



**HAL**  
open science

# La manipulation pour aider dans la résolution de problèmes dits “ pour chercher ”

Perrine François

► **To cite this version:**

Perrine François. La manipulation pour aider dans la résolution de problèmes dits “ pour chercher ”. Education. 2020. dumas-03122700

**HAL Id: dumas-03122700**

**<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-03122700>**

Submitted on 27 Jan 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Année universitaire 2019-2020**

*Master Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation*

*Mention Premier degré*

**La manipulation pour aider dans  
la résolution de problèmes dits  
« pour chercher »**

**Présenté par Perrine FRANÇOIS**

**Mémoire de M2 encadré par Marie BUSSER**

## Remerciements

En premier lieu, je tiens à remercier Mme Marie BUSSER, professeure de mathématiques à l'Institut National Supérieur du Professorat et de l'Education (INSPE) de Bonneville et directrice de ce mémoire, pour sa disponibilité, la qualité de ses conseils et les connaissances qu'elle a pu me transmettre. Elle a su me guider dans mon travail et m'a aidée à trouver les solutions pour avancer.

Je souhaite également adresser mes remerciements les plus sincères à toute l'équipe de l'INSPE de Bonneville, professeurs et autres personnels, pour la richesse et la qualité de leur travail, ce qui permet de rendre cette année de Master 2 plus facile à vivre malgré la charge de travail.

Je saisis cette occasion pour adresser mes profonds remerciements et toute ma reconnaissance à l'équipe pédagogique de l'école de Contamine-sur-Arve pour avoir su m'aider et répondre à toutes mes interrogations tout au long de cette année de stage. Leur aide fut très précieuse. Je remercie plus particulièrement Mme Mélanie DUMAZ avec qui j'ai pu partager la classe de CE2 durant 6 mois pour sa disponibilité et ses conseils avisés qui m'ont permis d'apprendre au mieux ce métier de professeur des écoles.

Je voudrais également adresser toute ma gratitude à Mme Véronique COTTON, professeure des écoles maître formateur (PEMF), qui fut ma tutrice académique, pour sa bienveillance et ses précieux conseils tout au long de cette année de stage qui m'ont permis de progresser dans ce métier que j'ai toujours souhaité exercer.

Enfin, un grand merci à ma famille pour leur amour, leurs conseils, leur relecture et leur soutien sans faille, à la fois moral et économique, ce qui m'a permis de réaliser les études que j'ai toujours convoitées et par conséquent, ce mémoire. Je remercie également mon conjoint, pour sa patience durant ces longues journées de travail et son soutien inconditionnel.

# Table des matières

Introduction .....	1
1. Etat de l'art .....	2
1.1 Différents types de problèmes .....	3
1.2 Les problèmes pour chercher .....	4
1.2.1 Qu'est-ce que c'est ? Quelles caractéristiques ? .....	4
1.2.2 Intérêts des problèmes pour chercher en classe .....	5
1.2.3 Effets de ce type de problèmes sur les élèves .....	6
1.3. Les problèmes : quelle place dans les programmes ? .....	8
1.3.1. Les recommandations du 19 <sup>ème</sup> au début du 21 <sup>ème</sup> siècle .....	8
1.3.2. Et dans les programmes 2018 .....	10
1.4. Comment enseigner les problèmes pour chercher ? .....	10
1.5. La manipulation en mathématiques .....	12
2. Partie pratique .....	15
2.1. Problématique et hypothèses .....	15
2.2. Méthode .....	16
2.2.1. Participants .....	16
2.2.2. Mise en œuvre matérielle .....	17
2.2.3. Procédure .....	18
2.2.3.1. La séquence .....	18
2.2.3.2. Les catégories de problèmes .....	20
2.2.4. Recueil des données .....	21
2.3. Résultats .....	22
2.3.1. Le recours au matériel de manipulation .....	23
2.3.2. Manipulation et réussite du problème .....	24
2.3.2.1. Manipulation, aboutissement du problème et résultat correct .....	24
2.3.2.2. Manipulation et réussite de problèmes plus difficiles .....	27

2.3.2.3. La manipulation a-t-elle aidé les élèves à construire leur trace écrite ?.....	28
2.3.3. Manipulation et entrée dans la recherche .....	29
2.4. Discussion .....	30
2.4.1. Pourquoi la manipulation n'a-t-elle pas toujours permis la réussite des élèves ? ..	30
2.4.2. Les effets positifs de la manipulation sur les élèves dans les problèmes pour chercher .....	32
2.4.3. Limites et perspectives .....	33
Conclusion.....	35
Bibliographie.....	36
Annexes .....	38

## Introduction

Les problèmes de mathématiques, et plus particulièrement les problèmes pour chercher, sont le domaine d'étude de mon mémoire de recherche à visée professionnelle. Les problèmes sont souvent considérés comme l'activité phare dans l'enseignement des mathématiques. Il en existe de plusieurs types : ils peuvent être *pour apprendre*, par exemple lorsqu'ils servent la découverte d'une notion, ou l'entraînement à cette dernière, ou encore le réinvestissement de plusieurs connaissances et compétences mathématiques ; ou alors, ils peuvent être *pour chercher* et leur but est alors véritablement de permettre aux élèves de développer des compétences méthodologiques pour apprendre à chercher.

Quel que soit leur type, et peut-être même encore plus pour les problèmes pour chercher, il arrive que les enseignants se retrouvent finalement assez dépourvus lors de l'enseignement des problèmes : comment faire ? Et ce fut mon cas, en ce début d'année de stage où, alors que j'apprécie moi-même les énigmes et les défis mathématiques, j'ai proposé un escape game à mes élèves de CE2. Le principe était simple : par équipes, résoudre une suite d'énigmes qui les mèneraient à trouver un code pour ouvrir un « coffre » dans lequel se trouvait un « trésor ». Mais c'est alors que, dès la première énigme, l'ensemble des groupes est venu vers moi en me demandant comment faire. C'est pourquoi je me suis dit qu'il y avait un travail à effectuer pour les aider dans la recherche face à une situation problème et j'ai donc choisi d'en faire le sujet de mon mémoire.

A la suite de cela, la question qui s'est posée à moi fut la suivante : comment les aider ? La manipulation m'est alors apparue comme étant un outil riche et intéressant pour répondre à cette interrogation. Au fil de mes recherches sur les problèmes pour chercher et sur la manipulation en mathématiques, j'ai pu définir la problématique suivante pour mon mémoire : ***en quoi la manipulation peut aider des élèves de cycle 2 à entrer dans une démarche de recherche, c'est-à-dire à mettre en œuvre une démarche de résolution de problème ?***

Pour tenter de répondre à cela, mon mémoire va s'organiser en deux parties : une première partie où je ferai état des recherches que j'ai effectuées en parlant des différents types de problèmes mathématiques, puis plus particulièrement des problèmes pour chercher, ce qu'ils sont, et leurs intérêts et effets sur les élèves, mais également de leur place dans les programmes et les préconisations pour les enseigner, en terminant sur la façon d'utiliser la manipulation en mathématiques. La deuxième partie concernera l'étude que j'ai mise en place dans ma classe, avec son déroulement, ses résultats et leur analyse.

## 1. Etat de l'art

Avant toute chose, il me semble important d'essayer de définir ce qu'est un problème : qu'entend-on par « problème » dans le domaine des mathématiques ? Le mot problème nous provient du latin *problema* qui veut dire « question à résoudre », lui-même, l'ayant emprunté au grec ancien *problēma* qui signifie « ce qu'on a devant soi, obstacle ; tâche, sujet de controverse » (Centre National de Ressources Textuelles et Lexicales, consulté le 02/03/2020). A l'instar du sens en latin du mot *problema*, bon nombre de définitions du mot problème s'accordent à dire qu'il y a problème mathématique lorsque l'on est face à un énoncé contenant une question à laquelle il faut répondre. C'est ainsi qu'est défini le problème dans le dictionnaire Le Robert en ligne : « question à résoudre par des éléments donnés dans l'énoncé. *Un problème d'algèbre, de géométrie. La solution d'un problème.* » (consulté le 07/05/2020) ; ou encore dans le dictionnaire Larousse en ligne : « question à résoudre par un raisonnement scientifique et constituant un exercice : *L'énoncé du problème.* » (consulté le 07/05/2020).

Les définitions sont donc nombreuses et s'accordent globalement sur un point, à savoir qu'il y a problème que si la solution n'est pas accessible immédiatement et nécessite des recherches. Ainsi, Vergnaud les définit comme suit : « Par problème, il faut entendre, dans le sens large que lui donne le psychologue, toute situation dans laquelle il faut découvrir des relations, développer des activités d'exploration, d'hypothèse et de vérification, pour produire une solution. » (1986, p. 22). Citons encore Brun, que les professeurs Arzac et Mante reprennent dans leur ouvrage, et qui définit le problème mathématique ainsi : « Un problème est généralement défini comme une situation initiale, avec un but à atteindre, demandant au sujet d'élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but. Il n'y a problème, dans un rapport sujet/situation, que si la solution n'est pas disponible d'emblée, mais possible à construire. C'est dire aussi qu'un problème pour un sujet donné peut ne pas être un problème pour un autre sujet, en fonction de leur niveau de développement intellectuel par exemple. » (Brun, 1990, cité par Arzac et Mante, 2007, p. 20).

Un problème serait donc une situation dans laquelle nous rencontrons une difficulté à laquelle il faut faire face et mener ainsi des recherches dans le but de trouver une solution, et non pas uniquement une question à laquelle il faut à tout prix répondre en utilisant les données de l'énoncé qui la précède, bien que cette représentation du problème semble encore ancrée dans la société. En effet, nous pouvons constater cela au regard du problème « l'âge du capitaine », dont Stella Baruk est à l'origine. L'équipe élémentaire de l'IREM de Grenoble

s'est penchée sur cette question et a pu constater au cours de son étude qu'au problème « sur un bateau il y a 26 moutons et 10 chèvres. Quel est l'âge du capitaine ? », « les  $\frac{3}{4}$  des enfants de CE [cours élémentaire] environ trouvent « l'âge du capitaine » » (1979, p.64). Ce qui illustre effectivement ce que nous évoquions précédemment, à savoir que les élèves, face à un problème, cherchent généralement à produire une réponse numérique à partir des données de l'énoncé, car c'est l'habitude qu'ils ont.

Nous pouvons donc nous demander quels sont les types de problèmes proposés à l'école et leur rôle, et comment développer la capacité de recherche des élèves à l'aide des problèmes mathématiques. C'est ce à quoi nous allons essayer de répondre dans cette première partie.

### **1.1 Différents types de problèmes**

Selon Charnay, il existe différents types de problèmes, dont les fonctions diffèrent (1992) :

- *Les problèmes pour apprendre* : dans cette catégorie de problèmes, on y trouve les situations problèmes qui visent à découvrir une nouvelle notion à apprendre ; des problèmes d'application directe dont le but est de s'entraîner à la suite de l'apprentissage d'une notion mathématique ; et enfin les problèmes de réinvestissement/transfert qui demandent de réinvestir plusieurs connaissances.
- *Les problèmes pour chercher* qui visent à développer les capacités de recherche de l'élève. A l'instar des situations problèmes, les élèves n'ont pas forcément la connaissance de la procédure de résolution experte dans les problèmes pour chercher.

Cependant, il est important d'être vigilant face à une telle catégorisation. En effet, il se peut qu'un même énoncé, en fonction du moment de la séquence où il est proposé, ou encore en fonction des acquis des élèves, se trouve tantôt dans l'une et tantôt dans l'autre de ces catégories. Comme Charnay le fait dans son article, prenons un exemple : l'énoncé du problème suivant (inspiré de l'exemple dans l'article de Charnay, grand N n°51, 1992)

*« Dans ma tirelire, j'ai 32 pièces de monnaie. Il n'y a que des pièces de 2 centimes et de 5 centimes. Avec ces 32 pièces, j'ai 1,54 €. Combien y a-t-il de pièces de chaque sorte ? »*

peut être à la fois proposé à des élèves de CM2 en tant que problème pour chercher, à des élèves de 3<sup>ème</sup> en tant que situation problème pour débiter l'acquisition d'une nouvelle notion, à savoir les systèmes d'équation ; ou bien à ces mêmes élèves de 3<sup>ème</sup> ou encore des élèves de

lycée en tant que problème de réinvestissement à la suite d'une séquence sur cette notion (Charnay, 1992).

## **1.2 Les problèmes pour chercher**

Après avoir tenté de définir les problèmes et avoir vu qu'ils n'avaient pas forcément tous la même fonction, nous allons davantage nous intéresser aux problèmes pour chercher. Mais alors, nous pouvons naturellement nous demander ce qu'est un tel problème : qu'est-ce qui le définit ? C'est à cette question que nous allons désormais essayer de répondre dans un premier temps, avant de voir quels sont les intérêts de ce type de problème dans une classe et les effets qu'ils ont sur les élèves.

### **1.2.1 Qu'est-ce que c'est ? Quelles caractéristiques ?**

Comme annoncé, essayons dans un premier de temps de définir le problème pour chercher. A l'image du problème mathématique de façon générale, les définitions sont nombreuses. Selon Arsac et Mante, un problème est dit « pour chercher », s'il possède trois caractéristiques, qui sont les suivantes :

- « l'énoncé est court ;
- l'énoncé n'induit ni la méthode, ni la solution [...]. En aucun cas, cette solution doit se réduire à l'utilisation ou l'application immédiate des derniers résultats présentés en cours ;
- le problème se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité. Ainsi, peuvent-ils prendre facilement « possession » de la situation et s'engager dans des essais, des conjectures, des projets de résolution, des contre-exemples. » (2007, p.20)

Plus que l'acquisition ou la consolidation de connaissances, davantage réservées aux problèmes pour apprendre, et plus particulièrement encore aux problèmes d'application directe ou encore aux problèmes de réinvestissement/transfert, les problèmes pour chercher, eux, ont pour but de développer chez les élèves des compétences qui sont d'ordre méthodologique. En effet, ce type de problème vise l'appropriation par les élèves d'une véritable démarche scientifique qui est, selon Arsac et Mante : « essayer, conjecturer, tester, prouver » (2007, p.20). Ainsi, cela va permettre aux élèves de développer leurs compétences stratégiques et donc d'avoir les clés pour résoudre un problème en mathématiques mais pas seulement. En effet, les compétences étant méthodologiques, elles sont d'autant plus transférables dans les autres disciplines ou même encore dans la vie quotidienne des élèves.

### **1.2.2 Intérêts des problèmes pour chercher en classe**

Tout d'abord, nous nous devons d'apporter une précision non futile : la plupart des intérêts et effets listés dans les parties ci-dessous est appuyée sur les travaux des professeurs Arsac et Mante qui n'ont pas réalisé une étude précise sur cela mais qui ont listé leurs impressions, après avoir proposé ce type de problèmes à bon nombre de leurs élèves ; impressions qui sont par ailleurs partagées par de nombreux enseignants qui font pratiquer ce type de problèmes à leurs élèves (Arsac et Mante, 2007).

Les problèmes pour chercher ont des intérêts multiples. Premièrement, bien que, comme nous l'avons vu précédemment, ce ne soit pas le but principal de ce type de problème, ils permettent néanmoins à l'enseignant de voir quelles sont les connaissances mathématiques des élèves acquises antérieurement, et comment ils les utilisent. Ce peut alors être l'occasion, en les observant, de repérer des difficultés chez ses élèves et ainsi leur proposer une remédiation a posteriori (Arsac et Mante, 2007).

Deuxièmement, les problèmes pour chercher vont permettre à l'élève de se mettre à la place du mathématicien. En effet, régulièrement, ce dernier se trouve « confronté à des problèmes qu'il n'a pas appris à résoudre » (Charnay, 1992, p.79). Et c'est à ce moment-là que la démarche scientifique prend tout son sens : il doit alors faire des essais, émettre des hypothèses, produire une conjecture avant de la tester en effectuant de nouveaux essais, puis, la valider ou la réfuter et prendre alors un nouveau chemin et recommencer d'autres essais pour trouver une nouvelle conjecture à laquelle il n'avait pas forcément pensé d'un prime abord. Comme évoqué précédemment, c'est cette démarche scientifique de recherche qu'il est important de développer chez les élèves afin que, face à un problème auquel ils se retrouvent confrontés, quel que soit leur âge, leur niveau de classe et même dans leur vie d'adulte, ils ne se découragent pas et n'abandonnent pas mais au contraire, tentent de trouver une solution. Effectivement, grâce aux compétences méthodologiques développées, l'élève sera capable d'essayer, d'avoir une démarche qui soit organisée, de trouver une solution et d'en mesurer son efficacité, ...

Les problèmes pour chercher en classe présentent un troisième enjeu : celui de la socialisation des élèves. A l'image du travail de mathématicien, les élèves vont devoir présenter leur travail, formuler leur avis, exprimer leur accord ou leur désaccord avec leurs camarades, écouter les autres et prendre en compte leurs avis, donner des arguments, ... Le travail de groupe s'apprend. Et les problèmes pour chercher sont une activité privilégiée pour

y parvenir. Là encore, bien plus que des compétences mathématiques, ce sont des compétences que l'élève pourra réutiliser dans d'autres disciplines, mais également dans son métier futur, que ce type de problème va lui permettre de développer.

### **1.2.3 Effets de ce type de problèmes sur les élèves**

Nous venons de voir quels sont les intérêts de ce type de problème, intéressons-nous désormais aux effets qu'ils ont sur les élèves. Arsac et Mante les décrivent dans leur ouvrage. Ainsi, ils affirment que ce type de problème permet aux élèves de « modifier leur rapport aux mathématiques » (2007, p. 65). Ils « voient [voir] les mathématiques autrement : non plus comme des exercices souvent dénués de sens qui consistent à appliquer des techniques, mais comme des lieux d'énigmes qui stimulent l'imagination, la créativité. » (2007, p. 65).

Nous pouvons alors évoquer les problèmes du type « l'âge du capitaine » dont nous avons quelque peu parlé au début de cette première partie. Comme le dit dans son article Coquin-Viennot, du fait des enseignements reçus dans leur scolarité où on leur propose presque uniquement des problèmes qui ont une solution, les élèves ont largement tendance à utiliser l'ensemble des données numériques présentes dans un énoncé de problème afin de produire une solution, sans vérifier parfois qu'elles aient un rapport avec la question posée, comme s'ils étaient « formatés » pour cela (2001). Ils pensent alors que pour réussir en mathématiques, ils doivent impérativement trouver un résultat qui soit validé par l'enseignant. En leur proposant ce type de problème, dont les caractéristiques permettent qu'ils se l'approprient entièrement et assument la responsabilité de sa résolution, les élèves vont ainsi changer leur vision des mathématiques.

Toujours selon les auteurs Arsac et Mante, les problèmes pour chercher permettent de stimuler la motivation des élèves du fait de leurs caractéristiques, évoquées précédemment. En effet, les problèmes pour chercher ont un énoncé qui est court. Cela permet à l'élève de ne pas se perdre dans les données et d'avoir immédiatement une vision globale du problème, donc de penser qu'il est capable de trouver la solution. La deuxième caractéristique de ces problèmes permet à l'élève d'être libre de choisir sa démarche afin d'arriver à une solution en faisant divers essais et non pas en appliquant uniquement une seule technique vue en cours. Enfin, la dernière caractéristique des énoncés des problèmes pour chercher permet à chacun des élèves de produire quelque chose, même s'ils ne parviennent pas tous à la résolution totale du problème. (2007, p. 22) Cela est une grande source de motivation pour un élève qui, ordinairement, peut rester bloqué face à un problème et ne rien produire.

Enfin, comme le soulignent Arzac et Mante et comme nous l'avons évoqué dans les intérêts des problèmes pour chercher en classe, les élèves apprennent à travailler en groupe et également à débattre. Le travail de groupe n'est pas évident pour celui qui ne l'a jamais appris : il faut oser exposer son avis au jugement de ses camarades, écouter celui des autres, s'organiser, ... Cette modalité de travail présente des difficultés, mais elle est également pleine de richesses : elle peut être source de motivation pour celui qui pensait ne pas y arriver et qui va pouvoir compter sur l'aide de ses camarades, elle permet d'échanger ses idées et ainsi de s'ouvrir à d'autres procédures ou idées auxquelles nous n'aurions pas pensé seul, ... Le débat qui suit le travail de groupe dans les séances de problèmes pour chercher va exiger à nouveau l'écoute des élèves pour les uns et les autres, et va donner aussi l'opportunité aux élèves d'apprendre à argumenter pour défendre son travail. (2007) Ainsi, le problème pour chercher est une opportunité pour considérer et mettre en valeur les différences interindividuelles, les démarches de résolution d'un même problème étant presque aussi nombreuses que le nombre d'individus le résolvant (Charnay, 1992).

Nous proposons de reprendre les intérêts des problèmes pour chercher et leurs effets sur les élèves développés précédemment dans le tableau suivant :

<b>Intérêts des problèmes pour chercher</b>	<b>Effets des problèmes pour chercher sur les élèves</b>
Permettent de faire un bilan des connaissances acquises par les élèves, et de voir comment ils les utilisent.	Cela va permettre de révéler d'éventuelles difficultés chez les élèves, et donc d'apporter une remédiation.
Permettent de se mettre à la place du mathématicien	Cela va donc stimuler la motivation des élèves qui vont développer de nouvelles compétences et notamment des compétences méthodologiques (chercher, faire des essais, se tromper, chercher une autre solution, ...)
Permettent la socialisation des élèves	Du fait de leur résolution en groupe, les problèmes pour chercher participent à l'apprentissage par les élèves du travail de groupe et du débat. Cela stimule généralement aussi la motivation des élèves.

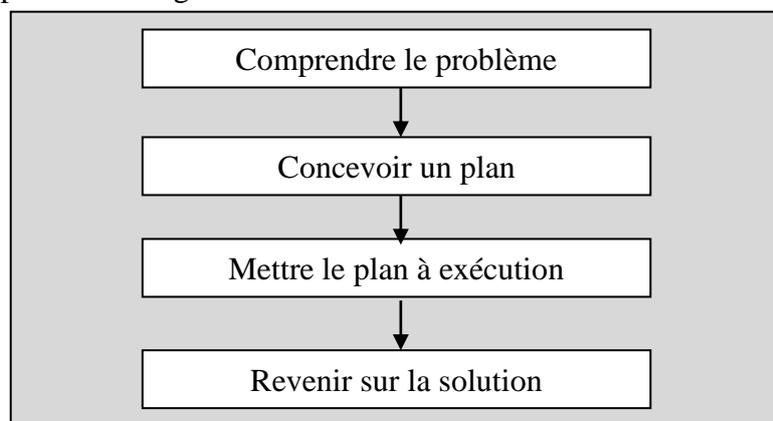
En somme, les effets des problèmes pour chercher sur les élèves sont grands. Ils sont source de motivation et d'apprentissages d'ordre méthodologique avec des compétences relevant du travail de groupe ou encore du débat.

### 1.3. Les problèmes : quelle place dans les programmes ?

#### 1.3.1. Les recommandations du 19<sup>ème</sup> au début du 21<sup>ème</sup> siècle

Les problèmes en mathématiques ne datent pas d'hier. Comme Priolet et Régnier le rappellent dans leur article (2012), la priorité était donnée à la lecture en latin avant d'apprendre à écrire dans cette même langue, puis à compter jusqu'aux 17<sup>ème</sup> et 18<sup>ème</sup> siècles. Une grande partie des élèves, qui ne pouvait fréquenter l'école régulièrement, ne développait alors pas cette dernière compétence. Il faudra attendre le siècle suivant pour que ces trois domaines soient systématiquement enseignés. Ainsi, comme il l'est mentionné dans ce même article, de 1833 à 1945, les problèmes dans l'enseignement des mathématiques se veulent ancrer dans la vie quotidienne en n'oubliant pas de rappeler le devoir de famille, l'importance du travail ou encore le comportement citoyen attendu de ces jeunes élèves au cours de leur vie.

Il faudra alors attendre 1945 pour qu'une réflexion sur la pédagogie s'installe plus fortement. Ainsi, les problèmes de mathématiques, dans la continuité de ce qui était préconisé dans les programmes scolaires précédents, doivent toujours être ancrés dans la vie quotidienne mais en étant certainement moins moralisateurs, tout en préparant désormais les élèves à des études longues, « les années 50 étant marquées par le début de la démocratisation de l'accès à l'enseignement secondaire » comme l'évoquent Priolet et Régnier (2012, p.74). 1945 est également marquée par l'ouvrage de Polya, mathématicien hongrois et son célèbre ouvrage *How to solve it ?* traduit en français en 1965. Pour la première fois, quelqu'un s'intéresse véritablement à l'enseignement des problèmes mathématiques en classe. Il propose alors un modèle linéaire pour décrire la démarche qu'utilise un élève pour résoudre un problème, présenté en figure 1 :



*Figure 1 : Démarche de résolution de problèmes proposée par Polya (1945)*

Source : Picard, Rajotte (2018, p.39) qui ont repris les travaux de Rajotte (2009)

Selon ce modèle, pour résoudre un problème, il faut, dans un premier temps le comprendre, ce qui signifie identifier les données et ce que l'on cherche, faire éventuellement un schéma, entre autres. Ensuite, il s'agit de concevoir un plan, c'est-à-dire chercher dans ses

connaissances si un même type de problème a déjà été résolu, et chercher le lien entre les données identifiées et ce que l'on cherche. Puis, il faut alors mettre le plan à exécution en étant attentif aux données utilisées : sont-elles vérifiables ? Enfin, la solution doit être examinée, vérifiée, en utilisant par exemple un autre cheminement.

Dans les années qui ont suivi, comme le soulignent Picard et Rajotte dans leur ouvrage « d'autres chercheurs s'en sont inspirés pour aller plus loin » (2018, p.39). Certains ont par exemple ajouté des flèches rendant le modèle cyclique, ou encore des flèches qui indiquent que l'on peut revenir plus tard à l'une ou l'autre des étapes, bien que déjà franchie une première fois.

Depuis 1945, l'activité de l'élève est alors petit à petit mise au premier plan. La résolution de problèmes occupe toujours une place importante dans les programmes des années suivantes avec l'ambition grandissante de ne plus seulement donner des outils aux élèves pour leur vie future, mais bien de leur donner une formation mathématique, comme le disent Priolet et Régnier (2012).

Pour la première fois en 1978, apparaîtra dans les programmes la notion de « situation-problème ». Puis, il faudra attendre 1985 pour que la notion de « problème de recherche » apparaisse, les problèmes étant principalement réservés jusque-là au contrôle de notions déjà apprises. 10 ans plus tard, dans les programmes, la volonté de développer des compétences d'ordre méthodologique est alors explicite (Priolet et Régnier, 2012).

Les méthodes d'enseignement de la résolution de problèmes se sont alors grandement développées, et notamment dans les manuels scolaires. De nouvelles activités fleurissent, parfois encore utilisées aujourd'hui. Ces différentes activités sont décortiquées par Houdement (1998-1999) : certaines demandent à l'élève de lire un énoncé de problème mathématique et de répondre à des questions de lecture sans intention de le résoudre par la suite, d'autres demandent à l'élève d'inventer les questions possibles à la suite de la lecture d'un énoncé, d'autres encore incitent l'élève à éliminer des informations inutiles dans un énoncé pour ne garder que les informations essentielles à sa résolution. Le problème de ces activités, que l'on peut facilement voir et que souligne Houdement (1998-1999) est que l'activité mathématique est bien souvent absente, laissant place davantage à une activité de lecture. De plus, ces activités entraînent bien souvent une déconnexion entre énoncé et question, alors qu'ils sont totalement liés dans la résolution du problème.

### **1.3.2. Et dans les programmes 2018**

Dans les programmes de 2018 pour le cycle 2, cycle auquel appartient la classe de CE2, le terme de « problème(s) » est omniprésent dans la partie mathématiques, et ce, dès la première phrase : « au cycle 2, la résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves, développant leurs capacités à chercher, raisonner et communiquer. » (MENESR<sup>1</sup>, 2018, p. 65). Les six grandes compétences mathématiques que l'on se doit, en tant que professeurs des écoles, de développer chez nos élèves et qui sont chercher, modéliser, représenter, calculer, communiquer et raisonner peuvent être développées via la résolution de problème, qui est une activité privilégiée pour développer plus particulièrement les trois compétences chercher, raisonner et communiquer. Dans le cadre de ce mémoire, je vais davantage m'attarder sur la compétence « chercher », puisque c'est cela qui a principalement fait défaut à mes élèves lorsque je leur ai proposé de participer à un escape game. Le terme de « problème ouvert » ou encore de « problème pour chercher » n'apparaît pas comme tel mais il est néanmoins spécifié dans la présentation de l'activité mathématique dans les programmes du cycle 2 qu'« On veillera à proposer aux élèves dès le CP des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas de simples problèmes d'application à une ou plusieurs opérations mais nécessitent des recherches avec tâtonnements » (MENESR, 2018, p. 65).

Comme il l'est mentionné dans le socle commun de connaissances, de compétences et de culture (2015), l'Ecole se doit de donner à l'élève les « méthodes et outils pour apprendre ». Ainsi, « la maîtrise des méthodes et outils pour apprendre développe l'autonomie et les capacités d'initiative » (MENESR, 2015, p. 4). Il est également spécifié que l'élève « sait identifier un problème, s'engager dans une démarche de résolution, mobiliser les connaissances nécessaires, analyser et exploiter les erreurs, mettre à l'essai plusieurs solutions, accorder une importance particulière aux corrections. » (MENESR, 2015, p. 4). On remarque alors que la résolution de problèmes, et plus particulièrement encore de problèmes pour chercher (ou problèmes ouverts) a ainsi toute sa place à l'Ecole et est même indispensable.

### **1.4. Comment enseigner les problèmes pour chercher ?**

Dans cette partie, nous allons nous interroger sur la manière d'enseigner les problèmes pour chercher en classe, en prenant en compte les caractéristiques de ces problèmes et les prescriptions officielles.

---

<sup>1</sup> MENESR est le sigle de « Ministère de l'Education Nationale, de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche ».

Aujourd'hui, comme nous l'avons vu, la résolution de problème est toujours placée au centre de l'activité mathématique des élèves. Pour tenter de trouver une méthode d'enseignement des problèmes pour chercher, nous allons alors principalement nous appuyer sur le bulletin officiel spécial n°3 du 5 avril 2018 sur la résolution de problèmes à l'école élémentaire, ainsi que sur l'ouvrage déjà cité des professeurs Arsac et Mante.

Dans le bulletin officiel spécial susmentionné, nous pouvons retrouver la démarche proposée par Polya à savoir « de comprendre le problème posé ; d'établir une stratégie pour le résoudre [...] ; de mettre en œuvre la stratégie établie ; de prendre du recul sur leur travail [...] » (MENESR, 2018, p.1). Ce sont donc ces compétences que l'on doit permettre aux élèves de développer face à un problème. Toujours selon ce qui est dit dans ce bulletin officiel spécial, il est indispensable d'organiser une progression dans l'activité des problèmes et de commencer par des problèmes élémentaires, qui ne sont pas moins importants que les problèmes plus complexes. En effet, ils vont permettre aux élèves d'acquérir les bases en apprenant petit à petit une méthode de résolution et en se constituant une base de problèmes dont ils doivent garder la trace pour avoir la possibilité plus tard d'y revenir lorsqu'ils se retrouveront face à un problème du même type. De plus, il est conseillé de proposer aux élèves des problèmes dont la seule méthode de résolution sera par essai-erreur, méthode généralement retrouvée dans les problèmes pour chercher. Pour ce qui est de la mise en œuvre concrète dans la classe, le bulletin officiel spécial indique que des temps de recherche individuels sont nécessaires afin que chaque élève prenne connaissance du problème et se l'approprie avant de passer aux phases de groupes où les élèves vont pouvoir discuter de la démarche à adopter et de leurs solutions, tout en développant donc un certain nombre de compétences méthodologiques, citées dans une partie précédente. L'enseignant doit également être vigilant à ce que les élèves aient un temps suffisamment long de résolution de problème sur la séance, sans faire des mises en commun trop longues et contre-productives. (MENESR, 2018)

Intéressons-nous désormais plus spécifiquement à la mise en œuvre concrète d'une séance de problèmes pour chercher en classe, et pour cela, reprenons la méthode proposée par Arsac et Mante dans leur ouvrage (2007). Toute la difficulté de la mise en œuvre d'une telle séance dans sa classe réside dans l'attitude que doit adopter l'enseignant. En effet, il n'est pas facile de « mettre les élèves en situation d'« essayer, conjecturer, tester, prouver » (Arsac et Mante, p. 27) et donc, d'adopter « une démarche scientifique » (Arsac et Mante, p.20). En tant qu'enseignant, nous avons souvent tendance à vouloir guider, aider nos élèves pour les mener

vers la réussite. Dans cette activité, il ne s'agit pas de les laisser se débrouiller seuls du début à la fin, mais il faut veiller à ne pas fermer une situation qui doit rester ouverte.

Ainsi, selon ces auteurs, une telle séance se découpe en deux phases :

- une phase de recherche.
- une phase de mise en commun/débat. (2007)

La phase de recherche est elle-même divisée en plusieurs temps. Elle débute par les « consignes initiales » (Arsac et Mante, 2007, p.29), c'est-à-dire par la présentation de la séance aux élèves, ainsi que du matériel de manipulation éventuellement nécessaire. Puis elle se poursuit par la « recherche proprement dite » (Arsac et Mante, 2007, p.29), d'abord individuelle, comme préconisé dans les instructions officielles, afin que chaque élève découvre le problème et commence à y réfléchir, puis par groupes, où les élèves vont pouvoir confronter leurs représentations avec tous les intérêts précédemment cités de cette phase de groupe. Le travail de groupes va mener à la production collective d'une affiche qui a pour objectif de présenter la procédure utilisée et la solution trouvée, afin de nourrir la phase de mise en commun qui suit « en dressant la liste des propositions de solutions et de conjectures élaborées par les groupes » (Arsac et Mante, 2007, p.36). La phase de débat se fait donc sur la base de ces affiches avec pour objectif donné à la classe de « déterminer, parmi les solutions proposées, lesquelles sont exactes et, si possible, pour celles qui sont rejetées, leur « part de vérité » » (Arsac et Mante, 2007, p.37). Notons qu'une phase de mise en commun entre les temps de recherche individuelle et de recherche par groupes peut être mise en place afin de s'assurer que l'ensemble des élèves a bien compris le problème et ce qu'il fallait chercher.

### **1.5. La manipulation en mathématiques**

Arrêtons-nous un instant sur ce terme de manipulation, bien qu'il faudrait un temps beaucoup plus long pour explorer tous les pans de la manipulation et leurs effets sur les élèves qui sont étudiés depuis très longtemps. Manipuler signifie, dans le sens dans lequel on l'entend ici, « soumettre quelque chose à divers traitements, divers exercices, en particulier dans un cadre d'apprentissage ou de recherche » (Larousse en ligne, consulté le 01/04/2020).

Le mot « manipulation » est par ailleurs employé de nombreuses fois dans les programmes de l'éducation nationale, et apparaît également dans les mesures n°4 et 5 des 21 mesures principales pour l'enseignement des mathématiques du plan Villani-Torossian. Ainsi, nous pouvons lire dans ce plan, à la mesure n°4, qu'il est indispensable de « Proposer à toutes

les écoles un équipement de base, accompagné de tutoriels, favorisant les manipulations d'objets réels ou virtuels » (2018, p.9), ou encore, à la mesure n°5, qu'il convient « Dès le plus jeune âge [de] mettre en œuvre un apprentissage des mathématiques fondé sur

→ la manipulation et l'expérimentation ;

→ la verbalisation ;

→ l'abstraction. » (2018, p.9).

Dans les programmes de 2018 du cycle 2, dans le domaine des mathématiques, on retrouve par ailleurs cette phrase : « des situations basées sur des manipulations, en relation avec le vocabulaire utilisé, assurant une entrée progressive dans l'abstraction » (MENESR, 2018, p.65) doivent être proposées pour permettre aux enfants la découverte et l'utilisation des divers symboles mathématiques, et donc il est fortement recommandé de ne pas entrer trop vite dans l'abstraction pour favoriser la compréhension par les élèves.

Mais alors, nous pouvons nous demander à quoi sert la manipulation, et si toute manipulation est vectrice d'apprentissage.

Référons-nous aux travaux de Piaget sur le développement de l'enfant qui indique qu'entre 7 et 12 ans, l'enfant se trouve dans le stade de l'intelligence opératoire concrète et donc qu'il commence à raisonner sur des choses abstraites, qu'il commence à être capable de se représenter des choses mentalement. Mais la manipulation doit encore occuper une large place puisqu'elle facilite largement l'apprentissage et la mémorisation (2006).

De la même façon, lorsque l'on pense développement de l'enfant et manipulation, il nous vient également à l'esprit Maria Montessori, évoquée dans le plan Villani-Torossian où il est mentionné : « La manipulation tient une place primordiale, mais elle est pensée en vue de l'abstraction et ceci dans une perspective de progressivité étendue sur le long terme. » (2018, p. 20) Ainsi, et nous en avons la confirmation dans ce document qui explique que « Enseigner les mathématiques aux plus jeunes ne peut se faire sans leur faire expérimenter des situations. » (2018, p.57) et que « Le vécu expérimental et manipulatoire des élèves favorise l'acquisition des connaissances et leur mémorisation. » (2018, p.57), la manipulation est donc une étape qui permet aux élèves d'apprendre plus facilement et les mène petit à petit à l'abstraction. En effet, par le matériel de manipulation, les enfants peuvent expérimenter et travaillent donc sur le réel, avant de mettre en lien ce travail avec le concept étudié qu'ils vont alors intérioriser avec la capacité ensuite de raisonner uniquement sur ce concept abstrait.

Il nous reste à répondre à la question : toute manipulation sert-elle les apprentissages ? Il semblerait que non, si l'on se réfère à la méta-analyse de Carbonneau, Marley et Selig de 2013. En effet, dans leurs travaux, qui prennent en compte 55 études sur des élèves âgés de 5 à 17 ans, ils ont étudié l'influence de certaines caractéristiques sur l'apprentissage effectif des élèves. On relève par exemple que :

- La manipulation en mathématiques est davantage efficace sur les élèves de 7 à 11 ans, c'est-à-dire pour les élèves se trouvant dans le stade des opérations concrètes, selon Piaget, évoqué plus haut. Contrairement à ce que l'on pourrait penser, elle se révèle même négative pour les enfants plus jeunes, cela venant certainement du fait qu'ils sont, à ce stade de leur développement, encore incapables de faire le lien entre le matériel utilisé, détourné de sa fonction première (par exemple, un cube qui sert en temps normal à un jeu de construction), et le concept mathématique qu'il est censé représenter.
- La nature du matériel de manipulation est également à prendre en compte. En effet, si ce matériel représente quelque chose de réel (par exemple, des figurines), l'efficacité de la manipulation sera moindre car la charge cognitive pour l'élève sera alors trop importante puisqu'il devra identifier et se concentrer sur la caractéristique à laquelle on s'intéresse ici dans la situation mathématique, par exemple, la quantité, parmi toutes les autres caractéristiques telles que la couleur du matériel, ou encore ce qu'il représente.
- L'enseignant a également une influence sur l'efficacité de la manipulation : s'il est guidant et explicite aux élèves comment utiliser le matériel, quel est son lien avec ce qui est étudié, alors la manipulation n'en sera que plus efficace. Dans le cas contraire, la manipulation n'apporte pas une réelle plus-value aux apprentissages.

Il semblerait donc, si l'on se fie à ces documents, que la manipulation en mathématiques soit l'action, pour les enfants, de raisonner sur des objets réels, qu'ils ont à leur disposition, qu'ils peuvent toucher, trier, classer, compter, ... pour les amener, petit à petit, vers l'abstraction. Elle permettrait donc de passer progressivement du concret à l'abstrait et est donc en ce sens, non négligeable, constituant une étape de ce processus. Cependant, il est indispensable de réfléchir réellement à la manipulation avant de la proposer et notamment de voir si la situation va répondre aux trois caractéristiques identifiées, indispensables pour que la manipulation soit efficace, à savoir que : les élèves ne sont pas trop jeunes pour comprendre que le matériel utilisé est détourné de sa fonction première pour travailler un concept mathématique ; le matériel ne comporte pas trop d'informations, ce qui

détournerait l'attention des élèves de ce sur quoi on voulait les faire travailler ; l'enseignant donne suffisamment d'informations pour rendre la manipulation efficiente.

Dans le cadre des problèmes pour chercher, le matériel de manipulation permettrait donc aux enfants de se représenter concrètement la situation proposée pour résoudre le problème. Ils peuvent alors également exposer plus facilement leur raisonnement à d'autres élèves, mais aussi, faire des essais plus facilement, sans garder de réelle trace de leur recherche, et donc, ainsi, effacer, ou du moins limiter, la peur de l'erreur. La manipulation peut également leur permettre de vérifier leur solution.

Après avoir développé ces éléments théoriques, nous allons désormais nous intéresser à l'étude que j'ai mise en place dans ma classe de CE2.

## **2. Partie pratique**

### **2.1. Problématique et hypothèses**

Cette première partie nous a aidés à comprendre que les problèmes devaient être au cœur de l'activité mathématique des élèves, et ce, depuis de nombreuses années déjà. L'ensemble des problèmes doit être travaillé en classe : les problèmes pour apprendre qui permettent de découvrir une nouvelle notion, d'en travailler une ou de la réinvestir, ainsi que les problèmes pour chercher dont le but est de permettre à l'élève de développer ses capacités de recherche. Et c'est en effet ce dernier type de problèmes que nous avons tout particulièrement réfléchi. Rappelons-le, il présente de nombreux intérêts, décrits en première partie, comme le développement de compétences méthodologiques avec l'apprentissage de la démarche scientifique ou encore le développement des compétences nécessaires au travail de groupe. Les problèmes sont, comme nous l'avons vu, au centre des programmes de mathématiques. Des méthodes sont par ailleurs proposées afin d'aider les enseignants à les mettre en œuvre dans leur classe. Mais ces méthodes se suffisent-elles à elle-même pour permettre aux élèves de développer leurs capacités de recherche, à savoir de chercher, d'essayer, de vérifier la validité de sa solution, ..., en quelques mots : de mettre en œuvre la démarche scientifique ?

Au regard de la première partie et de ma problématique de classe qui est que mes élèves ne parviennent pas à entrer dans la recherche, nous sommes donc en mesure de nous poser la question suivante : **en quoi la manipulation peut aider des élèves de cycle 2 à**

**entrer dans une démarche de recherche, c'est-à-dire à mettre en œuvre une démarche de résolution de problème ?** L'hypothèse que j'émetts alors en réponse à cette problématique est qu'en familiarisant les élèves à une démarche de recherche basée sur la manipulation, ils sont capables de l'appliquer face à une situation problème et ainsi d'entrer plus facilement dans la recherche, ce qui signifie se mettre dans la posture du chercheur face à un problème en essayant, en émettant des hypothèses, en validant ou en réfutant ces hypothèses par une vérification, ... Selon les recherches effectuées et présentées dans la première partie, nous pouvons donc penser que les élèves mettront en place des stratégies de recherche afin de ne pas rester passifs face à un problème et mettront ainsi moins de temps pour commencer à chercher, à faire des essais.

En somme, le matériel de manipulation devrait pouvoir aider les élèves dans la compréhension de l'énoncé, par représentation concrète de la situation, mais également les aider au niveau de la validation puisqu'à l'aide du matériel, les élèves peuvent plus facilement vérifier la véracité de leurs résultats, et enfin, et c'est à ce dernier point que nous allons davantage nous intéresser, les aider pour la recherche, en leur permettant notamment des essais-erreurs « non durables », dont on ne garde pas une trace figée sur le papier. La manipulation devrait donc aider les élèves à réussir.

## **2.2. Méthode**

### **2.2.1. Participants**

Pour répondre à cette problématique, j'ai mené une expérimentation dans la classe dans laquelle j'exerce le métier de professeur des écoles à mi-temps. C'est une classe composée de 27 élèves de CE2 qui ont donc entre 7 et 9 ans. L'école se trouve dans la circonscription de Bonneville 1, en milieu rural. Les élèves ont déjà travaillé la résolution de problèmes avec ma collègue, à mi-temps également sur cette classe, tout au long des périodes 2 et 3. Ces problèmes s'apparentaient cependant davantage à des problèmes pour apprendre qu'à des problèmes pour chercher.

Pour ce qui est des caractéristiques de la population, il est à noter qu'un élève bénéficie d'une Assistante de Vie Scolaire (AVS) à temps partiel mais présente lors des séances de problèmes pour chercher proposées à la classe. Son rôle était alors de lire l'énoncé à l'élève et de l'aider à le comprendre en lui posant par exemple des questions, l'enfant étant encore faible décodeur au moment de la séquence, présentant un retard dans les apprentissages. De plus, deux autres élèves présentent des difficultés de compréhension de

l'écrit. Mon rôle durant toute cette séquence fut alors de les aider à comprendre le problème uniquement par le biais de questions lors de la phase de recherche individuelle, avant généralement une phase de mise en commun avec la classe pour s'assurer de la bonne compréhension du problème par l'ensemble des élèves, puis la phase de recherche par groupes où leurs pairs pouvaient les aider. Mon but étant alors qu'ils ne restent pas bloqués par la compréhension de l'écrit.

### **2.2.2. Mise en œuvre matérielle**

Pour la réalisation de cette séquence visant à donner aux élèves une démarche de recherche basée sur la manipulation, les élèves ont donc utilisé du matériel de manipulation :

- des jetons.
- du matériel de numération (cubes pour les unités, barres pour les dizaines et plaques pour les centaines).
- des allumettes.
- des calculatrices.

J'ai choisi ce matériel pour plusieurs raisons. Tout d'abord, je l'ai choisi pour son accessibilité : jetons, matériel de numération et calculatrices étaient déjà disponibles dans la classe et donc les élèves étaient relativement familiarisés avec ce matériel puisqu'ils l'avaient déjà utilisé à plusieurs reprises ; les allumettes peuvent être disponibles à moindre coût pour une grande quantité et permettent ainsi de diversifier un peu plus le matériel proposé. De plus, elles ont l'avantage de pouvoir être facilement groupées par paquets de 10 ou autres, facilitant le travail avec des grands nombres.

Selon les séances, les élèves avaient également à disposition : leur cahier de brouillon pour mener une première recherche, pour faire des essais, ... ; des feuilles blanches lors du travail par groupe, qui étaient au nombre de deux par groupe (l'une servant comme brouillon avec des traces de recherche, l'autre étant l'affiche finale servant le débat avec la classe ; pour les problèmes faits en individuel (évaluation), les élèves disposaient d'une feuille sur laquelle le problème était écrit au-dessus d'une case blanche qui leur permettait d'inscrire leurs recherches, et, le cas échéant, l'entièreté de leur démarche de résolution (annexe 1) ; pour une seule séance d'évaluation avec la résolution de plusieurs problèmes en individuel, la feuille comportait deux cases : l'une servant aux traces de recherches, aux essais, ..., l'autre étant utile pour la mise au propre de la démarche de résolution. Ces deux cases étaient suivies de deux questions me permettant de savoir si les élèves avaient ou non utilisé du matériel, et si oui, quel matériel (annexe 2). Pour l'ensemble des problèmes en individuel, les élèves avaient

le droit d'écrire avec l'outil de leur choix (crayon de papier, feutre, stylo), tandis que pour la réalisation des affiches par groupes, le feutre noir était imposé pour une question de lisibilité.

Pour quelques séances, je me suis munie d'une grille d'observation (annexe 3) qui me permettait de recueillir le nombre d'enfants entrés dans la recherche en moins de trois minutes, entre trois et cinq minutes et en plus de cinq minutes ; le nombre d'enfants ayant eu besoin de précision(s) sur le travail demandé ou sur le problème proposé en lui-même ; ainsi que le nombre d'enfants ayant pris spontanément du matériel de manipulation pour s'aider dans la résolution du problème.

### **2.2.3. Procédure**

#### *2.2.3.1. La séquence*

La séquence réalisée pour ce mémoire s'est déroulée au cours de la période 3 sur 6 séances. Elle avait donc pour objectif de permettre aux élèves de mettre en œuvre une démarche de recherche avec aide de la manipulation afin d'entrer plus facilement dans la recherche, à savoir, faire des essais et erreurs, des hypothèses, etc. face à un problème pour chercher. Pour atteindre cet objectif, cette séquence avait pour but de rendre les élèves capables de :

- Mettre en œuvre (de manière guidée puis autonome) une démarche explicite de recherche pour résoudre des problèmes.
- « **Chercher** : s'engager dans une démarche de résolution de problèmes en observant, en posant des questions, **en manipulant, en expérimentant**, en émettant des hypothèses, si besoin avec l'accompagnement du professeur après un temps de recherche autonome ; tester, essayer plusieurs pistes proposées par soi-même, les autres élèves ou le professeur ». (MENESR, 2018, p.66)
- « **Modéliser** : utiliser des outils mathématiques pour résoudre des problèmes concrets. » (MENESR, 2018, p.66)
- « **Raisonner** : tenir compte d'éléments divers (arguments d'autrui, résultats d'une expérience, sources internes ou externes à la classe, etc.) pour modifier ou non son jugement ; prendre conscience progressivement de la nécessité et de l'intérêt de justifier ce que l'on affirme. » (MENESR, 2018, p.66)
- « **Communiquer** : utiliser l'oral et l'écrit, le langage naturel puis quelques représentations et quelques symboles pour expliciter des démarches, argumenter des raisonnements. » (MENESR, 2018, p.66)

Toutes ces compétences sont à l'ordre du programme de mathématiques pour le cycle 2 datant de 2018.

Les élèves avaient déjà manipulé le matériel utilisé (à l'exception des allumettes), notamment lors de séances de problèmes réalisées avec ma binôme, mais également lors d'exercices de numération ou autres.

Une première séance a été menée, découpée en quatre temps : un temps court de recherche individuelle se terminant par une brève mise en commun révélant ce qui était à chercher, un temps de travail en groupes (groupes de trois constitués par moi-même (ce qui fut le cas sur l'ensemble de la séquence, bien que les groupes fut changeants), avec un maître du temps, un responsable de l'écriture et un porte-parole) puis un temps de mise en commun et de débat avec l'entièreté de la classe, et enfin un temps de résolution de problème de même type en individuel me permettant de voir ce qui avait été retenu de la phase de débat. Cela a permis aux élèves de découvrir le déroulement des séances de problèmes pour chercher à venir, toujours plus ou moins basées sur ce mode de fonctionnement. De plus, ils ont pu avoir accès au matériel de manipulation qui allait également leur servir dans la suite de la séquence. Je disposais pour cette séance de ma grille d'observation, décrite dans la partie « matériel ».

Une deuxième séance fut menée dans le but de réaliser une évaluation diagnostique des élèves, selon le même déroulement que la première séance mais sans que les élèves aient accès au matériel de manipulation, pour que je puisse constater les effets (positifs, nuls ou négatifs) du matériel sur leur entrée dans la phase de recherche à proprement parler. Pour cela, je me suis munie aussi d'une grille d'observation, mentionnée précédemment.

La séance suivante fut sensiblement la même, à l'exception près qu'un travail sur la trace écrite fut effectué en début de séance, avec pour objectif de montrer aux élèves que ce qui était écrit sur le papier ne permettait pas toujours de comprendre leur raisonnement.

La quatrième séance fut identique à la séance 2, aux seules différences que la classe fut séparée en deux sous-groupes, afin de différencier le problème à traiter, et avait accès au matériel de manipulation. En effet, j'avais pu remarquer qu'en donnant le même problème à l'ensemble de la classe, les élèves ayant le plus de facilités dans ce domaine n'utilisaient pas le matériel de manipulation, ce qui ne me permettait pas d'étudier ma problématique.

L'avant-dernière séance fut composée de la résolution d'un problème par groupes avec une mise en commun avant de passer à une évaluation individuelle avec trois problèmes

proposés, que j'ai jugés du plus facile au plus difficile, et l'objectif donné à toute la classe de résoudre au moins les deux premiers. Cette évaluation a été faite pour me permettre de constater leurs progrès éventuels à la suite du travail mené.

Enfin, la dernière séance a suivi le même déroulement que les premières séances, avec la résolution de deux nouveaux problèmes, d'abord de façon individuelle, suivie d'une mise en commun pour mettre en lumière les différentes procédures, puis de deux autres problèmes du même type avec une résolution cette fois par groupes.

Il est possible de retrouver l'entièreté du tableau de la séquence en annexe 4 avec les problèmes proposés, dont nous parlerons plus en détails dans la partie suivante.

Il est important de mentionner qu'en raison de la crise sanitaire qui touche notre pays, la séquence menée n'est pas l'entièreté de la séquence que j'avais prévue. Effectivement, à la suite de ces séances, j'avais envisagé faire une autre séance avec des problèmes à résoudre relevant des catégories de problèmes encore non exploitées, avant une séance comportant des problèmes des diverses catégories, et une évaluation finale.

#### *2.2.3.2. Les catégories de problèmes*

En amont de cette séquence, j'ai cherché et répertorié un certain nombre de problèmes. Je les ai classés en utilisant la typologie de Vergnaud, que l'on peut retrouver en annexe 5. J'ai dû cependant légèrement adapter cette classification en raison de la nature des problèmes qui m'intéressent ici. En effet, à l'inverse des problèmes pour apprendre, qui attendent souvent une procédure définie, les problèmes pour chercher, eux, peuvent être résolus de plusieurs manières, s'apparentant davantage à des énigmes, et sont donc plus difficilement classables, regroupant parfois plusieurs catégories. Ainsi, voici les différentes catégories que j'ai pu définir :

➤ Problèmes relevant d'une seule catégorie :

- ❖ Problèmes d'échanges.
- ❖ Problèmes de transformation d'états : recherche de l'état final, de la transformation ou de l'état initial.
- ❖ Problèmes de composition d'états : recherche du composé ou d'un état.
- ❖ Problèmes de comparaison d'états : recherche de l'un des états ou de la comparaison.
- ❖ Problèmes de multiplication : multiplication et configuration rectangulaire.
- ❖ Problèmes de division : division partition et division quotient.

- Problèmes relevant de plusieurs catégories :
  - ❖ Problèmes de transformation d'état et de comparaison.
  - ❖ Problèmes de comparaison et de composition d'états.
  - ❖ Problèmes de multiplication et composition d'états.

Les problèmes donnés pour chaque catégorie peuvent être consultés en annexe 4, dans le tableau de la séquence. Ils ont été choisis de façon à ce que les élèves résolvent des problèmes appartenant à chacune des catégories citées précédemment, en faisant en sorte pour chaque catégorie, d'avoir des problèmes de difficulté relativement équivalente, sauf lors de l'évaluation en séance 5.

Mon objectif était, en donnant à résoudre à mes élèves des problèmes relevant de chaque catégorie susmentionnée, de voir si la manipulation pouvait servir l'ensemble des catégories. Cependant, en raison des circonstances, n'ayant pu mener ma séquence à son terme, je n'ai pu exploiter l'ensemble des catégories.

#### **2.2.4. Recueil des données**

Les variables didactiques concernant les problèmes sont nombreuses. Pour tenter de répondre à ma problématique qui était de savoir si la manipulation pouvait aider les élèves à entrer dans la recherche face à un problème, j'ai agi sur les variables suivantes afin de voir leur influence sur l'entrée dans la recherche par les élèves :

- la présence ou non de matériel de manipulation pour résoudre le problème.
- les types de problèmes proposés.
- la difficulté des problèmes proposés.

En revanche, pour faciliter l'appropriation des problèmes par les élèves, j'ai choisi de ne pas traiter les variables suivantes :

- la taille des nombres. J'ai toujours fait en sorte que les nombres proposés dans les problèmes permettent la manipulation et donc, ne soient pas trop grands.
- l'énoncé. Un énoncé court est une caractéristique du problème pour chercher, comme nous l'avons vu en première partie. J'ai donc fait le choix de ne proposer que des problèmes dont les énoncés étaient relativement courts sans informations superflues afin de ne pas créer de surcharge cognitive. De plus, j'ai toujours fait en sorte également que les énoncés ne comportent que des termes connus des élèves, ne posant donc aucun

problème de compréhension, et que les situations proposées se rapprochent de situations qu'ils ont connues ou pourraient connaître dans leur vie quotidienne.

Pour mesurer l'influence de ces variables, je me suis donc munie de la grille suivante qui est une grille d'indicateurs regroupés par famille :

- Famille 1 : l'entrée dans la recherche.
  - temps mis pour entrer dans la recherche, pour commencer les essais.
  - nombre d'élèves ayant posé des questions sur le problème avant de commencer.
- Famille 2 : le recours à la manipulation.
  - nombre d'élèves ayant pris spontanément le matériel de manipulation.
  - nombre d'élèves ayant choisi un matériel pertinent par rapport à la situation.
  - trace écrite laissée (schéma avec aide du matériel de manipulation ou non, mathématisation du concept ou non).
- Famille 3 : la motivation des élèves.
  - nombre d'élèves passifs dans la résolution du problème.
  - trace écrite laissée (y-a-t-il au moins des essais en cas de non-résolution complète ?).
- Famille 4 : la réussite du problème.
  - trace écrite laissée (démarche et résultat corrects ou non).

Pour pouvoir mesurer l'ensemble de ces indicateurs, je me suis appuyée sur plusieurs outils, déjà présentés une première fois et qui sont les suivants :

- La grille me permettant de recenser les élèves entrés dans la recherche en moins de trois minutes, entre trois et cinq minutes et en plus de cinq minutes ; mais également les élèves ayant utilisé du matériel de manipulation ; ou encore ceux qui ont demandé des informations sur la consigne ou le problème en lui-même avant de commencer. Cette grille fut utilisée lors des séances 1, 2, 4 et 6.
- Les traces écrites des élèves : les fiches de problèmes résolus en individuel ainsi que toutes les affiches réalisées lors des travaux de groupes ont été collectées pour exploitation.

### **2.3. Résultats**

Après avoir présenté la procédure mise en place dans le but de répondre à ma problématique ainsi que la méthode de recueil des données, intéressons-nous à présent aux

résultats obtenus, dont l'ensemble est recensé dans les tableaux de l'annexe 6, dans un premier temps en regardant le recours au matériel de manipulation : combien d'élèves l'ont utilisé spontanément ? son usage fut-il pertinent au regard du problème proposé ? Dans un deuxième temps, nous verrons quelle est l'influence de la manipulation sur la réussite des élèves. Ensuite, nous présenterons les résultats en mettant en lien la manipulation et le temps mis pour entrer dans la recherche. Nous verrons également s'il existe une quelconque corrélation entre les effets éventuels de la manipulation et le type de problèmes proposés.

### 2.3.1. Le recours au matériel de manipulation

Comme nous allons le voir plus en détail dans la suite de cette partie, le matériel de manipulation n'a pas rencontré un franc succès auprès des élèves pour l'ensemble des problèmes, dans le sens où une minorité d'élèves seulement l'a utilisé. De plus, une autre information que nous pouvons apporter quant à l'utilisation du matériel de manipulation par les élèves concerne le matériel choisi : les élèves n'ont jamais, tout au long de la séquence, choisi les allumettes de façon spontanée. Le matériel plébiscité des élèves étaient les jetons, utilisés pour l'ensemble des problèmes par au moins un élève chaque fois, suivis du matériel de numération. Les calculatrices furent rarement utilisées puisque seulement 2 élèves les ont utilisées pour le problème de transformation d'états de la séance 5.

Grâce aux informations que j'ai recueillies tout au long de cette séquence, nous pouvons constater dans le tableau 1 ci-dessous que le nombre d'élèves ayant utilisé le matériel de manipulation ne fut jamais majoritaire pour tous les problèmes proposés (les données présentées ont été recueillies lors des problèmes résolus individuellement ou lors de la phase individuelle des problèmes résolus par groupes) :

	Séance 1 – problème de composition d' états	Séance 4 - problème de comparaison et composition d' états	Séance 4 - problème de division quotient	Séance 5 - problème d' échanges	Séance 5 – problème de composition d' états	Séance 5 - problème de transformation d' états	Séance 6 - problème de comparaison d' états	Séance 6 - problème de multiplication et composition d' états
Nombre d'élèves ayant utilisé le matériel de manipulation	9	2	6	13	12	6	6	2

Nombre d'élèves ayant résolu le problème	27	12	15	26	23	12	27	27
Rapport élèves ayant utilisé la manipulation/élèves ayant résolu le problème	0,33	0,17	0,40	0,50	0,52	0,50	0,22	0,07

*Tableau 1 : nombre d'élèves ayant utilisé du matériel de manipulation au cours des différentes séances par rapport au nombre d'élèves ayant résolu le problème.*

En effet, nous pouvons voir que le nombre d'élèves ayant utilisé le matériel de manipulation fut même parfois très minoritaire, 2 élèves sur 27 lors du problème multiplicatif et de composition d'états de la séance 6, et n'a excédé qu'une seule fois, et de très peu, le rapport d'un élève sur deux pour le problème de composition d'états proposé lors de l'évaluation en séance 5. Au cours de cette même séance, nous pouvons même voir que pour chacun des trois problèmes proposés, presque exactement un élève sur deux seulement a utilisé le matériel de manipulation.

En utilisant le tableau 1, nous pouvons également remarquer que pour les problèmes relevant, tout ou en partie, de la comparaison d'états, peu d'élèves ont utilisé la manipulation : 2 élèves sur 12 en séance 4 et 6 élèves sur 27 en séance 6. Ce fut également le cas pour le problème de multiplication et composition d'états où il y a eu le plus faible nombre d'élèves ayant utilisé la manipulation puisque ce fut le cas de seulement 2 élèves sur 27. En revanche, pour les autres types de problèmes travaillés, qu'ils soient de composition d'états, de division quotient ou encore de transformation d'états, les résultats ne montrent pas d'utilisation plus ou moins importante de la manipulation.

### **2.3.2. Manipulation et réussite du problème**

#### *2.3.2.1. Manipulation, aboutissement du problème et résultat correct*

Afin de voir s'il existe un lien entre la manipulation et la réussite du problème, nous allons nous aider de la figure 2, présente en page suivante, sur laquelle nous pouvons comparer aisément le nombre d'élèves ayant réussi parmi les élèves qui ont tenté de résoudre le problème en ayant, ou non, utilisé la manipulation lors des séances 5 et 6, soient les deux dernières séances. Précisons qu'il s'agit des problèmes résolus individuellement qui ont été pris en compte, n'ayant pas les données nécessaires pour réaliser ce travail sur les problèmes résolus par groupes.

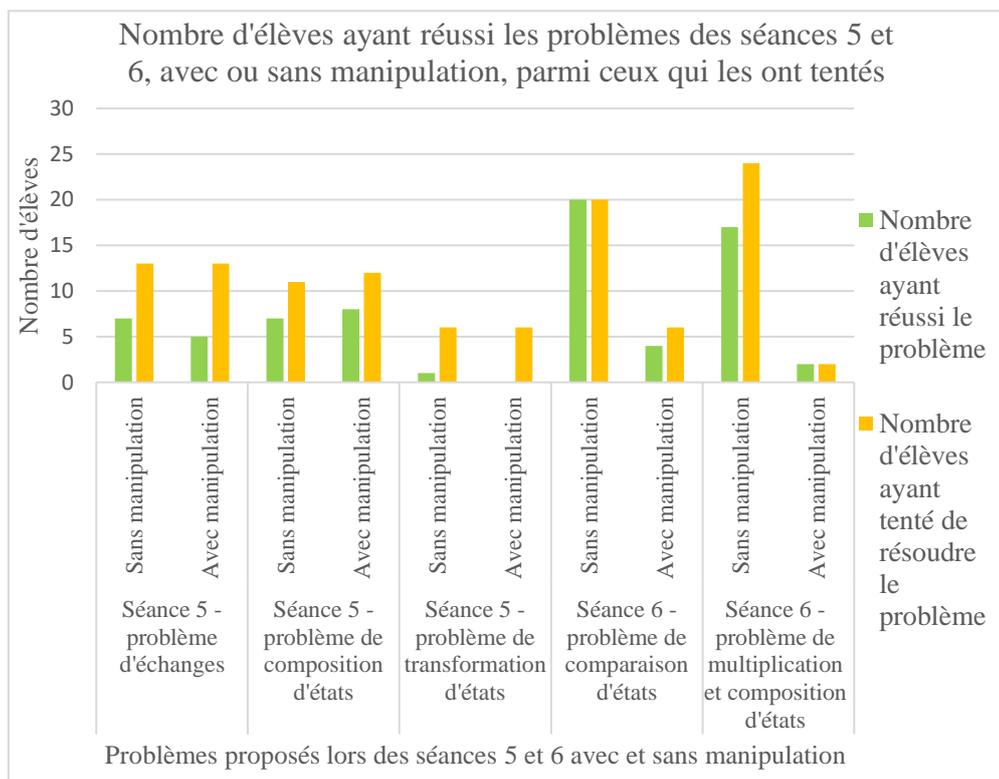


Figure 2 : graphique représentant le nombre d'élèves ayant réussi les problèmes des séances 5 et 6, avec ou sans manipulation, parmi ceux qui les ont tentés

Hormis lors de la séance 6 où, pour le problème de multiplication et composition d'états, les deux élèves qui ont utilisé le matériel de manipulation l'ont réussi, jamais l'ensemble des élèves ayant manipulé n'a réussi le problème. Pour certains problèmes, le rapport d'élèves ayant réussi parmi ceux qui ont utilisé la manipulation n'atteint parfois pas  $\frac{1}{2}$ . C'est le cas par exemple pour le problème d'échanges de l'évaluation proposé en séance 5 où seulement 5 élèves sur 13 sont parvenus à trouver la bonne réponse, ou encore, pour le problème de transformation d'états de cette même évaluation où aucun élève ayant utilisé la manipulation n'a réussi à trouver le résultat.

En comparant avec les résultats des élèves qui n'ont pas utilisé la manipulation pour résoudre ces différents problèmes, nous nous apercevons que leur taux de réussite est même parfois plus élevé que celui des élèves qui l'ont utilisé. En effet, pour le problème d'échanges de l'évaluation proposée en séance 5, sur 26 élèves, il y a eu autant d'enfants qui ont utilisé la manipulation que d'enfants qui ont tenté de le résoudre sans : 7 élèves l'ont réussi sans manipulation, contre 5 avec la manipulation. De plus, l'ensemble des élèves ayant tenté de résoudre le problème de comparaison d'états de la séance 6 sans s'aider du matériel de manipulation l'a réussi alors que 2 élèves sur 6 n'y étaient pas parvenus avec la manipulation. Il n'y a que pour le problème de multiplication et composition d'états de cette même séance que le taux de réussite des élèves ayant manipulé est plus élevé que celui des autres

élèves avec respectivement la réussite de 2 élèves sur 2 et de 17 élèves sur 24. Cependant, nous pouvons nous interroger sur la pertinence de ces résultats, le nombre d'élèves ayant utilisé le matériel de manipulation étant très largement inférieur à celui des élèves qui ont fait sans.

A présent, afin de voir si le type de problème, avec ou sans manipulation, a un impact sur la réussite des élèves, intéressons-nous au tableau 2 présent ci-dessous.

	Séance 1 - problème de composition d'états	Séance 5 - problème d'échanges	Séance 5 - problème de composition d'états	Séance 5 - problème de transformation d'états	Séance 6 - problème de comparaison d'états	Séance 6 - problème de multiplication et composition d'états
Rapport des élèves ayant réussi avec ou sans manipulation sur le nombre total d'élèves	0,67	0,46	0,65	0,08	0,92	0,73
Rapport des élèves ayant réussi sans la manipulation sur le nombre total des élèves n'ayant pas utilisé la manipulation	0,61	0,54	0,64	0,17	1	0,71
Rapport des élèves ayant réussi avec la manipulation sur le nombre total des élèves ayant utilisé la manipulation	0,78	0,38	0,67	0	0,67	1

*Tableau 2 : rapports des élèves ayant réussi, avec et/ou sans manipulation, sur le nombre total d'élèves en fonction des différents types de problèmes travaillés*

Dans ce tableau, où je n'ai pas pris en compte les séances 2 (évaluation diagnostique sans manipulation), 3 et 4 (pas de recueil des données nécessaires à cette analyse car résolution de problèmes par groupes), nous pouvons constater que les élèves ont particulièrement réussi le problème de comparaison d'états, puisque le rapport du nombre d'élèves ayant réussi, avec ou sans manipulation, sur le nombre total d'élèves ayant tenté de

résoudre le problème est de 0,92. A l'inverse, d'après les résultats, il semblerait que le problème de transformation d'états leur ait posé quelques difficultés, le taux de réussite étant seulement de 0,08. La réussite sur le problème d'échanges est également légèrement inférieure à celle des problèmes de composition d'états ainsi que de multiplication et composition d'états.

En nous intéressant désormais au taux de réussite des élèves ayant utilisé la manipulation et à celui des élèves n'ayant pas utilisé la manipulation, en fonction du type de problèmes, nous pouvons voir que la réussite entre ces deux groupes d'élèves n'est pas toujours la même. En effet, pour les problèmes de composition d'états ainsi que de multiplication et composition d'états, la réussite des élèves ayant utilisé la manipulation est un peu plus élevée que celle des élèves ne l'ayant pas utilisée (attention cependant pour ce dernier problème, gardons en tête que seuls deux élèves ont utilisé le matériel de manipulation, nous faisant ainsi nous interroger sur la pertinence de ces résultats). En revanche, en ce qui concerne les problèmes d'échanges et de comparaison d'états, la réussite de ce premier groupe est inférieure à celle de l'autre groupe. Elle est nulle pour le problème de transformations d'états, le seul élève ayant réussi ce problème n'ayant pas utilisé la manipulation, et environ équivalente à celle du groupe sans manipulation pour le problème de composition d'états.

#### *2.3.2.2. Manipulation et réussite de problèmes plus difficiles*

L'autre comparaison que l'on peut effectuer à l'aide de la figure 2 présente en page 25 est entre la difficulté du problème, la manipulation et la réussite des élèves. Effectivement, pour les problèmes de la séance 5 qui, je le rappelle, était une séance d'évaluation, les problèmes que j'ai proposés étaient de types différents et également de difficulté croissante, pour tenter de mesurer l'effet de la manipulation sur la difficulté des problèmes. Comme nous l'avons vu précédemment, pour l'ensemble de ces trois problèmes, le rapport des élèves ayant utilisé la manipulation sur le total des élèves est presque toujours de  $\frac{1}{2}$ . Intéressons-nous désormais au taux de réussite de ces élèves en fonction de la difficulté du problème : 8 élèves sur 12 ont réussi le problème de composition d'états en utilisant la manipulation, considéré comme plus difficile, moins travaillé en classe, contre 5 élèves sur 13 seulement pour le premier problème qui était d'échanges, sur lequel nous avons passé plus de temps en classe en illustrant notamment un problème du même type lors d'une mise en commun à l'aide du matériel de manipulation et d'un schéma. Concernant le troisième problème, de

transformation d'états, le plus difficile, la manipulation n'a permis à aucun élève de trouver le résultat.

### 2.3.2.3. La manipulation a-t-elle aidé les élèves à construire leur trace écrite ?

Concernant la manipulation et la réussite des élèves, nous pouvons nous interroger sur un dernier point : la manipulation a-t-elle aidé les élèves qui l'ont utilisée dans la trace écrite à laisser avec, notamment, un schéma, différent du dessin ? Pour chacun des problèmes, résolus individuellement ou par groupes, nous avons construit une sorte de méthodologie pour rédiger leur trace écrite finale. Elle devait comporter :

- Une explication écrite de leur procédure et/ou un schéma de la situation.
- Le calcul mathématique, le cas échéant.
- Une phrase réponse.

Pour tenter de répondre à cette interrogation, nous allons nous intéresser à l'un des problèmes de la séance 6, où l'on peut imaginer qu'en fin de séquence, la méthodologie de la trace écrite finale est normalement maîtrisée, et nous allons le comparer aux traces écrites laissées pour le problème individuel de la séance 2, séance qui m'avait permis de réaliser une évaluation diagnostique et donc au cours de laquelle les élèves n'avaient pas accès au matériel de manipulation. Ces deux

problèmes, par la situation qu'ils proposent, respectivement une comparaison entre des vaches et des canards, et des échanges de fruits, se prêtent, à mon sens, relativement bien au dessin pour les élèves. Pour le problème de la

Margaux a 13 pommes. Elle peut les échanger de plusieurs façons : ou 2 pommes pour 1 banane ou 3 bananes pour 4 ananas.

Combien d'ananas peut-elle avoir au maximum en faisant des échanges ?

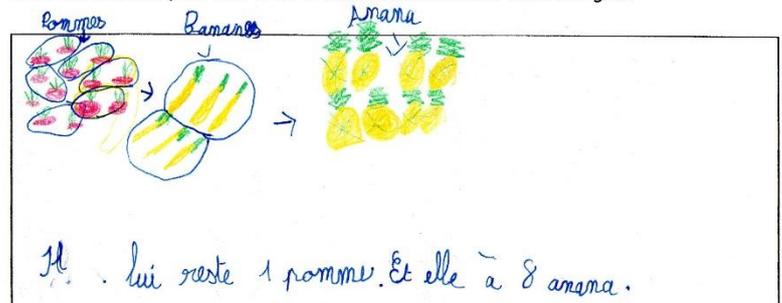


Figure 3 : trace écrite d'un élève avec dessin en séance 2.

séance 2, 18 élèves sur 27 ont fait un véritable dessin, comme nous pouvons le voir ci-contre (figure 3).

Margaux a 13 pommes. Elle peut les échanger de plusieurs façons : ou 2 pommes pour 1 banane ou 3 bananes pour 4 ananas.

Combien d'ananas peut-elle avoir au maximum en faisant des échanges ?

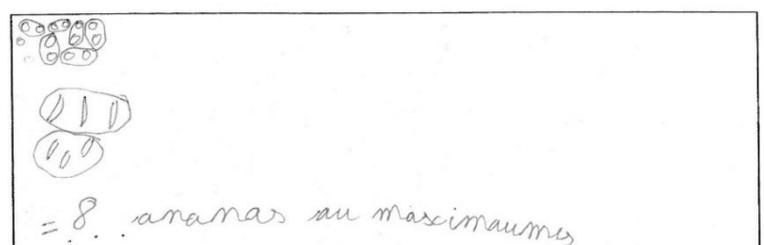


Figure 4 : trace écrite d'un élève avec schéma en séance 2.

D'autres, 6 élèves sur 27, ont fait davantage un schéma, à l'image de l'exemple ci-contre (figure 4).

Les autres élèves n'ont fait ni schéma, ni dessin.

Lors de la séance 6, les élèves avaient accès au matériel de manipulation. Parmi ceux qui l'ont utilisé pour le problème 1 donné à résoudre individuellement, seul un élève a dessiné les vaches et les canards qui étaient le sujet du problème. Les cinq autres élèves qui ont utilisé la manipulation ont fait davantage un schéma qu'un dessin, à l'instar de la trace écrite ci-contre (figure 5), alors que, sans matériel de manipulation lors de la séance 2, ils avaient tous dessiné les fruits.

Dans une ferme, un agriculteur a 16 vaches et 9 canards. Combien a-t-il de vaches de plus que de canards ?

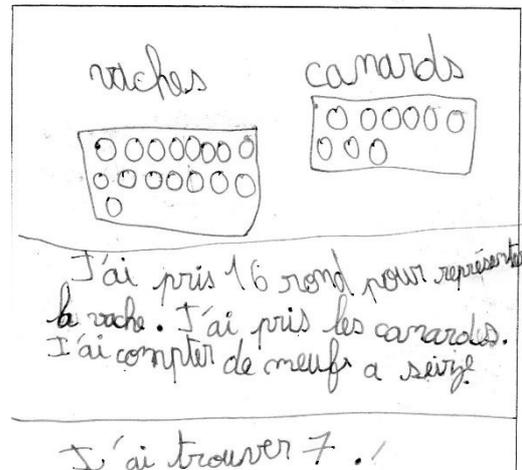


Figure 5 : trace écrite d'un élève ayant utilisé la manipulation en séance 6.

### 2.3.3. Manipulation et entrée dans la recherche

Après avoir vu les différents résultats obtenus concernant la manipulation et la réussite des élèves, mais aussi la difficulté du problème et la trace écrite finale, nous allons désormais voir si la manipulation a eu un impact sur l'entrée dans la recherche des élèves : ces derniers ont-ils fait leurs premiers essais plus rapidement lorsqu'ils ont utilisé le matériel de manipulation ?

Pour tenter de répondre à cette question, nous allons nous appuyer sur les données recueillies lors des séances 2 et 5. Lors de la séance 2, séance où les élèves n'avaient pas accès au matériel, lors de la phase individuelle de recherche précédant celle de travail par groupes, 8 élèves sur 27 ont mis plus de 3 minutes à faire leur premier essai et donc à entrer dans la recherche, c'est-à-dire à ne pas rester passif face au problème donné. Concernant le premier problème donné en évaluation, problème du même type qu'en séance 2, soit un problème d'échanges, 3 élèves sur 26 ont mis plus de 3 minutes à faire leur premier essai. Ces 3 élèves ont utilisé la manipulation.

En regardant de plus près, les 8 élèves qui avaient mis plus de 3 minutes à entrer dans la recherche lors de la séance 2, ont mis finalement moins de 3 minutes pour faire leur premier essai lors de la séance 5, toujours sans utiliser le matériel de manipulation.

Passons désormais à l'analyse des différents résultats obtenus et présentés ci-dessus.

## **2.4. Discussion**

Commençons tout d'abord par rappeler les objectifs de l'étude : cette séquence avait pour but de voir quel(s) pouvai(en)t être le ou les impact(s) de la manipulation sur les problèmes pour chercher avec une attention particulière à la phase d'entrée dans la recherche. Les hypothèses émises étaient alors que grâce à la manipulation, les élèves entreraient plus facilement dans la recherche, de manière plus rapide, et ne resteraient pas bloqués et passifs face à une situation problème ; mais également que la manipulation leur permettrait de réussir davantage les différents problèmes pour chercher proposés. L'étude fut menée sur une classe de CE2 avec la mise en place de six séances de problèmes pour chercher, tantôt avec une résolution individuelle, tantôt avec une résolution par groupes.

Dans cette partie, nous allons tout d'abord analyser les résultats obtenus auxquels nous ne nous attendions pas avant de parler des effets positifs de la manipulation sur les élèves dans le cadre de l'activité des problèmes pour chercher, et enfin, nous nous intéresserons aux limites et perspectives de cette étude.

### **2.4.1. Pourquoi la manipulation n'a-t-elle pas toujours permis la réussite des élèves ?**

Par le recueil de données tout au long de la séquence menée en classe et leur présentation dans la partie précédente, nous avons pu voir que finalement, la manipulation n'avait pas eu les effets escomptés.

Tout d'abord, nous avons pu constater que jamais plus de la moitié des élèves, alors que le matériel de manipulation était en libre accès, n'a utilisé le matériel de manipulation, et que les allumettes ne furent presque jamais utilisées, tandis que les jetons étaient le matériel le plus prisé des élèves.

De plus, l'étude n'a pas permis de montrer que :

- ❖ le temps mis par un élève utilisant la manipulation était sensiblement plus court. Effectivement, l'étude menée ne permet pas de mettre en évidence un lien entre la manipulation et une entrée dans la recherche plus rapide.
- ❖ les élèves utilisant le matériel de manipulation réussissaient davantage que les autres. En effet, au regard des résultats, le type de problèmes semble avoir une certaine influence sur la réussite globale des élèves. Pour ce qui est de la manipulation, elle ne semble apporter qu'une légère plus-value à la réussite des élèves pour les problèmes de composition d'états,

et, sous réserve, à ceux de multiplication et composition d'états. Il semblerait même qu'elle desserve certains types de problèmes, à l'image des problèmes d'échanges ou de comparaisons d'états par exemple.

❖ la manipulation aidait davantage les élèves pour les problèmes plus difficiles. Là encore, nous avons pu constater que la difficulté du problème n'a aucune incidence sur le nombre d'élèves qui a recours à la manipulation et les résultats nous indiquent que la manipulation ne semble finalement pas plus aider les élèves lors des problèmes plus difficiles.

Pour expliquer ces phénomènes observés, nous pouvons avancer une hypothèse, qui nous paraît être celle qui est la plus probable. Dans un premier temps, intéressons-nous aux conditions nécessaires pour qu'une manipulation soit efficace. Rappelons-le, nous avons vu que pour être de qualité et servir les apprentissages, la manipulation ne doit pas être utilisée avec des enfants trop jeunes, 7 à 11 ans étant l'âge idéal ; le matériel utilisé ne doit pas contenir trop d'informations, au niveau des couleurs et de ce qu'il représente notamment ; et l'enseignant se doit d'être guidant pour aider les élèves à l'utiliser. Concernant les deux premiers points, il me semble que le contrat fut rempli : mes élèves étaient tous âgés de 7 à 9 ans au moment de l'étude et le matériel utilisé était dans l'ensemble relativement pauvre au niveau des informations véhiculées puisqu'il s'agissait de jetons, matériel de numération, allumettes et calculatrices. En revanche, il semblerait que ce soit la dernière condition qui m'ait fait défaut lors de mon étude. Effectivement, certainement par peur d'induire une procédure de résolution aux élèves alors que je souhaitais qu'ils fassent des essais par eux-mêmes, je leur ai laissé finalement une trop grande liberté au niveau du matériel, ce qui les a davantage mis en difficulté alors que le but visé était l'inverse. Mon intention de les laisser « libres » était certainement tout à fait entendable au début de la séquence, mais l'utilisation du matériel aurait finalement nécessité un guidage plus important par la suite.

Cette hypothèse peut expliquer plusieurs choses observées au niveau des résultats. Tout d'abord, le fait que seule la moitié des élèves ait utilisé le matériel. Sans explicitation ni guidage, la plupart des élèves n'a pas forcément vu l'intérêt de se munir de matériel de manipulation pour réaliser des essais, entre autres, et l'a donc délaissé, au profit du papier et du crayon. Ensuite, cela peut également expliquer le fait que par l'étude nous n'avons pas observé de réelle plus-value de la manipulation sur la réussite des élèves, et même le fait que nous ayons observé qu'elle a pu desservir certains types de problèmes. Là encore, un guidage et une explicitation plus importants concernant le matériel à choisir et son utilisation auraient très certainement changé les choses. Sans cela, le matériel de manipulation fut certainement

souvent considéré comme « accessoire » par les élèves qui n’y ont pas vu une possibilité de les aider à réussir. De plus, représenter la situation de certains types de problèmes est certainement plus compliqué que pour d’autres types. Sans guidage, les enfants n’ont pas su utiliser la manipulation à bon escient et se sont certainement trompés en commettant des erreurs dans la manipulation même. De la même façon, cela peut expliquer le fait que nous n’avons pu constater d’avantages à l’utilisation de la manipulation dans les problèmes plus difficiles.

Nous pouvons également tout à fait penser qu’en n’enseignant pas réellement la manipulation, cela a eu une incidence sur le matériel choisi par les élèves. En effet, les jetons furent choisis massivement à chaque fois, le matériel de numération en deuxième position, les calculatrices ensuite et les allumettes enfin. Cela peut interroger, mais finalement, l’explication pourrait être la suivante : en l’absence de guidage dans la manipulation, les élèves ont d’abord choisi les jetons, matériel bien connu des élèves puisqu’utilisé lors de séances de problèmes précédentes avec ma binôme, puis le matériel de numération qu’ils ont déjà utilisé plusieurs fois également, les calculatrices furent utilisées quelques fois mais, selon mes impressions, plus à titre d’accessoires que de matériel au service de la résolution de problèmes, et enfin, les allumettes, comportant pourtant de nombreux avantages comme celui de pouvoir facilement faire des paquets pour représenter les grands nombres, ne furent presque jamais utilisées. Comme les élèves ne les avaient jamais utilisées avant et que je n’ai pas assez mis en avant leurs qualités, ils ne pouvaient donc penser à cette utilisation.

#### **2.4.2. Les effets positifs de la manipulation sur les élèves dans les problèmes pour chercher**

Lors du recueil des données et de leur exposition dans la partie précédente, nous avons vu que la manipulation n’avait pas forcément répondu à toutes nos attentes, comme nous venons de l’analyser précédemment. Cependant, par les résultats, nous pouvons remarquer qu’elle a eu tout de même quelques impacts positifs sur les élèves.

L’étude menée tend effectivement à montrer que certains types de problèmes pourraient avoir un impact sur l’utilisation ou non de la manipulation par les élèves. Rappelons que selon le type de problème, nous avons constaté un nombre d’élèves utilisant la manipulation plus ou moins grand. En effet, peu d’élèves en ont eu besoin lors des problèmes de comparaison d’états ou encore de multiplication et composition d’états. La réussite des élèves sur ces types de problème n’étant pas impactée, nous pouvons donc tout à fait penser

que la manipulation n'est pas le moyen le plus efficace pour travailler ces types de problème en classe avec les élèves.

L'autre aspect positif que nous avons pu relever grâce à cette séquence, et non des moindres, est que la manipulation a aidé les élèves dans la construction de leur trace écrite au niveau du schéma bien qu'il faille rester prudent quant à cette conclusion, le total d'élèves pris en compte dans la séance 6 étant, là encore, très inférieur à celui pris en compte dans la séance 2. Comme j'ai pu le constater et l'exposer dans les résultats, au fur et à mesure des séances, les élèves sont passés du dessin au véritable schéma. L'hypothèse émise concernant la réussite des élèves par la manipulation est donc, en partie seulement, validée. Les élèves, au lieu de dessiner réellement la situation, que ce soient des animaux ou des fruits par exemple, ont représenté cette situation à l'aide du matériel de manipulation qu'ils avaient utilisé, et c'est ce dernier qu'ils ont dessiné sur la feuille de leur trace écrite, construisant alors un schéma. Cependant, le travail sur la constitution de la trace écrite (explication de la procédure, schéma, calcul le cas échéant et phrase réponse) aurait gagné à être fait en amont de cette séquence, afin de ne pas me faire perdre et de faire perdre de vue aux élèves les objectifs, à savoir de véritablement travailler sur la recherche à l'aide de la manipulation.

### **2.4.3. Limites et perspectives**

L'étude que j'ai menée a révélé des aspects positifs de la manipulation, notamment sur la trace écrite des élèves, mais a également montré quelques failles dans l'enseignement de la manipulation. Cette étude comporte quelques limites. La première que l'on peut citer, et la principale, est le contexte sanitaire en France au cours de l'étude, qui ne m'a pas permis de finaliser la séquence comme je l'avais prévue. En effet, il manquait encore quelques séances au cours desquelles j'aurais proposé aux élèves de travailler sur les autres types de problèmes, puis de refaire des problèmes de chacune des catégories avant une évaluation finale, pour voir l'évolution des résultats de mes élèves tout au long de la séquence.

De plus, une autre limite qu'a comportée mon étude et qui aurait peut-être changé les résultats obtenus est qu'il n'y a eu qu'un seul groupe d'étude. Pour mesurer réellement les effets de la manipulation, deux groupes d'élèves de niveau équivalent auraient pu être constitués : l'un auquel la manipulation aurait été imposée, et l'autre pour lequel elle n'aurait même pas été proposée ; ou, si l'on souhaitait ne garder qu'un groupe d'élèves, pour chaque type de problème, en proposer avec manipulation et d'autres, sans accès au matériel. Nous ne pouvons dire si les résultats obtenus auraient été changés, mais leur fiabilité en aurait été

augmentée puisque cela aurait permis, que l'on choisisse l'une ou l'autre de ces solutions, d'avoir un groupe témoin et un groupe test.

Cette étude comporte une autre limite qui concerne le recueil des données. En effet, les données ont été principalement recueillies par l'écrit (affiches et traces écrites des élèves). Il aurait certainement été préférable de filmer les élèves lors de leurs recherches, car le passage à l'écrit peut finalement s'avérer compliqué pour des enfants, la charge cognitive à ce moment-là étant relativement importante, ce qui peut également quelque peu biaiser les résultats. Une vidéo de leur manipulation aurait davantage servi une étude telle que celle-ci, où nous aurions pu plus efficacement évaluer l'efficacité de cette dernière.

Nous pouvons également citer d'autres limites à cette étude : la taille de l'échantillon en est une par exemple. En effet, la séquence fut réalisée dans ma classe de CE2, avec 27 élèves. Afin de tirer de réelles conclusions quant à l'aide par la manipulation dans les problèmes pour chercher, il aurait certainement été préférable que l'effectif des élèves sur lesquels la séquence a été menée soit plus important. De plus, la manipulation de ce matériel (en dehors des allumettes) n'était pas inconnue à mes élèves, cependant, ils ne l'utilisent pas de façon très fréquente. Le choix des problèmes peut également avoir un impact sur les résultats obtenus. Effectivement, j'ai souhaité avoir des problèmes de tous types. Il aurait peut-être été préférable de se concentrer sur quelques types de problèmes, afin de les travailler plus en profondeur, avant d'étendre le travail aux autres types de problèmes, peut-être en dehors de cette séquence pour mon mémoire si le calendrier ne le permettait pas.

Enfin, la durée de l'expérimentation est également une limite à cette étude. Non seulement le contexte sanitaire n'a pas permis son entière réalisation, comme cela a déjà été précisé, mais il me semble qu'une telle expérimentation ne doit pas se réduire à la durée d'une période comme cela était prévu. Un tel travail doit, je pense, se mener sur une année scolaire entière tant il est dense et intéressant.

Ce mémoire m'a permis de réfléchir en profondeur sur l'utilisation de la manipulation en mathématiques, et plus particulièrement, lors des problèmes pour chercher. Tout d'abord, je peux dire qu'il m'a confortée dans l'idée que l'enseignement des problèmes pour chercher est riche et intéressant et ne doit pas être délaissé dans les classes. En effet, en plus des connaissances et compétences mathématiques que cela développe chez les élèves, ils permettent l'acquisition de compétences liées au travail de groupes, ce qui ne fut pas toujours facile pour tous les élèves.

De plus, par ce travail, j'ai pu m'apercevoir de l'entière nécessité d'enseigner la manipulation, au même titre que l'enseignement des mathématiques ou du français. En effet, et cette étude me l'a bien montrée, en n'enseignant pas l'utilisation du matériel de manipulation, l'enfant ne sait comment s'en servir, ne voyant pas l'intérêt de ce matériel. Et donc, dans ce cas, la manipulation ne se trouve pas au service des apprentissages puisqu'elle ne permet pas d'amener les élèves vers la réussite. Je suis convaincue de la richesse de la manipulation pour les apprentissages, à l'école primaire mais aussi, à mon sens, dans le second degré, lorsqu'elle est réfléchie et bien utilisée. Ce mémoire m'a donné la motivation pour l'utiliser davantage dans diverses situations d'enseignement dans les années à venir.

## **Conclusion**

Le but de ce mémoire était de voir si la manipulation pouvait servir la recherche des élèves dans le cadre des problèmes pour chercher en mathématiques. Les résultats m'ont montré qu'en n'enseignant pas la manipulation, ce n'est pas toujours le cas, puisqu'elle ne leur permet pas forcément d'entrer plus rapidement dans la recherche, ni de réussir davantage leurs problèmes. Mais j'ai pu voir qu'elle pouvait servir la trace écrite des élèves, et notamment, la construction du schéma. Cependant, les résultats sont à remettre en question, du fait du contexte sanitaire, mais également des biais comportés par mon étude, comme par exemple le fait de ne pas avoir enseigné la manipulation, ou encore de ne pas avoir réalisé de groupe témoin et groupe test, mais aussi de ne pas les avoir filmés et de n'avoir récolté les résultats que par observation directe de ma part pendant la séance, ou par analyse de leurs traces écrites que j'ai pu relever.

Ce travail a fait grandir ma motivation quant à l'enseignement et à l'utilisation de la manipulation en classe avec les élèves, car, malgré ce que j'ai pu observer, je reste convaincue de son utilité et de ses nombreux bienfaits. Mais il m'a également montré à quel point l'utilisation d'outils pédagogiques, au même titre que la manipulation, doit être réfléchie. En effet, il est indispensable de penser leur enseignement avant même de penser à leur utilisation *dans* l'enseignement. Dans le cas contraire, ils peuvent alors se révéler inefficaces, voire même avoir des conséquences délétères sur les apprentissages.

## Bibliographie

Arsac, G. & Mante, M. (2007). *Les pratiques du problème ouvert*. Lyon : CRDP de Lyon.

Carbonneau, K.J., Marley, S.C., & Selig, J.P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, 105(2), pp. 380-400.

Centre National de Ressources Textuelles et Lexicales (CNRTL). (2012). Problème. Repéré à <https://www.cnrtl.fr/definition/probl%C3%A8me> le 02/03/2020.

Charnay, R. (1992). Problème ouvert, problème pour chercher. *Grand N*, 51, pp. 77-83.

Coquin-Viennot, D. (2001). Problèmes arithmétiques verbaux à l'école : pourquoi les élèves ne répondent-ils pas à la question posée ? *Enfance*, 53, pp. 181-196.

Houdement, C. (1998-1999). Le choix des problèmes pour la « résolution de problèmes ». *Grand N*, 63, pp. 59-76.

IREM de Grenoble. (1979). Quel est l'âge du capitaine ? *Grand N*, 19, pp. 63-70.

Manipuler. (2008). Larousse. Paris : Larousse. *Larousse.fr*. Repéré à <https://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/probl%C3%A8me/64046?q=probl%C3%A8me#63329> le 01/04/2020.

Ministère de l'Education Nationale. (2018). La résolution de problèmes à l'école élémentaire. Repéré à <https://www.education.gouv.fr/bo/18/Special3/MENE1809043N.htm> le 07/05/2020.

Ministère de l'Education Nationale, de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche (MENESR). (2015). Socle commun de connaissances, de compétences et de culture. Repéré à [https://www.education.gouv.fr/bo/15/Hebdo17/MENE1506516D.htm?cid\\_bo=87834](https://www.education.gouv.fr/bo/15/Hebdo17/MENE1506516D.htm?cid_bo=87834) le 07/05/2020.

Ministère de l'Education Nationale, de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche (MENESR). (2018). Programme du cycle 2. Repéré à [https://cache.media.eduscol.education.fr/file/programmes\\_2018/20/0/Cycle\\_2\\_programme\\_consolide\\_1038200.pdf](https://cache.media.eduscol.education.fr/file/programmes_2018/20/0/Cycle_2_programme_consolide_1038200.pdf) le 07/05/2020.

Piaget, J., Inhelder, B. (2006). *La psychologie de l'enfant*. Paris, Presses universitaires de France (PUF).

Picard, C. & Rajotte, T. (2018). La résolution de problèmes : considérations théoriques. In *Enseigner la résolution de problèmes. Accompagner les élèves de 5 à 12 ans dans le développement de la compétence à résoudre des problèmes*, pp. 38-65. Montréal : Chenelière Education.

Priole, M. & Régnier, J.C. (2012). Les problèmes de mathématiques dans les instructions et programmes officiels de l'école primaire, de 1833 à nos jours. *Grand N*, 90, pp. 69-87.

Problème. (2009). Le Robert. Paris : SEJER. *Lerobert.com*. Repéré à <https://dictionnaire.lerobert.com/definition/probleme> le 07/05/2020.

Problème. (2008). Larousse. Paris : Larousse. *Larousse.fr*. Repéré à <https://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/probl%C3%A8me/64046?q=probl%C3%A8me#63329> le 02/03/2020.

Vergnaud, G. (1986). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques : un exemple : les structures additives. *Grand N*, 38, pp. 21-40.

Vergnaud, G. (2011). Typologie de problèmes additifs et multiplicatifs cycle 2. Repéré à [http://www.ac-grenoble.fr/ien.haut-gresivaudan/IMG/pdf/Typologie\\_des\\_problemes\\_additifs\\_et\\_multiplicatifs\\_cycle\\_2.pdf](http://www.ac-grenoble.fr/ien.haut-gresivaudan/IMG/pdf/Typologie_des_problemes_additifs_et_multiplicatifs_cycle_2.pdf) le 07/05/2020.

Villani, C. & Torossian, C. (2018). 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques. Repéré à [https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Maths\\_-\\_21\\_mesures/61/3/Rapport\\_Villani\\_Torossian\\_21\\_mesures\\_pour\\_enseignement\\_des\\_mathematiques\\_1203613.pdf](https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Maths_-_21_mesures/61/3/Rapport_Villani_Torossian_21_mesures_pour_enseignement_des_mathematiques_1203613.pdf) le 07/05/2020.

## **Annexes**

<b>Annexe 1 : exemple de feuille de résolution de problème en individuel .....</b>	<b>1</b>
<b>Annexe 2 : exemple de problème proposé lors de l'évaluation.....</b>	<b>1</b>
<b>Annexe 3 : grille d'observation .....</b>	<b>2</b>
<b>Annexe 4 : plan de séquence .....</b>	<b>2</b>
<b>Annexe 5 : typologie des problèmes selon Vergnaud .....</b>	<b>5</b>
<b>Annexe 6 : tableaux recensant l'ensemble des données recueillies .....</b>	<b>6</b>

### Annexe 1 : exemple de feuille de résolution de problème en individuel

Dans ces deux additions, les bananes cachent les mêmes nombres. Quel nombre est caché sous la prune ?

$$\text{🍌} + 3 = 10$$

$$\text{🍌} + \text{🍌} = 12$$

### Annexe 2 : exemple de problème proposé lors de l'évaluation

Isabelle a 17 bonbons violets. Elle peut échanger les bonbons de deux façons : 3 bonbons violets pour 2 bonbons roses et 4 bonbons roses pour 1 bonbon jaune. Combien peut-elle avoir au maximum de bonbons jaunes ?

J'ai utilisé le matériel :    oui                    non

Si oui, quel matériel ai-je utilisé ? .....

### Annexe 3 : grille d'observation

	Entré dans la recherche en moins de 3'	Entré dans la recherche entre 3 et 5'	Entré dans la recherche en plus de 5'	A demandé des informations sur le problème avant de commencer	A demandé des informations sur la consigne avant de commencer	A résolu le problème en plus de 5'	A utilisé le matériel spontanément
Elève A							
Elève B							
...							

### Annexe 4 : plan de séquence

<b>Déroulement des séances</b>			
<i>Séance 1</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Présentation de l'activité de résolution de problème.</li> <li>❖ Résolution d'un premier problème en 3 temps avec accès possible au matériel de manipulation :               <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Recherche individuelle : 5 min.</li> <li>➤ Recherche par groupes de trois établis par l'enseignante avec un responsable du temps, un responsable de l'écriture et un porte-parole : 15 min.</li> <li>➤ Présentation des affiches et débat avec établissement d'une première « méthodologie » (que mettre sur l'affiche ?) après un classement des affiches au tableau (groupes d'affiches semblables) : 15 min.</li> </ul> </li> <li>❖ Puis résolution d'un problème du même type en individuel pour voir ce qui a été retenu de la phase de débat.</li> </ul>		
	<p><u>Problème résolu en collectif – problème de composition d'états</u></p>		
	<p><u>Problème résolu en individuel – problème de composition d'états</u></p>		
	<table border="0" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>Dans ces deux additions, les citrons cachent les mêmes nombres. Quel nombre est caché sous la pomme ?</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  + 4 = 7   +  = 9           </div> </td> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>Dans ces deux additions, les bananes cachent les mêmes nombres. Quel nombre est caché sous la prune ?</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  + 3 = 10   +  = 12           </div> </td> </tr> </table>	<p>Dans ces deux additions, les citrons cachent les mêmes nombres. Quel nombre est caché sous la pomme ?</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  + 4 = 7   +  = 9           </div>	<p>Dans ces deux additions, les bananes cachent les mêmes nombres. Quel nombre est caché sous la prune ?</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  + 3 = 10   +  = 12           </div>
<p>Dans ces deux additions, les citrons cachent les mêmes nombres. Quel nombre est caché sous la pomme ?</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  + 4 = 7   +  = 9           </div>	<p>Dans ces deux additions, les bananes cachent les mêmes nombres. Quel nombre est caché sous la prune ?</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  + 3 = 10   +  = 12           </div>		
<i>Séance 2</i>	<p>Même déroulement que la séance 1 avec un nouveau problème, cette fois sans accès au matériel de manipulation dans le but de réaliser une évaluation diagnostique.</p>		

	<u>Problème résolu en collectif – problème d'échanges</u>	<u>Problème résolu en individuel – problème d'échanges</u>
	Sarah a 16 billes bleues. Elle peut échanger des billes de deux façons : ou 3 billes bleues pour 1 bille rouge ou 2 billes rouges pour 5 billes vertes. Combien de billes vertes, au plus, pourra-t-elle avoir en faisant des échanges ?	Margaux a 12 pommes. Elle peut les échanger de plusieurs façons : ou 2 pommes pour 1 banane ou 3 bananes pour 4 ananas. Combien d'ananas peut-elle avoir au maximum en faisant des échanges ?
<i>Séance</i> 3	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Après rappel du problème résolu individuellement en séance 2, réflexion sur la trace écrite avec distribution par groupe d'une trace écrite individuelle anonyme de la séance précédente avec pour objectif de répondre à la question suivante : « comment l'élève a fait pour résoudre le problème ? quelle fut sa procédure ? »</li> <li>❖ Mise en commun de la réflexion avec nouvelle « méthodologie » établie pour constituer une affiche finale avec : texte expliquant la procédure utilisée, schéma (et non pas dessin) de la situation avec aide éventuelle du matériel de manipulation, calcul éventuel et phrase réponse.</li> <li>❖ Puis résolution d'un nouveau problème avec recherche individuelle de 5' puis par groupes pendant 15' sans réelle mise en commun finale.</li> </ul>	
	<u>Problème résolu en collectif – problème de composition d'états</u>	
	Des ballons sont vendus par sachets de 5, de 10 et de 25. Marius veut prendre le moins de sachets possibles mais il veut aussi 65 ballons exactement. Combien de sachets va-t-il acheter ?	
<i>Séance</i> 4	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Résolution d'un problème par groupes de niveaux avec différenciation (2 problèmes de différents niveaux donc 2 sous-groupes dans la classe) en deux temps : un temps individuel puis un temps de réflexion et rédaction d'une affiche par groupe.</li> <li>❖ Puis échange des affiches entre les groupes pour voir si la trace écrite du groupe est compréhensible avec débat et mise en commun au sein des 2 sous-groupes.</li> </ul>	
	<u>Problème 1 – problème de comparaison et composition d'états</u>	<u>Problème 2 – problème de division quotient</u>

	Eliot, Félix et Hugo comparent leurs collections de billes. Eliot a une bille de plus que Félix et une de moins que Hugo. A eux trois, ils ont 18 billes. Combien Hugo a-t-il de billes ?	On croit que les gorilles mangent beaucoup de bananes, mais c'est faux, ils mangent plutôt des feuilles. Un gorille mange 3 dizaines de kg de feuilles par jour. Un arbre a 17 dizaines de kg de feuilles. Combien de gorilles cet arbre peut-il nourrir complètement, en un jour ?
<b>Séance</b> <b>5</b>	<p>❖ Résolution d'un problème par groupes sans création d'affiches. Mise en commun au tableau avec création d'une affiche « collective » pour la classe afin de rappeler la méthodologie.</p> <p>❖ Evaluation avant les vacances. Résolution individuelle et avec accès au matériel de manipulation (jetons, calculatrice, cubes de numération, allumettes). Proposition de trois problèmes s'apparentant à des problèmes déjà travaillés (attendu : deux problèmes minimum par l'ensemble de la classe, le troisième à faire par les plus rapides).</p>	
	<u>Problème résolu en collectif – problème de division quotition et multiplication</u>	<u>Problème 1 évaluation – problème d'échanges</u>
	Vikash prépare des sandwichs, chacun avec deux tranches de pain. Il a des paquets de 24 tranches de pain. Combien de sandwichs peut-il préparer avec 3 paquets ?	Isabelle a 17 bonbons violets. Elle peut échanger les bonbons de deux façons : 3 bonbons violets pour 2 bonbons roses et 4 bonbons roses pour 1 bonbon jaune. Combien peut-elle avoir au maximum de bonbons jaunes ?
	<u>Problème 2 évaluation – problème de composition d'états</u>	<u>Problème 3 évaluation – problème de transformation d'états</u>
	Le marchand de fruits ne vend ses oranges que dans deux sortes de boîtes : des boîtes de 9 ou des boîtes de 10 oranges. Benjamin veut acheter exactement 48 oranges. Combien de boîtes achète-t-il pour en avoir le moins possible ?	Christine a 16 bonbons, Fanny a 24 bonbons et Nathalie en a 47. Elles veulent en avoir le même nombre chacune et Nathalie est très gentille. Elle va donc donner des bonbons à ses deux copines... Combien Nathalie va-t-elle donner de bonbons ?

<b>Séance 6</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Résolution d'un problème élémentaire en individuel avec mise en commun collective au tableau pour former une « affiche ».</li> <li>❖ Puis résolution des mêmes types de problèmes par groupes à nouveau en trois temps.</li> </ul>	
	<u>Problème 1 résolu en individuel – problème de comparaison d'états</u>	<u>Problème 2 résolu en individuel – problème de multiplication et composition d'états</u>
	Dans une ferme, un agriculteur a 16 vaches et 9 canards. Combien a-t-il de vaches de plus que de canards ?	Julien plante des fleurs dans des massifs. Dans 3 massifs il a mis 4 fleurs et dans 2 autres massifs, il a mis 6 fleurs. Combien a-t-il planté de fleurs au total ?
	<u>Problème 1 résolu par groupes – problème de comparaison d'états</u>	<u>Problème 2 résolu par groupes – problème de multiplication et composition d'états</u>
	A l'école Japrenbien, 84 élèves de cycle 2 vont à l'étude du soir tandis qu'ils sont 35 en cycle 3. Combien y a-t-il d'élèves de cycle 2 de plus que d'élèves de cycle 3 à l'étude du soir ?	Le fermier a rempli 4 boîtes de 6 œufs et 9 boîtes de 12 œufs. Combien a-t-il d'œufs en tout ?

### Annexe 5 : typologie des problèmes selon Vergnaud

- Problèmes additifs et soustractifs :
  - Composition de deux états : recherche du composé ou d'un état.
  - Transformation d'un état : recherche de l'état final, de la transformation ou de l'état initial.
  - Comparaison d'états : recherche de l'un des états ou de la comparaison.
- Problèmes multiplicatifs :
  - Configuration rectangulaire.
  - Multiplication.
- Problèmes de division :
  - Division quotient.
  - Division partition.

**Annexe 6 : tableaux recensant l'ensemble des données recueillies**

<b>Séance 1 - problèmes de composition d'états</b>										
	<b>Entrés dans la recherche en moins de 3'</b>	<b>Entrés dans la recherche entre 3 et 5'</b>	<b>Entrés dans la recherche en plus de 5'</b>	<b>Ayant demandé des informations sur le problème avant de commencer</b>	<b>Ayant demandé des informations sur la consigne avant de commencer</b>	<b>Ayant résolu le problème en moins de 5'</b>	<b>Ayant mis 5' ou plus à résoudre le problème</b>	<b>Ayant utilisé le matériel spontanément</b>	<b>Ayant réussi le problème collectif</b>	<b>Ayant réussi le problème individuel</b>
<b>Nombre d'élèves</b>	27	0	0	0	5	25	2	9	7 groupes (soit 21 élèves)	18
Nombre total d'élèves : 27 ; nombre total de groupes : 9										

<b>Séance 2 - problèmes d'échanges</b>										
	<b>Entrés dans la recherche en moins de 3'</b>	<b>Entrés dans la recherche entre 3 et 5'</b>	<b>Entrés dans la recherche en plus de 5'</b>	<b>Ayant demandé des informations sur le problème avant de commencer</b>	<b>Ayant demandé des informations sur la consigne avant de commencer</b>	<b>Ayant résolu le problème entre 3 et 5'</b>	<b>Ayant mis 5' ou plus à résoudre le problème</b>	<b>Ayant demandé du matériel</b>	<b>Ayant réussi le problème collectif</b>	<b>Ayant réussi le problème individuel</b>
<b>Nombre d'élèves</b>	19	8	0	5	0	27	0	1	2 groupes (soit 6 élèves)	11
Nombre total d'élèves : 27 ; nombre total de groupes : 9										

<b>Séance 3 - problème de composition d'états</b>	
<b>Problème collectif</b>	
<b>Nombre de groupes ayant réussi</b>	7 (soit 21 élèves)
<b>Nombre de groupes ayant fait le problème</b>	9 (soit 27 élèves)

<b>Séance 4 - problème 1 - problème de comparaison et compositions d'états</b>				
	Ayant demandé des informations sur le problème avant de commencer	Ayant demandé des informations sur la consigne avant de commencer	Ayant utilisé le matériel spontanément lors de la phase individuelle	Ayant réussi le problème collectif
<b>Nombre d'élèves</b>	0	0	2	4 groupes (soit 12 élèves)
Nombre total d'élèves : 12 ; nombre total de groupes : 4				

<b>Séance 4 - problème 2 - problème de division quotient</b>				
	Ayant demandé des informations sur le problème avant de commencer	Ayant demandé des informations sur la consigne avant de commencer	Ayant utilisé le matériel spontanément lors de la phase individuelle	Ayant réussi le problème collectif
<b>Nombre d'élèves</b>	0	0	6	3 groupes (soit 9 élèves)
Nombre total d'élèves : 15 ; nombre total de groupes : 5				

<b>Séance 5 - évaluation</b>			
	<b>Problème 1 - problème d'échanges</b>	<b>Problème 2 - problème de composition d'états</b>	<b>Problème 3 - problème de transformation d'états</b>
<b>Nombre d'élèves ayant utilisé le matériel de manipulation</b>	13	12	6
<b>Nombre d'élèves ayant réussi</b>	12	15	1

<b>Nombre d'élèves ayant fait le problème</b>	26	23	12
<b>Nombre d'élèves entrés dans la recherche en plus de 3'</b>	3	Non mesuré	Non mesuré

<b>Séance 5 - problème 1 - problème d'échanges</b>						
<b>Matériel utilisé</b>	Jetons	Allumettes	Matériel de numération	Calculatrice	<b>Nombre d'élèves ayant utilisé du matériel</b>	<b>Nombre d'élèves ayant fait le problème</b>
<b>Nombre d'élèves</b>	12	0	1	0	13	26

<b>Séance 5 - problème 2 - problème de composition d'états</b>						
<b>Matériel utilisé</b>	Jetons	Allumettes	Matériel de numération	Calculatrice	Nombre d'élèves ayant utilisé du matériel	Nombre d'élèves ayant fait le problème
<b>Nombre d'élèves</b>	5	0	7	0	12	23

<b>Séance 5 - problème 3 - problème de transformation d'états</b>						
<b>Matériel utilisé</b>	Jetons	Allumettes	Matériel de numération	Calculatrice	Nombre d'élèves ayant utilisé du matériel	Nombre d'élèves ayant fait le problème
<b>Nombre d'élèves</b>	1	0	3	2	6	12

<b>Séance 6 - problème 1 - problème de comparaison d'états</b>					
<b>Problème individuel</b>					<b>Problème par groupes</b>
	<b>Ayant demandé des informations sur le problème avant de commencer</b>	<b>Ayant demandé des informations sur la consigne avant de commencer</b>	<b>Ayant utilisé le matériel spontanément</b>	<b>Ayant réussi le problème</b>	<b>Ayant réussi le problème</b>
<b>Nombre d'élèves</b>	1	0	6	24	6 groupes (soit 18 élèves)
Nombre total d'élèves : 27 ; nombre total de groupes 9					

<b>Séance 6 - problème 2 - problème de multiplication et composition d'états</b>					
<b>Problème individuel</b>					<b>Problème par groupes</b>
	<b>Ayant demandé des informations sur le problème avant de commencer</b>	<b>Ayant demandé des informations sur la consigne avant de commencer</b>	<b>Ayant utilisé le matériel spontanément</b>	<b>Ayant réussi le problème</b>	<b>Ayant réussi le problème</b>
<b>Nombre d'élèves</b>	1	0	2	19	4 groupes (soit 12 élèves)
Nombre total d'élèves : 26 ; nombre total de groupes 9					

**Année universitaire 2019-2020**

**Master 2 Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation**

**Mention Premier degré**

**Titre du mémoire : la manipulation pour aider dans la résolution de problèmes dits « pour chercher »**

**Auteur : Perrine FRANÇOIS**

**Résumé :** Ce mémoire de recherche à visée professionnelle a pour objet d'étude les problèmes pour chercher en mathématiques. Ce type de problème permet le développement de nombreuses compétences qui sont, pour la plupart, d'ordre méthodologique : il s'agit de compétences rendant l'élève capable de mettre en œuvre une démarche de résolution face à un problème mais également de compétences liées au travail de groupe et au débat. L'objectif de l'étude est d'essayer de déterminer si la manipulation pouvait aider les élèves dans la résolution de ce type de problème, au cours de la phase de recherche mais également au niveau de la réussite ou non du problème, et le cas échéant, en quoi elle peut les aider. Pour tenter de répondre à cette interrogation, une expérimentation fut menée sur une classe de CE2 où il a été proposé aux élèves de résoudre différents problèmes avec ou sans matériel de manipulation. L'étude a révélé que la manipulation n'a pas forcément permis la réussite du problème par les élèves mais qu'elle les a aidés en revanche dans la construction de leur trace écrite. Cela a conduit à penser entre autres qu'un enseignement de la manipulation était indispensable pour qu'elle soit efficace.

**Mots clés :** enseignement des mathématiques, cycle 2, CE2, démarche scientifique, faire des essais, recherche face à un problème.

**Abstract :** This professional research dissertation deals with problems to search in mathematics. This kind of problem allows the development of many skills which are mostly methodological skills : these are skills regarding implementation of a problem solving approach but also skills related to group work and debate. The purpose of this study is to try to determine how manipulation can help pupils in the research phase and in the success of the

problem. To try to answer this problem, an experimentation was carried out on a CE2 class. Different problems to solve were proposed to the pupils with or without manipulation material. The study found that manipulation did not help pupils succeed but it did help them for the written record. This work has shown us that it is essential to teach manipulation for it to be effective.

**Keywords:** mathematics education, cycle 2, CE2, scientific procedure, to do some tests, research facing a problem.