



HAL
open science

Les jeux d'échanges au CP : un levier mathématique dans la construction de la numération

Sarah Périssat

► **To cite this version:**

Sarah Périssat. Les jeux d'échanges au CP : un levier mathématique dans la construction de la numération. Sciences de l'Homme et Société. 2018. dumas-03125787

HAL Id: dumas-03125787

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-03125787>

Submitted on 29 Jan 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



École supérieure
du professorat
et de l'éducation
Académie de Grenoble



Année universitaire 2017-2018

Master Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation

Mention Premier degré

Les jeux d'échanges au CP : un levier mathématique dans la construction de la numération.

Présenté par Sarah PERISSAT

Première partie rédigée en collaboration avec Cassandre GIL

Mémoire de M2 encadré par Geneviève MARTIEL

Remerciements

Je souhaite adresser mes remerciements aux personnes qui m'ont aidée dans la construction de mon mémoire.

Tout d'abord, je remercie profondément Mme Geneviève MARTIEL, tutrice de mon mémoire, pour son aide, ses avis et ses propositions tout au long de la construction ce dernier.

Je souhaite également remercier Cassandra GIL, avec qui j'ai eu le plaisir de travailler pour la rédaction de la partie théorique ainsi que la construction de la séquence relative aux jeux d'échanges.

Ensuite, je remercie mes parents et ma sœur pour tout leur soutien et la relecture attentive de mon mémoire.

Pour finir, je remercie mes élèves de CP pour leur volonté et leur envie de réaliser cette séquence.

Sommaire

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Introduction | 1 |
| 1. Etat de l'art | 2 |
| 1.1 Enseigner les mathématiques : la manipulation à l'école primaire | 2 |
| 1.1.1 Le constructivisme selon J. Piaget | 2 |
| 1.1.2 L'influence de J. Piaget sur la manipulation à l'école | 2 |
| 1.1.3 La manipulation dans les programmes | 3 |
| 1.2 Construire le nombre | 4 |
| 1.2.1 Le système décimal | 4 |
| 1.2.2 L'intuition arithmétique | 5 |
| 1.2.3 Les mathématiques chez l'enfant de 6 ans | 6 |
| 1.2.4 Les programmes | 7 |
| 1.3 Les échanges | 8 |
| 1.3.1 Les échanges : définition et caractéristiques | 8 |
| 1.3.1.1 Les échanges : définition | 8 |
| 1.3.1.2 Les caractéristiques principales des jeux d'échanges | 8 |
| 1.3.2 Lien entre échange et groupement | 9 |
| 1.3.2.1 Les groupements : définition | 9 |
| 1.3.2.2 Le lien entre les groupements et les échanges | 9 |
| 1.3.3 Des exemples de jeux d'échanges : le jeu du banquier et les maisons à construire | 10 |
| 1.4 Problématique | 11 |
| 2. Méthode | 12 |
| 2.1 Participants | 12 |
| 2.2 Matériel | 12 |
| 2.3 Procédure et analyse a priori | 13 |
| 3. Résultats et Discussion | 18 |
| 3.1 Analyse et résultats sur l'objectif valeur/quantité | 18 |

| | | |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------|----|
| 3.1.1 | Evaluation diagnostique..... | 18 |
| 3.1.2 | Jeu 5 contre 1 : points forts et difficultés | 19 |
| 3.1.3 | Jeu du caissier : évolutions et difficultés | 20 |
| 3.1.4 | Evaluation finale : comparaison avec l'évaluation diagnostique..... | 21 |
| 3.2 | Analyse et résultats sur l'objectif des échanges | 22 |
| 3.2.1 | Jeu 5 contre 1 : points forts et difficultés | 23 |
| 3.2.2 | Jeu du caissier : évolutions et difficultés | 24 |
| 3.2.3 | Evaluation finale | 25 |
| 3.3 | Comparaison avec une autre classe | 26 |
| 3.3.1 | L'évaluation diagnostique..... | 27 |
| 3.3.2 | Les phases de jeux d'échanges | 28 |
| 3.3.3 | Analyse des résultats des deux classes pour les exercices d'abstraction | 29 |
| 3.3.4 | Les évaluations sommatives pour les deux objectifs visés | 30 |
| 4. | Conclusion par rapport à la problématique et ouverture | 32 |
| 5. | Bibliographie..... | 34 |
| | Sommaire des annexes | 35 |

Introduction

La classe qui m'a été confiée pour mon stage de Master 2 est une classe de vingt-quatre CP, située à Saint-Paul-Trois-Châteaux. Un des axes du projet d'école est en lien avec les mathématiques. En effet, le premier axe s'intitule « amélioration des résultats au regard des compétences du socle commun ». Les mathématiques ont leur place ici puisque c'est une discipline mettant souvent les élèves en difficultés, notamment en numération. C'est pourquoi, j'ai décidé que cette étude traiterait d'un thème en lien avec cette dernière.

Je suis en partie en charge de l'enseignement de la numération. C'est une des notions capitales de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire et au collège. Je me suis intéressée aux jeux d'échanges dans le but d'aider les élèves à maîtriser groupements et échanges en respectant une règle d'échange fixe, ainsi que comprendre la distinction valeur/quantité. Les capacités visées sont : « interpréter les noms des nombres à l'aide des unités de numération et des écritures arithmétiques » en travaillant sur les « unités de numération et leurs relations », ainsi que sur la « valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un nombre ». Cette étude m'a semblée intéressante pour voir l'impact des jeux d'échanges sur une notion centrale de la numération à acquérir au CP.

De plus, le rapport Villani et Torossian (2018, p.57) pointe le fait qu' « enseigner les mathématiques aux plus jeunes ne peut se faire sans leur faire expérimenter des situations ». Or, le fichier de mathématiques de la classe ne semble pas suffisant pour ce sujet complexe car la manipulation est très peu présente. J'ai donc tenté par cette étude de répondre à ce manque en proposant des manipulations pour apprendre la notion d'échange. L'étude a également pour ambition d'essayer de voir ce qui pourrait être efficace dans l'apprentissage de la numération au CP. Enfin, les jeux du banquier et des maisons à construire sont cités en priorité lorsque les jeux d'échanges sont abordés, mais il est difficile de trouver leurs intérêts et limites.

Au cours de cette étude, je vais donc essayer de répondre à la problématique suivante : en quoi les situations des maisons à construire et du jeu du banquier 5 contre 1 favorisent-elles l'appropriation des règles d'échange dans le but de comprendre le système de numération ? Pour répondre à cette problématique, je vais dans un premier temps aborder les précédentes recherches sur ce sujet. Dans un deuxième temps, j'exposerai le protocole d'expériences. Enfin, dans un troisième temps, je discuterai des résultats obtenus.

1. Etat de l'art

1.1 Enseigner les mathématiques : la manipulation à l'école primaire

1.1.1 Le constructivisme selon J. Piaget

Jean Piaget est un psychologue qui s'inscrit dans le courant du constructivisme : il prône l'activité du sujet pour construire sa connaissance. En effet, selon le courant constructiviste, l'individu développe une réflexion sur la base de ses connaissances déjà acquises afin de développer sa compréhension du monde et donc d'enrichir ses connaissances. Cela a pour objectif de mieux percevoir la réalité qui l'entoure.

Ainsi, J. Piaget (1969) a mis en évidence l'importance de la manipulation et du questionnement par les élèves. Cela se traduit en pédagogie par la nécessité pour l'enseignant de proposer des tâches de résolution de problèmes afin de mettre les élèves au cœur de leurs propres apprentissages. Pour les élèves, la capacité à apprendre de nouvelles connaissances se traduit par l'importance de trouver par eux-mêmes une réponse à une situation problème. Lev Vygotsky ajoute à cela l'importance du cadre social (Rivière, 1990). Pour ce psychologue, les interactions sociales sont au cœur de la construction du savoir. En effet, la confrontation des idées entre pairs ou avec un adulte, a le pouvoir de développer la réflexion et donc d'amener au savoir. Cette confrontation entraîne un conflit sociocognitif. Les idées des différents interlocuteurs ne sont pas forcément identiques et peuvent s'opposer, invitant ces derniers à discuter, raisonner et délibérer. Ce sont ces actions précédemment citées qui sont indispensables à l'évolution des représentations initiales des individus, et donc à l'émergence de questionnements entraînant l'accès au savoir.

1.1.2 L'influence de J. Piaget sur la manipulation à l'école

A partir des années 1970, les travaux de J. Piaget se centrent sur la question des connaissances : comment l'enfant les construit-il (Dolle, 1997) ? Il explique que l'enfant évolue progressivement tout au long de la vie, passant par différentes étapes, jusqu'à atteindre l'âge adulte. De plus, ce psychologue a eu une grande influence sur les apprentissages mathématiques, et notamment ceux en lien avec le nombre. Pour lui, le tout jeune enfant n'a aucune connaissance du nombre. Il se doit donc de mettre en place les opérations de classification, de sériation et de conservation des quantités avant de pouvoir commencer à acquérir des connaissances sur les nombres. Ces différentes opérations sont accessibles et

utilisables par le jeune enfant à l'âge de cinq ou six ans. Toujours selon J. Piaget, la suite orale des nombres ne joue pas un rôle majeur dans les acquisitions mathématiques des élèves (Rasplus, 2010). Selon lui, cette dernière correspond à une manifestation verbale.

Suite aux travaux de J. Piaget, les programmes ont évolué pour orienter davantage les notions sur le nombre à l'école élémentaire. Cependant, à l'école maternelle, les activités de classement, de rangement et de correspondance terme à terme entre deux collections ont pris de l'ampleur. En effet, une grande part est aujourd'hui laissée à la manipulation à l'école maternelle, et à plus petite échelle à l'école élémentaire.

1.1.3 La manipulation dans les programmes

La manipulation est un pilier des apprentissages à l'école maternelle. Elle constitue le point central à l'acquisition des connaissances chez les élèves de par sa facilité à entrer dans le travail et son côté ludique. A l'école élémentaire, la manipulation a un rôle moins capital. Malgré tout, dès 1970, elle apparaît dans les programmes. Elle correspond alors au fait de réaliser un certain nombre d'actions telles que trier, déplacer, aligner ou décider. Cependant, depuis les nouveaux programmes de 2015, elle a un rôle prépondérant et s'inscrit même dans leurs intitulés. En effet, les programmes d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux ont pris le parti d'intégrer la manipulation comme chemin d'accès aux contenus à enseigner aux élèves. Au cycle deux, la résolution de problèmes mathématiques est au cœur des apprentissages des élèves. Cette dernière favorise la recherche, le raisonnement et la communication chez ceux qui effectuent régulièrement des situations problèmes. De plus, les programmes précisent qu'il faut favoriser au maximum le caractère ludique de ces problèmes. C'est pourquoi, la manipulation doit avoir un rôle à jouer dans l'instruction des élèves. Elle est ludique et donne envie aux élèves de s'investir dans la tâche, ce qui leur permet, à terme, de mieux apprendre.

D'une part, parmi les six compétences travaillées dans les programmes de mathématiques (2015), une en particulier aborde la manipulation. Elle s'intitule « rechercher » : les élèves sont amenés à « s'engager dans une démarche de résolution de problèmes, en observant, en posant des questions, en manipulant, en expérimentant, en émettant des hypothèses ». Cette idée peut se résumer en trois points : les élèves sont confrontés à des problèmes qu'ils tentent de résoudre par eux-mêmes ; le professeur peut accompagner l'élève dans sa démarche après un temps de recherche autonome ; une phase collective est réalisée afin de discuter de ce qu'ils ont vécu et

arriver aux apprentissages visés. La manipulation peut donc très bien convenir puisqu'elle permet aux élèves de travailler sur un sujet en étant plus autonomes et investis.

D'autre part, dans le socle commun de connaissances, de compétences et de culture (2015), cinq domaines sont déclinés et doivent être développés chez les élèves tout au cours du cycle. L'idée de manipuler est présente dans trois de ces cinq domaines. Dans le domaine « les langages pour penser et communiquer », le sous domaine « comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques » aborde la manipulation. Il est inscrit que cette dernière a pour but l'acquisition des langages scientifiques grâce à la diversité de ses possibilités, c'est-à-dire sa capacité à être exercée dans les domaines des nombres et calculs, des grandeurs et mesures ou encore celui relatif à l'espace et la géométrie. Le deuxième domaine abordant la manipulation est celui intitulé « Les méthodes et outils pour apprendre ». Dans ce dernier, apprendre à manipuler est conçu comme une aide afin de mieux comprendre, de mieux raisonner et, à terme, de mieux concevoir les notions mathématiques. Enfin, « les systèmes naturels et les systèmes techniques » est le dernier domaine abordant la manipulation. Celui-ci indique qu'un élève doit apprendre différentes formes de raisonnement (déduction, logique, etc.) pour arriver au but. En effet, cela permet de pouvoir répondre à une multitude de problèmes divers grâce à des façons de penser et d'agir différentes, qui sont adaptables à tout type de situations. Or, la manipulation apprend à l'élève à raisonner et favorise donc l'atteinte de l'objectif fixé par l'enseignant, à savoir développer des connaissances mathématiques.

1.2 Construire le nombre

1.2.1 Le système décimal

En France, le système de numération utilisé est le système décimal, comme dans la majorité des pays. Ce système est fondé sur la base 10, intuitif par la présence des 10 doigts de la main. Les nombres sont écrits à l'aide de dix symboles : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. Il s'agit d'un système de numération dit positionnel. En fonction du rang que le chiffre occupe, sa valeur est différente. Un chiffre a une valeur dix fois supérieure à la précédente, chaque fois que sa position se décale d'un rang sur la gauche. Les différentes positions sont appelées les unités de numération. Elles regroupent les unités, dizaines, centaines, milliers, etc. La compréhension du système décimal est fondamentale pour l'enfant afin qu'il puisse ensuite découvrir et maîtriser d'autres notions essentielles en mathématiques, telles que la comparaison de nombres, les différentes opérations ou l'écriture des nombres décimaux.

Comme le souligne Roland Charnay (2013), trois points sont essentiels à la compréhension du nombre chez l'enfant. Tout d'abord, il doit s'appuyer sur les régularités de la suite écrite des nombres. Pour cela, il va repérer petit à petit qu'à partir de vingt, la suite écrite et la suite orale sont identiques. Il remarque alors que les nombres sont faciles à lire. Grâce à cette connaissance, les élèves vont pouvoir s'appuyer sur des groupements par dix afin de dénombrer rapidement une collection. Le deuxième point essentiel est de comprendre la valeur des chiffres en relation avec les groupements par dix. En effet, l'élève doit comprendre que le chiffre des dizaines correspond à des groupements de dix objets et que le chiffre des unités correspond aux objets qui n'ont pas pu être regroupés. Par contre, les termes « unité » et « dizaine » ne sont pas forcément amenés immédiatement aux élèves. Si ces derniers ont bien compris ce principe, alors ils vont être capables de décomposer des nombres qu'ils ne savent pas forcément lire. Enfin, le dernier point est de lire les nombres de soixante à quatre-vingt-dix-neuf. Les élèves ont déjà fait le lien entre représentation analogique et représentation symbolique. Ils savent décomposer un nombre pour l'écrire avec un chiffre pour les dizaines et un chiffre pour les unités. L'enjeu de ce dernier point est donc de dire oralement les noms des nombres supérieurs à cinquante-neuf. La difficulté vient du fait que la lecture n'est plus la même que l'écriture des nombres. Un nouveau système de lecture est donc à mettre en place : les nombres six et sept se lisent « soixante », suivis pour le six des nombres un à neuf et pour le sept des nombres onze à dix-neuf. Enfin, les nombres huit et neuf se lisent « quatre-vingt » suivis pour le huit des nombres un à neuf et pour le neuf des nombres onze à dix-neuf.

1.2.2 L'intuition arithmétique

Les recherches de Stanislas Dehaene (2008) laissent penser que les enfants ont des représentations intuitives en mathématiques avant même d'acquérir les concepts abstraits de cette discipline. « L'intuition arithmétique » (2008, p. 117) consiste en une connaissance que l'individu a, sans apprentissage et sans conscientisation, qui lui permet de répondre à un certain nombre de problèmes avec efficacité et rapidité. L'objectif de l'école est de casser ces représentations pour en développer d'autres, plus abstraites. Cet objectif est un moment crucial dans l'obtention de savoirs mathématiques. Le recours au symbolique est primordial pour acquérir les apprentissages mathématiques. Le but final est que les élèves soient capables de tisser des liens entre représentations symboliques et représentations non symboliques. D'après S. Dehaene, « l'intuition des nombres peut être totalement inconsciente » (2008, p. 118). En effet, notre cerveau assure un travail de comparaison puis de traduction lorsqu'il rencontre un nombre. Or, cette comparaison peut être accélérée. S. Dehaene (2008) nous dit à ce propos que

montrer ce nombre au préalable, pendant une durée infime, provoque un travail de comparaison du cerveau plus rapide. Cela diminue le temps de réponse de l'individu, même si la perception du nombre n'est pas consciente. Le psychologue conclut que les apprentissages mathématiques permettent d'acquérir une automatisation et une rapidité dans les réponses fournies. La conclusion s'applique également à l'apprentissage des chiffres arabes puisque l'éducation doit favoriser la compréhension du sens des nombres.

1.2.3 Les mathématiques chez l'enfant de 6 ans

J. Piaget (1964) identifie quatre étapes dans le développement cognitif. Les élèves de CP se situent dans la seconde, qui débute vers l'âge de 2 ans et se termine aux alentours de 6 à 7 ans. Ce stade est nommé période préopératoire. Il se caractérise par la pensée intuitive et la capacité de représentation symbolique. Ce dernier est corroboré par le développement du langage, la création d'images mentales et la capacité d'imitation. A cet âge l'enfant acquiert également des notions de quantité, utiles aux situations d'échange. Cependant, l'enfant reste égoцентриque. Il pense que les autres voient les choses selon son point de vue.

En ce qui concerne la construction du nombre chez l'enfant, celle-ci débute dès sa naissance. A partir de 10 à 12 mois, le bébé est capable de distinguer des petites collections. Dès 2 ans, il utilise la subitisation. Il s'agit de percevoir globalement le cardinal d'une collection jusqu'à 5. Au-delà intervient le comptage à propos duquel de nombreux auteurs ont établi des théories.

Rochel Gelman énonce cinq principes que les enfants doivent mettre en œuvre simultanément afin de compter (Rasplus, 2010, p. 6) :

- « Principe de correspondance terme à terme » : à chaque élément d'une collection correspond un unique mot-nombre.
- « Principe de suite stable » : la comptine numérique est récitée toujours dans le même ordre.
- « Principe cardinal » : le dernier mot-nombre correspond au cardinal de la collection.
- « Principe de l'indifférence de l'ordre » : le cardinal de la collection est indépendant de l'ordre du comptage.
- « Principe d'abstraction » : le cardinal d'une collection ne dépend pas de la nature des éléments.

Karen Fuson définit le comptage comme le fait de faire correspondre un « objet comptant » (le mot-nombre) à un « objet compté » (Rasplus, 2010, p. 6). Elle identifie cinq niveaux de comptage :

- « Chapelet » : les mots-nombres sont un tout indifférencié et ôté de signification arithmétique (undeux-trois...).
- « Chaîne insécable » : l'enfant est seulement capable de compter à partir de 1.
- « Chaîne sécable » : l'enfant est capable de compter à partir de n'importe quel nombre et d'un nombre à un autre.
- « Chaîne dénombrable et unitaire » : la récitation de la comptine numérique peut se faire dans les deux sens (compte à rebours).
- « Chaîne terminale » : les nombres sont des éléments distincts.

Rémi Brissiaud distingue quant à lui le comptage numérotage et le comptage dénombrement (Rasplus, 2010). Il identifie ainsi deux niveaux dans la compréhension de la cardinalité. D'une part, l'enfant comprend que le dernier mot-nombre prononcé est à la fois un numéro et le cardinal de la collection. D'autre part, l'enfant comprend que dans une collection chacun des mots-nombres correspond à la quantité qui vient d'être formée. Ce deuxième niveau correspondant au comptage dénombrement est désormais privilégié par les programmes.

1.2.4 Les programmes

En fonction des recherches, l'enseignement des mathématiques évolue afin de permettre une meilleure construction du nombre chez l'enfant. C'est pourquoi il existe des différences entre les programmes.

| | 2008 | 2015 |
|----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Cycle 1 | Le nombre jusqu'à 30. | Le nombre jusqu'à 10. |
| Cycle 2 | Numération jusqu'à 1000. Additions et soustractions. | Numération jusqu'à 1000. 4 opérations, calcul mental, calcul posé et calcul en ligne. |
| Cycle 3 | 4 opérations, calcul posé, calcul mental, calculatrice, nombres fractionnaires et décimaux. | Calcul posé, calcul mental, calcul en ligne, calculatrice, nombres fractionnaires et décimaux. |

Au CP, les élèves approfondissent leur compréhension des nombres entiers rencontrés à l'école maternelle. Les élèves sont censés entrer dans cette classe avec certains acquis du cycle 1. Les attendus du domaine « Construire les premiers outils pour structurer sa pensée » (Programmes d'enseignement, 2015) concernant la découverte des nombres et leur utilisation se divisent en deux catégories : le nombre comme outil et comme objet d'étude. De plus, la construction de la numération décimale de position a toujours été commencée en CP.

1.3 Les échanges

1.3.1 Les échanges : définition et caractéristiques

1.3.1.1 Les échanges : définition

En s'appuyant sur le dictionnaire Larousse, nous pouvons trouver plusieurs définitions au terme « échange ». Parmi elles, une semble à même de décrire la notion d'échange comme vu à l'école : « action, fait d'échanger quelque chose contre quelque chose d'autre ; troc » (2006, p. 507). Cette définition nous renseigne sur le fait que les échanges font appel à un objet matériel qui sera remplacé par un autre objet matériel. C'est pourquoi, dans les jeux d'échanges à l'école, deux individus sont forcément en action étant donné qu'ils doivent se donner des objets pour en récupérer d'autres.

1.3.1.2 Les caractéristiques principales des jeux d'échanges

Au CP, de nombreux jeux d'échanges sont proposés aux élèves. Ces jeux demandent des échanges avec des règles diverses et variées, parfois bien éloignées de la base dix traditionnelle. Par exemple, les élèves vont échanger trois jetons rouges contre un jeton bleu. Cela a pour objectif de faire comprendre, par la manipulation, le codage des nombres aux élèves, ce qui est un des intérêts des bases différentes de la base dix.

Un des buts principaux des jeux d'échanges est la compréhension, chez les élèves, des unités de numération et de leurs équivalences. En effet, grâce à ces jeux, les élèves vont comprendre la différence de valeur pour un même chiffre en fonction de son rang dans un nombre. Les élèves vont alors progressivement maîtriser les équivalences, comme par exemple le fait qu'une centaine équivaut à dix dizaines et que ces deux quantités sont aussi égales à cent unités.

Malgré cela, l'objectif premier des jeux d'échanges est d'acquérir la distinction entre valeur et quantité. En effet, en jouant, les élèves comprennent rapidement que ce n'est pas forcément celui qui a le plus en quantité qui remporte la partie. Cela est possible grâce à la règle d'échange

de ces jeux, qui proposent des jetons de différentes valeurs. Puis, petit à petit, les élèves vont se rendre compte que le vainqueur est constamment celui qui a le plus grand nombre de jetons de la valeur la plus élevée. Ils seront alors amenés à conclure que la quantité de jetons n'est pas un atout pour la victoire mais que la valeur des jetons obtenus est synonyme ou pas de victoire.

1.3.2 Lien entre échange et groupement

1.3.2.1 Les groupements : définition

Au cycle 2, la numération suit une progression en cinq points essentiels : la désignation du nombre, les groupements, les échanges, le lien entre groupements et échanges puis l'ordre et les comparaisons des nombres. Les groupements et les échanges ont donc une place centrale en numération tout au long de ce cycle.

Les activités de groupements requièrent des connaissances sur le dénombrement de quantités. Afin que les élèves voient un intérêt à ces situations de groupements, il semble nécessaire que les dénombrements soient effectués sur de grandes quantités. Cependant, aucune obligation n'existe sur l'utilisation des termes « dizaines » ou « centaines » au moment de la découverte des situations de groupements. En effet, les élèves sont capables de comprendre l'intérêt et le sens de ces activités sans maîtriser les notions mathématiques en jeu. L'objectif des situations de groupements est d'utiliser des paquets de dix et des paquets de dix afin de faciliter l'écriture des grands nombres.

Le jeu du fourmillon est l'exemple le plus connu des jeux faisant appel aux groupements. Il est issu du manuel Ermel (2005). Ce jeu permet aux élèves de cerner l'intérêt de grouper des objets afin de compter une collection très importante. Cette dernière doit être supérieure à cent éléments afin que le jeu ait un intérêt. Dans le jeu du fourmillon, les élèves sont amenés à réfléchir sur la taille des groupements. S'ils ne trouvent pas que la collection doit être partagée en paquets de dix, l'enseignant doit le leur expliquer en précisant que cela est dû au fait que notre système de numération est décimal.

1.3.2.2 Le lien entre les groupements et les échanges

Le quatrième point relatif à la progression de la numération, précédemment cité, est le lien entre les groupements et les échanges. Effectivement, les élèves ayant déjà vu ces deux notions séparément, il devient alors essentiel de les rapprocher pour en comprendre les enjeux. L'objectif est d'acquérir la valeur positionnelle des chiffres. En effet, les élèves ont appris en

premier lieu à déterminer l'écriture d'une grande collection grâce aux situations de groupements. Puis ils ont compris la distinction qu'il existait entre valeur et quantité avec les jeux d'échanges. Tous ces apprentissages se font dans le but de comprendre une notion centrale, à savoir qu'un chiffre n'a pas la même valeur en fonction de son rang dans un nombre.

L'acquisition de la valeur positionnelle des chiffres se fait petit à petit tout au long du cycle 2. Plusieurs jeux sont connus pour permettre l'apprentissage de cette notion mathématique fondamentale. Parmi eux, le jeu du carrelage d'Ermel (2005) est un des plus prisés. L'objectif principal de ce jeu est de comprendre que dans l'écriture d'un nombre, le chiffre des dizaines et celui des unités se voient. Dans ce jeu, les élèves doivent réaliser des commandes de carreaux. Grâce à la règle, les élèves vont se rendre compte que les chiffres des paquets de dix et des carreaux unités se retrouvent dans le nombre total de carreaux commandés. A terme, l'enseignant peut utiliser ce jeu pour découvrir et instaurer avec les élèves l'addition posée.

1.3.3 Des exemples de jeux d'échanges : le jeu du banquier et les maisons à construire

Dans ces deux jeux tirés d'Ermel (2005 et 2017), l'objectif visé par l'enseignant est la compréhension par les élèves de la notion d'échange ainsi que la distinction entre la valeur et la quantité d'une collection. En effet, ils se constituent une collection d'objets tout au long du jeu : des jetons pour le jeu du banquier et des cartes étage, toit et rez-de-chaussée pour le jeu des maisons à construire. D'un côté, pour le jeu du banquier, les échanges sont imposés au fur et à mesure de la partie, en suivant la règle d'échange donnée au départ, afin de faciliter le dénombrement de la collection. Cette règle consiste à échanger 5 jetons jaunes contre 1 jeton rouge, puis 5 jetons rouges contre 1 jeton bleu. De l'autre côté, pour le jeu des maisons à construire, la phase d'échange clôt la partie et doit permettre aux élèves de créer le plus de maisons possibles. La règle d'échange suivie consiste à échanger 2 étages contre 1 rez-de-chaussée et 5 étages contre 1 toit.

Ces jeux sont très régulièrement proposés en classe de CP étant donné que la réalisation de groupements est essentielle pour comprendre ensuite la notion d'unités de numération (unités, dizaines, voire centaines). Cependant, les activités de groupements ne suffisent pas à elles seules à maîtriser notre système de numération. Puisque ce dernier est décimal, il convient de passer par des jeux d'échanges offrant aux élèves la possibilité de comprendre la numération

de position. Grâce aux jeux d'échanges, les élèves acquièrent progressivement cette notion, qui consiste à attribuer une valeur à un chiffre en fonction de sa position dans un nombre.

1.4 Problématique

Nos lectures nous ont permis de mettre en avant différents aspects cruciaux dans l'apprentissage des mathématiques à l'école. Ainsi, la manipulation, le jeu et les échanges nous apparaissent comme des incontournables dans l'enseignement des mathématiques au CP. Le jeu pédagogique présente de multiples bénéfices pour l'élève. Il répond au besoin de manipulation, il est ludique et motivant, et il rend les élèves acteurs de leurs apprentissages. De plus, les échanges représentent une notion complexe mais essentielle à aborder au CP, permettant d'amener aux unités de numération.

C'est pourquoi nous avons choisi de travailler sur la problématique suivante : En quoi les situations des maisons à construire et du jeu du banquier 5 contre 1 favorisent-elles l'appropriation des règles d'échange dans le but de comprendre le système de numération ?

A cela nous proposons deux hypothèses qui constitueront le travail de recherche à suivre. Première hypothèse : nous supposons que, suite à des jeux portant sur les règles d'échange, les élèves réussiront mieux à comprendre la distinction entre valeur et quantité. Deuxième hypothèse : nous pensons que ces jeux vont leur permettre de s'approprier plus facilement une nouvelle règle d'échange.

2. Méthode

2.1 Participants

Deux classes participent à l'expérimentation proposée afin d'avoir un échantillon plus important pour recueillir des données les plus représentatives possibles de la population. La première classe est composée de vingt-deux élèves, dont onze en grande section et onze en cours préparatoire. L'expérimentation portera uniquement sur les onze élèves de CP. Parmi ces derniers, neuf sont nés en 2011 et deux sont nés en 2012. Cette classe contient quatre filles et sept garçons. Vingt-quatre élèves de cours préparatoire, tous nés en 2011, sont issus de la seconde classe. Dans celle-ci sont présents onze filles et treize garçons. Ces deux classes utilisées pour l'expérimentation proviennent de milieux ruraux. Enfin, le milieu social et culturel est dit moyen pour les deux classes.

2.2 Matériel

Le matériel pour réaliser la séquence du jeu du banquier 5 contre 1 est assez conséquent. Premièrement, une feuille d'évaluation diagnostique composée de six exercices est proposée aux élèves afin de vérifier le dénombrement d'une collection et analyser leurs connaissances liées à la différence entre valeur et quantité. Deuxièmement, les élèves vont jouer régulièrement ce qui nécessite du matériel : une boîte composée de cinquante jetons jaunes, trente jetons rouges et vingt jetons bleus, un dé et une règle d'échange. Ce matériel précédemment cité est en six exemplaires étant donné que la classe est divisée en six groupes de quatre élèves. Une septième règle d'échange doit être constamment placée au tableau afin que les élèves puissent s'y référer à tout moment. Troisièmement, les élèves vont utiliser une feuille de scores afin de noter toutes leurs actions au cours d'une partie. Il est donc essentiel d'avoir une feuille par élève à partir de la troisième séance. Quatrièmement, au cours de la séance cinq, les élèves doivent effectuer un travail d'abstraction. Pour cela, ils réalisent une feuille d'exercices afin d'évaluer la compréhension du système d'échanges. C'est pourquoi, dans le matériel, une feuille d'exercices par élève est à ajouter. Cinquièmement, un autre matériel de jeu est indispensable à cette séquence. En effet, lors de la séance sept, les élèves jouent au « jeu du caissier » issu d'Ermel donc ils ont besoin de deux dés, de pièces d'un euro (environ cent par groupe) et de billets de dix euros (environ soixante par groupe). Sixièmement, deux feuilles bilan sont à inclure dans le matériel nécessaire à la mise en place de cette séquence : les élèves réalisent, en séance neuf, deux évaluations afin de voir les progrès effectués par ces derniers dans les groupements et les échanges. Septièmement, l'enseignant se doit d'avoir une feuille

d'observables à chacune des séances du jeu du banquier 5 contre 1 afin de pouvoir noter toutes les actions des élèves, ainsi que les remarques importantes qu'ils peuvent se faire.

2.3 Procédure et analyse a priori

Les deux séquences de ce mémoire, à savoir celle sur « le jeu du banquier » et celle sur « les maisons à construire » ont été construites en parallèle et diffèrent donc très peu dans leurs contenus. Elles sont détaillées en annexe 1 pour celle sur « le jeu du banquier » et en annexe 2 pour celle sur « les maisons à construire ». Les différentes phases de l'étude sont identiques et seul le jeu utilisé au départ est différent.

Evaluation diagnostique

Avant ces deux séquences, chaque classe a réalisé une évaluation diagnostique identique, afin de voir le niveau des élèves avant de commencer la séquence et ainsi mieux percevoir les progrès réalisés. Elle est composée de six exercices où l'élève doit indiquer le vainqueur, c'est-à-dire celui qui a le plus d'argent grâce à son jeu d'échanges. Par exemple, dans l'exercice 4, un élève a un billet de 10€ et l'autre a un billet de 5€ et une pièce.

Séances de jeu

Suite à cela, une première séance est menée pour découvrir le jeu d'échanges qui sera pratiqué par les élèves au cours de la séquence : « le jeu du banquier » dans la séquence de l'annexe 1 et « les maisons à construire » dans la séquence de l'annexe 2.

Lors des deux séances suivantes, les élèves jouent au jeu attribué à leur classe, avec une petite évolution dans la séance trois puisqu'une feuille de scores est introduite afin de récolter toutes les actions et les décisions des élèves.

La séance quatre est dédiée à l'institutionnalisation des connaissances pour les deux classes.

La séance suivante est utilisée dans les deux séquences pour voir les capacités d'abstraction des élèves au niveau des compétences de groupements et d'échanges.

Puis, les séances six et sept des deux séquences permettent de voir les capacités des élèves à utiliser une règle d'échange fixe, différente de celle utilisée jusque-là en jouant au « jeu du caissier » issu d'Ermel. Après ces deux séances, une séance d'abstraction du jeu est réalisée.

Pour finir, la dernière séance est point par point identique entre les deux classes comme nous le montrent les deux tableaux (annexes 1 et 2), avec deux évaluations sommatives. Elles évaluent

plusieurs compétences chez les élèves : respecter une règle d'échange fixe, réaliser des groupements et des échanges dix contre un, et enfin désigner le vainqueur en distinguant les notions de valeur et quantité.

Analyse a priori

Le jeu du banquier 5 contre 1 est mis en place dans la classe pendant trois séances. L'objectif principal de ce jeu est de permettre aux élèves d'acquérir la différence entre valeur et quantité et surtout de comprendre la notion d'échanges fixes, difficile mais essentielle au CP. Dans cette classe, le jeu du banquier se joue par groupe de quatre élèves. L'un d'entre eux est banquier, c'est-à-dire qu'il distribue les jetons et fait des échanges. Les trois autres sont joueurs. Chacun leur tour, ils lancent un dé et demandent le nombre de jetons jaunes inscrit sur le dé. Après chaque lancé, l'élève réalise des échanges, si besoin, en respectant la règle d'échange fixe : dix jetons jaunes contre un jeton rouge ; dix jetons rouges contre un jeton bleu. Suite aux dix phases de lancer, chaque élève doit indiquer le vainqueur de la partie de la manière qu'il souhaite. Au cours du jeu du banquier 5 contre 1, plusieurs procédures semblent possibles : la première, et celle qui devrait être la plus répandue, est le fait de réaliser les échanges après avoir demandé les jetons obtenus par lancer de dé. Par exemple, un élève a 8 jetons jaunes et fait 3 au dé, il va demander 3 jetons jaunes, puis tous les compter et échanger 10 de ses jetons jaunes contre un jeton rouge. La deuxième procédure, plus complexe – pas forcément envisageable en CP – est celle qui consiste à échanger directement les jetons suivant la règle d'échange sans demander au préalable les jetons obtenus avec le dé. Par exemple, un élève a 8 jetons jaunes et il fait 3 au dé, il va demander 1 jeton rouge en échange de 7 de ses jetons jaunes.

Par la suite, une séance d'abstraction du jeu du banquier est réalisée. Au début de la séance, un rappel de la règle d'échange est réalisé. Ensuite, chaque élève reçoit une feuille composée de deux exercices et de la règle d'échange fixe. Ce travail est effectué individuellement par les élèves. L'objectif est de voir l'évolution de ces derniers au niveau de leur compréhension des échanges, ainsi que de la distinction entre valeur et quantité lorsqu'ils doivent désigner le vainqueur en ne se basant que sur des jetons dessinés. Il est possible d'observer chez les élèves des difficultés à réaliser les échanges par abstraction. En effet, il est probable qu'ils réalisent les échanges en respectant la règle d'échange fixe. Par contre, il se peut que certains élèves gardent les jetons qu'ils ont échangés. En effet, comme il n'y a pas de manipulation, les jetons dessinés avant échange seront probablement dessinés à nouveau comme s'ils étaient conservés

alors qu'ils devraient disparaître. Enfin, cette partie semble être la plus complexe étant donné qu'ils doivent faire preuve d'abstraction sur une notion très difficile en CP : les échanges.

Après cette phase d'abstraction, trois séances sont consacrées au jeu du caissier, tiré d'Ermel. Dans ce jeu, les élèves sont à nouveau par quatre et sont amenés à respecter une nouvelle règle d'échange fixe : dix pièces de 1€ contre un billet de 10€. Un des quatre élèves est caissier (c'est le même rôle que le banquier du jeu précédent), les autres sont joueurs. Chacun leur tour, ils lancent un dé et demandent le nombre en pièces de 1€. Après chaque lancer, l'élève réalise des échanges, si besoin, en respectant la règle d'échange fixe. Suite aux dix phases de lancer, chaque élève doit indiquer le vainqueur de la partie de la manière qu'il souhaite. Lors de la deuxième session de jeu, le seul changement est que les élèves n'ont plus un dé mais deux dés. L'objectif de ce jeu est double : d'une part, il s'agit d'évaluer la maîtrise, par les élèves, des notions de valeur et quantité. D'autre part, il permet d'évaluer les capacités des élèves au niveau des échanges lorsqu'ils doivent respecter une nouvelle règle d'échange fixe. Il est attendu que les élèves apprennent à réinvestir leurs connaissances apprises pendant les phases du jeu du banquier 5 contre 1 lors d'un nouveau jeu qui propose des similitudes mais également des différences avec celui vécu jusque-là par les élèves. Les procédures peuvent être multiples : en respectant la règle, soit l'élève réalise les échanges après avoir demandé et compté tous les pions ; soit l'élève échange directement sans demander tous les pions. Au niveau de la désignation du vainqueur, il est possible de repasser par l'unité du jeu (pièces d'un euro), de comparer les éléments de plus forte valeur ; d'additionner le porte-monnaie final en faisant attention à distinguer la valeur des différents éléments (10€ pour un billet contre 1€ pour une pièce). Cependant, il existe une quatrième stratégie qui n'est pas pertinente : celle de compter le nombre total d'éléments (billets et pièces) sans prendre en compte leur valeur.

Méthode de recueil des résultats

Les résultats de notre expérience seront relevés à partir de deux évaluations sommatives. La première – sur la distinction valeur et quantité – a pour objectif de voir l'évolution et les progrès réalisés par les élèves grâce aux différents jeux proposés. Pour cela, il suffit de comparer les résultats obtenus avec ceux récoltés lors de l'évaluation diagnostique. Dans cette évaluation, les élèves doivent désigner le vainqueur lors de six exercices. Ici, il y a des pièces de 1€ et des billets de 10€. Par exemple, dans l'exercice 3, un élève a deux billets et une pièce, l'autre a un billet et six pièces. Dans l'exercice 5, un élève a un billet, un autre a onze pièces et un troisième a un billet et deux pièces. La deuxième évaluation – relative aux échanges – a pour objectif

d'analyser le niveau de compréhension de la notion d'échanges par les élèves. Cette dernière n'avait pas été évaluée au début de la séquence car les élèves n'avaient jamais entendu parler d'échanges, sinon les résultats auraient été très faibles et peu concluants. La règle d'échange de cette évaluation est la suivante : dix carrés contre un triangle. Un exemple est fourni aux élèves au début de l'évaluation, qui est en deux parties. Lors des trois premiers exercices, la consigne est la suivante : « Pierre a des carrés et veut des triangles. Réalise quand c'est possible les échanges en respectant la règle. ». Par exemple, pour l'exercice 2, Pierre a vingt-deux carrés que l'élève doit échanger. Lors des trois autres exercices, l'élève désigne le vainqueur. Par exemple, dans l'exercice 6, un élève a deux triangles et l'autre a un triangle et quatre carrés.

Cette séquence est construite de la sorte afin de voir les progrès des élèves dans la compréhension de la notion de valeur et de quantité, en évaluant l'intérêt du jeu du banquier 5 contre 1 dans l'appropriation de cette notion. L'enseignant doit pouvoir comparer les résultats obtenus grâce aux évaluations diagnostique et sommative, afin de conclure sur une augmentation des connaissances des élèves au niveau de la distinction entre valeur et quantité. De plus, la séquence rend possible un apprentissage solide de la notion d'échanges. Elle est fondamentale dans la construction du nombre au cours préparatoire, c'est pourquoi la séquence aborde le jeu du banquier 5 contre 1, puis le jeu du caissier, afin de développer les compétences au niveau des échanges chez les élèves.

Comparaison avec une autre expérience

Cette séquence est montée en parallèle avec une autre séquence abordant un autre jeu d'échanges. En effet, dans une autre classe de cours préparatoire, les élèves vont aborder les mêmes notions dans les mêmes temps. La seule différence – notable – est l'utilisation du jeu des maisons à construire (issu d'Ermel) au lieu d'utiliser le jeu du banquier 5 contre 1. Dans le jeu des maisons à construire, tout comme dans le jeu du banquier 5 contre 1, l'objectif de l'enseignant est double : faire comprendre aux élèves que valeur et quantité sont deux éléments distincts ; découvrir et maîtriser la notion d'échanges. Pour l'élève, le but du jeu est de construire un maximum de maisons grâce à des échanges d'éléments (toit, rez-de-chaussée et étage) suivant une règle d'échange précisée au préalable, mais qui n'est pas une règle d'échange fixe. Le vainqueur est celui qui a le plus de maisons entièrement construites. Plusieurs procédures devraient être perçues lors de la mise en place de ce jeu. Certains élèves vont tenter de garder tous les éléments des maisons qu'ils ont gagnés et réaliser des maisons avec ces derniers. Par contre, ils ne vont pas penser à échanger les éléments « en trop » contre des

éléments manquants pour construire davantage de maisons. D'autres élèves vont, quant à eux, réaliser des échanges après construction des maisons sans savoir quand s'arrêter, c'est-à-dire qu'ils ne se rendront pas forcément compte qu'ils ne peuvent plus construire de maisons même après des échanges. Par contre, ce sont des enfants qui auront bien compris l'intérêt de réaliser des échanges. Enfin, une grande majorité des élèves va probablement faire des échanges efficaces, à savoir échanger des éléments de faible valeur contre un élément de forte valeur, plus rare dans le jeu, afin de se constituer des maisons.

Entre les deux classes, plusieurs éléments vont être comparés. Tout d'abord, il est primordial de voir le niveau initial des élèves, afin d'en tenir compte si d'éventuelles différences existent. Ensuite, il faut comparer les résultats lors des jeux d'entraînement : au niveau de la désignation du vainqueur (distinction valeur/quantité), ainsi qu'au niveau des groupements, des échanges et du respect de la règle d'échange. Enfin, il faut réaliser un jeu d'échanges commun permettant de voir le niveau respectif des deux classes dans les échanges et la différenciation entre valeur et quantité. Pour finir, il est important de réaliser deux évaluations sommatives, décrites précédemment, pour comparer les deux classes de façon exacte, c'est-à-dire en s'appuyant sur les mêmes exercices. Cela rendra donc possible une comparaison plus précise des progrès réalisés par les élèves des deux classes.

3. Résultats et Discussion

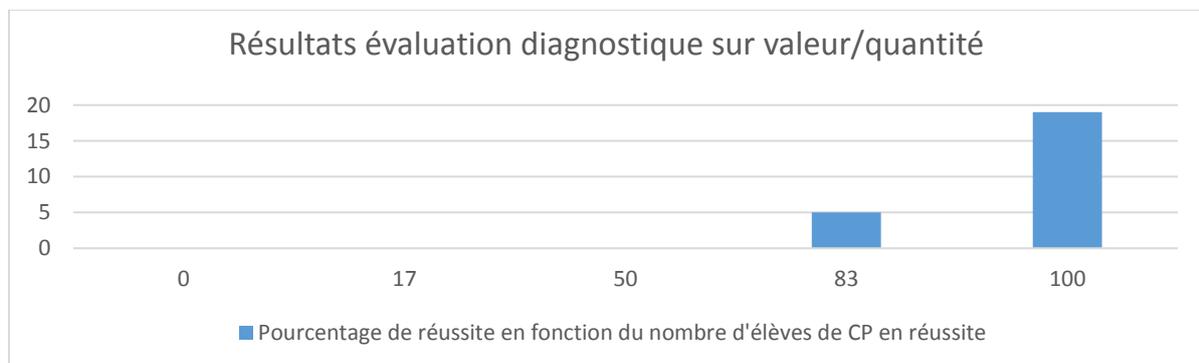
Pour répondre à notre problématique et valider ou non les hypothèses, plusieurs résultats vont être présentés, puis discutés. Premièrement, nous analyserons l'objectif en lien avec la valeur et la quantité. Deuxièmement, cette analyse se fera sur l'objectif lié aux échanges. Troisièmement, nous comparerons cette classe avec une autre classe de CP ayant réalisé un autre jeu d'échanges. Quatrièmement, nous essayerons de conclure sur la problématique. Dans chacune des trois premières phases, les résultats de l'évaluation initiale, du jeu du banquier, puis du jeu du caissier et enfin les évaluations sommatives seront exposés et discutés. Les résultats, issus de l'annexe 3, sont fournis sous forme de graphique et commentés. Voici les premiers résultats des vingt-quatre CP en lien avec l'évaluation diagnostique.

3.1 Analyse et résultats sur l'objectif valeur/quantité

3.1.1 Evaluation diagnostique

Le graphique suivant aborde les résultats des élèves lors de l'évaluation diagnostique, détaillée dans la partie « analyse a priori » de la séquence. Il représente le pourcentage de réussite à l'évaluation en fonction du nombre d'élèves.

Résultats :



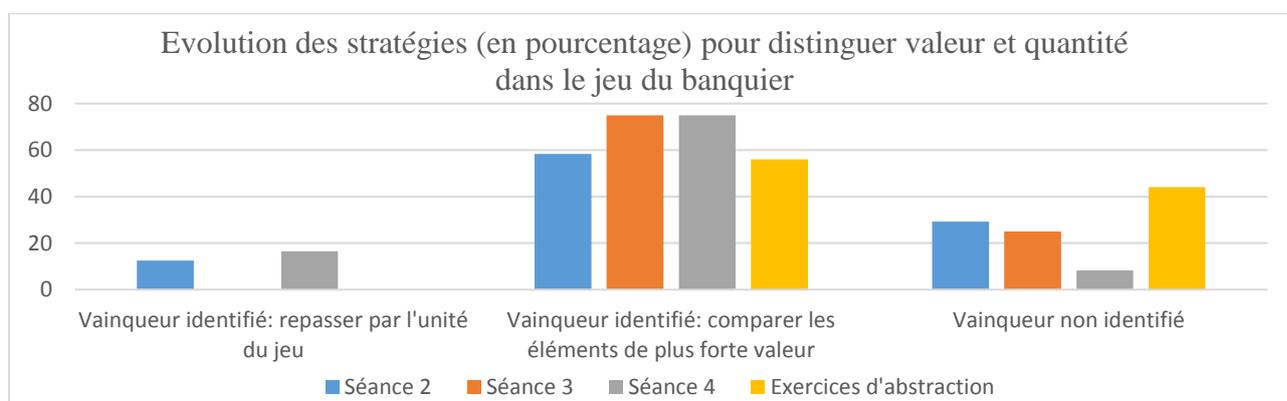
Observations : Ce graphique traite de l'évaluation diagnostique de la classe de CP. Elle mesure la compréhension de la notion sur la distinction entre valeur et quantité dans des exercices de comparaison. Les élèves doivent désigner le vainqueur de chaque binôme, c'est-à-dire celui qui a le plus d'argent. Le graphique nous montre le très fort pourcentage de réussite à cette évaluation. En effet, presque 80% de la classe a réussi l'évaluation sans difficulté et seulement 20% de la classe a commis une unique erreur.

Analyse des résultats : Il semble que les élèves de la classe ont déjà une bonne compréhension de la notion valeur et quantité. En effet, seuls cinq élèves sur vingt-quatre ont confondu valeur et quantité lors d'un exercice. Cette faible proportion montre que cette notion a déjà été abordée avec la classe. Cependant, il est important de rester vigilant face à ces résultats car l'échantillon testé est restreint. De plus, les données de l'exercice ne sont peut-être pas adaptées : toutes les valeurs proposées sont inférieures à dix, ce qui est assez aisé pour des élèves de CP.

3.1.2 Jeu 5 contre 1 : points forts et difficultés

Lors des séances deux à quatre, les élèves manipulent avec le jeu du banquier pour désigner le vainqueur (maîtrise de la notion valeur/quantité). Lorsqu'il n'est pas identifié, l'élève n'est pas parvenu à trouver celui avec le plus de jetons de la plus grande valeur. Lorsque le vainqueur est identifié, soit l'élève est repassé par l'unité du jeu ; soit il a comparé les éléments de plus forte valeur, c'est-à-dire les jetons bleus. Pour la phase d'abstraction, il est possible de se référer à des exemples proposés en annexes 4 et 5 pour voir un exemple d'élève ayant compris cette notion et un élève ayant des difficultés pour repérer le vainqueur.

Résultats :



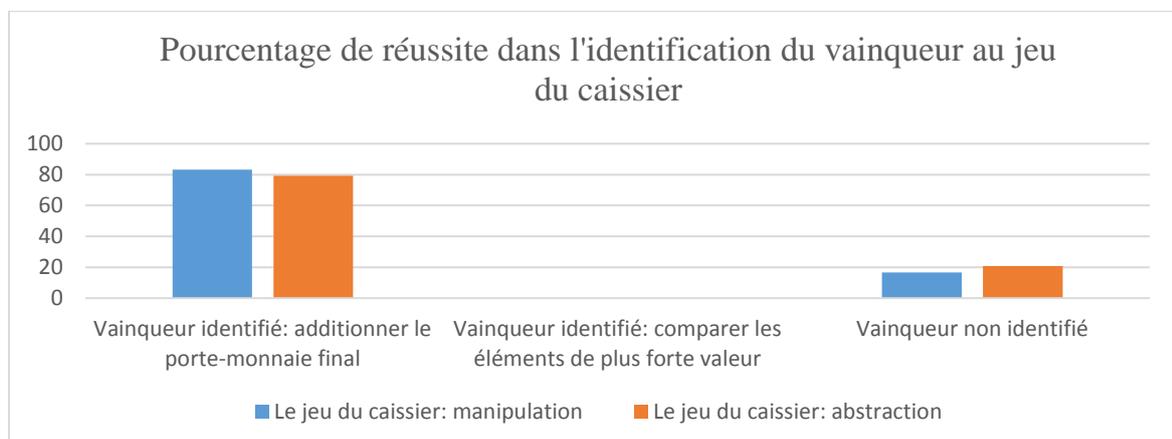
Observations : D'une part, ce graphique présente l'évolution des stratégies lors du jeu du banquier 5 contre 1. Les élèves ont pratiqué cette activité pendant trois séances, puis lors d'une quatrième séance mais seulement avec une phase d'abstraction, c'est-à-dire en jouant sur une feuille d'exercices. Grâce aux résultats précédents, nous pouvons voir que les élèves ont réalisé des progrès. En effet, la part d'élèves n'ayant pas identifié le vainqueur diminue au fil des trois séances. Nous pouvons également remarquer que le pourcentage d'enfants repassant par l'unité pour identifier le vainqueur augmente avec la progression des élèves dans l'identification du vainqueur. D'autre part, ce graphique aborde les résultats des élèves lors des exercices d'abstraction. Nous pouvons voir qu'aucun élève ne repasse par l'unité du jeu pour identifier le

vainqueur. Nous pouvons également voir que plus de 40% des élèves ne réussissent pas à identifier le vainqueur, ce qui est plus bien important que lors des phases de manipulation.

Analyse des résultats : Tout d'abord, nous voyons que certains élèves ont des difficultés à reconnaître le vainqueur car il faut maîtriser la notion de valeur/quantité. Or, en CP, elle est en cours d'apprentissage. De plus, nous remarquons dans ce graphique que le pourcentage d'élèves qui ne reconnaît pas le vainqueur diminue au fil des séances. Cela est dû au temps d'adaptation nécessaire pour comprendre la règle d'échange : au départ, les élèves sont un peu perdus et peuvent l'oublier, ce qui les met en difficulté pour désigner le vainqueur. Après quelques séances de pratique, les élèves se la sont parfaitement appropriés ce qui facilite la désignation du vainqueur. Nous pouvons également observer dans ce graphique que le pourcentage d'élèves qui repasse par l'unité diminue puis augmente à nouveau. Or, repasser par l'unité est un moyen pour repérer le vainqueur. En effet, après échanges, il ne reste que des jetons jaunes ce qui enlève la notion de valeur : le vainqueur est celui qui en a la plus grande quantité. Cette stratégie est un moyen d'appréhender le vainqueur sans erreur puisque qu'elle augmente en séance trois, faisant baisser le pourcentage de non-désignation du vainqueur. Cependant, il reste essentiel de privilégier la stratégie experte : reconnaître les éléments de plus forte valeur. C'est en l'utilisant correctement que les élèves vont comprendre et maîtriser la notion de valeur/quantité (annexe 4). Ici, son utilisation est déjà majoritaire : cela prouve qu'une grande partie de la classe maîtrise déjà la notion. Pour finir, lors de la phase d'abstraction, les élèves ont des difficultés à distinguer valeur et quantité (annexe 5). Cela est principalement dû au fait qu'ils ne peuvent pas manipuler ce qui oblige à tout faire de tête. De plus, aucun élève ne repasse par l'unité du jeu ce qui met en difficulté ceux qui ne maîtrisent pas encore la notion valeur/quantité.

3.1.3 Jeu du caissier : évolutions et difficultés

Résultats :

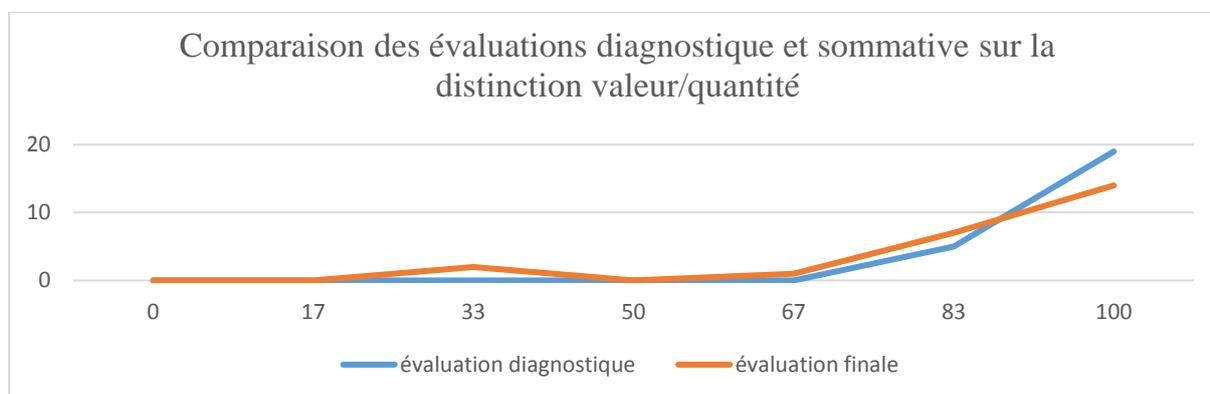


Observations : Ce graphique présente l'identification du vainqueur dans le jeu du caissier. Ce dernier est réalisé pour évaluer la compréhension de la distinction entre valeur et quantité dans un autre jeu d'échanges. Cela permet de se rendre compte si les élèves savent comprendre une règle d'échange afin de désigner le vainqueur du jeu. Grâce au graphique, nous observons qu'aucun élève n'a identifié le vainqueur par comparaison des éléments de plus forte valeur, que ce soit pendant les phases de manipulation ou d'abstraction. De plus, la quasi-totalité des élèves a réussi à identifier le vainqueur par addition du porte-monnaie final. Que ce soit lors de la phase de manipulation ou de la phase d'abstraction, la proportion de ces élèves est autour de 80%. Enfin, une faible part d'élèves n'est pas parvenue à identifier le vainqueur : cette proportion est légèrement supérieure lors de l'abstraction car 20% d'élèves n'ont pas identifié le vainqueur alors que seulement 15% n'y sont pas parvenus lors des séances de manipulation.

Analyse des résultats : Il convient à présent d'analyser ces résultats. Tout d'abord, aucun élève n'a comparé les éléments de plus forte valeur : ils n'ont donc pas utilisé la même stratégie que dans le jeu précédent. Par contre, près de 85 % des élèves sont parvenus à identifier le vainqueur par addition du porte-monnaie final. Cela prouve qu'ils ont compris que valeur et quantité sont deux notions distinctes. En effet, ces élèves ont additionné des billets avec des pièces sans se tromper, donc ils n'ont pas mélangé dizaines et unités (sans forcément comprendre cela). Enfin, le vainqueur est moins souvent identifié dans la phase d'abstraction, ce qui prouve que sans la manipulation, les élèves sont plus en difficultés pour distinguer valeur et quantité. Après analyse de leurs feuilles (annexes 6 et 7), nous pouvons dire que ceux en échec ont additionné le porte-monnaie final en comptant une unité tous les éléments. Ces élèves-là ne parviennent pas à distinguer valeur et quantité.

3.1.4 Evaluation finale : comparaison avec l'évaluation diagnostique

Résultats :



Observations : Ce graphique compare les évaluations diagnostique et sommative pour analyser les progrès sur la notion valeur/quantité. Nous pouvons observer l'excellente réussite aux deux évaluations. En effet, la proportion d'élèves ayant réussi à 83% ou 100% les deux évaluations est majoritaire. Plus précisément, nous voyons que l'évaluation diagnostique a été très fortement réussie : uniquement des élèves ayant 83% ou 100% de réussite. Par contre, dans l'évaluation finale, certains élèves ont réalisé des erreurs, qui restent marginales. Deux élèves ont réalisé quatre erreurs sur six exercices ; les autres ont soit tout juste, soit une ou deux erreurs. Cela montre la très bonne compréhension de la distinction entre valeur et quantité.

Analyse des résultats : L'évaluation diagnostique est excessivement facile pour cette classe car trop bien réussie. Cela nuit en partie à l'analyse des résultats futurs. L'évaluation sommative est plus difficile que l'évaluation diagnostique, même si elle se base sur la même structure : les valeurs dépassent la dizaine, ce qui met les élèves de CP en plus grande réflexion. Cependant, les résultats de cette deuxième évaluation ne peuvent pas être meilleurs que l'évaluation diagnostique, ou quasiment pas. Malgré cela, les élèves ont dans l'ensemble très bien réussi cette évaluation sommative. Pour conclure, nous pouvons dire que le jeu du banquier 5 contre 1 ne prépare pas parfaitement à la compréhension de la notion valeur/quantité puisque tout se fait par abstraction : il faut comprendre qu'un jeton bleu a une valeur plus importante qu'un jeton rouge, qui a lui-même une valeur plus importante qu'un jeton jaune, alors qu'ils ont face à eux trois jetons. C'est donc un exercice difficile pour de nombreux élèves.

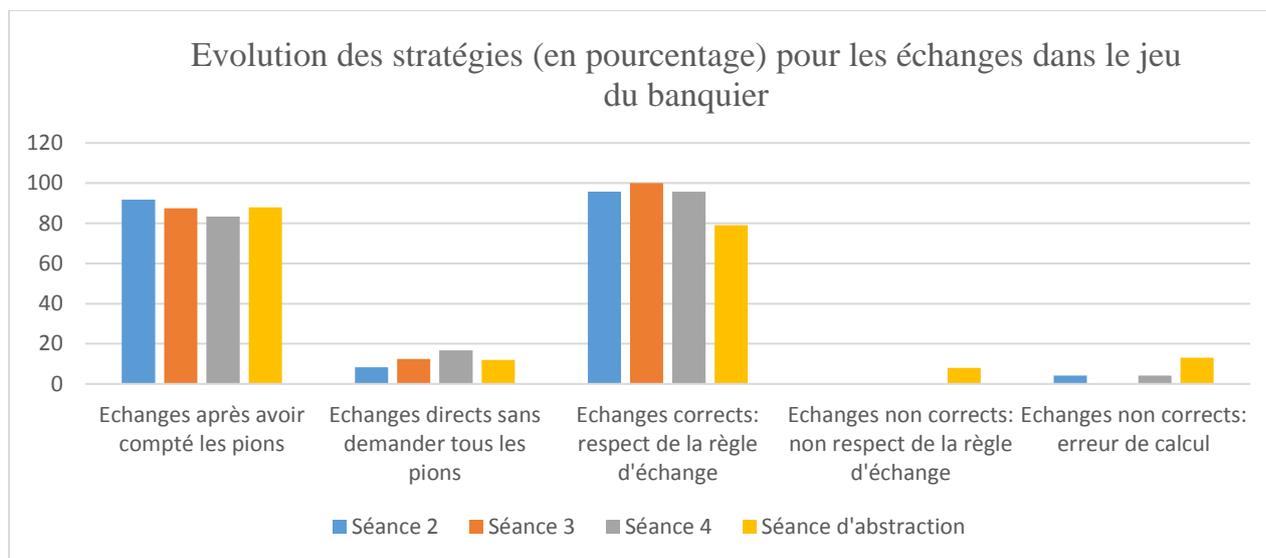
Nous venons d'observer et d'analyser en détail les résultats des élèves par rapport à la notion valeur/quantité. A présent, nous allons nous pencher sur la deuxième notion clé : la capacité des élèves à réaliser des échanges en suivant une règle d'échange fixe. Cette partie est structurée comme la précédente : les résultats des tâches seront annoncés puis discutés.

3.2 Analyse et résultats sur l'objectif des échanges

L'évaluation diagnostique réalisée par la classe ne porte que sur la notion valeur/quantité. En effet, les élèves n'ont pas encore de connaissances sur la notion d'échanges. De ce fait, il n'était pas intéressant de réaliser une évaluation diagnostique sur cette notion puisque les résultats des élèves auraient été mauvais et les progrès obligatoires car ils auraient enfin découvert la notion.

3.2.1 Jeu 5 contre 1 : points forts et difficultés

Résultats :



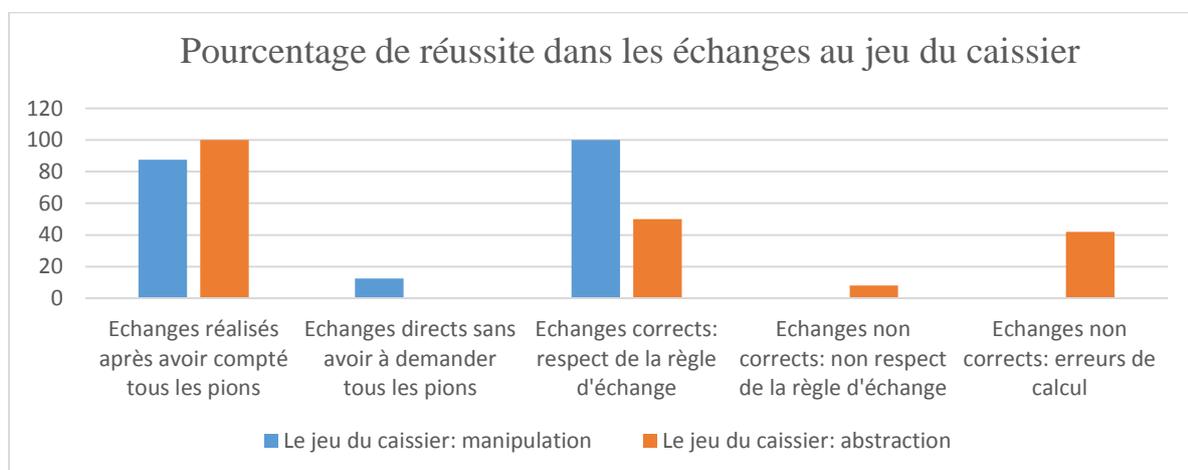
Observations : Le graphique détaille l'évolution des stratégies pour les échanges dans les différentes séances du jeu du banquier. Trois séances sont liées à la manipulation de jetons et la dernière séance est relative à l'abstraction. Ce graphique se lit en deux parties : les deux premiers points traitent des stratégies choisies par les élèves pour réaliser leurs échanges ; les trois points suivants abordent le respect ou non de la règle d'échange fixe. Premièrement, nous allons observer les stratégies des élèves lors des séances. Nous pouvons voir qu'environ 85% des élèves réalisent ses échanges après avoir compté tous les pions. Ensuite, cette proportion diminue légèrement au fur et à mesure des séances : certains élèves comprennent qu'ils peuvent réaliser directement les échanges après avoir lancé leur dé. Enfin, lors de la phase d'abstraction, la proportion d'élèves réalisant l'une ou l'autre des stratégies d'échanges est quasiment identique aux précédentes. Deuxièmement, nous allons observer le respect de la règle d'échange fixe. Tout d'abord, la quasi-totalité des élèves respecte cette règle d'échange fixe : par exemple, lors de la deuxième séance de manipulation, toute la classe l'a respectée. Cette proportion baisse pendant la séance d'abstraction mais reste quand même à 80% de réussite. Ensuite, environ 5% d'élèves ne réussissent pas les échanges, mais leur proportion diminue au cours des séances. Pour les phases de manipulation, les échecs sont dus à des erreurs de calcul ; pour la phase d'abstraction, ils sont dus soit aux erreurs de calcul, soit au non-respect de la règle d'échange.

Analyse des résultats : Premièrement, environ 90% des élèves réalisent leurs échanges après avoir compté tous les pions : une fois le dé lancé, les élèves demandent d'abord le nombre de jetons auxquels ils ont droit, avant de compter l'ensemble de leurs jetons pour réaliser des

échanges. L'annexe 9 atteste de cette stratégie. Cela peut être dû à des difficultés chez les élèves à maîtriser les compléments à cinq. Si cette notion était acquise, ils réaliseraient plus fréquemment les échanges directs sans demander tous les pions – comme le montre l'annexe 8 – ce qui est une stratégie plus difficile que la précédente car elle demande une phase d'abstraction par les élèves. Elle est donc moins utilisée. Cependant, il est évident qu'un autre facteur, sans doute plus important, entre en jeu : les élèves ne sont pas sûrs dans leurs échanges, c'est pourquoi ils préfèrent d'abord demander tous les jetons gagnés avant de les échanger. Deuxièmement, il existe deux possibilités lorsque les élèves ne réussissent pas à faire les échanges : soit ils ne respectent pas la règle, soit ils commettent une erreur de calcul. Cette dernière est souvent une erreur d'inattention, sur laquelle il est difficile d'avoir un réel pouvoir. Par contre, face au non-respect de la règle d'échange il est possible d'agir, en répétant la règle, en l'affichant au tableau, en fournissant une règle individuelle aux élèves en difficultés, etc. Troisièmement, pour les phases de manipulation, les élèves se trompent à cause d'erreurs de calculs. Par contre, lors de la séance d'abstraction, les difficultés sont dues presque autant à des erreurs de calculs qu'à un non-respect de la règle d'échange fixe, comme nous pouvons le voir avec l'annexe 10. Cela montre que la manipulation est fondamentale pour comprendre les échanges et respecter une règle d'échange fixe. Quatrièmement, le pourcentage de respect de la règle d'échange fixe est très élevé. Cela prouve que le jeu du banquier 5 contre 1 amène bien à comprendre la notion d'échanges puisque la règle est fixe, donc rapidement assimilée et parce que les échanges se font tout au long de la partie, donc les élèves s'habituent et grâce à la répétition, ils apprennent rapidement la notion.

3.2.2 Jeu du caissier : évolutions et difficultés

Résultats :

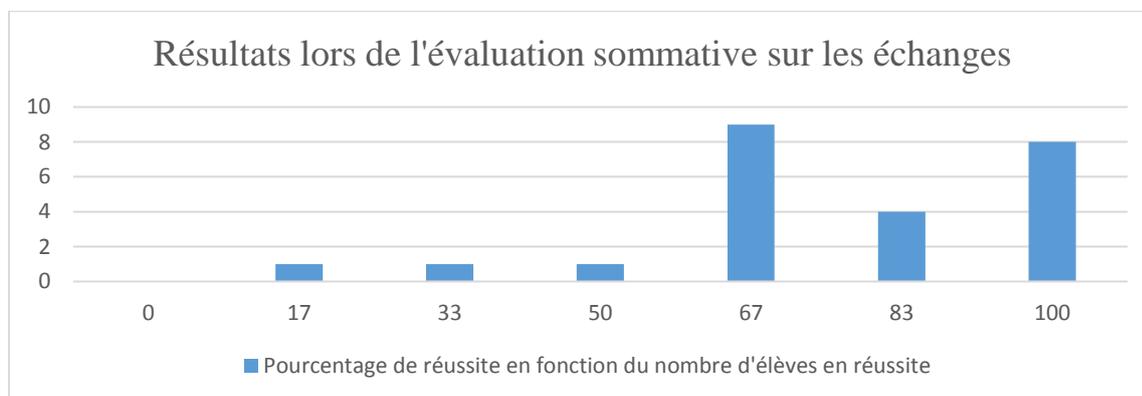


Observations : A présent, nous allons observer les résultats des élèves lors du jeu du caissier dans les stratégies utilisées, ainsi qu'au niveau du respect de la règle d'échange fixe. Tout d'abord, la majorité des élèves réalise la même stratégie que lors du jeu du banquier : environ 90% des élèves effectuent les échanges après avoir demandé, puis compté tous les pions. Une très faible part d'élèves, moins de 10%, fait les échanges directement sans demander tous les pions. Par contre, le graphique montre qu'aucun élève n'utilise cette deuxième stratégie lors de la phase d'abstraction du jeu du caissier. Ensuite, au niveau de la règle d'échange fixe, nous remarquons que l'ensemble de la classe la respecte lors de la phase de manipulation. Par contre, seulement la moitié des élèves réussit à respecter la règle d'échange fixe lorsqu'il faut passer par l'abstraction pour répondre au problème posé. Une très faible partie de la classe ne respecte pas cette règle, mais la majorité des échanges incorrects est due à des erreurs de calculs.

Analyse des résultats : Pour commencer, tous les échanges sont corrects lors de la manipulation. Le jeu du banquier 5 contre 1 semble donc bien préparer au respect d'une règle d'échange fixe. En effet, les élèves réalisent des échanges, tous corrects, en respectant une nouvelle règle d'échange fixe. Jouer à un jeu d'échange avec une règle d'échange fixe développe donc rapidement les compétences attendues sur cette notion. Ensuite, les résultats sont bien meilleurs lors de la phase de manipulation car les élèves ont besoin de cette dernière pour comprendre une notion complexe et transférer une connaissance nouvellement apprise. Enfin, lors de la phase d'abstraction, aucun élève ne fait les échanges directs car cela demande un niveau d'abstraction bien supérieur aux capacités d'élèves de CP. De plus, de nombreuses difficultés dues à des erreurs de calculs sont apparues lors de la séance d'abstraction car il est plus difficile d'être précis de tête qu'en passant par la manipulation.

3.2.3 Evaluation finale

Résultats :



Observations : Ce graphique présente le pourcentage de réussite lors de l'évaluation sommative relative à la notion d'échanges : le respect des règles d'échanges et la capacité à réaliser des groupements et des échanges. Nous voyons que les résultats sont très bons. Près de 90% des élèves de la classe ont plus de la moitié des bonnes réponses, ce qui permet une validation de la compétence. Seuls trois élèves ont médiocrement réussi, c'est-à-dire maximum 50% de bonnes réponses. Enfin, huit élèves de la classe ont eu 100% de bonnes réponses et neuf élèves ont eu 67% de bonnes réponses.

Analyse des résultats : Ce graphique montre donc les très bons résultats des élèves de CP à l'évaluation sommative sur la capacité à réaliser des échanges en respectant une règle d'échange fixe, même s'il n'est pas possible de les comparer à une évaluation diagnostique. En effet, un tiers de la classe a 100% de bonnes réponses : la notion d'échanges est maîtrisée. Plus d'un autre tiers de la classe est à 67% de bonnes réponses, ce qui montre qu'eux aussi semblent maîtriser la notion. Enfin, trois élèves ont de faibles résultats à cette évaluation finale. Ils n'ont donc pas compris la notion d'échanges. Il convient alors de la revoir avec eux. Pour conclure, le jeu du banquier s'avère être fort efficace pour comprendre la compétence de respect d'une règle d'échange fixe et de réalisation de groupements puis d'échanges.

Enfin, tout comme la partie précédente, l'échantillon testé est vraiment faible. C'est pourquoi il ne faut pas oublier que les résultats et les propos tenus doivent être nuancés et questionnés.

Nous venons d'observer et d'analyser les résultats des élèves sur la notion d'échanges. A présent, nous allons les comparer avec une autre classe de CP, qui a réalisé une séquence sur les jeux d'échanges également, en utilisant le jeu des maisons à construire comme jeu d'apprentissage. Cette partie est structurée comme les précédentes : les résultats des tâches seront annoncés puis discutés, avec des comparaisons faites entre les deux classes.

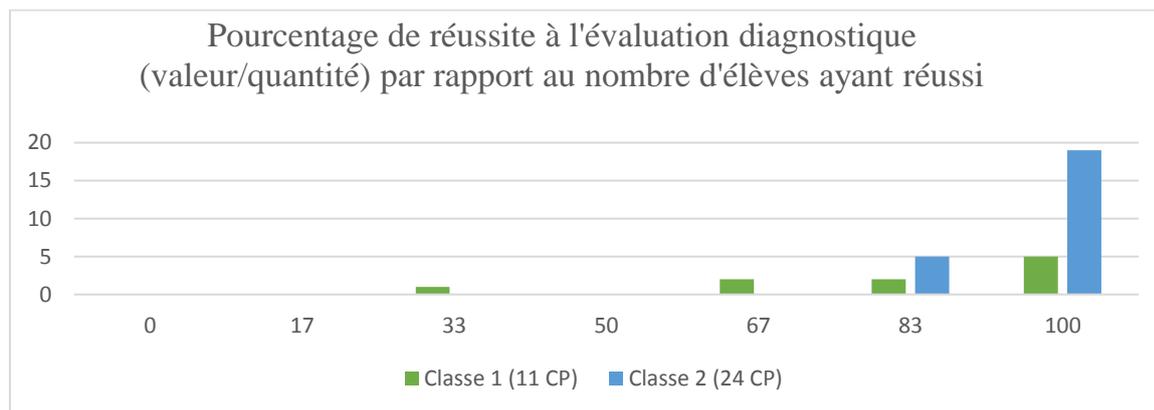
3.3 Comparaison avec une autre classe

Les premiers résultats seront sur l'évaluation diagnostique, identiques pour les deux classes. Ensuite, les résultats des deux classes pour les phases de jeux seront donnés : ceux relatifs au jeu des « maisons à construire » pour la classe de onze CP et ceux en lien avec « le jeu du banquier 5 contre 1 » pour la classe de vingt-quatre CP. Puis, les résultats aborderont les situations d'abstraction de ces phases de jeu. Pour finir, les résultats des deux évaluations finales

seront établis, qui permettront, en lien avec les évaluations diagnostiques, de répondre à la problématique générale. Tous les résultats, fournis sous forme de graphiques ou tableaux, sont commentés. Voici les premiers résultats des évaluations diagnostiques réalisées par les élèves.

3.3.1 L'évaluation diagnostique

Résultats :



Observations : Ce graphique nous montre la grande proportion de bonnes réponses pour l'ensemble des exercices de l'évaluation diagnostique : 76,8% de bonnes réponses pour la classe 1 et 96,5% pour la classe 2. Après étude des résultats, deux types d'erreurs ressortent. Premièrement, certains élèves de la classe 1 ont coché plusieurs cases. Deuxièmement, dans les deux classes, des élèves ont coché la mauvaise case. Cela est dû soit au fait qu'ils ont coché à chaque fois celle avec le plus de billets, soit qu'ils ont coché la case comportant le plus d'éléments. Dans les deux cas, le résultat n'est pas correct, mais il faut tenir compte du type d'erreur lors de l'analyse afin de conclure précisément sur les hypothèses formulées.

Analyse des résultats : Les élèves des deux classes ont commis des erreurs en cochant la mauvaise case, mais pour des raisons diverses. En effet, certains d'entre eux ont coché à chaque fois la case avec un billet, ce qui les a parfois induits en erreur. D'autres élèves ont coché la case qui comportait le plus d'éléments. Cela révèle une non-maîtrise de la notion valeur/quantité. Dans les deux cas, le résultat n'est pas correct, mais il faut tenir compte du type d'erreur des élèves pour les aider ensuite : d'un côté, ils ont compris qu'un billet avait plus de valeur qu'une pièce, mais n'ont pas vérifié les quantités ; de l'autre, ils se sont appuyés uniquement sur les quantités, sans prendre en compte la valeur des différents éléments. Pour finir, il semble pertinent de se questionner sur la validité de cette évaluation diagnostique, sans doute trop facile au vu des excellents résultats.

A présent, nous allons aborder les résultats obtenus lors des phases de jeux : « les maisons à construire » pour la classe n°1 et « le jeu du banquier cinq contre un » pour la classe n°2.

3.3.2 Les phases de jeux d'échanges

Résultats :

| | Classe 1 (11 CP) | Classe 2 (24 CP) | | | |
|-------------------------------------------------------------------|-----------------------------|------------------|----------|----------|-----------|
| | Pourcentage de réussite (%) | | | | Total (%) |
| | | Séance 2 | Séance 3 | Séance 4 | |
| Echanges après avoir compté tous les pions. | 83,3 | 91,7 | 87,5 | 83,3 | 86,5 |
| Echanges directs sans avoir à demander tous les pions. | 16,7 | 8,3 | 12,5 | 16,7 | 13,55 |
| Echanges corrects : respect de la règle d'échanges. | 75 | 95,8 | 100 | 95,8 | 91,7 |
| Echanges non corrects : non-respect de la règle. | 16,7 | 0 | 0 | 0 | 4,2 |
| Echanges non corrects : erreurs de calcul. | 8,3 | 4,2 | 0 | 4,2 | 4,2 |
| Vainqueur identifié : repasser par l'unité du jeu. | 0 | 12,5 | 0 | 16,7 | 7,3 |
| Vainqueur identifié : comparer les éléments de plus forte valeur. | 100 | 58,3 | 75 | 75 | 77,1 |
| Vainqueur non identifié. | 0 | 29,2 | 25 | 8,3 | 15,6 |

Observations : D'un côté, ce tableau sur les résultats des phases de jeu nous permet d'aborder les résultats sur l'objectif des échanges. Tout d'abord, dans les deux classes, la grande majorité des échanges se réalisent après avoir demandé et compté tous les éléments. Une proportion faible d'élèves réalise des échanges directs sans avoir à demander tous les pions. Cependant, cette proportion augmente au fur et à mesure des séances, comme nous pouvons le voir grâce aux résultats de la deuxième classe. Ensuite, ce tableau prouve que les élèves des deux classes respectent la règle d'échange, allant même lors d'une séance jusqu'à un respect total de la règle d'échange donnée au début des phases de jeu. De l'autre côté, nous allons travailler sur l'objectif de distinction valeur/quantité. Pour cela, il faut regarder les résultats obtenus par les deux classes dans la désignation du vainqueur. Il est premièrement important de noter que le vainqueur est constamment identifié dans la classe une alors que dans l'autre classe, certains

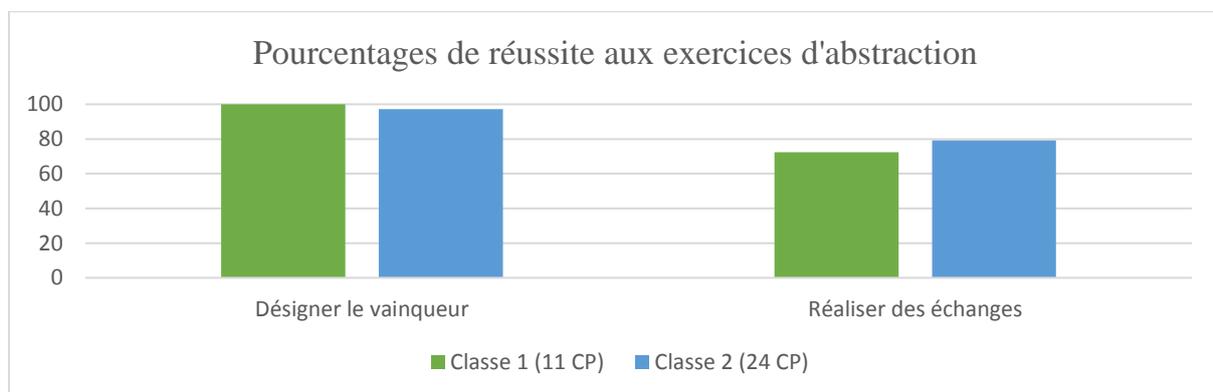
élèves n’y parviennent pas. Par contre, la proportion de ces élèves diminue fortement au fil des séances. Deuxièmement, les élèves de la classe n°1 ne repassent jamais par l’unité du jeu afin d’identifier le vainqueur. Par contre, dans la classe n°2, certains élèves utilisent cette stratégie pour établir le vainqueur de la partie, et il semble d’après les résultats des séances trois et quatre, que les élèves n’ayant pas réussi à identifier le vainqueur la séance précédente utilisent cette stratégie la séance suivante. Troisièmement, l’ensemble des élèves de la classe n°1 utilise une comparaison des éléments de plus forte valeur pour identifier le vainqueur.

Analyse des résultats : D’un côté, les meilleurs résultats dans la classe n°1 pour l’objectif de distinction du vainqueur amènent à conclure que le jeu des maisons à construire prépare mieux à cet objectif. En effet, dans ce jeu, aucune abstraction n’est présente pour désigner le vainqueur – celui avec le plus de maisons – contrairement au jeu du banquier, où le vainqueur est celui qui a le plus d’éléments de la plus forte valeur. En cela, le jeu des maisons à construire est favorable à un apprentissage efficace de la notion valeur/quantité. De l’autre côté, les meilleurs résultats dans la classe deux pour l’objectif de réalisation de groupements et d’échanges permettent de conclure que le jeu du banquier 5 contre 1 prépare davantage à cet objectif.

Après ces deux points, nous allons à présent travailler sur les résultats obtenus lors des exercices d’abstraction, réalisés par les deux classes en fonction du jeu d’échange travaillé.

3.3.3 Analyse des résultats des deux classes pour les exercices d’abstraction

Résultats :



Observations : Ce graphique donne les résultats lors des exercices d’abstraction. Les élèves des deux classes ont bien réussi à désigner le vainqueur alors qu’ils ont eu plus de difficultés dans les groupements et les échanges. En effet, l’ensemble des onze élèves de la première classe a

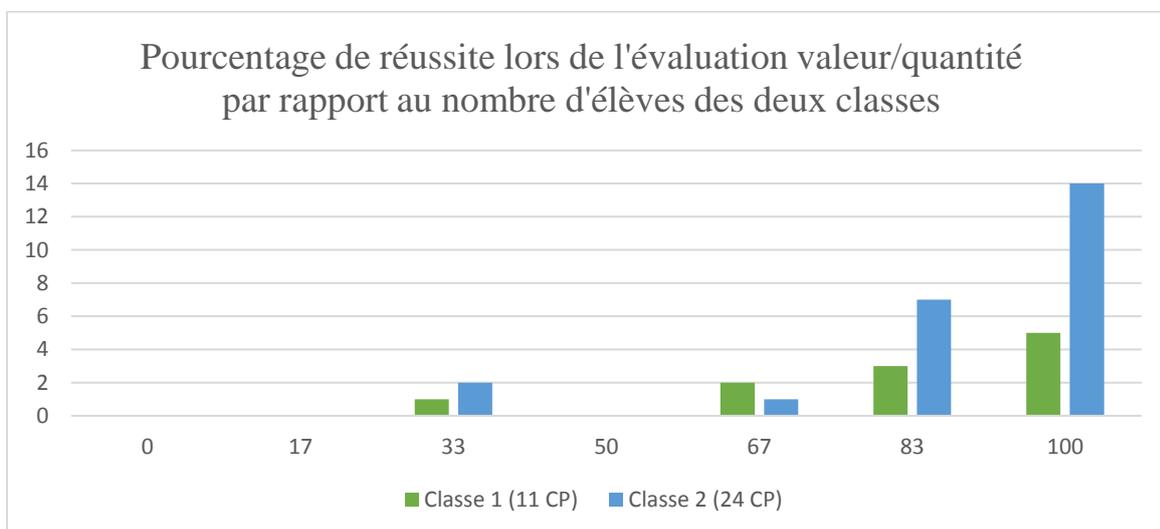
réussi à désigner le vainqueur et la quasi-totalité de la deuxième classe y est également parvenue. Par contre, la réalisation d'échanges au cours du jeu a été plus complexe pour les deux classes. Il reste quand même environ trois élèves sur quatre qui y sont parvenus correctement (un peu moins dans la classe n°1 et un petit peu plus dans la classe n°2).

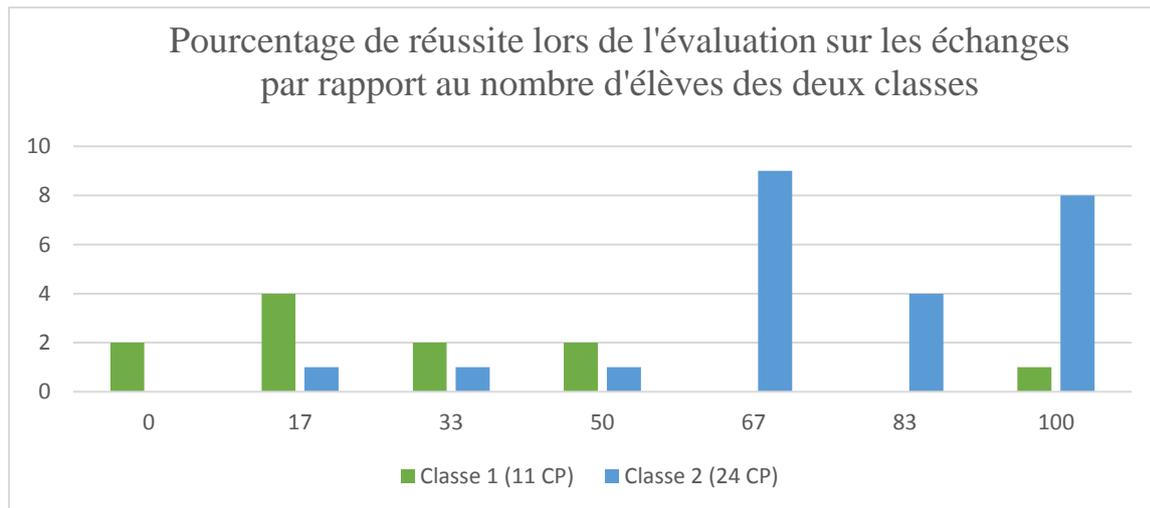
Analyse des résultats : Différentes stratégies ont été utilisées par les élèves pour atteindre leur objectif. Dans les deux classes, une petite partie des élèves s'est faite aidée par l'enseignant. Dans la classe n°1, un élève a réalisé des schémas, la grande majorité a utilisé la manipulation et les autres ont utilisé l'abstraction pour résoudre le problème. Une faible partie de la classe n°2 a utilisé les jetons pour manipuler, mais la grande majorité est passée uniquement par l'abstraction en réalisant groupements et échanges mentalement. Les stratégies des deux classes sont donc très différentes malgré des résultats similaires. De plus, comme précédemment, les désignations du vainqueur sont meilleures dans la première classe et les échanges sont mieux compris dans la deuxième. Cela conforte la conclusion tirée précédemment : le jeu des maisons à construire développe davantage de compétences pour distinguer valeur et quantité, et le jeu du banquier 5 contre 1 est plus tourné vers la compréhension des groupements et des échanges.

Pour finir cette partie relative à la comparaison de deux classes de CP, nous allons étudier les résultats de l'évaluation finale, identique pour les classes. Elle est composée de deux parties : une feuille d'exercices évaluant la compréhension de la distinction entre valeur et quantité ; une autre feuille évaluant la compréhension des échanges en respectant une règle d'échange fixe.

3.3.4 Les évaluations sommatives pour les deux objectifs visés

Résultats :





Observations : D'une part, nous allons observer la réussite des deux classes lors de l'évaluation valeur/quantité. Dans l'ensemble, les élèves l'ont très bien réussie : vingt-un des vingt-quatre élèves de la classe n°2 ont 83% ou 100% de bonnes réponses, seuls deux élèves sont en difficulté. Dans l'autre classe, les résultats sont similaires : huit élèves sur onze ont ces mêmes pourcentages et un seul élève est en difficulté. D'autre part, nous allons observer les résultats lors de l'évaluation sur les échanges, qui sont bien différents. En effet, la classe n°1 a de faibles pourcentages de réussite par rapport à la classe n°2. Dans cette dernière, vingt-un des vingt-quatre élèves a entre 67% et 100% de bonnes réponses alors que dans l'autre classe, il y a seulement un élève sur onze dans cette proportion. De plus, cette classe a huit élèves sur onze entre 0 et 33% de réussite alors que dans l'autre classe un seul élève est à 33% de réussite.

Analyse des résultats : Les résultats de l'évaluation valeur/quantité ne sont pas étonnants. En effet, d'après l'évaluation diagnostique, les élèves avaient déjà des notions sur cette compétence. De plus, les jeux d'échanges servent l'apprentissage de cette notion, c'est pourquoi il est compréhensible que les résultats soient très bons. La classe n°2 avait au départ de meilleurs résultats, ils sont retrouvés ici. Cela montre que les deux classes ont progressé. Par contre, les résultats de l'évaluation sur les échanges sont plus étonnants. En effet, nous avons remarqué une grande différence de réussite à cet exercice. Or, les deux classes n'avaient jamais réalisé de jeux d'échanges auparavant. Nous pouvons donc en conclure que le jeu du banquier 5 contre 1 prépare mieux aux groupements et aux échanges que celui des maisons à construire. Il faut cependant nuancer ces propos car aucune évaluation diagnostique n'a été proposée, il est donc possible qu'une différence de niveaux existait au départ. De plus, l'évaluation finale propose une règle d'échange fixe, tout comme le jeu du banquier 5 contre 1, ce qui avantage peut-être

les élèves ayant vécu la séquence avec ce jeu d'échanges. Il faudrait bien évidemment tester ces propositions sur de plus grands échantillons afin de réaliser des conclusions correctes.

4. Conclusion par rapport à la problématique et ouverture

Grâce au jeu du banquier, au jeu du caissier et aux comparaisons des différents résultats avec une autre classe de CP, ayant réalisé elle aussi une séquence similaire en modifiant simplement le jeu de départ, nous allons tenter de répondre à la problématique, qui est pour rappel : en quoi les situations des maisons à construire et du jeu du banquier 5 contre 1 favorisent-elles l'appropriation des règles d'échanges dans le but de comprendre le système de numération ?

Nous avons deux hypothèses qu'il faut à présent confirmer, nuancer ou infirmer. D'une part, la première d'entre elles était que les élèves réussiraient mieux à comprendre la distinction entre valeur et quantité grâce aux jeux d'échanges. Nous validons cette hypothèse puisque les résultats ont démontré des progrès dans cet apprentissage. Nous nuançons nos propos en indiquant que le jeu des maisons à construire est plus efficace pour acquérir cette compréhension étant donné que les résultats de la classe ayant joué à ce jeu étaient très souvent supérieurs à l'autre classe sur ce point. D'autre part, la deuxième hypothèse était sur une appropriation plus facile d'une nouvelle règle d'échange après avoir réalisé des jeux d'échanges. Pour cette hypothèse, il convient de l'approfondir pour qu'elle soit exacte. En effet, d'après les résultats analysés précédemment, il ressort que cela est tout à fait vrai pour la classe ayant joué au jeu du banquier 5 contre 1. En effet, les résultats au niveau des échanges étaient très bons et la progression perceptible. Par contre, l'autre classe a eu des difficultés à respecter une règle d'échange fixe, différente de la règle initiale de son jeu d'échange. C'est pourquoi il serait plus exact de dire que les jeux d'échanges permettent une appropriation d'une nouvelle règle d'échange, notamment grâce au jeu du banquier dont la règle d'échange de départ est fixe. Pour finir, il faut espérer que cela amène finalement les élèves à comprendre la comparaison de nombres : par exemple, que 21 est supérieur à 9, même s'il y a un 9 dans le deuxième nombre. Nous pouvons donc conclure que les jeux d'échanges facilitent l'appropriation d'une règle d'échange fixe dans le but de comprendre le système de numération, en permettant une maîtrise de la notion valeur/quantité et en aidant les élèves à percevoir les groupements et les échanges.

Plusieurs limites peuvent être apportées. Tout d'abord, il est évident que l'échantillon est trop faible pour réussir à tirer des conclusions exactes et définitives. De plus, les niveaux des élèves

des deux classes au départ jouent sur les résultats futurs et leurs niveaux de compréhension des différentes tâches, ce qui peut fausser en partie les résultats. Enfin, lors des comparaisons des deux classes, même s'il a été au maximum effacé, un effet maître impacte sur les résultats. Ensuite, des perspectives peuvent être envisagées suite à ce travail. Pour aller plus loin, il faudrait récolter des résultats sur un échantillon plus important afin d'avoir des résultats exploitables. De plus, un suivi de ces élèves sur plusieurs années serait bénéfique à ce travail. En effet, cela permettrait d'observer leurs résultats en mathématiques, et notamment par rapport au système de numération, afin de voir leurs progrès et les différences éventuelles entre les deux classes sur le long terme. Cela rendrait alors possible une meilleure conclusion sur l'intérêt ou non d'un des deux jeux d'échange. Pour finir, ces résultats ont un impact pour le métier d'enseignant car ils démontrent que pour un meilleur apprentissage des notions, il est primordial de passer par les deux jeux d'échanges. Il semble intéressant de commencer par le jeu des maisons à construire afin de maîtriser la notion valeur/quantité, puis de s'intéresser au jeu du banquier 5 contre 1 pour que les élèves comprennent et s'approprient les notions de groupements, d'échanges et de respect d'une règle fixe.

5. Bibliographie

Brousseau, G. (1998). Fondements et méthodes de la didactique. *Théorie des situations didactiques*, (pp. 47-112). Grenoble : La pensée sauvage.

Charnay, R. (2013). *Comment enseigner les nombres entiers et la numération décimale ?* Paris : Hatier.

Colomb, J. (2005). *Apprentissage numériques et résolution de problèmes*. Paris : Hatier Ermel.

Dehaene, S. (2008). L'intuition en arithmétique et ses bases cérébrales. *L'enseignement des mathématiques à l'école primaire*. (pp. 117-133).

Dolle, JM. (1997). La genèse des opérations concrètes (de l'intelligence symbolique ou préopératoire à l'intelligence opératoire concrète). *Pour comprendre Jean Piaget*, (pp. 145-200). Paris : Dunod.

Emprin-Charotte, F. (2017). *15 situations pour l'apprentissage de la numération et du calcul*. Paris : Hatier Ermel.

Piaget, J. (1964). Le développement mental de l'enfant. *Six études de psychologies*, (pp. 11-101). Paris : Denoël.

Piaget, J. (1969). Education et instruction depuis 1935. *Psychologie et pédagogie*, (pp. 13-181). Paris : Denoël.

Programmes d'enseignement de l'école maternelle. (2015).

Programmes d'enseignement de l'école élémentaire et du collège. (2015).

Mével, JP. (2006). *Dictionnaire Larousse*. Paris : Hachette Livre.

Rasplus, C. (2010). La construction du nombre. En quoi les jeux mathématiques peuvent-ils être des moyens permettant aux élèves de cycle 2 de construire le nombre ? CAFIPEMF.

Rivière A. (1990). L'activité instrumentale et l'interaction comme unité d'analyse de la psychologie des fonctions supérieures. *La psychologie de Vygotsky*, (pp. 69-77). Liège : Pierre Mardaga.

Socle commun de connaissances, de compétences et de culture. (2015).

Villani C. et Torossian C. (2018). 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques. Eduscol.

Sommaire des annexes

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Annexe 1 : Séquence sur « le jeu du banquier » | 36 |
| Annexe 2 : Séquence sur « les maisons à construire » | 37 |
| Annexe 3 : Tableau récapitulatif des résultats des élèves | 38 |
| Annexe 4 : Exercice d'abstraction d'un élève ayant compris la notion valeur/quantité au jeu du banquier | 39 |
| Annexe 5 : Exercice d'abstraction d'un élève n'ayant pas compris la notion valeur/quantité au jeu du banquier | 40 |
| Annexe 6 : Production d'un élève ayant compris la notion valeur/quantité au jeu du caissier | 41 |
| Annexe 7 : Production d'un élève n'ayant pas compris la notion valeur/quantité au jeu du caissier.. | 42 |
| Annexe 8 : Production d'un élève ayant compris la notion d'échanges au jeu du banquier 5 contre 1 | 43 |
| Annexe 9 : Production d'un élève ayant compris la notion d'échanges au jeu du banquier 5 contre 1 | 44 |
| Annexe 10 : Production d'un élève n'ayant pas compris la notion d'échanges au jeu du banquier 5 contre 1 | 45 |

Annexe 1 : Séquence sur « le jeu du banquier »

| Séances | Nature et durée | Objectif | Contenus/ Démarche de la séance |
|----------|------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Séance 1 | Découverte (30 minutes) | S'approprier le jeu du banquier 5 contre 1. | - 1 : Présentation de la situation et des règles. - 2 : Jeu collectif : Le jeu du banquier 5 contre 1. Un groupe de 4 élèves fait une démonstration devant le reste de la classe qui est active (participation aux décisions). - 3 : Phase d'appropriation : matériel et règle d'échange fixe. |
| Séance 2 | Recherche (40 minutes) | Réaliser des échanges en respectant une règle fixe. | - 1 : Rappel du matériel et de la règle d'échange. - 2 : Phase de jeu par groupe : Jeu du banquier 5 contre 1. - 3 : Mise en commun sur le vainqueur dans chaque groupe. |
| Séance 3 | Recherche (45 minutes) | Comprendre que celui qui a gagné n'est pas celui qui a le plus de jetons. | - 1 : Découverte de la feuille de scores et explications : comment la remplir. - 2 : Jeu par groupe : le banquier 5 contre 1 avec l'obligation de remplir la feuille après chaque lancer de dé. - 3 : Mise en commun sur l'utilisation de la feuille de scores et ce qu'on peut demander après un lancer (faire directement les échanges sans avoir d'abord les jetons jaunes). |
| Séance 4 | Institutionnalisation des connaissances / Entraînement (30 minutes) | Comprendre la différence entre valeur et quantité. | - 1 : Rappel des conclusions faites la séance précédente : Possibilité de demander directement un jeton rouge si le nombre sur le dé est supérieur à 4. Institutionnalisation des connaissances : différence valeur/quantité. - 2 : Phase de jeu en groupe puis mise en commun : vérifier que les élèves se servent des conclusions (séance précédente). |
| Séance 5 | Approfondissement (30 minutes) | Comprendre la distinction valeur/quantité en utilisant l'abstraction. | - 1 : Rappel des conclusions faites les séances précédentes : différence valeur/quantité. - 2 : Phase d'abstraction du jeu : remplir une feuille de score sans passer par la manipulation. - 3 : Correction collective des exercices. |
| Séance 6 | Réinvestissement (30 minutes) | Evaluer les progrès des élèves dans un autre jeu d'échange. | - 1 : Présentation de la nouvelle situation : le jeu du caissier. - 2 : Démonstration collective : une partie devant la classe avec la feuille de score. - 3 : Phase de jeu par groupes de quatre élèves. Un banquier et trois élèves essayent de gagner des pièces et de les échanger contre des billets. <i>Jeu du caissier avec un dé.</i> |
| Séance 7 | Remédiation / Réinvestissement (30 minutes) | Respecter une règle d'échange fixe dans un jeu d'abstraction. | - 1 : Retour sur l'évaluation : les difficultés rencontrées par les élèves. → Mise en commun : retour sur les fiches scores. - 2 : Phase de jeu par groupes de 4. <i>Jeu du caissier avec 2 dés.</i> |
| Séance 8 | Réinvestissement (30 minutes) | Utiliser une règle d'échange fixe. | - 1 : Présentation de la feuille d'exercices. - 2 : Phase d'abstraction du jeu : réalisation individuelle des exercices. |
| Séance 9 | Evaluation sommative (30 minutes) | Apprécier le niveau final des élèves. | - 1 : Présentation de la feuille d'évaluation. - 2 : Réalisation individuelle de l'évaluation. - 3 : Bilan global de la séquence : qu'est-ce qui a été appris ? |

Annexe 2 : Séquence sur « les maisons à construire »

| <i>Séances</i> | <i>Objectifs</i> | <i>Phase / Durée</i> | <i>Déroulement</i> |
|--------------------------------|------------------------------------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| S1 Appropriation collective | Découvrir l'usage d'une règle d'échange. | Découverte 30 minutes | <ul style="list-style-type: none"> - Introduction du jeu des maisons à construire et affichage de la règle d'échange. - Démonstration du jeu par l'enseignant et 2 élèves ; puis par 4 élèves. - Appropriation du matériel : chaque élève construit une maison avec 3 cartes. |
| S2 Appropriation par groupe | Développer l'usage d'une règle d'échange. | Recherche 40 minutes | <ul style="list-style-type: none"> - Rappel de la séance précédente : règles du jeu. - Jeu par équipe hétérogène de 4. - Synthèse à propos des gagnants et de quelques cas de figures intéressants. |
| S3 Appropriation par groupe | Développer l'usage d'une règle d'échange. | Recherche 45 minutes | <ul style="list-style-type: none"> - Rappel de la séance précédente : règle du jeu et remarques évoquées à la synthèse. - Présentation de la feuille de score. - Jeu par équipe avec utilisation de la feuille de score. - Synthèse à propos des gagnants et de quelques cas de figure intéressants. |
| S4 Institutionnalisation | Distinguer valeur et quantité. | Structuration 30 minutes | <ul style="list-style-type: none"> - Rappel de la séance précédente. - Synthèse sur ce qui a été appris depuis le début. |
| S5 Abstraction | Utiliser une règle d'échange par abstraction. | Entraînement 45 minutes | <ul style="list-style-type: none"> - Rappel de la séance précédente. - Présentation de l'exercice comportant deux feuilles de score à comparer. - Réalisation de l'activité individuellement, avec pour les élèves en éprouvant le besoin possibilité de manipulation du matériel et/ou présence de l'enseignant. - Correction collective. |
| S6 Evaluation sommative | S'approprier une règle d'échange fixe. | Réinvestissement 50 minutes | <ul style="list-style-type: none"> - Rappel de la séance précédente. - Présentation d'une nouvelle situation d'échange : règles du jeu, affichage, feuille de score. - Synthèse à propos des gagnants et de quelques cas de figures intéressants. |
| S7 Réinvestissement | Etre capable d'utiliser une règle d'échange fixe. | Remédiations 30 minutes | <ul style="list-style-type: none"> - Retour collectif de quelques feuilles de score de la séance précédente. - « Le jeu du caissier » : phase de jeu par groupe de quatre avec deux dés. |
| S8 Réinvestissement | Respecter une règle d'échange fixe dans un jeu avec abstraction. | Réinvestissement 30 minutes | <ul style="list-style-type: none"> - Présentation de la feuille d'exercices d'abstraction. - Réalisation de la feuille de façon individuelle. |
| S9 Evaluation sommative | Apprécier le niveau final des élèves. | Evaluation 30 minutes | <ul style="list-style-type: none"> - Présentation des feuilles d'évaluation. - Réalisation des deux feuilles de façon individuelle. - Conclusion générale. |

Annexe 3 : Tableau récapitulatif des résultats des élèves

| | Réussite des élèves (%) | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|----------------------|
| | Classe 1 (11 élèves) | Classe 2 (24 élèves) |
| Evaluation diagnostique : | | |
| Aucune erreur (6/6) | 45,5 | 79,2 |
| Une erreur (5/6) | 18,2 | 20,8 |
| Deux erreurs (4/6) | 27,3 | 0 |
| Quatre erreurs (2/6) | 9,1 | 0 |
| Jeux d'échanges (banquier 5 contre 1 ou maisons à construire) : | | |
| Echanges après avoir compté tous les pions. | 83,3 | 87,5 |
| Echanges directs sans demander tous les pions. | 16,7 | 12,5 |
| Respect de la règle d'échange. | 75 | 97,2 |
| Non-respect de la règle d'échange. | 16,7 | 0 |
| Erreur de calcul dans les échanges. | 8,3 | 2,8 |
| Vainqueur : Repasser par l'unité du jeu. | 0 | 9,7 |
| Vainqueur : Comparer les éléments de plus forte valeur. | 100 | 69 |
| Vainqueur non identifié. | 0 | 20,8 |
| Exercices d'abstraction aux jeux d'échanges (banquier 5 contre 1 ou maisons à construire) : | | |
| Désigner le vainqueur. | 100 | 97,2 |
| Réaliser des échanges. | 72,4 | 79,2 |
| Jeu du caissier : | | |
| Echanges après avoir compté tous les pions. | 90,9 | 87,5 |
| Echanges directs sans demander tous les pions. | 9,1 | 12,5 |
| Respect de la règle d'échange. | 18,2 | 100 |
| Non-respect de la règle d'échange. | 63,6 | 0 |
| Erreur de calcul dans les échanges. | 81,8 | 0 |
| Vainqueur : addition du porte-monnaie final. | 0 | 100 |
| Vainqueur : Comparer des éléments de plus forte valeur. | 100 | 0 |
| Vainqueur non identifié. | 0 | 16,7 |
| Evaluation finale : valeur / quantité : | | |
| Aucune erreur (6/6) | 45,5 | 58,3 |
| Une erreur (5/6) | 27,3 | 29,2 |
| Deux erreurs (4/6) | 18,2 | 4,2 |
| Trois erreurs (3/6) | 0 | 0 |
| Quatre erreurs (2/6) | 9,1 | 8,3 |
| Cinq erreurs (1/6) | 0 | 0 |
| Six erreurs (0/6) | 0 | 0 |
| Evaluation finale : les échanges : | | |
| Aucune erreur (6/6) | 9,1 | 33,3 |
| Une erreur (5/6) | 0 | 16,7 |
| Deux erreurs (4/6) | 0 | 37,5 |
| Trois erreurs (3/6) | 18,2 | 4,2 |
| Quatre erreurs (2/6) | 18,2 | 4,2 |
| Cinq erreurs (1/6) | 36,4 | 4,2 |
| Six erreurs (0/6) | 18,2 | 0 |

Annexe 4 : Exercice d'abstraction d'un élève ayant compris la notion valeur/quantité au jeu du banquier

Exercice 2 :

Qui a gagné ?

TB

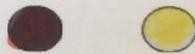
Résultat final :



Lison :



Résultat final :



Aïdan :



Résultat final :



Yan :



Résultat final :



Alyce :



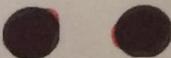
Résultat final :



Samuel :



Résultat final :

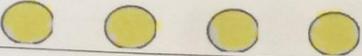
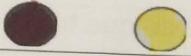
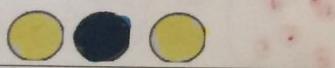
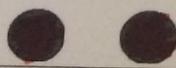


Marwa :



Annexe 5 : Exercice d'abstraction d'un élève n'ayant pas compris la notion valeur/quantité au jeu du banquier

Exercice 2 :
Qui a gagné ?

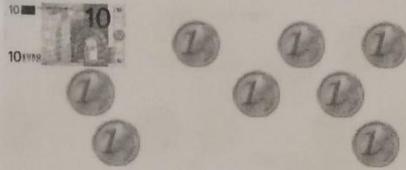
| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Résultat final :</p>  | Lison :  |
| <p>Résultat final :</p>  | Aïdan :  |
| <p>Résultat final :</p>  | Yan :  |
| <p>Résultat final :</p>  | Alyce :  |
| <p>Résultat final :</p>  | Samuel :  |
| <p>Résultat final :</p>  | Marwa :  |

Handwritten marks on the right margin: a red question mark, a red question mark, and a red X.

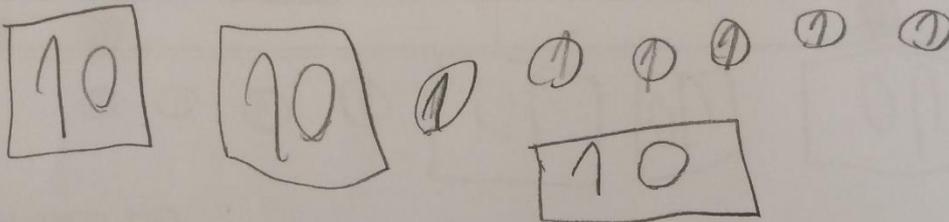
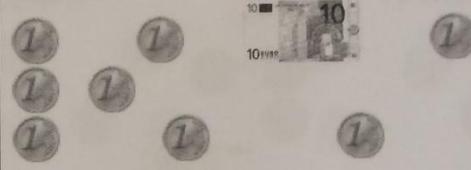
Annexe 6 : Production d'un élève ayant compris la notion valeur/quantité au jeu du caissier

Exercice 2 :

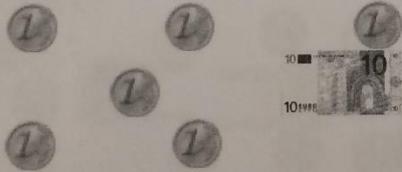
Saber a :



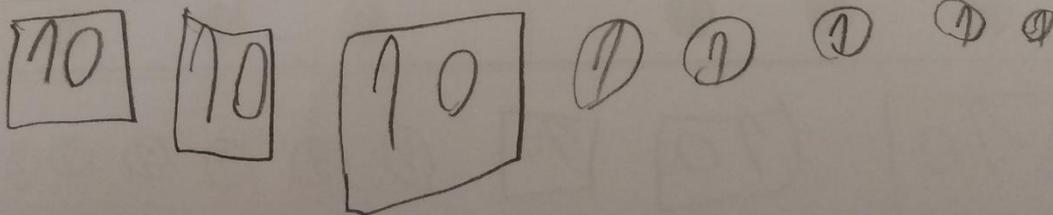
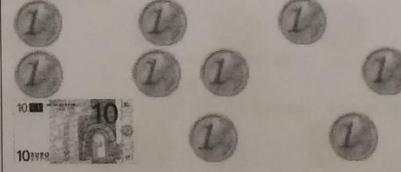
Lison a :



Mélissa a :

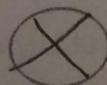


Charly a :

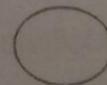


Qui a gagné ?

Saber et Lison



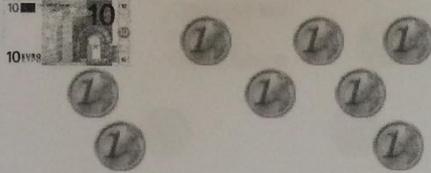
Mélissa et Charly :



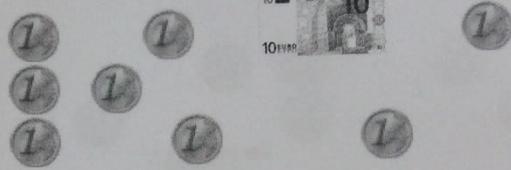
Annexe 7 : Production d'un élève n'ayant pas compris la notion valeur/quantité au jeu du caissier

Exercice 2 :

Saber a :

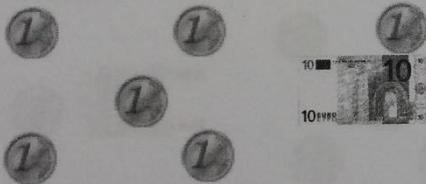


Lison a :

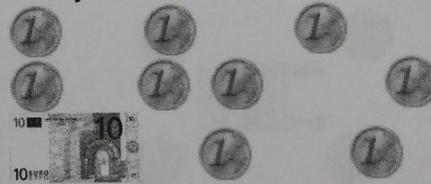


$$9 + 9 = 18$$

Mélissa a :



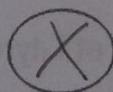
Charly a :



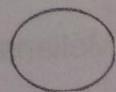
$$7 + 10 = 17$$

Qui a gagné ?

Saber et Lison



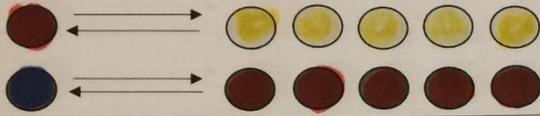
Mélissa et Charly :



Annexe 8 : Production d'un élève ayant compris la notion d'échanges au jeu du banquier 5 contre 1

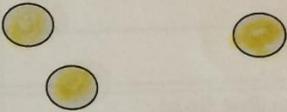
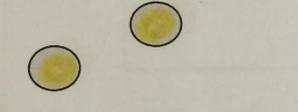
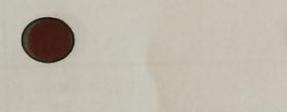
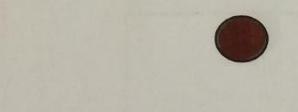
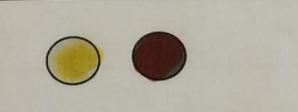
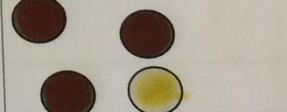
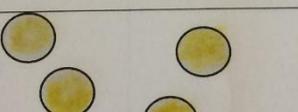
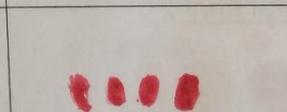
Feuille de score 2

Règles d'échanges :



Exercice 1 :

TB

| Dés lancés | Dessine ce que tu demandes au banquier | Dessine ce que tu as au total |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 ^{er} lancer  |  |  |
| 2 ^{ème} lancer  |  |  |
| 3 ^{ème} lancer  |  |  |
| 4 ^{ème} lancer  |  |  |
| 5 ^{ème} lancer  |  |  |

Résultat final :



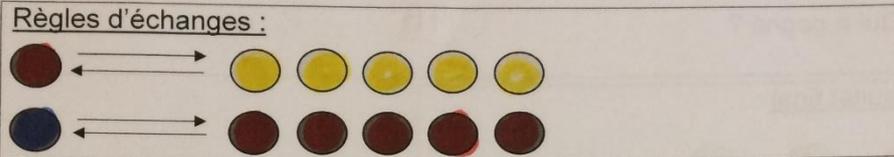
J

J

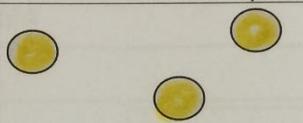
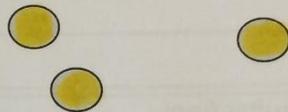
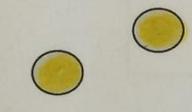
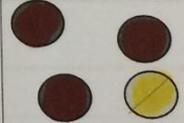
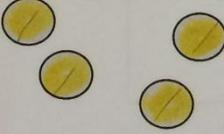
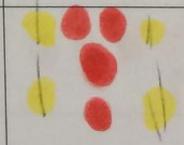
Annexe 9 : Production d'un élève ayant compris la notion d'échanges au jeu du banquier 5 contre 1

Feuille de score 2

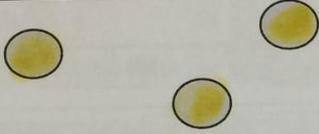
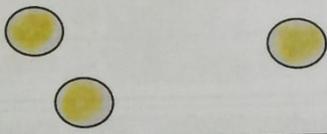
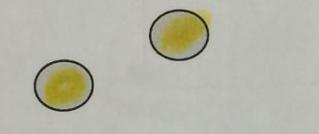
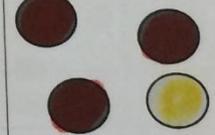
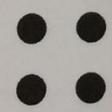
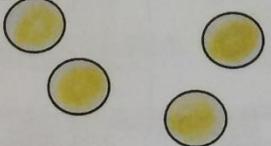
Règles d'échanges :



Exercice 1 :

| Dés lancés | Dessine ce que tu demandes au banquier | Dessine ce que tu as au total |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 ^{er} lancer  |  |  |
| 2 ^{ème} lancer  |  |  |
| 3 ^{ème} lancer  |  |  |
| 4 ^{ème} lancer  |  |  |
| 5 ^{ème} lancer  |  |  |
| Résultat final : |  | |

Annexe 10 : Production d'un élève n'ayant pas compris la notion d'échanges au jeu du banquier 5 contre 1

| Dés lancés | Dessine ce que tu demandes au banquier | Dessine ce que tu as au total |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 ^{er} lancer  |  |  |
| 2 ^{ème} lancer  |  |  |
| 3 ^{ème} lancer  |  |  |
| 4 ^{ème} lancer  |  |  |
| 5 ^{ème} lancer  |  |  |
| <u>Résultat final :</u> |  | |

X



École supérieure
du professorat
et de l'éducation
Académie de Grenoble



Année universitaire 2017-2018

Master 2 *Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation*
Mention Premier degré

Titre du mémoire : Les jeux d'échanges au CP : un levier mathématique dans la construction de la numération.

Auteur : Sarah PERISSAT.

Résumé : Face aux difficultés en mathématiques à l'école élémentaire, l'expérimentation est à développer. Les jeux d'échanges permettent d'enseigner la distinction entre valeur et quantité et d'amener les élèves à respecter une règle d'échange fixe. C'est l'objectif de la classe de CP, testée ici avec une séquence sur le jeu du banquier. L'autre objectif est de comparer deux jeux d'échanges pour comprendre leurs intérêts. Une autre classe a donc réalisé la séquence sur le jeu des maisons à construire. Il ressort que les jeux n'ont pas exactement les mêmes apports dans les apprentissages : l'un aide davantage à distinguer les notions de valeur et quantité, l'autre est plus tourné vers la compréhension des échanges.

Mots clés : Enseignement des mathématiques ; cycle 2 ; CP ; numération ; jeux d'échanges ; valeur ; quantité ; groupements et échanges.

Summary : To face the difficulties in mathematics at the elementary school, the experimentation has to be developed. The games of exchange allow to teach the distinction between value and quantity and to take the pupils to respect a fixed exchange rule. This is the aim of the CP class, tested here thanks to the unit based on the banker's game. An other objective is : to compare two games in order to understand their interests. So, a second class realized the same unit, with the game "houses to build". We noticed that the two games don't have exactly the same inputs. One game helps the pupils to distinguish the notions of value and quantity, the other is more focused on the comprehension of the exchanges.

Key words : Mathematics teaching ; cycle 2 ; CP ; numeration ; games of exchange ; value ; quantity ; associations and exchanges.