



HAL
open science

La mobilité du regard en géométrie au cycle 3

Christelle Sponem Grondin

► **To cite this version:**

Christelle Sponem Grondin. La mobilité du regard en géométrie au cycle 3. Education. 2020. dumas-03135616

HAL Id: dumas-03135616

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-03135616>

Submitted on 9 Feb 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Année universitaire 2019-2020

**Diplôme universitaire *Métiers de l'enseignement, de l'éducation
et de la formation***

Mention *Premier degré*

La mobilité du regard en géométrie Au cycle 3

Présenté par Madame Sponem épouse Grondin Christelle

Écrit scientifique réflexif encadré par Madame Guiol Daniela

Table des matières

1. Introduction	1
2. Etat de l'art	2
2.1 Qu'appelle-t-on géométrie ?	2
2.2 Pourquoi l'enseignement du thème « Espace et géométrie » à l'école ?	2
2.3 Les repères de progressivité du cycle 1 au cycle 4 en géométrie	3
2.3.1 Rappel des programmes de 2015 et des ajustements de 2018	3
2.3.2 Cycle 3 : Changement de paradigme	5
2.4 Les différents types de tâches en géométrie plane au cycle 3	6
2.5 Comment construire le sens d'un concept géométrique ?	6
2.5.1 Quelles sont les difficultés ?	6
2.5.2 Comment analyser une figure géométrique ?	7
2.5.3 Problématique	9
3. Quelles activités choisir pour développer la mobilité du regard porté sur les figures géométriques ?	10
3.1 Distinction entre dessin et figure	10
3.2 La restauration de figures	10
3.3 Les variables didactiques	11
3.4 L'institutionnalisation	12
4. Analyse de manuels scolaires	12
4.1 Les différents manuels	13
4.2 Analyse	13
4.2.1 Introduction des notions d'alignement, de droite et de point	13
4.2.2 Réinvestissement des notions de points et d'alignement	18
5. Des pistes pour une expérimentation en classe de CM1	22
5.1 Objectifs de la séquence	22
5.2 Déroulement	22

5.2.1 Séance diagnostique.....	22
5.2.2 L'alignement.....	24
5.2.3 Le point, comme intersection de droites	25
5.2.4 La restauration de figures.....	27
5.2.5 La séance d'évaluation.....	29
5.3 Activité complémentaire à la séquence : La géométrie flash	29
5. Conclusion.....	34
6. Bibliographie.....	35

1. Introduction

J'ai toujours aimé les mathématiques pour le côté rassurant de leur rigueur et de leur rationalité mais aussi et surtout, pour leur ouverture sur d'innombrables concepts expliquant le monde qui nous entoure.

À la découverte des sujets d'écrits scientifiques réflexifs, celui intitulé « La restauration de figures géométriques, un accompagnement vers un changement de regard » m'a beaucoup interpellé. En choisissant ce thème, je me suis trouvée confrontée à une dimension inconnue de la géométrie qui a généré en moi beaucoup d'interrogations. Et si la géométrie n'était pas ce que je croyais et son enseignement finalement une énigme ? Que suis-je en train d'enseigner aux élèves de CM1 dont j'ai la responsabilité dans ce domaine ? Est-ce que je les guide sur le chemin qui leur permettra d'acquérir des connaissances et compétences pour la compréhension de ce domaine ?

Les élèves de ma classe se sont montrés intéressés par la géométrie lorsqu'il s'agissait de reproduire des figures avec les instruments et ce encore plus lorsqu'elles étaient figuratives ou produisaient un effet artistique. Cependant, lorsque la géométrie est devenue l'étude de notions et concepts abstraits sur des objets idéaux, leur motivation a décliné. Ils étaient déstabilisés lorsque nous abordions des situations qui déconstruisaient en partie leurs conceptions rassurantes des figures.

Ce début d'expérience de Professeur des Écoles stagiaire ainsi que la richesse des textes scientifiques lus et l'accompagnement éclairé de mon maître de mémoire, m'ont fait également changer mon regard sur la géométrie et son enseignement. C'est donc en ce sens que j'ai construit une séquence intitulée « La mobilité du regard en géométrie » destinée à ma classe de CM1. Hélas, en raison de la crise sanitaire que nous traversons et du confinement, je n'ai pas pu réaliser ma séquence. Effectivement, j'ai dû arrêter après la séance diagnostique et les deux premières séances d'expérimentations. L'orientation de mon écrit s'est donc vue modifiée. En parallèle des pistes d'expérimentations que j'ai conçues, j'ai analysé des supports d'enseignement afin de voir s'ils proposaient des situations qui pouvaient permettre aux élèves d'acquérir cette mobilité du regard recherchée.

Ainsi, dans cet écrit, après une première partie consacrée à l'état de l'art, je présenterai des activités pour développer la mobilité du regard. Elles seront suivies de l'analyse des situations figurant dans les manuels et enfin, je terminerai par les pistes envisagées pour une expérimentation en classe de CM1.

2. État de l'art

2.1 Qu'appelle-t-on géométrie ?

Étymologiquement, la géométrie désigne la mesure de la terre. Elle serait née de la résolution de problèmes pratiques rencontrés dans le quotidien. Des textes anciens datant des civilisations Babylonienne et Égyptienne (2000 ans avant Jésus-Christ) expliquent l'utilisation de la géométrie pour mesurer des surfaces de champs ou pour la construction de monuments. Puis la civilisation grecque joue un rôle fondamental dans le développement des sciences, de nombreux mathématiciens et philosophes ont permis la découverte de théorèmes encore enseignés aujourd'hui où la déduction est le moyen de résolution du problème. Euclide, né en Égypte 300 ans environ avant Jésus-Christ participe à la création de manuscrits : « Les Éléments ». Il en écrit 13 qui traitent essentiellement des figures géométriques. Ses travaux ont servi de base pendant plus de 20 siècles, d'ailleurs les axiomes qu'il définit sont toujours enseignés. Au fil des siècles, d'autres savants développent les connaissances mathématiques.

Qu'en est-il de la géométrie aujourd'hui ? Selon Charnay et Douaire, « Longtemps définie, avec Euclide, comme la science des figures dans le plan et des volumes dans l'espace, la géométrie recouvre aujourd'hui un domaine beaucoup plus large et aux frontières moins bien définies (on peut développer des géométries à propos d'espaces très abstraits » (2006, p. 14). Toutefois, « [...] la géométrie part du monde sensible pour le constituer en monde géométrique, celui des points, des droites [...] » (Chevallard, 1991, cité par Charnay et Douaire, 2006, p.14). Effectivement, le monde sensible est bien le premier lieu d'expérimentation et de connaissance pour l'enfant. D'ailleurs selon Mangiante-Orsola et Perrin-Glorian, « l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie des figures d'Euclide, ce que l'on appelait géométrie synthétique au XIX ème siècle par opposition à l'analytique, vise plus que la résolution de problèmes de l'espace physique et leur modélisation. Cette géométrie a une grande valeur formative, d'une part à travers la lecture de figures qui est utile bien au-delà de la géométrie, d'autre part pour le développement du raisonnement » (2013, p. 59). Riches et empreints de toutes ces recherches, connaissances et réflexions, qu'en est-il de l'enseignement pour nos élèves ?

2.2 Pourquoi l'enseignement du thème « Espace et géométrie » à l'école ?

Les programmes élaborés par le Ministère de l'Éducation Nationale, de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche entrés en vigueur à la rentrée de septembre 2016 ainsi que les

ajustements 2018 concernant les cycles 2, 3 et 4 définissent les objectifs du domaine « Espace et géométrie ». Ils sont de différents ordres. Il s'agit pour les élèves d'acquérir des connaissances et des automatismes pour la suite de la scolarité mais également des connaissances et des compétences utiles pour la vie quotidienne et dans le milieu professionnel. Ce domaine permet de renforcer les aptitudes à raisonner des élèves ainsi que celles à argumenter en mathématiques mais aussi dans d'autres disciplines. Les programmes de 2018 insistent sur le rôle fondamental des problèmes. Ils favorisent le raisonnement ainsi que l'acquisition et le contrôle de connaissances dans des situations où il existe du sens. D'ailleurs selon Charnay, « L'apprentissage des mathématiques contribue de façon évidente au développement des capacités de raisonnement et de l'esprit de rigueur. On admet moins facilement que les mathématiques sont aussi affaire d'imagination et peuvent contribuer au développement de l'autonomie. C'est pourtant bien ce qui permet la confrontation à des problèmes- défis » (2018, p.22).

2.3 Les repères de progressivité du cycle 1 au cycle 4 en géométrie

2.3.1 Rappel des programmes de 2015 et des ajustements de 2018

2.3.1 Au cycle 1

« Très tôt, les jeunes enfants discernent intuitivement des formes (carré, triangle...) [...]. À l'école maternelle, ils construisent des connaissances et des repères sur quelques formes [...]. L'approche des formes planes, des objets de l'espace, des grandeurs, se fait par la manipulation et la coordination d'actions sur des objets. Cette approche est soutenue par le langage : il permet de décrire ces objets et ces actions et favorise l'identification de premières caractéristiques descriptives. Ces connaissances qui resteront limitées constituent une première approche de la géométrie et de la mesure qui seront enseignées aux cycles 2 et 3 ».

Les attendus du cycle 1 concernant la géométrie plane sont :

- Savoir nommer quelques formes planes (carré, triangle, cercle ou disque, rectangle) ;
- Reproduire, dessiner des formes planes.

2.3.2 Au cycle 2

« Les notions de géométrie plane et les connaissances sur les figures usuelles s'acquièrent à partir de résolution de problèmes (reproduction de figures, activités de tri et de classement, description de figures, reconnaissance de figures à partir de leur description, tracés en suivant un programme de construction simple). La reproduction de figures diverses, simples et

composées est une source importante de problèmes de géométrie dont on peut faire varier la difficulté en fonction des figures à reproduire et des instruments disponibles. Les concepts généraux de géométrie (droites, points, segments, angles droits) sont présentés à partir de tels problèmes. En géométrie comme ailleurs, il est particulièrement important que les professeurs utilisent un langage précis et adapté et introduisent le vocabulaire approprié au cours des manipulations et situations d'action où il prend sens pour les élèves, et que ceux-ci soient progressivement encouragés à l'utiliser ».

Les attendus de fin de cycle 2 sont :

- Reconnaitre, nommer, décrire, reproduire, construire quelques figures géométriques.
- Reconnaitre et utiliser les notions d'alignement, d'angle droit, d'égalité de longueurs, de milieu, de symétrie.

2.3.3 Au cycle 3

« À l'articulation de l'école primaire et du collège, le cycle 3 constitue une étape importante dans l'approche des concepts géométriques. Prolongeant le travail amorcé au cycle 2, les activités permettent aux élèves de passer progressivement d'une géométrie où les objets (le carré, la droite, le cube, etc.) et leurs propriétés sont contrôlés par la perception à une géométrie où ils le sont par le recours à des instruments, par l'explicitation de propriétés pour aller ensuite vers une géométrie dont la validation ne s'appuie que sur le raisonnement et l'argumentation. Différentes caractérisations d'un même objet ou d'une même notion s'enrichissant mutuellement permettent aux élèves de passer du regard ordinaire porté sur un dessin au regard géométrique porté sur une figure.

Les situations faisant appel à différents types de tâches (reconnaitre, nommer, comparer, vérifier, décrire, reproduire, représenter, construire) portant sur des objets géométriques, sont privilégiées afin de faire émerger des concepts géométriques (caractérisations et propriétés des objets, relations entre les objets) et de les enrichir. Un jeu sur les contraintes de la situation, sur les supports et les instruments mis à disposition des élèves, permet une évolution des procédures de traitement des problèmes et un enrichissement des connaissances.

Les professeurs veillent à utiliser un langage précis et adapté pour décrire les actions et les gestes réalisés par les élèves (pliages, tracés à main levée ou avec utilisation de gabarits et d'instruments usuels ou lors de l'utilisation de logiciels). Ceux-ci sont progressivement encouragés à utiliser ce langage ».

Les principaux attendus de fin de cycle 3 sont :

- Reconnaitre, nommer, décrire, reproduire, représenter, construire des figures et solides usuels.

-Reconnaitre et utiliser quelques relations géométriques (notions d'alignement, d'appartenance, de perpendicularité, de parallélisme, d'égalité de longueurs, d'égalité d'angle, de distance entre deux points, de symétrie, d'agrandissement et de réduction).

2.3.4 Au cycle 4

« Lors du cycle précédent, les élèves ont découvert différents objets géométriques, qui continuent à être rencontrés au cycle 4. Ils valident désormais par le raisonnement et la démonstration les propriétés qu'ils conjecturent. Les définitions et propriétés déjà vues au cycle 3 ainsi que les nouvelles propriétés introduites au cycle 4 (relations entre angles et parallélisme, somme des angles d'un triangle, inégalité triangulaire, caractérisation de la médiatrice, théorèmes de Thalès et de Pythagore) fournissent un éventail d'outils nourrissant la mise en œuvre d'un raisonnement ».

L'attendu de fin de cycle 4 concernant la géométrie plane est d'utiliser les notions de géométrie pour démontrer.

2.3.2 Cycle 3 : Changement de paradigme

Le cycle 3, est donc le cycle charnière entre l'école primaire et le collège, il l'est également dans l'approche des figures géométriques. Effectivement, c'est dans ces années que l'élève passe d'une approche perceptive des objets où la vérification se fait grâce aux instruments à une approche théorique où désormais l'utilisation des propriétés est de plus en plus la procédure demandée pour raisonner. Effectivement, les géométries I et II décrites par Houdement (2007) montrent les différences et la complémentarité de ces deux paradigmes. Ainsi elle explique les modes d'accès aux connaissances dans ces deux perceptions. Pour la géométrie I, ils « font appel à l'intuition [...], à l'expérience, notamment liée à des instruments [...], mais aussi au raisonnement » (2007, p.73)., tandis que dans la géométrie II, « le mode de production des connaissances [...] est le raisonnement hypothético-déductif » (2007, p.74). Cependant comme elle le souligne « L'enjeu fondamental pour l'enseignement est d'abord la prise de conscience par les enseignants de l'existence simultanée (et non chronologique) de ces deux paradigmes, de leurs caractéristiques et de leurs intérêts à chacun pour l'enseignement de la géométrie [...] » (2007, p.82).

Quels sont donc les étapes, appuis et difficultés de cet apprentissage dans le cycle des consolidations ?

2.4 Les différents types de tâches en géométrie plane au cycle 3

Les programmes du Ministère de l'Éducation Nationale (2018) invitent à proposer des tâches aux élèves afin de les amener à construire les concepts géométriques. Ces diverses tâches seront réalisées à des niveaux de compétences différents suivant les classes mais également en fonction du niveau de maîtrise de chaque élève.

Une des premières tâches est la reconnaissance. Il s'agit pour l'élève d'identifier une figure plane par la vision, par l'utilisation d'instruments ou à l'aide de propriétés. Ils doivent également savoir nommer la figure par un vocabulaire précis. Les affirmations avancées après analyse de la figure doivent être contrôlées grâce à l'utilisation d'un instrument ou des propriétés. Les élèves sont donc amenés à vérifier. Une autre tâche proposée est la description. Effectivement, l'élaboration d'un message clair et précis qui s'appuie sur les caractéristiques de la figure va permettre son identification ou sa reproduction. Les élèves seront également amenés à représenter une figure grâce à l'utilisation d'un codage. Enfin, ils pourront construire des figures à partir d'un programme de construction, une description, une figure à main levée. Ces différentes tâches seront proposées à l'élèves tout au long du cycle suivant une progression.

Comment le professeur des Écoles organise l'enseignement de ces diverses tâches pour optimiser l'apprentissage de l'élève et le guider vers l'acquisition des concepts géométriques ?

2.5 Comment construire le sens d'un concept géométrique ?

Nous avons précédemment détaillé les différentes tâches qui vont permettre à l'élève de comprendre les concepts géométriques décrits par le programme scolaire. Cependant ces étapes ne garantissent pas à l'élève la compréhension de ces concepts. Effectivement, Mangiante-Orsola et Perrin-Glorian soulignent ce problème, « Les propriétés d'incidence (intersection, appartenance d'un point à une droite...) qui sont des propriétés projectives sont essentielles et toute la géométrie s'appuie sur elles. Au collège, elles sont en général considérées comme déjà là ; or l'observation des élèves de 6^{ème} montre que ce n'est pas nécessairement le cas » (2013, p.59).

2.5.1 Quelles sont les difficultés ?

Comme l'indique les programmes, les premières expériences en géométrie à l'école maternelle se font par la manipulation d'objets. Les élèves classent, trient en fonction des caractéristiques liées à leur forme. Les faces des solides rencontrés permettent de nommer quelques figures

planes puis ils apprennent à les reproduire, en traçant leur contour par exemple. Il s'agit d'une approche concrète de l'espace. Les formes sont vues globalement. Cette vision dite « de surface » persiste au-delà de l'école maternelle, elle est utile mais elle doit évoluer au cycle 2 vers une décomposition des figures planes en éléments simples (côtés ; segments) et donc devenir une vision « ligne » de la figure. Puis avec les tâches proposées aux élèves, les connaissances des figures et des propriétés croissent, l'élève peut encore faire évoluer son regard vers une autre vision : la vision « point » qui devra être exploitée au cycle 3. Cependant, comme le pensent Duval et Godin (2005) dans la vie quotidienne il existe une prévalence de la reconnaissance des figures en 2 D, c'est-à-dire de la surface des formes géométriques plutôt que le réseau de droites et points qui les constituent. Une analyse autre de la figure doit être encouragée pour modifier ce regard. Effectivement, Godin et Duval expliquent cette évolution nécessaire, « Cela revient à dire qu'analyser une figure en fonction de la connaissance que l'on a des propriétés géométriques présuppose la déconstruction dimensionnelle des représentations visuelles que l'on veut articuler aux propriétés géométriques » (2005, p.11). Ce changement est long et dépend également des activités proposées aux élèves. Comme l'écrit Duval et Godin, « Le rapport des élèves aux figures est l'un des points clé de leur entrée dans la géométrie » (2005, p.7).

2.5.2 Comment analyser une figure géométrique ?

Il existe trois voies pour analyser une figure selon Duval et Godin (2005) : la perception des formes, la connaissance des propriétés géométriques et l'utilisation des instruments.

2.5.2.1 La perception

Lorsqu'on analyse un assemblage de formes 2D, celui-ci peut nous apparaître comme un assemblage par juxtaposition ou comme un assemblage par superposition.

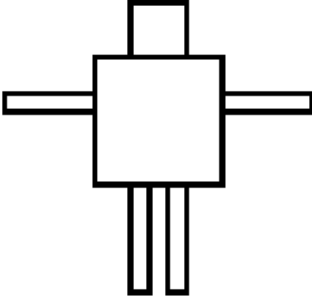
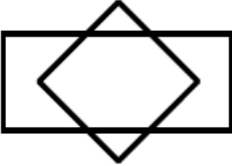
	
Assemblage par juxtaposition	Assemblage par superposition.

Tableau 1 : Deux types d'assemblage figural de formes 2D (Duval et Godin, 2005, p.9)

Pour passer d'une vision à l'autre, dans le cas de la première figure, il faut recourir à une activité graphique de prolongement des tracés. Dans le second cas, pour changer de vision, il faudra pratiquer un déplacement des différents gabarits.

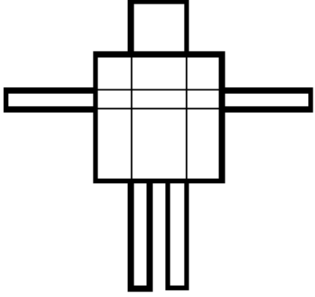
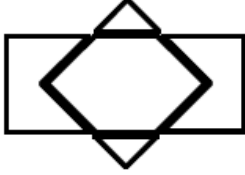
	
<p>Le prolongement des traits inverse un assemblage par juxtaposition en un assemblage par superposition</p>	<p>La décomposition en autant de formes que de contours fermés transforme un assemblage par superposition en un assemblage par juxtaposition</p>

Tableau 2 : Changement de regard et inversion du type d'assemblage (Duval et Godin, 2005, p.10).

Si comme l'écrivent Duval et Godin, dans les deux cas le regard identifie les formes 2 D, c'est-à-dire la vision « surface » alors comment l'enseignant peut-il guider le changement de regard de l'élève vers une analyse visuelle en termes d'assemblages de lignes (formes 1D) ? Nous verrons que l'activité de prolongement des tracés joue un rôle fondamental dans le passage à la vision « ligne ». Il est à noter également que l'aspect figuratif de la première figure peut composer un obstacle pour le passage à la vision « ligne ».

2.5.2.2 La connaissance des propriétés

Pour les élèves, il existe une véritable difficulté entre le traitement visuel de la figure représentée et le traitement cognitif des différentes informations données ou codées. Ceci nécessite une « déconstruction dimensionnelle des formes » selon Duval et Godin (2005, p.11).

2.5.2.3 Les instruments

Ils sont de deux sortes selon ces mêmes auteurs. Ceux qui permettent avec une manipulation d'objets matériels (pièces du tangram, pailles) de produire des formes en 2 D ou 1D et ceux, qui par la réalisation d'opérations de traçage graphique (gabarit, équerre, règle graduée ou non, compas) produisent également des formes 2D et 1D. Il existe un véritable saut cognitif pour passer de l'utilisation des premiers instruments aux seconds.

3. Quelles activités choisir pour développer la mobilité du regard porté sur les figures géométriques ?

3.1 Distinction entre dessin et figure

Comme le précise Douaire et Charnay, « La figure ne doit pas être confondue avec sa représentation qui peut être un dessin dans l'espace graphique, mais également un objet de l'espace sensible (maquette) » (2006, p 50). Effectivement, le dessin est la trace laissée par un outil dans un espace graphique tandis que la figure est un objet idéal qui n'existe pas dans la nature, c'est une conception de l'esprit.

3.2 La restauration de figures

Nous avons vu que suivant l'instrument utilisé l'analyse de la figure ne sera pas la même. Les connaissances mobilisées sur les figures, les propriétés identifiées seront différentes. L'utilisation de différents instruments joue donc le rôle de variable didactique. En cycle 3, nous recherchons le passage de la vision « ligne » à une vision « point ». Les situations, les instruments qui seront proposés aux élèves devront donc être pertinents dans ce sens. Bien sûr au préalable, il faut s'assurer que l'élève en est à ce stade de compétence. Il est donc nécessaire de présenter les différentes situations de façon progressive.

Pour cela, nous allons nous intéresser à une démarche réalisée en 2007 par Keskessa, Perrin-Glorian et Delplace. Elle vise à élaborer des situations qui favorisent la mobilité du regard sur les figures géométriques. Dans ce travail, ce sont les notions d'alignement, de droite et de point comme intersection de droites qui sont développées.

Cette expérimentation se déroule dans une classe de CM1 où les élèves n'ont pas l'habitude de travailler de cette façon.

« La tâche considérée sera la suivante [...] : La figure 1 et une de ses parties, la figure 2, étant fournies sur papier uni, il s'agit de compléter la figure 2 par des tracés pour obtenir une figure identique à la figure 1, ce qui pourra être contrôlé par un calque. La figure 1 reste toujours disponible » (2007, p.38).

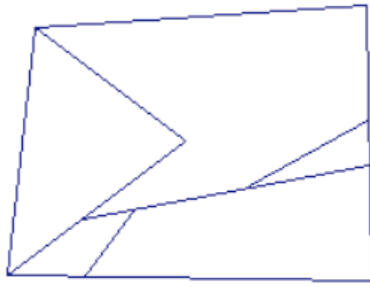


Figure 1



Figure 2

(Les figures sont issues de l'article de Keskesa, Glorian et Delplace, 2007, p.38 et 39)

L'objectif de cette situation est d'amener les élèves à repérer les alignements (figure 3) pour reproduire la figure 1, l'instrument imposé est la règle non graduée. Cependant, une bande de papier est autorisée pour le report de longueurs. Dans ce premier exercice, le nombre de reports n'est pas limité. Il est également précisé aux élèves qu'ils peuvent écrire sur le modèle.

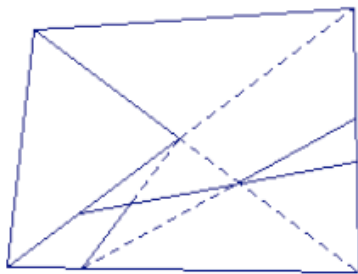


Figure 3

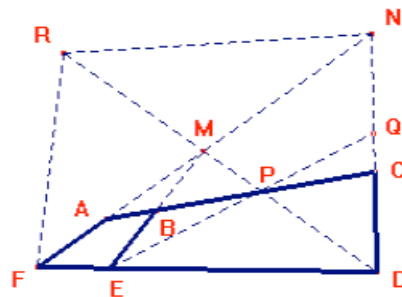


figure 4

Des phases collectives sont prévues dans le but de débloquent certains élèves qui ne considèrent possible la reproduction de figures seulement à partir de ses côtés, mais elles ne donnent pas la solution. Puis la situation évolue, désormais les élèves doivent reproduire la figure avec la même amorce mais avec un seul report. Ce changement de consigne induit une analyse différente de la figure et la recherche de prolongements de droites, d'intersections de droites et d'alignements de points (figure 4). Ces élèves seront également invités à reproduire cette figure 1 avec des amorces différentes.

3.3 Les variables didactiques

Les variables didactiques permettent d'adapter la situation en fonction du niveau de compétences des élèves mais également en fonction de l'objectif de la tâche et des notions à aborder. Elles sont nombreuses comme le choix de la figure de départ, sa taille, sa position,

l'amorce donnée (figures 2, 5, 6 et 7), les contraintes (nombre reports ou l'absence de report), les instruments utilisés (avec un système de bonus/malus) et le support (uni, quadrillé) mis à disposition de l'élève.

Voici d'autres amorces qui peuvent être proposées pour la restauration de la figure 1 :

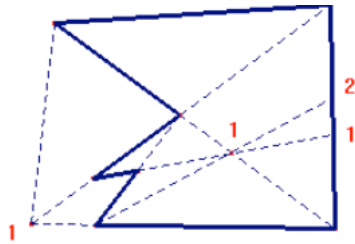


Figure 5

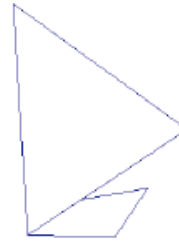


Figure 6

3.4 L'institutionnalisation

Les élèves ont besoin d'écrits de référence (affiches dans la classe et leçons individuelles) auxquels ils pourront se référer régulièrement. Comme le précise une note du MENESR, ces écrits « sont indispensables à la construction d'automatismes et à la résolution de problèmes » (2018, p.7). De ces activités de restauration de figures réalisées en CM1, les élèves pourront retenir que pour reproduire une figure, ils ont besoin de tracer des points et de lignes droites qui ne sont pas nécessairement visibles sur la figure, d'où l'importance de rechercher des alignements. Ils comprendront également la définition de certaines notions complexes comme celle du point : comme étant l'intersection de deux droites mais également que le segment est porté par une droite et que deux points sont suffisants et nécessaires pour tracer une droite. Ces explications collectives sont importantes pour que les élèves fassent du lien entre les connaissances, les propriétés et puissent ainsi changer leur vision.

L'institutionnalisation, avec l'emploi d'un vocabulaire précis est primordiale pour la compréhension. Effectivement, comme l'expliquent Charnay et Douaire « les mots sont porteurs d'un pouvoir de généralisation et d'abstraction qui aide grandement à la conceptualisation » (2006, p.40).

4. Analyse de manuels scolaires

Après avoir étudié les différents enjeux et buts de la géométrie au cycle 3 en conformité avec les textes institutionnels et les résultats des recherches scientifiques, les questions sont de

savoir : Comment l'enseigner dans ma classe ? Quels supports choisir ? Quelle progressivité adopter ? Pour cela, j'ai procédé à l'analyse de différents manuels afin de savoir lesquels offraient des situations favorisant la mobilité du regard de l'élève.

4.1 Les différents manuels

J'ai ainsi décidé de m'intéresser à deux manuels qui étaient présents dans ma classe : « Maths Explicites » et « À portée de Maths » datant les deux de 2016. Le troisième est un manuel conseillé par nos professeurs de mathématiques à l'INSPE, il s'agit du manuel « Cap Maths » édition de 2016.

4.2 Analyse

Ces trois manuels n'ont pas la même approche. Les deux premiers, « Maths explicites » et « À portée de Maths » fonctionnent de façon plus classique. Les chapitres correspondent en général aux tâches géométriques décrites par les programmes en commençant par la reconnaissance et désignation. Tandis que « Cap Maths », dès le premier chapitre de géométrie, choisit de confronter les élèves à des problèmes de restauration de figures.

Les données de ces manuels sont riches et nombreuses. Aussi, j'ai procédé à un triage et à un classement de celles-ci en fonction des notions qui nous intéressaient pour le travail de recherche sur la mobilité du regard. Je les ai donc analysés selon deux critères, d'une part l'introduction des notions de point, de droite et d'alignement et d'autre part au regard de leur réinvestissement.

4.2.1 Introduction des notions d'alignement, de droite et de point

4.2.1.1 L'alignement

Dès l'unité 1 du manuel « Cap maths », l'élève est encouragé à analyser une figure afin de la restaurer. Cette situation peut être compliquée car c'est une véritable situation de recherche lui posant un problème. Pour le résoudre, il doit observer, analyser la figure et raisonner sur les tâches à réaliser pour parvenir à restaurer cette figure. Les figures et les amorces proposées encouragent l'élève à prolonger les segments et à tracer des droites pour visualiser des alignements de points nécessaires à la restauration de la figure. Ces activités contribuent à favoriser la mobilité du regard de l'élève. Les exercices proposés par « Cap maths » se trouvent dans le tableau ci-dessous.

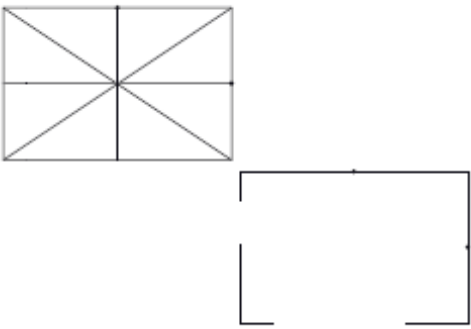
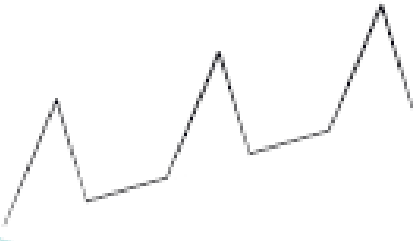
Termine la reproduction en utilisant seulement la règle mais sans mesurer	Continue cette frise en utilisant seulement la règle. Tu peux mesurer.
	
<p>Dans cet exemple, le regard passe de l'analyse d'une figure en 2D (rectangle) à un réseau de lignes et de points (diagonales, sommets, centre du rectangle).</p>	<p>Ici, le regard travaille sur les lignes et les points. L'enseignant accompagne l'élève dans la recherche d'alignement de plusieurs points. Sur la figure les « sommets » sont des points alignés, il y a également différents segments dont les points sont tous alignés. La droite apparaît comme support de segments et de points alignés.</p>

Tableau 4 : Activités proposées par « Cap Maths » dans l'unité 1.

Il est montré à l'élève que l'on peut utiliser la règle pour joindre deux points ou pour prolonger un trait. Mais aussi le fait que par deux points passe une seule droite qui contient tous les points alignés avec ces deux points et qu'un point est l'intersection de deux droites.

Cependant, nous pouvons nous interroger sur le fait qu'il n'y ait que deux situations. Le processus de ce changement de regard est long. De plus, aucun rappel sur les définitions du vocabulaire géométrique n'est fait. Est-ce à la portée de tous les élèves, surtout sans trace écrite des procédures réalisées ? La notion d'alignement est reprise dans ce manuel, plus loin, dans les unités 4 et 5 qui traitent de la reproduction de figures.

Le manuel « Maths Explicites » décide, lui, de commencer par les définitions du vocabulaire géométrique : droite, segment, point et points alignés. Puis les élèves s'entraînent à repérer et à placer des points alignés avec la règle, d'abord collectivement au tableau puis individuellement avec des exercices progressifs. La progressivité des exercices de ce manuel est présentée dans le tableau qui suit.

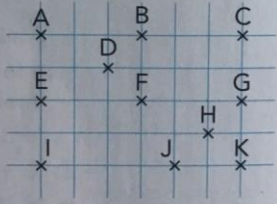
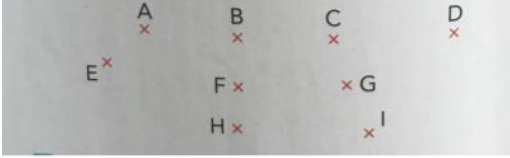
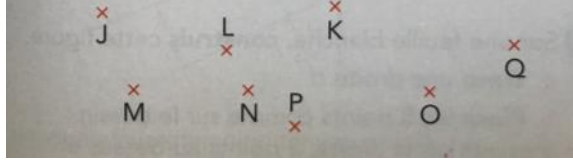
<p>5 a. Nomme des points alignés sur ce quadrillage. Les points A, B et C sont alignés.</p> 	<p>La visualisation de l'alignement des points est facilitée par la présence du quadrillage. Cependant nous pouvons constater que les points qui sont alignés comme A, B et C sont souvent équidistants. Ceci peut-il engendrer chez l'élève une mauvaise interprétation de la notion d'alignement ? Je soulignerai également cette interrogation dans la séquence que je présente.</p>
<p>6 a. Nomme 2 points qui ne sont pas alignés avec B et C et 2 points qui ne sont pas alignés avec D et G. b. Utilise ta règle et nomme un point aligné avec B et C et un point aligné avec D et G.</p> 	<p>9 * Indique si les points suivants sont alignés.</p> <p>a. J, K, L c. O, P, Q e. K, L, M b. M, N, O d. L, N, P f. J, L, O</p> 
<p>La situation évolue, il n'y a plus de quadrillage. Les élèves sont encouragés à utiliser la règle pour vérifier l'alignement.</p>	<p>Dans un premier temps l'élève identifie l'alignement perceptivement puis en utilisant une règle. L'outil de validation sera la règle. Pour chaque triplet de points alignés, le PE peut demander dans un deuxième temps de tracer la droite qui passe par les triplets de points alignés.</p>

Tableau 5 : Progressivité des exercices sur l'alignement du manuel « Maths Explicites ».

Pour faire la synthèse sur la notion de points alignés, le manuel propose des exemples de points alignés mais aussi des points non alignés.

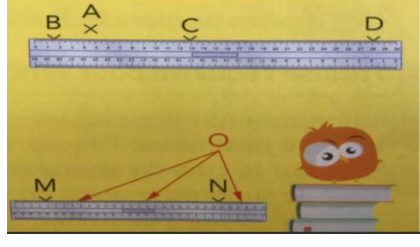
	<p>La stratégie est présentée aux élèves : « Pour vérifier que 3 points sont alignés, on pose la règle sur deux points et on vérifie si le 3^{ème} est situé le long de la règle ».</p> <p>Par contre on remarque que le manuel a choisi de présenter seulement des alignements sur l'horizontale.</p>
---	--

Tableau 6 : Institutionnalisation concernant l'alignement dans le manuel « Maths Explicites ».

Enfin, le livre « À portée de maths », après une activité de recherche sur le tracé de droites et de segments, définit aussi le vocabulaire géométrique (point, droite, segment de droite). L'attention est portée sur la diversité de dénomination de la droite et des segments. Les différentes dénominations de la droite peuvent être assez complexes pour l'élève (voir exemple ci-dessous).

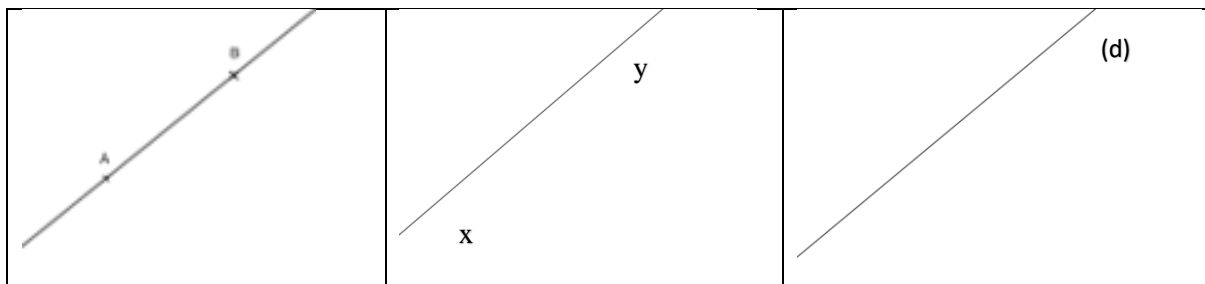


Tableau 7 : Les différentes dénominations de la droite.

Autant il est pertinent de montrer à l'élève qu'une même droite peut s'appeler (AB) ou (BA), car c'est la droite qui passe par les points A et B, autant l'appellation (xy) peut être difficilement compréhensible. Que sont x et y, des points ? Des droites ? La distinction entre droite, segment de droite est déjà complexe donc ceci peut être source de difficulté pour l'élève. Par contre, la dénomination segment de droite, lorsqu'il mentionne un segment, peut être judicieuse pour porter l'attention de l'élève sur le fait qu'un segment est porté par une droite. Certains exercices encouragent le prolongement de tracés pour vérifier l'appartenance et l'alignement de points (tableau ci-dessous).

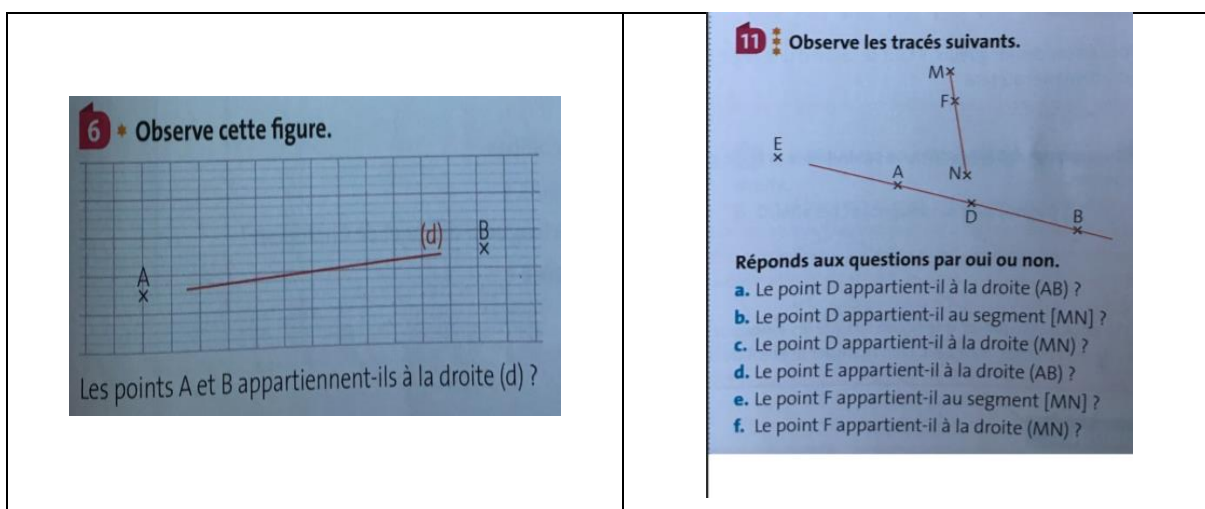


Tableau 8 : Exercices du manuel « À portée de maths » encourageant le prolongement des tracés.

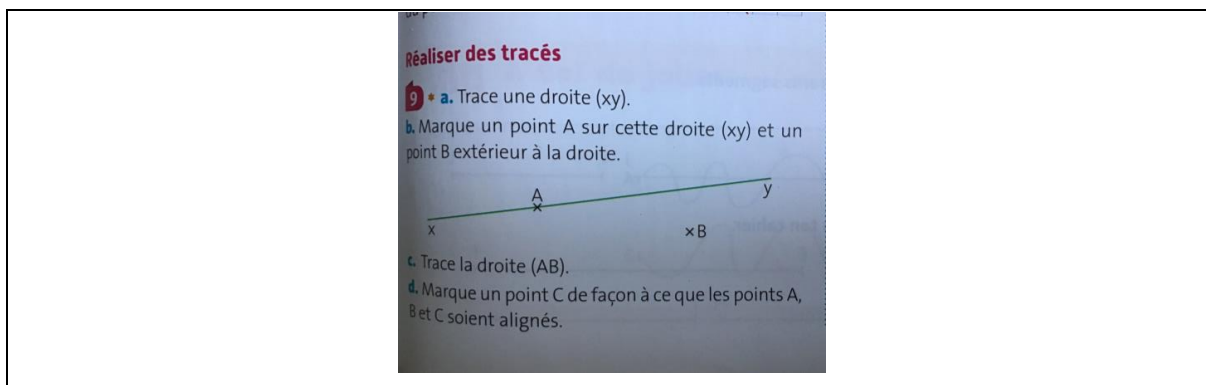


Tableau 9 : Exercice du manuel « À portée de maths » sur le placement d'un point aligné avec d'autres.

Dans Cap Maths l'alignement est un outil de résolution alors que dans les deux autres manuels, l'alignement est un objet d'étude.

4.2.1.2 Le point

Le manuel « À portée de Maths » définit le point comme l'élément le plus simple de la géométrie. Est-ce le cas ? C'est effectivement le plus petit élément mais est-ce vraiment le plus simple à visualiser et surtout à comprendre ? Il est abordé en le faisant correspondre à une étoile dans le ciel et est dessiné dans le manuel sous forme d'une croix formé de deux petites lignes comme doit l'indiquer l'enseignant. L'enfant voit-il des croix dans le ciel lorsqu'il regarde les étoiles ? Nous sommes ici, déjà dans la conceptualisation de la notion de point, l'abstraction est encore compliquée pour un élève de CM1. L'institutionnalisation ainsi que les exercices d'entraînement qui font suite permettront d'appréhender le point comme l'intersection de deux droites. Mais l'enfant ne doit pas ici rechercher leur construction mais seulement les reconnaître.

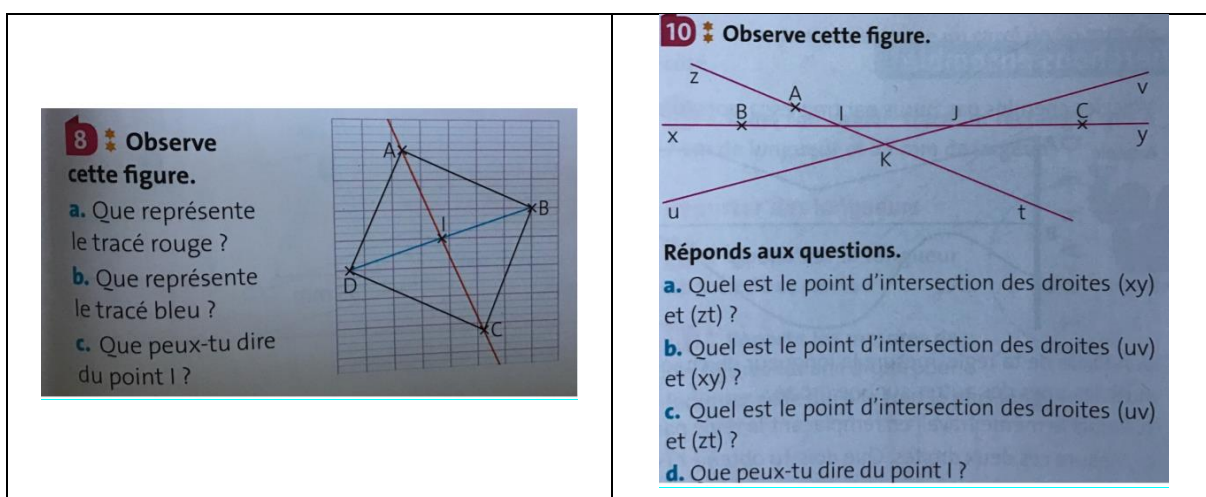
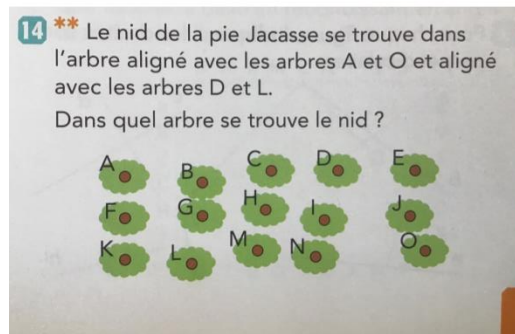


Tableau 10 : Exercices du manuel « À portée de maths » sur le point.

Dans le manuel de « Maths explicites », un exercice proposé dans le cadre de la différenciation, permet de mettre en évidence un point créé grâce à l'intersection de deux droites.



Cependant ceci n'est pas repris dans la définition du point qui est donné par ce manuel. Il est rappelé que le point est le plus petit élément en géométrie et qu'il est déterminé par sa dénomination (lettre majuscule) et par sa représentation (une croix s'il est isolé et un trait s'il est sur une droite) mais non par sa constitution (intersection de deux droites).

Ces différents travaux sur la notion de point permettent-ils aux élèves de mettre en relation l'objet point avec les réseaux de droites sous-jacents ou est-il un objet qui se superpose à la droite, au segment ? Permettent-ils d'orienter le regard de l'enfant vers les visions « ligne » et « point » ?

4.2.2 Réinvestissement des notions de point et d'alignement

Ces notions sont réinvesties dans la réalisation de diverses tâches comme la description et la reproduction de figures. Ces exercices de description de figures complexes permettent de réinvestir les connaissances acquises ultérieurement sur les figures planes par les élèves et d'utiliser un vocabulaire géométrique précis. Ils doivent observer, analyser la figure c'est-à-dire reconnaître les figures simples qui la composent et enfin la décrire en mobilisant le vocabulaire. Le travail en binôme est très intéressant puisqu'il permet d'améliorer la précision du vocabulaire géométrique utilisé par l'élève pour que son message soit compréhensible par l'autre. Cependant dans le manuel « Maths Explicites », les reproductions de figures proposées restent des constructions à partir de figures simples définies à l'intérieur desquelles d'autres éléments sont inscrits. Mais elles n'incitent pas à la recherche de certaines propriétés comme l'alignement qui favorise le changement de regard.

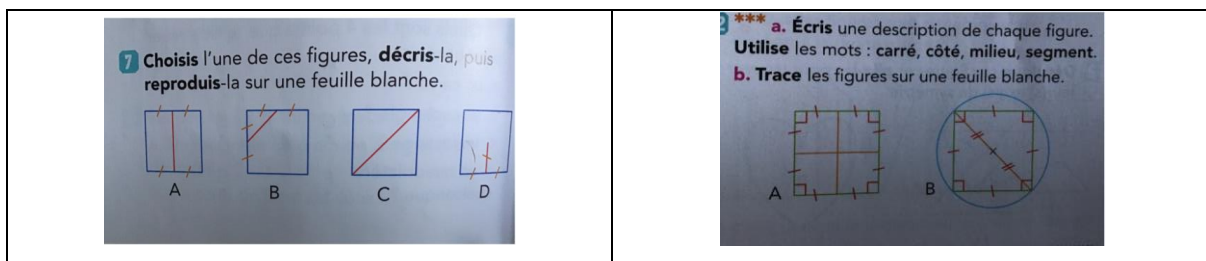


Tableau 11 : Exercices de reproduction de figures du manuel « Maths Explicites ».

Des points sont placés mais il s'agit beaucoup de milieux de segment. Ces situations n'encouragent pas les prolongements et la recherche d'alignements.

Dans le manuel « À portée de Maths », un chapitre est consacré à la description de figures en insistant sur l'importance d'énoncer les propriétés des figures et pour se faire, la nécessité d'utiliser un vocabulaire géométrique précis. Dans certains exercices, il est demandé aux élèves de reproduire la figure. Cependant comme dans le manuel précédent, l'alignement n'est pas utilisé pour construire des points afin de reproduire les figures.

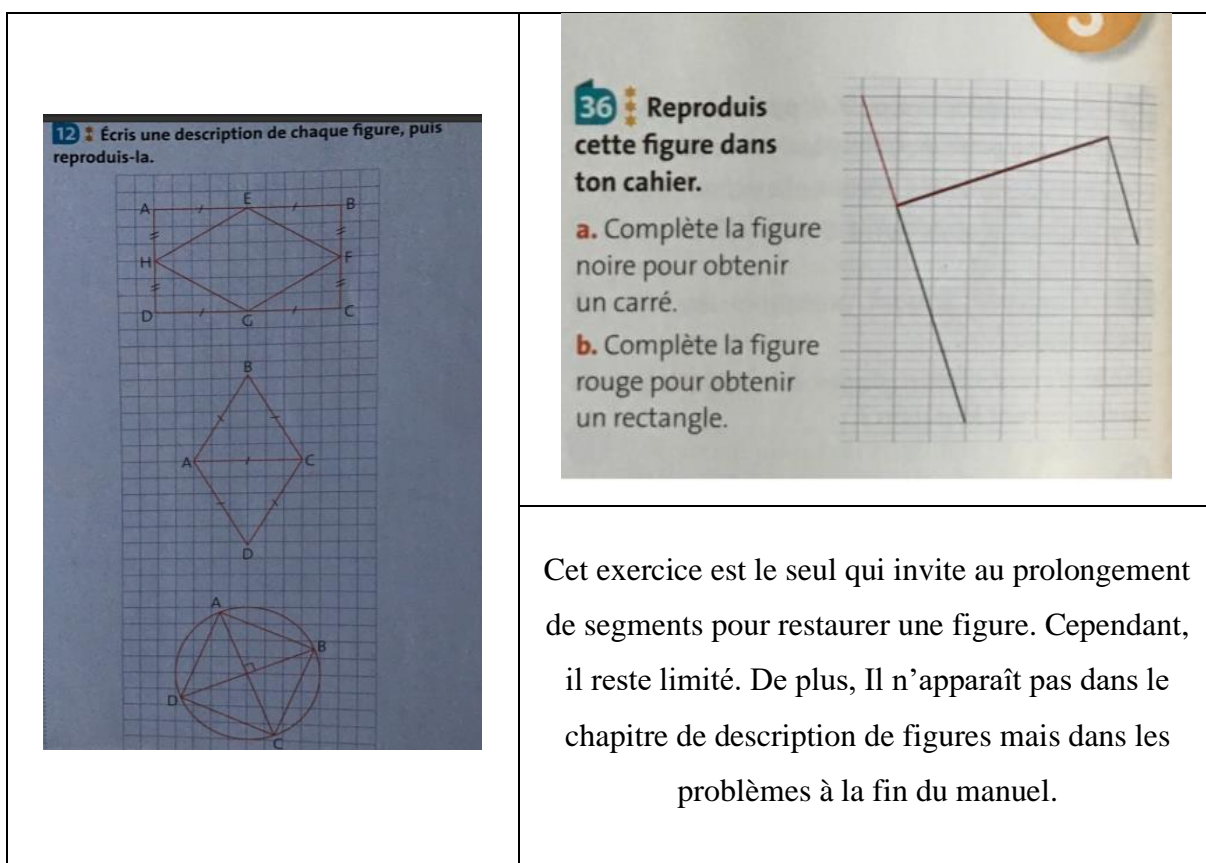
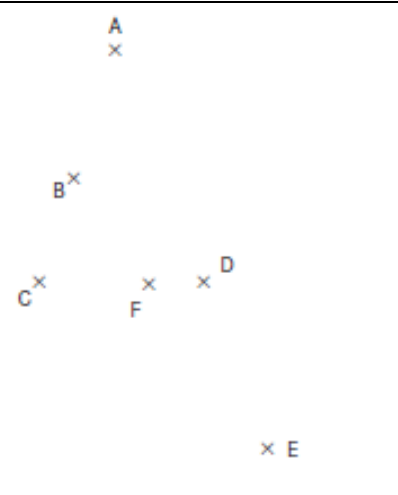
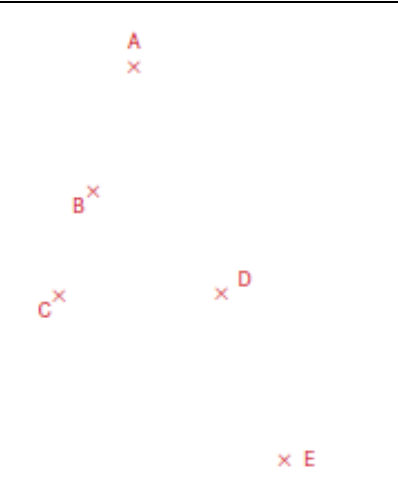
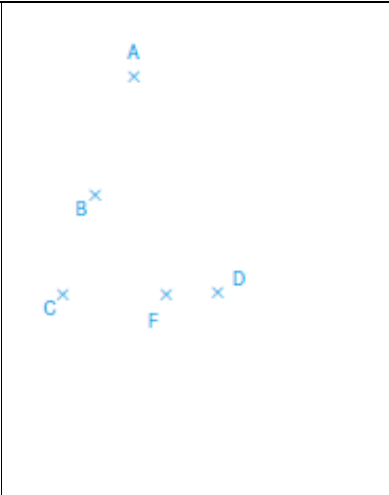


Tableau 12 : Exercices concernant la reproduction et la restauration de figures du manuel « À portée de Maths ».

Ces deux manuels donnent beaucoup de situations de description qui permettent à l'élève d'analyser les figures. Cependant, la façon dont elles sont traitées ne favorise pas la déconstruction des figures nécessaire au changement de regard de l'élève.

Le manuel « Cap Maths » n'a pas de chapitre dédié uniquement à la description de figure. Les activités demandées aux élèves sont des reproductions de figures. Mais ces reproductions nécessitent bien sûr une analyse de la figure que l'on retrouve dans la description de figures. Ce manuel encourage les élèves à prendre des informations sur la figure en ajoutant des tracés qui facilitent la vision d'autres figures ou de propriétés non visibles par la seule observation. Ainsi, les élèves sont encouragés à cette pratique dans les exercices d'entraînement mais également dans une phase de révision plus loin dans l'année. Lors de cette révision, la propriété d'alignement est à nouveau travaillée. Elle apparaît comme étant une façon efficace de restaurer des figures en mettant en évidence l'existence de points ou de segments qui permettent la restauration ou la reproduction de figures. Les tableaux ci-dessous illustrent les situations proposées par ce manuel.

Reproduction de figures		
<p>Consigne : Les figures 2 et 3 sont des reproductions de la figure 1, mais sur chaque figure il manque un point. Place-le avec précision.</p> <p>Matériel utilisé : la règle non graduée</p>		
 <p>Figure 1</p>	 <p>Figure 2</p>	 <p>Figure 3</p>

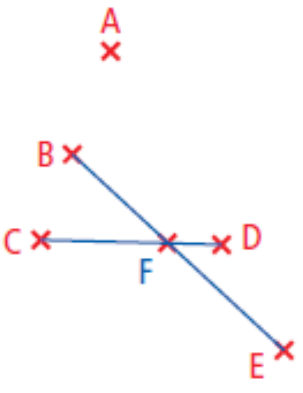
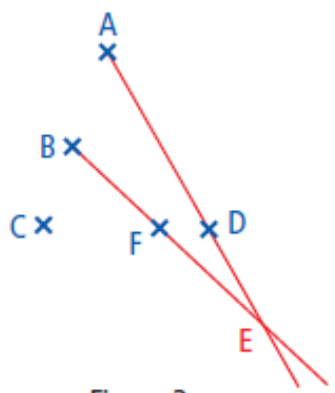
Procédures attendues	 <p style="text-align: center;">Figure 2</p>	 <p style="text-align: center;">Figure 3</p>
<p>Les situations sont progressives. Le point E qui se situe à l'extérieur des segments est plus difficile à trouver que le point F. Il oblige l'élève à « sortir » des segments, à prolonger les segments en droites.</p>		

Tableau 13 : Situations concernant la reproduction de figures du manuel « Cap Maths ».

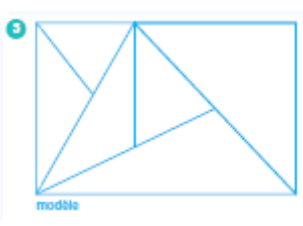
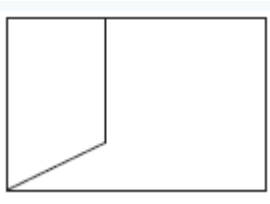
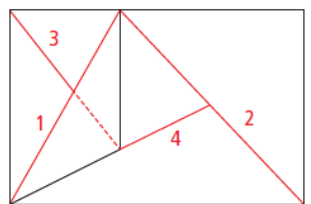
Restauration de figure :		
Consigne : Reproduis le modèle à partir de l'amorce en utilisant la règle		
Objectifs : Repérer des alignements et utiliser l'alignement pour compléter une figure.		
Matériel : la règle non graduée		
	<p style="text-align: center;">Amorce</p> 	<p style="text-align: center;">Procédure attendue</p> 

Tableau 14 : Situation concernant la restauration de figures du manuel « Cap Maths ».

Là encore, la situation encourage l'élève à prolonger les segments pour rechercher des points utiles à la restauration de la figure.

Ce manuel entraîne également l'élève à changer son regard sur la figure en tournant la feuille ou la tête (regarder cette même figure autrement).

Ces trois manuels se rejoignent sur la nécessité de connaître les propriétés géométriques, d'utiliser un vocabulaire précis, d'analyser les figures et de savoir utiliser les instruments afin

de reproduire, restaurer et de construire des figures. Ils diffèrent cependant dans la façon d'exploiter ces diverses compétences et connaissances et dans les tâches demandées aux élèves. « Maths Explicites » et « À portée de Maths » fonctionnent de façon cloisonnée entre chaque chapitre et donc chaque tâche géométrique. Les situations proposées traitent de l'alignement, des droites, des points mais sans les utiliser pour favoriser la déconstruction des figures en réseaux de droites et de points. Par contre, leurs exercices d'application et d'entraînement que j'ai présenté peuvent enrichir les situations en géométrie flash. Un seul ouvrage, « Cap Maths » encourage cette déconstruction afin de rechercher la vision « point » et donc de favoriser la mobilité du regard.

5. Des pistes pour une expérimentation en classe de CM1

J'ai réalisé une séquence qui a pour but la mobilité du regard de l'élève en géométrie afin de construire et consolider les notions géométriques de point, d'alignement et de droite. Au vu des lectures des recherches scientifiques, de l'analyse des manuels et des préconisations institutionnelles, j'ai décidé de faire acquérir ces notions en m'appuyant sur la restauration de figures. La révision du vocabulaire géométrique, l'étude de figures planes ont été réalisées en amont (carré, rectangle, cercle, triangle) ainsi que la notion de perpendicularité.

5.1 Objectifs de la séquence

Les objectifs de la séquence sont multiples ; il s'agit pour les élèves de :

- comprendre différents concepts : l'alignement, le point, la droite ;
- réaliser diverses tâches : nommer, reconnaître, décrire, reproduire, vérifier ;
- utiliser un vocabulaire spécifique.

5.2 Déroulement

La séquence se déroule en 9 séances en commençant par une séance diagnostique et elle se termine par une séance d'évaluation.

5.2.1 Séance diagnostique

Cette séance a permis de faire l'état des lieux sur les conceptions des notions de points, de droite et d'alignement des élèves. Ces notions ont déjà été vues au cycle 2. Après, un rappel oral par les élèves de la définition de points alignés, deux exercices ont été proposés. Un premier invitait

les élèves à repérer quatre points alignés et tracer la droite qui passe par ceux-ci. Les points étaient représentés par des croix.

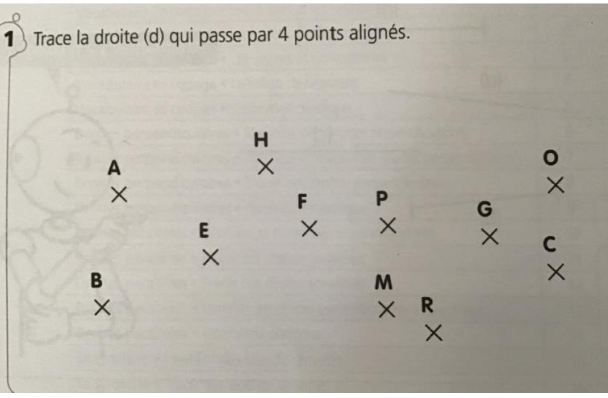
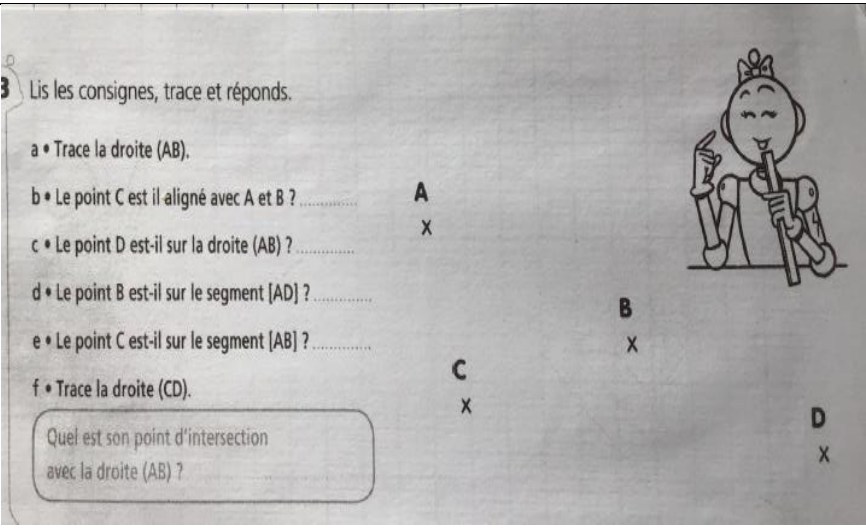
<p>Exercice 1</p>	 <p>1 Trace la droite (d) qui passe par 4 points alignés.</p> <p>A X B X E X H X F X P X M X R X G X O X C X</p>
<p>Exercice 2</p>	 <p>3 Lis les consignes, trace et réponds.</p> <p>a • Trace la droite (AB).</p> <p>b • Le point C est-il aligné avec A et B ?</p> <p>c • Le point D est-il sur la droite (AB) ?</p> <p>d • Le point B est-il sur le segment [AD] ?</p> <p>e • Le point C est-il sur le segment [AB] ?</p> <p>f • Trace la droite (CD).</p> <p>Quel est son point d'intersection avec la droite (AB) ?</p> <p>A X B X C X D X</p>

Tableau 15 : Exercices proposés dans la séance diagnostique.

Concernant l'exercice 1, plusieurs difficultés sont apparues. Beaucoup d'élèves pensaient l'exercice réussi si la droite passait approximativement par quatre points. Effectivement, la droite qu'ils avaient tracée ne passait pas forcément par le centre de la croix représentant le point mais elle touchait soit une partie de la croix, soit elle passait sur la lettre désignant le point. De plus pour quelques élèves, une minorité, la droite tracée pouvait être une ligne brisée portant les quatre points.

Le deuxième exercice permettait de considérer l'appartenance d'un point à une droite et à un segment. Ceci a permis de mettre en évidence la difficulté pour la majeure partie des élèves à prolonger leurs tracés lorsqu'il s'agissait de tracer des droites. Effectivement, lorsque je leur ai demandé de tracer une droite (AB), dans la plupart des cas les élèves ont tracé le segment [AB]. De ce fait, lorsqu'il a été demandé aux élèves si un point appartenait à la droite (AB) mais que celui-ci n'appartenait pas au segment [AB], leur réponse était négative pour la grande majorité. Les élèves ne pensaient pas à prolonger le segment [AB] ou la droite (AB) pour voir si le point

D appartenait à la droite (AB). Certains élèves étaient même très vigilants au fait que la droite (AB) qu'ils avaient tracée n'atteigne pas le point D. Un autre problème est soulevé. Est-ce que la droite (AB) est toujours la droite (AB) si elle passe par le point D ? Une discussion est alors commencée, avec un exemple au tableau, sur les différentes dénominations de la même droite. Effectivement, cette droite peut s'appeler (AB), (AD) mais aussi (BD) car elle passe par tous ces points.

Les élèves sont également déroutés par la question concernant le point d'intersection car ils ne connaissent pas ce terme. Je le définis comme un point où deux droites se croisent, se coupent et je leur montre en même temps. Ils répondent ensuite qu'il s'agit du point D.

Cette séance m'a fait orienter la suite de mon enseignement vers une approche de l'alignement en utilisant d'abord la manipulation d'objet dans le méso-espace.

5.2.2 L'alignement

L'objectif de ces deux séances était de comprendre la notion d'alignement. Les élèves ont donc manipulé des objets de visée dans un premier temps pour aligner trois camarades et ainsi valider le fait que lorsque trois personnes sont alignées et lorsque nous regardons dans l'axe de l'alignement nous ne voyons qu'une seule personne. Il est à noter, cependant que les élèves ont déjà utilisé l'objet de visée comme un instrument de mesure pour placer les élèves à distance égale entre eux. L'égalité de longueur entre les élèves leur semblait importante pour vérifier l'alignement des élèves. Lors de la mise en commun des procédures, une situation avec des élèves qui n'étaient pas à égale distance a permis de constater que l'écart entre les différentes personnes n'influe pas sur l'alignement.

Ensuite, ils ont constaté que si trois élèves étaient alignés, ils pouvaient tendre une ficelle qui passait entre eux. Puis la classe a été remise en grand groupe et j'ai placé un élève éloigné du groupe d'élèves alignés. Cette fois-ci les élèves devaient prolonger leur ficelle au-delà de leur groupe jusqu'à l'élève éloigné pour prouver qu'il était bien aligné avec eux.

Une institutionnalisation, sous forme d'affiche puis de leçon individuelle, a été créée avec les élèves en indiquant par écrit et en photo leurs expérimentations et constatations.

Lors de la séance suivante, la manipulation s'est faite grâce à des jetons, qui remplaçaient les élèves, sur une feuille. Cette fois-ci, le but était d'aligner ces trois jetons. Les élèves réinvestissaient les procédures vues antérieurement et ont réalisé assez facilement la tâche. Certaines difficultés ont persisté lorsque la situation a évolué et qu'un quatrième jeton a été placé au hasard par un membre d'une autre équipe. Certains élèves voulaient obligatoirement

faire passer la ficelle par les quatre points même s'ils n'étaient pas alignés et réalisaient une ligne courbe avec la ficelle plutôt qu'une ligne droite avec la ficelle tendue. Effectivement, pour certains, il existe une confusion entre la ligne courbe et la ligne droite mais un rappel à la précédente trace écrite a levé l'ambiguïté. Les élèves ont rapidement prouvé l'alignement des jetons en utilisant le bord de leur règle. Par contre, là encore certains élèves veillent à ce que les jetons soient à égale distance. Cette persistance de conception pose question.

Est-ce la fréquentation antérieure de figures avec des points équidistants qui favorise cette conception ? Je veillerai dans la suite de la séquence à proposer des situations où les points ne sont pas dans des configurations particulières et figées qui pourraient induire des conceptions erronées.

Puis, le passage au micro-espace avec le crayon et le papier s'est fait facilement. Les élèves ont dessiné trois points alignés et ont tracé une droite passant par ces trois points pour le prouver.

L'institutionnalisation s'est faite sur le même principe que précédemment en précisant que deux points sont toujours alignés ; que tous les points alignés avec deux points A et B passent par la droite qui passe par A et B et que cette droite se désigne (AB). Je précise également que pour placer d'autres points alignés avec les points A et B, je peux prolonger la droite (AB).

Cependant, un questionnement demeure quant à la conception de la notion du point. Lorsqu'il a été demandé aux élèves de placer trois points sur la feuille, certains ont dessiné des points comme des points à la fin d'une phrase malgré le fait que depuis le début de l'année nous travaillons avec la représentation « croix ». Que représente donc cette notion de point pour eux ? Pour préciser ceci, la séance suivante est consacrée à cette notion de point.

5.2.3 Le point, comme intersection de droites

Le point même s'il paraît être la notion la plus simple de la géométrie puisqu'il est l'élément le plus petit est une notion très complexe. Comment amener les élèves à le voir comme l'intersection de droites ? Dans la situation proposée, il s'agit de représenter des trajets par des segments sur une carte de France et de les prolonger afin de constater que leur intersection est le point d'intersection de ces trajets.

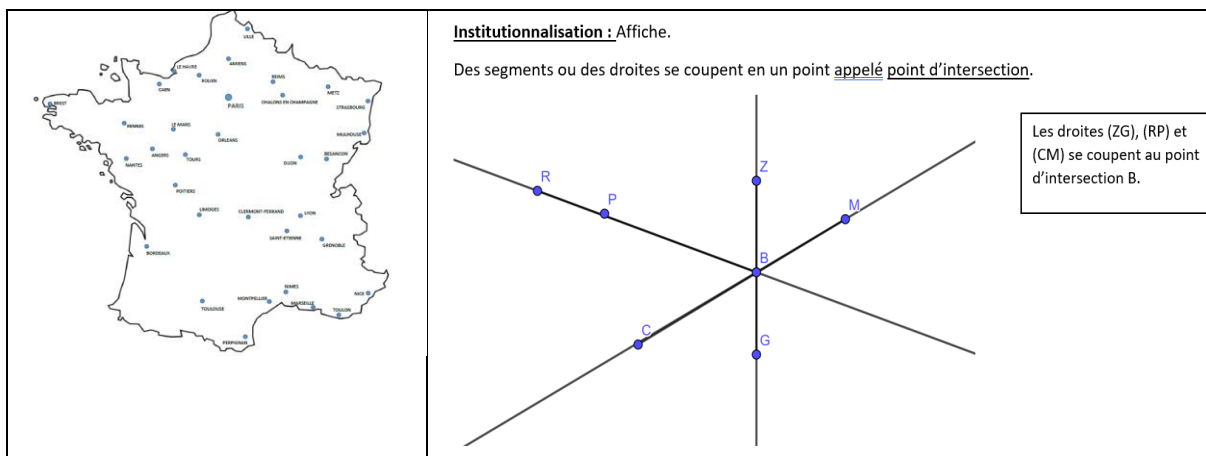


Tableau 16 : Situation matérialisant le point d'intersection.

Lors de l'institutionnalisation, le point sera défini et matérialisé par l'intersection de deux droites.

D'autres situations, cette fois-ci plus abstraites, inspirées du manuel « Ermel » édition 2006 sont proposées. Un réseau de droites est présenté aux élèves. Il leur est demandé d'observer ce réseau de droite (figure1) puis de placer sur la figure 2, les points C, E et H comme sur la figure 1. Cet exercice doit se faire à la règle non graduée. Les élèves auront un calque pour valider ou non leur production.

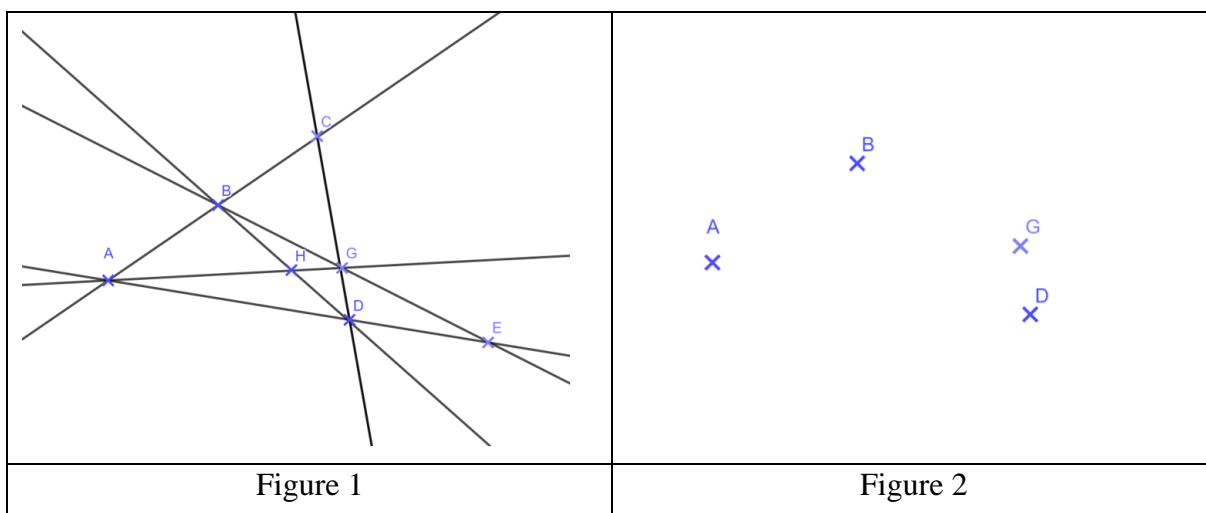


Tableau 17 : Restauration de figure inspirée du manuel « Ermel » (2006, p. 153).

Ces situations incitent les élèves à rechercher des alignements de points pour en placer d'autres. Elles renforcent également la vision du point comme l'intersection de droites ou de segments. Ces exercices sont difficiles car ils demandent aux élèves de reproduire une figure composée juste de points et non pas de figures planes et ainsi obligeant à concevoir la figure autrement qu'avec les surfaces de la figure. Effectivement, les élèves sont contraints à visualiser des points, des prolongements de droites passant par ces points pour en former d'autres. Ces

exercices amorcent ce changement de vision que nous recherchons. Dans cette situation, les points C et E sont plus difficiles à trouver que le point H car il faut que les élèves aillent à « l'extérieur de la figure ». De plus, ces exercices permettent à l'élève de prendre conscience que certains objets de la figure dépendent d'autres objets. Les situations analogues, vues précédemment dans le manuel « Cap Maths », peuvent être proposées pour entraîner les élèves. La verbalisation des élèves sur leurs procédures est très importante. Elle permet l'emploi du vocabulaire spécifique attendu pour construire un message compréhensible par les autres mais elle permet également à l'élève de construire sa pensée. Effectivement, « En se transformant en langage, la pensée se réorganise et se modifie. Elle ne s'exprime pas mais se réalise par le mot » (Vygotski, 1985, cité par Charnay et Douaire, 2006, p.40).

5.2.4 La restauration de figures

Plusieurs séances ont été prévues avec une progressivité dans la difficulté des figures à reproduire mais également dans les amorces données. Les restaurations se réalisent en utilisant la propriété d'alignement. Les élèves sont donc encouragés à prendre toutes les informations nécessaires sur la figure à reproduire grâce à des tracés réalisés sur cette dernière et trouver ainsi tous les points nécessaires à la reproduction de la figure. Ci-dessous, un exemple de figure à reproduire issu du manuel « 100 Activités et jeux » de Cap Maths (2017, p 98).

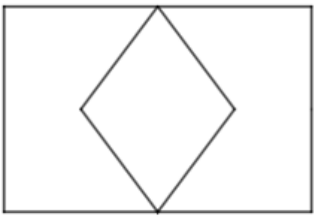

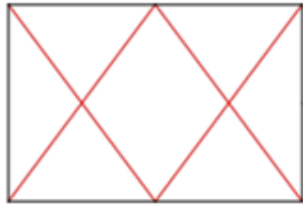
Figure à reproduire	Amorce	Procédure attendue
		

Tableau 18 : Un exemple de restauration de figure issu du manuel « 100 Activités et jeux » Cap Maths (2017, p 98).

Un système de bonus/malus est proposé. Le but à atteindre est un score minimal. Ainsi l'utilisation d'une règle non graduée à un cout de 1, alors que l'utilisation du compas en a un de 3 et la règle graduée de 5. Ce système est mis en place afin d'encourager les élèves à utiliser les instruments géométriques tels que la règle non graduée, les amenant ainsi à analyser la figure autrement (vision ligne et point) et donc exercer leur changement de regard. L'élève est le plus souvent en réussite et peut améliorer son score, ce qui est très motivant pour lui. Il utilise un calque afin de valider ou non sa reproduction.

J'ai donc choisi lors de cette séquence d'utiliser comme variables didactiques les instruments géométriques mais également la progressivité dans les difficultés des figures proposées ainsi que dans les différentes amorces choisies pour une même figure.

Voici un exemple de figure à reproduire (Duval, Godin, Perrin-Glorian, 2004, cité par Robert, 2012, p.6).

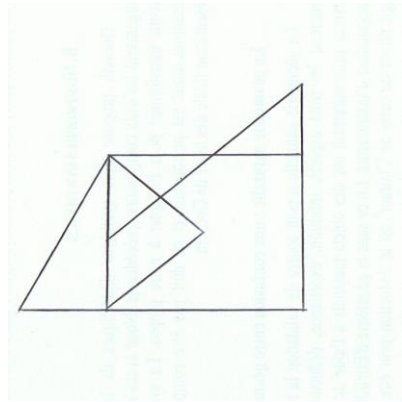


Figure 7

Différentes amorces de même taille sont proposées aux élèves. Elles sont données dans un ordre progressif de difficulté. Le tableau ci-dessous présente les différentes amorces, les procédures attendues ainsi que les score minimaux que les élèves peuvent obtenir.

Amorce 1	Amorce 2	Amorce 3
<p>Les points à trouver se situent à l'intérieur de la figure.</p>	<p>Les points à trouver se situent à l'intérieur et à l'extérieur de la figure.</p>	<p>L'amorce est orientée différemment. Les points à trouver se situent à l'extérieur de la figure.</p>

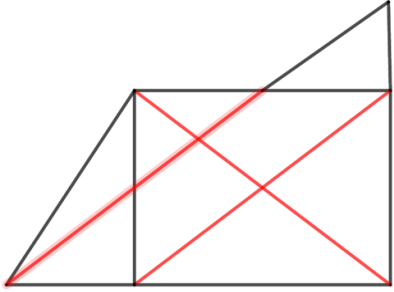
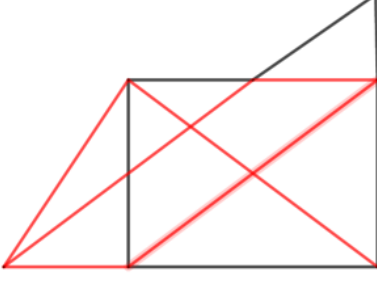
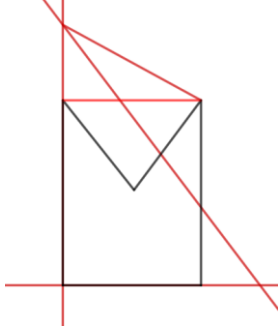
		
Score minimal pouvant être atteint : 3	Score minimal étant atteint : 6	Score minimal pouvant être atteint : 5

Tableau 19 : Exemple de restauration de figure avec différentes amorces.

L'élève s'auto-évalue grâce à un calque qui lui permet de vérifier la reproduction de sa figure. Un débat sur les procédures réalisées par les élèves a lieu à la fin de chaque séance. Les élèves argumentent et justifient leurs diverses actions et tracés en utilisant un vocabulaire géométrique spécifique. L'institutionnalisation sur les procédures est très importante. Elle mettra en relief celles qui ont eu les meilleurs scores pour guider et encourager les élèves vers ce changement de regard qu'est la vision « point ». Elle sera illustrée par les photos des différentes étapes de reproduction et des justifications des élèves.

Les élèves doivent avoir la possibilité de s'entraîner tout au long de l'année et du cycle afin de pouvoir exercer cette mobilité du regard.

5.2.5 La séance d'évaluation

Une séance d'évaluation sera proposée afin de mesurer les progrès des élèves. Certains exercices des précédentes séances seront repris, notamment un exercice recherchant à reproduire une figure constituée uniquement de points et un autre traitant de la restauration de figures, avec une figure et des amorces connues des élèves.

5.3 Activité complémentaire à la séquence : La géométrie flash

Bien sûr la séquence contribue à cette mobilité de regard recherchée en cycle 3 mais elle ne suffit pas. Elle s'inscrit dans une progressivité avec des tâches complémentaires.

Comme l'explique une note du Ministère de l'Éducation Nationale la géométrie flash, « [...] a pour but de renforcer les connaissances et savoir-faire géométriques des élèves en complément des travaux menés en classe [...] Comme pour le calcul mental, les activités sont à conduire en rituels réguliers » (2018, p 1). Cette note précise également que grâce à cette forme de géométrie des activités d'évocation (nommer, décrire) peuvent être mises en place permettant ainsi de mobiliser un vocabulaire spécifique. Des activités de reproduction à main levée peuvent être réalisées et ainsi favoriser la perception de propriétés. Tandis que d'autres activités encouragent l'argumentation et la justification. Toutes ces activités guident l'élève vers plus de raisonnement et le mènent à une géométrie plus conceptuelle en entraînant la mobilité de son regard.

C'est donc une activité qui peut être quotidienne et qui enrichit les connaissances et compétences de l'élève et exerce la mobilité de son regard. Cependant de même que pour le calcul mental, elles doivent être ritualisées et doivent s'inscrire dans une progressivité. Ceci pour garantir la réussite des élèves et l'aspect sécurisant de cette activité.

Je me suis inspirée d'une séquence sur la reproduction de figures en géométrie flash de Sébastien Moisan destinée à une classe de CE2-CM1, afin de concevoir à mon tour des exercices sur l'alignement. Dans le tableau ci-dessous est présenté un extrait des situations proposées par Sébastien Moisan.

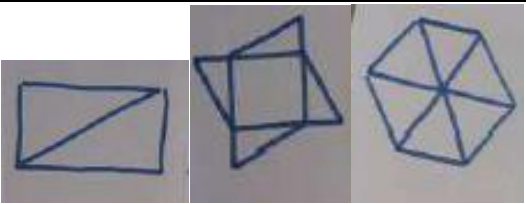
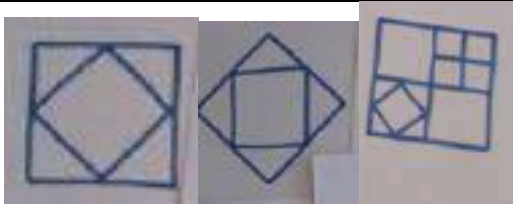
Reproduis à main levée cette figure sur ton ardoise.	
Les variations de figures autour du triangle	Les variations de figures autour du carré
	

Tableau 20 : Situations en géométrie flash proposées par Moisan.

J'ai ainsi construit des exercices de difficulté croissante concernant l'alignement en géométrie flash. Je les ai répertoriés dans les tableaux ci-dessous.

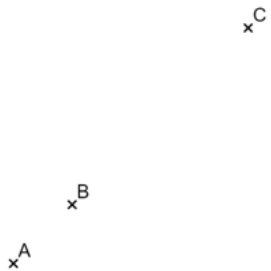

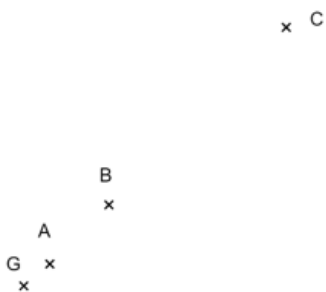
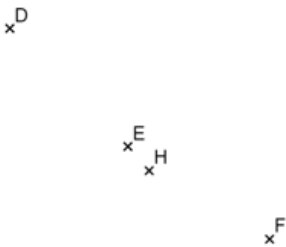

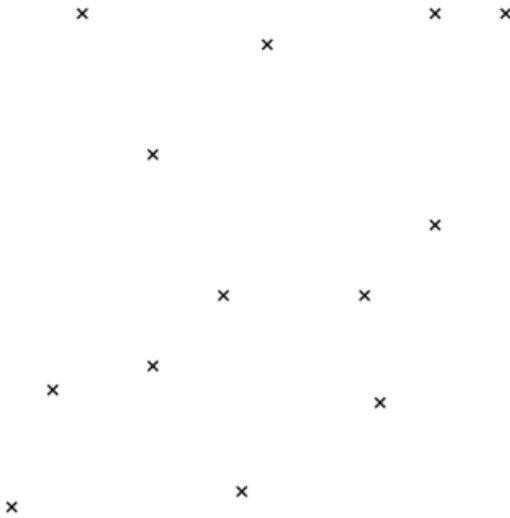
Est-ce que ces trois points sont alignés ?	Est-ce que ces trois points sont alignés ?
	
Est-ce que ces quatre points sont alignés ?	Est-ce que ces quatre points sont alignés ?
	
Cherche trois points alignés et trace la droite qui passe par ces trois points.	Cherche quatre points alignés et trace la droite qui passe par ces quatre points.
	

Tableau 20 : Géométrie flash, recherche de points alignés.

Puis seront donnés aux élèves des exercices où ils doivent placer un point aligné avec d'autres points.

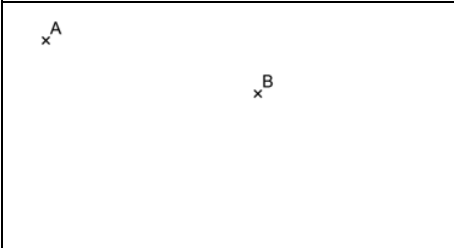
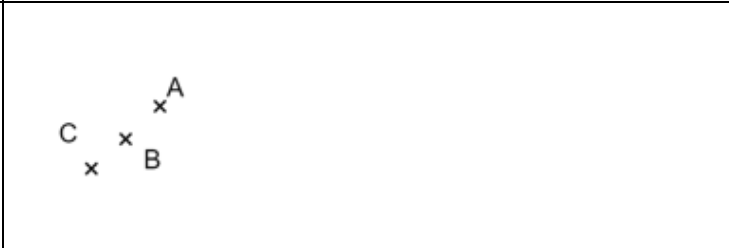
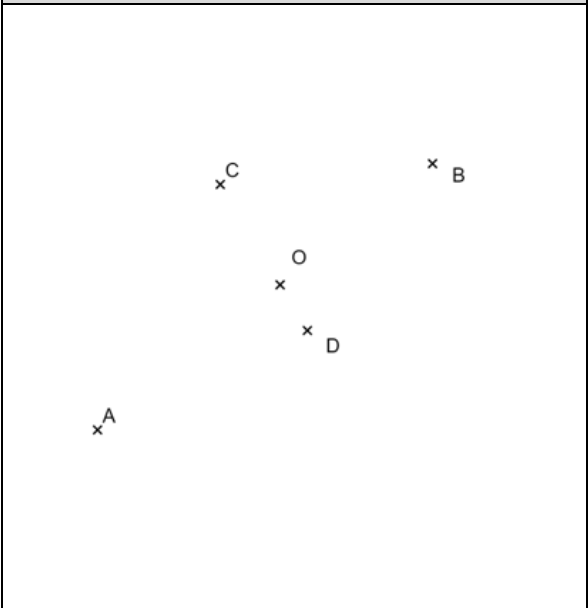
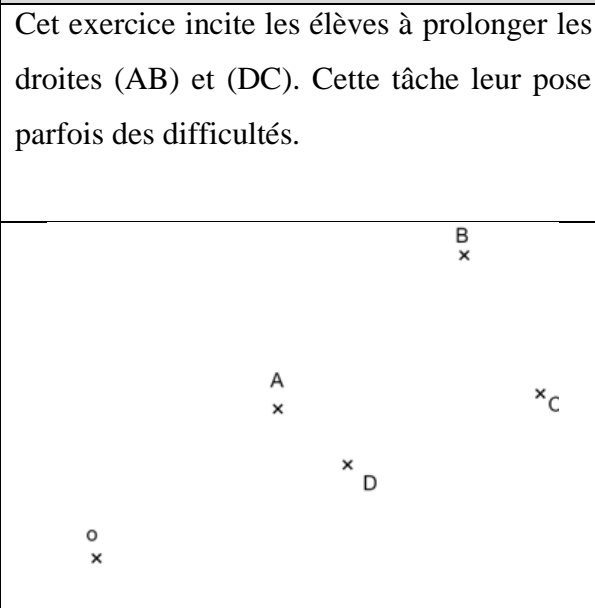
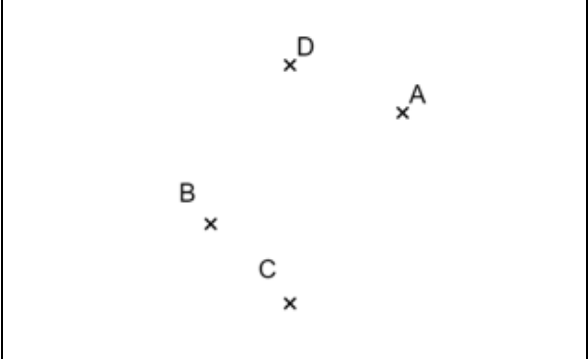
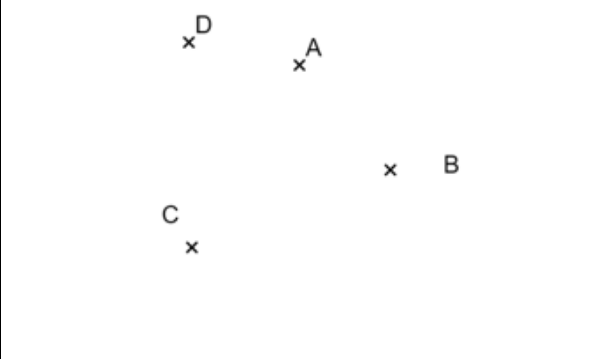
Place le point D, il doit être aligné avec les points A et B.	
Les élèves auront tendance à placer un point sur le segment [AB]	Ici les points sont placés de façon rapprochée afin d'encourager les élèves à placer le point aligné à l'extérieur du segment [AC]. Pour cela ils doivent prolonger le segment [AC].
	
Est- que le point O est aligné avec les points A et B ? Et avec les points C et D ?	Est- que le point O est aligné avec les points A et B ? Et avec les points C et D ?
	Cet exercice incite les élèves à prolonger les droites (AB) et (DC). Cette tâche leur pose parfois des difficultés.
	
À souligner aux élèves que le point O est le point d'intersection des droites (AB) et (CD).	
Énigme : Je suis F, un point aligné avec les points A et B et aussi avec les points C et D. Où suis-je ? Place le point F.	
	

Tableau 21 : Géométrie flash, placement de points alignés.

Remarque : Ces exercices sont donnés aux élèves sur feuille. Ils doivent laisser les traits de construction apparents.

Des reproductions de figures peuvent être également présentées aux élèves.

Par exemple, sur une feuille, une amorce est donnée et il est demandé à l'élève de reproduire la figure. Il s'agira de trouver un seul point en utilisant seulement la règle non graduée. À la fin ils montrent la feuille (comme une ardoise) et ils expliquent à l'oral comment ils ont construit le point manquant.

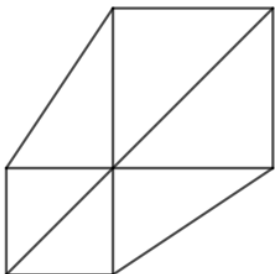
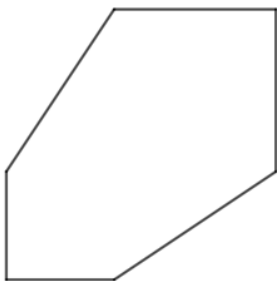
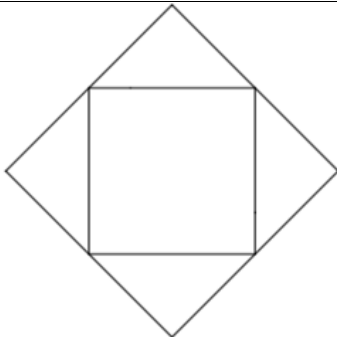
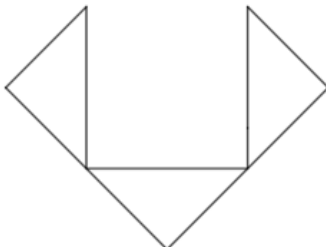
Il manque un point pour reproduire cette figure. Trouve-le puis reproduis la figure à partir de l'amorce	
Figures à reproduire	Amorces
	
Dans cet exemple, le point à trouver est à l'intérieur de la figure.	
	
La figure est inspirée d'une figure du manuel « 100 Activités et jeux » Collection Cap Maths	
Dans cet exemple, le point à trouver se situe à l'extérieur de la figure.	

Tableau 22 : Géométrie flash, restauration de figures.

5. Conclusion

Ma séquence n'a pas pu hélas être expérimentée jusqu'à la fin et je n'ai donc pas de résultat qualitatif ou quantitatif pour analyser celle-ci. Mais au vu des trois premières séances réalisées et de l'attrait pour les recherches scientifiques, je souhaite poursuivre cette étude. Outre les nombreuses connaissances que ce mémoire m'a fait acquérir grâce à l'étude des travaux de recherche, à l'analyse des différents manuels et leurs approches complémentaires et à la relecture des programmes officiels, il m'a permis de concevoir une autre approche de l'enseignement de la géométrie. Les situations proposées dans la restauration de figures mettent toujours l'élève en situation de recherche. Celui-ci cherche, apprend pas à pas à modifier son regard et à le mobiliser dans différentes situations. Je suis enrichie de cette conscientisation de changement de regard qui me fait changer le mien et mon enseignement. Sans ce travail, je ne suis pas sûre que j'aurais soulevé autant de questions didactiques en géométrie. Cette approche passionnante qui peut être amorcée avant le cycle 3, m'a profondément enthousiasmée dans son ouverture vers quelque chose de nouveau mais qui est finalement l'essence même de la géométrie.

6. Bibliographie

- Castioni, L., Budon-Dubarry, H. & Amiot-Desfontaine, M. (2015). *Maths Explicites Guide pédagogique CMI*. Vanves : Hachette.
- Castioni, L., Budon-Dubarry, H. & Amiot-Desfontaine, M. (2016). *Maths Explicites Manuel de l'élève CMI*. Vanves : Hachette.
- Charnay, R. (2018). *Réussir en Maths à l'école c'est possible !* Paris : Hatier.
- Charnay, R., Anselmo, B., Combier, G., Dussuc, M-P. & Madier, D. (2016). *Cap Maths Guide de l'enseignant CMI*. Paris : Hatier.
- Charnay, R., Anselmo, B., Combier, G., Dussuc, M-P. & Madier, D. (2017). *100 activités et jeux CMI-CM2*. Paris : Hatier.
- Charnay, R & Douaire, J. (2006). *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes cycle 3*. Paris : Hatier.
- Duval, R., & Godin, M. (2005). *Les changements de regard nécessaires sur les figures*. *Grand N*, pp. 7-27.
- Houdement, C., & Kuzniak, A. (2006). *Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie*. *Annales de didactiques et de sciences cognitives*.
- Keskessa, B., Perrin-Glorian, M.-J., & Delplace, J.-R. (2007). *Géométrie plane et figures au cycle 3 - Une démarche pour élaborer des situations visant à favoriser une mobilité du regard sur les figures géométriques*. *Grand N*, pp. 33-60.
- Lefèvre, L. & Lefèvre, V. (2018). *Je réussis en géométrie au CMI avec Bout de Gomme*. Morières-lès-Avignon : Jocatop.
- Lucas, J., Lucas, J-C., Trossevin, M-P., Meunier, L., & Meunier, R. (2016). *Le Nouvel A portée de Maths CMI*. Vanves : Hachette.
- Lucas, J., Lucas, J-C., Trossevin, M-P., Meunier, L., & Meunier, R. (2016). *Le Nouvel A portée de Maths CMI Guide pédagogique*. Vanves : Hachette.
- Magiante-Orsola, C. & Perrin-Glorian, M.J. (2013) Géométrie en primaire : Des repères pour une progression et pour la formation des maîtres. In COPIRELEM *Enseignement de la géométrie à l'école enjeux et perspectives*. Actes du XLème colloque COPIRELEM organisé par l'IREM et l'IUFM des Pays de la Loire, juin 2013, conférence n°2.

Ministère de l'Éducation Nationale. (2018). Espace et géométrie au cycle 3. Repéré à https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Geometrie/38/5/RA16_C3_MATH_Espace-geometrie_897385.pdf

Ministère de l'Éducation Nationale. (2018). Espace et géométrie au cycle 3. La géométrie flash. Repéré à http://cache.media.education.gouv.fr/file/Geometrie/40/5/RA16_C3_MATH_Espace-geometrie_geometrie-flash_897405.pdf

Ministère de l'Éducation Nationale. (2018). Bulletin officiel n°30 du 26-7-2018. Programmes d'enseignement du cycle 2,3 et 4.

Ministère de l'Éducation Nationale. (2015). Bulletin officiel n°2 du 26 mars 2015. Programmes d'enseignement du cycle 1.

Moisan, S. La copie flash-géométrie. Repéré à http://blogs17.ac-poitiers.fr/iensaintes/files/2016/02/projet_geometrie_copie_flash_geometrique.pdf

Robert, C.(2012). Les changements de regard sur les figures géométriques. Mémoire Master 2 SMEEF Spécialité « Professorat des Ecoles ».

Année universitaire 2019-2020

Diplôme universitaire *Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation*

Mention Premier degré

Titre de l'écrit scientifique réflexif : La mobilité du regard en géométrie au cycle 3

Auteur : Sponem épouse Grondin Christelle

Résumé :

Cet écrit scientifique réflexif traite de la mobilité du regard en géométrie au cycle 3. Ce cycle est un cycle charnière entre l'école primaire et le collège. Il est également le lieu de changement de paradigme pour l'élève concernant les figures en géométrie. Le but de cet écrit est de montrer l'importance de confronter les élèves à des situations problèmes leur permettant d'utiliser des propriétés, comme l'alignement, pour restaurer ou reproduire des figures et leur permettre ainsi de changer leur regard lorsqu'ils analysent des figures. Effectivement, au-delà de la vision « surface » des figures, ils percevront le réseau de droites et de points sous-jacent. Ce travail s'appuie sur des textes scientifiques, des analyses de manuels scolaires et propose des pistes d'expérimentations. Enfin, la géométrie flash est présentée comme un rituel pouvant aider l'élève dans ce long processus de changement de regard.

Mots clés : Géométrie- cycle 3- Cm1- mobilité du regard – restauration de figures

Summary :

This reflexive scientific writing speaks about the vision's mobility in geometry in cycle 3. This cycle is a pivotal cycle between primary school and middle school. It is also a moment for students to change the paradigm concerning geometry's figures. This writing's aim is to show the importance of confronting students with problem situations allowing them to use properties, such as alignment, to restore or reproduce figures and allow them to change their gaze when they analyze figures. Indeed, beyond the figure's "surface vision", they will perceive all the lines and underlying points. This work is based on scientific texts, analyzes of textbooks and offers experimentation's avenues. Finally, flash geometry is presented as a ritual that can help the student to make him acquire this long gaze mobility.

Key words : Geometry-cycle 3- CM1- gaze mobility- Restoration of figures