils mettent en place. Je souhaite observer comment ces différentes variables peuvent intervenir dans l'émergence de la procédure experte. Ainsi dans ce mémoire, je vais décrire mes observations concernant les travaux de mes élèves, travaux effectués au sein de problèmes complexes, et notamment multiplicatifs.

# Abstract

**Keywords:** problem solving, objective, expert procedure, didactic variables, multiplication efficiency, student reasoning, influence of the teacher's choices

A weekly ritual in problem solving with my CM1-CM2 class led me to question my teaching practice and the work of my students. I wonder about the influence that didactic variables can have within the problems that I give to my students, especially in the choice of procedures that they put in place. I would like to observe how these different variables can intervene in the emergence of the expert procedure. Thus in this thesis, I will describe my observations concerning the work of my pupils, work carried out within complex problems, and in particular multiplicative.

# Table des matières

<b>Remerciements</b> .....	<b>2</b>
<b>Résumé</b> .....	<b>3</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>4</b>
<b>Table des matières</b> .....	<b>5</b>
<b>Introduction</b> .....	<b>7</b>
<b>I. Partie théorique</b> .....	<b>8</b>
I.1. Le cadre institutionnel .....	8
<i>I.1.1. La résolution de problèmes dans les programmes</i> .....	8
<i>I.1.2. L'évolution dans les programmes</i> .....	9
I.1.2.1. Les programmes de 2008.....	9
I.1.2.2. Les programmes de 2015.....	9
I.1.2.3. Les programmes de 2018.....	10
I.1.2.4. Comment a évolué la place de la résolution de problèmes dans les programmes ? .....	11
<i>I.1.3. Enjeux pour l'enseignant</i> .....	11
I.2. La résolution de problèmes.....	12
<i>I.2.1. Qu'est-ce qu'un problème ?</i> .....	12
<i>I.2.2. Les différents types de problème</i> .....	13
I.2.2.1. Concernant les problèmes multiplicatifs.....	14
I.2.2.2. Concernant les problèmes de divisions.....	15
<i>I.2.3. L'importance du raisonnement</i> .....	16
<i>I.2.4. L'appropriation d'un problème</i> .....	16
<i>I.2.5. Les variables didactiques</i> .....	18
<i>I.2.6. Difficultés prévisibles et aides éventuelles</i> .....	18
<b>II. Partie pratique</b> .....	<b>20</b>
II.1. Analyse de la séance 5 (1 <sup>ère</sup> partie) .....	20
<i>II.1.1. Analyse a priori</i> .....	20
II.1.1.1. Procédures possibles des élèves.....	21
II.1.1.2. Difficultés prévisibles et aides éventuelles .....	21
II.1.1.3. Analyse des travaux d'élèves.....	22
<i>II.1.2. Analyse a posteriori</i> .....	22
II.1.2.1. Déroulement de la séance .....	22
II.1.2.2. Analyse de ma séance .....	23
II.1.2.3. Bilan.....	24
II.2. Analyse de la séance 5 (2 <sup>ème</sup> partie).....	24
<i>II.2.1. Analyse a priori</i> .....	24
II.2.1.1. Procédures possibles des élèves.....	25
II.2.1.2. Procédures possibles des élèves.....	25
II.2.1.3. Difficultés prévisibles et aides éventuelles .....	26

II.2.1.4. Analyse des travaux d'élèves.....	27
II.2.2. <i>Analyse a posteriori</i> .....	28
II.2.2.1. Déroulement de la séance .....	28
II.2.2.2. Analyse de ma séance .....	28
II.2.2.3. Bilan.....	29
II.3. Analyse de problèmes complexes.....	30
II.3.1. <i>Analyse des problèmes mixtes</i> .....	30
II.3.1.1. La complexité et l'organisation des calculs dans un problème.....	30
II.3.1.2. Jouer avec les variables didactiques.....	30
II.3.1.3. Remédiation .....	31
<b>Conclusion</b> .....	<b>33</b>
<b>Bibliographie</b> .....	<b>35</b>
<b>Annexes</b> .....	<b>36</b>
<i>Annexe 1 : Séquence en résolution de problème cycle</i> .....	37
<i>Annexe 2 : Fiche de préparation de séance</i> .....	38
<i>Annexe 3 : Photos de travaux d'élèves (Pb Parking)</i> .....	39
<i>Annexe 4 : Photos de travaux d'élèves (Pb bateau de croisière, Activité 3)</i> .....	40

# Introduction

J'exerce ma profession à l'école Paul LANGEVIN 2 à VILLIERS-LE-BEL en cycle 3, dans une classe à double niveau de CM1-CM2. J'ai 20 élèves : 7 CM1 et 13 CM2, dont une élève allophone. La majorité des cours se fait en classe entière, sauf pour certaines matières qui nécessitent de différencier le niveau d'enseignement. Ma classe est très hétérogène sur le plan des réussites et des erreurs effectuées par les élèves, et il n'y a pas de grandes différences entre les CM1 et les CM2. J'ai environ quatre élèves qui sont moteur de classe, la moitié de la classe qui essaye de progresser, et quatre élèves en grandes difficultés dans les apprentissages. Je souhaite faire réussir tous mes élèves, avec une attention particulière pour les élèves en difficultés.

Avec mon binôme, nous nous sommes réparties les matières. Ainsi en mathématiques, j'enseigne toute la géométrie ainsi que les grandeurs et mesures. Je m'occupe aussi des résolutions de problèmes. Mais ce n'est pas cette répartition qui m'a motivée pour faire un mémoire en mathématiques. Avec mes élèves j'ai instauré un rituel en mathématiques sous forme d'énigmes logiques et de problèmes que l'on résout une fois par semaine, le matin, pendant 30 minutes. Ce rituel me permet de travailler la résolution de problèmes, et notamment d'analyser avec les élèves les procédures qu'ils utilisent. Mon objectif est de les amener à faire évoluer leur procédure de résolution de problèmes dans le but de trouver celle qui est la plus rapide et la plus efficace, et afin que d'eux-mêmes ils puissent la réutiliser dans d'autres situations.

C'est cette situation qui m'a décidée à choisir les mathématiques comme objet de mon mémoire. J'ai été confortée dans cette idée par l'article de Bernard CHARLOT paru dans le bulletin de l'APMEP en juin 1987, et étudié en ce début de Master 2 à l'INSPE de CERGY. « *Ce qui est important pour l'élève n'est pas de connaître la solution, c'est d'être capable de la trouver lui-même et de se construire ainsi, à travers son activité mathématique, une image de soi positive, valorisante, face aux mathématiques.* » (Charlot, 1987)

Dans les diverses situations d'apprentissages que j'ai menées, j'ai rencontré des difficultés à faire ressortir la procédure experte. Faire émerger la procédure experte est une tâche complexe, je m'intéresse à comment faire émerger cette procédure. Et plus précisément comment montrer aux élèves l'efficacité (la procédure la plus efficace et la plus rapide) de la multiplication. C'est pour cette raison que la problématique de mon mémoire est la suivante :

## **Comment les variables didactiques influent-elles sur l'émergence de la procédure experte ?**

Dans une première partie nous verrons les différentes dimensions de la résolution de problème côté élèves et côté enseignant. Puis dans une deuxième partie, nous analyserons l'impact des variables didactiques sur les procédures des élèves grâce aux données recueillies sur le terrain.

# I. Partie théorique

En première partie nous effectuerons une analyse théorique de la résolution de problèmes en observant le cadre institutionnel existant, les programmes, et en nous référant aux travaux de plusieurs chercheurs.

## I.1. Le cadre institutionnel

En premier lieu nous étudierons l'évolution des programmes en matière de résolution de problèmes.

### I.1.1. La résolution de problèmes dans les programmes

Les méthodes et outils pour apprendre correspondent au domaine 2 du socle commun de connaissances, de compétences et de culture. Ce dernier permet aux élèves d'acquérir des méthodes et des outils pour être en capacité d'apprendre tout au long de leur scolarité comme de leur vie, en développant l'autonomie, l'entraide et la coopération. Au sein de ce domaine 2 figure la résolution de problèmes car l'élève doit être capable « *d'acquérir des connaissances et des compétences, il met en œuvre les capacités essentielles que sont l'attention, la mémorisation, la mobilisation de ressources, la concentration, l'aptitude à l'échange et au questionnement, le respect des consignes, la gestion de l'effort. Il sait identifier un problème, s'engager dans une démarche de résolution, mobiliser les connaissances nécessaires, analyser et exploiter les erreurs, mettre à l'essai plusieurs solutions, accorder une importance particulière aux corrections.* » (Décret n°2015-372 relatif au socle commun de connaissances, de compétences et de culture, 2015).

Un accent est mis sur la recherche, la compréhension, les procédures et l'analyse des erreurs afin de trouver la solution. On s'intéresse plus au raisonnement de l'élève qu'au résultat du problème, et ce dès le plus jeune âge. Le plus important en résolution de problème n'est pas que l'élève trouve la solution mais le cheminement pour y parvenir, qu'il comprenne comment il a fait et la procédure qu'il a utilisée. Dès la maternelle les enseignants proposent des situations problèmes aux élèves dans lesquelles il faut comparer, réunir, augmenter ou diminuer, distribuer et partager. Ces situations problèmes se complexifient tout au long de la scolarité avec l'apprentissage des nombres, du calcul et des opérations.

Nous allons nous intéresser particulièrement au cycle 3.

## **I.1.2. L'évolution dans les programmes**

### **I.1.2.1. Les programmes de 2008**

Les programmes de 2008 préconisent que « *la pratique des mathématiques développe le goût de la recherche et du raisonnement, l'imagination et les capacités d'abstraction, la rigueur et la précision. Du CE2 au CM2, dans les quatre domaines du programme, l'élève enrichit ses connaissances, acquiert de nouveaux outils, et continue d'apprendre à résoudre des problèmes* » (Bulletin Officiel [BO] - hors-série n°3 relatif au programme de CE2-CM1-CM2, 2008). Une place importante est accordée à la résolution de problèmes et il faut faire comprendre aux élèves que ce n'est pas uniquement le résultat qui compte. Si un élève rencontre des difficultés, le fait est que s'il arrive à élaborer des stratégies par lui-même pour les résoudre, cela est plus valorisant, renforce sa confiance en soi et l'encourage à surmonter les difficultés.

Les programmes de 2008 s'intéressent particulièrement à donner du sens aux apprentissages en explicitant l'objectif : pourquoi on fait cela à l'école, quel est l'intérêt, le réutilisera-t-on dans la vie quotidienne... Cet objectif transmis par l'enseignant doit être clair pour les élèves : « *la résolution de problèmes liés à la vie courante permet d'approfondir la connaissance des nombres étudiés, de renforcer la maîtrise du sens et de la pratique des opérations, de développer la rigueur et le goût du raisonnement* » (Bulletin Officiel [BO] - hors-série n°3 relatif au programme de CE2-CM1-CM2, 2008).

L'enseignant doit guider les élèves dans la tâche : il s'agit de donner envie de résoudre des problèmes sur des thématiques proches de la réalité pour qu'ils puissent comprendre la situation plus facilement et s'appropriier le problème.

### **I.1.2.2. Les programmes de 2015**

Avec les programmes de 2015, l'accent est mis sur l'interdisciplinarité des enseignements, notamment en contextualisant les problèmes. Il s'agit de faciliter l'atteinte d'un but commun en confrontant des approches différentes autour du même problème. Le domaine 2 du socle commun de connaissances, de compétences et de culture « *a pour objectif de permettre à tous les élèves d'apprendre à apprendre, seuls ou collectivement (faire varier les modalités de travail afin de favoriser les échanges entre pairs), en classe ou en dehors, afin de réussir dans leurs études et, par la suite, se former tout au long de la vie. Les méthodes et outils pour apprendre doivent faire l'objet d'un apprentissage explicite (clarifier l'objectif auprès des élèves : qu'est-ce qu'on veut leur faire apprendre/comprendre ?) en situation, dans tous les enseignements et espaces de la vie scolaire.* » (Bulletin officiel spécial [BO] n°11 relatif aux programmes d'enseignement de l'école élémentaire et du collège, 2015). La résolution de problèmes regroupe plusieurs compétences transversales, c'est-à-dire qu'elle dépasse les

cloisonnements entre les disciplines. Il s'agit des compétences suivantes (qui ne sont pas seulement utilisées en mathématiques) : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer et communiquer.

Un accent est mis sur le travail de groupe, favorisant ainsi les interactions entre pairs qui développent la coopération, l'argumentation et l'explication. Cela permet de donner des outils variés aux élèves. Les problèmes proposés doivent inciter à utiliser une multitude de procédures pour les résoudre avant de trouver la meilleure en comparant et en analysant les résultats.

### **I.1.2.3. Les programmes de 2018**

Dans les programmes de 2018 est mise en avant la transdisciplinarité des enseignements : il s'agit de faire acquérir aux élèves des compétences qui dépassent les cloisonnements entre les disciplines afin qu'ils comprennent mieux le monde qui les entoure.

On y retrouve aussi l'importance du travail de groupe et de la résolution de problèmes : « *la résolution de problèmes constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens.* » (Bulletin Officiel [BO] n°30 relatif aux programmes d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), du cycle de consolidation (cycle 3) et du cycle des approfondissements (cycle 4) : modification, 2018).

Vérifier qu'une compétence est acquise ne revient pas seulement à vérifier que l'élève est capable de la réutiliser et de mobiliser ses connaissances, dans n'importe quelle situation sortie du contexte d'un exercice d'entraînement. Il faut prendre en compte tous les aspects d'une compétence, c'est-à-dire l'ensemble des ressources dont elle est constituée (connaissance, capacités à mobiliser) et le contexte au sein duquel elle intervient (documents, outils mis à disposition). « *Les compétences s'exercent dans des situations contextualisées mais diversifiées qui impliquent un processus d'adaptation (et non de reproduction de mécanismes) et de transfert d'une situation à l'autre* » (La notion de compétence). Un élève peut maîtriser une compétence lors d'exercices d'entraînement en remobilisant ses connaissances mais avoir des difficultés à s'adapter face à un exercice complexe où les connaissances à mobiliser ne sont pas explicites. Un rappel est fait sur la contextualisation des problèmes issus de la vie courante ou issus d'autres enseignements. Il s'agit de proposer des situations de la vie quotidienne dans les problèmes : ces situations doivent aider à la compréhension du problème et à son appropriation.

Le cycle 3, - cycle de consolidation qui comprend le CM1, le CM2 et la 6ème, vise une progression dans la résolution de problèmes et insiste sur l'acquisition des bases. Il tend vers « *l'automatisation des techniques écrites de calcul introduites précédemment (addition, soustraction et multiplication), ainsi*

*que les résultats et procédures de calcul mental du cycle 2, mais aussi à construire de nouvelles techniques de calcul écrites (division) et mentales. Enfin il consiste aussi à introduire des notions nouvelles comme les nombres décimaux, la proportionnalité ou l'étude de nouvelles grandeurs (aire, volume et angle notamment). » (Bulletin Officiel [BO] n°30 relatif aux programmes d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), du cycle de consolidation (cycle 3) et du cycle des approfondissements (cycle 4) : modification, 2018).*

#### **I.1.2.4. Comment a évolué la place de la résolution de problèmes dans les programmes ?**

En 2008, les programmes incitaient les enseignants à donner du sens aux apprentissages : donner l'objectif aux élèves, leur montrer ce qu'ils doivent retenir et pourquoi ; cela notamment en inscrivant les problèmes dans la réalité et dans un environnement proche des élèves. L'objectif est de renforcer les connaissances nécessaires à la résolution d'un problème et de développer la rigueur et la précision chez les élèves.

En 2015, la résolution de problèmes est au cœur des programmes et le BO reprend les idées des programmes de 2008 en ajoutant un nouvel enjeu : l'interdisciplinarité des enseignements. Les programmes favorisent une contextualisation des problèmes et préconisent aux enseignants d'explicitier les situations d'apprentissage. Un accent est mis sur les interactions entre pairs car elles permettent aux élèves d'acquérir des nouvelles méthodes et des outils pour apprendre.

En 2018 le BO affirme davantage sa position en faveur de l'interdisciplinarité des enseignements ainsi que sur la nécessité des travaux de groupes. Les programmes accordent une plus grande place à la résolution de problèmes dans les apprentissages mathématiques. Un accent est mis sur l'acquisition des bases du savoir mathématique.

#### **I.1.3. Enjeux pour l'enseignant**

L'enseignant doit faire en sorte que tous ses élèves réussissent, et pas seulement les plus performants. Cela passe par plusieurs aspects : connaître ses élèves, connaître leurs points forts et leurs difficultés, et savoir s'adapter. L'enseignant doit adapter le contenu de son travail à ses élèves et non pas l'inverse : c'est-à-dire que l'enseignant doit proposer des contenus accessibles à tous et s'adapter au rythme de ses élèves. Il doit être capable de différencier et prendre en compte tous les élèves dans les apprentissages, en sachant que tous ne vont pas au même rythme et n'ont pas les mêmes difficultés. On retrouve ces différents aspects dans le référentiel de compétences des métiers du professorat et de l'éducation. Il y a notamment deux compétences nécessaires à mon enseignement de la résolution de

problèmes, qui sont aussi valables pour n'importe quel autre enseignement : « *Connaître les élèves, comprendre comment ils apprennent ainsi que les diverses procédures qu'ils utilisent en résolution de problèmes* ».

Pour ce faire il faut observer les élèves aussi bien dans leur attitude que dans leur travail, afin de mieux comprendre les difficultés qu'ils rencontrent. Il faut « *prendre en compte la diversité des élèves* » (Cycle 3 - cycle de consolidation, 2018) pour s'adapter à chaque élève et réussir à tous les faire progresser.

Pour mettre en place ces compétences, il est nécessaire de s'informer sur la façon d'enseigner les mathématiques et plus précisément sur la résolution de problèmes : cela en comprenant l'évolution des courants de pensées et des représentations que l'on se fait des problèmes et de la réussite en mathématiques.

Dans cette première section de la partie théorique, nous avons constaté que l'approche de la résolution de problèmes a évolué au cours des années, et qu'il en résulte plusieurs enjeux pour l'enseignant.

Il est à présent nécessaire de savoir comment en tant qu'enseignante je peux essayer de choisir un problème en vue de répondre aux objectifs des programmes.

## **I.2. La résolution de problèmes**

Avant d'être amenée à comprendre comment en tant qu'enseignante je peux choisir le problème adéquat pour remplir les objectifs des programmes, il est impératif de définir avec précision ce qu'est un problème.

### **I.2.1. Qu'est-ce qu'un problème ?**

Tout au long de notre scolarité, nous avons souvent entendu « résolvez ce problème », « trouvez la solution de l'exercice ». Mais concrètement, quelle est la différence entre un problème et un exercice ? En effet dans les deux cas il faut répondre aux questions et trouver le résultat. Dans ce mémoire, on se limitera aux mathématiques : « *pour nous (ici Jacques BAIR chercheur en mathématiques, Gentiane HAESBROECK et Jean-Jacques HAESBROECK pédagogues et chercheurs en mathématiques) un problème, sous-entendu de mathématiques, est donc un exercice de recherche qui constitue pour celui qui s'y attaque un « défi » (action d'affronter quelque chose, son résultat, inciter à la réalisation d'une chose difficile, réponse à une telle situation) qui mobilise ses facultés et aptitudes de compréhension et de mise en œuvre des connaissances dans des situations inédites.* » (Bair, Haesbroeck, & Haesbroeck, 2000).

La différence se fait au niveau du contenu d'apprentissage. Un exercice est souvent en lien avec une notion étudiée à un moment précis : les élèves connaissent donc le savoir mathématique mis en jeu et peuvent l'utiliser. Alors que dans un problème, les élèves doivent réinvestir par eux-mêmes ce savoir et trouver la ou les procédures pour atteindre un objectif.

Il est nécessaire pour l'enseignant d'identifier l'objectif visé lorsqu'il donne un problème à ses élèves, ainsi que les compétences mobilisées. Est-ce que le problème favorise la mise en place de stratégies par les élèves, ou est-ce qu'il favorise une procédure particulière (notamment une procédure experte) afin de donner du sens à un apprentissage ?

### **I.2.2. Les différents types de problème**

Comme nous l'avons vu précédemment, la résolution de problèmes permet de donner aux élèves « des outils mathématiques » et de favoriser le raisonnement. Pour aider l'enseignant à sélectionner un problème et envisager les difficultés des élèves, il existe une classification des problèmes dans les documents d'accompagnement des programmes. Il y a différents types de problèmes : « *les problèmes dits de réinvestissement, les problèmes pour chercher, les problèmes pour construire de nouvelles connaissances et les problèmes complexes* ». (Bulletin officiel spécial [BO] n°11 relatif aux programmes d'enseignement de l'école élémentaire et du collège, 2015).

Gérard VERGNAUD nous propose une typologie qui montre que les difficultés des élèves ne résident pas seulement dans le choix de l'opération, mais dans le type de problème qu'on leur donne. Il distingue les problèmes additifs et soustractifs des problèmes multiplicatifs et de division. (La résolution de problèmes et la typologie de Vergnaud, 2018).

Il décompose les problèmes additifs et soustractifs en trois grandes catégories :

- La composition de deux états : il s'agit d'une situation avec trois grandeurs dont deux données. Soit on cherche le résultat, soit on cherche une des données manquantes.
- La transformation d'un état : il s'agit d'un état initial qui subit une transformation pour aboutir à un état final. Soit on recherche l'état final, soit on recherche la transformation, soit on recherche l'état initial.
- La comparaison d'état : il s'agit de comparer deux états notamment, avec l'expression « de plus/de moins ». Soit on recherche l'un des états, soit on recherche la comparaison.

Il distingue deux types de problèmes multiplicatifs :

- La configuration rectangulaire : il s'agit de chercher à construire le concept de la multiplication.
- La multiplication : il s'agit de trouver le nombre total d'éléments par une addition répétée en utilisant la multiplication.

Il distingue deux types de problèmes de division :

- La division quotient : il s'agit de calculer le nombre de paquets identiques que l'on peut faire dans une collection en connaissant la valeur d'un paquet.
- La division partition : il s'agit de calculer la valeur d'un paquet connaissant le nombre de paquets identiques que l'on peut faire dans une collection.

### I.2.2.1. Concernant les problèmes multiplicatifs

L'activité 1 que j'ai proposée à mes élèves est de résoudre un problème avec multiplication, qui met en avant la recherche du nombre total d'éléments.

**Activité 1 :** Kevin a eu 19 boîtes de chocolats à Noël. Dans une boîte de chocolats, il y a 28 chocolats. Combien a-t-il de chocolats ?

**Solution experte :** utiliser la multiplication  $\rightarrow 19 \times 28 = 532$ . Kevin a 532 chocolats en tout.

**Procédures possibles des élèves :**

- Utiliser des schémas.
- Utiliser l'addition répétée (l'élève va répéter l'ajout de groupe de 28, car chaque groupe de 28 est matérialisé par une boîte de chocolat :  $28 + 28 + 28 + \dots + 28 = 532$ ).
- Tâtonner en utilisant la multiplication ( $28 \times 10 = 280$  ;  $280 \times 2 = 560$ ) : l'élève s'approche progressivement du résultat et il peut utiliser une soustraction pour terminer son raisonnement ( $560 - 28 = 532$ ).
- Utiliser la multiplication : si l'élève a bien compris la construction décimale du nombre, il va aboutir à  $19 \times 28 = 532$ , qui est la procédure experte.

L'activité 2 que j'ai proposée à mes élèves est de résoudre un problème qui met en avant le concept de la multiplication.

**Activité 2 :** Un pâtissier crée une grande tablette de chocolat. Elle compte 23 rangées de 12 carrés chacune.

Combien de carrés de chocolat constituent cette tablette ?

**Solution experte :** utiliser la multiplication  $\rightarrow 23 \times 12 = 276$ . Cette tablette est constituée de 276 carrés de chocolats.

### Procédures possibles des élèves :

- Utiliser des schémas, représenter la tablette de chocolat (imaginer toutes les rangées est assez long).
- Utiliser l'addition réitérée (l'élève va réitérer l'ajout de groupes de 23, car chaque groupe de 23 est matérialisé par une rangée de 12 carrés :  $23 + 23 + 23 + \dots + 23 = 276$ ).
- Tâtonner en utilisant la multiplication ( $12 \times 10 = 120$  ;  $120 \times 2 = 240$  ;  $12 \times 2 = 24$ ) et l'addition ( $240 + 24 + 12 = 276$ ).
- Utiliser la multiplication : si l'élève a bien compris la construction décimale du nombre, il va aboutir à  $23 \times 12 = 276$ , qui est la procédure experte.

J'ai choisi ces deux problèmes pour donner du sens à la multiplication et l'instaurer comme procédure experte.

### I.2.2.2. Concernant les problèmes de divisions

L'activité 1 que j'ai proposée à mes élèves est de résoudre un problème de division partition qui met en avant une situation de partage.

**Activité 1 :** Le grand-père de Jade a acheté une boîte de chocolats à chacun de ses 4 petits-enfants.

Il a dépensé 48€ en tout.

Quel est le prix d'une boîte ?

**Solution experte :** utiliser la division =>  $48 \div 4 = 12$ . Une boîte de chocolats coûte 12€.

### Procédures possibles/attendues des élèves :

- Utiliser des schémas, représenter les 4 enfants et répartir au fur et à mesure les 48€ (imaginer les tours de distributions est assez long).
- Tâtonner, chercher à reconstruire 48.
- Utiliser la multiplication (4 fois quoi fait 48 ?)

Et l'activité 2 que j'ai proposée à mes élèves est de résoudre un problème de division quotient qui met en avant une situation de groupement correspondant à la recherche du nombre de parts.

### Procédures possibles/attendues des élèves :

**Activité 2 :** Jeanne a acheté du ruban. Elle a une bande de ruban de 75cm.

Combien peut-elle faire de rubans de 6cm ?

**Solution experte :** utiliser la division ->  $75 \div 6 = 12$ (reste 3). Jeanne peut faire 12 rubans de 6cm et il restera 3cm.

- Utiliser l'addition répétée (l'élève va répéter l'ajout de groupe de 6, car chaque groupe de 6 est matérialisé par un ruban :  $60 + 6 + 6 = 72$ )
- Utiliser la soustraction répétée (l'élève va répéter le retrait d'un groupe de 6, car chaque groupe de 6 est matérialisé par un ruban :  $75 - 60 = 15$  ;  $15 - 12 = 3$ )
- Utiliser la multiplication (si l'élève a bien compris la construction décimale du nombre, il va aboutir à  $12 \times 6 + 3$ . C'est l'égalité de la division euclidienne qui apparaît ici : cela va permettre d'amener le principe de division et sa construction par la suite.

J'ai choisi ces deux problèmes pour donner du sens à la division, montrer aux élèves les deux aspects de la division et démontrer que la véritable difficulté n'est pas dans l'enseignement de la technique de la division mais dans la différence entre la division quotient et la division partition.

### **I.2.3. L'importance du raisonnement**

En mathématiques mais aussi dans les autres enseignements, ce n'est pas seulement le résultat qui compte mais le cheminement de l'élève pour y parvenir. L'élève doit avant tout comprendre la situation qui lui est proposée, c'est-à-dire le problème, afin de commencer à se le représenter mentalement et mettre en perspective les différentes possibilités pour le résoudre. Pour résoudre un problème, l'élève commence par utiliser diverses procédures, soit en tâtonnant, soit en testant différentes méthodes, soit en réutilisant des techniques déjà vues. Il doit être capable de réinvestir des connaissances et des outils qu'il a déjà vus et choisir ceux qui lui seront le plus utiles. C'est lorsque l'élève arrive à faire cela par lui-même qu'il apprendra le mieux, comprendra le problème et pourra éventuellement le réutiliser dans une autre situation.

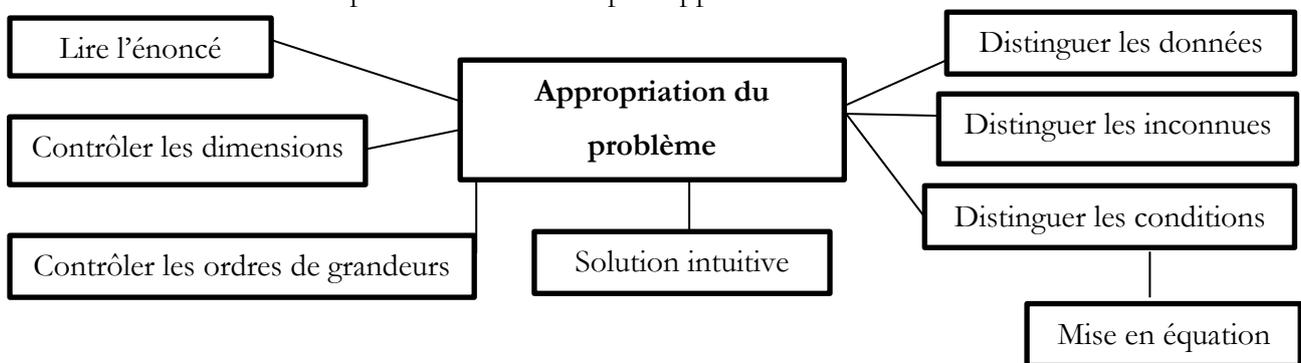
L'enseignant doit faire comprendre aux élèves que l'important ce n'est pas uniquement le résultat du problème, mais leur raisonnement. « *Ce n'est pas la solution du problème en elle-même qui est le véritable but de la recherche, c'est le fait que je réussisse à trouver cette solution et donc que je réussisse à comprendre par moi-même ce qui faisait problème.* » (Julo, 1995).

### **I.2.4. L'appropriation d'un problème**

Résoudre un problème demande aux élèves de mobiliser plusieurs compétences simultanément : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer et communiquer. Pour utiliser ces compétences, les élèves doivent comprendre l'énoncé du problème, la situation initiale, trouver les informations nécessaires à sa résolution et élaborer des stratégies. Il est ainsi important que les élèves s'approprient les problèmes afin de mieux les comprendre et les analyser. Cela passe par la compréhension de

l'énoncé qui, a priori, « a l'air assez simple ». Mais pourtant la majorité de mes élèves ont des difficultés à lire efficacement un énoncé (je pense que je ne suis probablement pas la seule enseignante qui rencontre cette difficulté car certaines études montre qu'« un nombre important de jeunes de 15 ans ne disposent pas des compétences de base en résolution de problèmes » d'après les résultats de l'enquête PISA de 2012) (OCDE, 2014). L'enseignant doit faciliter cette compréhension en explicitant la situation, le sens des mots, la structure des phrases, notamment lors des questions afin de comprendre les informations essentielles.

L'appropriation d'un problème nécessite de nombreuses démarches de la part des élèves. Voici ci-dessous un schéma (Bair, Haesbroeck, & Haesbroeck, 2000) expliquant tous les facteurs qui permettent l'appropriation d'un problème. Tous ces facteurs ne sont pas forcément imbriqués ensemble mais ils sont complémentaires les uns par rapports aux autres.



#### Légendes d'accompagnement du schéma :

- Lire l'énoncé : c'est-à-dire comprendre l'ensemble des données d'un problème, comprendre la situation en étant notamment capable de reformuler la situation posée.
- Contrôler les dimensions : identifier le type de problème, s'agit-il d'un problème additif, soustractif, multiplicatif ou de division ? => Typologie des problèmes de VERGNAUD.
- Contrôler les ordres de grandeurs : il s'agit d'identifier si la solution du problème est possible. Si elle ne l'est pas l'élève peut s'approcher du résultat. On retrouve cette situation dans les problèmes avec des calculs de nombres décimaux où il faut arrondir à un ou deux chiffres (ou plus) après la virgule.
- Solution intuitive : il s'agit de la connaissance directe, immédiate de la réponse qui ne nécessite pas le recours au raisonnement. Elle n'aboutit pas nécessairement à la solution optimale.
- Distinguer les données : l'élève doit extraire les informations utiles de l'énoncé, celles qui lui permettront de résoudre le problème.
- Distinguer les inconnues : l'élève doit être capable de comprendre ce que l'on cherche à savoir, s'il s'agit de la recherche de l'état initial, de l'état final ou d'une étape intermédiaire.

- Distinguer les conditions : l'élève doit identifier les obstacles à surmonter et réfléchir afin de savoir comment procéder pour résoudre le problème.
- Mise en équation : il s'agit de proposer une ou plus procédures et de les tester. Cela correspond au raisonnement de l'élève pour arriver au résultat à l'école primaire. Au collège et au lycée, la mise en équation fait l'objet d'un apprentissage long où les données manquantes sont progressivement remplacées par des lettres.

### **I.2.5. Les variables didactiques**

Dans une situation d'apprentissage, l'enseignant peut utiliser diverses variables didactiques. Elles provoquent des adaptations, des changements et des évolutions de stratégie. On les utilise pour simplifier ou complexifier une tâche en fonction de notre objectif. L'enseignant peut jouer sur ces variables pour favoriser de nouveaux apprentissages, faire émerger des connaissances qui sont des outils nécessaires à la résolution de problèmes. Il existe différentes variables (Mathématiques au cycle 2 - Résolution de problèmes, 2009):

Variables cognitives :

- La nature des opérations arithmétiques à effectuer
- La taille des nombres
- Le contexte, le type de situation proposée

Variables ergonomiques :

- La complexité de l'organisation des calculs à effectuer, c'est-à-dire le nombre de données à traiter, prévoir et ordonner
- Le nombre d'opérations de même nature à effectuer

Variables informationnelles :

- La complexité formelle de l'énoncé (lisibilité des phrases, vocabulaire utilisé, l'ordre des informations)
- Les informations dites « inutiles » (nombre, forme...)

### **I.2.6. Difficultés prévisibles et aides éventuelles**

La lecture de l'énoncé :

- l'élève doit se représenter la situation, le contexte => aides : choisir des énoncés en rapport avec la vie quotidienne, proposer les énoncés à l'oral, faire reformuler l'énoncé par les élèves, mimer l'énoncé, l'illustrer par des dessins, schémas, croquis, photographies...

- l'élève doit se représenter la tâche, ce qu'on cherche, il doit identifier la catégorie à laquelle appartient le problème (additif et soustractif, multiplicatif ou de division), reconnaître la structure du problème => aides : faire un schéma, utiliser un problème de référence, entraide par binôme.

Le vocabulaire : l'élève doit connaître les termes spécifiques => travailler sur la différence entre le langage courant et le langage mathématique, utiliser un vocabulaire adapté : différence, somme, soustraire, diminuer, ajouter, partager...

La forme et la place de la question : l'élève doit identifier ce que l'on cherche et comprendre la question qui lui est posée => aides : formuler la question en début d'énoncé pour aider l'élève à anticiper et sélectionner les données importantes, lire l'énoncé sans lire la question et demander aux élèves ce qu'ils ont compris (par dessin ou à l'écrit), entraîner les élèves à trouver des questions pour chaque catégorie de problème.

Les données du problème : l'élève doit s'appropriier les données du problèmes, distinguer les informations utiles et inutiles, connaître les techniques et les automatismes pour traiter les données => aides : simplifier les données numériques (utiliser des nombres plus petits), entraîner les élèves aux différents types de calculs (calcul mental, calcul automatisé, calcul posé), utiliser les relations entre les nombres (doubles, multiples...), utiliser des unités de mesure que les élèves ont déjà vu, jouer sur les variables didactiques (réduire ou augmenter le nombre de données, la valeur des données).

Les différentes étapes du problème : l'élève doit être capable de remettre les informations de l'énoncé dans l'ordre et identifier les différentes étapes pour résoudre le problème. Les informations peuvent être explicites ou implicites => aides : trouver la ou les questions intermédiaires, travailler avec les élèves sur l'ordre d'apparition des données, parfois il est plus facile de les inverser afin de faciliter le passage à l'opération.

Pour conclure cette section consacrée à la résolution des problèmes, nous pouvons affirmer que l'enseignant doit avant toute chose établir des objectifs clairs pour ses séances, en vue d'accompagner les élèves dans le cheminement qui les amènera à résoudre des problèmes. Seule cette définition précise des objectifs lui permettra d'anticiper les difficultés à surmonter, et de favoriser les apprentissages en respectant le rythme de chacun.

Nous pouvons conclure plusieurs idées phares de cette première partie consacrée à l'analyse théorique de la résolution de problèmes. La place de la résolution de problèmes a évolué dans les programmes, et elle occupe aujourd'hui une place majeure, tant en mathématiques que dans les autres apprentissages. Il en résulte des enjeux auxquels l'enseignant doit répondre en adoptant une méthode

rigoureuse. Elle consiste à définir en amont de ses séances des objectifs clairs qui permettront un cheminement progressif des élèves vers les solutions expertes. Cela lui permettra d'anticiper les difficultés tout en permettant de s'adapter à l'hétérogénéité du groupe d'élèves. Or, les apprentissages effectués dans le cadre de la résolution de problèmes se répercuteront sur l'ensemble de la scolarité des élèves, qui auront compris l'importance d'avoir un raisonnement rigoureux.

Nous allons à présent appliquer ces principes dans la partie pratique de ce mémoire.

## II. Partie pratique

### Justification du choix de la séquence

J'ai choisi d'analyser une séquence qui concerne la résolution de problèmes, car dans le cadre de mon stage j'ai instauré cette dernière sous forme de rituel mathématique hebdomadaire (cf. Annexe 1 : fiche de préparation de séquence). J'ai analysé une autre partie de cette séquence (sur les problèmes de division) dans le cadre de mon Master en rédigeant un dossier d'évaluation sur une séquence d'apprentissage en mathématiques. La résolution de problèmes est un sujet tellement vaste qu'il faudrait plusieurs mémoires pour tout traiter. Je souhaite m'informer encore davantage sur ce sujet et notamment sur la multiplicité des procédures et sur la procédure experte. C'est pour cette raison que j'ai décidé d'analyser une séance relative aux problèmes multiplicatifs.

### II.1. Analyse de la séance 5 (1<sup>ère</sup> partie)

#### II.1.1. Analyse a priori

Initialement j'avais prévu de faire une seule séance sur la multiplication, mais en observant le travail de mes élèves j'ai constaté que mes CM1 n'utilisaient pas la multiplication, de même qu'une partie de mes CM2 : les élèves favorisaient plutôt l'addition réitérée. Par conséquent, j'ai choisi de consolider d'abord les bases, notamment en multiplication, car il est primordial de savoir manipuler celle-ci et d'en comprendre le sens avant de pouvoir la réinvestir dans des problèmes plus complexes (cf. Annexe 2 : fiche de préparation de séance).

L'activité 1 que j'ai proposée à mes élèves consiste à résoudre un problème avec multiplication.

**Activité 1 :** Un parking automatique de 21 étages permet de garer 17 voitures par étage. A l'entrée du parking, il est annoncé 19 places de libres.

Combien de voitures sont garées ?

**Solution :** procédure experte : utiliser la multiplication  $17 \times 21 = 357$

$357 - 19 = 338$ . Il y a 338 voitures garées dans le parking.

### II.1.1.1. Procédures possibles des élèves

- Utiliser des schémas.
- Utiliser l'addition répétée (l'élève va répéter l'ajout de groupes de 17, car chaque groupe de 17 est matérialisé par un étage :  $17 + 17 + 17 + \dots + 17 = 357$ ) puis la soustraction ( $357 - 19 = 338$ )
- Tâtonner en utilisant la multiplication ( $17 \times 10 = 170$  ;  $170 \times 2 = 340$ ) : l'élève s'approche progressivement du résultat et il peut utiliser une addition ainsi qu'une soustraction pour terminer son raisonnement ( $340 + 17 = 357$  ;  $357 - 19 = 338$ ).
- Utiliser la multiplication : si l'élève a bien compris la construction décimale du nombre, il va aboutir à  $21 \times 17 = 357$  qui est la procédure experte. Et il va ensuite soustraire les 19 places libres ( $357 - 19 = 338$ ).

**Tâche de l'élève :** résoudre individuellement le problème suivant :

Activité 1 : Un parking automatique de 21 étages permet de garer 17 voitures par étage. A l'entrée du parking, il est annoncé 19 places libres.

Combien de voitures sont garées ?

**Solution : procédure experte : utiliser la multiplication  $17 \times 21 = 357$   
 $357 - 19 = 338$ . Il y a 338 voitures garées dans le parking.**

### II.1.1.2. Difficultés prévisibles et aides éventuelles

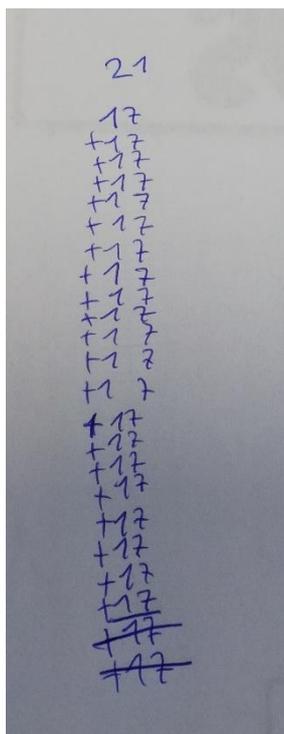
La lecture de l'énoncé : l'élève doit se représenter la tâche, ce qu'on cherche, identifier la catégorie à laquelle appartient le problème (additif et soustractif, multiplicatif ou de division) => aides : reformulation de l'énoncé par les élèves, illustration de la situation.

Le vocabulaire : il peut poser un problème mais dans l'activité que je propose, le langage est courant.

La forme et la place de la question : l'élève doit identifier ce que l'on cherche, et la question peut poser plus de problèmes de compréhension => aides : formuler la question en début d'énoncé pour aider l'élève à anticiper et sélectionner les données importantes ; lire l'énoncé sans lire la question et demander aux élèves ce qu'ils ont compris par un dessin.

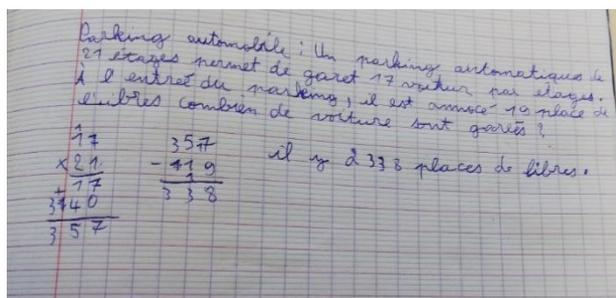
Les données du problème et les différentes étapes : ils peuvent être un obstacle à la compréhension mais dans l'activité que je propose, je ne pense pas que cela sera le cas car toutes les données sont utiles et les informations sont explicites.

### II.1.1.3. Analyse des travaux d'élèves



#### Procédure d'un élève de CM1 :

L'élève a utilisé l'addition répétée, c'est une procédure très longue. Il n'a pas réussi à trouver le résultat. Il s'est trompé dans le nombre de 17 à additionner : au début il avait écrit 23 fois le nombre 17 mais lorsqu'il a vérifié, il s'est rendu compte qu'il aurait dû l'écrire 21 fois. Cet élève a essayé de tout additionner mentalement mais il a eu beaucoup de difficultés à résoudre cette opération : cela faisait trop d'informations à traiter en même temps. Peut-être que si j'avais donné des nombres plus grands, il aurait été obligé d'utiliser une autre procédure.



#### Procédure d'un élève de CM2 :

Cet élève a utilisé la multiplication, qui est la procédure experte. Il a ensuite terminé son raisonnement par la soustraction afin de répondre à l'énoncé. Cet élève a parfaitement compris le problème. Il a utilisé la procédure experte.

Pour voir d'autres procédures d'élèves : Cf. Annexe 3.

## II.1.2. Analyse a posteriori

### II.1.2.1. Déroulement de la séance

J'ai écrit le problème au tableau, les élèves l'ont lu et je leur ai demandé s'ils avaient des questions. Ils ne m'en ont pas posées. C'est pourquoi je les ai laissés entrer seuls dans le problème. Au bout de quelques minutes, certains élèves m'ont demandé de leur réexpliquer le problème car ils n'avaient pas compris l'énoncé. J'ai essayé de le réexpliquer en illustrant la situation, mais cela n'a pas fonctionné. J'ai demandé à l'un de mes élèves qui semblait avoir compris s'il pouvait essayer de reformuler l'énoncé avec ses mots. Les élèves ont compris la moitié de l'énoncé, et se sont lancés dans diverses procédures pour calculer le nombre total de voitures que l'on peut garer dans le parking. Ils n'ont pas pris en

compte la fin de l'énoncé ni la question, ils n'ont pas compris ce que l'on cherchait à savoir. En passant dans les rangs j'ai constaté que seulement deux élèves avaient réussi à résoudre le problème. J'ai autorisé ces deux élèves à aider les autres et j'ai laissé plus de temps au reste de la classe (j'avais prévu dix minutes qui se sont transformées en une vingtaine de minutes).

Ensuite nous avons procédé à la mise en commun, et j'ai demandé à certains élèves d'expliquer à l'oral leur raisonnement et de venir l'écrire au tableau avant de donner le résultat. Je me suis aperçue que quasiment aucun de mes élèves n'avait utilisé la multiplication. J'ai ensuite posé la question « selon vous, quelle est la procédure la plus rapide et la plus efficace pour trouver la solution au problème ? ». Cela a amené à un débat autour des procédures (entre schéma, addition et multiplication) ; chacun a argumenté son point de vue en s'appuyant sur les inconvénients et les avantages des procédures, ce qui a permis de faire émerger la multiplication comme procédure experte.

### **II.1.2.2. Analyse de ma séance**

Pendant la résolution de ce problème, j'ai fait travailler mes élèves individuellement mais j'ai constaté qu'ils avaient des difficultés. Maintenant, lors de ce rituel, je les fais toujours travailler par binôme car je considère que les échanges entre pairs sont une remédiation à certaines difficultés telles que des problèmes de compréhension de l'énoncé ou de mise en place de procédure.

Quand les élèves n'ont pas été d'accord sur la démarche à suivre, chacun a argumenté son point de vue, l'a expliqué et comparé ; ils se sontentraîdés, ont testé, réessayé et tâtonné jusqu'à réussir à se mettre d'accord et vérifier leur hypothèse.

J'ai respecté la durée de ma séance même si j'ai laissé plus de temps aux élèves pour résoudre le problème. Malheureusement, lors de la mise en commun, je n'avais pas suffisamment de procédures différentes pour mener un véritable débat autour de la multiplication comme procédure experte. A l'issue de cette séance, mon objectif est d'amener progressivement les élèves à utiliser la multiplication comme procédure experte dans ce type de problème. L'objectif de ma séance n'a pas été atteint puisque les élèves n'ont pas su réinvestir leurs connaissances et utiliser la multiplication.

Par la suite, j'ai redonné des problèmes qui nécessitaient l'utilisation de la multiplication en jouant sur les variables didactiques, mais j'ai proposé des données beaucoup plus grandes afin que les élèves ne puissent pas utiliser l'addition (procédure trop longue). Il s'agissait des problèmes autour « du bateau de croisière » dont je ferai l'analyse dans une prochaine partie (II-2). Je n'ai malheureusement pas eu le temps de tester d'autres problèmes en « jouant » avec les variables didactiques en raison du confinement.

Ce problème me paraissait assez simple mais il a quand même posé de nombreuses difficultés aux élèves : la multiplication est apparue en dernière opération utilisable plutôt qu'en première (sachant que les élèves sont censés reconnaître les problèmes de multiplication et utiliser la technique opératoire pour les résoudre). Les élèves ont principalement utilisé l'addition.

### **II.1.2.3. Bilan**

Le bilan mitigé de cette séance peut s'expliquer par le choix de mon activité.

Après m'être documentée sur la résolution de problèmes et plus précisément sur les différents types de problème, je me rends compte que je n'ai pas toujours le même objectif dans les problèmes que je propose à mes élèves.

Dans cette activité, je pensais donner un problème multiplicatif où la multiplication devait émerger en tant que procédure experte. Finalement, elle relevait de la mise en place d'une stratégie plus que de la technique opératoire. Cela m'oriente sur la réflexion et les stratégies mises en place par les élèves : comment procèdent-ils ? Par schématisation, dessins, ou calcul ? Cet axe est intéressant mais il est aussi extrêmement vaste. En analysant certaines de mes séances, j'ai observé que les autres problèmes que j'ai proposés à mes élèves m'orientent davantage vers la multiplicité des procédures, ce qui facilite l'émergence la procédure experte. Pour cela, on peut jouer avec les variables didactiques, comme par exemple augmenter les nombres afin de faire émerger la multiplication en tant que procédure experte et lui donner du sens.

J'ai choisi de m'orienter sur mon deuxième axe, c'est-à-dire utiliser la multiplicité des procédures des élèves pour leur faire comprendre quelle est la procédure la plus efficace. Voilà l'objectif que je me fixe maintenant lorsque je donne un problème à mes élèves et prépare ma séquence.

## **II.2. Analyse de la séance 5 (2ème partie)**

### **II.2.1. Analyse a priori**

Depuis que j'ai clarifié mon objectif en résolution de problèmes, qui est d'utiliser la multiplicité des procédures pour amener la procédure experte, j'ai choisi de refaire ma séance en posant des problèmes différents.

L'objectif de ma séquence est de donner aux élèves « des outils mathématiques » et de favoriser le raisonnement (Cycle 3 - cycle de consolidation, 2018). Pour m'aider à sélectionner un problème et envisager les difficultés des élèves, j'ai repris la classification de Gérard VERGNAUD (cf. supra p. 15).

Pour rappel, ce dernier distingue deux types de problèmes multiplicatifs, décrits plus haut : la configuration rectangulaire et la multiplication (cf. supra p. 16).

L'activité 1 que j'ai proposée à mes élèves est de résoudre un problème avec multiplication qui met en avant la recherche du nombre total d'éléments, afin de donner du sens à la multiplication.

**Activité 1 :** Sur un bateau de croisière, il y a 8 étages. A chaque étage, il y a 125 cabines.

Combien de cabines y a-t-il sur ce bateau ?

*Solution experte : utiliser la multiplication  $125 \times 8 = 1000$ . Il y a 1000 cabines sur le bateau.*

### II.2.1.1. Procédures possibles des élèves

- Utiliser des schémas.
- Utiliser l'addition réitérée (l'élève va réitérer l'ajout de groupe de 125, car chaque groupe de 125 est matérialisé par un étage :  $125 + 125 + 125 + \dots + 125 = 1000$ )
- Tâtonner en utilisant la multiplication ( $125 \times 5 = 625$  ;  $125 \times 2 = 250$ ), l'élève s'approche progressivement du résultat et il peut utiliser une addition pour terminer son raisonnement ( $625 + 250 = 875$  ;  $875 + 125 = 1000$ )
- Utiliser la multiplication : si l'élève a bien compris la construction décimale du nombre, il va aboutir à  $125 \times 8 = 1000$ , qui est la procédure experte.

**Activité 2 :** *variable didactique : pour complexifier la situation, rajouter un élément :*

Et une cabine peut accueillir 3 personnes.

Combien de personnes maximums peut-il y avoir sur ce bateau ?

*Solution experte : utiliser la multiplication  $125 \times 8 = 1000$  cabines.*

*$1000 \times 3 = 3000$ . Il peut y avoir au maximum 3000 personnes sur le bateau.*

### II.2.1.2. Procédures possibles des élèves

- Utiliser l'addition réitérée (l'élève va réitérer l'ajout de groupes de 1000, car chaque groupe de 1000 est matérialisé par une cabine :  $1000 + 1000 + 1000 = 3000$ )
- Utiliser la multiplication : si l'élève a bien compris la construction décimale du nombre, il va aboutir à  $1000 \times 3 = 3000$ , qui est la procédure experte.

**Activité 3 :** *variable didactique : pour complexifier la situation, donner tout l'énoncé et augmenter le nombre de données :*

Sur un bateau de croisière, il y a 8 étages. A chaque étage, il y a 125 cabines. Et une cabine peut accueillir 3 personnes. Sachant qu'il reste 19 cabines de libres sur le bateau.

Combien de personnes y'a-t-il sur ce bateau en ce moment ?

*Solution experte : utiliser la multiplication :  $125 \times 8 = 1000$  cabines sur le bateau.*

*$1000 \times 3 = 3000$  personnes au maximum sur le bateau.*

*$19 \times 3 = 57$  personnes ne sont pas présentes.*

*$3000 - 57 = 2943$  personnes. Il y a 2943 personnes sur le bateau.*

**Tâche de l'élève :** résoudre par binôme les problèmes suivants :

Activité 1 : Sur un bateau de croisière, il y a 8 étages. A chaque étage, il y a 125 cabines.

Combien de cabines y a-t-il sur ce bateau ?

*Solution experte :* utiliser la multiplication  $125 \times 8 = 1000$ . Il y a 1000 cabines sur le bateau.

Activité 2 : *variable didactique :* pour complexifier la situation, rajouter un élément :

Et une cabine peut accueillir 3 personnes.

Combien de personnes maximums peut-il y avoir sur ce bateau ?

*Solution experte :* utiliser la multiplication  $125 \times 8 = 1000$  cabines.

$1000 \times 3 = 3000$ . Il peut y avoir au maximum 3000 personnes sur le bateau.

Activité 3 : *variable didactique :* pour complexifier la situation, donner tout l'énoncé et augmenter le nombre de données :

Sur un bateau de croisière, il y a 8 étages. A chaque étage, il y a 125 cabines. Et une cabine peut accueillir 3 personnes. Sachant qu'il reste 19 cabines de libres sur le bateau.

Combien de personnes y'a-t-il sur ce bateau en ce moment ?

*Solution experte :* utiliser la multiplication :  $125 \times 8 = 1000$  cabines sur le bateau.

$1000 \times 3 = 3000$  personnes au maximum sur le bateau.

$19 \times 3 = 57$  personnes ne sont pas présentes.

$3000 - 57 = 2943$  personnes. Il y a 2943 personnes sur le bateau.

### **II.2.1.3. Difficultés prévisibles et aides éventuelles**

La lecture de l'énoncé : l'élève doit se représenter la tâche, ce qu'on cherche, identifier la catégorie à laquelle appartient le problème (additif et soustractif, multiplicatif ou de division) => aides : reformulation de l'énoncé par les élèves, illustration de la situation.

Le vocabulaire : il peut poser un problème notamment dans l'activité 3 que je propose car il faut que l'élève comprenne que les 19 cabines libres correspondent à des personnes en moins sur le bateau.

La forme et la place de la question : l'élève doit identifier ce que l'on cherche, la question peut poser davantage de problèmes de compréhension => aides : formuler la question en début d'énoncé pour aider l'élève à anticiper et sélectionner les données importantes, lire l'énoncé sans lire la question, et demander aux élèves ce qu'ils ont compris par un dessin.

Les données du problème et les différentes étapes : ils peuvent être un obstacle à la compréhension, mais dans les activités que je propose, je ne pense pas que cela sera le cas car toutes les données sont utiles et les informations sont assez explicites. Le problème est divisé en trois parties pour faciliter la compréhension des élèves en difficulté. La dernière activité était pour les binômes qui avaient fini les deux premières et auxquels j'avais donné mon accord.

## II.2.1.4. Analyse des travaux d'élèves

① ① ①  

$$\begin{array}{r} 125 \\ + 125 \\ + 125 \\ + 125 \\ + 125 \\ + 125 \\ + 125 \\ + 125 \\ \hline 1000 \end{array}$$
 ou  $8 \times 125 = 1000$

### Procédure d'un élève de CM1 : (Activité 1)

Cet élève a d'abord utilisé l'addition réitérée qui est une procédure assez longue. De lui-même il a essayé de trouver une méthode plus rapide, ici la multiplication. Il a comparé ses résultats et ayant obtenu la même chose, il a privilégié la multiplication lors de la mise en commun.

② ④  

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 8 \\ \hline 1000 \end{array}$$

### Procédure d'un élève de CM2 : (Activité 1)

Cet élève a été capable de mobiliser ses connaissances afin de réutiliser la multiplication qui est la procédure attendue dite experte.

2 1 étage = 125 cabines  
 $125 \times 4 = 250 \times 2 = 500 \times 2 = 1000$   
 $1000 \times 3 = 3000$   
~~19-3-16~~  
 $19 \times 3 = 57$      $3000 - 57 = 2943$

### Procédure d'un élève de CM1 : (Activité 3)

Cet élève a su extraire les informations importantes du problème. Il a obtenu le bon résultat, néanmoins son écriture pour calculer le nombre de cabines n'est pas correcte car il aurait dû séparer les calculs. Il a su utiliser la multiplication mais principalement par tâtonnement. Lorsqu'il écrit 19-38-57, il peut s'agir soit d'une addition réitérée, soit de l'écriture de la table de 19.

①  

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 8 \\ \hline 1000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3000 \\ - 57 \\ \hline 2943 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 3 \\ \hline 57 \end{array}$$

### Procédure d'un élève de CM2 (Activité 3)

Cet élève a parfaitement compris le problème et a su remobiliser ses connaissances en utilisant la multiplication. Contrairement à l'élève ci-dessus, il a directement posé la multiplication et fait attention aux retenues.

## **II.2.2. Analyse a posteriori**

### **II.2.2.1. Déroulement de la séance**

J'ai écrit les problèmes en décalé au tableau (un par un). J'ai d'abord mis l'activité une et j'ai fait reformuler l'énoncé par les élèves. Je leur ai demandé s'ils pouvaient m'expliquer quelle était la situation et ce qu'on voulait obtenir. J'ai répété cela pour les deux autres activités : les élèves s'arrêtaient dans leur travail le temps de recevoir les explications. Tous ont réussi les deux premières questions, par binôme. Ils ont discuté et échangé sur la démarche à choisir pour résoudre le problème. La moitié de la classe a continué à utiliser l'addition, mais la plupart des élèves se sont aperçus qu'il y avait une technique beaucoup plus rapide, et ils ont fait évoluer leur procédure.

Au début, j'avais prévu de poser tout le problème en une fois mais en le testant autour de moi, - plus précisément sur ma sœur qui est en 6<sup>ème</sup>, j'ai constaté qu'elle avait eu du mal alors que c'est une bonne élève. Elle m'a expliqué qu'il y avait trop d'informations en même temps : j'ai donc décidé de diviser le problème en plusieurs questions.

En divisant le problème, j'ai laissé ceux qui réussissaient en autonomie et je suis passée dans les groupes qui avaient le plus de difficultés. Certains élèves avaient des problèmes de compréhension de l'énoncé, et en le réexpliquant je pense les avoir aidés. D'autres ne savaient pas quelles procédures utiliser pour résoudre le problème, et je leur ai dit de tester diverses procédures afin de voir si cela fonctionnait. En passant dans les groupes, j'ai aussi pris le temps d'analyser le raisonnement de mes élèves. Je leur ai demandé de m'expliquer comment ils avaient fait pour trouver le résultat. J'ai ainsi laissé 30 minutes à mes élèves pour résoudre au moins deux des trois problèmes.

### **II.2.2.2. Analyse de ma séance**

La résolution de problèmes se fait toujours sous forme de rituel les lundi matin : les élèves sont habitués et savent qu'ils vont avoir des énigmes mathématiques à résoudre.

Au début de l'année, je faisais travailler mes élèves individuellement, mais j'ai observé qu'ils avaient des difficultés. Par conséquent, lors de ce rituel, je les fais toujours travailler par binôme car je considère que les échanges entre pairs sont une remédiation à certaines difficultés, telles que des problèmes de compréhension de l'énoncé ou de mise en place de procédure.

Lorsque les élèves ne sont pas d'accord sur la démarche à suivre, chacun argumente son point de vue, l'explique et le compare. Ils s'entraident, testent, réessaient et tâtonnent jusqu'à réussir à se mettre d'accord et vérifier leur hypothèse.

La séance a été légèrement plus longue que prévue : elle a duré 55 minutes au lieu de 45 minutes, car j'ai laissé davantage de temps aux élèves pour résoudre les deux problèmes, et j'ai leur ai laissé aussi plus de temps lors de la mise en commun.

En effet, je considère qu'il était important de débattre des diverses procédures lors de la mise en commun, afin de tenter de faire émerger la multiplication comme la procédure experte. De plus, l'activité 3 a été résolue collectivement au tableau en utilisant la multiplication. J'avais demandé aux élèves qui ne l'avaient pas faite, quelles étaient les informations importantes, et comment ils feraient pour résoudre le problème. Ils m'ont répondu : « on peut réutiliser les informations précédentes » et « on peut utiliser la multiplication ». J'ai ensuite demandé à deux élèves de nous montrer au tableau comment ils faisaient. A l'issue des trois activités, je leur ai demandé quelles étaient les inconvénients et les avantages des différentes procédures utilisées, et quelles procédures ils réutiliseraient s'ils devaient résoudre à nouveau ces problèmes. A l'issue de ce débat, la multiplication a été retenue comme la procédure experte.

Par conséquent, l'objectif de ma séance a été atteint, puisque quasiment tous mes élèves ont su réinvestir leurs connaissances et ont utilisé la multiplication. Maintenant, je dois aider les derniers élèves qui continuent à utiliser l'addition répétée à aller progressivement vers la multiplication.

J'ai la conviction que d'avoir proposé ces problèmes a permis de donner plus de sens à la multiplication pour mes élèves.

### **II.2.2.3. Bilan**

Depuis le problème du parking, j'ai décidé de jouer avec les variables didactiques et plus précisément sur la taille des nombres. Avec l'activité 1 du bateau de croisière et celle du parking, je constate que la taille des nombres influence les procédures de mes élèves. Les élèves font évoluer leur procédure, ils s'adaptent aux données de l'énoncé. Dans l'activité 1 (bateaux de croisière) proposée ci-dessus, j'observe que mes élèves favorisent la multiplication plutôt qu'une addition répétée. Ce constat s'applique à la fois aux CM2 et au CM1 qui d'eux-mêmes se rendent compte de la complexité de l'addition répétée, comparée à la multiplication. Mon objectif a été atteint une fois que mon élève de CM1 m'a expliqué qu'il se rend compte de lui-même que l'utilisation de la multiplication est plus rapide. Dans cette activité, j'ai réussi à montrer aux élèves l'efficacité de la multiplication et ainsi favoriser l'émergence de la procédure experte.

Après avoir testé l'influence des nombres sur l'émergence de la procédure experte, je vais m'intéresser à une autre variable : la complexité de l'organisation des calculs à effectuer, c'est-à-dire le nombre de données à traiter, prévoir et ordonner.

## **II.3. Analyse de problèmes complexes**

### **II.3.1. Analyse des problèmes mixtes**

#### **II.3.1.1. La complexité et l'organisation des calculs dans un problème**

Un problème mixte est un problème qui nécessite au moins deux opérations de catégories différentes (addition, soustraction, multiplication ou division) et une organisation complexe des calculs à effectuer.

Le problème du parking est un problème mixte. En effet, la multiplication seule n'est pas suffisante pour résoudre ce problème, il faut utiliser la multiplication et la soustraction. Les élèves doivent organiser les informations utiles, notamment ordonner les nombres nécessaires à la résolution du problème.

En analysant les travaux de mes élèves, je constate qu'ils ont des difficultés à organiser les calculs lorsqu'il faut mobiliser deux types d'opération. Ils ont réussi à réinvestir la multiplication mais ils n'identifient pas forcément la seconde opération nécessaire, ici la soustraction.

#### **II.3.1.2. Jouer avec les variables didactiques**

Dans l'activité 2 du bateau de croisière, on constate qu'il faut répéter plusieurs fois la multiplication avec des nombres différents. Généralement, les élèves identifient l'utilisation de la multiplication (d'après l'analyse des travaux de mes élèves). Ils ont plutôt bien réussi cette activité.

Dans l'activité 3 du bateau de croisière, plusieurs variables didactiques entrent en jeu (cf. Annexe 4) :

- la complexité formelle de l'énoncé et le nombre d'informations à prendre en compte
- le nombre d'opération de même nature à répéter
- la complexité de l'organisation des calculs à effectuer (prévoir et ordonner les informations utiles)

Lorsque je leur ai posé ce problème, j'ai constaté que les élèves avaient des difficultés pour comprendre l'énoncé et plus particulièrement ce que l'on cherchait à savoir. Après une reformulation des élèves autour de la question, j'ai demandé aux élèves d'entourer les informations qu'ils considéraient comme importantes. Une fois les problèmes de compréhension informationnelle résolus, les élèves ont pu se concentrer sur la résolution du problème.

Le nombre d'opérations de même nature à répéter a été très réussi : les élèves ont su remobiliser leurs connaissances et utiliser la multiplication.

J'observe que c'est la complexité de l'organisation des calculs à effectuer qui leur pose le plus de difficultés.

### II.3.1.3. Remédiation

J'ai décidé de travailler avec les élèves sur la complexité de l'organisation des calculs à effectuer. Pour ce faire, je leur ai donné un problème avec moins d'informations à gérer et des nombres plus petits.

**Activité 4 :** L'entrée du musée coûte 14€ par personne. Combien payera un groupe de 54 personnes sachant qu'ils ont une réduction de 50€ ?

Solution :  $54 \times 14 = 756$

$756 - 50 = 706$

Le groupe payera 706€.

Handwritten student work on graph paper. On the left, a multiplication problem is solved:  $2. \overset{\text{Q}}{54} \times 14$ . The student shows the partial products  $216$  and  $540$ , which are added to get  $756$ . To the right of this calculation, the final answer  $706€$  is written.

Procédure d'un élève de CM2 :

Cet élève a réussi à utiliser la multiplication. Lorsque je suis passée le voir, je lui ai demandé à quoi correspondait le 706 écrit à côté. Il m'a dit que c'était le prix pour tout le groupe. Je lui ai demandé de m'expliquer comment il a fait pour trouver ce résultat. Il m'a expliqué qu'il avait enlevé les 50€ (mentalement) aux 756€ qu'il avait trouvés précédemment.

Cet élève a parfaitement compris le problème : il a su le résoudre et expliciter sa démarche.

Handwritten student work on graph paper. On the left, two multiplication problems are shown:  $54 \times 4 = 216$  and  $54 \times 10 = 540$ . On the right, these two results are added together:  $540 + 216 = 756$ . Then, the final step is shown:  $756 - 50 = 706$ .

### Procédure d'une élève de CM1 :

Cette élève a réinvesti ses connaissances en décomposant le nombre 14. Elle a multiplié le nombre de personnes du groupe par 4 puis par 10 séparément. Elle a ensuite additionné ses deux résultats qui lui donne 756. Elle a enlevé les 50€ à 756 qui lui donne 706. Elle a réussi à résoudre ce problème, mais néanmoins l'écriture de son calcul n'est pas correcte. Lorsque je suis passée la voir, je lui ai demandé de m'expliquer comment elle avait fait pour résoudre ce problème. Je lui ai expliqué que son raisonnement était correct, mais que mathématiquement son calcul était faux : elle ne pouvait pas l'écrire comme cela. Je lui ai demandé de séparer les deux opérations du calcul posé : d'un côté faire l'addition puis de l'autre côté faire la soustraction.

Je constate qu'après avoir diminué le nombre d'informations et la taille de l'énoncé, les élèves ont réussi plus facilement à résoudre ce problème. Lorsque l'on énonce un problème, il faut faire attention à ne pas mettre trop de variables didactiques à la fois, seulement une ou deux en même temps, afin de ne pas perdre les élèves.

**Démontrer aux élèves l'efficacité de la multiplication n'est pas une tâche facile, car il est nécessaire de réussir à détecter et comprendre pourquoi les élèves n'arrivent pas à trouver seuls la procédure experte.**

# Conclusion

Lorsque j'ai commencé à mettre en œuvre mon rituel hebdomadaire de résolution de problèmes avec les CM1-CM2, je leur ai posé des problèmes sans avoir au préalable défini mon objectif avec précision. Grâce à mes tuteurs terrains et mes formateurs de l'université, j'ai appris à questionner mon travail et à me remettre en question.

J'ai compris qu'on ne peut pas se contenter de poser un problème aux élèves : on doit être capable d'anticiper les difficultés qu'ils peuvent rencontrer afin de les aider au mieux. Appliquer les programmes n'est pas suffisant : on doit se les approprier. Avoir une approche pédagogique et didactique n'est pas quelque chose d'inné, et on apprend en permanence en observant nos élèves.

J'ai constaté que la résolution de problème est un terme très vaste, qu'un mémoire seul ne suffirait pas à traiter. Je me suis concentrée sur l'émergence de la procédure experte qui est une tâche longue et difficile, et plus particulièrement sur l'influence des variables didactiques qui permettent de favoriser l'apparition de la procédure experte.

Dans les situations d'apprentissage que j'ai mises en œuvre avec mes élèves, j'ai rencontré des difficultés pour faire ressortir la procédure experte. Démontrer aux élèves l'efficacité de la multiplication est une tâche complexe : pour ce faire, j'ai testé l'influence de différentes variables didactiques, afin de faire percevoir aux élèves l'efficacité de la multiplication.

Je constate qu'en diversifiant les variables didactiques, telles que la taille des nombres ou la complexité et l'organisation des opérations à utiliser, les procédures des élèves évoluent. Néanmoins, il ne faut pas faire jouer trop de variables, en même temps car cela restreint leur efficacité et risque d'égarer les élèves dans leur raisonnement.

Utiliser les variables didactiques en résolution de problèmes, pour faire émerger la procédure experte et donner du sens à la multiplication, peut être une solution. Mais il y en a d'autres : par exemple, l'objet d'un autre mémoire pourrait porter sur la mise en place de stratégies dans une situation-problème qui favoriserait la multiplicité des procédures.

# Bibliographie

- Bair, J., Haesbroeck, G., & Haesbroeck, J.-J. (2000). *Formation mathématiques par la résolution de problème*. De Boeck Université, page 10 chapitre 1.
- Bulletin Officiel [BO] - hors-série n°3 relatif au programme de CE2-CM1-CM2*. (2008, juin 19). Récupéré sur [https://www.education.gouv.fr/bo/2008/hs3/programme\\_CE2\\_CM1\\_CM2.htm](https://www.education.gouv.fr/bo/2008/hs3/programme_CE2_CM1_CM2.htm)
- Bulletin Officiel [BO] n°30 relatif Programmes d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), du cycle de consolidation (cycle 3) et du cycle des approfondissements (cycle 4) : modification*. (2018, juillet 26). Récupéré sur [https://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin\\_officiel.html?pid\\_bo=38047](https://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?pid_bo=38047)
- Bulletin officiel spécial [BO] n°11 relatif aux programmes d'enseignement de l'école élémentaire et du collège*. (2015, novembre 26). Récupéré sur [http://cache.media.education.gouv.fr/file/MEN\\_SPE\\_11/35/1/BO\\_SPE\\_11\\_26-11-2015\\_504351.pdf](http://cache.media.education.gouv.fr/file/MEN_SPE_11/35/1/BO_SPE_11_26-11-2015_504351.pdf)
- Charlot, B. (1987, juin). Qu'est-ce que faire des maths? *APMEP-PLOT n°105 - nouvelle série n°2*, pp. 24-26.
- Cote, Claire avec la collaboration de BERTRAND-POIRIER Danièle, GIANESIN Francesca, PAQUETTE CHAYER Lucille, *Résolution de problèmes*, édition Chenelière didactique, page 20 chapitre 2.
- Cycle 3 - cycle de consolidation*. (2018). Récupéré sur Eduscol: <https://eduscol.education.fr/pid34150/cycle-3.html>
- Décret n°2015-372 relatif au socle commun de connaissances, de compétences et de culture*. (2015, mars 31). Récupéré sur <https://www.legifrance.gouv.fr/affichTexte.do?cidTexte=JORFTEXT000030426718&categorieLien=id>
- Herve, Pascal, *La résolution de problèmes arithmétiques à l'école*, Hatier.
- Julo, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques, un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*. PU Rennes.

*La notion de compétence.* (s.d.). Récupéré sur Académie de Grenoble: [http://www.ac-grenoble.fr/ien.cluses/IMG/pdf/competences\\_vocabulaire.pdf](http://www.ac-grenoble.fr/ien.cluses/IMG/pdf/competences_vocabulaire.pdf)

*La résolution de problèmes et la typologie de Vergnaud.* (2018, mars). Récupéré sur DSDEN 94 - Académie de Créteil: [http://www.dsden94.ac-creteil.fr/IMG/pdf/la\\_typo.pdf](http://www.dsden94.ac-creteil.fr/IMG/pdf/la_typo.pdf)

*Mathématiques au cycle 2 - Résolution de problèmes.* (2009). Récupéré sur [http://ien-stpierre2.ac-reunion.fr/fileadmin/user\\_upload/inspection/2009/anim/math\\_03\\_Resolution\\_de\\_problemes\\_cycle\\_2\\_nov08.pdf](http://ien-stpierre2.ac-reunion.fr/fileadmin/user_upload/inspection/2009/anim/math_03_Resolution_de_problemes_cycle_2_nov08.pdf)

OCDE. (2014, avril). Trouver des solutions créatives : quelles sont les compétences des jeunes de 15 ans en résolution de problème ? *PISA à la loupe, n°38*, pp. 1-4.

# **Annexes**

## Annexe 1 : Séquence en résolution de problème cycle

**Séquence** : résolution de problème : additif, soustractif, multiplicatif et divisible CM1-CM2

### **-Compétences :**

- Observer, chercher, comprendre et essayer de résoudre un problème
- Utiliser ses connaissances, vérifier, communiquer ses résultats et les comparer

### **-Objectifs de la séquence :**

- Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés.
- S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrés, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle.
- Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.
- Trouver la solution experte. Faire évoluer ses procédures.

Séance	Durée	Notions abordées - Objectifs
1	45'	<b><u>Problèmes additifs :</u></b> Obj : Reconnaître une situation dans laquelle des additions sont nécessaires pour la résoudre
2	45'	<b><u>Problèmes soustractifs :</u></b> Obj : Reconnaître une situation dans laquelle des soustractions sont nécessaires pour la résoudre
3	45'	<b><u>Problèmes multiplicatifs :</u></b> Obj : Reconnaître une situation dans laquelle des multiplications sont nécessaires pour la résoudre
4	45'	<b><u>Problèmes mixtes : additions et multiplications :</u></b> Obj : Trouver quels types d'opérations peuvent être utilisés pour résoudre certains types de problèmes
5	45'	<b><u>Problèmes mixtes : soustractions et multiplications :</u></b> Obj : Trouver quels types d'opérations peuvent être utilisés pour résoudre certains types de problèmes
6	45'	<b><u>Problèmes divisibles :</u></b> Obj : Reconnaître une situation dans laquelle des divisions sont nécessaires pour la résoudre
7	45'	<b><u>Problèmes mixtes : soustractions et divisions :</u></b> Obj : Trouver quels types d'opérations peuvent être utilisés pour résoudre certains types de problèmes
8		<b><u>Evaluation</u></b>

## Annexe 2 : Fiche de préparation de séance

### Séance : Problèmes mixtes : additions, soustractions et multiplications : Cycle 3

Séance : n°5

Durée : 40-45min

#### Objectifs spécifiques :

- Acquérir des stratégies et utiliser les diverses procédures pour faire émerger la solution experte (la plus rapide et la plus efficace).
- Comprendre la relation entre la multiplication et la division.
- Réutiliser des connaissances mathématiques : ici la multiplication, la soustraction et l'addition.

#### Compétences :

- Reconnaître un problème qui amène à utiliser la multiplication
- Observer, chercher, comprendre et essayer de résoudre un problème.
- Réinvestir ses connaissances
- Vérifier et comparer ses procédures et ses résultats

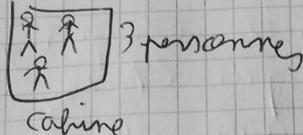
#### Matériel :

- Problèmes différenciés selon le niveau, écrits sur le tableau.
- Cahier de brouillon, ardoise

Individuel puis collectif 5-10 min	<b><u>Lecture et compréhension de l'énigme :</u></b> <b>1- Lecture individuelle</b> Les élèves lisent individuellement l'énigme. Vérification que les élèves ont bien compris les consignes et le vocabulaire, pour éviter qu'un élève reste bloqué suite à un problème de compréhension. Demander s'il y a des mots qu'ils n'ont pas compris, faire reformuler la consigne par les élèves, demander quelles sont les informations importantes. Demander aux élèves de commencer à penser à comment ils peuvent résoudre ce problème.	Énigme écrite au tableau
Binôme 10-15 min	<b><u>Phase de recherche</u></b> <b>2- Travail par binôme</b> Élaboration de diverses stratégies et procédures, confrontation par équipe, argumenter son point de vue. Faire des essais, garder une trace de leur raisonnement (expliquer que les traces écrites sont importantes lors de la mise en commun des résultats). <b>Rôle de l'enseignant :</b> (pour évaluer les connaissances et le potentiel à apprendre en mathématiques des élèves) -Aider les groupes en difficultés en posant des questions intermédiaires. -Noter les difficultés de compréhension que les élèves rencontrent. -Vérifier qu'ils arrivent à remobiliser des connaissances antérieures. -Comment les élèves abordent la tâche ? -Quelles stratégies ont-ils essayées et quelles procédures ont-ils mises en œuvre ? -Les connaissances mathématiques mises en jeu sont-elles mises en évidence ?	Cahier de brouillon Ardoise
Collectif 15-20 min	<b><u>Mise en commun et conclusion :</u></b> Inviter les élèves à expliquer le résultat de leur recherche. Demander aux élèves d'expliquer d'abord leur raisonnement avant de donner la solution, à l'oral. Demander aux élèves, à 2 ou 3 groupes, de venir au tableau noter leurs résultats avec les procédures pour y arriver (des raisonnements différents). Comparer les différentes procédures : quels sont les avantages et les inconvénients de chacune ? Une fois que la solution a été explicitée par les élèves et l'enseignant, on peut revenir sur les difficultés rencontrées (vocabulaires, consignes, nombres...)	Tableau



**Annexe 4 : Photos de travaux d'élèves (Pb bateau de croisière, Activité 3)**

3  3 personnes  
cabine

~~225~~  
x 8  
-----  
2000

$29 \times 3 = 57$   
@ 29  
x 3  
-----  
57

$225 \times 8 =$

2000  
- 57  
-----  
0943  
-----  
Résultat

(Je n'ai pas fait 1000 fois 3)