

MASTER 2 MEEF

Métiers de l'Enseignement, de l'Education et de la Formation

Mention **Premier degré**

Année universitaire 2019 - 2020

**DOSSIER UE3 RECHERCHE
SEMESTRE 4
SESSION 1**

Prénom et Nom de l'étudiant : PASQUET Paul

Site de formation : INSPE Villeneuve d'Ascq

Section : 12

Nom de l'enseignant : Mr. Desjonqueres

Direction

365 bis rue Jules Guesde – BP 50458 – 59658 Villeneuve d'Ascq cedex

inspe-lille-hdf.fr / 03 20 79 86 00

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont contribué à la finalisation de ce mémoire et à sa rédaction.

Je voudrais remercier dans un premiers temps mon directeur de mémoire, M. Desjonqueres, pour sa disponibilité ainsi que ses conseils et instructions qui m'ont orienté lors de mon travail de recherche.

Je remercie également l'ensemble de l'équipe en charge du séminaire relatif à ce travail de mémoire.

Enfin, je souhaite également remercier Mme Camille Guirouard-Aizée, pour avoir relu et corrigé cet écrit ainsi que pour son soutien indéfectible.

Table des matières

La construction et l'utilisation du nombre à l'école maternelle.....	5
Introduction	5
1. La construction du nombre chez les jeunes enfants : l'apport de la recherche en science cognitive et de la pédagogie.	6
a. La construction du concept de nombre selon Piaget.....	7
b. Les années 80 et les travaux de Gelman et Gallistel : vers le modèle de l'accumulateur.....	10
c. Le counting scheme : des apprentissages numériques basés sur le comptage.....	14
d. Les travaux de Brissiaud : vers le comptage-dénombrement.....	18
2. L'apprentissage des petits nombres en maternelle : les programmes de 1945 à 2015.....	24
a. Le programme de 1977 : une parenthèse dans l'histoire des apprentissages numériques.....	25
b. Les programmes et instructions après 1986 : de la nécessité de définir « dénombrement ».....	30
c. Le programme de 2015 : vers un apprentissage des nombres « à la Brissiaud ».....	37
3. Quelles activités mener en cycle I ?	41
a. Les activités Brissiaud.....	41
b. Des activités de rituel	47
c. Des activités en ateliers dirigés.....	52
Conclusion	57
BIBLIOGRAPHIE	59
SITOGRAFIE.....	60

La construction et l'utilisation du nombre à l'école maternelle.

Introduction

Le domaine relatif aux apprentissages des nombres a pris au sein de l'école maternelle une place de plus en plus importante au cours des décennies précédentes. Actuellement professeur des écoles stagiaire au sein de l'école maternelle Le Petit Prince de Wavrin dans un niveau de grande section, j'ai pu constater lors de l'année scolaire l'importance de l'enseignement des nombres, ce qui m'a conduit à m'y intéresser plus encore. Toutefois, mon intérêt pour ce domaine trouve son origine dans mon expérience en tant que professeur des écoles contractuel. En effet, durant l'année 2018-2019, j'ai été chargé d'une classe de moyenne section – grande section au sein de l'école primaire Richard Wagner à Lille. Au cours de cette année scolaire, j'ai eu l'occasion de suivre lors des journées REP+ une série de formations consacrées à la didactique des apprentissages du domaine « construire les premiers outils pour structurer sa pensée ». Cette formation a ensuite conduit l'équipe enseignante à construire collectivement une progression de cycle cohérente, par la création de situations d'apprentissages référentes évolutives dont la vocation est d'être réemployées tout au long des trois années de maternelle, ainsi que par la mise en place d'un matériel commun employé lors de ces activités.

Cette expérience m'a alors conduit cette année à me pencher plus en détails sur les apprentissages numériques, particulièrement en m'interrogeant sur la question de la construction du nombre chez les jeunes enfants. J'ai ainsi pu constater que la littérature théorique à ce sujet est foisonnante et que la conceptualisation des enseignements à prodiguer a été l'objet d'une évolution constante. Je peux émettre l'hypothèse que les différents apports des sciences humaines et de la pédagogie durant le XX^{ème} et le XXI^{ème} siècle ont considérablement modifié la façon d'enseigner les mathématiques à l'école primaire. Dans le cadre de l'école maternelle, les activités menées en classe ont logiquement suivi ces évolutions, en incorporant de nouveaux enjeux et objectifs selon les nouvelles instructions fixées dans les programmes d'enseignement. Je me propose ainsi dans ce travail de recherche de répondre à la problématique suivante : « Au regard des instructions officielles du programme de 2015, quels sont les enjeux et objectifs à prendre en compte lors

de la mise en place d'activités relatives à la découverte et l'utilisation des nombres au cycle I ? »

Il me semble que la réponse à cette question est inséparable d'un questionnement général sur le développement de l'enfant et de la façon dont il va apprendre le nombre, ce qui passera nécessairement par l'évocation des différentes recherches relatives à ce questionnement. Je précise toutefois qu'il n'est pas question pour moi de produire un état des lieux complet mais plutôt de faire un résumé en présentant les différents « courants de pensée » majeurs propres à la recherche en didactique des nombres. Je m'attacherai ainsi à mettre en évidence les évolutions de la recherche quant au développement de l'enfant, ce afin de souligner le fait que les différents programmes d'enseignement de l'école maternelle ont logiquement suivi cette évolution. Enfin, je proposerai un recueil d'activités et de situations d'apprentissages tenant compte des instructions énoncées dans le programme de 2015.

1. La construction du nombre chez les jeunes enfants : l'apport de la recherche en science cognitive et de la pédagogie.

La construction des connaissances et des savoirs est une problématique qui conditionne en grande partie les actions des personnels enseignant et plus largement va conduire à modéliser les apprentissages, leurs contenus autant que leur didactique. Les recherches en psychologie cognitive ont permis de théoriser la façon dont l'enfant va pouvoir construire ses connaissances en mettant en avant le fait que cette construction s'appuie tout d'abord sur un « concept », c'est-à-dire une information sur le monde formée par l'association d'autres informations. Comme l'explique le document *Les activités scientifiques à l'école maternelle : expérimenter et raisonner en maternelle* publié par l'académie de Dijon :

« La formation des concepts est un processus naturel, qui commence très tôt. En effet, un bébé va, par exemple, très vite construire les notions de famille/inconnu. Pour organiser le monde, nous déterminons des critères pour classer les choses, de manière subjective et empirique, au contact des exemples que nous rencontrons. Il se peut que le concept ne soit pas

conventionnel. Avec le temps et l'expérience, au fil des nouveaux exemples rencontrés, il va se corriger et se préciser¹. »

La construction d'un concept tel que le nombre n'échappe pas à cette règle : il est un processus cognitif au long terme qui va se développer par le contact avec les nombres et les expériences que l'enfant va pouvoir faire par ces contacts. Il est donc nécessaire que les apprentissages numériques tiennent compte de la façon dont l'enfant va construire ce concept.

a. La construction du concept de nombre selon Piaget

Un premier point de départ nous est apporté par Jacques Grégoire au travers de son article *Développement logique et compétences arithmétiques. Le modèle piagétien est-il toujours actuel ?*² dans lequel il présente le modèle constructiviste théorisé par Jean Piaget selon lequel l'intelligence d'un sujet se construit en rapport à son environnement, le développement de la logique étant la résultante d'une adaptation du sujet à son milieu. Ainsi selon ce modèle :

« Dans ses échanges avec son environnement, le sujet se trouve sans cesse confronté à des situations qui lui posent problème et le poussent à développer sa capacité de penser le monde³ »

A cette capacité d'adaptation se joint une capacité de type organisationnel qui permet au sujet de structurer les connaissances acquises et de modifier l'ensemble de sa pensée. Rapporté au cas du nombre, et en suivant les grandes lignes du modèle constructiviste, Piaget affirme que le jeune enfant ne dispose que d'une capacité de conceptualisation très limitée, ce qu'il nomme la « période pré-numérique » et c'est durant celle-ci qu'il va réaliser ses premières rencontres qui le pousseront à « penser le nombre ». De ce fait, le sens numérique

¹ Formation T1 de Janvier 2017, *Les activités scientifiques à l'école maternelle : Expérimenter et raisonner en maternelle*, disponible à l'adresse :

<http://ienpen.dsden58.ac-dijon.fr/wp-content/uploads/sites/29/T1-Cycle-1-2017.pdf>

² Grégoire, Jacques. « Chapitre 2. Développement logique et compétences arithmétiques. Le modèle piagétien est-il toujours actuel ? », in Marcel Crahay, *Enseignement et apprentissage des mathématiques. Que disent les recherches psychopédagogiques*. De Boeck Supérieur, 2008, pp. 57-77.

³ *Ibid.*

n'est pas inné mais doit se construire par l'expérience lors des occurrences où le concept apparaît. Toutefois, comme l'explique Grégoire, Piaget a avancé le fait que :

« Le nombre n'est pas une propriété des objets au même titre que la couleur ou la taille. Le nombre est construit par le sujet par l'abstraction de l'organisation que le sujet lui-même a introduite au sein des objets.⁴ »

Selon Piaget, l'enfant va progressivement apprendre à structurer sa logique au fur et à mesure de ses rencontres avec le concept de nombre, par des observations, des manipulations, des transformations de collections d'objets. Ces premières expériences s'organisent selon lui en deux opérations dites « de sériation » et « de classification ». La première consiste à ranger les objets selon un ordre, par exemple selon la taille, le diamètre ou selon la longueur ; la deuxième quant à elle consiste à ordonner des objets en respectant un critère donné comme la couleur ou la forme. Ces premières opérations fondamentales lui permettront ainsi de comprendre les relations que ces objets entretiennent entre eux, et par la suite lui permettront peu à peu de structurer les aspects ordinal et cardinal du nombre. Ordinal car l'enfant va comprendre que les entiers naturels suivent une organisation fixe et ordonnée et qu'il pourra dès lors les ranger. Cardinal car l'enfant comprendra également que des objets hétérogènes peuvent posséder une caractéristique commune, un grand carré et un petit carré sont tous les deux des carrés, et par extension comprendra que cinq grands carrés et cinq petits carrés sont deux collections de cinq objets. A la suite de cette première étape, Grégoire explique que, selon le modèle de Piaget :

« Au niveau numérique, la coordination des opérations de sériation et de classification va conduire à la compréhension du nombre comme ensemble de classes emboîtées de manière ordonnée.⁵ »

La rencontre et la pratique des deux opérations fondamentales va ainsi permettre à l'enfant de poursuivre sa conceptualisation du nombre par une première approche des relations qu'ils entretiennent entre eux. Ainsi il va être en mesure de comprendre que « *4 est inclus dans 5 qui lui-même est inclus dans 6* », et donc comprendre le principe d'itération de l'unité⁷, c'est-à-dire que tout nombre s'obtient par l'ajout d'une unité au nombre précédent.

⁴ *Idem.*

⁵ *Idem.*

⁶ *Idem.*

⁷ Grégoire utilise le terme de « classes emboîtées » pour désigner cette propriété du nombre, j'emploierai pour ma part le terme d'itération de l'unité.

A la suite, l'enfant accède entre 7 et 12 ans à ce que Piaget nomme le « stade de la conservation des quantités », où il va peu à peu comprendre qu'une quantité reste la même malgré une transformation de l'ordre de l'apparence ou de l'organisation, pourvu qu'elle ne soit pas de l'ordre de la soustraction ou de l'addition. L'exemple le plus souvent cité est celui de l'épreuve de la conservation des quantités de liquide, où l'on présente à un enfant deux verres similaires remplis d'eau de façon égale, puis l'on verse le contenu d'un verre dans un autre plus large ou plus étroit de façon à ce que les niveaux d'eau ne puissent plus être de même hauteur, s'ensuit finalement la question « Dans quel verre y a-t-il le plus d'eau ? ». Évidemment, la quantité ne change pas, l'enfant qui réussit cette épreuve est alors en mesure de raisonner sur le fait que la transformation ne modifie pas le contenu mais seulement sa présentation. Rapporté au nombre, l'enfant est de façon similaire en mesure de comprendre qu'une quantité reste la même quelle que soit la façon dont on la décompose : ainsi, une collection séparée en deux sous-collections présentera toujours le même nombre d'objet lorsqu'on la recomposera, par exemple 5 reste 5 s'il est représenté selon la forme $2+3$ ou $4+1$.

Le processus de développement du concept de nombre est donc pour l'enfant un apprentissage se constituant sur le long terme et par étape, allant d'une période dite « pré-numérique » où le concept se construit par l'abstraction lors de l'organisation de collections d'objets selon les opérations de sériations ou de classifications et sans que le nombre ne soit véritablement introduit, vers la période où il accède au concept dans sa globalité, ce qui pour Piaget se concrétise dans la réussite de l'épreuve de la conservation.

Toutefois, Jacques Grégoire développe dans son article le fait que ce modèle n'est pas exempt de critique. La première tient d'ailleurs de cet aspect de construction linéaire, étape par étape. En effet, selon l'auteur :

« La critique la plus importante adressée à la théorie piagétienne est la remise en cause du chemin unique de développement postulé par Piaget. Pour ce dernier, les principes d'organisation des opérations font que celles-ci ne peuvent être acquises que selon un ordre prédéterminé, identique pour tous les sujets⁸. »

⁸ *Ibid.*

Comme l'explique Jacques Grégoire, cette modélisation s'est développée sur la base d'expériences faites sur des petits groupes de sujets, or des études réalisées sur des échantillons plus importants⁹ ont apporté le fait que le processus de construction du concept de nombre résulte plutôt d'une variété de chemins différents. Il note également que les épreuves¹⁰ réalisées par Piaget, notamment celle tenant à la conservation, pourrait être biaisées par la cause d'un ensemble de facteurs tel l'interaction avec l'adulte lors de l'épreuve, la formulation des questions ou encore la façon dont les collections évaluées sont présentées. Jacques Grégoire conclut toutefois son article ainsi :

« Le cadre théorique piagétien a toujours un rôle à jouer dans la compréhension des compétences relatives au nombre et aux opérations arithmétiques. Il n'est toutefois plus en position de monopole et doit, à présent, être articulé avec d'autres modèles théoriques qui, chacun, nous apportent une aide à la compréhension des compétences numériques et de leurs troubles¹¹. »

J'en conclus que le modèle de Piaget reste important dans le sens où il permet de comprendre les enjeux et les objectifs à atteindre lors du développement du concept de nombre.

b. Les années 80 et les travaux de Gelman et Gallistel : vers le modèle de l'accumulateur.

Le modèle proposé par Piaget a été considérablement remis en cause dans les années 80, notamment au travers d'une critique de la question de « l'épreuve de la conservation » en tant que mesure de la capacité d'un enfant à comprendre cette propriété intrinsèque des nombres, et donc du fait que la réussite ou l'échec de l'épreuve induit le fait que l'enfant sait ou ne sait pas. Plus encore, l'épreuve est critiquée dans le fait qu'elle se propose en tant

⁹ Grégoire cite ici celles faites par Ribeaupierre, Rieben et Lautrey

¹⁰ « L'expérimentateur place, avec l'aide de l'enfant, un nombre équivalent de perles dans un vase A et un vase B. Il demande ensuite à l'enfant si un collier fait avec les perles du vase A aura la même longueur qu'un collier fait avec les perles du vase B. Si l'enfant reconnaît l'équivalence de la longueur de ces deux colliers, les perles du vase A sont alors versées, devant l'enfant, dans le vase A', qui est plus large et où les perles sont plus dispersées. L'expérimentateur pose alors la même question que précédemment, mais à propos des perles des vases A' et B. Si l'enfant est conservant, il doit reconnaître l'invariance du nombre de perles malgré leur versement du vase A dans le vase A'. »

Ibid.

¹¹ *Op. Cit.*

qu'indicateur de l'âge auquel l'enfant serait en mesure de comprendre ce principe de conservation, un enfant en âge de réussir réussirait tandis qu'un enfant plus jeune échouerait ; un tel modèle conduit forcément à déprécier les capacités cognitives des jeunes enfants.

Dès les premières pages de l'ouvrage *The child's understanding of number*¹², Rochel Gelman et Charles Randy Gallistel s'attachent à déconstruire ce « monopole ». Pour les deux auteurs, l'échec à l'épreuve de conservation des nombres proposée par Piaget ne constitue en aucun cas une preuve de la capacité d'un enfant à comprendre cette notion de conservation puisqu'elle serait « parasitée » par l'aspect visuel des collections qui va conduire l'enfant à ne pas s'attacher à l'aspect de quantité¹³. A l'inverse, un enfant qui aurait suivi un « entraînement » visant à le faire focaliser sur la quantité plutôt que sur le visuel serait tout à fait en mesure de réussir l'épreuve. Par ce postulat, Gelman et Gallistel remettent non seulement en cause l'idée selon laquelle l'enfant construit ses savoirs au fur et à mesure, mais également le fait que l'enfant en bas âge ne dispose pas des capacités pour réussir une telle épreuve.

En se basant sur un corpus de références et d'expériences considérable, Gelman et Gallistel vont interroger les capacités cognitives des jeunes enfants¹⁴. Pour eux, il a été fait preuve à travers les différents travaux des années 60-70 que l'enfant dispose très tôt d'une capacité à concevoir le nombre¹⁵.

« Considerable evidence exists that preschool children can identify the number of items in an array when the set size of the array is relatively small [...] children of preschool age can respond to the numerical value of a display and ignore such nonnumerical properties as length, density, item type, item color, and so forth. But, to repeat, this ability only holds when

¹² Gelman Rochel, Charles Randy Gallistel, *The child's understanding of number*, Harvard University Press Cambridge and London, 1986, 260 p.

¹³ « Failure to pass the Piagetian number-conservation test cannot by itself be taken as proof that preschoolers lack number-invariance rules. Failure on a single test should not be accepted as proof of the null-hypothesis under any circumstances. »

Ibid. p.3

¹⁴ Les auteurs utilisent le terme de *preschool children*, ce que je peux traduire, en suivant le système scolaire du monde anglo-saxon, comme étant l'âge de la maternelle, entre 2 et 5 ans.

¹⁵ Gelman et Gallistel se basent ici principalement sur les travaux de Jacques Mehler (1967 et 1968), ainsi que sur ceux de Jerry Fodor (1972).

the set size of the display is small-somewhere between one and four or five items.¹⁶ »

Pour les auteurs, cette capacité à reconnaître les nombres et raisonner numériquement fait débat. Comme l'énonce Gellman et Gallistel, la proposition la plus évidente pourrait être que les jeunes enfants seraient capables à la manière des enfants plus âgés ou des adultes de procéder au *subitizing*¹⁷ de petites quantités, c'est-à-dire procéder à une reconnaissance mécanique et quasi instantanée d'une collection, sans passer par une stratégie de comptage. Le *subitizing* se caractérise donc par un temps de réaction très court, mais n'est rencontré que dans le cas de petites collections, généralement jusque 6 chez l'adulte, voir plus selon que les collections soient présentées sous une organisation favorisant la reconnaissance visuelle, par exemple la forme de constellations dés. Pourtant, cette hypothèse est écartée par les auteurs au regard de certaines expériences :

« Is it the case that children do not count small numbers? Do children begin counting small sets only when they begin counting larger sets? Do children subitize small numbers before they count them? Several lines of evidence bear on these questions-some more direct than others, some more compelling than others. Taken together, they suggest that the answer to all three questions is no¹⁸. »

En se basant notamment sur l'expérience dite *magic experiment*¹⁹ réalisée par Gellman en 1973, les auteurs avancent l'hypothèse postulant que les jeunes enfants procèdent bel et bien au comptage de petites quantités. Dans le cadre de cette expérience, un enfant âgé de 3 ans et demi se voit présenter deux rangées de souris vertes, une de trois et une de cinq : lorsque Gellman demande quelle rangée est « la gagnante », l'enfant répond par le comptage « Il y a une, deux, trois souris, quatre souris, cinq souris. » - la collection la plus grande étant la

¹⁶ « Il existe de nombreuses preuves que les enfants de 2 à 5 ans peuvent identifier le cardinal d'une collection lorsque celle-ci est relativement petite [...] ces enfants peuvent réagir à la valeur numérique de ces collections en ignorant les propriétés non numériques telles que la longueur, la densité, le type d'objet et la couleur, etc. Mais encore une fois, cette capacité n'est possible que si le nombre d'éléments de la collection est compris entre 1 et 4 ou 5. » Traduction de l'anglais effectuée par mes soins.

Gelman, Gallistel, *op.cit.* p.53-54

¹⁷ *Ibid.* p.66

¹⁸ *Ibid.* p.68 « Est-ce que les enfants ne comptent pas les petits nombres ? Est-ce qu'ils commencent à compter seulement lorsque la collection devient suffisamment grande ? Est-ce que les enfants *subitize* les petits nombres avant de les compter ? Plusieurs indices supportent ces questions – certains plus directement que d'autres, certains plus convaincants que d'autres. Pris ensemble, ils suggèrent que la réponse à ces trois questions est non. » Traduction de l'anglais effectuée par mes soins.

¹⁹ *Ibid.* p.68-69

collection gagnante. A la suite, quand Gelman demande à l'enfant d'expliquer, il répond qu'il a « compté ». L'expérience apporte selon les auteurs deux preuves permettant d'avancer le fait que les enfants en bas âge procèdent au comptage : d'une part la stratégie employée par l'enfant est spontanément celle du comptage, d'autre par les nombreuses occurrences du terme « comptage » ou « compter » auquel l'enfant fait référence indique le fait que l'enfant sait employer cette stratégie.

Dans l'article *La perception numérique chez le bébé et le petit enfant : une mise en question*²⁰ Marie-Pascale Noël et Emmanuelle Palmers indiquent que ces recherches ont été les précurseurs du modèle dit « de l'accumulateur » : cette hypothèse selon laquelle les enfants en bas âge seraient capables de raisonner numériquement a ensuite été reprise par d'autres chercheurs tels Stanislas Dehaene et Jean-Pierre Changeux. Comme l'explique les auteurs de l'article, le modèle considère que le concept de nombre est dans une certaine mesure quasiment inné pour les êtres humains comme pour certains animaux, dans le sens où il est acquis dès la naissance²¹. Ainsi, un mécanisme interne au cerveau humain lui permet de représenter, comparer et discriminer avec précision des petites quantités (jusque 4 ou 5), mécanisme qui reste toutefois de moins en moins fiable selon que les quantités sont de plus en plus grandes.

Le modèle dit « de l'accumulateur » se conçoit ainsi comme une petite révolution dans le sens où le concept de nombre n'est plus la résultante d'un apprentissage à étape comme l'a proposé le modèle piagétien, mais est plutôt une capacité innée car issu d'un mécanisme du cerveau dédié à l'appréhension de petites quantités. Plus encore l'enfant n'aurait dès lors pas besoin de passer par l'étape de la manipulation d'objets et par les opérations de sériations et de classifications pour abstraire ce concept. Si le modèle piagétien propose un apprentissage constructiviste du nombre, celui théorisé par Gallistel et Gelman tendrait plutôt vers une conception innéiste.

²⁰ Noël, Marie-Pascale, et Emmanuelle Palmers. « La perception numérique chez le bébé et le petit enfant : une mise en question », *Enfance*, vol. 55, no. 1, 2003, pp. 65-73.

²¹ « Ces auteurs s'inspirent du modèle de Meck et Church (1983) pour expliquer l'estimation numérique et temporelle chez l'animal. Un générateur interne produit constamment des impulsions. Chaque fois qu'une entité est comptée (ou qu'un événement est rencontré), la vanne se ferme pour un temps fixe et bref et permet à l'énergie de passer dans un accumulateur. Celui-ci se remplit ainsi d'incrémentations égales, une pour chaque entité comptée. L'ensemble des incrémentations correspond à la magnitude dans l'accumulateur et représente la numérosité. Il s'agit donc d'un mécanisme qui détermine un nombre discret d'entités individuelles sans prendre en compte les caractéristiques perceptives (configuration, contour, taille, volume, densité) de ces entités. »

Noël, Marie-Pascale, et Emmanuelle Palmers. « La perception numérique chez le bébé et le petit enfant : une mise en question », *Enfance*, vol. 55, no. 1, 2003, pp. 65-73.

c. Le counting scheme : des apprentissages numériques basés sur le comptage.

Dans l'ouvrage présenté précédemment, les observations faites par les deux chercheurs les ont menés à la conclusion que cette capacité des jeunes enfants à raisonner numériquement repose principalement sur l'action du comptage. Cela les a donc logiquement conduits à s'interroger sur les propriétés qui définissent cette action, de prime abord particulièrement intuitive mais qui s'avère relever d'un mécanisme finalement assez complexe.

Selon les auteurs, l'un des points de référence pourrait être l'action du comptage chez l'adulte qui constitue une procédure que l'on pourrait dire qualifier « d'experte » puisqu'elle repose sur un ensemble d'actions claires, efficaces et facilement identifiables : reconnaître les différents éléments à compter, les associer avec un mot-nombre selon une liste ordonnée conventionnellement et admettre le fait que le dernier mot utilisé représente le cardinal de la collection d'élément. Toutefois cela ne signifie pas qu'un enfant qui ne serait pas en mesure de compter comme l'adulte ne serait finalement pas capable de compter. Encore une fois pour les auteurs, une connaissance et utilisation partielle des actions de la procédure de comptage ne signifie pas une absence de capacité, ce d'autant plus que l'item posant le plus de problème est généralement l'utilisation conventionnelle de la liste des mots. Or pour les auteurs :

« There is no reason to require a child to use conventional count words in conventional order. What is it then that must be assumed? The use of unique tags to mark or tick off the items in a collection is intrinsic to the counting process. Further, the tags must be used in a fixed order. Finally, the tags must have an arbitrary status; they cannot be the names or descriptions of the items in the collection being counted. The set of count words meets these criteria, but then so do other sets of tags.²² »

²² « Il n'y a pas de raison d'exiger d'un enfant qu'il use l'ordre conventionnel des mots-nombre. Que doit-on donc supposer ? L'usage d'étiquette pour marquer ou cocher les éléments d'une collection est intrinsèque au processus de comptage. Plus encore, ces étiquettes doivent être utilisées selon un ordre fixe. Enfin, les étiquettes

Comme ils l'expliquent une liste d'étiquette, dès lors qu'elle est ordonnée selon un ensemble de caractéristiques, est le prérequis du processus du comptage avant même l'utilisation de la comptine numérique. L'usage conventionnel de la liste des mots-nombres reflète bien entendu une connaissance experte de la stratégie de comptage classique. Toutefois, Gelman et Gallistel considèrent que lorsqu'un enfant utilise un ensemble d'étiquettes²³ pour qualifier les éléments d'une collection et qu'il use de cet ensemble dans un ordre fixe et successif, il procède à une action de comptage, toute incomplète soit-elle, puisqu'il va procéder à une « inventorisation » des éléments de la collection ; l'utilisation des mots-nombres n'étant finalement qu'une stratégie comme une autre lors du processus de comptage. Plus encore, le comptage n'a pas besoin d'être une action verbale puisqu'il peut être effectué en usant d'une collection référente, les doigts par exemple. Le comptage chez l'enfant, s'il n'est pas similaire à celui qu'emploient les adultes ou les enfants plus âgés, reste tout de même comptage parce qu'il repose sur les mêmes propriétés fondamentales qu'une stratégie experte.

Pour les auteurs, le processus de comptage en général repose sur cinq principes fondamentaux²⁴ :

- *The one-one principle* : Principe de l'adéquation unique, ou de correspondance terme à terme, c'est-à-dire que l'on fait correspondre une étiquette à un élément de la collection.
- *The stable order Principle* : Principe de l'ordre stable, c'est-à-dire le fait que les étiquettes soient organisées selon un ordre fixe stable, et donc répétable, et que l'ensemble comporte au moins autant de termes que la quantité comporte d'éléments.

doivent être arbitraires ; elles ne peuvent être le nom ou la description des éléments de la collection. Les mots nombre suivent ces conditions, mais d'autres listes d'étiquettes le peuvent également. » Traduction de l'anglais effectuée par mes soins.

Gelman, Gallistel, *op.cit.* p.76

²³ Sans que cet ensemble soit nécessairement la suite numérique. Gelman et Gallistel invoquent le fait que les membres de certaines tribus d'Afrique de l'est usent de collections référentes pour compter les têtes d'un troupeau (procédure qui est considéré comme un tabou), et appliquent le principe de correspondance terme à terme. L'objet référent permet ainsi d'évacuer toute référence à l'action de comptage et au mot nombre.

Ibid. p.75

²⁴ *Ibid.* p. 77-82

Les « principes de Gelman » sont très souvent repris dans les instructions officielles, par exemple voir le document *Construction du nombre en maternelle* publié par l'académie de Grenoble, disponible à l'adresse : http://www.ac-grenoble.fr/mathssciences/IMG/pdf_Construction_du_nombre_Mat_PE_mardi.pdf

- *The cardinal principle* : Principe du cardinal, c'est-à-dire que la dernière étiquette utilisée lors du comptage désigne l'ensemble, et correspond donc au cardinal de la collection.

Ces trois premiers principes constituent ce que Gelman et Gallistel nomment les *how-to-count principles*, des principes procéduraux puisqu'ils se conçoivent comme la base de l'action du comptage. A ceux-ci se rajoutent également deux autres principes qui tiennent plutôt de l'aspect conceptuel du nombre et qui vont permettre de tendre vers la procédure experte que l'on peut voir chez l'adulte ou les enfants plus âgés :

- *The order irrelevance principle* : Principe de non pertinence de l'ordre, c'est-à-dire qu'une collection peut être comptée à partir de n'importe lequel de ses éléments, sans avoir à suivre un ordre quelconque du moment que l'on respecte le principe de l'ordre stable.
- *The abstraction principle* : Principe d'abstraction, c'est-à-dire que les principes ci-dessus peuvent être appliqués à n'importe quelles collections d'éléments, aussi hétérogènes soient-elles.

Ces principes entrent en tension lors de l'action du comptage. Toutefois, une connaissance incomplète de ces principes n'indique pas une incapacité à compter. Comme l'expliquent les deux auteurs:

« Children as young as 2^{1/2} years use the how-to-count principles. When confronted with small set sizes, they tend to use as many tags as there are objects to tag; they tend to assign unique tags; they tend to use a stably ordered list of tags; and they often indicate that the last tag assigned in a given enumeration represents the cardinal number of the set of objects.²⁵ »

Les jeunes enfants ont ainsi tendance à appliquer dès l'âge de 2 ans et demi les *how-to-count principles*, sans qu'aucun apprentissage préalable n'ait été engagé, ces observations conduisent les deux auteurs à avancer l'hypothèse selon laquelle l'action de compter guide

²⁵ « Les enfants âgés d'environ 2 ans et demi utilisent les principes *how-to-count*. Quand ils sont confrontés à des petites collections d'objets, ils ont tendance à utiliser autant d'étiquettes qu'il y a d'éléments à compter, ils ont tendance à utiliser une étiquette par élément, ils ont tendance à utiliser une liste ordonnée d'étiquettes et ils indiquent généralement que la dernière étiquette énoncée représente le cardinal de la collection. Cela ne veut pas dire qu'ils comptent comme les adultes, ou qu'ils ne commettent jamais d'erreur. » Traduction de l'anglais réalisée par mes soins.

Gelman, Gallistel, *op.cit.* p 203

les apprentissages de l'enfant et son développement des compétences relatives au nombre, puisque ces *how-to-count principle* se constituent en un ensemble de schèmes opératoires²⁶ :

« In short, we assume that the how-to-count principles constitute a scheme in the Piagetian sense because they reveal the characteristic properties that Piaget attributes to schemes. For Piaget children practice schemes; for us the counting principles lead to spontaneous counting. For Piaget schemes cause children to search out and assimilate aspects of the environment that fit the schemes; for us the counting scheme leads children to use the alphabet or idiosyncratic count lists. For Piaget the environment forces accommodation; for us the environment forces the child to adopt a conventional counting sequence. For Piaget the scheme serves as a structure that is in a state of equilibrium or disequilibrium; for us, the counting scheme serves as a source of reference against which the child can evaluate and refine his counting behavior.²⁷ »

En suivant ce raisonnement, les principes du comptage constituent la structure autour de laquelle l'enfant va pouvoir faire mûrir ses connaissances et sa conceptualisation du nombre. Ces connaissances vont alors s'organiser et se réorganiser au fil des rencontres et selon que le besoin d'adaptation se fait ressentir. Pour Gelman et Gallistel, le développement des compétences numériques doit donc se faire au regard de ce *counting scheme*, c'est-à-dire en prenant l'action de comptage comme base des apprentissages. Les deux auteurs proposent ainsi un ensemble de recommandations que je peux résumer ainsi :

- Premièrement, l'action de comptage de l'enfant est imparfaite, inefficace. Il est donc nécessaire que cette action se perfectionne, ce qui passe principalement par sa confrontation avec des situations où le besoin d'adaptation se fait ressentir. Il faut

²⁶ Schème opératoire tel que défini par Jean Piaget : « En Psychologie génétique, ce qui, dans une action, est transposable dans les mêmes situations ou généralisable en des situations analogues ». Définition issue du CNRTL, disponible à l'adresse :

<https://www.cnrtl.fr/definition/sch%C3%A8me>

²⁷ « En résumé, nous avançons l'idée selon laquelle les *how-to-count principles* constituent un schème dans le sens Piagétien en ce qu'ils correspondent aux propriétés caractéristiques que Piaget attribue au schème. Pour Piaget, les enfants utilisent les schèmes, pour nous les principes conduisent au comptage spontané. Pour, Piaget, les schèmes amènent les enfants à rechercher et assimiler les éléments de l'environnement qui conviennent à ce schème ; pour nous, compter permet à l'enfant d'utiliser l'alphabet ou une liste d'étiquettes idiosyncratiques. Pour Piaget, l'environnement impose un ajustement ; pour nous l'environnement pousse l'enfant à adopter une liste d'étiquettes conventionnelles. Pour Piaget, le schème est une structure en état d'équilibre et de déséquilibre ; pour nous le *counting scheme* sert de base référentielle que l'enfant peut utiliser pour évaluer et modifier son action du comptage. »

Gelman, Gallistel, *op.cit.* p 208

alors multiplier et routiniser les situations de comptage afin que l'enfant restructure son action.

- Deuxièmement, les listes idiosyncratiques d'étiquettes permettent à l'enfant de compter, mais ne sont pas facilement mémorisables ni réemployables. L'enfant va alors comprendre qu'il est préférable d'adopter un système plus conventionnel de par la fréquence des situations de comptage, ce qui le conduira à adopter la suite conventionnelle des entiers naturels.
- Troisièmement, les situations de comptage permettront de « raffiner » le principe du cardinal en conduisant peu à peu l'enfant à le régulariser.
- Enfin, les rencontres avec différentes collections d'objets ainsi que leurs dispositions lors des situations de comptage permettront de mettre en évidence les principes d'abstraction et de non-pertinence de l'ordre.

Ainsi je constate que le modèle proposé par Gelman et Gallistel se différencie du modèle Piagétien d'une part en ce qu'il se base essentiellement sur le fait que l'enfant dispose très tôt de la capacité à conceptualiser les nombres, d'autre part puisque c'est par l'intermédiaire des schèmes relatifs aux principes fondamentaux du comptage que l'enfant parvient à affiner ses connaissances, et enfin en ce qu'il met le nombre au cœur des premiers apprentissages sans passer par l'intermédiaire de procédures pré-numériques. La construction du concept de nombre n'est donc pas tant un processus linéaire mais plutôt l'entraînement d'une conception « primitive ».

d. Les travaux de Brissiaud : vers le comptage-dénombrement.

La position de Gelman et Galistel, et plus largement le modèle de l'accumulateur ont été par la suite remis en question, dès les années 90 et plus récemment durant les années 2000. La principale critique faite à cette position ne tient pas tant sur l'aspect inné des capacités numériques mais plutôt sur le fait que ces capacités auraient été largement surestimées. De ce fait les points de divergences tiennent généralement aux résultats obtenus lors d'expérimentations réalisées à posteriori qui auraient tendance à démontrer que les jeunes enfants, s'ils sont capables de raisonner numériquement, le sont à un niveau bien plus faible et limité que les enfants plus âgés. Jean-Paul Fisher dans son article *La comparaison de*

*multitude : une étonnante faculté du jeune enfant ?*²⁸ propose une expérience consistant à faire comparer deux boîtes plus ou moins remplies de billes (jusqu'à 50) de différentes tailles à des enfants de maternelle et de primaire. À la suite de cette expérience, Fisher fait remarquer que les enfants de 4 à 5 ans ont largement tendance à juger les quantités selon la forme et la taille des billes, et donc à s'attacher aux propriétés non-numériques de la collection. Sans remettre en cause le caractère innéiste des capacités des jeunes enfants, cela pourrait toutefois démontrer le fait que le raisonnement numérique en bas âge soit très limité : pour l'auteur, le mécanisme de comparaison de quantité est avant tout d'ordre perceptif avant de devenir progressivement d'ordre déductif, aux alentours de 8 et 9 ans²⁹.

À cette première objection apportée par Fisher, je constate également que l'une des principales critiques des propositions de Gelman et Gallistel vient du monde de la pédagogie par l'intermédiaire des travaux de Remi Brissiaud. Pour lui, l'approche proposée par les deux chercheurs a non seulement surestimé le rôle du comptage mais a également minimisé certains phénomènes émergents lorsque les enfants comptent. Comme il l'explique, les enfants ont tendance à utiliser le comptage pour répondre à une question type « Combien y a-t-il d'objets ? », s'ensuit alors une séance de comptage classique : « 1, 2, 3, 4 ... » jusqu'à ce que l'enfant arrive enfin au dernier mot-nombre, c'est-à-dire celui qui en théorie désigne le cardinal de la quantité. Or, comme l'explique Brissiaud, le comptage prend ici un rôle ambivalent puisqu'il ne permet pas en lui-même de répondre à la question posée. En effet, il constate que s'instaure généralement le schéma :

« Adulte : Combien y a-t-il de jetons ? »

Enfant (en comptant les jetons) : « un », « deux », « trois », « quatre ».

Adulte : Oui, alors combien y a-t-il de jetons ?

Enfant (recompte les jetons) : « Un », « deux », « trois », « quatre ».

Adulte : Je suis d'accord, mais combien y a-t-il de jetons ?

Enfant (recompte encore) : « Un », « deux », « trois », « quatre ».³⁰ »

²⁸ Fischer, Jean-Paul. « La comparaison de multitudes : une étonnante faculté du jeune enfant ? », *Bulletin de psychologie*, vol. numéro 478, no. 4, 2005, pp. 411-423.

²⁹ La question de la perception lors de la quantification de collection est également au cœur de l'article précédemment cité de Marie-Pascal Noël et Emmanuelle Palmers. Selon elles, les caractéristiques propres à la présentation des collections, tel l'organisation spatiale, la taille, la couleur, les contours des objets ainsi que la surface occupée par les éléments auraient tendance à parasiter le jugement et les performances des enfants. De ce fait les variables perceptives influent considérablement lors du raisonnement numérique des enfants face à des collections de petite ou grande taille.

³⁰ Brissiaud, Remi, *Comment les enfants apprennent à calculer : Le rôle du langage, des représentations figurées et du calcul dans la conceptualisation des nombres*, Tournai, Retz, 2003, p.11

Si l'enfant emploie correctement la liste des mots-nombres en respectant le cadre du principe de l'adéquation unique (correspondance terme à terme), il ne parvient pas à répondre à la question « combien ? ». Gallistel et Gelman affirment que, dans un tel cas de figure, l'enfant « oublie » de prononcer le mot-nombre signifiant le cardinal, ce qui est dû à une surcharge cognitive qui s'estompera plus tard selon que le principe se construira peu à peu par la répétition des situations de comptage et par l'âge même de l'enfant. Un tel « oubli » n'est donc pas vraiment un problème en soi. À l'inverse pour Brissiaud, ce cas de figure ne révèle pas tant un oubli mais plutôt le fait que l'enfant ne parvient pas à accéder à la notion de cardinal du nombre, ce qui est un problème de conceptualisation du nombre beaucoup plus insidieux. L'enfant procède ici à ce qu'il nomme le « comptage-numérotage³¹ » ou le mot-nombre prend une signification proche de l'aspect du numéro. Aussi la séquence « 1,2,3,4... », du point de vue de l'enfant, ne résume pas « il y a un, il y a deux, il y a trois, il y a quatre... » mais « il y a le un, il y a le deux, il y a le trois, il y a le quatre ». L'incapacité de l'enfant à répondre à la question « combien ? » s'explique alors par le fait que l'enfant emploie le mot nombre dans son aspect ordinal plutôt que cardinal. Plus encore, l'enfant semble faire confusion entre l'aspect ordinal et l'aspect cardinal puisque le dernier mot prononcé ne symbolise pas la quantité mais le rang du dernier objet : « le quatrième »³².

Pour lui, le fait que le « comptage-numérotage » soit aussi ambivalent tient d'une part à la question en elle-même « Combien ? » puisqu'elle n'engage pas autant l'aspect cardinal du nombre qu'une autre question de vérification du type « Est-ce que ce sont les trois objets » ou de commande tel « Donne-moi trois objets »³³. D'autre part, le fait que le comptage soit une tâche à laquelle l'enfant est très souvent confronté conduit Brissiaud à s'interroger sur la pertinence même des réussites à cette tâche, principalement au regard de ce qu'il nomme

³¹ « Or ce n'est pas toujours le cas et il faut distinguer deux types de comptage suivant la signification que l'enfant accorde aux mots-nombres qu'il prononce : le « comptage-numérotage » et le dénombrement. »

Ibid. 105 Brissiaud distingue ici comptage-numérotage et dénombrement par la finalité même de leurs actions. Postérieurement sera utilisé dans les textes académiques le terme de « comptage-dénombrement » que j'emploierai également lors de la suite de ce travail de recherche.

Voir le document publié par l'académie de Besançon différenciant ces deux processus, disponible à l'adresse : http://circo70.ac-besancon.fr/wp-content/uploads/2016/03/circo70.ac-besancon.fr_fiche-repere-1-comptage-numerotage-et-comptage-denombrement.pdf

³² Brissiaud illustre ici ses propos en prenant pour référence une expérience menée par Karen Fuson, où des enfants entre 3 et 5 ans sont mis en situation de comptage face à une collection d'objets, puis leur est ensuite posé une série de questions du type « Est-ce que ce sont les N objets ? » en pointant un ensemble de la collection, « Ou est-ce que ce sont les N objets ? » en pointant un autre ensemble. Brissiaud explique que cette expérience met généralement les enfants en échec, la grande majorité (15 sur 20) pointant le dernier objet pour répondre à la question.

Ibid., p.13

³³ *Ibid.* p.14

la « règle du dernier mot prononcé » où l'enfant isole le dernier mot-nombre de la séquence non pas pour sa signification quantitative mais parce qu'il y a été entraîné. Selon l'auteur, la langue orale française en elle-même pose une certaine difficulté pour l'accession au sens de quantité puisque la marque du pluriel ne s'entend pas à l'oral : lorsque l'on prononce les phrases « Il y a trois chiens » et « Il y a un chien », le mot chien est prononcé de la même façon, le seul vecteur de la quantité étant les mots-nombres un et trois. Or si l'enfant est en mesure de comprendre le fait que « un » et « trois » représentent une quantité, il se peut qu'il ne soit pas capable de déterminer laquelle exactement, de la même façon que l'on dirait « Il y a des chiens ». Le mot-nombre doit ainsi se penser selon deux niveaux de compréhension : au premier niveau, l'enfant comprend que le mot-nombre est vecteur d'une quantité qui reste toutefois indéterminée ; au deuxième niveau, l'enfant comprend que le mot-nombre représente une quantité précise³⁴. Or comme constaté précédemment, le simple comptage en lui-même ne favorise pas l'accession à la totalité du sens porté par les mots-nombre : si l'enfant est très tôt capable de reciter la comptine numérique jusque 10 ou plus selon les performances, cela ne signifie pas qu'il est capable de déterminer que « dix objets » représentent « dix objets » selon le sens de quantité. Dès lors, penser que l'enfant respecte les *how-to-count principle* lors d'une telle action de comptage est relativement biaisé puisque l'aspect cardinal du nombre est évacué. Plus encore, cela remet en cause le fait que les enfants soit capable de comprendre ces principes de manière innée³⁵.

En s'opposant aux propositions de Gelman et Gallistel sur le caractère innéiste des capacités numériques des jeunes enfants, Brissiaud invite à repenser les apprentissages relatifs aux petits nombres en recentrant les enseignements sur le concept en lui-même. Pour lui :

« Avoir conceptualisé le nombre 8, ce n'est pas seulement savoir compter jusqu'à 8 ; c'est aussi savoir exprimer ce nombre à l'aide des repères 5 et 10, c'est savoir que, pour former une collection de 8 objets, on peut réunir une collection de 5 et une autre de 3, enlever 2 objets à une collection de 10, ajouter un objet à une collection de 7, etc.³⁶ »

³⁴ Brissiaud, Rémi, *op.cit.* p.16

³⁵ Pour Brissiaud, ces principes ne sont ni plus ni moins que des règles du « bien compter » que l'enfant doit apprendre. Voir Brissiaud, Remi, *L'évaluation, le comptage mécanique et la dégradation des performances en calcul*, entretien disponible sur le site [cafepedagogique.net](http://www.cafepedagogique.net) disponible à l'adresse :

http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2011/05/20_Brissiaud_comptage.aspx

³⁶ *Ibid.* p.27

Enseigner à l'enfant le concept de nombre, c'est donc enseigner les différentes propriétés qui lui sont propres ainsi que les relations arithmétiques que les nombres entretiennent entre eux. Plus encore :

« Les nombres ne constituent pas un domaine de connaissance homogène, et, schématiquement, on peut distinguer deux domaines numériques : le domaine où l'enfant sait calculer et celui, plus large, où il utilise des procédures de comptage³⁷. »

En distinguant ces domaines du comptage et du calcul, il invite à penser un apprentissage des nombres précoces basés sur ces domaines. Il propose ainsi deux recommandations.

La première tient en une « réforme » du comptage en employant ce qu'il nomme le « dénombrement³⁸ » qui repose sur trois leviers pédagogiques particuliers le distinguant du processus de comptage-numérotage. Le premier levier réside dans l'utilisation d'une « collection témoin », c'est-à-dire une représentation analogique de la quantité à compter afin de la symboliser visuellement : montrer par exemple trois doigts lors de l'affirmation « Il y a trois chiens » permet de faire visualiser la quantité trois, et surtout d'associer la quantité au mot-nombre. Le deuxième levier s'appuie également sur une collection témoin puisqu'il consiste à déplacer les objets au fur et mesure du comptage pour créer une collection intermédiaire, puis une copie de la collection initiale ; en procédant ainsi, l'enfant va créer petit à petit une collection dont la quantité correspond au mot nombre prononcé. Enfin, le troisième levier³⁹ trouve sa source dans la forme des interactions langagières lors de l'action de comptage : plutôt que d'utiliser la comptine numérique classique « 1,2,3,4... », selon le principe de l'ordre stable, Brissiaud propose de lister les éléments d'une collection en « jouant » sur la redondance du mot nombre « un » : « il y a un, et encore un, et encore un... » et ainsi de suite jusqu'au dernier élément « et encore un, ça fait N en tout. ». Procéder ainsi permet d'une part d'évacuer l'aspect ordinal du mot nombre puisque le comptage n'est plus fait selon une liste ordonnée ; d'autre part si le mot-nombre « un » en lui-même peut ne pas transmettre efficacement l'aspect de quantité, c'est la répétition de ce terme qui va permettre de quantifier, et, associé à une collection témoin, va permettre de

³⁷ *Ibid.* p.150

³⁸ *Ibid.* p.106

³⁹ « Conceptualiser les premiers nombres nécessite ainsi d'être capable d'abstraire les unités numériques des collections correspondantes pour rendre compte de leur totalité. Cela impose-t-il une correspondance terme à terme explicite ? Non, [...] cela nécessite, de façon plus générale, d'énumérer les unités, c'est-à-dire de les prendre toutes en compte une fois et une seule. ». *Ibid.* p.25

mettre en évidence le cardinal de la collection. Pour l'auteur, cette énumération est nécessaire puisqu'elle va inviter l'enfant à abstraire les unités constitutives d'un nombre et mettre en évidence le concept par la propriété de l'itération de l'unité, en décomposant la quantité oralement ou par déplacements successifs lors du processus de comptage pour finalement la recomposer et la reconsidérer comme un tout lors de la conclusion de l'action.

La deuxième recommandation de Brissiaud résulte de la division des apprentissages des petits nombres en deux domaines et préconise en parallèle du comptage-dénombrement un apprentissage précoce du calcul qui passerait par la résolution de petits problèmes par les opérations arithmétiques additives et soustractives. Comme il l'explique :

« Dès la grande section de maternelle, les enfants peuvent apprendre à calculer, au moins sur un domaine numérique restreint. Ce domaine numérique s'élargit peu à peu (les 5 premiers nombres, puis les 10 premiers, les 15 premiers)⁴⁰. »

Toutefois, il n'est pas question pour lui d'enseigner le calcul posé ainsi que les symboles mathématiques qui reposent en grande partie sur un processus de calcul mental ; au contraire il préconise plutôt de s'appuyer sur le comptage-dénombrement de collections témoins en proposant des problèmes mettant en jeu des petites quantités, puis de plus en plus grandes au fur et à mesure des rencontres. Il y a deux raisons d'évacuer les signes, la première tenant au fait que, à la façon de la langue orale, les signes mathématiques sont avant tout une représentation symbolique et donc abstraite des opérations mathématiques ; la deuxième, liée à la première, tient au fait que l'enfant a besoin d'une représentation analogique d'une quantité afin d'en percevoir les propriétés ; en résumé, les situations de calcul doivent être pensées de façon à faire apparaître matériellement les transformations des opérations. En effet, avant d'arriver à l'étape « $6-2=4$ », l'enfant a besoin de passer par celle qui va lui montrer que « Si j'ai 6 jetons et que j'en enlève 2, alors maintenant je n'en ai plus que 4 », c'est-à-dire par l'étape où l'on va lui faire voir la transformation et où l'on va lui permettre de la vérifier grâce une collection témoin. Ces dernières peuvent être de formes diverses et variées, toutefois il est nécessaire qu'elles soient organisées⁴¹ sous la forme d'une

⁴⁰ *Ibid.* p.245

⁴¹ Brissiaud donne ici quelques exemples : les doigts de la main par exemple sont particulièrement adaptés à cette tâche puisque fonctionnant sur la base 5, les plaquettes pédagogiques de Herbinière-Lebert sont également intéressantes puisque les nombres y sont représentés par groupement de deux. L'auteur cite également les

constellation par exemple ou selon un code couleur, ce afin de favoriser la visualisation de la transformation. C'est par ce mouvement d'aller-retour entre la collection témoin et la situation problème que l'enfant sera en mesure d'entrer dans le domaine du calcul et d'étoffer ses connaissances sur les relations que les nombres entretiennent entre eux, afin de dépasser la seule relation de voisinage et accéder plus tard au véritable calcul mental.

J'en conclus que les travaux de Brissiaud remettent largement en cause l'hypothèse selon laquelle les capacités numériques des enfants seraient innées. Au contraire, le nombre et sa conceptualisation résultent d'un apprentissage long et complexe qui se doit d'être débuté précocement. Il n'est donc pas envisageable de baser ces apprentissages sur le seul processus de comptage, ce à cause de son ambivalence et du risque de le voir devenir une sorte de procédure mécanique que l'enfant emploiera sans réellement accéder au concept. De plus, un tel apprentissage ne permet pas de favoriser le domaine du calcul ce qui limite fortement l'accès de l'enfant aux relations arithmétiques que les nombres entretiennent entre eux. Ainsi, le comptage-dénombrer doit se substituer au comptage et, par l'intermédiaire de rencontres fréquentes avec des situations problèmes mettant en jeu des collections de tailles variées subissant des transformations de type additives ou soustractives, l'enfant pourra développer des stratégies de composition et de décomposition tout en enrichissant son répertoire de connaissances relatives au concept de nombre.

2. L'apprentissage des petits nombres en maternelle : les programmes de 1945 à 2015.

Lors de mes lectures des travaux en sciences cognitives ou en pédagogie mentionnés ci-dessus, j'ai constaté que ces différentes conceptions des apprentissages des petits nombres ont pu avoir à un moment donné une influence considérable sur le monde de l'éducation et il n'est pas étonnant de retrouver les recommandations des différents chercheurs mentionnés au sein des programmes qui régissent les enseignements menés à l'école élémentaire. Cela est notamment vrai au regard des différents entretiens réalisés par Remi Brissiaud pour le site cafepedagogique.net notamment *Les performances en calcul hier, aujourd'hui et*

réglettes constituées d'éléments unité et d'un cache de 5 unités qui fonctionnent de façon similaire aux doigts de la main, ainsi que les réglette Cuisenaire qui associe le cardinal à la couleur et la longueur de la réglette.
Ibid. p.169

*demain*⁴² publié le 03 avril 2019 dans lequel il résume les évolutions des enseignements proposés par les programmes de l'éducation nationale. Il indique par exemple que les années 70 étaient largement dominées par le modèle Piagétien, puis au tournant des années 80, l'enseignement du comptage-numérotage s'est imposé.

Je me propose ainsi dans cette partie d'analyser les différents programmes d'enseignement qui ont marqué les apprentissages à l'école maternelle. Pour ce faire, je partirai des instructions officielles annoncées au sortir de la deuxième guerre mondiale pour ensuite remonter chronologiquement jusqu'au présent programme de 2015. Il n'est toutefois pas question pour moi de produire une histoire complète de l'école maternelle mais plutôt de m'attacher à montrer l'évolution des enjeux et objectifs vis-à-vis des apprentissages des nombres afin de mettre en évidence les transformations de la conceptualisation de ces apprentissages.

a. Le programme de 1977 : une parenthèse dans l'histoire des apprentissages numériques.

L'école maternelle d'après-guerre s'est principalement constituée sur la base de celle de la IIIème république, en s'appuyant sur les textes des lois Ferry ainsi que sur les instructions publiées en 1908 et les décrets de l'entre-deux-guerres ; l'école de la IVème république, comme celle dont elle s'inspire, diffère grandement de la conception contemporaine d'école maternelle. Encore une fois, il n'est pas question pour moi de réaliser une histoire de l'école, toutefois il me semble pertinent de comprendre que l'enjeu d'une telle conception est tout à fait différent de celui d'aujourd'hui. En effet, pour citer les instructions relatives à l'école maternelle de 1908 : « l'école maternelle n'est pas une école au sens ordinaire du mot : c'est un abri destiné à sauvegarder l'enfant des dangers de la rue, comme des dangers de la solitude d'un logis malsain⁴³ », je constate ainsi qu'une telle conception de l'école maternelle tend avant tout à faire privilégier les aspects relatifs à la santé et au bien-être de

⁴² Brissiaud, Remi, *Les performances en calcul hier, aujourd'hui et demain*, entretien réalisé pour le site [cafepedagogique.net](http://www.cafepedagogique.net) disponible à l'adresse :

<http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2019/04/03042019Article636898719474337156.aspx>

⁴³ Luc, Jean Noël, *La petite enfance à l'école, XIXe-XXe siècles*, Institut national de recherche pédagogique, Paris 1982. p.228

Le recueil est intégralement disponible à l'adresse :

https://www.persee.fr/issue/inrp_0000-0000_1982_ant_1_1?sectionId=inrp_0000-0000_1982_ant_1_1_3594

l'enfant, en faisant passer les apprentissages au second plan. Cela ne signifie toutefois pas que les jeunes enfants en soient exemptés : les apprentissages y sont listés, de façon quelque peu laconique, au sein d'un programme tenant en 6 points, ou domaines :

- « Ce programme comprend, par ordre d'importance
- 1° Des jeux, des mouvements gradués et accompagnés de chants ;
 - 2° Des exercices manuels ;
 - 3° Les premiers principes d'éducation morale ;
 - 4° Les connaissances usuelles ;
 - 5° Des exercices de langage, des récits, des contes ;
 - 6° Les premiers éléments du calcul, du dessin, de l'écriture et de la lecture.
- (Ces deux dernières réservées aux enfants au-dessus de cinq ans.)⁴⁴ »

Les apprentissages relatifs aux nombres y sont ainsi listés en 6^{ème} position, l'item le moins important de la liste, sous le terme de « calcul » et sans qu'il soit précisé les recommandations pour mener à bien ces apprentissages hormis le fait qu'ils prennent place lors de séances d'exercices. La note rédigée en 1945 donne cependant plus d'informations :

« Petite Section - Calcul - Groupements très variés d'objets semblables : 2, 3, 4, 5, jusqu'à 10 ; et compte de ces objets (sacs individuels de cailloux, bâtonnets, coquillages, etc.).

Grande Section - Calcul. - Groupements d'objets : 20, 30, 40, jusqu'à 50 (sacs individuels). - Demi ; moitié ; tiers ; quart. Petits exercices de calcul mental : additions, soustractions, multiplications, divisions. - Représentation des nombres, de l'unité jusqu'à 50. Petits exercices écrits de calcul avec dessins correspondants. - Exercices et jeux avec le mètre, le franc, le litre, les poids (balance, kilogr., demi-kilogr.).⁴⁵ »

Je constate ainsi que le détail du programme indique un apprentissage des nombres basé majoritairement sur un entraînement au comptage de collections, de la petite jusqu'à la grande section en passant premièrement par des petites quantités pour aller ensuite vers des quantités plus grandes, en corrélation avec un enseignement de la comptine numérique, c'est-

⁴⁴ *Ibid.* p.229

⁴⁵ *Ibid.* p.230

Une version légèrement différente de la note est également disponible à l'adresse : <http://michel.delord.free.fr/iomat1945.pdf>

à-dire un apprentissage finalement assez similaire à ce que Brissiaud nomme le comptage numérotage. Toutefois, par le terme de calcul, le programme s'engage sur le domaine des opérations arithmétiques comme indiqué ci-dessus, notamment pour les enfants de grande section. Encore une fois, le programme n'indique pas précisément de recommandations pour la conduite de telles activités, mais je suppose toutefois qu'il invite à favoriser le comptage pour mémoriser la comptine numérique et ensuite, par la manipulation et l'expérimentation à l'aide du matériel utilisé lors du comptage, mener des situations de résolution de problèmes en grande section. Ce programme s'avère finalement assez ambitieux, ou plutôt exigeant, notamment pour les enfants plus âgés : introduire le calcul écrit et mener des exercices de calcul mentaux ainsi que l'étude de mesure et de grandeurs à un âge aussi jeune me semble être en contradiction avec les recommandations de Piaget, Gelman ainsi que Brissiaud. Sans pouvoir apporter de réponses claires, je me permets toutefois d'émettre un doute sur la pertinence au regard de l'apport des sciences cognitives des décennies qui lui succéderont.

L'école maternelle est restée peu ou prou la même jusqu'aux années 70 avec les lois dites « Haby » et la circulaire n°77-266 du 2 août 1977 *relative aux objectifs et aux procédures éducatives de l'école maternelle dans le cadre de la réforme du système éducatif*⁴⁶. En procédant à un état des lieux de l'institution et par le constat de son quasi-immobilisme depuis sa date de fondation, ce texte s'impose de réformer l'école maternelle en tenant compte des travaux scientifiques en sciences humaines ainsi qu'en psychologie et en pédagogie. Si je ne m'attacherai pas à développer les changements que ce texte engage vis-à-vis de la conception de l'enfant, je peux toutefois constater qu'ils proposent une transformation radicale des enseignements relatifs au domaine du nombre. En effet, le programme définit les objectifs majeurs selon 6 grandes lignes et les apprentissages relatifs aux nombres apparaissent ainsi au sein du domaine « le développement cognitif » sous l'item « opérations » que la circulaire définit ainsi :

« Les opérations sont des transformations conduisant peu à peu, toujours par l'intermédiaire de l'action, à l'élaboration de structures qui se remanient sans cesse grâce à des corrections successives⁴⁷. »

A la lecture de ces instructions, je constate qu'elles apportent deux informations majeures concernant ce changement de conception des apprentissages numériques. La première,

⁴⁶ *Ibid.* p.289

⁴⁷ *Ibid.* p.311

probablement la plus frappante, réside dans la disparition complète du terme de nombre : il n'en est fait mention nulle part, ni d'une quelconque référence au mot-nombre ou au chiffre. La deuxième est que le texte emploie le terme d'opération selon le sens Piagétien, c'est-à-dire en référence aux opérations fondamentales de sériation et de classification qui marque les prémices de l'abstraction du concept de nombre lors de la période pré-numérique de l'enfant. La circulaire place ainsi les apprentissages numériques sous le signe du modèle piagétien, par la construction du concept de nombre au travers d'expériences de manipulation et d'organisation de collections d'objets selon ces opérations piagésiennes. Elle donne d'ailleurs quelques instructions concernant les activités à mener :

« - manipuler des objets, - reconnaître leurs propriétés, - les déplacer, les regrouper, ou les ranger, - les aligner ou les étaler selon certaines "formes" se détachant sur des "fonds", - les trier par formes ou par couleurs, - se donner des règles pour les aligner dans une succession numérique de formes ou de couleurs données, - décider de les classer selon un ou deux critères bien définis, - définir des collections d'objets par la propriété commune des éléments qui les constituent, ou par la liste des éléments qui les constituent, - établir des correspondances entre les éléments de deux collections après avoir bien défini ces derniers, - faire des sériations.⁴⁸ »

Il faut ainsi comprendre que ce programme de 1977 instaure un apprentissage du nombre essentiellement via des activités pré-numériques telles que la manipulation d'objets et la classification ou la sériation selon leurs propriétés, la transformation de collections et leurs comparaisons... Il n'est donc plus question de compter, de réciter la comptine numérique et encore moins de calculer. Plus encore il n'est plus question de pratiquer l'écriture mathématique écrite, ni de découvrir les petits nombres selon leurs représentations chiffrées conventionnelles. Le nombre tel qu'on l'entend généralement est ainsi totalement évacué des apprentissages à l'école maternelle et n'apparaîtra que plus tard, en primaire ; l'élève de maternelle ne rencontrera le nombre qu'à travers ces activités pré-numériques. Ce programme marque ainsi l'histoire des apprentissages numériques à l'école puisqu'il se démarque d'une conception relativement classique d'enseignements par le comptage et le calcul pour s'inscrire dans une perception Piagésienne de ces apprentissages où le jeune

⁴⁸ *Ibid.* p.311

enfant, encore dans la période pré-numérique, construit le concept par ses expériences avec le monde environnant.

A la suite de la circulaire de 1977, la circulaire n°86-046 du 30 janvier 1986, *Orientations pour l'école maternelle*⁴⁹ a reconfiguré le cadre des apprentissages à l'école maternelle, en abrogeant celle de 1977. Tout comme son prédécesseur, le nouveau programme de 1986 s'impose de prendre en compte les réalités de son époque et se fixe trois grands objectifs : la scolarisation et la socialisation des jeunes enfants ainsi que de faire apprendre et exercer. Il répartit les différentes activités selon quatre grands domaines ; ceux qui m'intéressent dans ce présent travail de recherche, les apprentissages numériques, sont placés sous le domaine intitulé « les activités scientifiques et techniques ». A la différence du précédent programme, les instructions concernant ces apprentissages tiennent en quelques lignes :

« Progressivement, l'enfant découvre et construit le nombre. Il apprend et récite la comptine numérique ; il établit des sériations, c'est-à-dire ordonne des collections en fonction de propriétés ; il compare des collections terme à terme.⁵⁰ »

A cette lecture, le principal constat est le suivant : si le programme de 1977 procède à un changement radical de la façon de mener les apprentissages numériques, celui de 1986, dans un mouvement inverse consiste en une sorte de « retour à la normale ». Premièrement, le terme de nombre fait son retour au sein de la classe de maternelle, puisque les élèves vont le « découvrir et le construire progressivement ». De ce fait, si le programme propose encore un apprentissage passant par des activités de l'ordre du pré-numérique, comme indiqué par la survivance du terme de « sériation », il n'est plus question d'évacuer le nombre en lui-même pour repousser son introduction à l'école primaire. Deuxièmement, et faisant suite à la réintroduction du nombre, le comptage fait également son retour à l'école maternelle, puisque les élèves vont réciter la comptine, établir des sériations, comparer des collections termes à termes, soit compter. S'il n'est pas fait directement mention des cinq principes de Gelman et Gallistel, les notions de « terme à terme » et de « comptine numérique » sont

⁴⁹ Deux versions légèrement différentes de la circulaire n°86-049 du 30/01/1986 sont disponibles aux adresses : <https://sophiebriquetduhaze.files.wordpress.com/2017/10/circulaire-du-30-janvier-1986-lc3a9cole-maternelle.pdf>

http://www.formapex.com/telechargementpublic/textesofficiels/1986_1.pdf

⁵⁰ *Ibid.*

fortement évocatrices du comptage-numérotage⁵¹. Le programme de 1986 diffère ainsi du précédent en ce qu'il considère que, bien que les enfants doivent encore réaliser des activités de type pré-numérique pour « construire le nombre », ils sont toutefois en capacité de le manipuler lors de situations de comptage, avant l'entrée en primaire. Il diffère également par son détachement du modèle Piagétien, dont l'apport de la recherche ne subsiste qu'au travers de ces activités pré-numériques et dans le seul terme de « sériation ». Pour résumer, je constate que le programme de 1986 se rapproche plutôt de la théorie de Gelman et Gallistel, d'une part en considérant que l'enfant est en mesure de conceptualiser le nombre dès son entrée à l'école maternelle, d'autre part en ce qu'il fonde les apprentissages numériques sur le processus du comptage-numérotage.

b. Les programmes et instructions après 1986 : de la nécessité de définir « dénombrement ».

Les programmes d'enseignements de l'école maternelle et les textes officiels se sont succédés à un rythme un peu plus soutenu à la suite du programme de 1986 jusqu'à nos jours. La loi d'orientation de 1989 s'attache à la réorganisation du système scolaire avec notamment la mise en place des cycles pluriannuels. Si l'école maternelle couvre désormais le cycle dit « des préapprentissage », la loi ne modifie fondamentalement pas les apprentissages numériques. Il faut attendre le texte de 1991⁵² relatif aux cycles et aux livrets scolaires pour voir apparaître de nouvelles instructions concernant la mise en place de compétences à acquérir au cours des différentes périodes, rebaptisant au passage la maternelle en tant que cycle « des apprentissages premiers ». Il regroupe ainsi les compétences relatives aux nombres au sein du domaine « mathématiques » selon trois items : résolutions de problèmes, approche du nombre et calcul. Sans m'étendre sur le fait que l'on y retrouve les activités pré-numériques typiques de la maternelle, je constate que le texte semble à première vue instaurer un certain nombre de changements, particulièrement

⁵¹ Si ce présent mémoire n'a pas pour but de faire la critique des différents programmes d'enseignements, je constate toutefois que Remi Brissiaud est particulièrement hostile à celui de 1986, puisqu'il considère que ce retour au comptage numérotage et l'incapacité des programmes suivant à s'en détacher sont les causes de la baisse des performances en mathématiques constatée depuis la moitié des années 80.

Voir Brissiaud, Remi, *Les performances en calcul hier, aujourd'hui et demain*,

⁵² *Les cycles à l'école primaire*, une version du texte est disponible à l'adresse :

http://www.formapex.com/telechargementpublic/textesofficiels/1991_1.pdf

par le retour du calcul et des résolutions de problèmes au sein des compétences à acquérir. A première vue seulement puisque s'il est indiqué que l'enfant doit commencer à mettre en place des stratégies de résolution de problèmes par le tâtonnement, il est mentionné dans l'item « calcul » le fait que :

« Même si l'enfant utilise parfois des procédures de calcul avec le seul recours aux nombres, cela ne relève pas de compétences réelles dans le domaine du calcul, au sens qui lui est donné dans ce texte pour les cycles 2 et 3⁵³. »

L'instruction semble particulièrement paradoxale : l'élève de maternelle peut calculer ... mais ce n'est pas vraiment du calcul ? Que comprendre dès lors que l'on reconsidère l'item « résolutions de problème » : les élèves vont être mis en situation de résolution de problèmes qui ne relèveraient pas du calcul ? De ce fait, ces situations tiennent-elle plutôt à des activités pré-numériques ou relatives aux sciences physiques ou du vivant ? Il me semble que ces instructions, si elles invitent à la résolution de problèmes, ne comprennent pas réellement le calcul au sein des apprentissages nombres, ou plutôt ne le considèrent pas comme une compétence à acquérir en fin de cycle ou comme un apprentissage qui se construirait progressivement en maternelle tel que l'entend Brissiaud. Un autre point relativement paradoxal se trouve dans l'item « approche des nombres » puisqu'apparaît le terme de « dénombrement⁵⁴ » semblant indiquer un changement de perception vis-à-vis des procédures de comptage. Le texte indique que l'élève doit être capable de réaliser le dénombrement dans le cadre de manipulation et de comparaison de collection, ce qui

⁵³ *Idem*

⁵⁴ La définition communément admise de dénombrement correspond aux actions permettant d'établir le cardinal d'une quantité, généralement par le comptage. Si l'adulte est en pleine mesure de réaliser une telle action, Brissiaud a mis en évidence que les jeunes enfants ont encore du mal à accéder au cardinal de la quantité et réalisent plutôt l'action de comptage numérotage. Dès lors, utiliser ce terme pour désigner l'action des élèves tend, il me semble, à minimiser, ou pire à ne pas prendre en compte ce fait pourtant particulièrement problématique. Le terme de « dénombrer » est ainsi relativement paradoxal sémantiquement parlant lorsqu'il est appliqué à l'action des jeunes enfants : cela signifie-t-il qu'un élève est capable de comprendre le cardinal d'une quantité ou qu'il réalise l'action de compter ? La différence me semble fondamentale puisque dans le premier cas l'élève a compris l'aspect cardinal du nombre tandis que dans le deuxième cas, il procède généralement au comptage-numérotage. En d'autres termes le terme de dénombrement tel qu'il est généralement employé dans les programmes désigne à la fois la procédure et la finalité. Si, Brissiaud tranche en expliquant que pour l'enfant, le dénombrement n'est pas le comptage, une telle distinction n'est jamais mentionnée dans la majorité des programmes.

Voir définition donnée sur le site [larousse.fr](http://www.larousse.fr) :

<http://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/d%C3%A9nombrement/23591>

correspond aux propositions de Brissiaud vis-à-vis de ce processus. Toutefois, on peut également y lire :

« - étendre la suite des nombres connus et savoir l'utiliser pour dénombrer (exemple : compter le nombre de filles et le nombre de garçons dans la classe...). »

S'il n'est pas exclu d'enseigner les deux processus, ici, le dénombrement est associé à une activité typique du comptage-numérotage : compter les présents. Or, comme l'explique Brissiaud, ces deux activités sont pour le jeune enfant fondamentalement opposées puisque la première suppose qu'il soit en mesure d'accéder à l'aspect cardinal de la collection tandis que la seconde est bien plus ambivalente. La réunion de termes pourtant particulièrement dichotomiques lors de la période de 3 à 5 ans soulève une interrogation sur la manière de mener les apprentissages, ce d'autant plus que le texte ne mentionne aucune piste d'activités de comptage-dénombrement. Est-il considéré selon la procédure du comptage classique ? Les instructions ne sont malheureusement pas suffisamment claires pour que je puisse répondre à cette question, ce d'autant plus que le texte indique que :

« La liste de compétences établie ci-après ne se substitue pas aux programmes et instructions de 1985 pour l'école élémentaire, ni aux orientations de 1986 pour l'école maternelle »

Au regard de ces instructions, et si le dénombrement est entendu selon le sens que lui donne Brissiaud, c'est-à-dire de comptage-dénombrement, quelle place a-t-il réellement eu dans les classes de maternelle en 1991 ? Puisque les instructions de 1986 se fondent sur le comptage-numérotage, il me semble qu'il soit correct de répondre : presque aucune.

L'arrêté du 22/02/1995 intitulé *Programmes pour chaque cycle de l'école primaire*⁵⁵ va véritablement remplacer le programme de 1986. Au sein de ce texte, les apprentissages numériques ne sont pas indiqués dans les domaines d'apprentissages mais au sein de la rubrique « Des instruments pour apprendre » et plus particulièrement sous la dénomination « Classifications, sériations, dénombrement, mesurage, reconnaissance des formes et relations spatiales ». Les activités pré-numériques sont donc encore très présentes puisque les instructions font mention des opérations Piagétienne de sériation et de classification.

⁵⁵ Arrêté du 22/02/1995 *Programmes pour chaque cycle de l'école primaire* publié au Bulletin Officiel n°5 du 09/03/1995 disponible à l'adresse suivante : https://mentor.adc.education.fr/exl-php/util/documents/accede_document.php

Elles remettent également en avant le terme de dénombrement, au travers différentes activités :

« Progressivement, il [l'élève] apprend à construire un certain nombre de procédures et d'outils pour dénombrer les collections d'objets : - estimation relative et globale des quantités (plus, moins, pareil) ; - dénombrement de petites collections par une perception instantanée ; - comparaison de collections à des collections naturelles (doigts de la main) ou à des collections repères (nombre de places autour de la table...) ; - fixation et extension de la comptine parlée ; - dénombrement en utilisant la comptine.⁵⁶ »

Je constate que l'ambivalence du terme « dénombrement » est, au même registre que le texte de 1991, particulièrement troublante puisqu'il est à la fois utilisé dans le sens de compétence, c'est-à-dire « avoir compris que... » et dans le sens d'action, et donc de processus de comptage. Dès lors, à quelle dimension du terme le texte fait-il référence ? L'item « Dénombrement en utilisant la comptine numérique » rattache fortement l'action de dénombrer au processus de comptage numérotage par la place accordée à l'usage de la suite des nombres. D'autre part, il est encore fait référence au dénombrement dans sa définition classique : « Dénombrement de petites collections par une perception instantanée » c'est-à-dire par le *subitizing*, qui, s'il permet d'accéder au cardinal de petites collections, n'est pas à proprement parler un processus de comptage. Enfin, le terme fait également référence au comptage-dénombrement « à la Brissiaud » de par l'item « comparaison de collections à des collections naturelles (doigts de la main) ou à des collections repères (nombre de places autour de la table...) » ce d'autant plus que le texte indique :

« À travers la résolution de petits problèmes additifs ou soustractifs et de situations de distribution d'objets, l'enfant découvre les fonctions du nombre, en particulier comme représentation de la quantité.⁵⁷ »

A comprendre ici que ces résolutions de problèmes et de distribution correspondent à ce que Brissiaud recommande pour favoriser l'apprentissage du calcul, c'est-à-dire à un enseignement de stratégies de composition et de décomposition afin de permettre à l'élève d'accéder à l'aspect cardinal du nombre et aux relations arithmétiques qu'ils entretiennent

⁵⁶ *Ibid.* p.19

⁵⁷ *Idem*

entre eux. Si le programme de 1995 se détache d'un modèle d'apprentissages numériques fondés sur le comptage pur, ils oscillent encore entre une conception « à la Gelman » et celle « à la Brissiaud », hésitant entre comptage-numérotage et comptage-dénombrement.

Par la suite vient l'arrêté du 25/01/2002 *Programmes d'enseignement de l'école primaire*⁵⁸, qui à son tour va s'imposer de revisiter les instructions officielles concernant les enseignements à l'école maternelle. Le texte organise les apprentissages selon cinq domaines et place ceux relatifs au nombre au sein du domaine 5 « explorer le monde ». Il reprend fondamentalement la structure de l'ancien programme en proposant des activités pré-numériques, des situations de dénombrement et de résolution de problèmes de type augmentation, diminution, séparation, etc. Toutefois, je constate que les premières lignes le font se démarquer des textes précédents :

« Le bébé déjà distingue des quantités. Toutefois, lorsque l'enfant commence à parler, même s'il utilise très tôt des noms de nombres, ces derniers ne sont pas nécessairement reliés à l'idée de quantité et l'activité de dénombrement peut rester longtemps difficile⁵⁹. »

Il semble ainsi proposer d'emblée un premier éclaircissement sur le terme de dénombrement par cette simple mention du fait que l'activité « n'est pas nécessairement reliée à l'idée de quantité » pour les jeunes enfants. D'autre part, s'il est encore indiqué « dénombrement en utilisant la comptine parlée⁶⁰ » le texte indique toutefois :

« Il faut garder à l'esprit qu'apprendre la suite orale des nombres n'est pas "apprendre à compter" et ne suffit pas pour dénombrer une quantité qui dépasse les possibilités de reconnaissance globale [...] (la pratique du comptage) ne devient possible et rigoureuse que très progressivement et suppose, en particulier, la prise de conscience du fait que le dernier mot prononcé permet d'évoquer la quantité tout entière (et pas seulement de désigner le dernier objet pointé).⁶¹ »

⁵⁸ Arrêté du 25/01/2002 *fixant les programmes d'enseignement de l'école primaire*, publié au Bulletin Officiel n°1 du 14/02/2002. Le document est disponible à l'adresse :

<https://www.education.gouv.fr/bo/BoAnnexes/2002/hs1/hs1.pdf>

⁵⁹ *Ibid.* p.33

⁶⁰ *Ibid.* p.33

⁶¹ *Ibid.* p.34

Le programme se détache ici particulièrement de ses prédécesseurs puisqu'il reconnaît ici le rôle ambivalent du comptage classique dans les apprentissages numériques par le fait que l'enfant n'accède pas nécessairement au principe du cardinal lors de telles activités. Aussi, bien que le texte ne mentionne pas spécifiquement le terme de comptage-numérotage, il lui est fait référence par cet avertissement sur le seul usage de la comptine numérique lors de situations de comptage. Ces instructions proposent dès lors un début de définition du terme de dénombrement par ces recommandations et mises en garde puisque, en reconnaissant le fait que le comptage ne garantisse pas à l'enfant d'appréhender l'aspect cardinal de la quantité s'il est employé sous sa forme de comptage-numérotage, elles le désignent selon sa définition classique de processus permettant de quantifier une quantité, c'est-à-dire selon la finalité de l'action. En d'autres termes, lorsque l'élève dénombre, il accède à la quantité et s'il n'y accède pas, c'est qu'il compte. Le programme de 2002 se détache ainsi fortement de la forme de comptage-numérotage et des recommandations de Gelman et Gallistel. Si encore une fois il n'est pas fait mention des termes de comptage-numérotage ou de comptage-dénombrement tel que l'entend Brissiaud, je comprends que c'est vers ce dernier que penchent les instructions. Le programme de 2007⁶² reprendra également ces instructions, en les modifiant légèrement pour correspondre à la mise en place du socle commun de connaissances et de compétences.

Le programme de 2008⁶³ a été publié l'année suivante en se proposant d'alléger les instructions afin de les rendre à la fois plus claires et plus concrètes tout en restructurant les domaines d'apprentissages. En ce qui concerne les apprentissages relatifs aux nombres, ceux-ci sont toujours inclus au sein du domaine « explorer le monde », selon ces mêmes activités pré-numériques, de résolution de problèmes et de dénombrement. Pourtant, à l'inverse du programme de 2002 qui indiquait dès les premières lignes une mise en garde concernant l'usage de la comptine lors des situations de comptage, celui-ci explique que :

⁶² Arrêté du 04/04/2007 *Programmes d'enseignement de l'école primaire*, publié au Bulletin Officiel dans le hors-série n°5 du 12/04/2007. Le texte est disponible à l'adresse :

<https://www.education.gouv.fr/bo/2007/hs5/default.htm>

⁶³ Arrêté du 09/06/2008 *Programmes d'enseignement de l'école primaire*, publié au Bulletin Officiel dans le hors-série n°3 du 19/06/2008. Le texte est disponible à l'adresse :

<https://www.education.gouv.fr/bo/2008/hs3/default.htm>

« L'école maternelle constitue une période décisive dans l'acquisition de la suite des nombres (chaîne numérique) et de son utilisation dans les procédures de quantification⁶⁴. »

Il indique également plus loin :

« Progressivement, les enfants acquièrent la suite des nombres au moins jusqu'à 30 et apprennent à l'utiliser pour dénombrer⁶⁵. »

Le programme de 2008 réintroduit ainsi la même confusion entre dénombrement et comptage. D'une part, si le programme de 2002 mettait en garde contre l'utilisation de la comptine numérique comme seule façon d'accéder à l'aspect cardinal d'une quantité, celui de 2008 fait totalement table rase de ces avertissements et semble encore une fois minimiser l'ambivalence du comptage classique. D'autre part, en réassociant les termes de dénombrement et de comptage, il fait ressurgir cette dichotomie sémantique entre procédure et finalité d'action, et donc entre le fait de quantifier une quantité et le fait de compter une collection. Le terme de dénombrement se détache donc ici de la définition qu'en donne Brissiaud puisque le comptage reprend son aspect de comptage-numérotage dont le programme de 2002 avait souhaité se défaire ; s'il est toujours fait mention d'une initiation au calcul par la résolution de petits problèmes, le texte semble toutefois renouer avec un apprentissage des nombres tel que l'ont conceptualisé Gelman et Gallistel.

En conclusion, les programmes couvrant la période de 1986 à 2008 ont considérablement modifié la façon de mener les apprentissages numériques en abandonnant en partie le modèle Piagétien par la réintroduction du nombre et de situations de comptage et de résolution de problèmes. Toutefois, l'incapacité à définir concrètement le terme de dénombrement les ont conduits, à l'exception des programmes de 2002 et 2007, à osciller entre une conception des apprentissages numériques « à la Gelman et Gallistel » fondée sur le comptage-numérotage et des apprentissages « à la Brissiaud » où le seul comptage numérotage ne permet pas aux jeunes enfants d'accéder à l'aspect cardinal du nombre, voir pire, en constitue un frein.

⁶⁴ *Idem*

⁶⁵ *Idem*

c. Le programme de 2015 : vers un apprentissage des nombres « à la Brissiaud ».

De nos jours, les apprentissages à l'école maternelle sont fixés par le programme d'enseignement de l'école maternelle de 2015⁶⁶ et je constate au regard des programmes précédents que les apprentissages numériques ont pris une place bien plus importante qu'auparavant au sein du cycle I. Cette intention se confirme notamment ces dernières années dans les différents textes officiels ainsi que les notes de services publiées au Bulletin Officiel, particulièrement celle du 28 mai 2019 dont le titre « Un apprentissage fondamental à l'école maternelle : découvrir les nombres et leurs utilisations⁶⁷ » est fortement évocateur. Le programme de 2015 lui-même semble avoir été le point de départ de cette prise d'ampleur, je me proposerai donc ici d'analyser en détail le contenu que ces instructions proposent et d'en présenter les enjeux.

Le programme de 2015 s'organise autour du socle commun de connaissances, de compétences et de culture qui organise les apprentissages à l'école maternelle selon cinq domaines. Les apprentissages relatifs aux nombres sont groupés au sein du domaine « construire les premiers outils pour structurer sa pensée », lui-même divisé entre les sous-domaines « Explorer des formes, des grandeurs, des suites organisées » et « Découvrir les nombres et leurs utilisations ». Dès les premières lignes de ce domaine, le texte indique :

« À leur arrivée à l'école maternelle, (les enfants) discriminent les petites quantités, un, deux et trois, notamment lorsqu'elles forment des configurations culturellement connues (dominos, dés). Enfin, s'ils savent énoncer les débuts de la suite numérique, cette récitation ne traduit pas une véritable compréhension des quantités et des nombres⁶⁸. »

En énonçant cette mise en garde concernant l'usage de la seule comptine-numérique lors d'activités de dénombrement, le programme de 2015 renoue avec celui de 2002 vis-à-vis de la conception du terme de dénombrement. En effet, le programme indique que si l'enfant est

⁶⁶ Arrêté du 18/02/2015 *programme d'enseignement de l'école maternelle*, publié au Bulletin Officiel spécial n°2 du 26 mars. Le texte est disponible à l'adresse :

http://cache.media.education.gouv.fr/file/MEN_SPE_2/37/8/ensel4759_arrete-annexe_prog_ecole_maternelle_403378.pdf

⁶⁷ Bulletin officiel n°22 du 29 mai 2019 disponible sur le site [education.gouv.fr](http://www.education.gouv.fr) à l'adresse :

https://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?pid_bo=38847

⁶⁸ *Programme d'enseignement de l'école maternelle*, p.13

capable de quantifier une quantité par le *subitizing*, la connaissance de la comptine numérique n'est pas indicatrice d'une capacité à dénombrer ; en d'autres termes, le dénombrement, ce n'est pas nécessairement savoir réciter la comptine et vice-versa. Par cette mise en garde, les instructions vont ainsi tendre à redéfinir le terme de dénombrement selon cette même définition qu'avait proposé le programme de 2002 et que celui de 2008, dans un souci de simplification, avait paradoxalement obscurci. Toutefois, le programme de 2015 va se démarquer radicalement de ses prédécesseurs par la simple mention du fait que :

« Les activités de dénombrement doivent éviter le comptage-numérotage et faire apparaître, lors de l'énumération de la collection, que chacun des noms de nombres désigne la quantité qui vient d'être formée (l'enfant doit comprendre que montrer trois doigts, ce n'est pas la même chose que montrer le troisième doigt de la main)⁶⁹. »

Cette distinction dénombrement/comptage-numérotage reprend ainsi celle évoquée par Brissiaud dans ses travaux, ce d'autant plus que les termes employés sont les mêmes. En introduisant pour la première fois le terme de comptage-numérotage, les instructions vont véritablement définir le dénombrement selon sa signification première car l'opposition de ce terme à celui de comptage numérotage va permettre de lui redonner son sens premier de procédé permettant la quantification d'une collection d'objet. Selon le texte, pour permettre l'accès au dénombrement :

« Les enfants doivent comprendre que toute quantité s'obtient en ajoutant un à la quantité précédente (ou en enlevant un à la quantité supérieure) et que sa dénomination s'obtient en avançant de un dans la suite des noms de nombres ou de leur écriture avec des chiffres⁷⁰. »

Le développement des connaissances relatives au concept du nombre est ainsi sous-jacent de la mise en place de stratégie de dénombrement, la connaissance du principe d'itération de l'unité étant alors une des conditions de ce développement. De ce fait, l'acquisition de la suite orale n'est plus considérée comme une base du dénombrement mais plutôt comme une de ses ressources qui permettra, conjointement à d'autres ressources, de conduire l'élève de maternelle vers la construction d'une procédure de dénombrement experte telle celle de l'adulte. Les instructions officielles se détachent ici grandement d'une conception du

⁶⁹ *Ibid.* p.14-15

⁷⁰ *Ibid.* p.15

dénombrer en tant que comptage-numérotage tel que l'entendent Gelman et Gallistel et tendent à adhérer pleinement à celle de Brissiaud ; il n'est plus question de compter pour apprendre le nombre mais de le comprendre pour pouvoir dénombrer.

Je constate ainsi que le programme fonde principalement les apprentissages sur la connaissance des petits nombres. Cela est d'autant plus vrai au regard des items « construire le nombre » et « stabiliser la connaissance des petits nombres » qui indiquent que les élèves doivent être en mesure en fin de cycle I de pouvoir quantifier des collections jusque 10 ainsi que de pouvoir exprimer ces nombres selon leurs compositions et décompositions. Le texte préconise alors de mettre en place des activités variées afin de favoriser la prise de conscience du principe de l'itération de l'unité et de permettre le développement d'un répertoire portant sur les relations arithmétiques que les nombres entretiennent entre eux. Encore une fois, les instructions officielles tendent ici à rejoindre pleinement les recommandations de Brissiaud, d'une part avec l'emploi de ces termes de composition et décomposition, d'autre part puisqu'elles indiquent que les apprentissages numériques sont tributaires d'un processus d'appropriation de stratégies concernant ces deux manipulations. Les attendus de fin cycle sont d'ailleurs répartis selon deux volets « utiliser les nombres » et « étudier les nombres ». Le premier volet indique que l'élève de maternelle doit être capable en fin de cycle de réaliser, comparer et évaluer des collections par des procédures numériques ou pré-numériques, de savoir employer le nombre selon son usage cardinal ou ordinal ainsi que savoir communiquer le nombre à travers différents moyens d'expressions et symboles. Le deuxième volet indique quant à lui :

« - Avoir compris que le cardinal ne change pas si on modifie la disposition spatiale ou la nature des éléments. - Avoir compris que tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente. - Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales. Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix. - Parler des nombres à l'aide de leur décomposition. - Dire la suite des nombres jusqu'à trente. Lire les nombres écrits en chiffres jusqu'à dix.⁷¹ »

⁷¹ *Ibid.* p.15

Aussi, si le premier volet des attendus de fin de cycle prend la dimension du « savoir-faire » et correspond aux compétences à développer lors d'activités type pré-numériques ou numériques de comparaison de collection, de comptage-dénombrement ou relatives aux représentations symboliques, le deuxième volet incorpore plutôt la dimension « avoir-compris que ... », et s'attache donc bien plus aux connaissances liées au concept. S'il est encore question de savoir réciter la comptine jusque 30, il est également indiqué que les élèves doivent être capable de savoir exprimer les nombres selon leurs différentes compositions et décompositions jusque 10. Bien qu'il ne soit pas fait directement référence à des activités de type résolution de petits problèmes, je comprends donc que les compétences à travailler conduisent inévitablement aux opérations arithmétiques de l'addition et de la soustraction, et ce parce que les textes préconisent la mise en place de stratégie de composition et décomposition où ces opérations sont mises en tension. Lors de la « manipulation effective » et la référenciation à une collection témoin, l'élève pourra visualiser ces opérations et les reproduire mentalement lorsqu'il sera suffisamment performant. Les recommandations pédagogiques jointes à la circulaire de rentrée 2019 viennent d'ailleurs confirmer ce double enjeu en indiquant que la stabilisation des nombres jusqu'à dix constitue la priorité des apprentissages relatifs aux nombre. Par ce volet « étudier le nombre », les instructions officielles mettent ainsi sur un pied d'égalité les activités et les connaissances portant sur le nombre, chacune de ces dimensions étant finalement inséparable de l'autre : manipuler pour conceptualiser et conceptualiser pour savoir manipuler. Ainsi pour le programme, si l'enfant est très tôt en capacité de quantifier des petites quantités par l'intermédiaire du *subitizing* entre autres stratégies de dénombrement, cette capacité est plus qu'insuffisante dès lors que les quantités se font plus grandes. Il doit donc ainsi lui être prodigué des enseignements rigoureux afin de lui permettre d'accéder aux différents aspects et principes régissant le concept de nombre.

En conclusion, je remarque qu'après l'abandon partiel du modèle Piagétien, les textes ont très souvent oscillé entre deux conceptions antagonistes des apprentissages numériques. Si la période de 1986 à 2015 a été marquée par l'adhésion, puis par un abandon progressif des propositions de Gelman et Gallistel au profit de celles de Brissiaud, les allers-retours entre ces deux « écoles » ont néanmoins été fréquents. A sa façon, le programme de 2015 n'échappe pas à ce va et vient puisque, en s'opposant radicalement à celui de 2008, il renoue avec celui de 2002. Il se démarque toutefois de ses prédécesseurs dans le sens où il résulte d'un parti, qui, il me semble, réside dans la pleine adhésion aux instructions de Brissiaud.

3. Quelles activités mener en cycle I ?

J'ai expliqué en introduction que la finalité d'un tel travail de recherche réside dans le fait qu'il doive permettre de répondre à un questionnement global portant sur les activités relatives au nombre et sur la façon de les concevoir et de les mener. Je me propose ainsi dans cette dernière partie de réaliser ce qui pourrait s'apparenter à un recueil d'activités tenant compte des nouveaux enjeux et objectifs énoncés par le programme de 2015, plus particulièrement ceux relevant du volet « Etudier les nombres ». Ce faisant, je présenterai dans ce recueil des situations d'apprentissages ayant pour intention de permettre aux élèves d'approcher l'aspect cardinal du nombre et leurs compositions et décompositions par l'intermédiaire d'activités de dénombrement ou de résolution de petits problèmes ; elles s'adresseront donc plutôt à un public de moyenne ou de grande section de par leur nature même, mais peuvent être adaptées pour des élèves de fin de petite section. Ce recueil partira d'une série d'activités développée par Remi Brissiaud et publiée aux éditions Retz dans la collection *J'apprends les maths Maternelle*, puis je présenterai des situations de type rituels et ateliers dirigés. Il me semble cependant nécessaire de préciser que je n'en suis en aucun cas l'auteur. En effet, si les programmes proposent généralement des pistes d'activités, le véritable travail de conceptualisation est effectué par les équipes enseignantes, ainsi que par les divers établissements de formation. Les activités créées se voient ainsi largement partagées, modifiées, adaptées ou repensées selon les besoins de l'enseignant, et mon action en tant que professeur des écoles stagiaire s'inscrit également dans ce même mouvement de récupération.

a. Les activités Brissiaud

Les travaux de Brissiaud l'ont conduit à développer des activités en corrélation avec sa conception des apprentissages des nombres. Il a ainsi publié aux éditions Retz une série de trois recueils pour des activités allant de la petite section à la grande section.

- *Album des premiers nombres*

La collection *Album des premiers nombres* regroupe un ensemble d'ouvrages qui se constituent en une série de fiches portant sur les petits nombres, de 1 à 3 pour le niveau de petite section et de 3 à 5 pour la moyenne section. Ces fiches se matérialisent en deux pages, la première représentant une scène pouvant représenter des figures diverses, comme par exemple des animaux ou des objets organisés en une ou plusieurs collections éparpillées sur la page ; la deuxième quant à elle présente les représentations analogiques ou symboliques des quantités ainsi que les collections regroupées qui peuvent être masquées par un petit rabat. L'activité pour l'élève consiste ainsi à relier les représentations analogiques de la deuxième page aux éléments présents sur la première, ces représentations servant ainsi de collection témoins. L'activité se conçoit sous la forme d'un dialogue entre l'enseignant et l'élève, de type question réponse :

Professeur des écoles : Qu'est-ce qu'on voit sur cette page ?

Élève : Des animaux.

PE : Et sur cette page je vois des doigts. Ici j'en vois un, là, un autre ça fait deux, et ici deux et encore un ça fait trois. Dans l'image je vois qu'il y a trois ...

E : trois cochons.

PE : Oui, montre-les-moi.

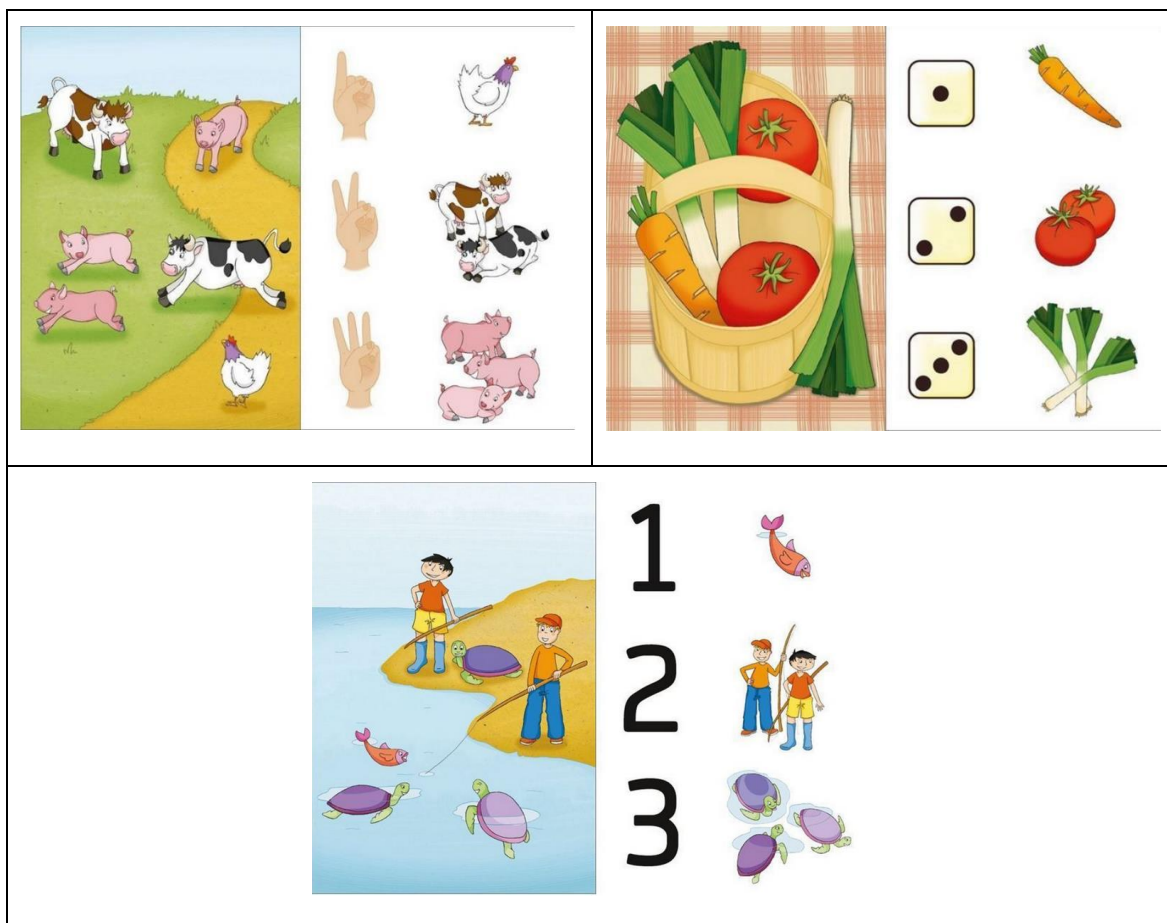
E : Il y en a un-là, un-là, et encore un-là.

Et ainsi de suite. Lors de ses prises de paroles, l'enseignant doit veiller à montrer les quantités avec ses doigts, en mimant le principe de l'itération de l'unité, tout en soulignant les éléments sur l'image. Ainsi, l'enseignant réalisera lui-même l'action de dénombrement : « Ici il y a un cochon, et là encore un autre ça fait deux, et encore un ça fait trois en tout ». Ou, en tenant compte du fait que certains éléments sont tout de même organisés en sous-groupe : « Il y a deux cochons ici, et encore un là, ça fait trois ». Par la suite, l'activité pourra être poursuivie sur des quantités plus grandes en moyenne section et les représentations analogiques pourront être remplacées par les chiffres.

En insistant sur le doublement de la collection-témoin, à savoir les doigts de l'enseignant et les représentations analogiques, l'ouvrage permet de pratiquer le dénombrement tel que l'entend Brissiaud tout en évacuant le plus possible les situations de comptage numérotage puisqu'il n'est pas question pour l'élève de compter les collections mais de les pointer puis

d'en exprimer le cardinal. L'ouvrage insiste ainsi fortement sur le rôle de l'enseignant puisque c'est lui qui exprimera ultimement les quantités que l'élève aura pointé.

Ci-dessous, trois extraits de l'ouvrage *1, 2, 3 – L'album des premiers nombres*⁷²



- *Je compte, tu compares*

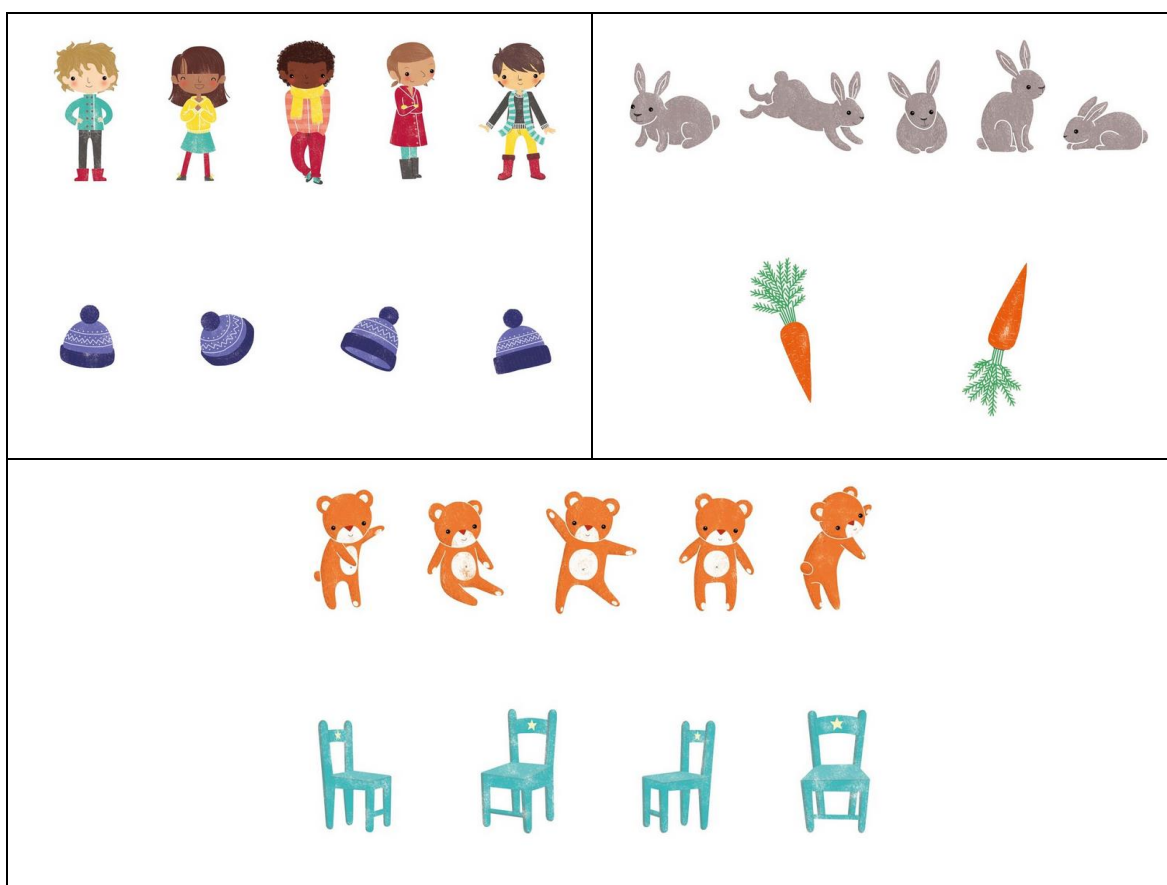
La collection *Je compte, tu compares* se compose de plusieurs ouvrages couvrant les trois niveaux de maternelle en proposant des activités portant respectivement sur les nombres de 3 à 5 et de 5 à 7. A la façon de la précédente collection, ces ouvrages présentent des petites situations de dénombrement dont l'objectif est d'amener l'élève à employer le nombre selon son aspect cardinal, et ici, particulièrement selon ses décompositions.

Les ouvrages présentent des petites situations où deux collections sont illustrées, par exemple cinq enfants et quatre bonnets. D'une façon similaire à la précédente, c'est

⁷² Brissiaud Rémi, Graebing Emilie, *1, 2, 3 – L'album des premiers nombres*, J'apprends les maths Maternelle, Edition Retz, 2015, 64p.

l'enseignant qui va dénombrer les quantités : « Il y a un bonnet, et encore un ça fait deux, et encore un ça fait trois et encore un ça fait quatre bonnets en tout » tout en pointant les différents éléments puis en désignant l'ensemble en guise de conclusion. Après la présentation des collections, l'enseignant demande par exemple « Combien d'enfants n'auront pas de bonnet ? ». L'élève va ainsi relier chaque élément de la première collection à un autre de la deuxième collection, puis arriver au moment où il ne pourra plus le faire, l'enseignant fera remarquer par exemple que quatre enfants auront un bonnet et que le dernier n'en aura pas. Ce faisant, il exprime le nombre cinq selon sa décomposition « cinq enfants, c'est quatre enfants, comme les bonnets, et encore un enfant » et donc selon que « quatre et un ça fait cinq ». L'activité repose ainsi encore grandement sur le rôle de l'enseignant, autant par l'aspect langagier que par ses gestes et les représentations des quantités avec les doigts de ses mains.

Ci-dessous, trois extraits de l'ouvrage *Je compte, tu compares, de 3 à 5 – PS-MS*⁷³ :



⁷³ Brissiaud Rémi, Citron Coline, *Je compte, tu compares, de 3 à 5 – PS-MS*, J'apprends les maths Maternelle, Edition Retz, 2015

- *Albums à calculer*

La dernière collection de la série s'intitule *Albums à calculer* et regroupe plusieurs ouvrages portant sur les niveaux de moyenne et de grande section de maternelle. Tout comme ceux des collections précédentes, ces ouvrages présentent des activités portant sur les nombres dont la portée varie selon le niveau : les nombres de 3 à 7 pour la moyenne section et de 5 à 10 pour la grande section. Les ouvrages s'appuient chacun sur les présentations successives de doubles pages représentant des situations portant sur un nombre en particulier. Ces situations illustrent des animaux dont la disposition varie selon les ouvrages en rangées de deux ou en constellations dès jusque 5. La première situation comporte toujours le nombre total d'animaux sur la première page, puis les situations suivantes répartiront les animaux sur les deux pages. Les doubles pages sont également munies d'un rabat afin de cacher l'une ou l'autre des pages.

Les différents albums permettent en fixant un nombre sur quelques situations de montrer les différentes décompositions auxquelles il peut être soumis. Ainsi, si la première situation présente par exemple une collection de 6 tigres, la deuxième montrera plutôt 2 tigres sur la première page et 4 tigres sur la deuxième, etc. La découverte des situations va ainsi être progressive : un premier temps permettant d'exprimer la quantité totale de la collection, puis au fur et à mesure des situations, des moments de rencontre avec les différentes décompositions, et enfin un temps de mise en situation problème par l'utilisation d'un des rabats afin de masquer une page, et donc une partie de la collection. Ces ouvrages permettent ainsi de construire un répertoire de connaissances liées aux relations que les nombres entretiennent entre eux, tout en permettant aux élèves de s'exercer à différentes stratégies de recomposition.

Une activité type peut ainsi prendre la forme suivante :

Dans un premier temps :

PE : Il y a six tigres sur les perchoirs, deux ici, deux autre là, ça fait quatre et encore deux autres, ça fait six tigres en tout.

Dans un deuxième temps :

PE : Il a deux tigres sur les perchoirs et je vois également deux tigres ici, et encore deux autres là, ça fait quatre sur cette page. Il y a six tigres en tout puisque deux et encore quatre ça fait six.

Dans un troisième temps, en masquant la deuxième page :

PE : Combien y-a-t-il de tigre ici ?

E : Il y en a deux.

PE : Oui, mais il y a six tigres normalement, combien de tigres sont cachés ?

E : Il y en a quatre cachés puisqu'il y a quatre places libres sur le perchoir.

PE : Oui, et on sait que deux et encore quatre ça fait six.

Puis éventuellement lorsque l'élève sera suffisamment performant, la première page pourra être cachée afin de masquer les indications visuelles.

Ci-dessous, et respectivement de haut en bas, deux extraits de l'ouvrage *Albums à calculer 3,4,5,6,7 avec les animaux du cirque – MS-GS⁷⁴* et deux extraits de l'ouvrage *Albums à calculer 3,4,5,6,7 avec les animaux du jardin – MS-GS⁷⁵*



⁷⁴ Brissiaud Remi, Ouzoulias André, Ahrweiller Lucile, *Albums à calculer 3,4,5,6,7 avec les animaux du cirque – MS-GS*, J'apprends les maths Maternelle, Edition Retz, 2015

⁷⁵ Brissiaud Remi, Ouzoulias André, Ahrweiller Lucile, *Albums à calculer 3,4,5,6,7 avec les animaux du jardin – MS-GS*, J'apprends les maths Maternelle, Edition Retz, 2015

La collection d'ouvrage proposée par Brissiaud s'attache ainsi à présenter différentes situations permettant aux élèves d'accéder aux compositions et aux décompositions des nombres ainsi qu'à l'action du comptage-dénombrement. Par l'intermédiaire de collections témoin ou de représentations analogiques des collections présentées, ces ouvrages invitent à évacuer le comptage-numérotage afin de conduire les élèves à s'attacher pleinement à une utilisation du nombre selon son aspect cardinal. Lors de ces activités, le rôle de l'enseignant est primordial autant en petite section qu'en grande section puisque c'est sa parole et ses gestes qui vont permettre de visualiser et d'oraliser les propriétés du nombre. Au fur et à mesure des activités, et selon les performances des élèves, l'enseignant pourra se faire plus discret afin de laisser les élèves s'exprimer et réaliser eux-mêmes les actions.

b. Des activités de rituel

Les temps de rituels de début de matinée à l'école maternelle sont des moments importants par leur double fonction de « rite de passage » afin de permettre l'entrée progressive des élèves dans les apprentissages et de « rites collectifs » en leur donnant le temps de trouver leur place dans le groupe. D'autre part, ils sont également des temps d'enseignements privilégiés permettant de favoriser certains apprentissages. Dans le cadre d'un apprentissage des nombres, les temps de rituels sont ainsi particulièrement importants pour la mise en place de situations référentes puisqu'ils vont permettre de routiniser des activités tout en sécurisant les élèves par leurs récurrences. De plus, ces temps permettent de proposer des activités évolutives qui pourront être reprises au fil des différentes années du cycle I.

- **Les tours des élèves :**

L'appel et le comptage des présents est un classique des rituels de début de journée. Pourtant, ils prennent bien souvent l'aspect du comptage-numérotage dans le sens où c'est la capacité à réciter la comptine-numérique qui va conditionner ces activités. Une autre manière de conduire un tel rituel résiderait plutôt dans le fait de faire visualiser la quantité à l'aide d'une collection témoin afin de faire émerger une action de dénombrement.

L'activité type « les tours de élèves » consiste à donner un cube à chaque élève lors de leur arrivée en classe, idéalement des Lego puisqu'ils sont facilement emboîtables. Les élèves

vont alors construire lors de leur arrivée deux tours ou plus selon une consigne donnée, par exemple une tour pour les garçons et une tour pour les filles, ou alors en fonction de la répartition de l'effectif en groupe de travail. Il est également possible de réaliser une tour pour les élèves absents. La quantité est ainsi directement exprimée par la hauteur des tours ce qui permet aux élèves de les comparer facilement lorsqu'elles sont placées côte à côte. Elles peuvent également être mises en relation avec des tours référentes, par exemple des tours de cinq ou dix cubes afin de pouvoir constater si elles sont plus ou moins grandes.

Mise en place.

Cette activité peut être ritualisée le matin lors du temps d'accueil, en complément de collage de l'étiquette-prénom. Elle doit cependant faire l'objet d'une discussion lors des rituels afin de permettre aux élèves de comparer les quantités et de s'exprimer sur les différences constatées. Le langage et le vocabulaire employés par l'enseignant doivent donc être pensés en amont, en prédisant les différentes réponses possibles.

Un exemple de situation :

MS-GS – Rituel des tours des élèves	
Matériel	Un cube de jeu de construction type Lego par élève. Des tours référentes de cinq et dix cubes.
Organisation	Lors du temps de l'accueil, puis pendant les rituels.
<p>Déroulement : Durant le temps de l'accueil, chaque élève utilise un cube pour réaliser la construction collective de quatre tours selon la répartition de l'effectif de classe en quatre groupes de travail, ainsi qu'une autre avec les cubes de élèves absents.</p> <p>Lors du temps de rituel, l'enseignant propose un retour sur les tours en les mettant côte à côte et propose aux élèves de les comparer. Il laisse les élèves s'exprimer et les assiste dans la formulation de leurs constats.</p> <p>Réponses attendues : Les élèves font le constat que certaines tours sont plus grandes que les autres, ce qui indique qu'il y a plus d'élèves dans tel ou tel groupe de travail. L'écart de taille, s'il n'est pas trop grand, permet aux élèves d'exprimer numériquement la différence, par exemple : « Il y a un cube en moins sur la tour du groupe bleu » ce qui symbolise le fait que le groupe bleu est plus petit d'un élève qu'un autre groupe. Il n'est</p>	

donc pas question de compter le nombre de cubes mais de comparer et d'exprimer les différences.

A la suite, l'enseignant peut proposer deux collections référentes dont le cardinal de la quantité de cube est connu des élèves. Par ce même processus de comparaison, les élèves pourront exprimer numériquement la différence entre les tours construites et les tours référentes, pour finalement trouver le cardinal des premières. Par exemple, il pourra être fait le constat que la tour du groupe bleu est plus grande d'un cube que la tour de cinq, ce qui conduira les élèves à comprendre qu'il y a six élèves dans le groupe bleu.

En évacuant le comptage numérotage au profit de la comparaison de collections, les élèves sont ainsi en mesure d'exprimer les quantités et d'employer le nombre selon son aspect cardinal. Cette activité peut également être mise en place en petite section dans le cadre d'activités pré-numériques de sériation, sans avoir à passer par le dénombrement.

- **Le tableau des étiquettes**

Cette activité repose sur le même principe que la précédente, en partant du fait que la récitation de la comptine numérique ne permet pas aux élèves d'accéder au cardinal de l'effectif de classe. Les cubes sont ici remplacés par les étiquettes des prénoms que les élèves doivent coller sur un tableau à leur entrée en classe. Le tableau est composé de plusieurs colonnes de cinq cases que les élèves compléteront au fur et à mesure de leur arrivée. Ainsi, les élèves peuvent faire le constat que les différentes colonnes remplies symbolisent cinq présents. La décomposition de l'effectif se fait donc sur la base 5, mais il est également possible en fin d'année de grande section d'opter pour la base 10.

Mise en place

Cette activité peut être mise en place de la même façon que la précédente, lors de l'accueil qui sera suivi par un temps de discussion lors des rituels.

Un exemple de situation :

GS – Le tableau des étiquettes	
Matériel	Une étiquette prénom par élève, un tableau décomposé en colonnes de cinq cases pour accueillir les étiquettes

Organisation	Lors du temps de l'accueil, puis pendant les rituels.
<p>Déroulement : Durant le temps de l'accueil, les élèves complètent le tableau colonne par colonne en collant les étiquettes prénom dans les cases.</p> <p>Lors du temps de rituel, l'enseignant propose un retour sur le tableau en le présentant rapidement, puis il laisse les élèves s'exprimer.</p> <p>Réponses attendues : Les élèves constatent que la plupart des colonnes sont remplies et que d'autres ne le sont pas totalement. Puisqu'ils savent que chaque colonne contient cinq cases, ils sont en mesure d'exprimer le fait que les colonnes remplies représentent cinq élèves présents. Il est alors possible de trouver le cardinal de l'effectif de classe par bond successif de 5 en 5, par exemple : « Une colonne ça fait cinq, et encore une autre ça fait dix car cinq et encore cinq ça fait toujours dix. » et ainsi de suite.</p>	

La difficulté de la situation réside dans le fait qu'elle demande aux élèves de réaliser mentalement une suite d'opération additives relativement grandes de leur point de vue, et sans l'aide de collection témoins hormis celle proposée par le tableau. Cette situation requiert ainsi une certaine aisance de la part des élèves concernant la suite numérique et doit être réservée pour la fin de l'année scolaire de grande section. Il est toutefois possible de la mettre en place plus tôt par l'adjonction d'une série de bandes collections témoin qui pourront être placées sur une frise afin de permettre aux élèves d'exprimer le cardinal d'un simple coup d'œil. Enfin, selon les performances des élèves, il sera possible d'opter pour une base dix en réalisant plutôt des bonds dix par dix.

- **Les Calculines.**

Les comptines prennent une place importante à l'école maternelle puisqu'elles permettent de construire les bases de la langue orale française par le chant et la récitation et renforcent la capacité à développer la mémorisation par l'élaboration d'un répertoire de comptines de plus en plus longues. La récitation de la comptine numérique, en tant que comptine, se conceptualise ainsi d'une façon similaire en amenant l'élève à fixer la suite des mots-nombres selon l'ordre conventionnel. Toutefois, si elle prend les nombres pour objets, elle permet de ne mettre en évidence que l'aspect ordinal des nombres.

La calculine se distingue de la comptine en ce qu'elle s'attache plutôt à l'aspect cardinal en se fixant sur un nombre en particulier afin d'en présenter les compositions et décompositions. Elle prend ainsi la forme d'un court texte, par exemple :

« Trois gros rats gris et un petit,
Les quatre rats sont dans mon lit.
Pouah, je n'en veux pas,
Partez d'ici vilains rats gris !⁷⁶ »

Elle se comprend ainsi en tant qu'une alternative à la comptine permettant de véhiculer une décomposition d'un nombre en particulier, afin de construire au fur et à mesure un répertoire de connaissances relatives aux relations que les nombres entretiennent entre eux.

Mise en place :

Elles sont ainsi particulièrement intéressantes dans le cadre des rituels en début de journée lors de situations de récitations, mais elles prennent également sens lors d'ateliers de type décoration où l'enseignant peut proposer aux élèves de réaliser une feuille pour la calculine en reproduisant ou en illustrant la décomposition du nombre. Selon l'exemple ci-dessus, l'enseignant peut proposer de coller des petites images afin de réaliser la collection demandée, trois gros rats et un petit ainsi que de produire d'autres représentations de la décomposition du quatre.

Un exemple de situation :

MS - Séance : Décorer la calculine du 3	
Matériel	Des feuilles A4, des images de souris de deux tailles différentes
Organisation	Atelier autonome, travail individuel
Déroulement : La séance prend place après la découverte de la calculine lors d'un temps de rituel. L'enseignant fait réciter la comptine, puis il donne la consigne suivante :	

⁷⁶ Le site primaths.fr propose un recueil de calculine sur les nombres de 4 à 10 dont. L'exemple proposé ci-dessus est disponible à l'adresse : <http://primaths.fr/outils%20petits/calculines.html>

« Ici, il y en a une petite et trois grosses, ça fait quatre souris en tout mais il y a d'autres façon de faire le quatre. Vous allez essayer de trouver toutes les façons de faire quatre souris en collant les images sur une feuille. »

La finalisation de l'activité doit passer par un temps de retour afin que les élèves puissent s'exprimer sur leurs productions et sur les façons dont ils sont parvenus à construire les différentes collections de quatre souris, ce afin de favoriser l'abstraction du concept. L'activité peut ensuite être reprise en grande section avec des nombres plus grands, jusque 10.

Les rituels sont ainsi des moments privilégiés pour les apprentissages des nombres en ce qu'ils vont permettre la mise en place de situations référentes qui pourront être répétées régulièrement, tout en évoluant au cours des périodes et des cycles.

c. Des activités en ateliers dirigés.

Les activités de type résolution de problèmes sont des activités relativement complexes pour les jeunes élèves, et je constate que l'action de l'enseignant peut apporter une réelle plus-value aux situations d'apprentissages. En effet, les activités proposées par Brissiaud sont très évocatrices de ce phénomène, de par la prééminence du rôle de l'enseignant lors de la conduite de ces activités. La mise en place d'ateliers dirigés où l'enseignant conduit le déroulement de l'activité est ainsi particulièrement important pour les apprentissages relatifs aux nombres puisqu'il pourra alors orienter et étayer, afin de permettre aux élèves de surmonter les possibles difficultés que présentent ces apprentissages. Je me proposerai donc ici de présenter quelques-unes de ces activités.

- **Le jeu du panier**

Cette activité est relativement simple puisqu'elle consiste à remplir un panier de fruit à hauteur d'une quantité demandée, sachant que chacun des paniers est prérempli sans toutefois jamais atteindre la quantité demandée. Cette activité correspond ainsi aux situations

de type « commande » ou un élève doit aller chercher le nombre d'objets demandés. Cependant dans ce cas précis, il lui faut déterminer lui-même le nombre de fruits à aller chercher, lui permettant ainsi d'aborder la décomposition d'un nombre en particulier.

Mise en place :

L'activité peut être mise en place dès le début de l'année, en moyenne section comme en grande section, en tenant tout de fois compte du fait que la difficulté de la tâche augmente selon que la quantité demandée est grande. Ainsi l'enseignant privilégiera des quantités de 3 à 5 pour la moyenne section et des quantités de 5 à 10 pour la grande section. Finalement, l'activité pourra également être mise en place en tant qu'activité autonome afin de laisser les élèves réaliser la tâche sans aide.

Un exemple de situation :

GS – Séance : Le jeu du panier - le cinq	
Matériel	Des images de paniers format A5, des petites images de différents fruits.
Organisation	Atelier dirigé, groupe de 6 à 8 élèves. L'enseignant prendra le soin de préremplir les paniers avant le début de la séance et les fruits seront placés dans une boîte, à distance du groupe.
<p>Déroulement : L'enseignant laisse aux élèves un petit temps de découverte du matériel, puis il énonce la consigne suivante : « Nous allons jouer au jeu du panier. Je vais vous en distribuer un chacun et vous allez devoir le remplir de façon à ce qu'il y ait cinq fruits dedans. Pas plus, pas moins. »</p> <p>Il peut éventuellement montrer un exemple afin de souligner la tâche à effectuer, puis il distribue ensuite les paniers et laisse les élèves débiter l'activité.</p> <p>Action de l'enseignant : L'enseignant accompagne les élèves dans la réalisation de la tâche en leur posant des questions. Par exemple « Il y a quatre fruits dans ce panier, combien en faut-il pour faire cinq en tout ? ». Il peut également symboliser les quantités avec ses doigts, en montrant d'une main la quantité présente sur le panier et de l'autre la quantité demandée.</p>	

Action des élèves : Les élèves réalisent la tâche demandée et prennent un autre panier lorsqu'ils en ont rempli un. Ils vont chercher les fruits et l'enseignant valide l'action lors de leur retour. Certains élèves ramènent trop ou pas assez de fruit, l'enseignant les aide alors à retirer ou ajouter pour atteindre la quantité demandée.

Mise en commun :

L'enseignant réserve quelques productions à la fin de l'activité afin de les présenter lors du temps de mise en commun. Les élèves présenteront alors leurs paniers et expliqueront sa constitution, par exemple « Il y a trois bananes et deux oranges, ça fait cinq fruits en tout ».

- **Le jeu du dortoir**

Le jeu du dortoir est un grand classique des activités de décomposition/composition et repose sur le même le fonctionnement que la collection *Albums à calculer* de Brissiaud. Il consiste à placer un nombre prédéterminé de bébés dans une boîte dortoir, puis à séparer cette collection en deux et d'en masquer une partie : les élèves doivent ainsi calculer mentalement le nombre de bébés qui ont été retirés du dortoir.

Mise en place :

L'activité peut être instaurée dès la moyenne section, avec des collections jusqu'à 5, puis jusqu'à 10 en grande section. Il faut alors tenir compte du fait que la difficulté de la situation augmente en fonction de la quantité de bébés placés dans le dortoir.

Un exemple de situation :

GS – Séance : Le jeu du dortoir – le 10	
Matériel	Une boîte dortoir avec dix lits, une boîte salle de jeu, dix images de bébé
Organisation	Atelier dirigé, groupe de 6 à 8 élèves
Déroulement : L'enseignant propose un court temps durant lequel les élèves pourront découvrir le matériel, puis il annonce la consigne suivante : « Nous allons jouer au jeu du dortoir. Je vais mettre les dix bébés dans les lits, comme ça » Il propose aux élèves de vérifier puis il ajoute « Maintenant vous allez tous fermer les yeux et pendant ce temps, je	

vais prendre quelques bébés pour les amener dans la salle de jeu. Vous allez alors devoir deviner combien sont partis. »

Première phase :

L'enseignant cache la salle de jeu et laisse les élèves découvrir le dortoir. La première phase est relativement simple puisque les lits vides sont un indicateur visuel permettant de calculer le nombre de bébés manquants. Les élèves répondent ainsi assez facilement. L'enseignant valide les propositions des élèves, puis il dévoile la salle de jeu. Par exemple « Il y avait dix bébés au début, et maintenant il y a trois lits vides. Cela veut dire que trois bébés sont dans la salle de jeu, et que sept sont restés dans le dortoir, et trois et sept ça fait bien dix. »

Deuxième phase :

L'enseignant cache le dortoir. De ce fait, la situation est plus difficile puisque les élèves n'ont plus aucun indicateur permettant de les aider. Les élèves vont alors devoir procéder par déduction. L'enseignant accompagne les élèves en présentant la quantité de bébé restante et la symbolise avec ses doigts : « Il y avait 10 bébés dans le dortoir, comme ça. Maintenant, il y a 8 bébés dans la salle de jeu. Combien sont restés dans le dortoir ? »

Il mime la manipulation avec ses doigts, en montrant les deux quantités et en soulignant la quantité à déterminer.

A mesure que cette situation sera répétée, les élèves pourront développer des stratégies pour recomposer la quantité initiale tout en construisant un répertoire de connaissance sur les décompositions des nombres travaillés.

- **Le jeu du train**

Cette activité réside dans la composition d'une quantité en rapport à une autre prédéterminée. S'il est encore question de compléter une collection, de la même façon que le jeu du panier, la situation proposée ici part d'une collection témoin plutôt que d'une commande orale. La tâche consiste à compléter un train en ajoutant suffisamment de places pour que tous les passagers puissent monter à bord.

Mise en place :

Cette activité peut être commencée très tôt, dès le début de la moyenne section avec des quantités jusqu'à cinq, puis être continuée en grande section avec des quantités jusque dix. L'activité présentant une collection témoin plutôt qu'une commande ou une sous-collection masquée, elle peut être un peu moins difficile que les jeux du dortoir ou du panier.

Exemple de situation :

MS – Séance : Le jeu du train – le cinq	
Matériel	Des boîtes d'œufs découpées présentant 1, 2, 3, et 4 places. 5 petites figurines.
Organisation	Atelier dirigé, groupe de 6 à 8 élèves
<p>Déroulement : L'enseignant laisse les élèves découvrir le matériel, puis il énonce la consigne suivante : « Je vais placer cinq passagers sur le quai de la gare. Voici les wagon du train, certains ont une place, d'autre deux, d'autre trois et d'autre quatre. Je vais mettre un wagon et il va falloir compléter le train de façon à ce que tous les passagers puissent monter à bord. Mais attention, s'il y a trop de place ou pas assez, le train ne partira pas ! »</p> <p>Activité de l'enseignant : Il laisse les élèves répondre à la situation problème. Il peut éventuellement les aider en faisant remarquer que l'on peut voir quels passagers n'auront pas de place en reliant les passagers aux places disponibles. Il peut également aider les élèves en représentant les différentes quantités avec ses doigts. Finalement il valide les propositions des élèves, par exemple « Il y a cinq passagers et une seule place. Ce passager peut aller dans ce wagon ci, mais les autres n'ont pas de places. Il y a quatre passagers sans place, il faut donc rajouter un wagon de quatre places puisque quatre et encore un ça fait cinq. »</p> <p>Activité des élèves : Les élèves répondent à la situation problème individuellement ou collectivement. Ils comprennent qu'ils peuvent placer les passagers dans les places disponibles afin de constater visuellement le nombre de places à ajouter. La difficulté réside dans le fait que les élèves doivent choisir le bon wagon, afin qu'il y ait juste le bon nombre de places.</p>	

Cette activité permet de se pencher sur la décomposition des nombres sans passer par une construction de collection élément par élément. En effet, puisque les boîtes sont préconstruites, les élèves ne peuvent construire la quantité recherchée par tâtonnement, ils doivent plutôt choisir la bonne boîte. Elle peut éventuellement être débutée en fin de petite section avec des quantités jusque 3.

Les activités proposées ci-dessus ont pour objectif commun de proposer des petites situations de résolutions de problèmes de type additif ou soustractif favorisant le calcul mental. Bien que les apprentissages numériques ne doivent pas uniquement se contenter de ces situations de composition/décomposition, en mettant également en place des activités pré-numériques ou de logique, ce recueil me semble toutefois complet dans le sens où les activités proposées peuvent être incorporées au sein d'une progression de cycle. En effet ces situations pourront s'instaurer en tant que situations référentes que les élèves rencontreront tout au long du cycle I, les amenant tout d'abord à se concentrer sur les nombres de 1 à 3 en petite section, de 3 à 5 en moyenne section et finalement de 5 à 10 en grande section. Elles ont ainsi vocation à être évolutives, tout en étant suffisamment variées dans une optique de multiplication des contextes dans lesquels les élèves utiliseront les nombres selon l'aspect cardinal. En conclusion de ce recueil, je peux affirmer que, si les situations d'apprentissages présentées reposent généralement sur les mêmes principes, les possibilités offertes sont toutefois très nombreuses.

Conclusion

J'ai pu faire le constat durant mon travail de recherche que les apprentissages relatifs à la découverte et l'utilisation des petits nombres ont pris une place de plus en plus importante à l'école maternelle. Cette progression a été la résultante d'une double transformation : d'une part l'école maternelle a considérablement évolué depuis sa fondation, autant sur le plan organisationnel qu'institutionnel ; d'autre part, les mutations de la conceptualisation du développement de l'enfant ont directement influencé le monde de l'éducation. En effet, au cours du XX^{ème} et du XXI^{ème} siècle, les recherches en sciences cognitives et en pédagogie ont considérablement modifié la façon d'enseigner à l'école primaire, et en toute logique,

les premiers apprentissages des nombres à l'école maternelle se sont également transformés en conséquence. Les programmes de ces cinquante dernières années ont alors évolué conjointement à ces apports de la recherche, en passant par le modèle Piagétien, puis par des apprentissages numériques fondés sur le comptage tel que recommandé par Gelman et Gallistel, pour finalement adhérer, après une certaine période d'hésitation toutefois, à une conception « à la Brissiaud ». Les instructions officielles se sont ainsi dotées, en plus d'objectifs tenant au savoir-faire, d'une dimension tenant au « avoir compris que... » ce qui a imposé de modifier considérablement les activités relatives aux nombres en mettant grandement en avant des situations liées à un enseignement précoce du calcul mental par la résolution de petits problèmes portant sur les compositions et les décompositions des nombres afin de favoriser l'acquisition du concept. La mise en place d'activités référentes telle que celles présentées dans le recueil de ce présent travail de recherche dans le cadre d'une progression de cycle permettra aux élèves de maternelle d'approcher ces situations de composition/décomposition afin de construire le nombre petit à petit.

BIBLIOGRAPHIE

Article disponible sur CAIRN :

- Fischer, Jean-Paul. « La comparaison de multitudes : une étonnante faculté du jeune enfant ? », *Bulletin de psychologie*, vol. numéro 478, no. 4, 2005, pp. 411-423.

<https://www.cairn.info/revue-bulletin-de-psychologie-2005-4-page-411.htm>

- Grégoire, Jacques. « Chapitre 2. Développement logique et compétences arithmétiques. Le modèle piagétien est-il toujours actuel ? », in Marcel Crahay, *Enseignement et apprentissage des mathématiques. Que disent les recherches psychopédagogiques*. De Boeck Supérieur, 2008, pp. 57-77.

<https://www.cairn.info/enseignement-et-apprentissage-des-mathematiques--9782804158675-page-57.htm?contenu=resume>

- Noël, Marie-Pascale, et Emmanuelle Palmers. « La perception numérique chez le bébé et le petit enfant : une mise en question », *Enfance*, vol. vol. 55, no. 1, 2003, pp. 65-73.

<https://www.cairn.info/revue-enfance1-2003-1-page-65.htm>

Ouvrages :

- Brissiaud, Remi, *Comment les enfants apprennent à calculer : Le rôle du langage, des représentations figurées et du calcul dans la conceptualisation des nombres*, Tournai, Retz, 2003, 292 p.

- Gelman Rochel, Charles Randy Gallistel, *The child's understanding of number*, Harvard Univertisty Press Cambridge and London, 1986, 260 p.

A propos des instructions officielles de 1945 à 1977 :

- Luc, Jean Noël, *La petite enfance à l'école, XIXe-XXe siècles*, Institut national de recherche pédagogique, Paris 1982. 390 p.

https://www.persee.fr/issue/inrp_0000-0000_1982_ant_1_1?sectionId=inrp_0000-0000_1982_ant_1_1_3594

Collection J'apprends les maths Maternelle :

- Brissiaud Remi, Ouzoulias André, Ahrweiller Lucile, *Albums à calculer 3,4,5,6,7 avec les animaux du jardin – MS-GS*, J'apprends les maths Maternelle, Edition Retz, 2015, 64 p.

- Brissiaud Remi, Ouzoulias André, Ahrweiller Lucile, *Albums à calculer 3,4,5,6,7 avec les animaux du cirque – MS-GS, J'apprends les maths Maternelle*, Edition Retz, 2015, 64 p.
- Brissiaud Rémi, Graebing Emilie, *1, 2, 3 – L'album des premiers nombres, J'apprends les maths Maternelle*, Edition Retz, 2015, 64p.
- Brissiaud Rémi, Citron Coline, *Je compte, tu compares, de 3 à 5 – PS-MS, J'apprends les maths Maternelle*, Edition Retz, 2015, 64p.

SITOGRAFIE

Instructions officielles par ordre chronologique :

- Circulaire n°86-046 du 30 janvier 1986, *Orientations pour l'école maternelle*
<https://sophiebriquetduhaze.files.wordpress.com/2017/10/circulaire-du-30-janvier-1986-1c3a9cole-maternelle.pdf>
http://www.formapex.com/telechargementpublic/textesofficiels/1986_1.pdf
- A propos des instructions officielles de 1991 : *Les cycles à l'école primaire*, une version du texte est disponible à l'adresse :
http://www.formapex.com/telechargementpublic/textesofficiels/1991_1.pdf
- Arrêté du 22/02/1995 *Programmes pour chaque cycle de l'école primaire* publié au Bulletin Officiel n°5 du 09/03/1995 disponible à l'adresse suivante :
https://mentor.adc.education.fr/ex1-php/util/documents/accede_document.php
- Arrêté du 25/01/2002 *fixant les programmes d'enseignement de l'école primaire*, publié au Bulletin Officiel n°1 du 14/02/2002. Le document est disponible à l'adresse :
<https://www.education.gouv.fr/bo/BoAnnexes/2002/hs1/hs1.pdf>
- Arrêté du 04/04/2007 *Programmes d'enseignement de l'école primaire*, publié au Bulletin Officiel dans le hors-série n°5 du 12/04/2007. Le texte est disponible à l'adresse :
<https://www.education.gouv.fr/bo/2007/hs5/default.htm>
- Arrêté du 09/06/2008 *Programmes d'enseignement de l'école primaire*, publié au Bulletin Officiel dans le hors-série n°3 du 19/06/2008. Le texte est disponible à l'adresse :

<https://www.education.gouv.fr/bo/2008/hs3/default.htm>

- Arrêté du 18/02/2015 *programme d'enseignement de l'école maternelle*, publié au Bulletin Officiel spécial n°2 du 26 mars. Le texte est disponible à l'adresse :

http://cache.media.education.gouv.fr/file/MEN_SPE_2/37/8/ensel4759_arrete-annexe_prog_ecole_maternelle_403378.pdf

- Circulaire de rentrée 2019 et recommandations pédagogique, Bulletin officiel n°22 du 29 mai 2019 disponible sur le site education.gouv.fr à l'adresse :

https://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?pid_bo=38847

A propos des apprentissages à l'école maternelle :

- Formation T1 de Janvier 2017, *Les activités scientifiques à l'école maternelle : Expérimenter et raisonner en maternelle*, disponible à l'adresse :

<http://ienpen.dsden58.ac-dijon.fr/wp-content/uploads/sites/29/T1-Cycle-1-2017.pdf>

- *Construction du nombre en maternelle* publié par l'académie de Grenoble, disponible à l'adresse :

http://www.ac-grenoble.fr/mathssciences/IMG/pdf_Construction_du_nombre_Mat_PE_mardi.pdf

- *Comptage-numérotage et comptage-dénombrement*, disponible à l'adresse :

http://circo70.ac-besancon.fr/wp-content/uploads/2016/03/circo70.ac-besancon.fr_fiche-repere-1-comptage-numerotage-et-comptage-denombrement.pdf

- Quelques exemples de calculine :

<http://primaths.fr/outils%20petits/calculines.html>

Article :

- Brissiaud, Remi, *L'évaluation, le comptage mécanique et la dégradation des performances en calcul*, entretien disponible sur le site cafedpedagogique.net disponible à l'adresse :

http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2011/05/20_Brissiaud_comptage.aspx