



UNIVERSITÉ DE NANTES



Master MEEF

« Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation »

Mention premier degré

Mémoire

La compréhension et le sens donnés au système opératoire : le cas de l'addition posée au CP

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de master

soutenu par
Anaïs Moron
le 2 juin 2021

en présence de la commission de soutenance composée de :
Stéphanie Sabatini, directrice de mémoire
Paul-Henri Delhumeau, membre de la commission

Sommaire

I.	Introduction	3
II.	Cadre théorique	4
1.	L'importance de la connaissance du système décimale	4
2.	Avant les nombres	5
3.	Avant le calcul : la manipulation/ le comptage	5
4.	Le calcul	6
a)	Passage du comptage au calcul	6
b)	Calcul mental	7
c)	Le calcul posé	9
5.	La place du calcul posé dans les apprentissages du CP	9
6.	Contextualisation et décontextualisation	10
d)	Amener le sens par des situations concrètes	10
e)	Savoir extraire le calcul du contexte pour analyser les propriétés mathématiques 11	
f)	Des situations variées	11
7.	Le rôle de l'enseignant	12
III.	Méthodologie de recherche	14
1.	Contexte d'enseignement	14
2.	Séquence d'apprentissage	14
3.	Evaluation diagnostique	15
4.	Séance d'introduction à la notion	16
5.	Séances d'exercices d'application	16
6.	Situation « carreler une maison »	17
7.	Situation « Le jeu du banquier »	19
8.	Dernière séance	20
IV.	Résultats	21
1.	Première séance, évaluation diagnostique	23
2.	Première situation « Carreler une maison »	23
3.	Deuxième situation « le jeu du banquier »	25
4.	Dernière séance, évaluation formative	26
V.	Discussion	28
VI.	Conclusion	33
VII.	Bibliographie / Sitographie :	34
VIII.	Annexes	35

I. Introduction

En stage filé, j'ai pu suivre l'évolution d'une classe de CP-CE1 de septembre à mars, il y a 10 élèves de CE1 et 5 élèves de CP. Après différentes observations et interventions dans cette classe, j'ai fait le choix de m'intéresser à la manière dont les élèves apprennent à poser leurs additions. Cette question est importante pour moi car au cours des différents stages dans lesquels j'ai pu observer ou pratiquer, certains élèves utilisaient l'addition posée de manière systématique et sans comprendre le sens de leur opération. Cela avait ensuite une incidence sur l'apprentissage des autres calculs posés, tel que la soustraction, la place de la retenue n'étant pas comprise des élèves.

Me préoccupant également de l'importance de l'interdisciplinarité je choisis d'entrer dans le sujet par un album de littérature jeunesse ce même album jeunesse sera utilisé afin de contextualiser la dernière séance. Dans cette première séance les élèves utilisent la manipulation et le comptage afin de répondre au problème posé.

Nous partons donc d'une situation initiale où les élèves ont compris qu'il fallait additionner et où ils ont utilisés la manipulation et le comptage pour répondre au problème. Les nombres étant assez grands, ils y ont passé un certain temps. Lors de la séance suivante je me suis appuyée sur ce temps passé afin d'introduire la suite.

De cette situation de départ j'ai donc cherché un moyen de les amener à trouver des techniques de résolution plus rapides, dont l'addition posée. C'est à partir de là que mon questionnement sur la manière dont on apporte cette compétence aux élèves s'est révélé. Nous pouvons alors nous demander : comment enseigner aux élèves la technique opératoire en conservant le sens qu'ils portent aux nombres et au calcul ?

Pour y répondre nous allons nous appuyer sur les trois hypothèses suivantes :

- Un lien en continue est nécessaire entre toutes les procédures déjà acquises et la technique opératoire de l'addition posée
- Des situations en contexte permettent de donner du sens à l'opération
- Des exercices hors contexte permettent une compréhension du système pour lui-même

II. Cadre théorique

1. L'importance de la connaissance du système décimale

Le système de numération que nous utilisons est la numération décimale. C'est un système de numération basé sur dix chiffres (de 0 à 9) et qui est de position. C'est-à-dire que contrairement à d'autres systèmes de numération, comme la numération égyptienne, la place des chiffres dans le nombre influe sur celui-ci, par exemple 214 ne sera pas égal à 412. Le système de numération décimale doit être compris et maîtrisé de tous avant d'entrer dans le calcul, car c'est ce système qui permet de comprendre que dix unités sont égales à une dizaine et ainsi commencer à créer des collections. Tout cela en faisant le lien entre le système analogique (constellation de dé par exemple $\cdot\cdot$), le système verbal (quatre) et le système symbolique des nombres (4). C'est le fait de passer de l'un à l'autre, appelé transcodage, qui permettra la connaissance des nombres.

Selon Rolland Charnay, agrégé de mathématiques, « pour bien concevoir les grandes quantités il faut changer d'unité ». En effet, par exemple, « trente-sept » ne permet une bonne conception de la quantité correspondante que dans la mesure où on est capable de dire que ça représente 3 dizaines et 7 unités.

Connaitre la numération décimale, pour un élève de CP ce n'est pas seulement savoir que pour réaliser une collection de 37 objets on peut indifféremment les compter un à un, ou former 3 groupes de 10 et compléter avec 7 objets, c'est être aussi capable d'effectuer sur les dizaines les mêmes opérations que sur les unités. Les deux fonctions du nombre qui sont : la représentation d'une quantité et le calcul, sont très liées : la numération décimale est une aide essentielle au calcul parce qu'il est plus rapide de « totaliser des dix » que de « totaliser des uns ». C'est la complexité de ce système de numération qui fait qu'il est impératif que les élèves soient à l'aise avec ce système décimale avant de pouvoir effectuer des calculs.

2. Avant les nombres

Des études de Piaget montrent qu'avant que les élèves entrent dans les aspects numériques, des capacités logiques sont nécessaires. En effet, pour Jean Piaget, avant que le nombre soit compris par les enfants ceux-ci doivent comprendre la permanence de la quantité quelle que soit la disposition des unités qui la composent. Des travaux de Piaget ont permis de mettre en évidence le rôle du jeu et une réflexion sur la pensée mathématique, notamment sur le principe d'anticipation.

En neuroscience au début des années 2000, les scientifiques cherchent à comprendre comment le cerveau traite les opérations. Ils mettent en place un modèle qui implique les représentations du nombre vues précédemment. Chaque type de représentation est associé à des localisations et circuits cérébraux spécifiques. Il a été prouvé que passer d'une représentation à l'autre est bénéfique pour l'apprentissage des nombres et du calcul chez les enfants. Il est donc important d'en tenir compte dans les choix pédagogiques, cependant cela ne peut suffire.

3. Avant le calcul : la manipulation/ le comptage

La manipulation, qui implique par la suite une procédure de comptage, a un rôle important en mathématiques mais n'est pas une fin en soi, une activité mathématique ne peut se limiter à de la manipulation. En effet dans ERMEL : *apprentissages numériques au CP*, il est bien explicité que l'anticipation de l'action est ce qui fait une activité mathématique et que l'on ne peut se restreindre à de la manipulation. Effectivement lorsque les élèves manipulent pour passer ensuite au comptage, ils n'anticipent pas les différentes étapes et les manipulations possibles sur les chiffres. De plus la manipulation n'est pas toujours possible, les nombres sont parfois trop grands pour effectuer cette manipulation et une procédure de comptage.

Cependant la manipulation a tout de même son rôle à jouer. Celle-ci doit avoir un rôle déclencheur de la réflexion, son utilisation doit permettre aux élèves de répondre aux questionnements sur des situations particulières, telles que pour introduire la numération décimale par exemple. Cependant ce n'est pas la manipulation qui fait l'activité mais les questions qu'elle suggère.

Elle peut également permettre aux élèves de valider leur réflexion, leurs résultats. Effectivement après avoir effectué leurs recherches les élèves peuvent utiliser des jetons, cubes ou autre matériel mis à leur disposition afin de construire dans le réel et ainsi constater de leur réussite ou non.

Il convient donc de différencier l'activité de constat que permet d'effectuer la manipulation de matériel et l'anticipation que permet l'activité mathématique.

Selon Pierre Esseyric, l'objectif sera donc de dépasser la manipulation pour accéder au concept de nombre. De plus, « pour qu'elle soit un levier dans l'apprentissage, la manipulation devra être contrainte et, à un moment donné, empêchée ; sans cela, elle s'érigera en obstacle aux apprentissages, enfermant l'élève dans l'action, alors que l'objectif est de le conduire à penser cette action. »

4. Le calcul

a) Passage du comptage au calcul

La manipulation vue précédemment implique une procédure de comptage. Selon Rémi Brissiaud, les procédures de comptages nécessitent l'emploi d'objets avec lesquels les élèves vont mimer les transformations demandées dans l'énoncé. Il poursuit en disant que les procédures de calcul vont permettre aux élèves de mettre en relation des quantités, directement à partir des représentations numériques qu'ils en ont. Ces procédures ne nécessitent pas un passage par une réalisation physique d'une ou plusieurs collections avec des éléments qui seraient dénombrés.

C'est à partir du CP, que l'objectif d'enseignement visera à amener les élèves à abandonner les procédures de comptage acquises pour élaborer des procédures de calcul. Les procédures relevant du calcul prennent leur sens lorsque les apprentissages des élèves se font sur des nombres de plus en plus grands.

Selon Rolland Charnay, le comptage constitue un obstacle au calcul mais il est dans l'ordre de l'apprentissage que de renoncer à ce qui a été acquis, utilisé auparavant. C'est alors à l'enseignant de prendre en compte les obstacles pour aider les élèves à les dépasser.

Roland Charnay met alors en avant les trois phrases décrites par A. Thornton afin que les élèves s'approprient les connaissances numériques :

Phase 1 : comprendre le concept

Phase 2 : apprendre des stratégies ou des procédures pour obtenir des résultats inconnus

Phase 3 : mémoriser ces résultats jusqu'à obtenir des réponses automatisées.

Pour le chercheur A. Thornton, les deux procédures, comptage et calcul, s'opposent car elles relèvent de processus différents qui ne correspondent pas au même niveau de symbolisation des nombres. Pour l'élève, cependant, ces deux procédures sont deux outils complémentaires l'un à l'autre car ils permettent de résoudre les mêmes types de problèmes. Le choix de la procédure se fera alors en fonction de la maîtrise qu'il en a, comme de la représentation qu'il a des énoncés, mais également en fonction de la taille des nombres impliqués.

Cependant si pour les élèves les deux procédures sont difficiles à séparer, l'enseignant tentera de mener les élèves vers une utilisation plus automatique des procédures de calcul. C'est la fiabilité et la rapidité du calcul qui pourrait permettre aux élèves de se positionner principalement sur cette procédure.

b) Calcul mental

Dans les programmes de 2018, le calcul mental tient une place fondamentale : « l'appropriation de stratégies de calcul adaptées aux nombres et aux opérations en jeu. Ces stratégies s'appuient sur la connaissance de faits numériques mémorisés [...] et sur celle des propriétés des opérations et de la numération. Le calcul mental est essentiel dans la vie quotidienne [...] »

Le calcul mental tire son importance du fait qu'il permet le développement de l'attention, de la concentration et de la mémoire. Il implique également une connaissance raisonnée des nombres et des opérations tout en mémorisant des répertoires de base. Il permet aussi l'acquisition du sens des opérations qui est le point qui va être mis en avant ici.

Le calcul mental est considéré comme un moment qui se doit être ludique afin de le rendre plus facilement appréhendable par les élèves. Dans ce cas, ceux-ci peuvent trouver du plaisir à jouer avec les nombres et pratiquer ces exercices intellectuels. Un entraînement régulier permet à tous les élèves de progresser.

Au CP, pour les élèves qui commencent à calculer, le calcul réfléchi (calcul pensé) ne sera pas automatique. Il s'agit, pour eux, de prendre connaissance des différentes formes de calcul et de commencer à s'y entraîner. Ces apprentissages leurs permettent d'étendre le réseau des relations numériques des élèves.

On peut trouver trois aspects principaux du calcul mental selon Claire Lethielleux : la mémorisation des répertoires, le calcul réfléchi et le calcul rapide.

Mémorisation des répertoires

La mémorisation des répertoires en Cp comprend les tables d'additions et les compléments à 10 par exemple. Ce sont tous ces répertoires qui une fois mémorisés par les élèves permettent une rapidité dans les différentes procédures de calcul.

On retrouve deux phases de la mémorisation des tables selon Claire Lethielleux. Une première phase de reconstruction dans laquelle les résultats sont mis en évidence par des procédures de calcul réfléchi. Une deuxième phase de mémorisation où les élèves ne doivent plus calculer mais retrouver le résultat de mémoire.

Pour faire apprendre les tables, il faut que les élèves pratiquent le « calcul en batterie », c'est-à-dire écrire le résultat de plusieurs additions à la suite. Pour les élèves, les deux procédures vues précédemment sont utilisées, la première est une reconstruction (les élèves utilisent le surcomptage ou le calcul pensé) la deuxième est une reproduction (les élèves connaissent directement le résultat). Afin que les élèves utilisent le plus souvent la reproduction il faut que le rythme d'énonciation des calculs soit assez rapide.

Les résultats des calculs doivent être évidemment déjà connus des élèves. Selon Brissiaud : « Il s'agit moins d'apporter de nouvelles connaissances que d'inciter à une nouvelle gestion mentale des connaissances antérieures ».

Le calcul réfléchi (calcul pensé)

Le calcul réfléchi est l'élaboration d'une procédure pour faire le calcul. C'est une manière personnelle de penser le calcul. Cette procédure permet de s'appuyer sur les

propriétés des nombres et sur les nombres présents afin de résoudre l'opération. Exemples : compléments à 10, recherche de nombre « ronds ». Il est possible de faire du calcul pensé de manière écrite afin d'alléger la charge mentale.

Le calcul rapide

Selon R. Brissiaud, la pratique du calcul pensé aide à la mémorisation des tables d'additions. Mais pour accéder à la connaissance des tables les élèves ne doivent pas s'aider de l'écriture et effectuer du calcul mental, il faut que la réponse de l'élève soit rapide.

c) Le calcul posé

Contrairement aux autres méthodes de calcul, le calcul posé (en colonnes) intervient sur les chiffres qui composent le nombre et non sur le nombre lui-même. Il prend alors en compte les différents aspects du nombre, l'aspect décimal et le système de position. L'aspect décimal permet de justifier la retenue et l'aspect position permet de savoir quelles unités sont ajoutées et de justifier l'alignement des chiffres en colonnes.

5. La place du calcul posé dans les apprentissages du CP

Dans les repères annuels de progression pour le cycle 2, disponibles sur le site du ministère de l'éducation nationale et de la jeunesse, il est inscrit que les élèves de CP après avoir mémorisé les faits numériques et les procédures, apprennent à poser des additions à deux chiffres au plus tard en période 4.

Dans le calcul posé, comme vu précédemment, intervient les deux propriétés fondamentales de la numération décimale qui sont la position des chiffres et le système en base dix. Notons que selon les programmes nous nous arrêterons aux dizaines avec des élèves de cours préparatoire. La lecture devient alors vertical dans l'addition posée et les chiffres sont étudiés un à un en commençant par les unités. L'aspect décimale dans l'addition posée permet de justifier l'usage d'une retenue.

Dans la technique opératoire les difficultés peuvent avoir plusieurs sources. Une première difficulté qui pourrait poser problème aux élèves est la disposition des nombres sur des étages différents, les uns au dessus les autres. Les élèves ne sont pas habitués à cette représentation de deux nombres. Une deuxième difficulté peut

apparaître lors du calcul, les élèves doivent être à l'aise avec les tables d'additions, d'où la nécessité des entraînements en parallèles avec les tables d'additions. Enfin, la retenue peut elle-même être source de difficultés et plusieurs aides doivent être mises en place.

La retenue doit avant tout être comprise de l'élève afin qu'elle ne pose pas de difficultés. Selon Dominique Tournès dans une conférence sur l'apprentissage du calcul, si on s'attache à la mécanique du calcul posé mais que l'élève ne met de sens il ne comprendra pas vraiment ce qu'est un calcul en colonnes. Si dans un premier temps l'élève écrit deux chiffres dans la colonne des unités, il suffit de lui faire comprendre que son résultat n'est pas faux tant qu'il reste écrit dans les colonnes cependant afin de trouver le nombre qui est la réponse à l'addition il faut convertir dix unités en une dizaine. Le système décimale et sa compréhension ont une place très importante dans la compréhension de la technique opératoire.

6. Contextualisation et décontextualisation

d) Amener le sens par des situations concrètes

Avant d'étudier la manière dont on donne le sens aux opérations mathématiques nous allons voir comment « le sens » est défini ? L'acquisition du sens des opérations est l'aptitude de l'élève, placé devant une situation simple, à choisir « la bonne opération », addition, soustraction.... C'est également, lors de l'application d'un algorithme tel que l'addition posée, la capacité à comprendre les étapes effectuées et les résultats obtenus. De même le contrôle de la vraisemblabilité du résultat obtenu permet de développer l'esprit critique de l'élève sur son résultat.

Selon les auteurs de ERMEL, *nombres et calculs CP*, Le fait de garder le sens de l'opération entre le passage de l'oral à l'écrit permet d'éviter une déconnexion entre les deux. Le risque d'une telle déconnexion est de voir les élèves appliquer les techniques sans chercher à les comprendre. Dans ce cas ils n'auront pas conscience de leurs capacités.

e) Savoir extraire le calcul du contexte pour analyser les propriétés mathématiques

Toute notion mathématique peut être étudiée pour elle-même et indépendamment des utilisations qui peuvent en être faites.

Les notions mathématiques ne peuvent être reconnues que lorsqu'elles peuvent être isolées de ces contextes, décontextualisées donc, lorsque leur existence devient indépendante de ceux-ci. Il est donc un moment où, pour être de réels concepts, les objets mathématiques doivent s'affranchir des problèmes qui ont permis leur émergence. Se différencier de leur signification de départ et prendre sens pour eux-mêmes. C'est aussi une condition de leur efficacité pour la résolution de problèmes nouveaux. Ils peuvent alors être étudiés pour eux-mêmes et devenir sources de questionnements.

Dans le cas de l'addition, le fait d'étudier la technique opératoire pour elle-même permet d'insister sur la place de la numération décimale ou encore de développer le principe de la retenue. Cette étude permettra ensuite de retourner progressivement dans un autre contexte et ainsi les élèves comprendront la permanence de la propriété additive.

Les connaissances mathématiques doivent être, de manière simultanée, des outils efficaces pour la résolution de problèmes mais aussi des objets étudiés pour eux-mêmes. Régine Douady entend par là « la dialectique outil-objet ».

f) Des situations variées

Dans les programmes il est mis en avant qu'il faut utiliser différentes situations de contextualisation, notamment dans la résolution de problèmes pour acquérir les connaissances sur les nombres et les calculs au cycle 2 : « la connaissance des nombres et du calcul [...] se développe en appui sur les quantités et les grandeurs, en travaillant selon plusieurs axes. Des résolutions de problèmes contextualisées : dénombrer des collections, mesurer des grandeurs, repérer un rang dans une liste, prévoir des résultats d'actions portant sur des collections ou des grandeurs »

La résolution de problèmes est donc un point important dans l'acquisition de ces connaissances. Selon Gérard Vergnaud : « la résolution de problèmes est la source du savoir car un savoir trouve son sens (et son intérêt) dans les problèmes qu'il permet de résoudre efficacement. Elle est aussi le critère du savoir car la principale mesure qui peut être faite des connaissances d'un élève réside dans l'évaluation de sa capacité à les utiliser correctement et à bon escient. »

Selon G. Vergnaud, la résolution de problème apporte du sens au savoir, ici le savoir en question est le calcul posé. Elle permet également d'en mesurer la compréhension car si l'élève l'utilise comme il faut, au moment opportun c'est signe de sa compréhension du savoir nécessaire.

Il est tout de même à prendre en compte que, seule, la résolution de problème ne suffit pas. En effet selon Roland Charnay, si la résolution de problème permet à l'élève de s'engager directement dans la quête du savoir il ne suffit pas pour l'appropriation des connaissances, « il n'y a pas d'apprentissage efficace sans explicitation des connaissances à acquérir et sans entraînement ».

Pendant l'année de CP, notamment au début de l'année, il est possible de proposer aux élèves des problèmes additifs qui permettent de prévoir le résultat d'une action qui n'est pas encore visible afin qu'ils comprennent qu'à partir de deux nombres ils peuvent en produire un troisième. Cette prise de conscience d'une construction d'un nombre par rapport à deux autres est une première base au concept de calcul qui va être approfondie tout au long de l'année.

Dans les programmes les capacités des élèves à chercher, raisonner et communiquer sont sollicités par des résolutions de problèmes et permettent d'aborder de nouvelles notions, de consolider les acquisitions et de provoquer des questionnements. C'est pourquoi le fait d'alterner des situations problème et des exercices d'application permet à l'élève de se questionner continuellement et ainsi enrichir ses compétences.

7. Le rôle de l'enseignant

L'enseignant qui construit la technique opératoire avec ses élèves de CP se doit de prendre en compte la forme qu'il donnera au calcul posé. En effet il est précisé dans de nombreux documents officiels comme dans les repères de progressivité officiels du

cycle 2 que « [l]es techniques de calcul posé sont communes à toutes les classes, elles sont ritualisées avec les mêmes formes et les mêmes mots. Ce choix doit être poursuivi au cycle 3. »

Aussi lors des séances, notamment celle d'introduction à la notion le rôle de l'enseignant est de guider les élèves dans leurs propres apprentissages, ainsi les élèves développent par eux-mêmes les compétences recherchées. Cette construction de savoir permet une acquisition du sens.

III. Méthodologie de recherche

1. Contexte d'enseignement

L'école dans laquelle se déroule mon stage est une école de campagne composée de cinq classes de la toute petite section jusqu'au CM2, la classe dans laquelle les séances sont menées est une classe de quinze élèves de CP-CE1, l'étude porte sur les cinq élèves de CP. Le stage étant un stage filé, je ne me rends en classe tous les jeudis. Il est important de prendre en compte que cette séquence s'effectue sur une période assez longue et que les élèves reçoivent en parallèle de nombreux autres apprentissages et entraînements en mathématiques.

Les profils de ces cinq élèves sont très variés et il a fallu le prendre en compte lors de l'application des séances. Un élève en particulier, un peu plus jeune en âge que les autres n'a pas encore acquis la maturité nécessaire pour entrer dans les apprentissages. Le déroulement des séances a donc parfois été perturbé, d'autant plus qu'il a eu de nombreuses absences.

2. Séquence d'apprentissage

La séquence d'apprentissage que j'ai mise en place était axée sur l'addition posée, afin de répondre à la problématique qui est : «Comment enseigner aux élèves la technique opératoire en conservant le sens qu'ils portent aux nombres et au calcul ?». Plusieurs séances ont été menées, en parallèle des entraînements sur le calcul mental, afin de s'exercer sur le calcul posé, mais également sur la compréhension de son fonctionnement.

J'ai dans un premier temps mené auprès d'eux une séance d'évaluation diagnostique. Celle-ci portait sur une situation interdisciplinaire pour savoir comment les élèves s'y prenaient pour résoudre une situation problème simple de type additif, recherche d'état final. Par la suite, plusieurs situations de recherche alternées avec des situations d'entraînement ont été proposées aux élèves. Des séances contextualisées et décontextualisées en alternance. Enfin j'ai effectué de nouveau une séance similaire

à la première dans son fonctionnement afin d'évaluer l'évolution des élèves dans leurs stratégies.

Au début de chaque séance a été mis en place un entraînement de rapidité sur les tables d'addition visant à inciter les élèves à passer de procédures de comptage à des procédures de calcul dans la résolution de leur calcul posé. En effet, comme vu précédemment les élèves de CP doivent être de plus en plus sollicités pour favoriser l'utilisation du calcul par rapport au comptage.

Pendant ces séances, et notamment pendant les étapes de calculs des questions sont posées de manière individuelle aux élèves afin d'évaluer leur compréhension de la technique opératoire :

- Pourquoi places-tu une retenue ? d'où vient-elle ?
- Pourquoi places-tu tes nombres comme ça ?
- Pourquoi est-ce que tu commences par additionner les unités ?

Le tableau, que l'on peut trouver dans la partie résultats, est rempli en fonction des différentes observations qui ont été faites tout au long de la séquence. Cela m'a permis de savoir quelles remédiations il devait y avoir auprès de chaque élève.

Les résultats qui seront développés plus loin (cf. IV. Résultats) seront axés sur la séance diagnostique, les situations contextualisées et la dernière séance d'évaluation. Plusieurs moyens ont été utilisés pour le recueil des données. Dans la première séance une transcription de chaque étape a été réalisée juste après son application. En ce qui concerne les situations, des photos d'étapes et des productions d'élèves permettent d'identifier les différentes étapes de leur raisonnement. Enfin j'ai pu filmer les moments clés de la dernière séance et les retranscrire. La fiche préparation de la séance d'introduction au calcul posé est également disponible en annexe mais ne sera pas étudiée ici.

3. Evaluation diagnostique

Ma première séance était une évaluation diagnostique qui me permettait de savoir où en étaient les élèves vis-à-vis du concept d'addition. Après une lecture interactive de l'album les élèves ont du répondre à plusieurs questions sur la compréhension du texte

dans un premier temps, puis sur des questions mathématiques. Les questions de compréhension me permettait de m'assurer que tous les élèves avaient compris la situation et que ce ne serait pas la compréhension de l'album qui les empêcherait de répondre aux questions suivantes.

La question mathématique à laquelle j'ai voulu arriver était la suivante : « A la fin du mois de février on nous dit qu'il y a tous les pingouins du mois de janvier = 31 plus tous ceux du mois de février = 28, vous allez devoir me dire combien il y a de pingouins au total, vous avez tout le matériel à votre disposition »

Cette première séance aura permis de construire la séquence en fonction de l'évaluation diagnostique sur les compétences que possédaient déjà les élèves et celles qui restaient à approfondir. Celles-ci seront développées dans la partie résultats.

4. Séance d'introduction à la notion

La séance suivante est la première séance dans laquelle on aborde le concept d'addition posée. Pour cela, les élèves rappellent ce qui a été fait lors de la fois précédente. A partir de là on reconstruit ensemble, avec les jetons, le calcul qu'ils avaient effectués, puis on regarde comment on procède pour arriver au résultat final.

Avec les élèves on essaye de mettre par écrit toutes ces étapes. Ils dictent les étapes réalisées et j'écris sur le tableau ce qu'ils disent. On note les étapes directement sous forme de tableau de numération. Ainsi le calcul est présenté en colonnes et les élèves acquièrent une nouvelle manière d'aborder le calcul. Le but ici est de voir que sans utiliser les jetons il aurait été possible de calculer cette somme. D'autres exemples sont par la suite étudiés avec les élèves.

5. Séances d'exercices d'application

Des séances d'applications d'additions posées arrivent ensuite. Des séances décontextualisées permettent, comme vu précédemment, de mettre en avant le système mathématique qui se joue, en dehors d'un quelconque contexte.

A disposition des élèves, il y a des « maisons des additions » ils peuvent s'en servir s'ils le souhaitent. Cet outil leur a été présenté et son fonctionnement étudié lors de cette séance. Les calculs sont proposés dans un ordre croissant de difficulté et pour finir, deux calculs nécessitent des retenus.

On recherche ici les erreurs des élèves, pour ces deux calculs ils doivent utiliser les jetons pour vérifier leurs résultats. Ainsi on va chercher pourquoi cela ne fonctionne pas. Cet exercice permet d'introduire la retenue en comprenant à quoi elle sert. Les jetons permettent ici une validation du résultat, elle n'est pas l'activité principale de la séance. En effet comme expliqué précédemment la manipulation n'est pas une activité mathématique en elle-même car elle ne permet pas d'anticipation du résultat. Cependant celle-ci est un bon point d'appui pour se questionner sur une notion.

De plus passer par une étape de vérification du résultat et que les élèves se rendent compte par eux-mêmes que celui-ci ne correspond pas, leur permettra de rechercher la solution, l'étape qui leur manque. Ils construiront leur savoir et mettrons du sens derrière la retenue en partant de leurs erreurs. Selon Jean-Pierre Astolfi, l'erreur est parfois encore considérée comme une faute, comme la conséquence d'un manque de connaissance. Elle devient alors source d'angoisse et de stress pour les enfants. Mais un regard différent peut être porté sur la difficulté et sur l'erreur. Et si l'erreur était nécessaire à certains apprentissages ? En effet les erreurs peuvent être anticipées il serait dommage de ne pas s'en servir. Il peut être utile de confronter les élèves à une situation qui leur permettra de se questionner et d'essayer avant d'avoir eu la leçon. Cette situation qui amènera sûrement des erreurs permettra de partir de ce point pour mettre en avant une propriété.

6. Situation « carreler une maison »

Pour repartir dans une situation concrète, on fait deux séances sur la situation « carreler une maison » (ERMEL CP, nombres et calculs). Ces séances arrivent en remédiation, en recontextualisation, afin que le lien entre le système décimal et la technique opératoire soit renforcé. De plus, comme vu précédemment, alterner les situations en contexte et les situations hors contexte permet une meilleure acquisition

des savoirs en jeu pour les élèves. La situation a été adaptée en fonction des besoins de chacun et ils n'ont pas tous effectués le même travail.

Trois variables ont été mises en place dans les groupes homogènes :

- Le nombre de pièces
- La taille des pièces
- Un exercice supplémentaire pour les plus rapides

Une première étape consiste à trouver des stratégies pour compter le nombre de carreaux dans la pièce, ainsi la commande peut être passée : combien de carreaux seuls et combien de paquets de dix ?

Ensuite, une étape de vérification a lieu, en autorisant la disposition des carreaux commandés en correspondance terme à terme sur la pièce.

Ces deux étapes sont répétées une deuxième fois. Ensuite un bon de commande est à remplir, composé d'une ligne sur le nombre de carreaux total à commander, une ligne pour le nombre de carreaux isolés et une ligne sur le nombre de paquets de dix, pour carreler la maison qui est composée des deux pièces précédentes . Les élèves ne reçoivent pas de consignes particulières sur la manière d'effectuer ce calcul. Plusieurs solutions s'offrent donc à eux lors du remplissage de ce dernier bon de commande.

Une deuxième séance a eu lieu sur cette situation, les élèves avaient pour but de faire plusieurs bons de commande de maisons en fonction des commandes pour chaque pièce. Dans cette étape, la difficulté provenait du fait que les commandes n'étaient plus décrites en fonction du nombre de carreaux isolés et du nombre de paquets de dix. Seuls le nombre de carreaux total était inscrit.

Cette situation intervient donc pour permettre aux élèves de repartir de leurs connaissances sur le système décimal au service d'une addition finale. Cette addition, même si elle n'est pas posée en colonnes par les élèves, elle permettra d'additionner les « carreaux isolés » (les unités) ensemble et les « paquets de dix » (dizaines) ensemble. Mais également de convertir 10 carreaux isolés en un paquet de dix, soit appliquer le système de retenue que l'on retrouve dans l'addition posée.

A la fin de la séance, une phase d'institutionnalisation permettra de s'assurer que tous les élèves aient conscience de ce qu'ils ont réalisé.

7. Situation « Le jeu du banquier »

Le jeu du banquier a été mis en place dans la continuité des apprentissages. Cette situation est tirée du Ermel CP, *nombres et calculs*. Le but premier du jeu du banquier est de comprendre le système décimal à partir de règles d'échanges. Dans cette séquence les élèves étant déjà confrontés régulièrement au système décimale, le but sera de le réinscrire dans le maintien du sens de la retenue dans l'addition posée.

En ce qui concerne l'organisation des deux séances qui vont porter sur cette situation, celles-ci vont se dérouler de manière identique dans l'ensemble. Lors de la première séance, une attention particulière sera portée à la passation des consignes. Lors de la deuxième séance, une étape d'addition des résultats des deux parties sera ajoutée.

Pour l'organisation d'une partie avec les 5 élèves, après un exemple collectif, on retrouve plusieurs étapes, rôles. Dans un premier temps un élève est désigné comme étant le banquier, les autres élèves sont les joueurs. Les rôles des élèves tournent au bout de quelques manches et sur les deux séances. Les élèves « joueurs » piochent des cartes aléatoirement numérotées de 1 à 20, ils demandent alors ensuite au banquier le nombre de jetons jaunes qui correspond à ce qui est écrit sur la carte. Il est également possible pour les élèves les plus à l'aise avec le système d'échanges de demander directement le nombre de jetons jaunes et le nombre de jetons rouges (par exemple, pour 13, un jeton rouge et trois jetons jaunes) La règle est la suivante « vous ne pouvez pas avoir plus de 9 jetons jaunes dans vos réserves, vous pouvez échanger 10 jetons jaunes contre un jeton rouge. » La règle d'échange reste affichée.

Les phases d'échanges, si besoin est, se déroulent après chaque nouvelle carte acquise.

Le remplissage d'une fiche de score permet aux élèves de se rendre compte que beaucoup de jetons ont été gagnés au court de la partie et qu'avec les échanges, il y a moins de jetons mais la même valeur. De plus cette feuille permet d'inscrire le nombre de jetons jaunes obtenus en chiffres (système symbolique) et dessiner les jetons (système analogique). Les élèves passant leur commande auprès du banquier

de manière orale (système verbal) cela permet d'utiliser les trois représentations du nombre. Comme vu précédemment, le passage d'un système à l'autre engendre une meilleure connaissance des nombres.

Cette situation permet d'avoir une autre représentation que celle qu'ils connaissent pour travailler sur les dizaines et les unités de manière implicite pour eux dans un premier temps. Passer d'une représentation à l'autre permet à l'élève de ne pas se familiariser avec une seule représentation et ainsi ne pas être perturbé si l'on change d'outils. En effet dans les différents outils avec lesquels les élèves ont travaillé, notamment les paquets de dix carreaux dans la situation précédente, les supports n'ont pas la même taille. Dans cette situation les jetons sont identiques, la couleur seulement indique la valeur du jeton.

8. Dernière séance

La séance finale proposée permet de rendre compte des évolutions des élèves depuis la première séance. Cette séance est mise en place comme la première, dans le contexte de l'album de littérature jeunesse *365 pingouins*. Le même matériel que celui proposé à la première séance sera à leur disposition. D'autres questions en rapport avec l'album sont donc proposées aux élèves, certaines peuvent nécessiter l'application du calcul posé car suffisamment couteuses et d'autres peuvent se faire mentalement.

L'objectif est de voir ici si les élèves se dirigent désormais vers le calcul posé ou s'ils préfèrent utiliser les jetons. Et s'ils se dirigent vers le calcul posé est-ce un automatisme ou arrivent-ils à s'en séparer quand il n'y en a pas besoin ?

Parmi les problèmes proposés aux élèves on étudie les suivants :

- La famille avait déjà reçue 15 pingouins et depuis elle en a reçu 13, combien y-a-t-il de pingouins maintenant ?
- On avait 28 pingouins et il y en a 17 nouveaux, combien y-a-t-il de pingouins maintenant ?

IV. Résultats

Au cours des séances j'ai pu relever les différentes procédures des élèves afin d'y voir une éventuelle évolution. Pour se faire, je me suis essentiellement basée sur des bilans effectués à la fin des séances à partir des productions des élèves, mais aussi à partir des observations durant les séances. De plus, pour la dernière séance, j'ai pu filmer une partie du déroulé de celle-ci. Ce qui permet de repérer, en aval, les différentes techniques opératoires et les causes de ces différents choix.

Tableau des procédures utilisées par les élèves au cours de la séquence et le sens donné au calcul posé si utilisé :

Séances	Elève E.	Elève C.	Elève T.	Elève M.	Elève L.
Séance diagnostique	Jetons, groupements dizaines unités				
Exercices indépendants	Addition posée (technique acquise mais pas le sens)	Addition posée (difficultés dans la retenue)	Calcul en ligne puis addition posée (faire comme les autres) (sens acquis)	Additions posées (non compréhension de la disposition des chiffres)	Addition posée (difficultés à passer d'une écriture en ligne à une écriture en colonnes → disposition des chiffres)
Problèmes Additifs	Addition posée (même pour les valeurs qui ne le nécessitent pas) Construction du sens	Addition posée	Schématisation Puis calcul posé (faire comme les autres) (sens acquis)	Additions posées (sens acquis)	Absent

Situation 1 (Carreler une maison)	Addition posée	Addition posée (utilisation de l'outil « maison des additions »)	Addition posée	Addition posée (utilisation de l'outil « maison des additions »)	Absent première séance Addition posée (sens acquis)
Situation 2 (le jeu du banquier)	Addition posée	Comptage	Comptage	Addition posée	Pas d'opération à effectuer
Séance finale	Addition posée	Addition posée	Jetons (sens de l'addition posée acquis)	Addition posée (rapide)	Jetons (compréhension de l'addition posée en cours)

Pour l'élève T, la mention « fais comme les autres » signifie que celui-ci commence le travail avec la manière dont il est le plus à l'aise mais change de stratégie après avoir observé comment les autres élèves procédaient.

Ce qui me permet de dire que le sens est acquis est la réponse aux questions que je leur pose quand je passe les voir pendant les séances. En fonction des réponses aux questions suivantes :

- Pourquoi places-tu une retenue ? d'où vient-elle ?
- Pourquoi places-tu tes nombres comme ça ?
- Pourquoi est-ce que tu commences par additionner les unités ?

Lorsqu'un élève ne sait pas répondre à l'une de ces questions, cela me permet de savoir quelle remédiation il faut envisager par la suite. Par exemple lorsque l'élève M, en début de séquence, ne comprend pas la manière dont on dispose les chiffres pour poser l'addition, une aide particulière auprès de cet élève a été mise en place par la suite. Celle-ci consistait à replacer les nombres dans un tableau tout en lui indiquant que c'était les nombres qui devaient être écrits les uns en dessous des autres et non

les unités en dessous des dizaines. Pour cela il a fallu travailler de nouveau, avec cet élève, sur la place des unités et celle des dizaines dans le nombre.

1. Première séance, évaluation diagnostique

En ce qui concerne les résultats de la séance d'évaluation diagnostique, parmi les outils à leur disposition, les élèves ont utilisés les jetons et se sont séparés en deux groupes pour former d'un côté les pingouins du mois de janvier et de l'autre ceux de février. Un des deux groupes s'est mis à les ranger par paquets de dix, ce qu'ils ont demandé de faire aux autres « pour que ce soit plus facile à compter ». Ils ont ensuite regroupé les dizaines et les unités et ont pu retrouver le nombre de pingouins.

Ce qui est ressorti de cette séance, dans un premier temps, est la capacité des élèves à trouver des stratégies afin de résoudre un problème. De plus leurs échanges ainsi que les manipulations effectuées ont mis en avant une connaissance déjà bien avancée sur le système décimal. A la fin de cette séance, pour les élèves, leur bilan a été que le calcul était long à faire car « il y avait besoin de beaucoup de jetons et c'était long de réunir tous les jetons nécessaires. »

A partir de ces constats, et en appui sur leur volonté « d'aller plus vite », nous travaillerons ensuite sur les méthodes de calcul et en particulier sur la technique opératoire de l'addition posée, afin de passer du comptage au calcul. En effet rappelons que, comme vu précédemment, les enseignants doivent travailler sur les stratégies de calcul auprès des élèves de CP afin que leurs méthodes de résolution passent du comptage au calcul.

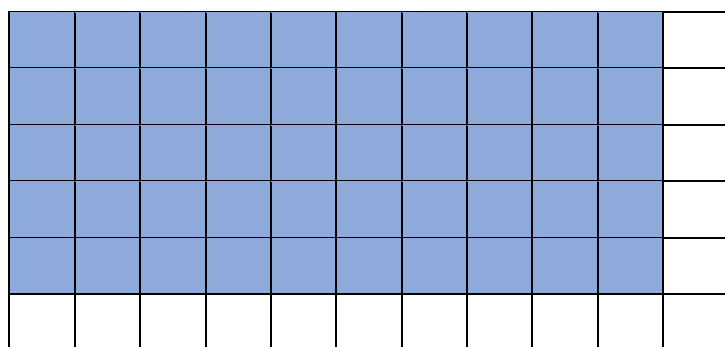
2. Première situation « Carreler une maison »

En ce qui concerne la situation « carreler une maison », les 4 élèves présents ont pu s'investir totalement dans la situation, la seule difficulté présente était le travail de groupe. La première séance s'est alors déroulée en groupes tandis que la deuxième partie était individuelle afin que ce ne soit plus un frein dans la réalisation de l'exercice.

Le groupe de l'élève M. et l'élève C. a été plus rapide que l'autre. Des stratégies pour compter les carreaux qui composaient la pièce ont été mises en place par ce groupe. Parmi ces stratégies on en retrouve une première qui a été de compter de 6 en 6,

cependant, cela étant trop compliqué pour eux ils ont enlevé la dernière ligne afin de pouvoir compter de 5 en 5. Les élèves étant à l'aise avec cet exercice, la deuxième pièce donnée était donc choisie plus conséquente et de manière à nécessiter un calcul avec retenue à la prochaine étape. Ils ont décidé d'aller chercher leur outil « la maison des additions » dans laquelle ils se sont servis directement des valeurs qu'ils avaient notés dans les lignes « paquets de 10 » et les lignes « carreaux isolés » (cf. Annexe 1). La présence de la retenue n'a pas posé de problème particulier. Ce qui signifie que les élèves ont compris le rôle de celle-ci et la manière dont on pose une addition. De plus, le fait que cette étape ne pose pas de problème pour les élèves témoigne de leur compréhension du système décimal. La séance suivante ils ont pu effectuer directement l'étape des bons de commandes de maisons.

Pour le deuxième groupe, la première pièce choisie est disposée pour faciliter le comptage de 5 en 5 pour lequel ils s'entraînent régulièrement. Cependant les élèves de ce groupe ont choisis de compter les carreaux uns à uns. Ils ont réussi à décomposer le nombre sans problème ce qui a permis de passer à une deuxième pièce plus complexe. (pièce E. cf. représentation ci-dessous).



La pièce ayant comme mesure 6 x 11, les élèves ont décomposé en 5 x 10 et ont ajouté le reste à la fin.

Cependant cette stratégie les a conduits en erreur. En effet s'ils ont bien pris en compte qu'il y avait cinq paquets de dix, ils ont notés qu'il y avait seize carreaux isolés. De plus, ils ont additionnés le total comme un ensemble sur la même unité car perturbés par les deux chiffres qui composaient la valeur des carreaux isolés.

Il a fallu alors remédier à leur première erreur, en les questionnant sur le fait qu'il y avait la possibilité de faire autrement que 16 carreaux isolés. Après la transformation

de 10 carreaux isolés en un paquet de dix le résultat du nombre de carreaux total a été modifié dans le même temps par les élèves.

Afin de vérifier qu'ils puissent tout de même effectuer une addition avec 5 dizaines et 16 unités je leur ai demandé de placer les nombres dans leur outil « la maison des additions » ils se sont rendu compte de leur erreur. En effet, la maison des additions est présentée sous forme de colonnes dizaines et unités. Les élèves peuvent alors vérifier que leurs nombres sont placés correctement en faisant le lien entre leurs nombres et le système de numération décimal.

3. Deuxième situation « le jeu du banquier »

Pour le jeu du banquier les élèves on eu du mal à comprendre les règles d'échanges au début, jusqu'à ce qu'une élève du groupe dise « en fait c'est comme les unités et les dizaines ». Cette phrase a ensuite permis à tout le groupe de réussir leurs échanges. On peut en déduire que le passage d'un système de représentation à un autre et le fait que le jeton rouge soit de même taille que le jeton jaune a perturbé les élèves. On peut également en déduire que le fait de ne pas expliciter la notion mathématique derrière le jeu, influe sur leur compréhension. En effet dans cette situation il est question de faire réaliser des échanges de jetons aux élèves mais le lien avec le système décimal n'est pas évident si celui-ci n'est pas explicité.

En ce qui concerne la première étape du jeu, sur les 5 élèves, deux commandaient leurs jetons après avoir fait un échange tandis que les autres commandaient tous les jetons jaunes et préféraient effectuer leurs échanges après, cela leur permettait d'avoir plus de temps pour effectuer leurs échanges.

Ensuite, lorsque arrivait la phase d'échanges, deux élèves donnaient tous leurs jetons jaunes en échange d'un jeton rouge, par exemple si un élève avait douze jetons jaunes il donnait les douze pour effectuer son échange. Cela ne paraissait pas volontaire. Pour eux, il semblerait que la condition d'échange ait été comprise comme étant une condition à atteindre pour gagner un jeton rouge. Dès lors, lorsqu'ils possédaient au minimum 10 jetons jaunes ils pensaient qu'il fallait qu'ils échangent ceux-ci contre un rouge. Le rôle du banquier était alors de rappeler qu'il fallait 10 jetons pas un de plus

pas un de moins. Le passage de ces élèves au rôle de banquier a permis de confirmer leur compréhension.

La fiche réponse n'aura pas pu être utilisée correctement par les élèves, la difficulté était de dessiner uniquement ce que l'on récupérait au tour actif de jeu. Certains élèves étaient tentés de dessiner les jetons rouges qu'ils récupéraient lors des échanges. De même ils comptabilisaient parfois plusieurs fois les mêmes jetons. (cf. Annexe 2)

La dernière étape était de calculer son score en fonction des résultats de la première séance et ceux de la deuxième, deux élèves ont utilisés l'addition posée et les deux autres le comptage. Dans les deux cas, les élèves ont compris que pour trouver leur score final il fallait réunir les deux et ajouter les résultats de la première séance à ceux de la seconde. Ils ont tous compris qu'il fallait effectuer une addition.

4. Dernière séance, évaluation formative

Lors de cette séance, l'élève E. a commencé à calculer les dizaines dans son addition posée, après l'avoir questionné sur cette étape l'élève a effacé ce qu'il avait trouvé et a immédiatement placé une retenue sans avoir effectué le calcul des unités. Puis il a effacé de nouveau car la somme des unités n'était pas supérieure à neuf.

Cette situation a démontré la compréhension de la technique opératoire de cet élève car même s'il a réagit à la remarque en ajoutant une retenue avant d'avoir calculé les unités, cela montre que c'est bien à cause de cette retenue, qui aurait pu être présente, qu'il faut commencer par les unités.

En ce qui concerne les observations présentées dans le tableau au début de la partie résultats on peut voir que tous les élèves ne se sont pas tournés directement vers l'addition posée. Cependant ceux qu'ils l'ont fait l'ont utilisé pour chacun des problèmes. En effet le premier problème était, pour rappel : « La famille avait déjà reçue 15 pingouins et depuis elle en a reçu 13, combien y-a-t-il de pingouins maintenant ? ». Ce problème aurait pu être traité par les élèves avec une technique de calcul mental car les nombres ne sont pas trop élevés et le calcul ne nécessite pas de retenu, ce calcul n'aurait pas été trop coûteux pour les élèves à faire « de tête » ou en calcul en ligne.

Pour les deux élèves qui ont utilisé les jetons, ce sont ceux qui ne sont pas encore très à l'aise avec la technique opératoire. Malgré leur réussite lors de leur utilisation. Ce jour là et avec l'appui de la vidéo, plusieurs hypothèses sont possibles concernant leurs choix :

- Une difficulté à reconnaître les situations dans lesquelles il faut utiliser la technique opératoire
- Des difficultés à utiliser la technique opératoire
- L'attrait de la manipulation

Dans les vidéos qui ont été prises de la séance (cf. retranscription en annexe 7) on peut voir que les élèves se sont immédiatement dirigés vers l'addition y compris ces deux élèves. En ce qui concerne l'élève L, il se dirige ensuite vers la manipulation pour la deuxième question, connaissant l'élève et par ses nombreuses absences lors de la séquence on peut en déduire que cela est dû à une trop faible connaissance de la technique opératoire et l'apparition de la retenue a posé problème pour lui. Cependant en ce qui concerne l'élève T, qui lui aussi s'est dirigé vers la manipulation à la question suivante, on peut dire que c'est l'attrait de la manipulation qui a dirigé cet élève vers celle-ci, d'autant qu'il a vu son camarade utiliser les jetons.

V. Discussion

L'intérêt particulier porté au questionnement sur la construction de la technique opératoire, sur l'addition posée au CP est intervenu après les trois premières séances. Il aurait été intéressant de commencer à aborder la notion avec les situations développées plus loin dans la séquence. Le jeu du banquier aurait pu intervenir plus tôt dans la séquence pour travailler le calcul en lien avec le système décimal, ou alors pour introduire la retenue ce qui aurait permis de rendre les calculs d'introduction à la retenue plus concrets. Le travail décontextualisé sur les calculs avec retenue aurait pu intervenir après cette situation. Ici la situation contextualisée intervient après mais d'autres situations comme celle-ci avaient été faites auparavant avec les élèves.

Une des complexité de cette séquence a été de s'adapter à chaque nouvel apprentissage acquis au fur et à mesure des séances avec les différentes interventions de la MAT. Par exemple au cours de la séquence les élèves ont évolué dans leurs apprentissages, j'ai pu modifier les données de mes exercices/situations afin d'utiliser les nombres jusqu'à 99.

En ce qui concerne l'outil « la maison des additions » présentée en annexe (cf. Annexe 6) les couleurs des cases ont aidé les élèves à identifier la colonne des dizaines et celle des unités. Cependant à la présentation de l'outil, c'est-à-dire dès le début de leur apprentissage de l'addition posée, cette différence de couleurs a perturbé les élèves qui avaient lors de la séance d'introduction au calcul posé placé correctement les chiffres. Sauf qu'à la présentation de l'outil certains élèves l'ont utilisé en prenant une couleur pour un nombre, c'est-à-dire que le nombre était écrit à la verticale et les deux nombres étaient côte à côte.

Le sens n'a pas pu être construit directement pour l'élève E, dont les parents avaient montré la technique opératoire. L'élève ne savait pas pourquoi il effectuait cette opération et d'où venait la retenue. De même l'utilisation de cette technique opératoire était très fréquente même pour les calculs qui ne nécessitaient d'être posés. Il a donc fallu travailler sur une remédiation avec cet élève et celle-ci a été menée par un entretien avec cet élève : « pourquoi fait-on une addition posée ? ». Au fur et à mesure des séances et des situations, il a mis du sens derrière l'opération. Il avait au final plus

de facilités à effectuer les additions posées que les autres élèves. La technique opératoire était bien acquise et le sens lui est parvenu après.

En ce qui concerne l'élève M, les difficultés qu'il avait au début de la séquence ont été surmontées par les différentes situations qui se sont succédées. Le nombre peu élevé d'élèves aura permis une différenciation et une remédiation personnalisée auprès de chacun.

Pour les élèves T. et L. la technique opératoire n'est pas entièrement maîtrisée mais ils ont compris comment on l'utilisait et pourquoi. Poursuivre les entraînements en calcul mental et dans les tables de multiplications permettra à ces deux élèves de réussir leurs calculs. Le comportement a beaucoup affecté le travail de ces derniers, seul le jeu du banquier où l'on retrouvait une situation de compétition les motivait. Néanmoins après avoir pioché leur carte, les échanges de jetons ne les intéressaient pas. De plus l'élève L. a eu pas mal d'absences et malgré les efforts pour rattraper avec lui son retard cela n'était pas toujours possible selon la séance pendant laquelle il était absent et selon également ce qui était prévu à la séance où il revenait.

L'attention portée à chaque élève sur les méthodes qu'il utilise et sur la compréhension aura permis de savoir quelles remédiations étaient à faire et pour quels élèves en particulier. Lors de ces séances, la différenciation aura ensuite permis de répondre aux besoins de chacun.

Les séances d'applications hors contexte auront permis aux élèves de s'approprier la technique opératoire en tant que telle. Les séances contextualisées ont inscrit les élèves dans des situations motivantes et dans lesquelles la compréhension était nécessaire et développée.

Lors de la dernière séance notamment certains élèves n'ont pas utilisé la technique opératoire et ont préféré une stratégie plus longue, la manipulation. Comme vu précédemment plusieurs hypothèses peuvent être faites sur ce choix. Cependant, par la suite, il faudra faire en sorte que l'élève se tourne plus facilement vers le calcul. En effet, nous avons vu dans l'article de Pierre Esseyric que la manipulation devra être empêchée afin que l'élève ne se concentre non plus sur l'action mais sur l'anticipation de cette action.

A l'inverse, l'utilisation presque automatique que certains élèves peuvent avoir du calcul posé, influe-t-elle sur le sens qu'ils ont mis derrière cette opération ? D'autres causes peuvent être à l'origine de l'utilisation systématique du calcul posé comme le fait ne pas être à l'aise avec les stratégies de calcul mental. De plus les élèves semblent avoir compris que si l'opération est posée correctement les risques d'erreurs sont plus faibles. La dernière cause possible que j'ai pu remarquer dans l'observation des élèves est qu'ils veulent utiliser le calcul posé car ils sont fiers d'avoir appris une nouvelle méthode et de la maîtriser.

D'après ces critères et sachant qu'ils réussissent à expliquer chaque étape de leur raisonnement, on peut désormais répondre à notre question de départ qui, pour rappel, était : « Comment enseigner aux élèves la technique opératoire en conservant le sens qu'ils portent aux nombres et au calcul ? ».

Dans un premier temps on peut dire que la première hypothèse est validée. En effet, pour une application de l'opération rapide et efficace les connaissances des autres formes du calcul et la connaissance du système décimale est nécessaire. Effectivement, comme vu dans les résultats des séances d'exercices d'application ainsi que dans les situations de « carreler une maison » et du jeu du banquier, qui mettent l'accent sur la numération décimale, celle-ci est indispensable pour permettre aux élèves de comprendre la place des chiffres dans le calcul. De même pour les stratégies de calcul, en effet, les différentes stratégies de résolution des élèves qui leurs ont permis de compter le nombre de carreaux nécessaires relève des différents entraînements sur le calcul mental auxquels ils sont confrontés chaque jours.

La deuxième hypothèse, quant à elle, ne peut être entièrement validée car il y a un manque de comparaison avec d'autres situations dans lesquelles les élèves ne seraient pas dans des situations contextualisées. Cependant, les observations variées des séances « en situation » ont permis de voir que les élèves s'impliquaient davantage dans ces séances. De plus l'élève L ayant été absent sur quelques séances, dont sur les séances contextualisées, il a eu plus de difficultés par la suite, on peut alors supposer que ces séances ont été bénéfiques pour les élèves. En effet les situations contextualisées permettent d'ancrer les opérations dans des situations qui donnent du sens aux élèves.

En ce qui concerne la décontextualisation cela permet d'extraire le calcul de tout contexte et ainsi pouvoir l'étudier pour lui-même. La manière dont le calcul est présenté et la manière dont on place la retenue lorsqu'on écrit l'addition posée sont travaillées en dehors du contexte, mais en faisant le lien avec celui-ci parfois, notamment pour la retenue. Ces séances décontextualisées ont permis aux élèves d'établir une représentation écrite de leurs additions et ainsi appliquer l'algorithme pour lui-même. C'est pendant ces séances que les élèves appliquent le fait que l'on commence par les unités pour reformer une dizaine si besoin et ainsi placer la retenue. Comme vu dans la retranscription de la dernière séance, avec l'élève E, le fait que l'on commence par les unités, car il y a possibilité de création d'une nouvelle dizaine est automatisée pour les élèves. L'erreur de cet élève et sa correction en ont été témoin. On peut dire que la troisième hypothèse qui était « Des exercices hors contexte permettent une compréhension du système pour lui-même » est validée.

L'utilisation systématique d'une technique opératoire ne signifie pas que l'élève n'a pas le sens de ce qu'il fait. Cela peut indiquer qu'il est à un niveau où il n'est pas capable, ou ne veut pas faire des choix dans l'utilisation des opérations et ainsi renoncer à cette nouvelle technique opératoire. Cette capacité n'est pas demandée à des élèves de CP, c'est une des finalités de l'école élémentaire : « Le niveau expert en fin d'école élémentaire, c'est la capacité de choix (y compris celui de renoncer à une procédure automatisée...) tenant compte de l'identité et des relations des nombres en présence au regard des techniques apprises et maîtrisées » J. L. Guéguen de CPC Pontivy.

Pour remédier à cette utilisation systématique de cet algorithme de résolution d'addition, une pratique régulière du calcul mental et un perfectionnement de celui-ci permettra aux élèves de l'utiliser quand c'est possible. Rappelons tout de même que le calcul mental est priorisé dans les programmes.

On peut trouver différentes limites concernant les résultats de cette recherche. En effet, dans un premier temps, l'échantillon des élèves est trop faible pour pouvoir généraliser ces résultats. Ensuite, on peut mettre en avant le manque de comparaison avec des méthodes différentes.

Afin d'évaluer par la suite si le sens est conservé lors des exercices, lors de la résolution de problèmes, il peut être judicieux de proposer aux élèves des problèmes nécessitant l'addition de trois termes. Ces additions qui demanderaient une retenue

de deux au lieu de un permettraient de voir si l'application de l'algorithme est réfléchi par l'élève ou si celui-ci est automatique.

Nous pouvons nous demander quelles conséquences aura cette séquence par la suite lorsque les élèves apprendront l'algorithme pour la soustraction posée. Est-ce qu'il aurait été judicieux de travailler les deux en même temps ?

VI. Conclusion

Cette recherche a permis de mettre en évidence l'importance de la manière dont on introduit une notion en mathématiques. La notion travaillée ici, la technique opératoire pour l'addition posée, est complexe pour les élèves qui doivent apprendre un nouvel algorithme, comme pour les enseignants qui doivent trouver la manière adaptée de l'introduire. Nous avons pu, en partie, répondre à notre question initiale qui était : Comment enseigner aux élèves la technique opératoire en conservant le sens qu'ils portent aux nombres et au calcul ? Deux hypothèses pourraient être considérées comme validées suite aux différentes recherches menées à ce sujet et suite à cette séquence. La première est que le lien en continue est nécessaire entre toutes les procédures déjà acquises et la technique opératoire de l'addition posée. La deuxième hypothèse validée est la suivante : des exercices hors contexte permettent une compréhension du système pour lui-même. En ce qui concerne la dernière hypothèse qui indique que des situations en contextes sont nécessaires pour la conservation du sens de l'opération, nos données ne nous permettent pas de valider cette hypothèse. Cependant, l'implication que les élèves ont montrée lors de ces séances montre un réel intérêt de celles-ci.

Cette recherche a été bénéfique pour ma pratique professionnelle car elle a permis une remise en question tout au long de la séquence. De même, elle incite également à étudier les différentes recherches qui ont pu être effectuées sur le sujet. Aussi, mes lectures sur le sujet ont continuées suite à cette séquence et certaines étapes pourraient être effectués autrement si c'était à refaire.

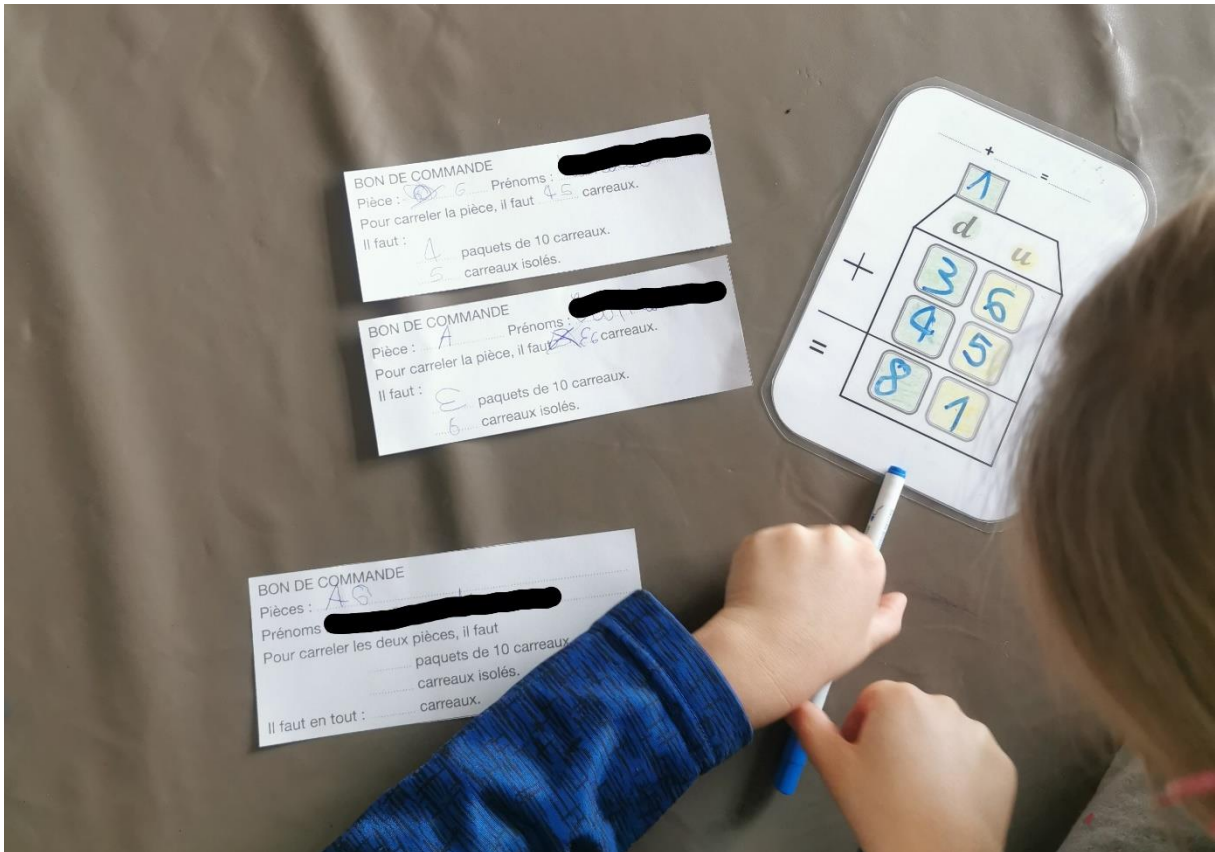
Plusieurs questions peuvent se poser après cette recherche, notamment : Faut-il procéder de la même manière pour apprendre les autres algorithmes aux élèves ? Une fois que l'addition posée est acquise pour les élèves comment maintenir le lien avec le sens ? De plus, la conservation du sens n'est-elle pas une question qui concerne tous les apprentissages quel qu'en soit le domaine ?

VII. Bibliographie / Sitographie :

- Attendus de fin de CP en mathématiques, Éduscol :
https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Attendus_et_reperes_C2-3-4/73/2/02-Maths-CP_attendus-eduscol_1114732. Pdf
- Argaud, Henri-Claude et al. (2016) Les essentiels ERMEL CP ; 15 situations pour l'apprentissage de la numération et du calcul. Hatier
- Brissiaud, Rémi. (2003) Comment les enfants apprennent à calculer. Retz
- Charnay, Roland. (2018) Réussir en maths à l'école c'est possible !. Hatier
- Charnay, Roland. (1996) Pourquoi des mathématiques à l'école ?. ESF
- Charnay, R. et Valentin, D. (1991). Calcul ou comptage ? calcul et comptage !. Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Grenoble, <https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/revues/grand-n/consultation/numero-50-grand-n/2-calcul-ou-comptage-calcul-et-comptage--528086.kjsp>
- Esseyric, Pierre. (2014) Mettre au centre la résolution de problèmes ; cahier pédagogiques n°517
- Fenichel, Muriel. et Pfaff, Nathalie. (2005) Donner du sens aux mathématiques tome 2 ; Nombres, opérations et grandeurs. Bordas
- Lethielleux, Claire. (1992) Le calcul mental au cycle des apprentissages fondamentaux. Armand Colin
- Repères annuels de progression pour le cycle 2 : Nombres et calculs.
https://cache.media.education.gouv.fr/file/20/34/5/ensel283_annexe20_1120345.pdf
- Conférence de Dominique Tournes : <https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/ressources/videos-pour-la-formation/de-l-abaque-a-jetons-au-calcul-pose-conference-de-dominique-tournes-735258.kjsp?RH=1522849560138>
- Guéguen, Enseigner les procédures en calcul mental :
http://ien.pontivy.free.fr/IMG/pdf/enseigner_les_procedures_en_calcul_mental_2.pdf
- Zakhartchouk, Jean-Michel. et Meirieu, Philippe. (2019) Enseigner avec les erreurs des élèves. Paris : ESF sciences humaines

VIII. Annexes

Annexe 1 :



Annexe 2 :

Feuille de jeu : BANQUIER 10 CONTRE 1

Écris tes points :

8	
^	
4	
19	
	

Dessine les jetons que tu as sur ta table en fin de jeu :



Les Essentielles ERMEL CP  © Hatier, 2016.
Photocopie autorisée pour une classe seulement.

Annexe 3 :

Séance 1 : Evaluation diagnostique, séance interdisciplinaire			
<p><u>Objectif de la séance :</u> Comprendre l'enjeu mathématique d'un extrait de l'album 365 pingouins. Comprendre et savoir faire une addition dans un contexte</p> <p><u>Compétences travaillées :</u> En Français :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Écouter pour comprendre des messages oraux ou des textes lus par un adulte • Participer à des échanges dans des situations diverses <p>En mathématiques :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Appréhender différents systèmes de représentations • Utiliser des nombres pour représenter des quantités ou des grandeurs 		Cycle : 2 Niveau : CP	
		Durée : 30 min	
		<p>Matériel :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Album « 365 Pingouins » • Feuille exercice et sous-main • Crayon de bois • Jetons • Un calendrier 	
Etapes de la séance	Déroulement	Matériel	Modalités
Phase de découverte	<p>[10min]</p> <p>Lecture des 3 premières pages de l'album :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Explications des mots : « insolite » et « expéditeur » • « Quelle information (indice) peut nous donner le mot qui accompagnait le pingouin ? » <p>Lecture des 5 prochaines pages :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Explications des mots « lendemain » et « surlendemain » • Jusqu'à la fin de la semaine → combien de pingouins à la fin de la semaine ? pourquoi ? • « Que se passe-t-il sur cette page ? » <p>Les amener à se rendre compte que cela continue la semaine suivante pour passer à l'exercice</p>	L'album	Collectif Oral
Phase de recherche	<p>[5 min]</p> <p>Exercice : dessine le nombre de pingouins qu'il y aura le jeudi de la semaine suivante</p>	Fiche exercice Crayon de bois	Individuel Ecrit
Phase de découverte (suite)	<p>[5min]</p> <ul style="list-style-type: none"> • « Combien de jour il y a au mois de janvier ? » (Possibilité de se servir du calendrier) • « Combien de pingouins seront dans la maison le 31 janvier ? » <p>Suite de la lecture de l'album, jusqu'à la page 10</p> <ul style="list-style-type: none"> • « Quel est le mois suivant ? celui qui vient après janvier ? » <p>Continuer sur la page avec le rangement pour introduire l'exercice.</p>	L'album Un calendrier	Collectif Oral

Phase de manipulation	[8 min] « A la fin du mois de février on nous dit qu'il y a tous les pingouins du mois de janvier = 31 plus tous ceux du mois de février = 28, vous allez devoir me dire combien il y a de pingouins au total »	Jetons sous-main ardoises	2 groupes
Phase d'institutionnalisation	[2min] « Savez-vous quelle opération mathématique vous venez de faire ? » si trop compliqué « que se passe-t-il chaque jour dans cette famille ? » venir à la notion d'addition. Lecture de la fin de l'album	L'album	Collectif Oral

Annexe 4 :

Séance 2 : Introduction au calcul posé			
<p><u>Objectifs de la séance :</u></p> <p>Mettre en avant la technique opératoire utilisée et les méthodes de résolution</p> <p>Décontextualiser le calcul</p> <p><u>Compétences travaillées :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Savoir identifier une technique opératoire (addition) • Savoir poser une addition • Savoir appliquer des stratégies de résolution de calcul hors contexte 		<p>Cycle : 2</p> <p>Niveau : CP</p>	
		<p>Durée : 35 min</p>	
		<p>Matériel :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Album 365 pingouins • Crayons • Cahier d'entraînement 	
Etapes de la séance	Déroulement	Matériel	Modalités
Phase de réinvestissement	<p>[10 min]</p> <p>Montrer l'album et rappeler ensemble l'histoire</p> <p>Evoquer le calcul fait pour trouver le nombre de pingouins fin février et les stratégies qu'ils ont utilisés $31 + 28 = 59$ (avec les jetons regroupements par dizaines)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Album 365 pingouins 	Collectif / oral
Phase d'introduction à la nouvelle notion	<p>[10 min]</p> <p>Nous allons effectuer de nouveau cette addition sans utiliser les jetons.</p> <p>« La manipulation des jetons est un très bon outil mais nous allons voir une autre manière d'effectuer une addition avec de grands nombres qui est plus rapide »</p> <p>« Cette nouvelle méthode permet juste de mettre par écrit ce que vous savez déjà faire »</p> <p>Mettre par écrit l'addition posé en utilisant les regroupements qu'ils ont effectué avec les jetons.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Cahier d'entraînement • Crayon de bois 	Collectif /oral Individuel/Ecrit
Phase d'entraînement	<p>[10 min]</p> <p>Poser différentes additions :</p> <ul style="list-style-type: none"> • $24 + 32$ • $68 + 11$ • $43 + 24$ • $56 + 12$ <p>Dans un premier temps essais seuls puis explications au tableau</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Cahier d'entraînement • Crayon de bois 	Individuel / écrit Collectif /oral
Phase d'institutionnalisation	<p>[5 min]</p> <p>Lecture du résultat</p> <p>Importance des additions posées</p>		Collectif / oral

Annexe 5 :

Séance 3 : le calcul posé (suite)			
<p><u>Objectifs de la séance :</u> Utiliser les additions posées afin de résoudre des calculs Découvrir un nouvel outil Découvrir la retenue</p> <p><u>Compétences travaillées :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Savoir appréhender différents systèmes de représentations. • Savoir calculer avec des nombres entiers, mentalement ou à la main, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies adaptées. • Savoir mettre en œuvre un algorithme de calcul posé pour l'addition. 		<p>Cycle : 2 Niveau : CP Période : 4</p>	
		<p>Durée : 30 min</p>	
		<p>Matériel :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Outil « maison des additions » • Crayon ardoise • Feuille exercice • Crayons de bois • jetons 	
Étapes de la séance	Déroulement	Matériel	Modalités
Phase de réinvestissement	<p>[5 min] Rappel du système décimal et de la technique opératoire pour poser les additions</p>		Collectif/oral
Phase d'introduction à la nouvelle notion	<p>[5 min] Présentation de la maison des additions Explication du fonctionnement de l'outil</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Outil « maison des additions » • Crayon ardoise 	Collectif/oral
Phase de recherche	<p>[10 min] A l'aide du nouvel outil résoudre les additions de la feuille d'exercice</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Outil « maison des additions » • Crayon ardoise • Crayon de bois • Feuilles exercices • Jetons 	Individuel/écrit
Phase de remédiation	<p>[10 min] Correction collective des opérations non réussies + correction des deux opérations avec retenue → introduction du concept de retenu</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Outil « maison des additions » • Feuille exercices 	Collectif / oral

Annexe 6 :

« maison des additions »

..... + =

	<input type="text"/>	
	<i>d</i>	<i>u</i>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>

+
=
=

Annexe 7 :

Retranscription du premier problème de la dernière séance :

- Enseignant : Pour les différentes questions que je vais vous poser vous pouvez utiliser tout ce qui est présent sur la table, on commence par un premier problème :
La famille avait déjà reçue 15 pingouins et depuis elle en a reçu 13, combien y-a-t-il de pingouins maintenant ?
- Tous les élèves commencent par écrire les nombres en colonnes sur leur ardoise.
- Elève T : « $5 + 3$ *surcomptage sur ses doigts* ça fait 8 » *effectue son addition
- Elève E : *commence par additionner les dizaines
- Enseignant : « E, est-ce qu'on commence par additionner les dizaines ? »
- Elève E : *efface, place une retenue, regarde son calcul, efface de nouveau, effectue de nouveau le calcul en commençant par les unités.
- Elèves M, C et L : *effectuent leur addition

Retranscription du deuxième problème :

- Enseignant : « On avait 28 pingouins et il y en a 17 nouveaux, combien y-a-t-il de pingouins maintenant ? »
- Elève M : « C'est 28 plus 17 ! »
- Elève L : *prend les jetons disponibles sur la table
- Elève T : *prend également les jetons après avoir écrit le calcul sous forme d'addition en colonnes, en voyant l'élève L les prendre.
- Elèves M, C, E : *effectuent leur addition

Résumé :

Cette recherche part d'un constat sur les élèves d'élémentaire qui appliquent leurs opérations posées de manière automatisée, parfois, sans en comprendre le sens. Cela peut perturber les élèves dans la continuité de leurs apprentissages en mathématiques. L'objectif de la recherche est alors de s'interroger sur la manière d'enseigner les additions posées aux élèves de cours préparatoire afin qu'ils conservent le sens de leurs opérations. Des questionnements sur la contextualisation et la décontextualisation ainsi que sur le lien avec les autres techniques opératoires sont développés dans ce mémoire.

Mots-clés :

Addition ; calcul en colonnes ; mathématiques ; CP ; compréhension ; sens ; algorithme ; calculs ; contextualiser