



**HAL**  
open science

# Une progression de problèmes ouverts pour mieux engager les élèves dans la recherche en résolution de problèmes arithmétiques

Alice Fesneau

## ► To cite this version:

Alice Fesneau. Une progression de problèmes ouverts pour mieux engager les élèves dans la recherche en résolution de problèmes arithmétiques. Education. 2020. dumas-03121851

**HAL Id: dumas-03121851**

**<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-03121851>**

Submitted on 26 Jan 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Année universitaire 2019-2020**

*Master Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation*

*Mention Premier degré*

# **Une progression de problèmes ouverts pour mieux engager les élèves dans la recherche en résolution de problèmes arithmétiques**

**Présenté par Alice Fesneau**

Première partie rédigée en collaboration avec Pauline Mugnier

**Mémoire de M2 encadré par Michèle Gandit**

# SOMMAIRE

<b>1. ETAT DE L'ART .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1. LA RESOLUTION DE PROBLEMES MATHEMATIQUES A L'ECOLE ELEMENTAIRE.....</b>	<b>1</b>
1.1.1. Les différents types de problèmes étudiés à l'école élémentaire .....	2
1.1.1.1. <i>Les problèmes arithmétiques</i> .....	2
1.1.1.2. <i>Les problèmes "pour chercher"</i> .....	3
1.1.2. La demande institutionnelle .....	4
1.1.3. Le développement cognitif de l'enfant.....	5
<b>1.2. COMMENT ENGAGER LES ELEVES DANS UNE ACTIVITE DE RECHERCHE ?.....</b>	<b>6</b>
1.2.1. Qu'est-ce que la dévolution ?.....	6
1.2.2. Comment et quand se crée le processus de dévolution ? .....	7
1.2.2.1. <i>L'enseignant, garant du cadre de recherche</i> .....	7
1.2.2.2. <i>Créer le processus de dévolution</i> .....	8
1.2.3. Les entraves à la dévolution .....	9
1.2.4. Comment conclure l'activité de recherche ? .....	10
<b>1.3. PROBLEMATIQUE .....</b>	<b>11</b>
<b>2. PARTIE EXPERIMENTALE .....</b>	<b>12</b>
<b>2.1. LE CONTEXTE DE L'EXPERIMENTATION.....</b>	<b>12</b>
2.1.1. Les classes de l'étude, le profil des participants .....	12
2.1.2. Une continuité d'une expérimentation passée.....	13
<b>2.2. ANALYSE A PRIORI .....</b>	<b>14</b>
2.2.1. Les problèmes envisagés.....	14
2.2.1.1. <i>La première série de problèmes</i> .....	14
2.2.1.2. <i>La seconde série de problèmes</i> .....	18
2.2.2. Déroulement envisagé et résultats attendus.....	21
<b>2.3. ANALYSE A POSTERIORI ET RESULTATS .....</b>	<b>25</b>
2.3.1. Le temps de la recherche .....	25
2.3.2. La trace écrite individuelle des élèves.....	26
2.3.3. Le nombre de solutions trouvées.....	29
2.3.4. La mise en commun et l'institutionnalisation .....	29
2.3.5. Evaluation post –expérimentale sur des problèmes arithmétiques.....	30

<b>2.4. DISCUSSION – CONCLUSION.....</b>	<b>31</b>
2.4.1. L’importance de la forme des séances et des problèmes, pour chercher ?.....	31
2.4.2. La portée des traces écrites et des échanges entre pairs.....	33
2.4.3. Corrélation entre entraînement à la démarche de recherche et réussite dans la recherche de problèmes arithmétiques .....	33

## **Bibliographie**

## **Annexes**

Le projet d'école de Sablons dans laquelle je suis PES cette année définit l'amélioration des démarches de résolution de problèmes comme axe prioritaire dans son plan 2017 -2020 après que l'équipe enseignante de l'école a constaté des difficultés des élèves à s'inscrire dans une démarche de résolution de problèmes. Les objectifs associés au projet d'école doivent permettre à l'élève d'améliorer la compréhension et la résolution d'un problème notamment par « l'organisation d'informations numériques ou géométriques, justifier et apprécier la vraisemblance du résultat » (projet d'école 2017 - 2020, école de Sablons). C'est ce que l'expérimentation proposée dans ce mémoire va chercher à développer particulièrement. Pour viser cet objectif, il est nécessaire dans un premier temps de comprendre ce qu'est la résolution de problèmes à l'école élémentaire, et comprendre ce qui participe à rendre l'élève responsable de la résolution du problème et par là-même, de prendre en charge la démarche de recherche. L'expérimentation présentée en deuxième partie s'appuie sur cet état de l'art et vise à confirmer ou infirmer si une séquence dédiée aux problèmes ouverts, misant sur des échanges riches entre pairs et une posture de l'enseignant qui invite au questionnement sont des facteurs favorables, voire suffisants pour permettre aux élèves de toute la classe de s'améliorer en résolution de problèmes en général. Est-ce qu'en travaillant plus précisément la phase de recherche sur des problèmes ouverts, on peut faire progresser les élèves dans la résolution de problèmes arithmétiques simples ?

## **1. Etat de l'art**

Pour avancer une hypothèse sur la possibilité de mettre et maintenir en activité de recherche l'ensemble des élèves d'une classe dans la résolution d'un problème, il convient d'établir au préalable un état de l'art sur le sujet. Celui-ci a été établi conjointement avec Pauline Mugnier, étudiante en DU à l'INSPE de Grenoble également. Nous avons choisi de nous questionner d'abord sur ce qu'on appelle la résolution de problèmes à l'école élémentaire : quels sont les problèmes envisagés à l'école ?

### **1.1. La résolution de problèmes mathématiques à l'école élémentaire**

Selon Maud Chanudet (2019), qui cite Monaghan Pool, Roper et Threlfall (2009), Newell et Simon (1972) et Schoenfeld (1985), « un problème doit, pour sa résolution, nécessiter la mise en œuvre d'une procédure, d'un raisonnement, non immédiatement accessible à la personne qui s'y confronte ». Ainsi, un problème n'en est un que si le sujet qui cherche à le résoudre

n'est pas familier avec la démarche qui lui permettra de trouver la réponse (Fagnant, Demonty et Lejong, 2016).

Cette définition implique un certain rapport des élèves au problème alors se pose la question des types de problèmes envisagés à l'école élémentaire : y-a-t-il des problèmes qui favorisent la recherche plus que d'autres ?

### **1.1.1. Les différents types de problèmes étudiés à l'école élémentaire**

Il est possible de classer les problèmes mathématiques travaillées à l'école élémentaire en deux grandes catégories : les problèmes arithmétiques et les problèmes de recherche ou dits "ouverts".

#### *1.1.1.1. Les problèmes arithmétiques*

Les problèmes arithmétiques étudiés à l'école primaire sont des problèmes dans lesquels l'élève doit faire un calcul avec des données de l'énoncé pour pouvoir répondre à une question. Dans ses travaux, Vergnaud (1991) explique que les élèves peuvent avoir des difficultés avec ce type de problèmes, dues au fait que dans la démarche de résolution, "il faut analyser le choix des bonnes opérations et des bonnes données pour résoudre un problème dans lequel il existe plusieurs possibilités de choix" (p. 141).

Les problèmes arithmétiques ont été catégorisés par Vergnaud (1991). Dans ses travaux, le chercheur explique que les problèmes mathématiques et leur représentation (langagière ou non) permettent aux élèves de donner du sens à des concepts. Toujours selon l'auteur, le traitement et la résolution des problèmes arithmétiques à l'école élémentaire obéissent à des schèmes, c'est-à-dire à des marches à suivre invariantes comme des algorithmes. Ainsi, l'élève, qu'il soit capable de traiter la situation qui lui est présentée avec ses connaissances, de manière automatisée ou presque, ou qu'il soit face à une situation qui lui demande un temps de réflexion ou d'exploration, va utiliser des procédures automatisées et va tenter de les transférer à la situation à laquelle il est confronté. Ainsi Vergnaud (1991) a déterminé des classes de situations, de concepts et de représentations liés à traiter avec les élèves : le champ conceptuel des structures additives, c'est-à-dire l'ensemble des situations qui demandent une addition, une soustraction ou une combinaison d'additions et de soustractions pour être résolues, et le champ conceptuel des structures multiplicatives, c'est-à-dire l'ensemble des

situations qui demandent une multiplication, une division ou une combinaison de ces opérations pour être résolues.

Houdement (2017) généralise la catégorisation des problèmes arithmétiques de Vergnaud en appelant les problèmes additifs et multiplicatifs des problèmes “basiques”. L’auteure ajoute à cela les problèmes non “basiques” qui sont des assemblages de problèmes basiques. On les appelle aussi les problèmes à étapes. L’élève, pour résoudre ces problèmes, doit d’abord répondre à des questions intermédiaires qui lui permettront de trouver les informations nécessaires pour répondre à la question principale. L’auteure explique ainsi qu’il est nécessaire pour les élèves de savoir résoudre des problèmes arithmétiques simples pour pouvoir résoudre des problèmes à étapes.

Les problèmes arithmétiques sont donc au cœur de l’apprentissage à l’école élémentaire. Ils ne sont pas pour autant les seuls. D’autres types de problèmes y trouvent leur place : les problèmes pour chercher.

#### *1.1.1.2. Les problèmes “pour chercher”*

Les problèmes pour chercher ont des objectifs différents des problèmes arithmétiques. Ils participent à l’acquisition par les élèves de savoirs transversaux tels que la démarche d’investigation et ses notions d’hypothèses, d’expérimentation et de preuves (Chanudet, 2019). Selon Houdement (2009), lors d’activités de résolution de problèmes de recherche, l’attention du professeur doit davantage viser le processus de recherche mis en jeu que la production d’un résultat. Ainsi, les problèmes « pour chercher » correspondent à une exploitation particulière de problèmes, qui permet aux élèves de développer des compétences transversales de recherche et méthodologiques, telles qu’émettre une hypothèse et la tester, ou encore argumenter (Documents d’application des programmes mathématiques 2002, cycle 3, page 7).

Ainsi, et c’est ce que montre Chanudet (2019), l’un des objectifs des activités de résolution de problèmes ouverts est l’apprentissage de mode de raisonnements. Weil-Barais (1993) en distingue plusieurs types : les raisonnements non-canoniques (qui ne suivent pas de règles bien définies, comme les analogies) et les raisonnements canoniques. Ces derniers, qui peuvent être travaillés à l’école primaire, sont de deux types : le raisonnement déductif (implication logique, raisonnement par l’absurde par exemples) et le raisonnement expérimental (hypothèse et tests d’hypothèse). L’étude de problèmes mathématiques ouverts

impliquant ces types de raisonnement va donc contribuer à les développer chez les élèves. Chanudet (2019, p51-52), d'après les travaux de Houdement (2009), Jeannotte (2015), Weil-Barais (1993) et Choquet-Pineau (2014), liste sur les démarches et types de raisonnements pouvant être mobilisés par des élèves d'école élémentaire :

- “ Les raisonnements déductifs et plus particulièrement : l'implication logique, le raisonnement par disjonction de cas, le raisonnement par étude exhaustive de cas, le raisonnement par l'absurde, le raisonnement par contraposée, le raisonnement hypothético-déductif,
- la mise en oeuvre d'une démarche par essais-ajustements,
- la mise en oeuvre d'une démarche de type expérimental.”

Ces deux types de problèmes (arithmétiques et ouverts) sont essentiels pour apprendre aux élèves la démarche de recherche. Ils ont donc toute leur place dans les programmes de l'école élémentaire.

### **1.1.2. La demande institutionnelle**

« Si l'on veut expliciter rapidement ce que signifie l'expression faire des mathématiques, on dira qu'il s'agit de poser et résoudre des problèmes, qui émergent à partir d'une situation, de nature mathématique ou mathématisable » (Gandit, Triquet et Guillaud, 2010). Cette définition des mathématiques montre toute l'importance de l'apprentissage de la résolution de problèmes. De plus, cette activité permet aux élèves d'acquérir une culture scientifique et de se questionner sur le monde qui les entoure, leur permettant ainsi de devenir des citoyens (MEN, 2019). Ainsi, cette activité fait partie intégrante des programmes de mathématiques à l'école primaire. Elle participe notamment au développement des six compétences majeures : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer (BO 2018). Selon ces mêmes programmes, la résolution de problèmes permet aux élèves de donner du sens à leurs apprentissages, et de leur montrer que les mathématiques « peuvent être des outils pertinents pour résoudre certaines situations ». Des problèmes de diverses formes et dans plusieurs matières doivent donc être proposées aux élèves.

Les problèmes arithmétiques sont très présents dans les programmes mathématiques de l'école élémentaire. Aux cycles 2 et 3, deux attendus de fin de cycle en mathématiques portent sur la résolution de problèmes, en nombre et calculs et en grandeurs et mesures, à chaque fois en utilisant les quatre opérations.

Les problèmes dits “ouverts” sont également mentionnés. Il est précisé, pour les deux cycles, qu’on “veillera aussi à proposer aux élèves [...] des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas de simples problèmes d’application à une ou plusieurs opérations mais nécessitent des recherches avec tâtonnements” (BO, 2015). Ces problèmes, comme précisé plus haut, sont très importants pour les élèves en terme d’apprentissage.

Afin de bien comprendre toute l’importance de ces différentes activités dans l’apprentissage, il est important de s’intéresser au développement cognitif de l’enfant en matière de résolution de problèmes.

### **1.1.3. Le développement cognitif de l’enfant**

En ce qui concerne le développement cognitif de l’enfant, il nous semble important de souligner deux points intéressants vis-à-vis de la résolution de problèmes à l’école : ce que Bruner (Barth, 1985) nomme les modes de représentations du savoir, et dans un second temps, à ce que Julo (2002) appelle les schémas de problèmes.

Selon Bruner (Barth, 1985), il existe trois manières différentes de se représenter les connaissances et les savoirs, autrement dit trois manières différentes d’apprendre, et « le développement cognitif est [...] l’évolution de ces trois modes ». Ces trois modes de représentation, qui sont plus ou moins importants selon le stade de développement, mais qui restent complémentaires sont les suivants :

- Le mode enactif, ou mode sensori-moteur, dans lequel l’information passe par l’action ou la manipulation (le geste).
- Le mode iconique, ou visuel, avec lequel l’individu se représente un savoir, une connaissance grâce à des images mentales (l’image du geste).
- Le mode symbolique, dans lequel les savoirs sont représentés par des symboles, des codes abstraits (l’explication verbale du geste).

Julo (2002) explique que la résolution de problèmes ne s’enseigne pas, qu’il s’agit « soit d’un mécanisme acquis par une longue pratique, soit de l’intuition ». Selon lui, il existe chez les individus des schémas de problèmes, qui vont l’aider, ou non, dans le traitement de problèmes mathématiques. Il s’agit de structures, de connaissances spécifiques de type représentationnel, qui jouent un rôle essentiel dans la façon dont l’élève appréhende une situation. Ceux sont eux « qui vont faire que l’on est capable ou non de mettre cette situation sous une forme telle que nos connaissances deviennent mobilisables pour la traiter » (p. 36).

Il existe trois types de schémas de problèmes :

- Les schémas de type « cas » : il s'agit d'exemples privilégiés, de prototypes tirés de l'expérience. Lorsque l'élève se rappelle (implicitement ou non) d'un problème analogue avec celui qu'il doit résoudre, c'est ce type de schéma qui entre en jeu.
- Les schémas de type « regroupement » : ces schémas concernent les problèmes que l'individu regroupe par rapport à un trait de surface (comme les problèmes mettant en jeu des prix).
- Les schémas de type « catégories abstraites », qui sont eux-mêmes différents.

Pour l'auteur, c'est lors des activités de résolution de problèmes que se forment ces représentations, qui s'organisent elles-mêmes en schémas de problèmes. Il est donc nécessaire de travailler ces représentations, pour ne pas laisser s'en installer des mauvaises, qui porteraient préjudice aux élèves en situation d'échec.

Nous mesurons à présent l'importance de faire travailler les élèves sur des problèmes ouverts, qui portent plus concrètement une démarche de résolution scientifique que les problèmes arithmétiques simples, et de porter une attention forte à la représentation du problème qu'a chaque élève. Dès lors se pose la question de la manière dont les élèves, suivant leurs dispositions (connaissances stabilisées, disponibilité de l'esprit etc.), vont s'appropriier le problème avec plus ou moins de succès : comment vont-ils entrer dans l'activité de recherche proposée ? Quels sont les éléments qui favorisent l'entrée dans la recherche ?

## **1.2. Comment engager les élèves dans une activité de recherche ?**

L'appropriation du problème par l'élève n'est pas nécessairement spontanée, elle repose sur l'interaction de plusieurs éléments.

### **1.2.1. Qu'est-ce que la dévolution ?**

Dans une classe est établi plus ou moins explicitement un certain nombre de règles dont certaines, celles qui sont liées au savoir, constituent le contrat didactique. Introduit par le didacticien des mathématiques Brousseau (1986), ce contrat, souvent largement implicite, fixe les rôles, places, et fonctions de chacun ainsi que les attentes réciproques des élèves et du maître relatives à un savoir ; c'est « l'ensemble des comportements spécifiques du maître qui sont attendus de l'élève et l'ensemble des comportements de l'élève attendus par le maître » (p. 127).

Brousseau évoque par ailleurs la dévolution comme « un acte par lequel l'enseignant fait accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage ou d'un problème, et accepte lui-même les conséquences de ce transfert. » (1998, p. 303). Ainsi se crée un paradoxe sur les relations du maître et de l'élève qui les contraignent à la fois à se lier en une sorte de contrat didactique, et à le faire évoluer afin de favoriser l'émergence du savoir.

Cette dévolution est perçue par Perrin-Glorian (1997, p. 52) comme « un processus sous la responsabilité du maître, processus par lequel celui-ci va faire en sorte que l'élève donne du sens aux savoirs enseignés. » Le rôle central de l'enseignant dans la dévolution ne fait nul doute.

Nous nous interrogeons donc sur la conduite et la posture de l'enseignant pour installer le cadre favorable.

### **1.2.2. Comment et quand se crée le processus de dévolution ?**

Pour répondre à cette question, nous nous sommes demandées à quel moment l'enseignant transmet à ses élèves la responsabilité de la recherche de solution, si son intervention doit se réduire au strict minimum pour offrir le maximum de liberté aux élèves, et si l'étayage est pertinent.

#### *1.2.2.1. L'enseignant, garant du cadre de recherche*

Le didacticien des mathématiques Chevallard précise la mission de l'enseignant dès 1991 dans "La Transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné" : il prend en charge la création des conditions de possibilité de l'apprentissage et non l'apprentissage en lui-même.

Selon la théorie des champs conceptuels de Vergnaud (1991), c'est à travers des situations et des problèmes à résoudre qu'un concept acquiert du sens pour l'enfant. Le savoir de l'élève s'enrichit à mesure que celui-ci rencontre des problèmes et des situations d'apprentissage différentes. L'enseignant doit multiplier les rencontres et rechercher la situation a-didactique ; c'est-à-dire une situation idéale construite de façon à ce que le résultat souhaité ne puisse être obtenu que par la mise en œuvre des connaissances visées et sans que l'élève soit conscient de l'intention d'enseigner du professeur. L'élève agit par nécessité de savoir et non pour des raisons didactiques.

L'enseignant doit donc créer les activités de résolution de problèmes de manière à ce que l'élève ne soit pas conscient d'être dans une situation d'apprentissage. C'est en étant dévolu au problème et en cherchant la solution qu'il créera des nouveaux savoirs. Nous nous demandons alors ce qui participe à créer ce processus de dévolution.

#### *1.2.2.2. Créer le processus de dévolution*

Hersant (2008) relève que, dès la première intervention de l'enseignant pour présenter un problème à ses élèves, se crée un processus de dévolution de la situation qui sera ensuite entretenu tout au long de la séance. Sans la déterminer complètement, l'activité mathématique future des élèves est influencée par cette première intervention qui précise les attentes du maître vis-à-vis des élèves.

Les efforts du maître pour engager la dévolution ne se situe cependant pas qu'au moment où il pose le problème ; ils se poursuivent pendant la recherche des élèves. En effet les interventions du professeur visent avant tout à ce que ceux-ci respectent la consigne, prennent en compte les données, émettent des doutes en cas de certitude non fondée, soient encouragés. Il aiguille d'une indication pour que le travail porte bien sur l'enjeu d'apprentissage mais sans leur donner les éléments clés qu'ils doivent trouver et mettre en jeu eux-mêmes, donnant tout le sens au savoir. Par sa posture durant l'activité, l'enseignant doit convaincre de la nécessité de faire des vérifications, voire d'apporter des preuves, il amène aussi les élèves à douter. Cela conduit parfois à une forme de découragement. Chanudet (2019) préconise dans ce cas de faire le bilan de ce qui a été obtenu dans le groupe, valoriser le travail déjà fait, faire rédiger les résultats partiels obtenus pour reposer, ouvrir d'autres horizons et se relancer.

Dans une classe, les élèves n'allant jamais tous au même rythme, « la dévolution d'un problème n'est jamais réussie pour tous les élèves avant ni même au cours de la résolution ; c'est pourquoi le travail de dévolution mené par l'enseignant doit se poursuivre après-coup » (Chanudet, 2019). La dévolution peut en effet intervenir avec le retour réflexif sur l'action auprès de certains élèves, ou encore lors de l'institutionnalisation.

Pour Perrin-Glorian (1997), par la dévolution, l'enseignant contrôle le sens que les élèves donnent aux notions enseignées, il fait en sorte que les élèves utilisent des savoirs mathématiques dans la résolution de problèmes. Par l'institutionnalisation, il fait en sorte que les élèves puissent décontextualiser ces connaissances que leur rapport personnel aux objets

de savoir en jeu soit conforme à ce qui est attendu au niveau scolaire considéré et il gère les changements de statut de la connaissance.

Si l'encouragement de l'enseignant constant est nécessaire car le processus de dévolution peut évoluer à tout instant, quelles sont en revanche les entraves à la dévolution ?

### **1.2.3. Les entraves à la dévolution**

Selon Perrin-Glorian, les trois principales entraves à la dévolution sont : le manque de stabilité des connaissances anciennes (à utiliser, compléter ou remettre en cause) ; le manque de fiabilité des techniques opératoires (donnant un coût insupportable aux procédures complexes) ; la lecture sélective de la consigne, prise en compte partielle des données dans l'idée de répondre vite.

Elle relève également deux autres éléments pouvant perturber la dévolution : la difficulté de la modélisation et l'insuffisance du temps de recherche.

Nous retenons la prise en compte de ces potentiels écueils à éviter.

Un autre point peut interférer la dévolution au problème : c'est l'étayage que mène l'enseignant. En effet, comme le souligne Julo (2002), à vouloir apporter une aide aux élèves pour qu'ils se représentent le problème, l'enseignant peut orienter très fortement vers une procédure plutôt qu'une autre. Ainsi, il peut brider leur inventivité à créer des solutions en lien avec leur propre représentation, les conduisant bien malgré lui dans un « cadre » qui n'est pas toujours compris des élèves. Or, selon l'auteur, il est précieux de permettre aux élèves de vivre « ce phénomène extraordinairement riche sur le plan cognitif qu'est la réussite par invention d'une procédure de résolution » (2002, p. 46).

Mais il faut aussi éviter l'échec et faire évoluer la représentation des élèves. Julo met en avant trois critères qui définissent les aides possibles : ne pas donner d'indice sur la solution, ne pas orienter vers une procédure, ne pas suggérer de modèle de problème.

Dès lors, nous retenons l'importance de valoriser l'ensemble des procédures disponibles dans la classe. L'échange entre pairs nous semblent un temps tout à fait nécessaire à proposer et à envisager sous différentes formes (groupes, classe).

Si la forme de notre expérimentation se structure à mesure de ces lectures, nous nous demandons comment conclure l'activité de recherche sur un problème et comment permettre à l'élève d'en tirer quelque chose.

#### 1.2.4. Comment conclure l'activité de recherche ?

Dans le cadre d'une étude de deux classes conduisant des problèmes arithmétiques identiques, Houdement (2017) confirme que "la mémoire des problèmes (résolus) permet l'inférence de l'opération ou du champ conceptuel dont le problème relève" (p. 69). La didacticienne reprend l'idée développée par Julo (1995, p. 90) selon laquelle, dans la résolution de problèmes, interviennent des connaissances "liées directement aux situations particulières que nous avons rencontrées auparavant et à l'expérience représentationnelle que nous avons acquises à leur propos" (schémas de problèmes). Elle conclut également en soulignant l'importance de la bonne compréhension des stratégies à mener en s'appuyant sur cette mémoire des problèmes passés et résolus. Est-ce pour autant qu'il faille apporter la conclusion de l'activité de recherche ?

Pour Perrin-Glorian (1997), la conclusion de la recherche est nécessaire : il faut permettre aux élèves de disposer d'une synthèse claire du travail réalisé et de notes réutilisables. Elle précise que l'institutionnalisation est le processus par lequel va s'opérer un changement de statut de certaines connaissances en savoirs, exigibles dans les évaluations.

Cependant, la synthèse sera peut-être précaire pour certains élèves.

L'auteure souligne trois niveaux dans la décontextualisation :

- « Si le contexte est matériel, pouvoir prévoir ou conclure sans recourir au matériel, en imaginant seulement la manipulation qui est intériorisée.
- utiliser les arguments qui mettent en relation des connaissances qui ne se réfèrent plus forcément au contexte.
- utiliser la connaissance dans un autre contexte. » (1994, p25).

L'auteure rappelle que l'institutionnalisation commence dès le tout début de l'enseignement puisqu'il faut déjà que le maître donne à l'élève le projet d'acquérir ces connaissances. Elle relève donc une forte imbrication des processus de dévolution et d'institutionnalisation, processus complémentaires par lesquels le maître va essayer de contrôler l'acquisition par les élèves des notions mathématiques avec leur sens.

Douady (1986) souligne par ailleurs l'importance d'officialiser certaines connaissances et de provoquer leur changement d'un statut d'outil à un statut d'objet pour faire progresser le savoir de la classe. Chanudet (2019) s'appuyant sur Douady et sa dialectique outil-objet distingue deux niveaux de dévolution : la première est dite « locale » car liée au problème au sens usuel dans laquelle l'élève s'approprie le problème et ce qui va être une réponse ; la

seconde est générale et correspond à l'enjeu d'apprentissage à plus long terme, de connaissances produites à réutiliser et à intégrer dans des connaissances plus anciennes.

Nous prenons donc en considération le lien indissociable de dévolution et institutionnalisation dans la construction de notre séquence : sans chercher à clôturer la recherche, un temps d'institutionnalisation est nécessaire.

### **1.3. Problématique**

C'est le constat de la difficulté d'un certain nombre d'élèves à s'engager dans certains problèmes arithmétiques simples qui a motivé notre choix de mémoire. En effet, nous avons pu constater des difficultés des élèves à s'engager réellement dans la résolution d'un problème. Est-ce le contrat didactique tacite installé dans la classe en matière de résolution de problème qui serait à l'origine de ce blocage ? Est-ce un type de problème posé qui induit un certain comportement des élèves ?

En effet on peut supposer que les élèves considèrent que le problème donné par l'enseignant doit "être résolu par des opérations", qu'il doit "sans doute utiliser la technique opératoire que l'on travaille en ce moment" ou encore "qu'il faut utiliser toutes les données de l'énoncé". Nous souhaitons mettre en œuvre une expérience qui veille d'une part à faire évoluer autant que possible le contrat didactique au cœur de la séance pour permettre aux élèves d'être responsables de la résolution mais également soumettre les élèves à des problèmes différents pour les faire sortir d'un cadre qu'ils auraient inconsciemment établi. L'objectif de notre recherche est de trouver le contexte optimal pour embarquer l'ensemble des élèves de la classe dans la recherche. Autrement dit, comment faire progresser la compétence "chercher" de l'ensemble des élèves ?

Nous avons fait l'hypothèse que différents leviers peuvent favoriser l'engagement des élèves dans l'activité de recherche dans des problèmes arithmétiques simples :

- une progression de problèmes ouverts allant du concret (manipulation) vers l'abstrait qui favorise la dévolution et casse le cadre habituel des problèmes arithmétiques traditionnels.
- la présentation du problème et la posture de l'enseignant au cours de l'exercice qui doivent favoriser la responsabilité des élèves. Le problème doit être abordable du point de vue de l'élève, c'est-à-dire des problèmes pour lesquels des débuts de réponse sont envisageables par l'élève. Sa présentation participe pleinement à sa compréhension. L'étayage de l'enseignant doit être très limité et adapté aux élèves,

notamment pour les élèves pour lesquels c'est nécessaire, pour les maintenir dans la recherche.

- l'explicitation de la stratégie par les pairs ou l'enseignante en cas de blocage de toute la classe qui permet de conclure un problème et d'en tirer les savoirs qui pourront être réutilisés au problème suivant. Ils alimentent la mémoire des problèmes et les schémas emmagasinés.

Sur la base de ces trois hypothèses, nous souhaitons voir si la mise en place d'une progression de problèmes ouverts intégrant une posture de l'enseignant attentive au processus de dévolution, une présentation "nouvelle" de problèmes (manipulation - lecture collective du problème...), et l'explicitation des stratégies mises en œuvre ainsi qu'une institutionnalisation de la démarche de recherche, peut améliorer l'engagement des élèves dans la résolution de problèmes arithmétiques simples.

Nous avons cherché à trouver des éléments de réponse à travers l'expérimentation qui suit.

## **2. Partie expérimentale**

Cette expérimentation a fait l'objet de l'élaboration d'un cadre précis.

### **2.1. Le contexte de l'expérimentation**

Il convient d'abord de définir le contexte dans lequel s'inscrit cette expérimentation, en précisant notamment le profil des élèves de la classe et la séquence déterminée dans le protocole.

#### **2.1.1. Les classes de l'étude, le profil des participants**

J'ai conduit l'expérimentation dans la classe de CE1-CE2 de l'école élémentaire Sablons. L'école de Sablons est une école de campagne, composée de 6 classes en élémentaire.

Le classe de CE1 - CE2 est composée de 24 élèves : 12 CE1 et 12 CE2. C'est une classe d'un niveau scolaire correct. Plusieurs élèves présentent des difficultés dans leurs apprentissages :

- Une élève de CE1 présente des troubles d'apprentissage de type dysgraphie, dysorthographe. Les demandes récurrentes des enseignantes depuis l'année passé jusqu'au mois de janvier cette année ont permis d'établir une prise de conscience de la famille. Cependant la longue attente pour un rendez-vous chez un spécialiste n'a pas permis à l'équipe enseignante de prendre connaissance du bilan, celui-ci devant se

terminer pendant la période où le confinement dû à l'épidémie du Coronavirus a eu lieu.

- Deux élèves (CE1 et CE2) sont des enfants de forains. Leur intermittence en classe (3 mois de présence de septembre à mars) provoquent des manques dans les apprentissages que le temps de présence ne suffit pas à compenser.
- Deux élèves révèlent des difficultés d'attention. Une élève de CE1 a été diagnostiquée haut potentiel et se désintéresse assez rapidement des tâches demandées et la seconde, en CE2, semble accuser un léger retard de développement. Cette dernière a tendance à vouloir répondre vite au problème, suivant une certaine logique mais ne témoigne pas toujours de la compréhension du problème.
- Enfin une élève de CE2 est arrivée dans l'école et en France l'an dernier. Elle vivait aux Etats-Unis auparavant. Elle a énormément progressé mais le retard qu'elle accuse nécessairement joue sur sa motivation. Elle peut baisser les bras rapidement ne se pensant pas capable de le faire.

En outre, j'ai relevé que trois élèves de la classe entrent difficilement dans la résolution de problème.

La résolution de problème est travaillée dans ma classe sous différentes formes, à la fois en fin de séquence d'une notion mathématique abordée mais également avec un temps hebdomadaire dédié à la résolution de problème pure. La majorité de l'année a été dédiée à des problèmes arithmétiques simples, la classe avait cependant été confrontée à un problème ouvert en fin de période 1 avec le problème de placement de 6 personnes autour d'une table ronde pour les CE1 et le problème des drapeaux pour les CE2.

### **2.1.2. Une continuité d'une expérimentation passée**

L'expérimentation repose en grande partie sur une expérimentation déjà conduite en 2019 par deux étudiantes en M2 MEEF à Grenoble (Elodie Duchêne et Lili Lincker). Elles proposaient deux séries de problèmes ouverts pour réussir à engager l'ensemble des élèves dans la tâche "chercher". La première série est composée de trois problèmes de dénombrement très similaires, la seconde série est composée de problèmes de combinaison linéaire et d'un problème de dénombrement plus complexe. Cette articulation m'a semblé intéressante à reconduire avec ma classe pour différentes raisons.

D'abord j'ai l'appui d'une première expérimentation qui conclut au succès quant à l'enrôlement des élèves dans la tâche de "chercher" ; cette étape est nécessaire et précieuse à

provoquer chez mes élèves si, comme je le suppose, je veux voir ce même enrôlement dans la recherche de solutions à des problèmes arithmétiques simples.

Ensuite la progression sur deux séries est assez longue pour permettre de faire entrer chez les élèves de nouvelles habitudes de travail, des nouveaux savoirs sur la méthodologie de la recherche, peu empruntée avec les problèmes arithmétiques simples (par exemple, un problème peut avoir plusieurs solutions, l'échange entre pairs permet de confronter des idées, il faut organiser les solutions pour être sûr de tout trouver...). La longueur de la série permet également de casser un potentiel cadre "convenu" que les problèmes arithmétiques simples induisent peut-être malgré eux. En effet, faire chercher plusieurs solutions plusieurs fois d'affilée bouscule les habitudes de classe en résolution de problèmes où les élèves sont habitués avant tout à des problèmes arithmétiques à réponse unique.

Enfin, des préconisations d'amélioration ayant été suggérées par les deux auteures, nous avons choisi de reconduire certains problèmes et d'en proposer un nouveau. L'arrivée du Coronavirus ne m'a pas permis de mener à bien la seconde série. Je la présente cependant pour expliciter la logique complète envisagée initialement dans cette expérimentation.

## **2.2. Analyse a priori**

Quels sont les problèmes envisagés ? Que pouvons-nous espérer observer à travers cette expérimentation ?

### **2.2.1. Les problèmes envisagés**

Les deux séries suivent une forme de progression dans la complexité des problèmes présentés.

#### *2.2.1.1. La première série de problèmes*

Pour cette première série, mon parti pris a été de travailler sur un nombre de solutions identique à chacun des problèmes. Chaque niveau de classe travaille sur des problèmes avec le même nombre de réponses possibles. Autrement dit, seul l'habillage change. Outre l'intérêt d'adapter les données du problème en fonction de l'âge des élèves, ce choix met en exergue auprès des élèves les éléments probants de la recherche avec trois sujets différents mais arrivant à un résultat similaire. C'est l'occasion de mettre en avant les étapes de la recherche dans des recherches similaires et peut-être favoriser les raisonnements par analogie ou de passer d'un mode à un autre par le jeu de la répétition d'un type de problème ouvert précis.

▪ **Le problème des tours**

<p><u>Énoncé du problème</u> présenté au tableau, lu collectivement :</p> <p><i>Léo veut faire des tours de 4 couleurs différentes. Il a à sa disposition des lego rouges, verts, jaunes et bleus. Combien de tours différentes peut-il faire ?</i></p> <p><u>Consignes données au début par l'enseignant :</u></p> <p><i>Constituer les différentes tours pour trouver le nombre total de tours. Vous devez être sûrs d'avoir trouvé tous les résultats.</i></p>	<p><u>Matériel à disposition:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ardoise</li> <li>- feuille de brouillon</li> <li>- crayons de couleurs</li> <li>- lego disponibles</li> </ul>																														
<p>Une organisation possible des solutions du problème :</p> <p><b>Exactement 6 réponses pour 3 couleurs (adaptation pour les CE1)</b></p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="border: 1px solid black;">R - B - V</td> <td style="border: 1px solid black;">B - V - R</td> <td style="border: 1px solid black;">V - R - B</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black;">R - V - B</td> <td style="border: 1px solid black;">B - R - V</td> <td style="border: 1px solid black;">V - B - R</td> </tr> </table> <p><b>Exactement 24 réponses pour 4 couleurs</b></p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="border: 1px solid black;">R - V - B - J</td> <td style="border: 1px solid black;">V - R - B - J</td> <td style="border: 1px solid black;">B - J - R - V</td> <td style="border: 1px solid black;">J - R - V - B</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black;">R - V - J - B</td> <td style="border: 1px solid black;">V - R - J - B</td> <td style="border: 1px solid black;">B - J - V - R</td> <td style="border: 1px solid black;">J - R - B - V</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black;">R - B - J - V</td> <td style="border: 1px solid black;">V - J - B - R</td> <td style="border: 1px solid black;">B - R - V - J</td> <td style="border: 1px solid black;">J - V - B - R</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black;">R - B - V - J</td> <td style="border: 1px solid black;">V - J - R - B</td> <td style="border: 1px solid black;">B - R - J - V</td> <td style="border: 1px solid black;">J - V - R - B</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black;">R - J - V - B</td> <td style="border: 1px solid black;">V - B - J - R</td> <td style="border: 1px solid black;">B - V - R - J</td> <td style="border: 1px solid black;">J - B - R - V</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black;">R - J - B - V</td> <td style="border: 1px solid black;">V - B - R - J</td> <td style="border: 1px solid black;">B - V - J - R</td> <td style="border: 1px solid black;">J - B - V - R</td> </tr> </table>		R - B - V	B - V - R	V - R - B	R - V - B	B - R - V	V - B - R	R - V - B - J	V - R - B - J	B - J - R - V	J - R - V - B	R - V - J - B	V - R - J - B	B - J - V - R	J - R - B - V	R - B - J - V	V - J - B - R	B - R - V - J	J - V - B - R	R - B - V - J	V - J - R - B	B - R - J - V	J - V - R - B	R - J - V - B	V - B - J - R	B - V - R - J	J - B - R - V	R - J - B - V	V - B - R - J	B - V - J - R	J - B - V - R
R - B - V	B - V - R	V - R - B																													
R - V - B	B - R - V	V - B - R																													
R - V - B - J	V - R - B - J	B - J - R - V	J - R - V - B																												
R - V - J - B	V - R - J - B	B - J - V - R	J - R - B - V																												
R - B - J - V	V - J - B - R	B - R - V - J	J - V - B - R																												
R - B - V - J	V - J - R - B	B - R - J - V	J - V - R - B																												
R - J - V - B	V - B - J - R	B - V - R - J	J - B - R - V																												
R - J - B - V	V - B - R - J	B - V - J - R	J - B - V - R																												

**Conclusion à laquelle je souhaite arriver avec les élèves par ce problème :**

Pour être sûrs de trouver toutes les solutions, nous commençons par exemple par dénombrer toutes les possibilités avec le bloc rouge en bas, puis avec le bloc vert en bas, puis le bloc bleu en bas, et enfin le bloc jaune en bas. Nous aurions pu réfléchir avec le bloc du haut, ou encore en faisant changer d'un niveau les couleurs ; en effet il existe différentes procédures possibles pour résoudre ce problème.

**Ce que je souhaite faire retenir de ce problème aux élèves:**

Un problème peut avoir plusieurs solutions. Pour trouver, il faut essayer, chercher. Différentes stratégies sont possibles. Qu'importe la stratégie choisie, ce qui compte est d'apporter la preuve que toutes les solutions sont là.

▪ **Le problème de la salade de fruits**

<p><u>Énoncé du problème</u>, lu collectivement :</p> <p><i>Zoé finit sa salade de fruits. Il ne reste dans son assiette qu'un morceau de pomme, de fraise, de cerise (et de kiwi pour les CE2). Elle peut manger ses morceaux dans l'ordre qu'elle veut. Combien d'ordres possibles y-a-t-il ?</i></p> <p><u>Consignes données</u> au début par l'enseignant :</p> <p><i>Vous allez représenter les différents ordres.</i></p> <p><i>Vous devez être sûrs d'avoir trouvé tous les résultats.</i></p>	<p><u>Matériel mis à disposition</u> - annoncé en début de séance, laissé au choix des élèves :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ardoise</li> <li>- feuille de brouillon</li> <li>- crayons de couleurs</li> <li>- images de fruits</li> </ul>
---	--

**Les solutions du problème :**

Pour retrouver l'intégralité des résultats, on peut transformer le codage proposé dans le premier problème avec le codage suivant P = pomme // F = Fraise // C = Cerise // K = Kiwi

**Ce que je souhaite faire retenir de ce problème aux élèves:**

Nous sommes sûrs de trouver toutes les solutions d'un problème en organisant tous les résultats d'une stratégie suivie jusqu'à épuisement des possibilités. On voit une certaine similarité entre ce nouveau problème et le précédent. Une stratégie appliquée à un problème peut convenir à un autre.

▪ **Le problème des tuiles de Wang**

<p><u>Énoncé du problème</u> à l'oral collectivement avec un dessin au tableau d'une tuile de Wang.</p> <p>Une tuile de Wang est un carré découpé en quatre triangles identiques comme sur la figure du tableau, colorés avec quatre couleurs différentes.</p> <p><u>Consignes données</u> au début par l'enseignant :</p> <p><i>Vous allez chercher toutes les différentes tuiles. Vous devez être sûrs d'avoir trouvé toutes les tuiles.</i></p>	<p><u>Matériel mis à disposition</u> - annoncé en début de séance, laissé au choix des élèves :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ardoise</li> <li>- feuille de brouillon</li> <li>- crayons de couleurs</li> </ul>
--	--



**Les solutions du problème :**

Pour retrouver l'intégralité des résultats, on peut transformer le codage proposé dans le premier problème avec le codage adapté aux quatre couleurs proposées dans l'exercice.

**Ce que je souhaite faire retenir de ce problème aux élèves :**

La démarche de recherche passe par des essais-tâtonnements. Quand on entame une stratégie,

il faut veiller à aller au bout. Certains problèmes se ressemblent et une stratégie et parfois applicable à d'autres problème. Le codage est un moyen de noter plus aisément des réponses.

J'ai relevé différentes difficultés potentielles sur cette première série.

- Il est fort probable qu'après avoir trouvé une réponse, un certain nombre d'élèves s'arrêtent, satisfaits d'apporter une réponse cohérente et juste. Les réponses valides dans les trois problèmes sont une tour constituée de quatre blocs de couleurs différentes, un ordre dans lequel est terminée la salade de fruits, une tuile de Wang avec quatre couleurs. La solution du problème donne le nombre de réponses valides. L'enseignant peut poser la question "Es-tu sûr d'avoir trouvé toutes les solutions ?" pour suggérer le besoin de voir s'il n'y en a pas d'autres et engager les élèves vers le contrat de la preuve nécessaire dans une démarche scientifique.
- Il est possible que certains élèves ne comprennent pas immédiatement la spécificité de la demande et dépasse le cadre proposé (2 briques de même couleur sur une tour de lego, mur plutôt que tour, tour identique comptée deux fois...). La réexplication du problème par des pairs, l'exemple collectif d'une solution explicitée par un pair sont des leviers qui peuvent aider à dépasser cette difficulté et ramener les élèves égarés sur la bonne voie.
- D'autres élèves pourraient éprouver des difficultés dans la saisie de tous les résultats (si le travail est entamé sur l'ardoise, il risque de s'effacer par exemple ou d'être limité par la surface de l'ardoise), le besoin de répertorier, noter et organiser pourrait être souligné par les pairs après un questionnement de l'enseignant « es-tu sûr d'avoir trouvé toutes les réponses possibles ? ».
- Le matériel, volontairement donné en petite quantité (un élève ne disposera pas de suffisamment d'éléments pour réaliser toutes les solutions), ne permet pas de résoudre les problèmes sans un système de notation parallèle. Cette difficulté peut être surmontée par l'échange entre pairs suggérant le soutien d'un support de note une nouvelle fois.
- Sur les tuiles de Wang, pour les CE1, il y a un changement du nombre de solutions attendues. Cela ajoute une difficulté complémentaire pour les élèves. Il est fort probable que la lecture des résultats paraisse moins bonne sur le dernier exercice pour ce niveau. A l'inverse, il est attendu des CE2 qu'ils continuent leur progression pour ce dernier exercice car ils n'ont pas de changement de nombre de combinaisons.

### 2.2.1.2. La seconde série de problèmes

Elle est composée de problèmes de combinaison linéaire et d'un problème de mathématiques discrètes (dénombrement) nécessitant un raisonnement plus élaboré.

#### ▪ Le problème du porte-monnaie

<p><u>Énoncé du problème</u> présenté au tableau, lu collectivement :</p> <p><i>La maman de Lucie veut donner 20 euros à sa fille pour son anniversaire. Elle dispose de 5 billets de 5 euros et 12 pièces de 2 euros. Peut-elle lui donner 20 euros, comment ?</i></p> <p><u>Consignes données</u> au début par l'enseignant :</p> <p><i>Vous devez trouver les différentes manières que la maman de Lucie peut utiliser pour donner 20€ à sa fille.</i></p>	<p><u>Matériel mis à disposition</u> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ardoise</li> <li>- feuille de brouillon</li> <li>- crayons de couleurs</li> <li>- billets et pièces factices</li> </ul>						
<p><u>Les solutions du problème</u> : Une stratégie possible : on voit la faisabilité de réaliser 20 € avec 0 billet, puis 1 billet, puis 2 billets, puis 3, puis 4 et 5 billets.</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="text-align: left;"><math>10 \times 2 = 20</math></td> <td style="text-align: center;"><math>2 \times 5 + 5 \times 2 = 20</math></td> <td style="text-align: right;"><math>4 \times 5 = 20</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: left;"><b>10 pièces de 2 €</b></td> <td style="text-align: center;"><b>2 billets de 5 € et 5 pièces de 2 €</b></td> <td style="text-align: right;"><b>4 billets de 5 €</b></td> </tr> </table> <p><b>il y a exactement 3 solutions</b></p>		$10 \times 2 = 20$	$2 \times 5 + 5 \times 2 = 20$	$4 \times 5 = 20$	<b>10 pièces de 2 €</b>	<b>2 billets de 5 € et 5 pièces de 2 €</b>	<b>4 billets de 5 €</b>
$10 \times 2 = 20$	$2 \times 5 + 5 \times 2 = 20$	$4 \times 5 = 20$					
<b>10 pièces de 2 €</b>	<b>2 billets de 5 € et 5 pièces de 2 €</b>	<b>4 billets de 5 €</b>					

#### **Ce que je souhaite faire retenir de ce problème aux élèves :**

Il s'agit là de mettre en parallèle cette nouvelle recherche avec celles conduites sur les problèmes de dénombrement précédents pour mettre en pratique la démarche de recherche telle qu'abordée au fil de séances.

#### ▪ Le problème des petites voitures

<p><u>Énoncé du problème</u> présenté au tableau, lu collectivement :</p> <p>Une usine fabrique des petites voitures. Quand il y a 10 voitures fabriquées, elles sont mises dans une pochette. Quand 10 pochettes sont finies, elles sont mises dans un carton. L'usine a emballé 2 cartons, 17 pochettes et a 26 voitures non emballées. Elle doit livrer 253 petites voitures à une école. Quelles sont toutes les possibilités ?</p>	<p><u>Matériel mis à disposition</u></p> <p>laissé au choix des élèves :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ardoise</li> <li>- feuille de brouillon</li> </ul> <p>Pas de matériel mis à disposition</p>
---	---

Consignes données au début par l'enseignant :

*Vous devez trouver toutes les solutions qu'a l'entreprise d'envoyer 253 petites voitures exactement.*

Les solutions du problème : il y a exactement 4 possibilités

Il peut y avoir :

- 2 cartons + 5 pochettes + 3 voitures
- 1 carton + 15 pochettes + 3 voitures
- 1 carton + 14 pochettes + 13 voitures
- 1 carton + 13 pochettes + 23 voitures

Adaptation CE1 : 175 voitures à livrer avec 1 carton, 27 pochettes, 16 voitures

- 1 carton + 7 pochettes + 5 voitures
- 1 carton + 6 pochettes + 15 voitures
- 0 carton + 17 pochettes + 5 voitures
- 0 carton + 16 pochettes + 15 voitures

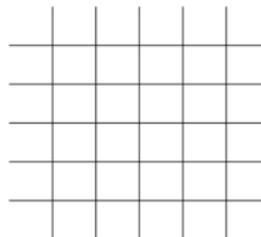
**Ce que je souhaite faire retenir de ce problème aux élèves:**

La stratégie élaborée ici est proche de la logique de la séance précédente. Cependant une étape supplémentaire est nécessaire : savoir ce que représente chaque élément avec le calcul du carton qui rassemble 100 voitures. Ce problème fait travailler les groupements par 10 et les échanges. Ensuite on considère un des éléments du problème d'abord (ici les cartons) et on complète pour arriver à la quantité souhaitée.

▪ **Le problème de la grille**

Énoncé du problème dit par l'enseignant :

*Voici une grille. Elle contient 5 lignes horizontales et 5 lignes verticales. Combien de points maximum pouvons-nous placer sur cette grille, tel qu'il n'y ait aucun alignement de 3 points ?*



**Grille affichée au tableau**

Matériel mis à disposition -

verbalisé en début de séance, laissé au choix des élèves :

- feuille avec grille vierge
- jetons
- feuille de brouillon

Consignes données au début par l'enseignant :

*Vous devez trouver le nombre de points maximum que l'on*

<i>peut mettre sur la ligne en respectant la contrainte suivante : il ne peut pas y avoir 3 points alignés.</i>	
---	--

<b>Les solutions du problème :</b> en synthétisant de manière très succincte, <b>il peut y avoir exactement jusqu'à 10 points dans la grille sans que 3 points soient alignés.</b>
--

**Ce que je souhaite faire retenir de ce problème aux élèves :**

Ce problème fourmille de points intéressants à développer. Néanmoins, ce que je choisis de mettre en avant auprès des élèves est la démarche par tâtonnement, les avancées collectives, les problèmes à étapes, la compréhension des 3 points alignés qui se traduit en « pas plus de 2 points par ligne ».

**Difficultés sur la seconde série**

- D'abord dans les problèmes du porte-monnaie et des petites voitures, les élèves doivent d'abord percevoir la nécessité de faire des échanges. C'est une première difficulté à dépasser par le jeu de reformulation en début de travail, du type « Est-ce que quelqu'un peut me redire combien de voitures il y a dans un sachet ? Et dans un carton ? ».
- En outre, sur ces problèmes, les élèves peuvent faire des erreurs dans les échanges à procéder - unité/ dizaine. Pour les CE1, j'ai volontairement choisi de ne pas procéder aux échanges centaine / unité pour ne pas trop complexifier le problème et éviter la surcharge. Le calcul du carton peut déjà être conséquent. Pour éviter cet écueil, je prévois de proposer aux élèves d'utiliser aussi leur tableau de numération, petit outil mis à la disposition de chaque élève dans la classe.
- Ensuite la représentation du problème s'appuie sur des éléments concrets au départ (la monnaie, les cartons, sachets, voitures) pour aller vers du plus abstrait (une grille et des jetons à placer). La multitude de support de grilles peut aider les élèves à conserver plus facilement la trace de leurs essais car la copie de grilles est une probable source d'erreurs. La mise à disposition de nombreuses grilles vierges permet de palier cette difficulté.
- Le problème de la grille est plus complexe et demandera nécessairement un travail en deux temps en classe pour permettre d'amener chaque point essentiel. Cette complexité peut s'avérer lourde et mettre les élèves en surcharge.

Afin d'évaluer la pertinence des hypothèses de départ, j'ai également conçu un test post-expérimental qui vise à rendre compte du progrès des élèves en résolution de problèmes arithmétiques suite à l'expérimentation. Ce test s'appuie sur quatre problèmes tirés de la méthode MHM et sont en phase avec les attendus de ces niveaux en quasi fin d'année (cf. annexe 1).

Nous avons à présent le contenu précis des problèmes à aborder et les savoirs que nous souhaitons souligner. Comment les mettre en œuvre et qu'espérons-nous observer à chaque problème ?

### **2.2.2. Déroulement envisagé et résultats attendus**

La séquence complète de cette expérimentation était destinée à se dérouler entre la rentrée de janvier et les vacances de février pour la première série, puis entre les vacances de février et celles de Pâques pour la deuxième.

Avec la fermeture des écoles en France en raison de la pandémie du Covid-19 en mars 2020, seule la première série a été conduite. Chaque problème proposé a fait l'objet d'une séance de 45 à 55 minutes. Etant à mi-temps dans la classe, je pouvais difficilement dégager plus de temps.

Préalablement à l'expérimentation, Pauligne Mugnier et moi avons construit les critères d'observation pour définir des indicateurs qui visent à valider ou invalider les hypothèses initiales au regard des critères de réussites attendues. Ils sont précisés à chaque temps fort de la séance.

Lors du premier problème, l'enseignant précise l'objectif de la séquence auprès des élèves : faire découvrir de nouveaux types de problèmes qui demandent de réfléchir de manière nouvelle. Chaque séance est composée de la manière suggérée par les différentes récentes lectures énumérées ci-avant (Chanudet, 2019 ; Houdement, 2017 ; Julo, 2002). L'enseignant explicite le déroulement en parlant des quatre moments forts : recherche individuelle, mise en commun, travail en groupe, institutionnalisation. L'approche proposée se différencie fortement de la feuille individuelle habituelle qui met davantage en compétition les élèves. Notre attente est de voir à travers ce format des élèves timides ou peu confiants qui osent s'engager dans la recherche, confortés par l'idée que seul le travail d'équipe sera présenté.

Lors de l'énoncé du problème, au niveau de la présentation matérielle, l'utilisation d'un vidéoprojecteur permet d'afficher en grand la consigne pour la lire collectivement, ce qui soutient les petits lecteurs en comparaison de la fiche individuelle. En terme d'attentes de

résultat, nous considérons que le changement de forme dans la présentation du problème peut séduire davantage les élèves qui sont habituellement peu enclins à entrer dans l'activité. La présentation collective du problème engage la classe dans son ensemble.

Après la lecture, l'enseignant demande à un ou deux élèves de reformuler ce que les élèves doivent chercher dans ce problème de façon à offrir à tous des formulations différentes de la consigne. L'enseignant veille à utiliser des pronoms qui impliquent les élèves et non la classe (enseignant inclus) par le jeu de l'utilisation du "vous". Il déporte le problème sur les élèves. Il rend visible des objets à manipuler figurant dans les problèmes sans les mentionner, la seule précision pour le support de la recherche est "utilisez le matériel que vous voulez". Ainsi les élèves vont vers le support qui fait le plus de sens pour eux dans leur compréhension à cet instant du problème (manipulation d'objets, ardoise, cahier, feuille libre). Avec la manipulation et l'ardoise disponibles, l'objectif est que les élèves utilisent le mode de représentation qui leur convient le mieux mais aussi qu'ils ressentent la nécessité de copier les réponses trouvées pour organiser leurs réponses, la nécessité de la trace. Je m'attends donc à voir de moins en moins d'utilisation de l'ardoise et de la manipulation.

Après la présentation du problème, les élèves entament ainsi une phase de recherche individuelle pendant 5 à 10 minutes. Durant ce temps, l'enseignant passe dans les rangs pour soutenir les démarches individuelles et veiller à la bonne orientation des élèves et de leur bonne compréhension du problème. C'est aussi le temps de l'observation de l'entrée dans l'activité.

Le premier critère d'observation que nous avons considéré au regard de ce temps individuel est le délai de mise en activité de l'élève : entre-t-il rapidement dans la tâche (moins ou plus de 3 minutes) ? Y-a-t-il un élève qui n'entre pas dans la tâche ?

Le temps resté en activité peut également rendre compte de la prise en charge du problème par l'élève. En effet nous nous attendons à voir quelques élèves s'arrêter dans la tâche au bout d'un ou de deux résultats trouvés. Habités aux problèmes arithmétiques simples à réponse unique, certains élèves pourraient rester dans le même contrat didactique qu'ils perçoivent habituellement dans une séance de résolution de problème en classe. Pour ce critère, j'ai choisi de m'en tenir à l'observation des élèves durant le temps de la recherche individuelle. Sont-ils tout le temps en recherche ou ont-ils arrêté leur recherche ? Collectés lors de la séance, ces deux premiers critères témoignent de l'engagement de l'élève dans la tâche.

La présentation effective des réponses des élèves dans leur recherche individuelle est un indicateur de l'organisation qu'ils établissent ou non. Rappelons qu'aucune proposition de format type de réponse (espace de schématisation, place pour la phrase réponse) n'a été donnée, les élèves choisissaient le support qui leur semblait le plus approprié (cahier de brouillon, ardoise, la manipulation) et le codage, symbole ou dessin qu'ils voulaient. Ainsi si les élèves choisissent la manipulation, parviendront-ils à mémoriser le résultat sans noter ? Comment veilleront-ils à ne pas produire deux fois le même résultat dans le cas d'un nombre de combinaisons conséquentes dessinées ?

La variable du support de la représentation est également potentiellement facteur de la compréhension de la nécessité d'organiser les résultats trouvés. Je m'attends à voir une réelle stratégie identifiable dans les derniers problèmes pour les CE2 quand mon attente pour les CE1 est de les voir développer une organisation spatiale qui les amène du dessin au symbole voir au codage pour certains.

Le contenu de la recherche des élèves est évidemment un point particulièrement important. Il y a bien sûr le nombre de solutions qu'apportera chaque élève qui indiquera la capacité de l'élève à mener à bien la stratégie qu'il a choisie pour le problème. Sur ce point, je m'attends à voir un nombre grandissant de réponses apportées à mesure des séances. Mais il y a également, dans un premier temps, l'occasion de vérifier la compréhension de la consigne donnée dans le problème. Ainsi on pourra vérifier par exemple : est-ce que tous les blocs ont une couleur différente dans les tours ? S'agit-il bien d'une tour (accumulation sur la hauteur) ? Le dépassement de la consigne sera donc relevé comme indicateur.

La forme de la présentation est aussi révélatrice d'un mode de représentation (iconique avec des dessins ou symbolique avec des lettres). Par le jeu de répétition de la mécanique des problèmes, je m'attends à une forme de progression dans le passage du mode iconique au mode symbolique.

Après ce petit temps individuel, l'enseignant propose une mise en commun assez brève, pour mettre en avant quelques stratégies adoptées dans la classe. En explicitant la manière de réfléchir au problème, cet échange entre pairs se veut aussi l'occasion d'apporter une aide auprès de certains élèves qui pourraient être bloqués. La verbalisation d'un raisonnement n'est pas un exercice simple pour un enfant de 7 à 9 ans. Aussi l'enseignant doit-il veiller à favoriser des formulations spontanées qui vont nourrir les autres par le jeu de questions

cependant suffisamment larges pour ne pas influencer la réponse de l'élève (par exemple : comment as-tu procédé ? comment fais-tu pour chercher des réponses ?).

S'ensuit la phase par groupes de 4 élèves où chacun confronte ses résultats à ceux du groupe. Tout au long de cette phase, l'enseignant soutient, met en doute, relance, réoriente les élèves pour les faire progresser sans rien donner directement. C'est un moment qui peut apporter beaucoup aux élèves par la confrontation. Un camarade qui a eu une autre idée peut, par ricochet, en donner d'autres à d'autres élèves. Cette confrontation est en outre complètement inscrite dans la démarche scientifique et donne, l'air de rien, le réflexe aux enfants de comparer des résultats. Le fait de réunir en groupe favorise également une émulation, une nouvelle énergie dans un travail qui peut s'avérer coûteux dans la réflexion pour certains. Le groupe doit faire un choix pour expliciter sa stratégie et déterminer une manière de présenter ses résultats au tableau. Ce temps peut être l'occasion de voir des dépassements du cadre du problème, dans le sens où les élèves, ensemble et contraints à communiquer la preuve de leurs résultats, peuvent aller au-delà.

C'est ensuite l'un des trois groupes (3 groupes par niveau) qui présente ses résultats à la demi-classe. Les groupes sont « hétérogènes », incluant les élèves fragiles au côté d'élèves plus avancés. Le demi-groupe choisi est un groupe qui n'a pas trouvé l'ensemble des réponses valides (désigné par l'enseignant), de manière à ce que l'échange avec les pairs soit de fait enrichissant. Les élèves qui écoutent ont la possibilité à la fin de la présentation de signaler une réponse manquante, demander une explication sur une réponse donnée. Cette phase entame la phase d'institutionnalisation, réalisée en grande partie par les élèves. La discussion entre pairs et la manière de présenter à la classe peuvent influencer la compréhension de certains élèves et leur permettre d'accéder à une nouvelle connaissance.

L'enseignant propose enfin aux élèves de revenir sur le problème à un niveau plus macro et d'envisager plutôt la conduite, la démarche tenue que le résultat obtenu. C'est ce qui est mis en avant par l'enseignant et servira de base à la trace écrite de la séquence. Menée sous la forme d'un échange oral avec toute la classe, cette institutionnalisation vise à mettre en exergue les éléments déterminants de la résolution de problème en mathématiques : un problème peut avoir plusieurs solutions, un problème peut faire penser à un autre problème... Notés sur une affiche, ces points clés sont écrits également dans le cahier du jour par les élèves et sont relus en démarrage de séance suivante.

L'expérimentation passée, il convient à présent d'en faire une analyse a posteriori à partir des résultats obtenus.

### 2.3. Analyse a posteriori et résultats

L'analyse de l'expérimentation se fonde sur l'observation menée pendant les séances au regard des indicateurs préalablement déterminés (cf. annexe 2). J'ai porté mon analyse sur trois points que j'ai considérés cruciaux : le temps de la recherche, les traces écrites individuelles, les temps collectifs.

#### 2.3.1. Le temps de la recherche

La présentation de cette séquence a été très bien accueillie par les élèves. Une élève qui figurait parmi les élèves prioritaires de cette expérimentation a montré dès le premier problème un fort intérêt pour la nouvelle présentation de la résolution de problèmes et ce, également à chaque séance suivante. Les autres élèves considérés parmi les élèves à suivre particulièrement ont eu des parcours inégaux mais ont tous témoigné d'un intérêt pour la recherche et se sont tous lancés dans une démarche de recherche.

D'ailleurs, au regard des indicateurs « délai d'entrée dans la recherche » et « temps de recherche individuelle » (tableaux 1 à 4), on relève que le processus de dévolution observé suit une courbe toujours plus favorable : les entrées dans l'activité se font de plus en plus vite et les décrochages d'activité au sein du temps individuel de moins en moins.

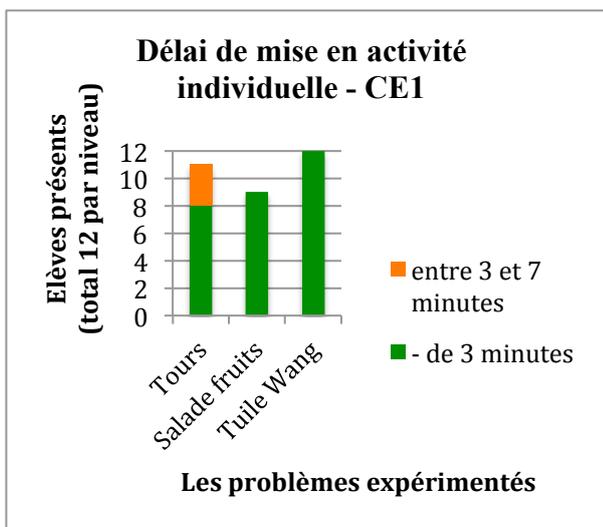


Tableau 1 – le délai de mise en activité des CE1

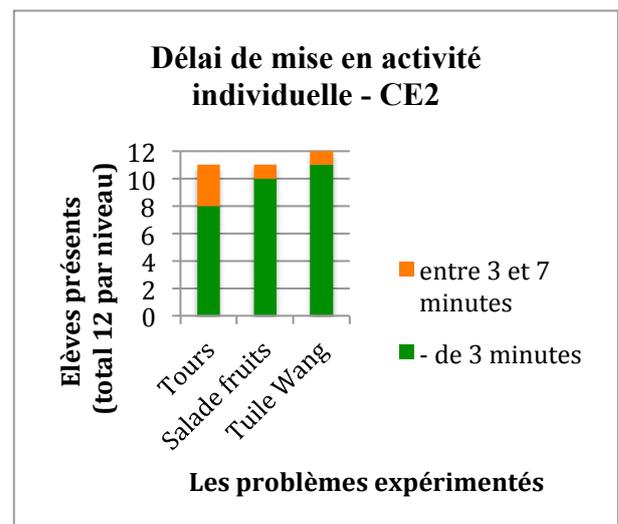


Tableau 2 – le délai de mise en activité des CE2

Concernant le temps de recherche individuelle spécifiquement, j'ai remarqué des signes plutôt encourageants : lors du dernier exercice, tous les élèves sont restés en recherche (crayon à la main, en posture réflexive, sans échange entre élèves), en dehors d'une élève de CE2 qui, peut-être parce que n'ayant pas suivi les deux premières séances, n'a pas su s'engager dans une recherche de différentes solutions. Bien qu'ayant été invitée à reformuler la recherche, elle n'est pas parvenue à réaliser une autre proposition que la première et son attitude laissait voir une forme d'abandon de la recherche.

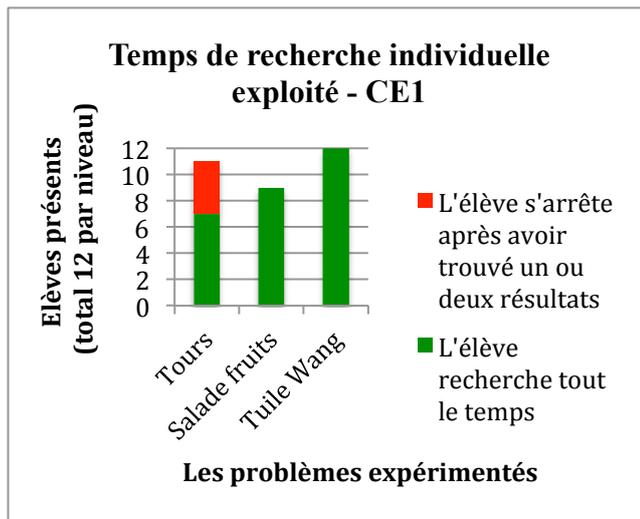


Tableau 3 – le temps de recherche individuelle des CE1

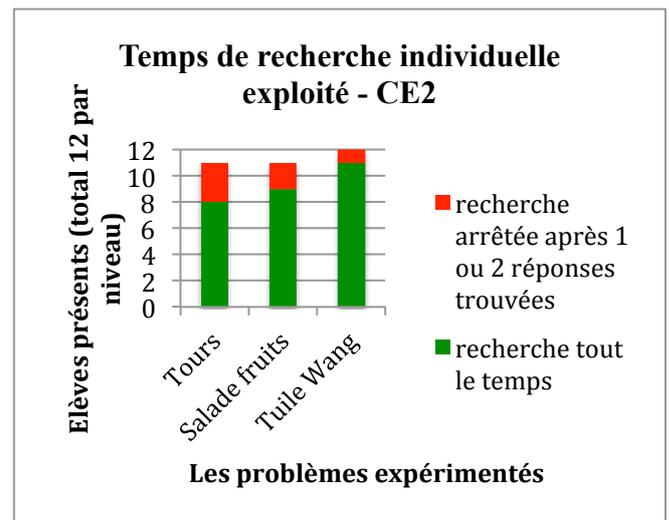


Tableau 4 – le temps de recherche individuelle des CE2

### 2.3.2. La trace écrite individuelle des élèves

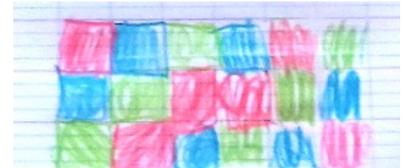
Le **support** permet aux élèves d'entrer dans l'activité avec ce qui fait le plus sens pour eux au regard du problème ; il permet aussi de leur faire ressentir le besoin de noter les résultats trouvés et de les organiser. Il était initialement prévu d'avoir du matériel à manipuler lors de la première séance (lego). Cependant, suite à un problème logistique personnel, je n'ai pas pu proposer les lego. Les élèves ont donc eu le choix du support écrit mais la manipulation n'a pas eu lieu. Ceci n'a cependant pas empêché l'ensemble des élèves de s'approprier à leur façon le problème. Concernant l'utilisation de l'ardoise, deux élèves en ont eu usage au premier problème puis un seul au deuxième problème. Tous les élèves sont allés spontanément sur un cahier pour la dernière séance. Le résultat attendu est donc en grande partie arrivé, les élèves ont ressenti le besoin de garder une trace.

Ensuite, cette trace écrite est l'occasion de voir le **contenu** des propositions des élèves et d'observer dans un premier temps si le cadre de la consigne est respecté ou dépassé, témoignant alors peut-être d'une certaine incompréhension de la consigne de départ ou de l'évolution du contrat didactique par rapport à une séance de résolution de problématiques

arithmétiques habituellement menée en classe. Sur ce point les résultats plutôt concluants. La grande majorité des élèves respectaient dès la première séance la consigne. Les reformulations par les pairs peuvent en partie expliquer ce résultat : ils ont permis aux élèves plus fragiles de comprendre ce qu'ils devaient chercher.

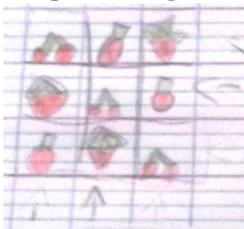
J'ai noté qu'une majorité des élèves de CE1 suivaient une certaine organisation de présentation. Dans **l'écriture de leurs résultats**, ils ont tous accédé à une certaine rigueur de présentation qui facilite la recherche.

Dès le premier problème, tous les élèves présentaient les tours sous forme de dessin les uns à côté des autres, avec des tours de taille identique ou presque.

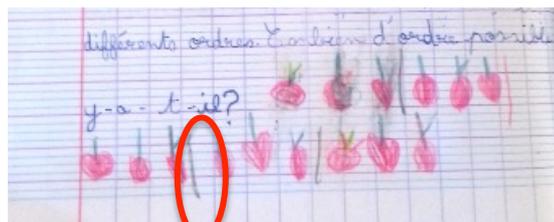


**Production d'élève n°1 –**  
Le problème des tours

Pour le deuxième problème, j'ai pu relever que la majorité des élèves présentaient en forme de liste les combinaisons de 3 dessins de fruits. J'ai pu constater des propositions plus originales qui témoignent d'une réelle recherche et d'un besoin d'organisation accru.



**Production d'élève n°2 –**  
Le problème de la salade de fruits  
présenté sous forme de tableau



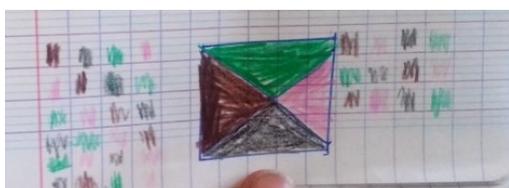
**Production d'élève 3 –** le problème de la salade de fruits  
témoignant d'un besoin d'organisation (le trait vertical)  
pour avancer sans erreur

Voici l'échange que j'ai eu avec l'élève qui a réalisé la production d'élève n°2 :

- Combien de solutions as-tu trouvées ?
- Six.
- Peux-tu me les montrer ?

L'élève m'a alors indiqué les lignes puis les colonnes. Il a ajouté les flèches au crayon gris.

Le problème des tuiles de Wang a nécessité un cadrage inattendu : la taille de la tuile sur le cahier, reproduite spontanément en grand format dans le cahier par certains élèves et réduisant l'espace disponible pour mettre les réponses les uns à côté des autres et pouvoir les comparer. Ceci a peut-être soutenu le progrès de deux élèves vers le codage, comme le montre les productions d'élève n°4 et n° 5 (les élèves avaient la liberté des couleurs, en fonction de ce qui était disponible dans leur trousse).



**Production d'élève n°4 –** réalisé par un élève de CE1



**Production d'élève n°5 –** réalisé par un élève de CE1

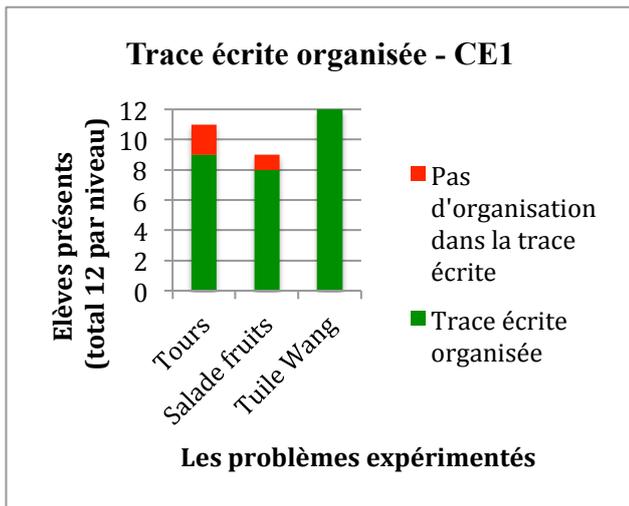


Tableau 5 - L'organisation de la trace écrite chez les CE1

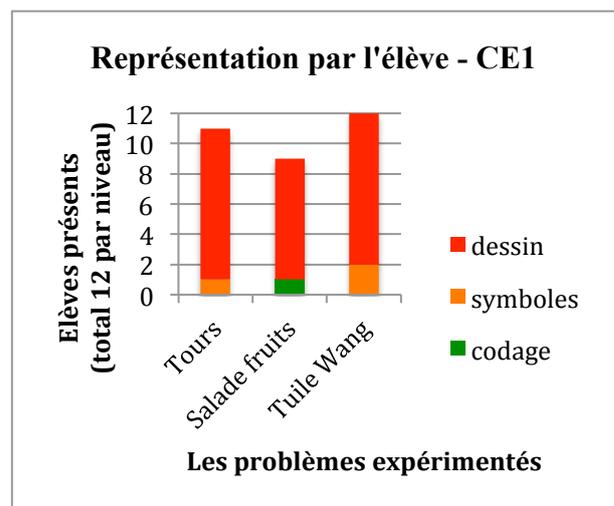
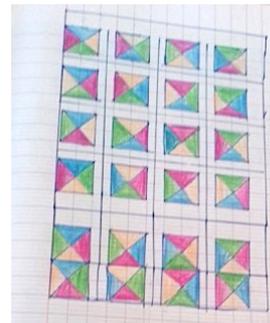


Tableau 6 - La représentation du problème par les CE1

Pour les CE2, mon attente sur la trace écrite individuelle était plus forte. Ceci explique la très grande différence de résultats entre les tableaux n°5 et n°7 concernant la trace écrite organisée ou non. L'analyse des productions des élèves m'a permis de voir qu'effectivement, la grande majorité des élèves avaient investi la réponse structurée en suivant une stratégie. Des résultats de la sorte en attestent :



Production d'élève n°6 - Tuiles de Wang - La réponse est sans la représentation de la tuile, la stratégie a été de « bloquer » la couleur et place de l'un des triangles de la tuile



Production d'élève n°7 - la stratégie est de garder la couleur du triangle du haut

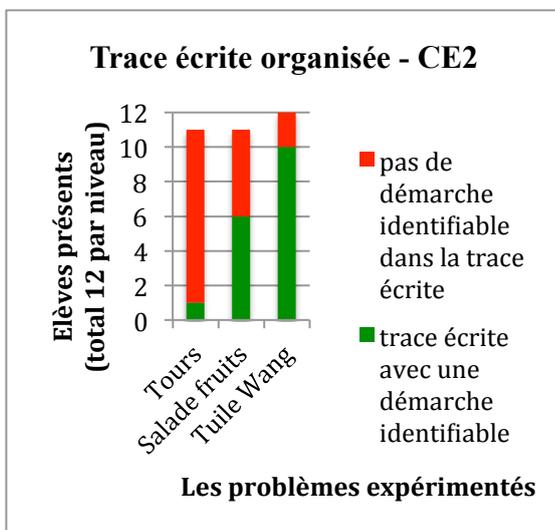


Tableau 7 - L'organisation de la trace écrite chez les CE2

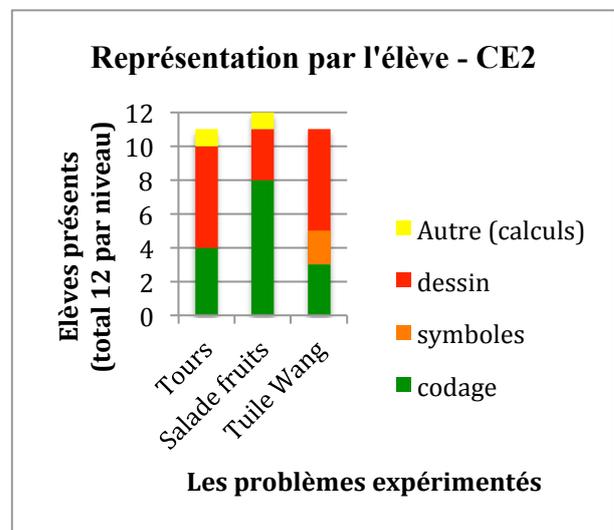


Tableau 8 - la représentation du problème par les élèves de CE2

### 2.3.3. Le nombre de solutions trouvées

Les tableaux n°9 et n°10 présentent le nombre de réponses valides trouvées. On remarque une réelle progression de l'ensemble des élèves en moyenne. Cela pourrait s'interpréter comme un succès dans la conduite d'une recherche plus organisée qui a abouti à plus de résultats. Il semblerait que la répétition du schéma permette d'installer une certaine méthodologie de recherche chez les élèves.

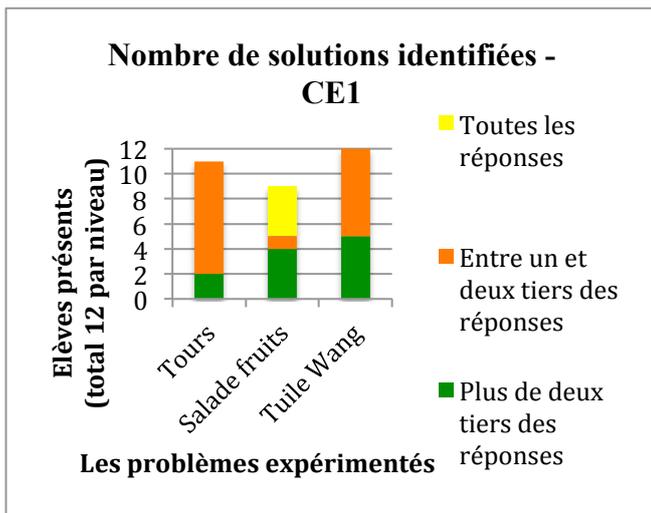


Tableau 9 – le nombre de réponses valides trouvées par les CE1

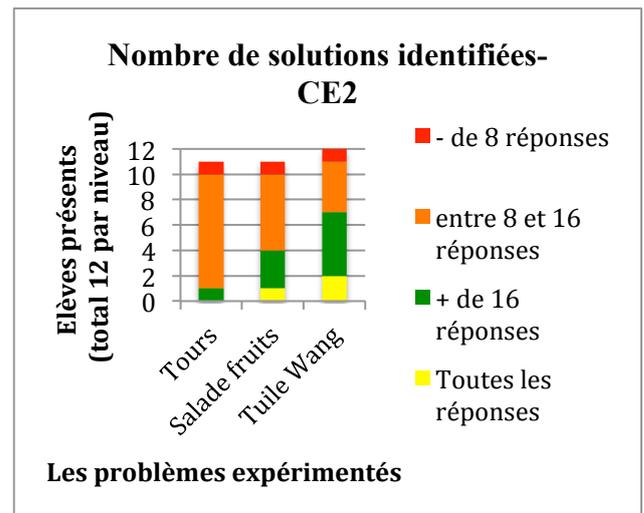


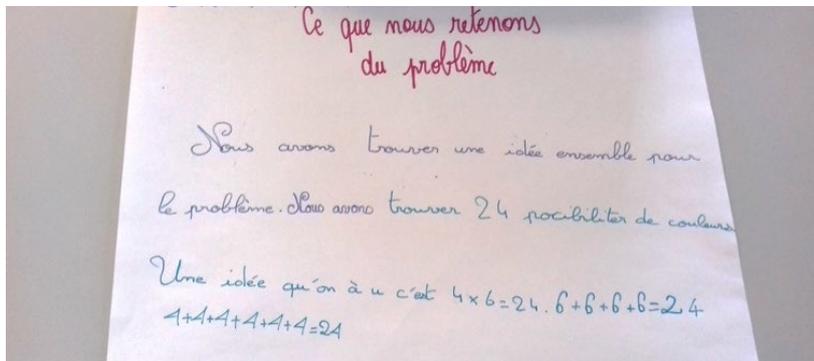
Tableau 10 – le nombre de réponses valides trouvées par les CE2

### 2.3.4. La mise en commun et l'institutionnalisation

Lors de l'introduction en collectif de ces séances, j'ai observé un point qui était par ailleurs attendu. Dès le premier problème, un élève de CE2 a fait un rapprochement avec le problème des drapeaux qui avait été vu en période 1. Le nombre initial n'était pas le même (le drapeau avait 3 couleurs possibles quand la tour de lego en a 4). Il y avait donc bien un réel besoin de recherche qui pouvait par ailleurs s'appuyer sur une des stratégies évoquées lors du problème de la période 1. Sur les séances suivantes, ce sont deux autres élèves qui ont remarqué la similitude de la structure des problèmes lors des temps collectifs. Ces remarques ont permis de parler de la nécessité de la preuve dans la résolution de problèmes.

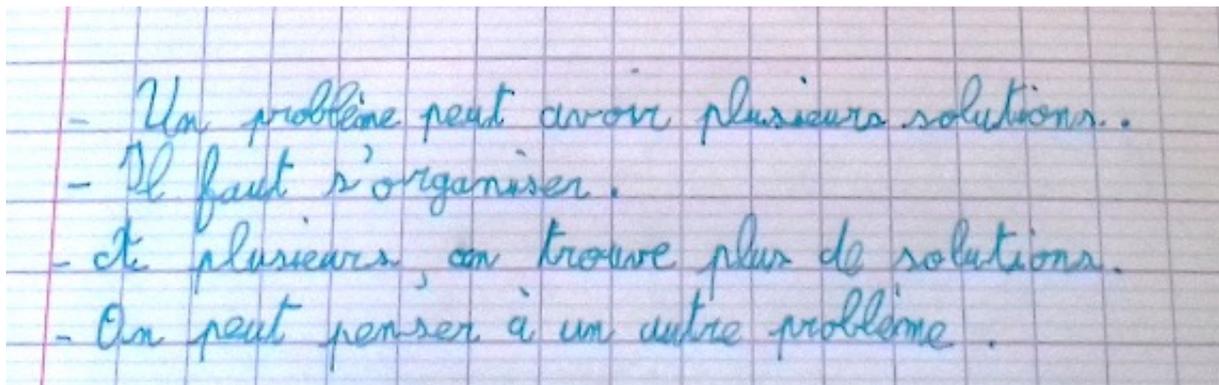
Les éléments présentés par les élèves ont servi la phase d'institutionnalisation. C'est d'abord par l'échange que les élèves ont eu que j'ai trouvé une opportunité de formaliser la démarche de la recherche. Je m'en suis servi comme base de trace écrite, pleine de sens pour les élèves. En effet lors de la mise en commun, les élèves réalisaient une affiche qui servait à alimenter leur réflexion sur la résolution de problèmes. C'était l'occasion de voir aussi un dépassement

du cadre du problème, les élèves poursuivant leur investigation par la nécessité de communiquer, expliciter. La production d'élèves n°8 montre la volonté de trouver par le calcul une explication au résultat trouvé préalablement par les dessins/ symboles.



**Production d'élèves n°8** – Réalisée en groupe de 4 élèves, cette affiche présente les idées que les élèves retiennent du problème

En partageant leurs idées ensemble, les élèves sont parvenus à faire émerger des idées fortes de la résolution de problèmes pour démarrer l'affiche collective, ils ont également noté les idées principales de la démarche de recherche dans le cahier du jour.



**Production d'élève n°9** – Synthèse collective sur la démarche à mener en résolution de problèmes, copiée sur le cahier du jour en fin de première séance.

Malheureusement en raison d'un manque de temps sur deux séances, je n'ai pas pu réaliser le temps d'exposition au tableau d'un groupe pour la première séance et le temps en groupe et sa présentation au tableau pour la seconde. J'ai maintenu l'échange collectif pour palier ces manques.

### 2.3.5. Evaluation post – expérimentale sur des problèmes arithmétiques

Impossible à mener in situ, c'est à distance que j'ai tenté d'évaluer les élèves en leur demandant de m'envoyer la photo de leur travail. Cette évaluation ayant été réalisée dans les familles, il est impossible d'y accorder le crédit que portait le test dans le cadre prévu initialement. Cette évaluation porte sur quatre problèmes (cf. annexe 1). Avant l'expérimentation j'avais relevé que 6 élèves parmi les plus fragiles butaient en général sur

près de 3 des 4 problèmes que je proposais, quand plus d'un tiers de la classe résolvait 3 ou 4 problèmes. J'ai reçu 15 retours sur 24 élèves. Sur les 9 élèves fragiles, j'ai 5 retours. Il est difficile de conclure, cependant je relève certains éléments favorables. Je note par exemple que l'élève qui accuse un léger retard, a réussi à chaque exercice à faire une proposition de représentation cohérente. Elle n'est pas parvenue à finaliser tous les exercices (2 sur 4) dans le temps imparti mais elle a dessiné, donné à voir une représentation juste pour chacun des problèmes, ce qui marque, à mon sens, une avancée.

A l'inverse, deux élèves fragiles de CE1 n'ont pas réussi plus d'un exercice ; j'ai remarqué que l'un d'eux a été tout de même capable de représenter le problème mais il n'a pas su le traduire en une opération. Contrairement à ce qu'il faisait précédemment, il n'a pas cherché à tout prix à fournir une réponse. Cela traduit une forme de progrès dans sa démarche de résolution de problèmes. Sur les bons élèves, j'ai noté des schémas plus réfléchis, plus riches, mais n'est-ce pas dû à la plus grande maturité de l'élève ? Une élève plutôt moyenne en résolution de problèmes a parfaitement réussi l'évaluation. Mais dans quelle mesure l'a-t-elle réellement fait seule ?

A la lecture des résultats présentés, les hypothèses posées initialement pourraient plutôt se confirmer, à l'instar de l'expérimentation qui a inspiré nos choix. Il est intéressant à présent de discuter de cette expérimentation, d'en marquer les limites et de préciser les améliorations possibles.

## **2.4. Discussion – Conclusion**

L'analyse de cette expérimentation m'amène à penser que la dévolution du problème repose en partie sur les ressorts identifiés, dans la mesure où les indicateurs marquent une certaine progression des élèves. Cependant, quelles sont les améliorations que l'on pourrait apporter à cette expérimentation pour s'assurer de résultats, outre la tenue de l'expérimentation complète ?

### **2.4.1. L'importance de la forme des séances et des problèmes, pour chercher ?**

La forme de chaque séance revêt un trait d'importance et prend particulièrement du sens dans le cas de problèmes ouverts. En effet, l'alternance de format de travail (individuel – collectif – par groupe de quatre élèves – collectif) semble démontrer que le format plus collectif apporte

une nouvelle dynamique au temps de résolution de problèmes. C'est en tous cas l'enthousiasme des élèves qui m'a marquée sur ces séances de problèmes ouverts. Les élèves qui rencontraient des difficultés à entrer en activité de recherche et à résoudre des problèmes arithmétiques simples, se sont réellement investis dans la recherche. Il est probable que le confort du travail en groupe explique beaucoup l'engagement de tous les élèves dans la tâche « chercher », dans la mesure où chacun savait qu'il n'aurait pas à exposer sa démarche individuellement devant la classe. Pour soutenir davantage ce point, il pourrait être suggéré de prendre davantage de temps par séance pour offrir un réel temps de groupe, que je n'ai pas réussi à conduire à chaque séance.

Le choix des problèmes est au cœur de cette expérimentation avec des problèmes ouverts spécifiquement. Mon hypothèse de départ était de proposer une progression de problèmes ouverts pour offrir d'autres schémas aux élèves qui les nourrissent en vue de mieux réussir les problèmes arithmétiques simples. D'après mon expérimentation, il semblerait que les problèmes ouverts amènent une certaine rupture dans les réflexes de la résolution de problèmes arithmétiques simples. En effet, l'élève qui accuse un léger retard avait une approche personnelle en résolution de problèmes : elle avait une sorte de contrat dont une des règles était « la résolution de problèmes passe par les nombres ». Cette recherche par le nombre d'éventuelles solutions que l'élève s'imagine sans doute mentalement est très lourde à mener sans noter les différentes combinaisons possibles. L'élève est parvenue à présenter le nombre « 12 » dans les deux premières séances avec des calculs associés ( $4 + 4 + 4 + 4$ ) puis ( $6 + 6$ ) et a dessiné 12 solutions dans le dernier problème. Sur les deux premiers problèmes, elle n'a rien pu démontrer car elle ne parvenait pas à représenter le problème. Cette élève a progressé dans sa représentation du problème, mais n'a pas progressé en terme de nombre de réponses. Si l'expérimentation avait été menée dans son intégralité, l'élève serait peut-être parvenue par la suite à trouver des réponses valides complémentaires.

Un autre point de la forme de l'expérimentation pourrait être discuté : le choix de mettre toutes les séances de problèmes ouverts d'affilée par série : peut-être qu'en étalant au cours de l'année le travail sur des problèmes ouverts, on maintiendrait davantage les élèves dans une dynamique de recherche réelle, car davantage ancrée dans les habitudes ?

Enfin l'absence de matériel à manipuler lors de mon expérimentation n'a pas offert aux élèves l'ensemble des leviers accessibles pour faciliter une représentation de la recherche et a pu

bloquer certains peut-être. Cette contrainte a été aussi une opportunité car il n'est pas certain que la manipulation génère une meilleure démarche de recherche : cela peut être source d'égarement (les élèves pouvant préférer jouer). Il serait toutefois opportun de le vérifier.

#### **2.4.2. La portée des traces écrites et des échanges entre pairs**

Dans les indicateurs de l'expérimentation, je propose un travail d'analyse des traces écrites individuelles, avec une attente d'une sorte d'organisation, comme témoin d'une nécessaire méthodologie que j'ai considérée comme marqueur d'un travail de recherche, la recherche nécessitant de l'organisation.

Pourtant, ce critère pourrait considérer que la trace écrite individuelle organisée dès le début témoigne du respect d'un contrat didactique assez formel, en lien avec les problèmes arithmétiques simples. A l'inverse une trace écrite désorganisée pourrait alors être l'indice d'une recherche. Aussi pourrait-on viser exactement l'inverse de ce que j'ai relevé.

De même, on pourrait s'interroger sur l'absence de considération réelle du travail de groupe. Cette partie ayant été remodelée lors des séances en raison du temps, il est difficile d'en mesurer la portée et d'assurer qu'à chaque travail de groupe, chaque élève a compris davantage par la confrontation et les explications de ses camarades. Il conviendrait d'être plusieurs observateurs pour observer ce temps, l'enseignant seul n'étant pas en mesure de suivre tous les groupes simultanément. De même, filmer les séances pourrait apporter une analyse plus fine, certains comportements échappant à l'œil de l'enseignant.

#### **2.4.3. Corrélation entre entraînement à la démarche de recherche et réussite dans la recherche de problèmes arithmétiques**

Comme mentionné précédemment, les résultats parvenus ont témoigné dans une certaine mesure d'une amélioration dans la démarche de « Chercher » pour certains élèves fragiles. Cependant, ces résultats doivent être pris avec précaution car six mois se sont écoulés entre le constat de la difficulté des élèves à chercher et à se représenter le problème et l'évaluation post-expérimentale. Les élèves ont fait beaucoup d'entraînement en résolution de problèmes arithmétiques simples qui ont pu porter leurs fruits, indépendamment de l'expérimentation conduite. Ils ont accumulé de nouveaux cas, schèmes qui alimentent leur réflexion.

De même le développement naturel de l'enfant peut expliquer aussi le constat d'une progression entre le début et la fin de l'année. Dans leur quotidien, les élèves ont pu être confrontés à des problèmes qu'ils ont dû résoudre seuls, les amenant à mener une démarche d'investigation semblable à celle conduite sur la résolution de problèmes. Ils ont ainsi pu intégrer des connaissances personnellement en matière de résolution de problèmes.

L'expérimentation présente enfin une dernière limite qui est l'absence d'identification de la variable qui favorise le plus la démarche de recherche. Entre l'explication des pairs, la présentation collective du problème, le format envisagé, le problème en lui-même... quelle est la variable qui joue le plus sur le comportement des élèves ?

### **Conclusion**

L'étude conduite visait à améliorer l'engagement de l'ensemble des élèves dans la recherche de réponses à un problème arithmétique après le travail d'une séquence sur des problèmes ouverts. Comme elle n'a pu être conduite dans son intégralité, il est délicat de tirer des conclusions définitives de cette expérimentation ; cependant, les indicateurs choisis ont révélé un certain succès sur la courte période expérimentée. Il serait intéressant de conduire intégralement cette expérimentation en assurant des temps collectifs conséquents pour mesurer l'importance de l'échange entre pairs mais également pour laisser plus de temps aux élèves pour effectivement résoudre le problème entre eux, indépendamment de tout travail de la classe. Cette expérimentation menée sur plusieurs mois pourrait permettre d'apporter quelques éléments de réponse supplémentaire.

## Bibliographie

- Barth, B. M. (1985). Jérôme Bruner et l'innovation pédagogique. *Communication & Langages*, 66(1), 46-58.
- Brousseau, G. (1986). *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques* (Doctoral dissertation).
- Brousseau, G., & Balacheff, N. (1998). *Théorie des situations didactiques: Didactique des mathématiques 1970-1990*. Grenoble: La pensée sauvage.
- Chanudet, M. (2019). *Étude des pratiques évaluatives des enseignants dans le cadre d'un enseignement centré sur la résolution de problèmes en mathématiques* (Doctoral dissertation, University of Geneva).
- Chevallard, Y., *La transposition didactique- du savoir savant au savoir enseigné*, La Pensée Sauvage Éditions, 1991.
- Douady, R. (1986). *Jeux de cadres et dialectique outil-objet. Recherches en didactique des mathématiques*, 7(0), 2.
- Fagnant, A., Demonty, I., & Lejong, M. (2016). *Résoudre des problèmes: pas de problème! Guide méthodologique et documents reproductibles: cycle 10-12 ans*. De Boeck.
- Gandit, M., Triquet, E., & Guillaud, J. C. (2010, September). Démarches scientifiques, démarches d'investigation en sciences expérimentales et en mathématiques: représentations d'enseignants stagiaires de l'IUFM.
- Hersant, M. (2008). Problèmes pour chercher: des conduites de classes spécifiques. *Grand N*, 81, 57-75.
- Houdement, C. (2009). Une place pour les problèmes pour chercher. In *Annales de didactique et de sciences cognitives* (Vol. 14, pp. 31-59).
- Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N*, 100, 59-78.
- Jeannotte, D. (2015). *Raisonnement mathématique: proposition d'un modèle conceptuel pour l'apprentissage et l'enseignement au primaire et au secondaire* (Doctoral dissertation, Université du Québec à Montréal).
- Julo, J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes. *Grand n*, 69(1), 31-52.
- Monaghan, J., Pool, P., Roper, T., & Threlfall, J. (2009). Open-start mathematics problems : An approach to assessing problem solving. *Teaching Mathematics and Its Application*, 28, 21-31.
- Newell, A., & Simon, H. A. (1972). *Human Problem Solving*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.

Perrin-Glorian, M.J. (1994). Contraintes de fonctionnement des enseignants au collège ce que nous apprend l'étude de « classes faibles ». *Petit x*, 35, pp. 5 à 40.

Perrin-Glorian, M. J. (1997). Que nous apprennent les élèves en difficulté en mathématiques. *Repères IREM*, 29, pp 43-66.

Pineau-Choquet, C. (2014). *Une caractérisation des pratiques de professeurs des écoles lors de séances de mathématiques dédiées à l'étude de problèmes ouverts au cycle 3* (Doctoral dissertation, Nantes).

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press Inc.

Vergnaud, G. (1991). La théorie des champs conceptuels. Recherche en didactique des mathématiques. Vol 10 no 2. *La Pensée Sauvage*, Grenoble.

Weil-Barais, A. (1993), *L'homme cognitif*, Paris : PUF.

MEN (2005), Les nouveaux programmes de l'école primaire, Mathématiques, Documents d'accompagnement, Les problèmes pour chercher :  
[http://cache.media.education.gouv.fr/file/20172018/95/7/les\\_problemes\\_pour\\_chercher\\_C2\\_et\\_C3\\_827957.pdf](http://cache.media.education.gouv.fr/file/20172018/95/7/les_problemes_pour_chercher_C2_et_C3_827957.pdf) [consulté le 20/02/2020]

MEN (2019), Recommandations pédagogiques pour l'école primaire,  
[https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Cycle\\_2/34/6/2019\\_reco\\_pedago\\_primaire\\_bdef\\_1173346.pdf](https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Cycle_2/34/6/2019_reco_pedago_primaire_bdef_1173346.pdf) [consulté le 18/02/2020]

BO spécial du 26 novembre 2015 : programmes d'enseignement de l'école élémentaire et du collège : <https://www.education.gouv.fr/au-bo-special-du-26-novembre-2015-programmes-d-enseignement-de-l-ecole-elementaire-et-du-college-3737> [consulté le 20/02/2020]

BO spécial du 26 juillet 2018 : Cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), cycle de consolidation (cycle 3) et cycle des approfondissements (cycle 4) : modification :  
[https://www.education.gouv.fr/bo/18/Hebdo30/MENE1820169A.htm?cid\\_bo=132987](https://www.education.gouv.fr/bo/18/Hebdo30/MENE1820169A.htm?cid_bo=132987)  
[consulté le 20/02/2020]

# Mes p' tits problèmes hebdomadaires

CE1

<b>1</b>	Le jardinier sait qu'il y a 62 arbres dans le parc de la ville. Ces arbres sont soit des chênes, soit des hêtres. Il a compté 26 hêtres. Combien de chênes y a-t-il dans le parc ?																																																																																																				
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 20px;"> </td><td style="width: 20px;"> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table>																																																																																																					



<b>2</b>	Un lustre est équipé de huit ampoules. Combien faudra-t-il d'ampoules pour équiper 5 lustres ?																																																																																																				
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 20px;"> </td><td style="width: 20px;"> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table>																																																																																																					



<b>3</b>	La voiture fait des tours de piste pendant 36 minutes. Elle met 3 minutes pour faire 1 tour. Combien de tours a-t-elle faits ?																																																																																																				
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 20px;"> </td><td style="width: 20px;"> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table>																																																																																																					



<b>4</b>	L'école compte 218 petits cahiers dans ses armoires. Pour préparer la rentrée, la directrice de l'école commande encore 525 cahiers. Combien de cahiers aura-t-elle à la rentrée ?																																																																																																				
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 20px;"> </td><td style="width: 20px;"> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table>																																																																																																					



3 étoiles : Une si l'opération ou le dessin sont adaptés, une si le résultat est juste, une si la phrase réponse est bien formulée  
+ 1 cœur –bonus si l'orthographe est correcte.

# Mes p'tits problèmes hebdomadaires

CE2

<b>1</b>	Dans une caisse de supermarché, il y a 24 billets de 100 euros. Quelle somme y a-t-il en euros dans la caisse ?



<b>2</b>	Sur le jeu de l'oie, j'avance de 5 cases en 5 cases. Combien me faudra-t-il de coups pour arriver à la case 65 en partant de la case départ ?



<b>3</b>	Un paquet de 6 grandes bouteilles de jus de fruit coûte 12,60 €. Combien coûte une seule bouteille ? <i>Écrire le montant trouvé sous la forme ...€...</i>



<b>4</b>	Dans le champ, l'agriculteur a planté 15 nouveaux pommiers. Maintenant, son verger compte 305 arbres. Combien d'arbres avait-il avant cette nouvelle plantation ?



3 étoiles : Une si l'opération ou le dessin sont adaptés, une si le résultat est juste, une si la phrase réponse est bien formulée  
+ 1 cœur –bonus si l'orthographe est correcte.

## Annexe 2 – Tableau des indicateurs de l'expérimentation

INDICATEURS	Les tours de legos - TL			Problèmes : La salade de fruits - SF			Les tuiles de Wang - TW			Stratégie		
	TL	SF	TW	TL	SF	TW	TL	SF	TW			
<b>INDICATEURS</b>	<b>Délai de mise au travail</b>			<b>Organisation</b>			<b>Nombres de solutions identifiées</b>					
	Indicateur en temps de l'entrée dans l'activité : Combiens de temps a mis l'élève pour entrer dans la recherche VERT - < 3 minutes ORANGE - entre 3 et 7 minutes ROUGE - > 7 minutes			trace écrite témoignant d'une organisation, mise en place d'une stratégie. Pour les CE1 -> critère de réussite : organisé si trace écrite existante. Pour les CE2 -> critère : organisé si une logique / une procédure est mise en oeuvre. VERT - organisé ROUGE - pas organisé			Indicateurs de nombre de solutions trouvées seul : CE1 - 6 réponses attendues JAUNE - Toutes les réponses VERT - ++ de 4 réponses ORANGE - entre 2 et 4 réponses ROUGE - 1 réponse CE1 tuiles de Wang : VERT - ++ de 10 réponses ORANGE - entre 6 et 9 réponses ROUGE - moins de 6 réponses CE2 - 24 réponses attendues JAUNE - tous les réponses VERT - ++ de 16 réponses ORANGE - entre 8 et 16 réponses ROUGE - moins de 8 réponses					
<b>Elèves</b>	<b>TL</b>	<b>SF</b>	<b>TW</b>	<b>TL</b>	<b>SF</b>	<b>TW</b>	<b>TL</b>	<b>SF</b>	<b>TW</b>	<b>TL</b>	<b>SF</b>	<b>TW</b>
<b>CE1</b>												
EAK		abs			abs			abs		dessin	dessin	dessin
EAU		abs			abs			abs		abs	abs	symbole
LBO		abs			abs			abs		dessin	abs	dessin organisé
OCO		abs			abs			abs		dessin	abs	dessin organisé
CFO		abs			abs			abs		abs	abs	dessin
LGU										abs	abs	symbole
NHO										codage	dessin	dessin
CMA										dessin	codage	dessin organisé
EMA										dessin	dessin	dessin
LNE										dessin	dessin	dessin
DRI										dessin	dessin	dessin
<b>CE2</b>												
JAB										codage	codage	symbole
DBA										codage	codage	symbole
PCA										dessin	codage	dessin
RCA										calcul	calcul	codage
JCA										codage	codage	codage
TCH										dessin	codage	dessin
TNG										dessin	dessin	dessin
MPA										abs	abs	dessin
IRI										abs	abs	dessin
ARO										dessin	codage	codage
JSA										codage	codage	dessin
EVI										dessin	dessin	dessin

**Année universitaire 2019-2020**

**Master 2 Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation**  
**Mention Premier degré**

**Titre du mémoire : Une progression de problèmes ouverts pour mieux engager les élèves dans la recherche en résolution de problèmes arithmétiques**  
**Auteur : Alice Fesneau**

**Résumé :** Centrale dans les programmes officiels de mathématiques à l'école élémentaire, la résolution de problèmes questionne quant à la manière de l'enseigner, notamment pour engager l'ensemble des élèves dans la recherche. Les différents travaux conduits en la matière mettent l'accent sur la nécessité de fréquentation de différentes formes de problèmes, la nécessité de preuve portée par un langage spécifique, et le besoin de soutien au processus de dévolution. Fortes de ce constat, nous nous sommes interrogées sur la possibilité d'améliorer les résultats de l'ensemble des élèves sur des problèmes arithmétiques simples. Le dispositif expérimental s'appuie sur deux séries de trois problèmes de recherche et une évaluation post-expérimentale et repose sur les échanges entre pairs et une posture de l'enseignant attentive au processus de dévolution. Mes conclusions, avortées par l'arrivée de la pandémie, laissent à penser que l'expérimentation proposée pourrait permettre d'engager les élèves favorablement dans la recherche.

**Mots clés :** cycles 2 et 3, dévolution, étayage, représentation, organisation

**Abstract:** Problem solving is at the heart of the official mathematics programs of elementary school, but it is still a source of questioning regarding the way to teach it, especially in how to involve the whole classroom in research. Different studies on that matter underline the necessity of working on different types of problems, the necessity of proof by using a specific language and the importance of supporting devolution process. We questioned the opportunity to improve results of the whole classroom on simple arithmetic problems. The experimental process relies on two series of three problems of research and an evaluation in solving arithmetic problems and is supported by

encouraging co-working between schoolchildren and with a special attention regarding the involvement and devolution process. My conclusions, slightly undermined by the pandemic, still lets me thinking that this experimentation would enable any schoolchild to have a better commitment in the research process.

**Key words:** cycles 2 & 3, commitment, support, representation, organization