



HAL
open science

Le pré-calcul au cycle 1 : travail sur la décomposition du nombre

Julie Gueguen

► **To cite this version:**

Julie Gueguen. Le pré-calcul au cycle 1 : travail sur la décomposition du nombre. Education. 2020. dumas-03240779

HAL Id: dumas-03240779

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-03240779>

Submitted on 28 May 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

MASTER 2 MEEF

Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation

Mention **Premier degré**

Année universitaire 2019 - 2020

DOSSIER UE3-UE5 : MÉMOIRE SEMESTRE 4 SESSION 1

Prénom et Nom de l'étudiant : **Julie Gueguen**

Site de formation : **Villeneuve d'Ascq**

Section : **TDS3**

Nom de l'enseignant : **Monsieur Desjonquères**

« J'atteste que ce travail est personnel, cite systématiquement toute source utilisée entre guillemets et ne comporte pas de plagiat. »

Table des matières

Introduction.....	1
Mon cadre théorique.....	2
1 La classification du calcul par l'Éducation Nationale.....	2
2 Comprendre la classification spécifique du calcul mental.....	3
2.1 Le calcul automatisé (également appelé « fait numérique »).....	3
2.2 Le calcul réfléchi/raisonné.....	4
2.3 Les prémices de ces deux procédures à l'école maternelle.....	6
3 D'autres procédures au service du calcul mental (cycle 2 et 3).....	7
3.1 Les algorithmes opératoires.....	7
3.2 Compréhension de notre système décimal.....	8
4 Les finalités du calcul mental.....	9
4.1 Objectifs pratiques attribués au calcul mental.....	9
4.2 Objectifs théoriques attribués au calcul mental.....	9
5 La place du calcul mental dans les programmes.....	10
6 Comprendre le concept de nombre : un élément indispensable à la mainmise du calcul.....	11
7 La trame de progression des décompositions en maternelle.....	13
7.1 Une progression de la PS à la GS.....	13
7.2 Le caractère spécifique de l'apprentissage du nombre par les compositions-décompositions.....	14
8 Une propriété fondamentale du nombre : l'itération de l'unité.....	16
9 Les différents types de décompositions.....	17
9.1 La décomposition additive d'un nombre.....	17
9.2 La décomposition canonique.....	18
10 Des outils au service de l'apprentissage du calcul mental.....	18
10.1 Des outils pour le cycle 1.....	18
10.2 Des outils pour les cycles 2 et 3.....	20

Ma méthodologie d'observation.....	22
1 Présentation du contexte.....	22
2 Méthodologie employée et outils d'observations.....	22
3 Les activités que j'ai conduites en classe.....	24
3.1 Des situations rituelles en classe entière.....	24
3.1.1 L'appel : composer une quantité d'absents.....	24
3.1.2 Rituel pour apprendre à compter.....	25
3.1.3 Rituel pour travailler l'itération de l'unité.....	25
3.2 Des activités dirigées avec un petit groupe d'élèves.....	26
3.2.1 La décomposition de 4 : activité « 4 feuilles sur un arbre ».....	26
3.2.2 La décomposition de 5 : les petits lapins.....	28
3.2.3 La décomposition de $5+n$	29
3.3 Des situation de jeux.....	31
3.3.1 Le jeu du saladier.....	31
3.3.2 Recomposer un nombre avec 2 cartes.....	32
3.4 Des activités en regroupement.....	32
3.5 Retour réflexif des activités que j'ai conduites en classe.....	32
4 Projet d'activité et matériel réalisé.....	33
4.1 Le jeu du marché.....	33
4.1.1 Progression de la séquence.....	33
4.1.2 Analyse hypothétique de ma séquence.....	35
Conclusion.....	37

Introduction

Calculer, c'est mettre en relation des quantités. En arithmétique, le calcul mental consiste à effectuer des « opérations » sans autre support que la réflexion et la mémoire. Il s'appuie sur un certain nombre de techniques, d'astuces et de résultats appris par cœur.

Pour arriver à cette pratique du calcul mental, il convient pour un jeune élève d'avoir appréhendé le concept de nombre et de comprendre progressivement les relations entre les quantités. Ces apprentissages, longs et complexes, vont s'effectuer sur toute la durée de l'école maternelle. Ils vont demander du temps et une confrontation à de nombreuses situations impliquant des activités pré-numériques puis numériques.

De cette manière, dès le CP, les élèves seront en mesure de s'approprier les premières techniques du calcul mental au quotidien.

Après avoir entrepris de nombreuses recherches sur l'apprentissage du calcul mental à l'école élémentaire, je fais évoluer mon projet et choisis d'approfondir mon sujet d'étude sur la préparation au calcul en cycle 1 et de fait, à la composition-décomposition du nombre. Un choix largement provoqué par mon affectation cette année, en tant que professeur-stagiaire, en classe de grande section de maternelle.

Pour l'exercice du calcul mental en cycle 2, les compositions/décompositions des nombres jusqu'à 10 doivent, pour l'élève, avoir le statut de « faits numériques ». Comment les activités de composition/décomposition en grande section de maternelle, qui sont au départ présentées comme des activités de recherche et de réflexion, peuvent effectivement préparer à cet enrichissement nécessaire en « faits numériques » ?

Pour répondre à ce questionnement, j'établis dans une première partie, un état de la question à travers les différents points de vue des auteurs que j'ai choisis. J'aborde une vision générale du calcul avant de cibler mes recherches sur le calcul mental plus précisément. Enfin, je me focalise sur les principes qui intéressent mon sujet d'étude : la composition/décomposition du nombre à l'école maternelle. Dans une seconde partie, je décris la méthodologie que j'allais employer pour mener à bien mes investigations et j'expose les champs de recherches que j'ai pu recueillir grâce aux activités menées sur le terrain.

Mon cadre théorique

1 La classification du calcul par l'Éducation Nationale

Aux cycles 2 et 3, les calculs sont menés sous « *différentes formes souvent utilisées en interaction et complémentaires les unes des autres*¹ ». Le temps consacré à l'apprentissage de chacune de ces formes permet aux élèves de parvenir aux attendus de fin de cycles dans le champs d'apprentissage « nombres et calculs ». En effet, le Ministère de l'Éducation Nationale définit quatre types de calcul :

- Le calcul mental : une modalité de calcul sans recours à l'écrit si ce n'est, éventuellement, pour l'énoncé proposé par l'enseignant ou la réponse fournie par l'élève.
- Le calcul posé : une modalité de calcul écrit consistant à l'application d'un algorithme opératoire (par exemple, celui de la multiplication entre nombres décimaux).
- Le calcul en ligne : modalité de calcul écrit ou partiellement écrit. Il se distingue, d'une part, du calcul mental, en donnant la possibilité à chaque élève d'écrire des étapes de calculs intermédiaires qui seraient trop lourde à garder en mémoire (surcharge cognitive). Et d'autre part, il se dissocie du calcul posé, dans le sens où il ne consiste pas en la mise en œuvre d'un algorithme, c'est à dire, d'une succession d'étapes utilisées tout le temps dans le même ordre et de la même manière indépendamment des nombres en jeu.
- Le calcul instrumenté : une modalité de calcul effectuée à l'aide d'un ou plusieurs instruments, appareils ou logiciels (abaque, boulier, calculatrice, tableur, etc.)

Après avoir présenté la classification du calcul établie par l'Éducation Nationale pour bien comprendre les spécificités de chacun, je recentre mon propos sur l'objet d'étude qui intéresse mes recherches : le calcul mental.

1 EDUSCOL : Ressources en mathématiques, Mars 2016, *Le calcul aux cycles 2 et 3*.

2 Comprendre la classification spécifique du calcul mental

Les injonctions officielles signalent le caractère indispensable de temps spécifiques quotidiens qui doivent être consacrés au calcul mental en cycle 2 et 3. En effet, ce dernier requiert des capacités techniques et des procédures spécifiques que les élèves ne pourraient acquérir sans la régularité de sa pratique. Aussi, à travers différentes études réalisées, notamment par Rémi Brissiaud, on remarque qu' « *il existe un parallèle fréquent pour ne pas dire quasi-absolu entre la réussite des élèves en calcul mental et leur réussite scolaire...*² ». Ceci vient appuyer le caractère indispensable du calcul mental à tous les niveaux scolaires.

Par ailleurs, de façon relativement universelle, on reconnaît un caractère « polysémique » au calcul mental. Nous suivrons la classification la plus répandue dans laquelle on le distingue, en deux types de procédures : le calcul automatisé et le calcul réfléchi. Il est primordiale pour des élèves d'école élémentaire de comprendre cette dichotomie entre calcul automatisé/ calcul réfléchi.

Un calcul est automatisé lorsqu'on le fait de tête, ou lorsqu'on suit une procédure courante (ex : poser une multiplication). Il est réfléchi quand, par exemple, pour gagner du temps, on adopte une procédure spécifique pour résoudre un calcul particulier.

Néanmoins, la limite entre ces deux méthodes n'est pas clairement définie : elle s'apparente plus à une « zone » variable d'un individu à l'autre et surtout évolutive. En effet, l'espace entre ces deux procédures est fonction de notre relation aux nombres, de notre passé scolaire, de notre attirance ou non envers les nombres, etc. Afin d'éclairer mon propos, je présente cette dichotomie *infra*.

2.1 Le calcul automatisé (également appelé « fait numérique »)

Plutôt que de calcul automatisé, bon nombre d'auteurs préfèrent utiliser la notion de « fait numérique ». Parmi eux, François Conne définit le fait numérique comme une « *relation codifiée dont le système symbolique (la numération) en est le creuset*³ ». En d'autres termes, on peut le spécifier comme étant une relation qui existe entre deux nombres qu'un élève peut rapidement exprimer grâce à l'apprentissage par cœur de son résultat, et dans

2 BRISSIAUD Rémi, 1989, *Comment les enfants apprennent à calculer*, Paris, éditions Retz.

3 CONNE François, 1988, *Numérisation de la suite des nombres et faits numériques : des dénombrements à la division euclidienne*, In : <https://halshs.archives-ouvertes.fr/> , Math-École, pp.20-23.

lequel, il n'y a pas de « calculs » à proprement parlé. Le fait numérique nécessite alors une très bonne conception du nombre. Ce travail sur le concept du nombre sera effectué en amont tout au long de l'école maternelle. En effet, certaines décompositions du nombre apprises par des élèves de cycle 1 ont vocation à devenir des faits numériques : les compléments à 5, ceux à 10, etc.

L'objectif principal du calcul automatisé est l'entretien, le contrôle de la mémorisation de résultats ou la systématisation de procédures. Son apprentissage doit permettre aux élèves d'automatiser des calculs simples, de mémoriser certains résultats pour faciliter la mise en place de techniques de calcul (connaître les tables de multiplications, d'additions, les doubles, etc).

Il faut évidemment prendre en compte, qu'en fonction du niveau et de l'âge des élèves, les « faits numériques » appris vont varier et se complexifier. Par exemple, des élèves de cycle 2 apprendront par cœur les tables de multiplications, en commençant par celle de 2 (continuité avec les doubles découverts en fin de grande section), puis de 3 et ainsi de suite. Alors que des élèves de cycle 4 retiendront des calculs plus complexes tels que les « carrés parfaits », etc.

Pour conclure ce paragraphe sur le calcul automatisé, il me semble important de préciser que « *le fait numérique apparaît être le fondement du calcul réfléchi*⁴ ». En effet, si les élèves ne connaissent pas (par cœur) un certain nombre de faits numériques, ils ne pourront alors pas développer de stratégies intelligentes. De fait, un élève qui ne connaîtrait pas correctement les faits numériques qui correspondent à son niveau scolaire, sera constamment coincé. Cette difficulté constituerait un véritable obstacle à tous progrès, aussi bien dans les techniques opératoires que dans le raisonnement en résolutions de problèmes.

2.2 Le calcul réfléchi/raisonné

Le calcul réfléchi, c'est « réfléchir » à la manière dont on opère un calcul, c'est une forme de calcul mental avec appui de l'écrit. Les programmes de mathématiques de l'école élémentaire accordent une place centrale au calcul réfléchi. Ils insistent sur la diversité des procédures utilisables pour traiter un même calcul. En effet, chaque élève qui se trouve face à la résolution d'un calcul (réfléchi) va devoir faire des choix et mettre en place les

4 BUTLEN Denis, 2007, *Le calcul mental entre sens et technique*, In : Presses universitaires de Franche-Comté, Besançon, 188p.

stratégies nécessaires pour obtenir mentalement le résultat. Dans ce type de calcul, la réponse n'est pas immédiate puisqu'il faut à l'élève, un certain laps de temps pour envisager la stratégie de résolution la plus adaptée et faire appel à ses compétences calculatoires. Aussi, les injonctions officielles mettent l'accent sur la nécessité d'explicitier, en classe, les différentes procédures possibles pour un même calcul. En effet, ceci va permettre aux élèves de comparer les différents chemins et ainsi se rendre compte que certains choix sont plus judicieux que d'autres, notamment en terme de rapidité et d'efficacité.

Cette technique du calcul réfléchi permet de mettre en pratique la décomposition des nombres (amplement travaillée en cycle 1) ainsi que les différentes propriétés opératoires : commutativité, associativité, distributivité, etc.

De fait, l'objectif principal du calcul réfléchi est la conception de méthodes et la comparaison de leurs efficacités. Son enseignement doit permettre aux élèves :

- d'élaborer des procédures adaptées aux calculs proposés,
- d'apprendre à s'appuyer sur des résultats mémorisés,
- de retenir certaines procédures ou de découvrir certains résultats qui seront ensuite mémorisés.

Le but étant de trouver la méthode la moins chronophage pour la résolution d'un calcul.

Pour clore ce paragraphe sur la classification spécifique du calcul mental et grâce aux nombreuses lectures que j'ai effectuées, il semblerait intéressant de spécifier « d'impersonnel » le calcul automatisé, dans le sens où il est conduit de la même façon par tous les individus. Alors que le calcul réfléchi, lui, s'avère être plus « personnel » puisqu'un même calcul peut-être conduit en utilisant des procédures différentes selon les personnes (notamment en fonction de leurs connaissances sur les nombres et les opérations).

Pour illustrer mon propos, je présente, sous forme d'un tableau, des exemples de calculs et leurs résolutions, soit par faits numériques, soit par procédures numériques (calcul réfléchi).

Exemples de FAITS NUMÉRIQUES (résultats mémorisés)	5×2	=10, table de 2, ou de 5.
	6×4	=24, table de 6, ou de 4.
	$10 - 5$	=5, complément à 10.
	$50 : 2$	=25, moitié de 50.
Exemples de PROCÉDURES NUMÉRIQUES (recours au calcul réfléchi)	12×11	= $12 \times 10 + 12 \times 1 = 120 + 12 = 132$.
	$56 - 29$	= $56 - 30 + 1 = 26 + 1 = 27$.
	$45 + 27$	= $45 + 20 + 7 = 65 + 7 = 72$, ou = $40 + 20 + 5 + 7 = 60 + 12 = 72$, ou = $40 + 5 + 27 = 40 + 32 = 72$, etc.
	$65 + 38$	= $65 + 40 - 2 = 105 - 2 = 103$, ou = $60 + 30 + 5 + 8 = 90 + 13 = 103$, ou = $65 + 30 + 8 = 95 + 8 = 103$, etc.

2.3 Les prémices de ces deux procédures à l'école maternelle

Pour acquérir « quelques bases » du pré-calcul, les programmes de l'école maternelle préconisent de travailler le dénombrement en faisant appel à différentes procédures :

→ Tout d'abord des procédures non-numériques. Elles sont de deux types : la première est une procédure perceptive qui permet de comparer des collections selon leur taille : par exemple, lorsqu'une collection comprend beaucoup plus d'éléments que l'autre.

La seconde procédure est la correspondance terme à terme qui donne lieu à la comparaison du nombre d'éléments de 2 collections grâce à l'appariement. Bien entendu, ces deux procédures sont particulièrement utilisés en début de cycle 1. Petit à petit, le jeune enfant fera appel à d'autres dispositifs qui l'amèneront, dans la suite de sa scolarité, à l'utilisation de techniques opératoires.

→ Dans un second temps, l'élève de cycle 1 va évoluer vers l'utilisation de procédures numériques. Dans celles-ci, on retrouve le subitizing qui met en jeu la capacité de l'être humain à énumérer de façon immédiate une collection comportant jusqu'à trois objets. Dans ces procédures numériques, on distingue également l'usage de collections témoins, qui peuvent être une collection de croix, une configuration de doigts, une constellation, etc. Ces collections témoins vont permettre aux élèves d'évoquer le nombre d'éléments d'une collection d'objets qu'ils ne savent pas encore nommer.

La troisième procédure numérique que j'ai pu recenser est celle du comptage. Il s'agit d'une méthode qui met en correspondance terme à terme les éléments d'une collection

avec les mots de la comptine numérique. Cette technique associe à chaque mot énoncé la quantité d'éléments déjà comptés.

→ La dernière procédure qui sera utilisée par les élèves de cycle 1 est celle qui nous intéresse particulièrement dans cette étude : elle concerne les relations entre les nombres. Ce type de méthode peut-être utilisé lorsque la collection de référence est la réunion de deux sous-collections d'objets. Ces situations vont être l'occasion pour les élèves de se familiariser avec les décompositions des nombres (« *cinq c'est quatre et encore un* », « *mais cinq c'est aussi trois et encore deux* », etc). L'utilisation de celles-ci vont permettre aux élèves d'entrer dans le « champ additif » et de s'approprier le sens de ces opérations (additions et soustractions). En effet, Mme Demangeat, directrice d'une école d'application de Chambéry, illustre cette idée en affirmant « *qu'apprendre le concept de nombre, c'est aussi prendre en compte les relations entre deux nombres pour en construire un nouveau et ainsi préparer les élèves à l'introduction des opérations⁵* ».

Arrivés en cycle 2, les élèves vont s'appuyer sur les procédures acquises lors de leurs années de maternelle pour construire des méthodes singulières à chacun. Elles vont leur permettre de s'approprier des stratégies efficaces pour résoudre avec rapidité des calculs.

3 D'autres procédures au service du calcul mental (cycle 2 et 3)

3.1 Les algorithmes opératoires

L'algorithme est « *un ensemble de règles opératoires dont l'application permet de résoudre un problème au moyen d'un nombre fini d'opérations⁶* ». C'est en fait, une suite d'instructions qui amène toujours à un résultat correct, il est donc important de distinguer le calcul d'une part et ses algorithmes de résolutions, d'autre part. Les programmes de l'Éducation Nationale ainsi que les ressources d'accompagnements Éduscol qui se réfèrent aux calculs laissent penser que les algorithmes ne sont employés que lors de résolutions de calculs posés. Néanmoins, certains auteurs réfutent ces positions et amènent l'idée que le calcul mental implique également des algorithmes opératoires. En effet, bien que le calcul mental et plus particulièrement le calcul réfléchi, ouvre la possibilité à plusieurs démarches de calculs exacts ou approchés, il est nécessaire pour l'individu qui résout un tel calcul de

5 DEMANGEAT Nathalie et al., 2011, *Construction du nombre à la maternelle*, Animation pédagogique de la circonscription de Chambéry.

6 Définition du dictionnaire Larousse.

planifier son action (composante de planification) et de rendre stratégique sa réalisation (composante stratégique). C'est à travers ces différentes composantes que François Boule⁷ parle d'algorithmes dans le calcul mental. Il s'agit alors de « *mécanismes simples* », de « *recettes* » à avoir à un certain niveau donné pour pouvoir réaliser des calculs. Il est fondamental que les élèves apprennent à élaborer des stratégies de calcul à l'oral (comme à l'écrit). En d'autres termes, savoir calculer signifie, pour un calcul donné, savoir identifier quel est l'algorithme pertinent et savoir le mettre en œuvre.

Par exemple : 9 c'est 10-1 ou 2+7. Donc 28+9, c'est 28+10-1 pour certains élèves, alors que pour d'autres ce peut être 28+9=28+2+7=30+7=37.

Ainsi chaque élève pourra mettre en place les algorithmes qui lui sembleront les plus adaptés à la résolution d'un calcul et ceux qui lui permettront une efficacité optimale.

3.2 Compréhension de notre système décimal

La compréhension de notre système décimal est un atout indispensable au calcul mental. En effet, savoir opérer certains calculs mentaux c'est avoir compris notre système de numération de position en base dix. Dans notre système de numération positionnel, la valeur d'un symbole dépend à la fois de sa forme et de sa position : un symbole aura donc une valeur différente selon le rang qu'il occupe à l'intérieur de l'écriture du nombre.

Tout d'abord, la valeur d'un signe dépend de sa position : puisque notre système est dit « décimal », les différentes positions possibles sont des puissances de 10 : $10^0=1$ (on parle alors d'« unités »), $10^1=10$ (on parle alors de « dizaines »), $10^2=100$ (on parle alors de « centaines »)...

De plus, il existe une base qui détermine le passage à l'unité supérieure : si un groupement d'unités contient plus de 10 éléments, on peut/doit les convertir en une unité supérieure.

Par exemple, 11×10 c'est 11 dizaines qui deviennent alors « une centaine+une dizaine »... À l'école maternelle, il est conseillé d'aborder les décompositions (jusque 10) à partir du repère 5. Cette manière de procéder résulte du fait que, $5+5=10$ ce qui laissera émerger plus naturellement l'appréhension de la base 10.

Pour conclure sur les différentes procédures affiliées au calcul mental, il me semble important de préciser que dans l'opération mentale qui s'effectue dans la tête d'un

⁷ BOULE François, 1997-1998, *Les étapes du calcul mental*, In : Grand N, n°62, pp. 15 à 30.

apprenant, il subsiste une articulation essentielle entre trois points : les faits numériques, les algorithmes et la numération décimale. Ces trois points sont les prémices indispensables qui permettront aux élèves d'utiliser des stratégies efficaces dans l'élaboration d'un calcul réfléchi.

4 Les finalités du calcul mental

Quelque soit la procédure envisagée, le calcul mental détient des finalités et des compétences pour les élèves qui lui sont propres :

- des connaissances : appréhender les nombres et leur désignation, savoir les propriétés des opérations, connaître les tables pour calculer (multiplications, additions...), etc.
- des savoirs-faire (capacités) : savoir calculer, acquérir le sens des opérations, utiliser des stratégies efficaces, mettre en œuvre un calcul en situation, développer des capacités de raisonnement, etc.
- des savoir-être (attitudes) : l'attention, la concentration, la mémoire, l'envie, l'autonomie, la prise d'initiatives.

4.1 Objectifs pratiques attribués au calcul mental

Le but majeur du calcul mental est la mise en place de moyens efficaces et rapides pour calculer sans aucun support ni instrument. Bien que l'usage de la calculatrice soit de plus en plus répandu, il demeure indispensable de savoir calculer sans elle, ou, tout au moins, de pouvoir effectuer un calcul approché. Il s'agit alors de répondre aux besoins indispensables de la vie courante. On distingue 3 objectifs pratiques majeurs assignés au calcul mental :

- l'automatisation des calculs simples,
- la maîtrise du calcul approché,
- la diversification des stratégies de calcul complexe.

4.2 Objectifs théoriques attribués au calcul mental

Le calcul mental est une « gymnastique intellectuelle » qui développe la communication entre les deux hémisphères du cerveau et ses vertus vont bien au-delà de la discipline des mathématiques.

Jongler rapidement avec les nombres développe une agilité mentale qui permet d'entrer dans des raisonnements plus complexes. En effet, cette pratique permet un certain nombre de bienfaits pour le cerveau : développement de la concentration, une meilleure mémoire sensorielle (auditive, visuelle, kinesthésique...), une certaine adresse de l'esprit, etc.

5 La place du calcul mental dans les programmes

Dans les programmes de cycle 2⁸, le calcul mental fait partie intégrante du domaine d'apprentissage « nombres et calculs ». Dans ce domaine, l'objectif majeur est la connaissance des nombres entiers et du calcul. Les élèves doivent alors commencer à s'approprier des stratégies de calculs adaptées aux nombres et aux opérations en jeu. Ces stratégies s'appuient sur la connaissance de faits numériques mémorisés (répertoires additifs et multiplicatifs, connaissance des unités de numération et de leurs relations, etc.) et sur celle des propriétés des opérations et de la numération. Les B.O de 2018 précise que « *le calcul mental est essentiel dans la vie quotidienne où il est souvent nécessaire de parvenir rapidement à un ordre de grandeur du résultat d'une opération, ou de vérifier un prix, etc* ». Au cycle 2, on attend des élèves qu'ils mémorisent des faits numériques et des procédures :

- tables de l'addition et de la multiplication,
- décompositions additives et multiplicatives de 10 et de 100,
- compléments à la dizaine supérieure, à la centaine supérieure,
- doubles et moitiés de nombres d'usage courant, etc.

Aussi, il est important que les élèves de cycle 2 puissent mobiliser en situation leurs connaissances de faits numériques et leurs connaissances sur la numération pour, par exemple :

- répondre à des questions comme : $7 \times 4 = ?$; $28 = 7 \times ?$; $28 = 4 \times ?$. En effet, connaître les tables de multiplication, ce n'est pas seulement être capable de dire instantanément n'importe quel résultat, c'est aussi savoir « *quel nombre multiplié par 7 donne 28 ?* », « *quel nombre multiplié par 4 donne 28 ?* », « *28 divisé par 7 ?* »...
- retrouver que 24×10 , c'est 24 dizaines, c'est 240 : on parlera de décomposition canonique d'un nombre, je définis ce terme *infra*.

8 MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, B.O n°30 du 26 juillet 2018, *Programme de cycle 2*.

Dans les programmes du cycle 3⁹ et conformément à la classification opérée par l'Éducation Nationale (voir *supra*), le calcul mental est mobilisé dans le calcul posé et il peut être utilisé pour fournir un ordre de grandeur avant un calcul instrumenté. Bien que le calcul mental permette de produire des résultats utiles dans différents contextes de la vie quotidienne, son enseignement vise néanmoins prioritairement l'exploration des nombres et des propriétés des opérations. Il s'agit alors d'amener les élèves à s'adapter en adoptant la procédure la plus efficace en fonction de leurs connaissances et des nombres en jeu. Pour cela, il est indispensable que les élèves puissent s'appuyer sur un nombre suffisant de faits numériques mémorisés et sur des procédures automatisées de calculs élémentaires.

Au cycle 3, le calcul mental nécessite que les élèves mobilisent les faits numériques mémorisés au cycle 2, notamment les tables de multiplication jusqu'à 9 mais pas seulement. Les élèves doivent connaître les multiples de 25 et de 50, les diviseurs de 100, etc. Tout au long du cycle, les élèves auront des compétences spécifiques au calcul mental à développer :

- connaître des procédures élémentaires de calcul, notamment : multiplier ou diviser un nombre décimal par 10, par 100, par 1000 ; rechercher le complément à l'entier supérieur ; multiplier par 5, par 25, par 50, par 0,1, par 0,5.
- connaître des propriétés de l'addition, de la soustraction et de la multiplication, pour mettre en œuvre des stratégies de calcul de plus en plus efficaces.
- connaître les critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9 et 10.
- vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant un ordre de grandeur.

Après avoir « passé au crible » les bénéfices du calcul mental et ses attendus au cycle 2 et 3, je m'engage dans le cadre théorique de la composition-décomposition du nombre à l'école maternelle.

6 Comprendre le concept de nombre : un élément indispensable à la maîtrise du calcul

Le cycle 1, apparaît comme l'une des phases préparatoires du calcul, les élèves vont y découvrir les nombres (les utiliser et les étudier). Ils vont apprendre à les construire et les

9 MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, B.O n°30 du 26 juillet 2018, *Programme de cycle 3*.

déconstruire pour se familiariser avec le pré-calcul. En effet, l'étude de la composition-décomposition du nombre va apparaître comme un facteur éclairant du calcul. Durant ses trois années de maternelle, l'élève va s'exercer par de multiples manipulations afin de se construire des réflexes mathématiques.

Mon sujet d'étude fait partie intégrante du domaine d'apprentissage « construire les premiers outils pour structurer sa pensée » des programmes de cycle 1¹⁰. Comprendre la construction du nombre est un apprentissage qui va s'opérer tout au long de l'école maternelle et qui va permettre aux élèves, dès leur entrée en cycle 2, de faire évoluer leurs connaissances vers les différentes techniques opératoires. Les programmes de cycle 1 stipule que « *la maîtrise de la décomposition des nombres est une condition nécessaire à la construction du nombre* ». De ce fait, l'enseignant doit veiller à ce que les nombres travaillés soient composés et décomposés.

En effet, les attendus de fin de cycle 1 sur ce sujet sont les suivants :

- Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales. Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix.
- Parler des nombres à l'aide de leur décomposition.

Il me semble important de définir les deux notions consacrées au sujet de mon étude : la composition et la décomposition. Brissiaud précise que « *comprendre un nombre donné, c'est savoir comment il est composé en nombres plus petits que lui et savoir l'utiliser pour en composer de plus grand¹¹* ». De ce fait, si l'on prend comme exemple, le nombre 8 :

- comprendre le nombre 8, c'est s'être forgé la conviction que pour construire une collection de 8 unités, on peut : soit ajouter 1 à une collection de 7, soit ajouter 3 à une collection de 5, on peut réunir deux collections de 4, on peut enlever deux unités à une collection de 10, etc.
- mais comprendre le nombre 8, c'est aussi, lui ajouter deux unités pour faire 10, lui ajouter une unité pour faire 9, le « doubler » pour faire 16, etc.

Un enfant aura donc assimilé la conception du nombre dans son aspect cardinal lorsqu'il aura acquis, entre autres, ces deux « gymnastiques de l'esprit ».

10 MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, B.O spécial n°2 du 26 mars 2015, *Programme de cycle 1*.

11 BRISSIAUD Rémi, 2015, *Le nombre dans le nouveau programme maternelle : Quatre concepts clés pour la pratique et la formation*, In : Le café pédagogique.

7 La trame de progression des décompositions en maternelle

7.1 Une progression de la PS à la GS.

Cette construction du nombre par les compositions-décompositions doit être consciencieusement construite par les enseignants de cycle 1. En effet, il convient de respecter une progression assez précise afin que les élèves puissent conceptualiser le nombre sous tous ses points de vues. C'est Rémi Brissiaud qui aborde cette progression¹² de la petite section à la grande section de maternelle dans l'étude des dix premiers nombres.

→ Tout d'abord, en petite section de maternelle, l'auteur soumet aux professeurs des écoles de privilégier la compréhension des trois premiers nombres. Ils est important qu'au terme de sa première année de scolarisation, l'élève soit capable d'imaginer mentalement ce qui reste lorsqu'on retire un objet à une collection de 3. Ce travail va s'appuyer sur une capacité propre à l'être humain : le subitizing. En effet, l'Homme a cette possibilité de traiter 3 unités en un seul focus de l'attention. C'est grâce à cela et aux différentes situations qui vont être mises en place par les enseignants de PS, que l'élève va maîtriser le domaine numérique des 3 premiers nombres.

→ En moyenne section de maternelle, Rémi Brissiaud conseille de privilégier la compréhension des 5 premiers nombres. Le travail va s'avérer plus complexe car plus le nombre étudié est « grand », plus le nombre de décompositions croît. En effet, si l'on prend l'exemple du nombre 3, quatre décompositions sont possibles : $3+0$; $2+1$; $1+2$; $0+3$, alors qu'avec le nombre 5, il existe six décompositions possibles : $5+0$; $4+1$; $3+2$; $2+3$; $1+4$; $0+5$. Aussi, il convient de préciser que je n'ai, ici, pris en compte que les décompositions simples (celles en deux nombres plus petits) alors que celles en trois nombres doivent également être étudiées : 3 c'est « 1 et 1 et encore 1 » ou 5 c'est « 2 et encore 2 et encore 1 », etc.

→ En fin de cycle 1 (grande section de maternelle), on travaille avec les élèves les décompositions de $5+n$, les doubles et l'itération de l'unité. Cette manière de procéder résulte du fait que si l'on se cantonne aux décompositions de deux nombres seulement, il existe déjà 45 combinaisons possibles pour les 10 premiers nombres. Compte tenu de cette quantité beaucoup trop importante de décompositions qu'il faudrait savoir utiliser pour

¹² BRISSIAUD Rémi, 2015, *Le nombre dans le nouveau programme maternelle : deuxième partie*, In : Le café pédagogique.

connaître de manière approfondie les 10 premiers nombres, Rémi Brissiaud propose de se limiter à des apprentissages spécifiques. Selon lui, « *il y a des décompositions qui doivent être considérées comme prioritaires¹³* », notamment :

- *6 c'est 5 et 1* (itération de l'unité)
- *6 c'est 3 et 3* (double)
- *7 c'est 5 et 2* (repère à 5/complément à 5)
- *7 c'est 3 et 3 et encore 1* (double + 1), etc.

Il convient donc pour les apprentissages des décompositions en GS de maternelle de se concentrer sur les compléments à 5, la composition d'un nombre par deux nombres semblables : les doubles, et une autre propriété fondamentale du nombre : l'itération de l'unité.

7.2 Le caractère spécifique de l'apprentissage du nombre par les compositions-décompositions

Dans un premier temps, toutes les situations d'enseignement-d'apprentissage du nombre à travers les compositions-décompositions doivent être orientées vers la manipulation. En particulier à l'école maternelle, le « travail sur fiche » est à proscrire. Notamment, sur les relations entre les nombres, les apprentissages ne pourront être fait efficacement que s'ils passent par de la manipulation. Il s'agit pour l'enseignant de « *faire entrer les élèves dans les apprentissages par un processus de conceptualisation - plutôt que par le contenu - et ainsi d'amener les élèves à construire le sens de ce contenu¹⁴* »

Cette année, lors d'une animation pédagogique dans ma circonscription (Lille2-Lomme), on me forme sur l'apprentissage du nombre en maternelle. J'appréhende alors une construction de ce concept mathématique qui doit impérativement passer par 4 étapes primordiales :

- Premièrement, LA MANIPULATION → le « faire »,
- puis LA VERBALISATION → le « dire »,
- LA REPRÉSENTATION MENTALE → le « penser »,
- et enfin, L'ABSTRACTION → le « retenir ».

13 BRISSIAUD Rémi, 2015, *Le nombre dans le nouveau programme maternelle : Quatre concepts clés pour la pratique et la formation*, In : Le café pédagogique.

14 BARTH Britt-Mari, 1987, *L'apprentissage de l'abstraction*, édition Retz.

C'est pourquoi, lors de séances sur la composition-décomposition d'un nombre, le concept n'est pas donnée d'emblée par l'enseignante, ce sont les élèves qui, par tâtonnement, vont s'en saisir. Pour clore cette idée, je reprends une théorie de Marie-Thérèse Zerbato-Poudou très représentative de cette vision qui dit que, pour qu'il y ait apprentissage, « *il faut faire, pour dire le faire et finalement penser le faire*¹⁵ ».

Plus encore, dans les travaux de décompositions, le langage est d'une importance majeure. L'enseignant doit être précis dans ses propos : 3 « *c'est 1 et 1 et encore 1* » ou « *c'est 2 et encore 1* ». En effet, Brissiaud montre que « *le progrès des enfants dépend de la façon dont l'enseignant et les élèves dialoguent autour des nombres : la parole est donc l'une des composantes importantes du progrès*¹⁶ ». »

Concernant la dénomination des symboles, elle n'est jamais utilisée en cycle 1, l'enseignant ne doit pas dire « *1 plus 2 égal 3* » mais plutôt « *2 et encore 1, ça fait 3* ». En effet, c'est le cours préparatoire qui installera le symbolisme (signes des opérations, signe « égal »), lorsque l'élève sera plus à l'aise avec le concept du nombre.

Dans un second temps, il me semble important de préciser que cette construction de l'aspect cardinal des nombres ne peut-être que progressive et organisée. En effet, si l'on se réfère aux compositions-décompositions des nombres 2, 3, 4 et 5, Brissiaud affirme que les enfants ne pourront les connaître que dans cet ordre croissant : « *il est impossible qu'un enfant sache que « 4, c'est 3 et encore 1 » sans savoir que « 3, c'est 2 et encore 1*¹⁷ » .

En revanche, dès la grande section de maternelle et pour les nombres de 6 à 10, les aborder dans l'ordre n'est pas une obligation. Ceci s'explique par le fait que, pour donner plus de sens à leurs constructions, l'enseignant peut s'appuyer sur les décompositions à l'aide du repère 5, ramenant ainsi leur étude à celle de nombres inférieurs à 5 et, donc, déjà connus des élèves.

15 ZERBATO-POUDOU Marie-Thérèse, 2007, Conférence à l'IUFM de Nancy : *Les apprentissages en maternelle : comment l'enfant devient élève ?*.

16 BRISSIAUD Rémi, 2015, *Le nombre dans le nouveau programme maternelle : deuxième partie*, In : Le café pédagogique.

17 BRISSIAUD Rémi, 2019, *Des incohérences dans la circulaire de rentrée concernant le nombre en maternelle*, In : Le café pédagogique.

8 Une propriété fondamentale du nombre : l'itération de l'unité

Une propriété fondamentale du nombre est exposée dans les programmes de 2015 : l'itération de l'unité. En effet, les injonctions officielles annoncent que « *l'itération de l'unité se construit progressivement, au cours de l'école maternelle, et ce, pour chaque nombre*¹⁸ ».

Rémi Brissiaud accentue cette position en admettant que « *les enfants doivent comprendre que toute unité s'obtient en ajoutant un à la quantité précédente (ou en enlevant un à la quantité supérieure) et que sa dénomination s'obtient en avançant de un dans la suite des noms de nombres ou dans l'écriture des chiffres*¹⁹ ». Selon lui, la compréhension du nombre dans son usage cardinal commence par celle de l'itération de l'unité. Pour aller dans ce sens, la circulaire de rentrée 2019 préconise « *des activités mettant en oeuvre le processus d'itération de l'unité (7 c'est 6 et encore 1), qui donnent sens à la relation d'ordre entre les nombres (7 c'est plus petit que 8, ou 7 c'est moins que 8)*²⁰ ». De ce fait, l'itération de l'unité permet de comprendre un certain nombre de décompositions (« 5 c'est 4 et encore 1 », « 6 c'est 5 et encore 1 », etc). Mais, elle permet ici de travailler l'idée du nombre à travers son aspect ordinal.

Ainsi, cette propriété « conceptuelle » qu'est l'itération de l'unité apparaît comme essentielle dans le sens où elle permet de faire comprendre aux élèves le double usage du nombre : à la fois son aspect cardinal, mais également son aspect ordinal.

Concernant « la récitation des noms en nombres », Rémi Brissiaud précise que le comptage doit être enseigné différemment. En effet, dans les programmes antérieurs à ceux de 2015, on recommandait l'apprentissage par « comptage-numérotage ». Ce procédé avait été développé par Rachel Gelman²¹, psychologue américaine et était préconisé dans les programmes depuis la circulaire de 1986. Le « comptage-numérotage » fait correspondre à un mot, un élément, ce qui conduit l'enfant à concevoir les éléments successivement

18 MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, B.O spécial n°2 du 26 mars 2015, *Programme de cycle 1*.

19 BRISSIAUD Rémi, 2014, *Pourquoi l'école a-t-elle enseigné le comptage numérotage pendant près de 30 ans ?*, In : Le café pédagogique.

20 MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, B.O n°22 du 29 mai 2019, *Circulaire de rentrée 2019*.

21 GELMAN Rachel, GALLISTEL Charles Randy, 1978, *The child's understanding of number*, Cambridge, Harvard University Press.

pointés avec le doigt comme « *le un* », « *le deux* », « *le trois* », etc. Le mot prononcé lors du pointage a alors un statut de numéro qui renvoie chacun à un élément et un seul.

Rémi Brissiaud, lui, défend le « comptage-dénombrement ». Il préconise d'effectuer le comptage à la manière d'un célèbre pédagogue des années 50-60, René Brandicourt, en théâtralisant l'itération de l'unité : « *un ; et encore un, deux ; et encore un, trois ; et encore un, quatre ; et encore un, cinq, etc* ». Cette autre forme de comptage permet à l'élève de comprendre que chaque mot prononcé désigne une quantité, celle résultant de l'ajout d'une nouvelle unité et donc lui permet de conceptualiser l'aspect cardinal du nombre. Les programmes de 2015, suivent cette idée en recommandant le fait que « *les activités de dénombrement doivent éviter le comptage-numérotage et faire apparaître, lors de l'énumération de la collection, que chacun des noms de nombres désigne la quantité qui vient d'être formée (l'enfant doit comprendre que montrer trois doigts, ce n'est pas la même chose que montrer le troisième doigt de la main)²²*».

Après toutes ces émergences d'idées, on comprend alors que l'apprentissage du nombre à l'aide de ces procédures permet aux élèves de se familiariser avec les notions de décompositions et ainsi de préparer son esprit au calcul.

Après avoir fait un recensement général sur l'apprentissage du nombre à la maternelle par la composition-décomposition, je poursuis mon travail en présentant la dichotomie entre deux types de décompositions, toutes les deux, travaillées à l'école primaire.

9 Les différents types de décompositions

9.1 La décomposition additive d'un nombre

Décomposer un nombre de manière additive c'est l'écrire sous forme d'additions.

Par exemple : $4352 = 4000 + 300 + 50 + 2$.

En maternelle, on appréhende uniquement la décomposition additive des nombres inférieurs ou égal à 10. Dès le cycle 2, les enseignants vont aborder des décompositions additives beaucoup plus importantes. La décomposition additive est donc travaillée sur l'ensemble de l'école primaire.

22 MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, B.O spécial n°2 du 26 mars 2015, *Programme de cycle 1*.

9.2 La décomposition canonique

Contrairement à la précédente, ce type de décomposition n'est travaillé qu'à l'école élémentaire car elle emploie une opération étudiée à partir du CE1 : la multiplication. En effet, la décomposition canonique c'est décomposer un nombre en alternant la multiplication et l'addition.

Par exemple : $4352 = 4 \times 1000 + 3 \times 100 + 5 \times 10 + 2$ ou 4352, c'est 4 milliers, 3 centaines, 5 dizaines et 2 unités.

Pour la décomposition canonique, on précise que l'on a séparé en unités, dizaines, centaines, etc, en écrivant le nombre de fois qu'on a chaque élément. Cela permet d'entraîner les élèves à bien visualiser notre système décimal.

Je présente ces deux types de décompositions malgré le fait que, seule la première, intéresse mon sujet d'étude. En effet, ayant un axe de recherche qui concerne la maternelle, les décompositions étudiées se rapportent aux 10 premiers nombres, donc à la décomposition additive de ces quantités.

10 Des outils au service de l'apprentissage du calcul mental

10.1 Des outils pour le cycle 1

Grâce à mes recherches théoriques sur la composition-décomposition du nombre, j'ai pu constater qu'il existe une multitude d'outils pour travailler les différentes compositions-décompositions du nombre. J'en fais un inventaire concis, *infra* :

- Les plaquettes d'initiation sensorielle au calcul créées en 1923 par Suzanne Herbinière-Lebert (voir Annexe n°1) ou un autre concept largement inspiré, importé d'Angleterre : les plaques-nombres Numicon© (voir Annexe n°2). Des outils qui favorisent la perception visuelle de la décomposition.
- Les réglettes cuisenaires qui constituent un matériel didactique intuitif (voir Annexe n°3). Elles offrent une manipulation accommodante pour permettre aux élèves de trouver les différentes décompositions d'un nombre.
- Jeu mathématique en bois pour aider les enfants à résoudre des calculs mathématiques simples (voir Annexe n°4).

- Les barres rouges et bleues Montessori (voir Annexe n°5). Ce type de jeu favorise la décomposition par itération de l'unité.
- Travailler avec la représentation de la coccinelle : trouver toutes les façons de mettre un nombre n de points sur les ailes, pour que toutes les coccinelles soient différentes. On travaille ici sur la discrimination visuelle.
- Halli Galli : un jeu de société de rapidité et d'observation pour apprendre les décompositions du nombre 5.
- Les « albums à calculer²³ » de Rémi Brissiaud. Ce sont des livres avec rabats pour apprendre les décompositions des nombres en s'appuyant sur la constellation 5 du dé, en évitant le comptage-numérotage et en privilégiant le comptage-dénombrément.

Il existe également de nombreux albums de jeunesse qui permettent de travailler les compositions-décompositions des nombres jusqu'à 10 :

- « *La moufle* » de Florence Desnouveaux et Cécile Hudrisier.
- « *La chevrette qui savait compter jusqu'à 10* » de Alf Proysen.
- « *Au lit dans 10 minutes* » de Peggy Rathmann.
- « *Le lutin des chiffres* » de Chiara Carrer.
- « *Les dix petits harengs* » de Wolf Erlbuch.
- « *Boucle d'Or et les trois ours* » de Rascal.
- « *10 petits amis déménagent* » de Mitsumasa Anno, etc.

J'ai également pu me rendre compte de l'existence d'une multitude de comptines-support pour amener les élèves à l'apprentissage des différentes décompositions. Des comptines qui se récitent ou qui se chantent, soit avec les doigts, soit avec un outil-support :

- « *5 petites souris dans un grand lit* ».
- « *Voici ma main* » (décomposer le nombre 5).
- « *4 feuilles sur un arbre* ».
- « *Les petits lapins* », etc.

23 BRISSIAUD Rémi, 2004, *L'album à calculer – Maternelle GS*, Paris éditions Retz.

10.2 Des outils pour les cycles 2 et 3

D'autres outils sont mis au service des élèves pour leur apporter des aides et se familiariser avec le calcul mental.

Tout d'abord, il est vrai que la dactylogonomie qui est très utilisée au cycle 1 reste souvent un outil investi par les élèves en début du cycle 2. « Compter avec ses doigts » est la phase introductive de l'apprentissage du nombre, elle permet aux apprenants d'appréhender les nombres et de se familiariser intuitivement avec les relations arithmétiques²⁴. Certains chercheurs partagent ce point de vue, et notamment Michel Fayol, pour qui, utiliser les doigts jouerait un rôle fondamental dans la manipulation mentale de représentations de quantités pour calculer, avant même que les élèves n'associent des noms à ces dernières. Le chercheur français affirme que « *l'entraînement à utiliser les doigts pour manipuler les quantités serait le prélude à la compréhension des opérations arithmétiques*²⁵ ».

Cependant, Rémi Brissiaud pense que, pour évoluer rapidement dans le calcul mental il convient d'abandonner cette technique de comptage. Seulement, ceci peut s'avérer être une étape compliquée pour les élèves car, ils ont tellement investi les doigts du côté du comptage un à un à l'école maternelle qu'il s'y sont acclimatés. Le maître de conférences en psychologie cognitive²⁶ préconise l'utilisation d'une image des doigts plutôt que le comptage sur les doigts. De cette manière, les élèves délaisseront naturellement ces techniques de calcul. Afin de suivre cette idée, Stella Baruk a créé un outil qui permet aux élèves de rester dans « *l'utilisation concrète des doigts*²⁷ » en matérialisant leurs représentations : cet outil qu'elle appelle « les barres doigts » (voir Annexe n°6). Dans ma pratique, au sein de ma classe de grande-section de maternelle, je constate que l'usage des doigts n'est pas automatique pour tout le monde. Certains élèves y recourent forcément alors que d'autres ne le font pas d'eux même : c'est moi qui leur en suggère l'utilisation.

Pour les stratégies de décompositions, passage de la dizaine supérieure, etc, un outil a été mis au point pour aider les élèves en difficulté, c'est la boîte de Picbille (voir Annexe n°7) qui apparaît comme un substitut des doigts. Elle est principalement utilisée au cycle 2 et

24 PIAGET Jean, 1980, *La genèse du nombre chez l'enfant*, édition n°6, Paris, éditions Delachaux et Niestlé.

25 FAYOL Michel, 2004, *Compter sur ses doigts, une étape nécessaire*, In : La recherche n°379.

26 CANOPE, 2009, Conférence par Rémi BRISSIAUD : *Calcul mental : quelle progression à l'école élémentaire ?*

27 BARUK Stella, 1997, *Comptes pour petits et grands : volume 1*, éditions Magnard.

permet aux élèves d'apprendre à calculer mentalement sur un objet structuré comme « la main et ses doigts ». Cette ultime étape au comptage un à un permet aux élèves de faire évoluer leurs stratégies de calcul pour progressivement apprendre à calculer « de tête ».

D'autres outils peuvent se révéler efficaces, notamment au début du cycle 2, alors que la conception des nombres peut être encore fragile pour certain élève, un tableau des nombres de 0 à 99 peut s'avérer être un instrument de première nécessité. Il va permettre aux élèves de se familiariser, progressivement, avec certaines opérations mentales notamment sur des additions ou sur des soustractions. Cependant il faut rester vigilant quand à l'utilisation du tableau. En effet, l'enseignant ne doit surtout pas apprendre aux élèves à être mécanique dans cette utilisation, il doit les inciter à donner du sens à chaque nombre.

Un autre outil, largement utilisé par de nombreux enseignants, se montre très intuitif et d'une grande efficacité dans l'apprentissage du calcul (notamment du champ additif). Il s'agit du « matériel Multibase » (voir Annexe n°8) qui permet une représentation visuelle du calcul jusqu'à 1000.

Aussi, les affichages en classe peuvent être utile en début d'apprentissage. Il est important que ces affiches relatives aux procédures soient construites par les élèves (avec l'aide de l'enseignant) et qu'elles évoluent tout au long de l'année.

Le principal élément à retenir dans l'apprentissage du calcul au cycle 2 (et même 3) est, qu'il est primordial de varier la représentation des nombres pour ne pas que les élèves soient dépendants d'une seule représentation.

Après avoir exposé le contenu de mes recherches théoriques sur la décomposition du nombre et le calcul mental, je présente mes investigations qui permettront de répondre à ma problématique.

Ma méthodologie d'observation

1 Présentation du contexte

Je débute cette partie empirique par une description de mon terrain d'étude. J'ai été affectée, en tant que professeur des écoles stagiaire, dans l'école Jean-Loup Chrétien de Prêmesques qui accueille près de 200 élèves. Le groupe scolaire appartient à la circonscription de Lille2-Lomme et comprend 9 classes, de la toute petite section au CM2. L'école est implantée dans un cadre agréable et rural et les élèves qui la fréquentent sont, pour la plupart, issus de milieux plutôt favorisés. Les élèves scolarisés dans cette école sont généralement bien suivis scolairement par leurs parents, ils fréquentent des activités extrascolaires diverses et occupent leur temps libre par de nombreuses sorties culturelles en famille. De ce fait, le niveau scolaire général et les compétences des élèves sont relativement élevés.

La classe de grande section de maternelle dans laquelle j'enseigne les lundis et mardis comprend 17 élèves dont le niveau est assez hétérogène. La classe bénéficie d'une ATSEM à 75 %, Sabrina est donc avec nous toute la matinée et en fin de journée (de 15h15 à 16h30).

2 Méthodologie employée et outils d'observations

Concernant la méthodologie d'observation que j'avais pour projet d'utiliser pour répondre à mes questionnements, il s'agissait de réaliser une analyse qualitative des procédures d'élèves. En d'autres termes, j'envisageais de réaliser 5 « portraits d'élèves » de ma classe de grande section de maternelle qui ont des profils différents en terme d'apprentissages (et notamment d'apprentissages sur l'étude du nombre) :

- Le premier profil est un élève « petit parleur » : on l'entend très peu mais il est très sérieux et réfléchi dans le travail écrit que l'on donne. Néanmoins, il présente une grande sensibilité, il faut donc être vigilant dans les propos que l'on utilise à son égard.
- Le deuxième profil est un élève très efficace dans la manipulation mais peu sensible aux consignes qui sont données. Il a un esprit compétitif qui peut parfois l'invalider dans ses activités scolaires.

- Le troisième profil est un élève qui adore faire « comme la maîtresse », mais qui se soucie peu du travail attendu. Les exercices sont souvent bâclés et ne répondent pas aux attentes.
- Le quatrième profil est un élève très fragile en terme d'apprentissages (en général). Cet élève présente des difficultés à donner du sens au nombre. Aussi, sa sensibilité prend souvent le dessus et cet élève ne parvient alors plus à suivre l'activité proposée jusqu'à son terme.
- Enfin, le dernier et cinquième profil est un élève très impliqué dans son « métier d'élève ». Il comprend vite ce qui est attendu de lui. Son travail est plus que satisfaisant.

Après avoir sélectionné certains profils spécifiques de ma classe, j'avais pour projet d'étudier la manière dont ces « types d'élèves » réagissent à l'enseignement de la décomposition du nombre. Je voulais précisément observer les procédures utilisées par chacun pour retenir certaines décompositions et que celles-ci gagnent le statut de « faits numériques ».

Pour arriver à cela, j'avais prévu de réaliser des entretiens individuels, des transcriptions de séances spécifiques à l'apprentissage du pré-calcul, une comparaison des procédés mis en œuvre pour résoudre un même exercice, etc. Tous ces éléments auraient été recueillis grâce à des grilles d'observations spécifiques.

Malheureusement, suite à la fermeture temporaire des établissements scolaires en raison du plan de lutte contre le COVID-19, je n'ai pu mener à terme mes investigations. Je choisis donc de changer de stratégie pour répondre, au mieux, à ma problématique, ainsi qu'aux attentes de l'enseignement de l'UE5. En effet, cette partie méthodologique a une visée plus professionnelle que la partie théorique. Il s'agit de traiter les données recueillies et d'analyser ma pratique professionnelle dans le but de développer d'autres compétences professionnelles et, ainsi, d'améliorer mes pratiques « d'enseignements futurs ». Pour cela, je décide de réaliser une analyse du répertoire d'outils que j'ai utilisés au cours de cette année pour amener les enfants à mémoriser, de la meilleure façon, les décompositions des nombres. Le but étant que celles-ci deviennent des « faits numériques » indispensables au travail de calcul mental qui débutera dès le cycle 2.

3 Les activités que j'ai conduites en classe

En classe, pour travailler sur les décompositions des nombres, je n'hésite pas à varier les supports et les contextes. Ainsi, cet apprentissage en numération peut avoir lieu à tout moment de la journée, dans des contextes variés et avec des outils diversifiés.

3.1 Des situations rituelles en classe entière.

3.1.1 L'appel : composer une quantité d'absents

Dès les rituels du matin, nous investissons les apprentissages sur la décomposition du nombre. En effet, lorsque les enfants arrivent dans la classe, ils déposent l'étiquette de leur prénom sur l'affichage prévu à cet effet. Le panneau des présents/absents comprend quatre parties : du côté droit, les filles et de l'autre, les garçons. La partie haute est l'espace pour les présents et en bas, une partie plus réduite pour les étiquettes des absents. Lorsque les portes de l'école se ferment car l'heure de début des cours a sonné, il arrive parfois qu'il reste des étiquettes qui n'ont pas été rangées : il s'agit des absents. Le/La responsable de l'appel (un élève qui a choisi cette responsabilité pour la semaine) doit alors placer les étiquettes restantes dans la partie « absent(s) » du tableau en respectant bien le genre de chaque élève.

Lorsque nous débutons les rituels de début de journée, l'élève « responsable de l'appel » compte les élèves présents, il écrit le résultat trouvé au tableau. C'est lors du comptage des absents que nous travaillons la décomposition. L'élève compte les garçons absents, puis l'écrit en dessous de l'image illustrée par un garçon. Il procède de la même manière pour les filles absentes. Grâce aux deux quantités écrites, il doit trouver le nombre total d'absents. Il vérifie son résultat en dénombrant toutes les étiquettes.

Cette situation permet de donner du sens au nombre et à ses décompositions car c'est une situation concrète pour les élèves : des élèves de la classe qui sont restés chez eux. Aussi le nombre d'absents n'excède jamais (ou très rarement !) 5 élèves, ce qui permet aux élèves de réinvestir des décompositions bien connues (car appréhendées en moyenne section et revues lors des périodes 1 et 2 de grande section). De plus, je trouve que cette situation est très intéressante car elle varie d'un jour à l'autre et permet de travailler toutes les combinaisons possibles pour « fabriquer une quantité ».

3.1.2 Rituel pour apprendre à compter

Lorsque nous avons terminé une situation d'apprentissage plus vite que prévu et qu'il reste 5 ou 10 minutes avant une récréation ou une fin de classe, je mets en place un petit jeu rapide : « Greli-Grelo²⁸ ». L'objectif de ce jeu est de résoudre des problèmes portant sur les quantités par la réunion. Le jeu se déroule de la manière suivante :

Je place, par exemple 3 jetons dans ma main droite puis la ferme, et 2 jetons dans ma main gauche. Puis je réunis mes deux mains (pour faire une forme de sphère) en secouant les jetons à l'intérieur et en chantant « *Greli-Grelo combien j'ai de sous dans mon sabot ?* ». Les élèves doivent montrer la quantité avec leur doigts (ou parfois je leur donne une ardoise et un marqueur effaçable pour qu'ils répondent à « la Martinière²⁹ »). J'ouvre ensuite mes mains pour que l'on vérifie ensemble le résultat. Puis on verbalise « *j'avais 3 jetons dans cette main et 2 dans l'autre, 3 et 2 ça fait 5* ». Je demande ensuite à quelques élèves de m'expliquer comment ils ont fait pour trouver la bonne quantité : certains ont procédé en surcomptant, pour d'autres c'est un résultat connu, d'autres élèves ont recompté tous les éléments, etc. Ces entreprises de verbalisation ne sont pas toujours évidentes, les difficultés que je rencontre à les établir sont inhérentes au jeune âge de mes élèves : certains ne savent pas m'expliquer comment ils ont fait pour trouver le résultat, ils me répondent simplement : « *j'ai réfléchi dans ma tête* ». Après cette première « manche », je recommence la situation autant de fois que j'ai de temps en variant les quantités de jetons.

3.1.3 Rituel pour travailler l'itération de l'unité

De la même manière que la situation précédente, lorsqu'il reste trop peu de temps avant une « coupure » pour commencer une nouvelle activité, je mets en place le « jeu de la boîte ». L'objectif de ce jeu est de résoudre un problème portant sur les quantités : augmentation ou diminution par 1. Pour cela, je dispose d'une boîte opaque et de petites voitures. Je place des voitures dans la boîte (entre 0 et 9 objets). Je demande à un élève de venir les compter : il les dénombre et annonce le résultat à ses camarades. L'élève retourne s'asseoir et j'ajoute une voiture dans la boîte. J'interroge les élèves « *combien y-a-t-il de*

28 DUPREY Gaëtan, DUPREY Sophie et SAUTENET Catherine, 2009, *Vers les maths – Maternelle grande section*, Accès éditions.

29 Procédé qui permet un travail collectif : l'enseignant pose une question. Individuellement, les élèves écrivent la réponse sur une ardoise et, au signal de la maîtresse, ils lèvent l'ardoise pour montrer leur réponse.

voitures maintenant dans la boîte ? ». Les élèves doivent lever le doigt s'ils connaissent la réponse, j'interroge l'un d'entre eux, puis nous vérifions. Je n'hésite pas à faire verbaliser l'élève « ... et encore 1, ça fait ... ». Je recommence ensuite avec une autre quantité. Parfois, je fais varier la situation en retirant un objet. Ce rituel est très apprécié par les élèves, beaucoup d'entre eux participent activement et il s'avère efficace pour familiariser les enfants avec l'itération de l'unité. D'ailleurs, certains commencent à avoir compris l'astuce et trouvent la réponse assez rapidement.

3.2 Des activités dirigées avec un petit groupe d'élèves

Pour travailler les décompositions avec les élèves de ma classe de grande section de maternelle, je m'appuie sur des situations construites, inspirées de manuels didactiques et pédagogiques : notamment le livre « *Vers les maths – Maternelle grande section*³⁰ ». Afin de prendre en compte les recherches de Brissiaud en psychologie cognitive³¹, j'aborde les décompositions dans l'ordre croissant des nombres, notamment pour les quantités jusqu'à 5 (se référer au paragraphe 7.2 de mon mémoire).

3.2.1 La décomposition de 4 : activité « 4 feuilles sur un arbre »

Il s'agit de la première activité sur la décomposition du nombre que j'ai menée avec mes élèves de GS de maternelle. J'expose *infra* les différentes phases de cette séance que j'ai réalisée en fin de période 1.

Phase 1 : Appropriation du problème grâce à la découverte de la comptine.

J'accroche au tableau l'illustration d'un arbre sur une affiche A3 avec une petite table à son pied. 4 images de feuilles sont fixées sur le feuillage de l'arbre. Les feuilles sont disposées sur 4 gommettes selon la configuration du dé. Je chante la comptine *infra* en retirant une feuille à chaque strophe. Les feuilles qui tombent sont visibles au pied de l'arbre puisqu'elles se posent sur la table.

30 DUPREY Gaëtan, DUPREY Sophie et SAUTENET Catherine, 2009, *Vers les maths – Maternelle grande section*, Accès éditions.

31 BRISSIAUD Rémi, 2019, *Des incohérences dans la circulaire de rentrée concernant le nombre en maternelle*, In : Le café pédagogique.

Comptine

4 feuilles sur un arbre. L'une s'envole dans le vent. Il en reste 3.

3 feuilles sur un arbre. L'une s'envole dans le vent. Il en reste 2.

2 feuilles sur un arbre. L'une s'envole dans le vent. Il en reste 1.

1 feuille sur un arbre. L'une s'envole dans le vent. Il n'en reste plus.

Afin que les élèves s'approprient la comptine, je leur propose un jeu de doigts. Je débute main ouverte et pouce replié (donc 4 doigts levés), je leur explique que le tronc est représenté par l'avant bras. Les enfants font comme moi : nous récitons la comptine et abaissons un doigt à chaque feuille qui tombe.

Phase 2 : Recherche individuelle, comprendre le problème.

Je replace les 4 feuilles sur l'illustration de mon arbre. L'emplacement de chaque feuille est marqué par une gommette verte. Pendant que les élèves ferment les yeux, je fais tomber 2 feuilles dans un boîte que j'ai posée sur la table et qui se trouve donc en dessous de l'arbre. Les feuilles tombées ne sont alors plus visibles par les élèves. Sur l'arbre, les enfants peuvent savoir le nombre de feuilles tombées grâce aux gommettes restantes. Après leur avoir donné à chacun une ardoise et un marqueur effaçable, je leur indique la consigne suivante : « *cherche dans ta tête et sans rien dire à tes camarades, combien de feuilles sont tombées de l'arbre. Tu peux dessiner ou écrire ta réponse* ». Grâce au procédé « La Martinière³² », les élèves présentent leur réponse. Ensemble, nous validons ou non les réponses proposées en sortant les feuilles de la boîte. Je reproduis l'exercice en faisant varier le nombre de feuilles tombées dans la boîte.

Phase 3 : Recherche individuelle, résoudre le problème

J'enlève les gommettes sur l'affiche afin que l'emplacement de chaque feuille ne soit plus marqué par une gommette verte. De ce fait, sur l'arbre, les enfants ne voient plus que les feuilles qui ne sont pas tombées. J'utilise alors la même démarche que pour la phase précédente : les enfants doivent trouver combien de feuilles sont tombées dans la boîte. Je confronte les résultats et demande aux élèves de m'expliquer comment ils ont procédé. Puis, ensemble, nous validons en sortant les feuilles de la boîte.

³² Procédé qui permet un travail collectif : l'enseignant pose une question. Individuellement, les élèves écrivent la réponse sur une ardoise et, au signal de la maîtresse, ils lèvent l'ardoise pour montrer leur réponse.

Phase 4 : Travail écrit de consolidation.

Les élèves réalisent l'exercice de consolidation sur la fiche que vous pouvez trouver en Annexe n°9.

3.2.2 La décomposition de 5 : les petits lapins

Cette activité a été réalisée en période 2, juste après avoir appréhendé les différentes décompositions de 5. La situation d'apprentissage s'apparente à la précédente, mais cette fois-ci avec des marionnettes de doigts en forme de lapins (récitation de la comptine, *infra*, en jouant avec ses doigts) (voir Annexe n°10). Dans cette nouvelle situation d'enseignement, les élèves vont devoir trouver le complément d'un nombre à 5.

Phase 1 : Appropriation du problème par les élèves.

Je présente aux élèves les éléments du problème :

- une maquette de jardin que j'ai réalisé dans un couvercle en carton dans lequel j'ai disposé 5 salades (feuille de papier vert chiffonnée) en respectant la configuration de la constellation du dé (voir Annexe n°10).
- une boîte de chaussure opaque qui fait office de terrier.

Ensemble, nous récitons la comptine « *Les 5 petits lapins* » apprise précédemment (voir *infra*). Au fur et à mesure des strophes, je place les marionnettes de lapins dans le jardin (chacun sur une salade). Puis j'annonce que les lapins sont fatigués et qu'ils vont aller se reposer dans leur terrier, je les place tous dans le terrier (opaque). Je questionne alors les élèves : « *combien de lapins sont dans le terrier ?* »

Comptine « les 5 petits lapins »

*1 petit lapin rencontre...un autre petit lapin. 2 petits lapins jouent dans le jardin.
2 petits lapins rencontrent...un autre petit lapin. 3 petits lapins jouent dans le jardin.
3 petits lapins rencontrent...un autre petit lapin. 4 petits lapins jouent dans le jardin.
4 petits lapins rencontrent...un autre petit lapin. 5 petits lapins jouent dans le jardin.
Dans ma main j'ai 5 doigts pour compter les petits lapins.*

Phase 2 : Recherche individuelle, résolution du 1^{er} problème.

Les enfants ferment les yeux pendant que je place 3 lapins dans le jardin et 2, dans le terrier en fermant le couvercle : seuls les lapins dans le jardin sont visibles. J'autorise les

élèves à ré-ouvrir les yeux et je leur pose la consigne suivante : « *cherche dans ta tête et sans rien dire à tes camarades pour trouver combien de lapins sont dans le terrier. Tu peux écrire ou dessiner ta réponse sur ton ardoise* ». Je donne le signal et les élèves me montrent le résultat trouvé. Je leur demande de m'expliquer comment ils ont procédé.

Phase 3 : Mise en commun et structuration du problème.

Grâce à cette mise en commun, nous constatons que le nombre de lapins dans le terrier correspond au nombre de salades vides. Nous pouvons valider ce constat en ouvrant le terrier et en remarquant que 5 c'est 3 et encore 2. Je reproduis l'exercice en faisant varier le nombre de lapins dans le jardin : 4, 2, 1, 5 et 0. À chaque fois, je prends le temps de faire verbaliser les élèves sur la décomposition de 5 (« 5, c'est 4 et encore 1 », « 5 c'est 5 et 0 », etc).

Phase 4 : Recherche individuelle, résolution du 2^{ème} problème.

On procède de la même manière que dans la résolution du 1^{er} problème mais cette fois ci, les lapins visibles sont ceux dans le terrier et le jardin est caché. Ce qui implique que les élèves ne peuvent plus « compter les salades vides » pour répondre au problème. Cet obstacle didactique va les inciter à trouver une nouvelle procédure de résolution.

3.2.3 La décomposition de 5+n

J'ai mené cette activité intitulée « *les nombres de 5 à 10* » au cours de la période 3. L'objectif de cette séance est d'appréhender les décompositions de 6 à 10 en utilisant le repère 5. En effet, je mets en pratique les préconisations de Brissiaud dans l'un de ses articles³³ du Café Pédagogique.

Phase 1 : Recherche individuelle par manipulation.

Lors de cette 1^{ère} phase, chaque élève dispose de 10 petites cartes avec la représentation des constellations du dé de 1 à 5³⁴ (voir Annexe n°11). Tous ensemble, nous nommons la quantité dessinée sur chaque carte pour que chaque élève se remémore la représentation de chaque nombre. Puis, je donne la consigne suivante : « *vous devez associer les cartes par 2, comme un domino, pour obtenir des quantités différentes* » (je leur montre un exemple).

33 BRISSIAUD Rémi, 2019, *Des incohérences dans la circulaire de rentrée concernant le nombre en maternelle*, In : Le café pédagogique.

34 Chaque élève a 6 cartes avec constellations de 5, et une de chaque constellations de 1 à 4.

Les élèves s'exécutent, je n'hésite pas à leur faire verbaliser leurs associations (« 2 et 1 ça fait 3 »...).

Dans un 2^{ème} temps, je fais évoluer la consigne : « vous devez toujours associer les cartes par 2, comme un domino, mais en utilisant obligatoirement une carte 5 ». Comme précédemment, je fais verbaliser leurs assemblages. Cette oralisation permet aux élèves de mentionner les décompositions de 6 à 10 en utilisant la quantité 5 (« 5 et 1, ça fait 6 », « 5 et 2, ça fait 7 », « 5 et 3, ça fait 8 », etc). Une fois que les enfants ont terminé leurs associations, je leur demande de ranger les nombres obtenus comme ils le souhaitent. Ce rangement leur permet de remarquer que le nombre 5 est un repère pour former les nombres 6, 7, 8, 9 et 10.

Phase 2 : Structuration de la notion par manipulation.

Je place la carte 5 au centre de la table et annonce un nombre à obtenir (de 6 à 10). Les élèves doivent montrer la carte qu'il faut placer à côté du 5 pour former un domino et obtenir le nombre que j'ai énoncé. Je réitère l'activité en variant les quantités afin que les élèves mémorisent les décompositions de 6, 7, 8, 9 et 10 en combinant un nombre à la quantité 5.

Phase 3 : Consolidation par manipulation.

Cette phase sert à préparer la suivante qui sera un jeu de Memory. Je montre aux élèves qu'il y a deux type de cartes (voir Annexe n°12) :

- Une première série « type domino » : la carte est divisée en deux parties avec de chaque côté, une certaine quantité représentée comme les constellations du dé.
- La deuxième série : sur chaque carte est inscrit l'écriture chiffrée d'un nombre.

Toutes les cartes sont étalées sur la table faces visibles (les deux séries mélangées) et j'explique aux élèves la consigne. Chacun à leur tour, il vont piocher la carte qu'ils veulent et vont devoir trouver une carte avec la même quantité que sur celle piochée (ils peuvent mélanger une carte « domino » avec une carte « écriture chiffrée » du moment que la quantité est la même). Chaque fois qu'un élève pioche sa carte, il doit nommer la quantité reconnue.

Phase 4 : Jeu du Memory.

On reprend les mêmes cartes que pour la phase précédente. J'explique aux élèves que le but de ce jeu est de recueillir le plus de paires possibles. Néanmoins, seule la quantité

importe : c'est à dire qu'un élève peut former une paire avec, d'une part, une carte sur laquelle il y a une constellation de 5 couplée avec une de 2 (donc 7) et, d'autre part, une carte sur laquelle est inscrit l'écriture chiffrée de 7. Je mélange toutes les cartes et les dispose sur la table avec la configuration d'un jeu de Memory, les faces sont non-visibles. Chacun à leur tour, les élèves retournent 2 cartes, si elles ont la même valeur, il les conserve et rejoue, sinon il les replace, face retournée au même emplacement. Les autres élèves essaient de retenir les quantités retournées. À la fin de la partie, chacun compte le nombre de cartes qu'il a gagné et compare avec ses camarades.

Toutes ces activités dirigées présentent une structure quelque peu identique : une comptine, une situation de recherche individuelle, une activité de consolidation, etc. Ce travail sur une quantité singulière permet à chaque élève de travailler des procédures qui leur offriront l'accès au calcul réfléchi. Aussi ces réflexions sur une quantité particulière permettent de rendre générique l'aspect cardinal du nombre, le concept devient alors significatif.

Dans le but d'automatiser ces apprentissages, je propose régulièrement des activités ludiques qui réinvestissent les décompositions apprises.

3.3 Des situation de jeux

Les deux situations de jeux que je présente *infra* ont été réalisées avec mes élèves de grande section de maternelle. Elle sont découvertes en « activité dirigée » mais, grâce à leurs règles simples, peuvent rapidement être réinvesties « en autonomie ».

3.3.1 Le jeu du saladier

Cette activité aide à manipuler/mémoriser les décompositions de petites quantités. Elle peut être effectuée avec toutes les grandeurs (je me contente de celles de 2 à 10 travaillées en maternelle). Le jeu du saladier se joue en binôme et le matériel nécessaire est moindre : un récipient opaque type « saladier » et des jetons. L'élève 1 montre le saladier vide à l'élève 2 ainsi que la quantité de jetons travaillée³⁵, puis il demande à l'élève 2 de fermer les yeux. Pendant ce temps, l'élève 1 place un certain nombre de jetons sous le saladier et laisse le restant de jetons, à côté. L'élève 2 ouvre alors les yeux, il ne voit que les jetons qui

³⁵ Si on évoque les décompositions de 6 alors on utilise 6 jetons.

se trouvent à côté du saladier et connaît la quantité travaillée. À l'aide de la procédure qu'il souhaite, il doit deviner le nombre de jetons cachés sous le saladier.

3.3.2 Recomposer un nombre avec 2 cartes.

Pour cette activité, il faut, par élève, un jeu de cartes à jouer traditionnel dans lequel on enlève les figures (valet, reine et roi). Une carte est présentée à l'élève, par exemple, la carte 6. Le but est de trouver toutes les façons pour « fabriquer³⁶ » 6, c'est à dire que l'élève doit proposer toutes les associations de 2 cartes possibles pour créer la quantité 6 (voir Annexe n°13).

3.4 Des activités en regroupement

Aussi, lors d'activités en regroupement, nous entreprenons de fabriquer une maison pour chaque nombre (voir Annexe n°14). Dans chacune d'elle, nous centralisons toutes les combinaisons possibles (à deux termes) qui servent à fabriquer la quantité inscrite dans le toit. Les différentes maisons sont affichées les unes à côté des autres dans la classe, ce qui permet de se rendre compte qu'à chaque quantité supérieure, s'ajoute « un étage » (autrement dit, plus le nombre est important, plus il existe de combinaisons possibles pour le construire). De plus, cet affichage s'avère utile car il fait office « d'aide-mémoire » pour certains élèves : chacun s'autorise à le consulter si besoin.

3.5 Retour réflexif des activités que j'ai conduites en classe

Grâce à un répertoire d'outils très variés, je constate que les décompositions du nombre sont très souvent abordées avec mes élèves. Dans n'importe quelle circonstance, que ce soit, à travers des situations rituelles, des activités « dirigées » ou « en regroupement », ces exercices permettent aux élèves d'enclencher des mécanismes en numération et de se forger des « résultats réflexes ».

Grâce à une évaluation formative régulière, je me rends compte que certains élèves ont déjà acquis quelques automatismes : certaines décompositions se métamorphosent en « faits numériques », c'est là tout l'enjeu de ma tâche. Dans le but d'alimenter ces constats, je décide de réaliser une activité qui recourt à l'ensemble des décompositions déjà abordées, toutes quantités confondues. Je présente cette initiative.

³⁶ C'est le terme que j'utilise avec mes élèves.

4 Projet d'activité et matériel réalisé

La séquence que je présente *infra* nécessite l'utilisation d'un matériel spécifique : les plaques-nombres Numicon (voir Annexe n°2). N'étant pas en possession de ce matériel didactique : je décide de le réaliser à l'aide de cartoline et d'une perforatrice ronde de 2,5 cm de diamètre. J'avais terminé la fabrication du matériel, mes fiches de préparation de séances étaient prêtes également, il ne me restait plus qu'à démarrer ma séquence. Seulement, suite à la fermeture temporaire des établissements scolaires en raison du plan de lutte contre le COVID-19, je n'ai pu mettre à exécution ce module d'apprentissage. J'espère pouvoir l'accomplir dès la réouverture (à ce jour prévue le 11 mai).

4.1 Le jeu du marché

Depuis le début de l'année, je travaille des séquences spécifiques sur la décomposition d'un seul nombre à la fois : une séquence sur le 4, une sur le 5, etc. La séquence que je présente *infra* est donc la première qui regroupe toutes les décompositions rencontrées, quelque soit la quantité. J'envisageais de réaliser cette séquence fin mars, après avoir appréhendé les décompositions jusqu'à 8 (par conséquent, le jeu n'utilisera pas de quantités supérieures à 8, excepté pour les élèves avec un niveau plus avancé (différenciation pédagogique)). Durant ces séances d'apprentissages, les compétences qui auraient été travaillées par les élèves sont :

- comprendre les relations entre les quantités.
- savoir décomposer une quantité inférieure à 10 à l'aide de 2 quantités plus petites.

Malgré l'empêchement de mener ce module d'apprentissage, je présente une progression de la séquence envisagée.

4.1.1 Progression de la séquence

Séance n°1 : Découverte du matériel par les élèves.
--

Le matériel que j'ai fabriqué s'inspire des pratiques d'outre-Manche (Oxford) et outre-Atlantique. Il sert à travailler efficacement la décomposition du nombre en lien avec les quantités et leurs représentations. Sur chaque plaque-nombre, le nombre de trous correspond à la valeur de la plaque-nombre (voir Annexe n°15). Le but de cette séance est que les élèves manipulent les plaques et leurs bases (voir Annexe n°15) pour découvrir et

se familiariser avec ce nouveau matériel. Sur le principe du Tetris³⁷, les élèves essaient de remplir les bases en emboîtant les plaques pour que celles-ci recouvrent entièrement la base. Cette séance contribue à ce que tous les élèves multiplient leurs essais, changent de « bases », de plaques-nombres. En tâtonnant, ils manipulent et se familiarisent avec ce nouveau matériel.

Séance n°2 : Le jeu du marché n°1

Phase 1 : Explications du jeu.

Dans un premier temps, j'explique aux élèves qu'ils vont jouer au jeu du marché. Le but de ce jeu est d'acheter des jouets avec les plaques-nombres qu'ils ont découvert lors de la séance précédente. Pour savoir le prix d'un jouet, il faut regarder l'étiquette en dessous : il est indiqué de deux manière, en « écriture chiffrée » et, dessiné avec des ronds (une « base » de n ronds). Je précise aux élèves que c'est un marché un peu spécial dans lequel les gens aiment bien « réfléchir sur les nombres ». Je leur donne donc la consigne suivante : « *vous n'avez pas le droit de payer avec une seule plaque-nombre, il en faut au moins deux* ».

Dans un second temps, j'indique aux élèves les deux zones de jeux :

- La première, dans un coin de la classe, un groupement de tables symbolisent « le marché ». Sur les tables, sont posées les images des jouets accompagnés de leur étiquette de prix (voir Annexe n°16).
- La deuxième zone se situe dans le coin opposé de la première. Un autre groupement de tables sur lesquelles sont étalées toutes les plaques-nombres disponibles. Cet espace symbolise « la banque ». Les élèves devront s'y rendre pour prendre les plaques-nombres nécessaires à l'achat d'un jouet.

Phase 2 : Déroulement du jeu.

Tout d'abord, je distribue à chaque élève une enveloppe qui leur servira à collecter les images des jouets acquis. Puis les apprenant font « un tour du marché » afin de choisir un jouet et de se renseigner sur son prix. Connaissant mes élèves, les procédures de chacun vont se différencier : certains seront attirés par un nombre déjà bien connu et maîtrisé (une petite quantité), d'autres, au contraire, par un nombre qui représente « un défi » alors que

³⁷ Jeu de puzzle dont la règle consiste à combiner des formes différentes pour recouvrir un espace.

des élèves s'attarderont sur « un jouet attrayant ». Dans tous les cas et quelque soit la procédure utilisée, lorsque l'élève réussi à remplir l'étiquette prix avec deux plaques-nombres, il remporte le jouet et place l'image dans son enveloppe. Le jouet est alors remplacé pour qu'un autre élève puisse l'acquérir. La fin de la séance est marquée par mon signal « *le marché est fermé* ». À cet instant, les élèves se regroupent autour de la table centrale de la classe et on comptabilise les gains de chaque élève.

Séance n°3 : Le jeu du marché n°1 (suite)

Pour cette séance, le dispositif est similaire à la séance n°2 sauf que la phase d'explication est très courte (en effet, les élèves connaissent le jeu). Les apprenants disposent donc de plus de « temps de jeu ».

Séance n°4 : Le jeu du marché n°2

Durant cette séance, la règle du jeu reste la même, seul l'affichage des prix des jouets évolue. En effet, l'étiquette ne contiendra plus que « l'écriture chiffrée » de la quantité (disparition de la collection-témoin avec n ronds) : les élèves vont devoir adapter leurs procédures de résolution. Toutefois, au verso de cette nouvelle « étiquette-prix », il y aura la forme de la « base » (sans les ronds) afin que les élèves restent autonomes quant à la vérification du résultat (voir Annexe n°17).

4.1.2 Analyse hypothétique de ma séquence

Cette séquence d'apprentissage n'a pas encore pu être réalisée, de ce fait, j'effectue des hypothèses sur le déroulement de celle-ci, les conduites observées, les démarches plausibles, etc.

Cette situation d'apprentissage fait sens pour les élèves puisqu'il s'agit d'acheter des objets : actions que leurs parents font quotidiennement et dont ils sont souvent spectateurs. L'enjeu principal de cette activité est d'amener les élèves à comprendre progressivement les relations entre les quantités.

Lors du déroulement du jeu, les enfants utilisent différentes procédures pour connaître le prix d'un jouet (par exemple, pour un jouet qui coûte la quantité 6) :

- Certains diront directement « *il vaut 6* », ils auront, soit lu l'écriture chiffrée, soit reconnu la collection témoin organisée.
- D'autres auront besoin de dénombrer un à un les ronds pour arriver à la quantité recherchée : « *1, 2, 3, 4, 5, 6...il vaut 6* ».
- Des élèves se serviront de la décomposition : « *il vaut 5 et encore 1* » ou « *il vaut 4 et encore 2* »...en fonction de la configuration des « ronds » sur la base.

Durant ces séances d'apprentissages, je suppose que les décompositions de $n+1$ seront privilégiées par les élèves car elles sont plus accessibles. Néanmoins, les plaques-nombres de 1 n'étant pas inépuisables, cela va inciter les élèves à essayer d'autres décompositions moins familières.

De la même manière, les jouets qui valent une quantité de ronds peu élevée seront plus vite épuisés. Cela va obliger les élèves à sortir de leur « zone de confort » et à procéder par « essai-erreur » pour recomposer des nombres plus élevés et moins bien connus.

De plus, le jeu du marché permet une auto-correction, les élèves peuvent valider, eux-mêmes, leur réussite. En effet, si les plaques-nombres s'emboîtent correctement et qu'elles recouvrent entièrement la base, c'est gagné !

Enfin, connaissant mes élèves, je pense que certains vont essayer d'acquérir les mêmes jouets que « le copain » sans même prendre en compte la valeur de celui-ci. Je devrais alors envisager un procédé pour éviter ce genre de comportement qui contraint l'apprentissage : peut-être en imposant l'acquisition d'un certain jouet ?

Conclusion

Ce mémoire avait pour ambition d'analyser les procédures utilisées par un échantillonnage « d'élèves » de ma classe dans le but que les décompositions appréhendées gagnent le statut de « faits numériques ». N'ayant pu mettre un terme à l'analyse qualitative prévue, j'ai cependant pu réfléchir à ma pratique professionnelle sur l'enseignement de « la décomposition du nombre ». À travers un large panel d'activités, j'ai eu la possibilité de mesurer la manière dont certaines décompositions se concrétisent en « résultats réflexes ». Les nombreuses recherches scientifiques que j'ai effectuées m'ont permis de dresser un cadre théorique assez vaste sur la didactique du nombre en maternelle. Ces connaissances conceptuelles me permettent de nourrir mes compétences professionnelles sur ce domaine d'apprentissage et me donnent l'opportunité d'améliorer mes pratiques d'enseignements futurs.

Mon travail de recherche, bien qu'inachevé, continuera de me guider dans cette nouvelle route professionnelle que j'emprunte.

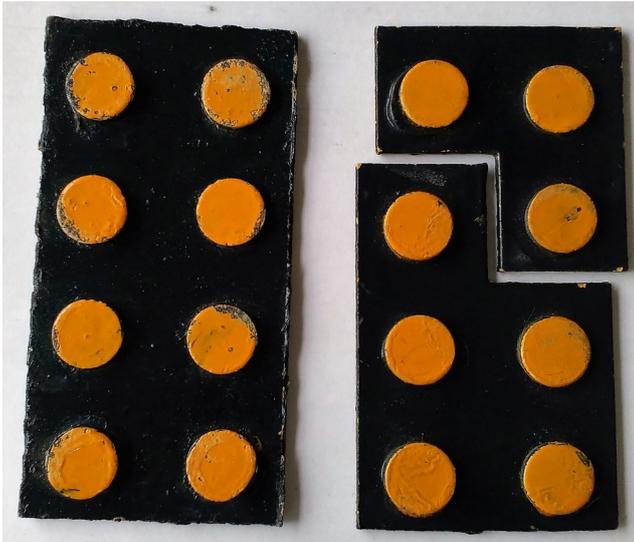
Dans une nouvelle perspective, il serait pertinent de continuer mes enquêtes de terrain en cycle 2 et 3 pour investir pleinement le champ du calcul mental à l'école élémentaire.

BIBLIOGRAPHIE – SITOGRAPHIE

- BARTH Britt-Mari, 1987, *L'apprentissage de l'abstraction*, édition Retz.
- BARUK Stella, 1997, *Comptes pour petits et grands : volume 1*, éditions Magnard.
- BOULE François, 1997-1998, *Les étapes du calcul mental*, In : Grand N, n°62, pp. 15 à 30.
- BRISSIAUD Rémi, 1989, *Comment les enfants apprennent à calculer*, Paris, éditions Retz.
- BRISSIAUD Rémi, 2004, *L'album à calculer – Maternelle GS*, Paris éditions Retz.
- BRISSIAUD Rémi, 2014, *Pourquoi l'école a-t-elle enseigné le comptage numérotage pendant près de 30 ans ?*, In : Le café pédagogique.
- BRISSIAUD Rémi, 2015, *Le nombre dans le nouveau programme maternelle : Quatre concepts clés pour la pratique et la formation*, In : Le café pédagogique.
- BRISSIAUD Rémi, 2015, *Le nombre dans le nouveau programme maternelle : deuxième partie*, In : Le café pédagogique.
- BRISSIAUD Rémi, 2019, *Des incohérences dans la circulaire de rentrée concernant le nombre en maternelle*, In : Le café pédagogique.
- BUTLEN Denis, 2007, *Le calcul mental entre sens et technique*, In : Presses universitaires de Franche-Comté, Besançon, 188p.
- CANOPE, 2009, Conférence par Rémi BRISSIAUD : *Calcul mental : quelle progression à l'école élémentaire ?*
- CONNE François, 1988, *Numérisation de la suite des nombres et faits numériques : des dénombrements à la division euclidienne*, In : <https://halshs.archives-ouvertes.fr/> , Math-École, pp.20-23.
- DEMANGEAT Nathalie et al., 2011, *Construction du nombre à la maternelle*, Animation pédagogique de la circonscription de Chambéry.
- DUPREY Gaëtan, DUPREY Sophie et SAUTENET Catherine, 2009, *Vers les maths – Maternelle grande section*, Accès éditions.
- EDUSCOL : Ressource en mathématiques, Mars 2016, *Le calcul aux cycles 2 et 3*.
- FAYOL Michel, 2004, *Compter sur ses doigts, une étape nécessaire*, In : La recherche n°379.
- GELMAN Rachel, GALLISTEL Charles Randy, 1978, *The child's understanding of number*, Cambridge, Harvard University Press.
- GOURGUE Dominique, 2016, *Fiche connaissance : Le nombre au cycle 1*, Animation pédagogique de la circonscription de Grenoble5.
- GROUPE MATHS DSDEN 70 – Académie de Besançon, 2016, *Fiche repère : Décomposer et recomposer les nombres au cycle 1*.
- MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, B.O spécial n°2 du 26 mars 2015, *Programme de cycle 1*.
- MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, B.O n°30 du 26 juillet 2018, *Programme de cycle 2*.
- MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, B.O n°30 du 26 juillet 2018, *Programme de cycle 3*.
- MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, B.O n°22 du 29 mai 2019, *Circulaire de rentrée 2019*.
- PIAGET Jean, 1980, *La genèse du nombre chez l'enfant*, édition n°6, Paris, éditions Delachaux et Niestlé.
- ZERBATO-POUDOU, 2007, Conférence à l'IUFM de Nancy : *Les apprentissages en maternelle : comment l'enfant devient élève ?*

ANNEXES

Annexe n°1 : Les plaquettes de Suzanne Herbinière-Lebert, créées en 1923.



Annexe n°2 : Les plaques-nombres Numicon©



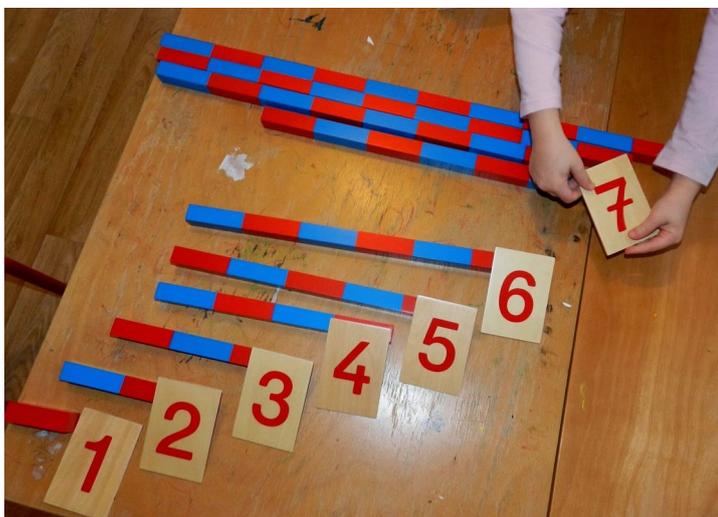
Annexe n°3 : Les réglettes cuisenaires.



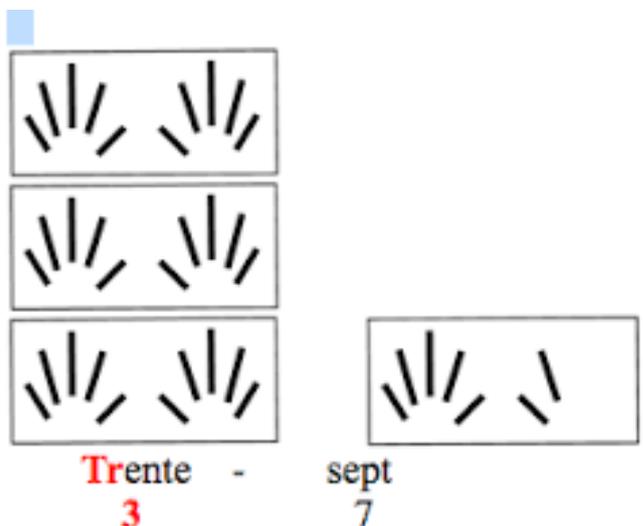
Annexe n°4 : Jeu mathématiques en bois pour aider les enfants à apprendre des calculs simples.



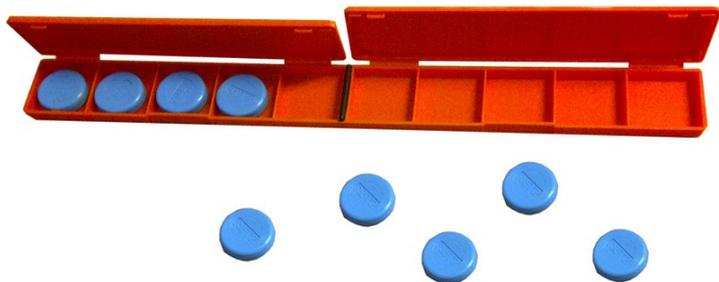
Annexe n°5 : Les barres rouges et bleues Montessori.



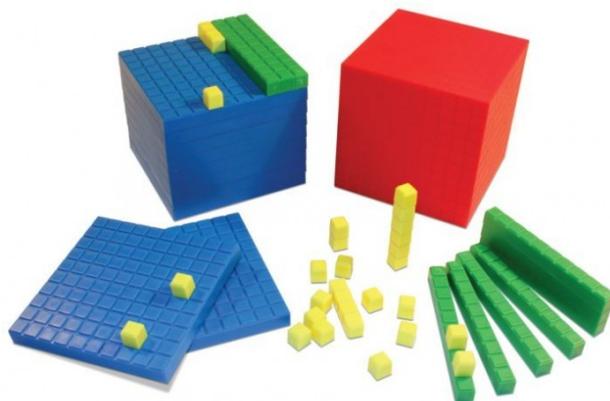
Annexe n°6 : « Les barres-doigts » de Stella Baruk.



Annexe n°7 : La boîte de Picbille.



Annexe n°8 : Le « matériel Multibase ».



Annexe n°9 : Travail écrit de consolidation (phase 4) de l'activité sur la décomposition de 4 : « 4 feuilles sur un arbre ».

4 feuilles sur un arbre

COMPÉTENCE Résoudre des problèmes portant sur les quantités. DATE

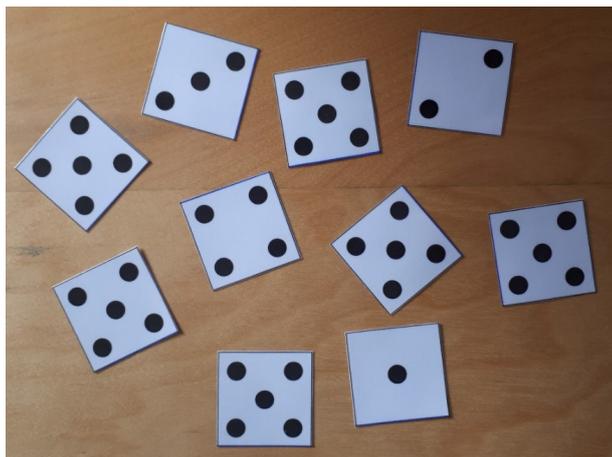
Approcher les quantités et les nombres

Sur chaque image, il doit y avoir quatre feuilles. Complète en dessinant les feuilles qui sont tombées.

Annexe n°10 : Matériel requis pour la séance sur la décomposition de 5 : « Les petits lapins »



Annexe n°11 : Les 10 cartes dont dispose un élève pour la recherche individuelle de la séance sur « la décomposition de 5+n ».



Annexe n°12 : Les deux types de cartes du jeu de Memory de la séance sur « la décomposition de 5+n ».

1^{ère} série de cartes

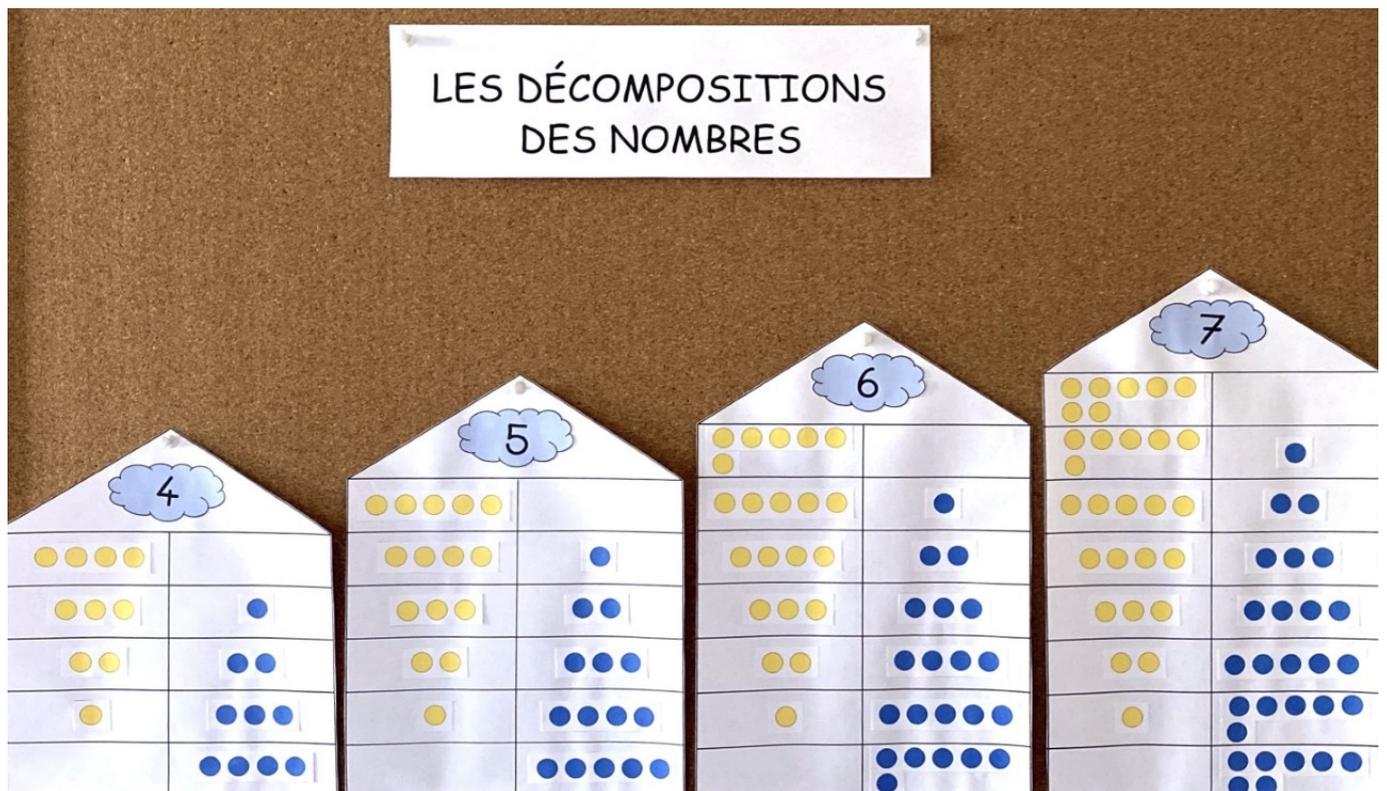
2^{ème} série de cartes

			6	7	8
			<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>
			9	10	
			<u>9</u>	<u>10</u>	

Annexe n°13 : Jeu « recomposer le nombre 6 avec deux cartes ».



Annexe n°14 : Affichage des maisons des nombres.



Annexe n°15 : Les plaques-nombres et leurs bases → matériel pour travailler la décomposition du nombre.



Les plaques-nombres de 1 à 10.

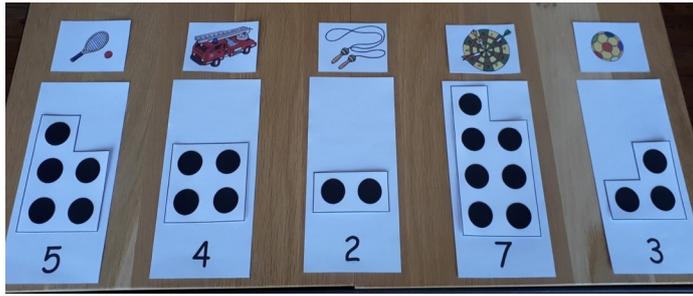


Quelques "bases" de jeu.



« Base » 7 recouverte par 2 plaques-nombres.

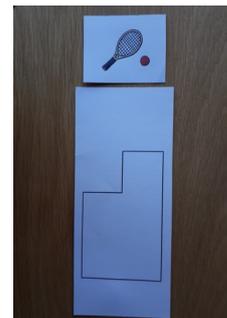
Annexe n°16 : Présentation du jeu du marché.



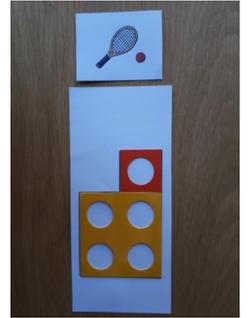
Annexe n°17 : Recto et verso d'une étiquette « écriture chiffrée ».



Recto



Verso



5 c'est 4 et encore 1