



HAL
open science

L'utilisation des sens de la soustraction dans les différents types de problèmes en cycle 2

Marion Burgaud

► **To cite this version:**

Marion Burgaud. L'utilisation des sens de la soustraction dans les différents types de problèmes en cycle 2. Education. 2021. dumas-03285094

HAL Id: dumas-03285094

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-03285094>

Submitted on 13 Jul 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Master MEEF

"Métiers de l'Enseignement, de l'Education et de la Formation"

Mention Premier degré

Mémoire



**L'utilisation des sens de la soustraction dans les
différents types de problèmes en cycle 2**



Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de master

Soutenu par : Marion BURGAUD
Le 11 Juin 2021

En présence de la commission de soutenance composée de :
Gwenaëlle VAY directrice de mémoire
Jean Loup Gautret, membre de la commission

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier Gwenaëlle Vay, directrice du mémoire, de m'avoir accompagné tout au long de ces deux années dans l'écriture et les recherches de ce mémoire. Je la remercie aussi pour tout ce qu'elle m'a apportée, pour ses conseils, sa disponibilité, sa confiance ainsi que les relectures qu'elle a faites pour me guider dans mon travail.

Je remercie aussi les enseignants qui ont pris le temps de répondre à mon questionnaire en ligne et m'ont donc permis d'enrichir mon étude.

Je remercie plus particulièrement mon maître d'accueil temporaire, Jean Baptiste Néaud, qui m'a aidé et donné des conseils pour continuer mes recherches.

Mention spéciale à mes amis et ma famille, plus particulièrement à ma mère et ma grand-mère, qui ont pris le temps de relire mon mémoire, et qui m'ont soutenue tout au long de ces années universitaires.

TABLE DES MATIERES

Remerciements	1
Introduction.....	5
Première partie : le cadre théorique	7
Historique.....	7
Du calcul digital au calcul abaque	7
Le calcul écrit	7
Apparition du signe « - ».....	8
Appareils pour calculer	8
Instructions officielles	8
Cycle 1	8
Cycle 2	9
Cycle 3	10
L'apprentissage de la soustraction.....	11
Les sens de la soustraction	11
Résoudre les soustractions	12
La soustraction dans la résolution de problème.....	16
Recommandation officiel (BO – 2018) pour l'apprentissage de la soustraction .	18
A l'école maternelle	18
A l'école élémentaire	19
Deuxième partie : le cadre méthodologique	21
Méthodologie de recueil de données	21

Justification de la méthodologie choisie au regard de la problématique.....	21
Présentation de la problématique et des hypothèses :	21
Choix des appuis pour le cadre théorique.....	22
Appuis du cadre méthodologique.....	23
Présentation du dispositif d'enquête.....	23
Terrain d'enquête.....	23
Dispositif d'enquête.....	24
Présentation de la méthode de recueil de données	24
Méthodologie d'analyse de données.....	25
les manuels :	25
le questionnaire :	27
Présentation des résultats	28
Résultats des manuels.....	28
Résultats globaux.....	28
Résultats par niveau de classe.....	30
Cours préparatoire	30
Cours élémentaire 1.....	31
Cours élémentaire 2.....	32
Analyse par rapport aux recommandations des guides du maître.....	33
Résultats du questionnaire.....	34
Confrontation des résultats et des hypothèses	36
Les types de problèmes induisent un sens de la soustraction.....	36
Les élèves conscients ou non du sens utilis.....	36
Progression dans l'apprentissage des sens de la soustraction au cours du cycle	37

Synthèse de la réponse	38
Discussion des résultats	40
Conclusion.....	42
Bibliographie.....	44
Annexe 1 : Questionnaire.....	47
Annexe 2 : Réponses au questionnaire	48
Annexe 3 : CAP Maths CP.....	51
Annexe 4 : Archimaths CP	52
Annexe 5 : CAP Maths CE1	53
Annexe 6 : Archimaths CE1	54
Annexe 7 : CAP Maths CE2.....	55
Annexe 8 : Archimaths CE2.....	57
Résumé.....	59

INTRODUCTION

Au cours de ma scolarité en élémentaire j'ai pu voir plusieurs élèves qui avaient du mal à résoudre l'opération de la soustraction. Cette constatation s'est confirmée pendant mes stages effectués depuis ma licence en cycle 2 et cycle 3. Certains élèves se perdent dans les étapes du calcul et n'en comprennent pas le sens. Pour eux, la soustraction est juste un contrat à appliquer et n'a pas de finalité.

Face aux difficultés que j'ai eu pour aider ces élèves, pour essayer de leur faire comprendre la méthodologie de la soustraction et aussi lui donner du sens, il m'a paru intéressant de traiter la soustraction et ses différents sens.

La soustraction est une opération qui prend plusieurs sens suivant l'écriture des problèmes. Est-ce que les élèves sont – plus familiers avec l'un de ces sens ou les 3 leurs semblent-ils plus logiques ? Mais le choix de résolution de la soustraction a-t-il une influence sur le sens que les élèves vont utiliser ?

Résoudre des problèmes en mathématique est une tâche qui est demandée aux élèves dès le cycle 2. C'est une des compétences des programmes de 2018, les élèves doivent savoir résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul. Il existe plusieurs types de problèmes qui amènent à utiliser les quatre opérations. Pour réussir cet exercice, ces derniers doivent acquérir le sens des opérations, ainsi que celui des symboles opératoires et ils doivent savoir différencier les problèmes d'ordre additif (addition, soustraction), de partage ou de groupement.

Nous pouvons aussi nous demander si l'utilisation d'un sens de la soustraction est utilisé de manière intuitive par les élèves quand ils se retrouvent devant un certain type de problème ou s'ils suivent simplement un contrat didactique en utilisant le sens qu'ils sont en train de voir en classe ?

Suite à cette constatation, nous voudrions savoir comment l'écriture d'un problème d'ordre additif, nous conduit à utiliser un sens spécifique de la soustraction en cycle 2 ?

Après une réflexion théorique et méthodologique, je verrai comment les manuels Archimaths et Capmaths, du CP au CE2 étudient la question des sens de la soustraction dans les problèmes d'ordre additif et je tiendrai compte des réponses des professeurs de cycle 2 qui travaillent et enseignent l'opération en classe.

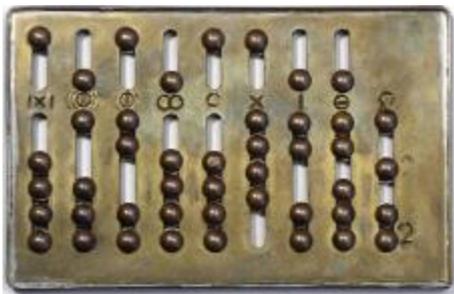
PREMIERE PARTIE : LE CADRE THEORIQUE

Historique

DU CALCUL DIGITAL AU CALCUL ABAQUE

Calculer vient du latin « calculi » qui signifie caillou. Il y a plusieurs siècles l'homme moyen ne pouvait compter que sur ses doigts. Pour pouvoir faire de plus gros calculs, ces derniers allaient voir des calculateurs professionnels.

Les Babyloniens, les Grecs, les Romains et les Européens jusqu'au moyen Age et même plus tard utilisaient des abaqués (des cadres où l'on plaçait des jetons pour caractériser les nombres. Les Chinois, quant à eux, se sont servis du boulier, où l'on glissait des boules dans une structure (c'est l'évolution de l'abaque). Il fut ensuite utilisé en Europe.



Ce n'est qu'après que les conflits entre « abacistes » (ceux qui utilisent les abaqués) et « algoristes » (ceux qui utilisent le calcul posé avec les chiffres indo-arabes) ont eu lieu.

LE CALCUL ECRIT

En 1580, Simon Stevin¹, dans un livre appelé « *la Disme* » donne une manière utile de noter les nombres décimaux. Grâce à cette nouvelle écriture, il permet d'alléger les calculs pour revenir aux règles obligatoires d'arithmétique utilisées sur les entiers.

¹ Simon Stevin : mathématicien de la Renaissance.

La soustraction a mis beaucoup plus de temps que l'addition pour pouvoir être posée comme aujourd'hui. Jusqu'au 18^e siècle on opérait en faisant les calculs de bas en haut et en barrant les chiffres au fur et à mesure qu'ils ont été utilisés lors de l'opération.

APPARITION DU SIGNE « - »

Dater, les égyptiens notaient la soustraction avec :  (deux pieds qui marchent dans le sens inverse de l'écriture). Jusqu'au XV^e siècle, les français écrivaient « je soustrais » devant chaque opération. A partir du XV^e siècle, on écrivait la soustraction avec le signe « : ». Ensuite il y a l'apparition de « minus » pour le diminuer à « m » à la fin du XVI^e siècle. C'est vers 1555 que l'allemand Micheal Stifel² démocratise le signe « - » inventé par Johan Widmann³ en 1490.

APPAREILS POUR CALCULER

C'est en 1832 que l'anglais Charles Babbage⁴ invente la première machine pour calculer les différences tandis que depuis 1617 plusieurs outils avaient été inventés pour calculer les additions et les multiplications comme la réglette multiplicatrice, ou les machines pour additionner.

Instructions officielles

Les programmes et le bulletin officiel du 25 Avril 2018 donnent des indications sur l'apprentissage des opérations et de leurs sens.

CYCLE 1

Dès la fin du cycle 1 les élèves en devenir doivent savoir se repérer sur la frise numérique, décompter oralement les nombres jusqu'à 30, mobiliser des symboles analogiques, verbaux ou écrits, conventionnels ou non conventionnels pour communiquer des informations orales et écrites sur une quantité...

² Micheal Stifel : mathématicien du XV^e siècle.

³ Johan Widman : mathématicien Allemand, son livre est le premier où le signe « - » est apparu.

⁴ Charles Babbage : mathématicien et il fut le premier à énoncer les principes de l'ordinateur.

En se servant de jeux et de diverses activités, l'enseignant amène ses élèves à la décomposition des nombres. Ils comprennent ainsi que par exemple 9 c'est $8 + 1$. Mais en corrélation, il faut qu'ils arrivent à former dans leur esprit que si une unité est enlevée à 9 on obtient le nombre d'avant sur la comptine numérique.

Le début de compréhension des sens des opérations commence à être mis en place. Pour cela l'enseignant doit veiller au vocabulaire qu'il emploie afin de ne pas créer de futur contre-sens pour les élèves plus tard.

CYCLE 2

A partir du cycle 2 la résolution de problème est au centre de l'activité mathématique des élèves. Cette activité permet aux élèves de développer leur capacité à chercher, à raisonner et à communiquer. Au fil de la scolarité la forme de communication des résultats varie. Elle passe du dessin, au schéma, ... pour finir sur des opérations posées (ligne ou colonne).

Par exemple, pour des problèmes additifs où la soustraction est l'opération demandée, les élèves doivent apprendre à chercher le sens de la soustraction qui serait le plus rapide et le plus efficace pour résoudre le problème.

Lorsque qu'un élève résout un calcul plusieurs compétences sont mobilisées :

- Connaissance de résultats mémorisés : comme par exemple les décompositions jusqu'à 10, l'association des nombres...
- Utiliser le sens des opérations : les élèves doivent voir tous les sens que les opérations peuvent avoir. Par exemple pour la soustraction les élèves doivent voir les 3 sens simultanément.
- Reconnaître les mots inducteurs qui amènent à utiliser une opération spécifique : « enlever », « donner », « différence », « ajouter », ...

La mémorisation de résultats est un processus long, il fait l'objet d'une programmation stricte et de nombreuses réactivations tout au long de la scolarité des élèves. Contrairement à l'addition, l'apprentissage de la soustraction est plus compliqué. Les élèves doivent faire une « gymnastique mentale » pour comprendre que soustraire c'est faire l'inverse de ce qui est indiqué sur la table d'addition.

CYCLE 3

A partir de la fin du cycle 2 et au cycle 3, les élèves mobilisent régulièrement leur connaissance mémorisée lors d'activités de calcul mental, ou de calcul posé pour en assurer la consolidation.

Le calcul mental est un procédé qui vise à des apprentissages spécifiques. Dans la continuité du thème choisi, une fois que la soustraction a été travaillée en classe, le fait de faire ce genre d'exercice permet aux élèves de trouver des méthodes pour résoudre les problèmes, choisir le sens qui leur convient le mieux ou alors celui qui est le plus intuitif pour eux.

Le calcul en ligne travaille les mêmes points que le calcul mental ; mais permet d'alléger l'esprit des élèves et ainsi qu'ils ne se concentrent que sur l'opération et non sur le fait de se remémorer les nombres en plus.

Le calcul posé fait partie d'un enseignement précis et régulier pour que les élèves puissent l'automatiser. Pour la soustraction, le choix de l'algorithme (compensation ou cassage de l'unité de numération supérieure) relève de l'équipe d'école. On aura intérêt à conserver le même durant les quatre années concernées (du CE1 au CM2).

« Pour la soustraction, si c'est le choix du cassage de l'unité de numération supérieure qui est fait, comme pour l'addition le maître doit justifier l'algorithme par l'utilisation de matériel puis l'oralisation ; en revanche, si c'est le choix de la compensation qui est fait, une justification peut être donnée, basée sur des écritures en ligne ($75-29 = (75+10) - (29+10)$), c'est pour cela que l'on dit « 9 ôtés de 5 je ne peux pas, donc je fais 9 ôtés de 15 (ce qui revient à ajouter une dizaine à 75), je pose 6 et je retiens 1 ; 2 et 1 de retenue (ce qui revient à ajouter une dizaine à 29) qui font 3, 3 ôtés de 7 font 4 ») sans qu'il soit demandé à tous les élèves de mémoriser cette explicitation » BO du 25-04-2018

Comment optimiser l'apprentissage de la soustraction de façon à ce que les élèves ne se mélangent pas dans l'utilisation de ses différents sens ? Qu'ils puissent trouver des moyens pour arriver à se souvenir de résultats mémorisés pour cette opération et qu'ils arrivent à la poser sans difficultés en comprenant pourquoi la résolution de l'opération se fait de cette façon.

L'apprentissage de la soustraction

Lorsque nous abordons le sujet de la soustraction, plusieurs points de vue sont confrontés car chaque personne lui donne un sens différent, a une façon de la poser différente, et une différente façon de l'utiliser selon le problème à résoudre.

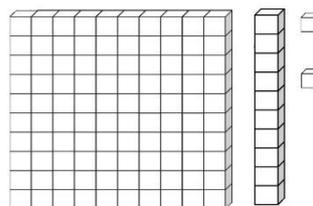
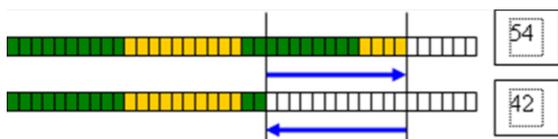
LES SENS DE LA SOUSTRACTION

La soustraction fait partie du champ opératoire additif. En mathématiques, elle est considérée comme l'opération réciproque de l'addition. Il faut, cependant, noter que toutes les situations ne sont pas réversibles ce qui peut créer une confusion dans l'esprit des élèves.

La soustraction est une opération complexe car elle a plusieurs sens, 3 exactement. Le premier est « enlever », le second est « pour aller à » et le troisième est « différence » aussi appelé « écart ». Mais est-ce que tous les élèves sont familiers avec les différents sens de la soustraction ? Est-ce qu'ils arrivent vraiment à utiliser des méthodes mentales ou des méthodes écrites pour comprendre ses sens et savoir lequel choisir pour répondre à une question le plus efficacement possible ?

Normalement, au fil de leur apprentissage les élèves doivent pouvoir construire la soustraction et tous ses sens, reconnaître l'équivalence entre les trois procédures vues ci-dessus. L'apprentissage de la soustraction doit commencer dès la grande section, les élèves commencent à voir des calculs simples avec de petites quantités pour mémoriser et automatiser et puis les travailler régulièrement. Les enseignants peuvent aussi utiliser la soustraction sous forme de rituel le matin une fois que les élèves arrivent à mémoriser et à se repérer sur une frise numérique. Par exemple, le matin, un élève compte le nombre d'élèves présents, puis fait une « soustraction » pour savoir combien d'élève(s) il manque dans la classe.

Il existe aussi du matériel dont les enseignants peuvent se servir pour les premiers pas des élèves avec cette opération, ou alors pour ceux qui ont encore du mal à la comprendre. Par exemple, la piste numérique, l'utilisation d'un matériel de numération adapté ...



<http://outilsdemalinous.eklablog.com/images-des-centaines-dizaines-et-unites->

Le sens « enlever » est celui qui est le mieux compris des élèves. Il permet d'introduire facilement le signe « - ». Pour obtenir le résultat, l'élève peut mettre en place plusieurs techniques de résolution comme dessiner des images et en barrer ou bien, s'il effectue une procédure dite experte, décompter... Ce sens est particulièrement adapté lorsqu'on enlève peu, ou pour le début de l'apprentissage de la soustraction.

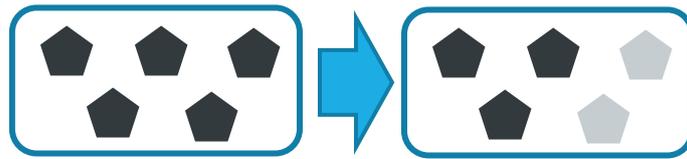
Le sens « aller à » est plus souvent utilisé pour chercher ce qu'on a ajouté. Du point de vue du calcul, ce sens facilite la recherche du résultat d'une soustraction dans le cas où on enlève beaucoup. Les élèves peuvent s'aider d'une bande numérique pour faciliter l'assimilation de ce sens ainsi que la recherche du résultat de l'opération.

Le sens « écart » quant à lui est plus utilisé quand on cherche à comparer deux éléments.

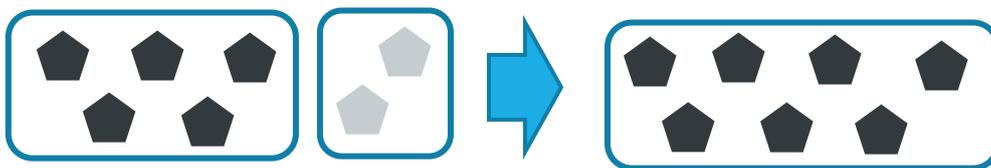
RESOUDRE LES SOUSTRATIONS

Il existe plusieurs manières de résoudre la soustraction mais avant que les élèves puissent les utiliser ils doivent savoir la manipuler.

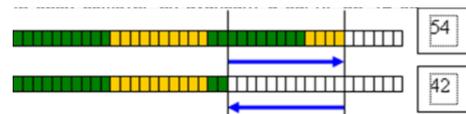
Comme annoncé précédemment, la soustraction commence à être vue dès la grande section. Les élèves commencent à manipuler des petites quantités. Par exemple, l'enseignant met 5 objets en évidence puis en cache 2 et les élèves doivent savoir combien d'objets ont été cachés. Cette activité revient à travailler le sens « enlever » de l'opération.



Ils effectuent aussi des calculs de complétion. Ce type d'exercice fait travailler le sens « aller à » de la soustraction. Par exemple l'enseignant met 5 objets en évidence mais après en ajoute 2. Les élèves doivent trouver combien d'objets ont été ajoutés pour aller au nombre 7.



La piste numérique permet de faire travailler le sens « enlever » mais aussi celui « aller à ».



De plus, l'utilisation régulière du matériel de numération dans une classe, permet aux élèves de se représenter les nombres et leur permet aussi de résoudre des soustractions.

Ensuite, les élèves doivent pouvoir résoudre des problèmes soustractifs simples qui lient les écritures schématiques et les écritures chiffrées. C'est-à-dire que les élèves puissent représenter le problème sous forme de schéma.

La soustraction peut aussi être utilisée sous forme de jeux comme pouvoir rendre la monnaie, de petits ateliers...

Le calcul posé est aussi une forme de résolution de la soustraction. Cependant son apprentissage est complexe car il en existe plusieurs qui ne reposent pas sur les mêmes principes. Les seuls points qui se rejoignent sur l'apprentissage des différentes techniques sont les équivalences unités, dizaines, centaines... Ainsi qu'une maîtrise des résultats des tables d'additions (compléments et différences).

Mais l'apprentissage d'une seule méthode de soustraction posée permet – elle d'aborder tous les sens de l'opération où seulement un ?

La première méthode de soustraction posée consiste à donner une autre écriture du premier terme qui se décompose par les méthodes par cassage ou par emprunt. Cette méthode est la plus simple pour apprendre à poser les soustractions et permet de pouvoir manipuler l'opération. Elle est basée uniquement sur les principes de numération en base de 10. Cependant cette technique est compliquée pour les grands nombres et peut présenter une surcharge cognitive pour les élèves (exemple le calcul : $738 - 59$).

The diagram shows three stages of a subtraction method. On the left, the standard subtraction $738 - 59$ is written. An arrow points to the middle stage, where 738 is decomposed into $679 + 59$. The 679 is written above a horizontal line, and 59 is written below it. Above the 9 in 679 is a small 1 , and above the 7 is another small 1 . A second arrow points to the right stage, where the subtraction $679 - 59$ is shown, with the result 620 written below the line.

La seconde quant à elle consiste à faire une équivalence entre soustraction et recherche de complément. Cette méthode est une adaptation de l'addition, il suffit de faire une addition à trou. Cependant cette manipulation pour retourner la soustraction en addition n'est pas une manipulation simple pour tous les élèves d'une classe.

The diagram shows three stages of a subtraction method. On the left, the standard subtraction $738 - 59$ is written. An arrow points to the middle stage, where 738 is replaced by 72 and 18 (circled) is written above the 9 in 59 . A second arrow points to the right stage, where 6 (circled) is written above the 12 (circled) and 18 (circled) is written above the 9 in 59 . The result 679 is written below the line.

La dernière est la méthode traditionnelle : invariance d'une différence par ajout simultané d'un même nombre aux deux termes de la soustraction. Cette méthode est la plus utilisée en France et pourtant la plus compliquée à comprendre pour les élèves. La conservation d'écart est une notion qu'ils ne comprennent qu'assez tard. Généralement les élèves se trompent avec les retenues et ce qu'elles représentent. Mais une fois que cette méthode est maîtrisée et comprise, c'est la plus rapide pour résoudre les opérations de soustraction posée.

$$\begin{array}{r} 738 \\ - 59 \\ \hline 679 \end{array}$$

On ajoute 1 dizaine au chiffre des unités du nombre en haut et une dizaine au chiffre des dizaines du nombre en bas → 18 unités et 6 dizaines

Ces techniques opératoires existent mais l'enseignement simultané des trois techniques aux élèves n'est pas préconisé au risque de les perdre et de les mélanger. Il est conseillé aux professeurs d'une structure de se mettre d'accord pour enseigner une seule méthode que va suivre l'élève sur sa scolarité. Cependant si un élève arrive en cours d'année et qu'il a appris une autre méthode et que celle-ci lui convient il faut le laisser avec celle qu'il connaît déjà.

Cependant pour aider les élèves, le professeur peut donner des outils de vérifications comme :

- L'addition
- L'habitude de vérifier le résultat (est-il inférieur au nombre de départ ?)
- ...

Les variations porteront plus sur le calcul réfléchi où un enseignant pourra apporter plus facilement plusieurs méthodes de résolution.

L'apprentissage de la technique opératoire ne peut être dissocié de celui de la numération et de la résolution de problèmes additifs qui donnent du sens aux techniques de calcul. Cette notion est mise en avant par les travaux de Denis Butlen (2007) « *Les activités systématiques de calcul mental permettent aux élèves d'acquérir une plus grande maîtrise et d'explorer un domaine de faits numériques plus vastes. Les techniques élémentaires de calcul ainsi automatisées peuvent jouer le rôle de modules de calcul pouvant être mobilisés pour construire des procédures plus complexes.* »

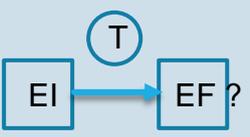
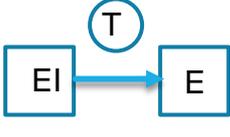
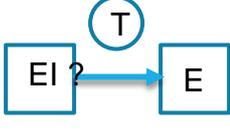
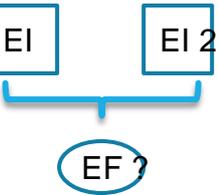
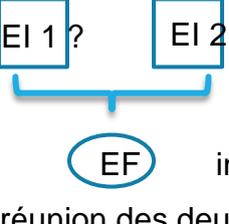
La soustraction dans la résolution de problème

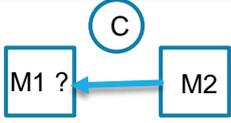
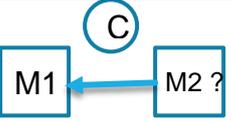
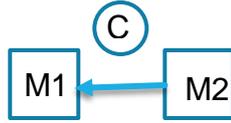
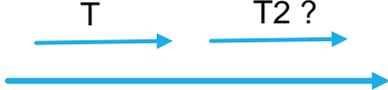
Il existe 4 situations de problèmes selon Gérard Vergnaud (1997-2001). La définition de problème est à prendre au sens large, l'auteur se réfère plus à l'aspect psychologique du terme, c'est-à-dire une situation où il faut faire des hypothèses, des liens, des vérifications pour aboutir à une solution finale.

Les élèves doivent être en contact avec les 4 types de problème (de transformation, de composition, de comparaison et de composition de transformation) de pouvoir faire évoluer leur conception de façon à ce qu'elle soit au plus proche des concepts mathématiques.

La première conception de la soustraction par les élèves est que cette dernière soit une diminution. Cette diminution est induite par des problèmes de transformation de mesure en connaissant l'état initial et la transformation, donc en cherchant l'état final.

En gardant cette conception initiale, les élèves ont aussi du mal à voir que les soustractions peuvent aussi être des compléments de mesure, l'inverse d'une augmentation, une différence entre état successif, une relation de comparaison, ou encore une différence entre transformation.

<p>Transformation de mesure</p>	 <p>L'état initial et la transformation sont connus</p>	 <p>L'état initial et l'état final sont connus</p>	 <p>L'état final et la transformation sont connus</p>
<p>Composition de mesures</p>	 <p>Les deux états initiaux sont connus</p>	 <p>Un des deux états initiaux et la réunion des deux états sont connus</p>	

<p>Comparaison de mesures</p>	 <p>Une mesure et la comparaison entre les deux sont connues</p>	 <p>L'autre mesure et la comparaison entre les deux sont connues</p>	 <p>Les deux mesures sont connues</p>
<p>Composition de transformations</p>	 <p>Les deux transformations successives sont connues</p>	 <p>L'une des deux transformations successives et la transformation totale sont connues</p>	

EI = état initial / EF = état final / T = transformation / M = mesure / C = Comparaison / TF = transformation final /  = conception initiale

Voici quelques exemples dans l'ordre du tableau pour illustrer les situations :

- Jean avait 12 images. Son beau-père lui en donne. Maintenant Jean a 17 images. Combien son beau-père lui a-t-il donné d'images ?
- Dans un vase il y a 13 fleurs ; 6 sont des roses et les autres sont des lilas. Combien y a-t-il de lilas ?
- Jean a 45 timbres et Aline en a 27. Combien Jean a-t-il de timbres de plus qu'Aline ?
- Ce matin, j'ai perdu 9 billes et cet après-midi j'en ai gagné 15. Quel est le bilan pour toute la journée ?

Est-ce que ce sont les énoncés des problèmes qui induisent l'utilisation d'un sens de la soustraction ou alors est ce que ce sont les élèves qui le font intuitivement ?

Le sens « enlever » est souvent utilisé dans les problèmes où dans leur énoncé les mots « donne » ou encore « perd » sont utilisés comme dans les situations de transformation de mesure.

Le sens « pour aller à » est plus souvent utilisé dans les situations de composition de mesure. Dans ce type de problème les élèves doivent chercher ce qui a été ajouté ou alors chercher une partie connaissant le tout ainsi que l'autre partie.

Le sens « écart » intervient surtout dans les problèmes de comparaisons.

Mais est-ce que l'écriture de l'énoncé est le seul paramètre qui influence l'utilisation d'un sens de la soustraction ? Les élèves prêtent-ils vraiment attention à ce genre de petits mots pour leur indiquer la marche à suivre ?

Recommandation officielle (BO – 2018) pour l'apprentissage de la soustraction

A L'ÉCOLE MATERNELLE

À l'école maternelle, les élèves rencontrent les nombres dans de nombreuses activités et situations de vie de la classe (jeux divers, utilisation d'objets, préparation de matériel, affichages, comptage d'enfants dans la salle, etc.). Ces usages donnent sens aux nombres et concourent à leur apprentissage, en le renforçant ou en le préparant, mais ne suffisent pas pour que les élèves construisent les compétences numériques visées par le programme.

À l'école maternelle le but est d'amener chaque enfant à s'approprier peu à peu le concept de nombre, expression de la quantité précise d'objets d'une collection (aspect cardinal), et à savoir que le nombre peut désigner, dans d'autres situations, un rang, une position ou un numéro (aspect ordinal), est l'un des enjeux majeurs de l'école. Dans cet apprentissage des nombres, appréhender, comprendre et connaître les quantités jusqu'à dix doivent former un socle solide pour les apprentissages ultérieurs et nécessitent toute l'attention des professeurs pendant tout le cycle 1.

La stabilisation de la notion de nombre s'exprime à travers la capacité de l'élève à :

- Donner, montrer ou prendre un nombre donné d'objets
- Déterminer le cardinal d'un ensemble d'objets
- Comparer avec précision des collections entre elles
- Décomposer/recomposer les nombres (il sait par exemple que 4 c'est 2 et 2 et que le total de deux groupes de 2 objets fait 4)
- Utiliser ces compétences pour résoudre des problèmes concrets

A L'ECOLE ELEMENTAIRE

Enseigner la soustraction repose sur plusieurs activités mises en place par l'enseignant et méthodes que les élèves doivent comprendre pour l'assimiler entièrement : mémorisation de faits numériques, calcul mental, calcul en ligne, calcul posé. Toutes les formes de calcul mobilisent à la fois :

- ✚ La connaissance de résultats mémorisés tels les compléments à 10. Grâce à cela les élèves doivent retenir le résultat que l'on obtiendra si on soustrait un nombre a 10.
- ✚ La mémorisation de résultats est un processus lent qui s'étale sur plusieurs années. Des réactivations seront nécessaires au collège, pour consolider et éviter l'oubli. Pour cela, une programmation structurée, alliant rythme assez soutenu et réactivations très fréquentes est nécessaire et préconiser par le bulletin officiel de 2018. L'apprentissage des faits numériques ne peut être simplement renvoyé aux familles dans le cadre des « leçons ». Il doit d'abord faire l'objet d'un travail en classe où chaque résultat est d'abord exploré et construit en classe, récité et réinvesti, noté dans le cahier de référence en mathématiques. Ce n'est que dans un deuxième temps qu'un travail à la maison peut être demandé.
- ✚ Des connaissances plus ou moins spécifiques du mode de calcul choisi : pour du calcul mental ou en ligne, connaître les propriétés de la soustraction ; pour du calcul posé, l'algorithme propre à l'opération doit être parfaitement maîtrisé. « Le calcul mental : que ce soit sous forme d'activité décrochée de la séance de mathématiques ou bien intégrée à celle-ci, oralement, sur l'ardoise, ou sur le cahier de brouillon, avec un support oral avec la dictée du professeur ou écrit, le professeur note les calculs au tableau ou il donne une feuille, le calcul mental doit faire l'objet d'une pratique quotidienne moyenne d'au moins 15 minutes.

[...] Calcul en ligne : le calcul en ligne repose sur les mêmes principes que le calcul mental, mais le support de l'écrit permet d'alléger la mémoire de travail en notant des résultats intermédiaires et d'aborder ainsi des calculs sur des nombres un peu plus grands ou sur des nombres plus nombreux. Le calcul en ligne permet ainsi de soumettre aux élèves des calculs qui pourront être traités mentalement plus tard. [...]

Le calcul posé : repose sur la connaissance de faits numériques et sur celle d'algorithmes qui ne sont véritablement opératoires que s'ils sont parfaitement maîtrisés. Ainsi, l'algorithme de la soustraction doit faire l'objet d'un enseignement précis, guidé et normalisé. Au début de l'apprentissage, le rythme doit être suffisamment soutenu pour l'automatiser et rassurer l'élève. Ensuite, à partir du CE1, la plupart des séances de mathématiques donnent l'occasion aux élèves de poser une ou plusieurs opérations. Une fois les principes de fonctionnement de l'algorithme sont acquis par les élèves, le cadre privilégié pour l'entraînement à la mise en œuvre de cet algorithme est celui de la résolution de problèmes. Il faut ainsi éviter la pratique répétée d'exercices techniques sur des temps excessivement longs. » (BO – 2018)

Comme tous les apprentissages, celui de la soustraction demande du temps, pour découvrir, pour chercher, pour s'approprier, pour mémoriser, pour s'entraîner. Il s'agit donc d'y consacrer le temps nécessaire. Toutefois, pour que les élèves abordent le calcul avec confiance et succès, un enseignement explicite, construit en vue de l'atteinte d'objectifs précis à l'horizon d'une séquence, d'une année ou d'un cycle doit lui être consacré. *« Les différents types de problèmes se résolvant par une même opération doivent être rencontrés et explicités aux élèves, selon une programmation réfléchie tenant compte des différents niveaux de difficulté et de l'impératif de ne pas laisser s'installer une vision réductrice du sens des opérations ».*

La soustraction, par exemple, ne doit pas être assimilée à la seule situation de retrait. Un enseignement explicite de la résolution de problèmes doit s'appuyer sur des temps spécifiques qui structurent les savoirs et compétences travaillés : des références construites avec les élèves et notées dans les cahiers prévus à cet effet (cahiers de référence en mathématiques) permettent de garder traces de l'aboutissement du travail effectué. Ces références peuvent être des résolutions de problèmes types sur lesquelles les élèves pourront s'appuyer lors de séances ultérieures pour résoudre

DEUXIEME PARTIE : LE CADRE METHODOLOGIQUE

Méthodologie de recueil de données

JUSTIFICATION DE LA METHODOLOGIE CHOISIE AU REGARD DE LA PROBLEMATIQUE

Présentation de la problématique et des hypothèses :

Le sujet de ce mémoire est la soustraction et il va tenter de répondre à la question : comment l'écriture d'un problème d'ordre additif, nous conduit à utiliser un sens spécifique de la soustraction en cycle 2 ?

Suite à cette problématique plusieurs hypothèses se dégagent :

- Un type de problème (classification de Vergnaud) permet de travailler un sens spécifique de la soustraction grâce aux mots qui composent l'énoncé.
- Au contraire, l'utilisation d'un sens de la soustraction n'est pas corrélée à un type de problème
- Les élèves sont conscients du sens de la soustraction qu'ils ont à utiliser face au problème qui leur est présenté
- Les élèves ne réfléchissent pas au sens de la soustraction qu'ils utilisent lors de la résolution de problème, ils utilisent celui avec lequel ils sont le plus à l'aise
- Il y a une progression de cycle sur l'apprentissage des sens de la soustraction : chaque cycle travaille prioritairement un sens
- Tous les sens sont étudiés au cours de l'année de façon égale
- L'accent est mis sur un sens en particulier sur chaque année

Ces hypothèses pourront être validées ou réfutées lors de la présentation de résultats dans la troisième partie du mémoire.

Choix des appuis pour le cadre théorique

Pour l'écriture du cadre théorique je me suis appuyée de l'histoire de la soustraction, les programmes, des différents points à aborder dans l'apprentissage de la soustraction et ensuite des recommandations des chercheurs pour aborder la notion. J'ai choisi de commencer par un aspect historique car cet aspect m'a permis de prendre conscience du temps et des étapes qu'il a fallu pour pouvoir arriver à la soustraction que l'on connaît aujourd'hui. Le deuxième point que j'ai décidé d'aborder sont les programmes car ce sont eux qui nous disent ce que l'on doit apprendre aux élèves et ils donnent des repères sur ce que les élèves doivent savoir faire à la fin d'un cycle. Ils donnent aussi des indications sur comment faire atteindre certaines compétences, notamment pour la soustraction avec les problèmes qui sont au cœur de cet apprentissage. Cette partie nous amène ainsi à discuter des différents points à aborder pour travailler la soustraction (les sens de la soustraction et les méthodes de résolutions de l'opération) tirés de textes académiques comme celui de Grenoble ou encore d'un écrit rédigé par un inspecteur de l'éducation nationale de Landivisiau (circonscription de l'académie de Rennes). Ces différentes notions ont pour but de donner toutes les cartes aux élèves pour qu'ils puissent résoudre les différents types de problèmes décrits par Gérard Vergnaud⁵. Pour terminer j'ai décidé de parler des prescriptions pour la soustraction présentée dans le guide des recommandations pour l'école primaire qui sont tirées du rapport de 2018 du mathématicien Cédric Villani⁶.

Les documents présentés précédemment ont été choisis car pour la plupart ils sont officiels ; comme les programmes ou le guide de recommandation pour l'école primaire qui sont présent sur Eduscol. Les autres ont été choisis car ils viennent soit de différentes académies, ou soit écrits par des personnes qui ont des connaissances sur les mathématiques ou des connaissances sur son enseignement comme monsieur Vergnaud ou l'inspecteur d'académie.

⁵ Gérard Vergnaud est un mathématicien, philosophe, pédagogue et psychologue français.

⁶ Cédric Villani est un mathématicien et homme politique français. Spécialiste de l'analyse mathématique

Appuis du cadre méthodologique

Ce cadre méthodologique a pour but de comprendre la soustraction, son enseignement, ses sens, sa manipulation et aussi comprendre les différents types de problèmes qui la font travailler.

Cette partie, permet ainsi d'avoir des points de repérage pour pouvoir recueillir des données et comprendre comment les utiliser. Ainsi il va m'aider à savoir reconnaître un sens de la soustraction dans un problème et reconnaître aussi le type de problème dans lequel ce sens est travaillé. Ceci va peut-être pouvoir me faire dire qu'un type de problème permet de faire travailler un sens spécifique de la soustraction ou au contraire que les différents types de problèmes n'induisent pas le sens de la soustraction qui est travaillé mais que ce sont les élèves qui utilisent celui qui leur vient le plus intuitivement dans la résolution. L'âge des élèves peut aussi faire varier l'utilisation d'un sens à un autre en fonction de la progression mise en place dans l'école pour l'apprentissage de cette notion.

Pour pouvoir recueillir les données j'ai choisi de faire un questionnaire envoyé à différents enseignants de chaque niveau (allant du CP au CE2) et aussi d'analyser différents manuels de chaque niveau. Ce choix sera expliqué plus tard.

PRESENTATION DU DISPOSITIF D'ENQUETE

Terrain d'enquête

J'ai pour objectif d'enquêter dans plusieurs écoles pour pouvoir recueillir des données venant de différents enseignants de chaque niveau. L'enquête que je vais mener se tournera essentiellement du point de vue de l'enseignant car je ne pense pas que les élèves soient conscients du sens de la soustraction qu'ils utilisent lors de la résolution de problème. Au contraire, l'enseignant est tout à fait au courant des problèmes qu'il demande aux élèves de résoudre et ce qu'ils amènent à travailler.

Le cadre spatial du sujet est très précis. Il est sur l'analyse des pratiques enseignantes qui portent sur la soustraction. Connaître les manuels qu'ils utilisent, savoir s'ils le suivent à la lettre, s'ils ajoutent des exercices en plus, ou encore s'ils ne s'aident pas de manuels et qu'ainsi ils font leurs propres exercices ...

Le cadre temporel quant à lui est plus variable. Il peut être sur un temps relativement court, celui de la séquence qui porte sur la soustraction ou alors annuel si les réponses sont faites en fonction de la progression.

Dispositif d'enquête

Pour effectuer mon recueil de données je prendrai contact avec des enseignants de différents niveaux et je dois les respecter. Pour cela je dois me tenir à leur disposition pour les aider à répondre aux questions que je leur pose, ils ont droit de ne plus vouloir participer à mon enquête malgré la promesse d'anonymat que je ferai par écrit. Le but étant de mettre en confiance ceux qui me répondront pour pouvoir avoir des réponses qui conviennent au mieux aux attentes de mon sujet.

En ces circonstances il est compliqué de venir dans les écoles pour expliquer plus précisément ce que je leur demande donc je devrais être active sur ma boîte mail en cas de besoins pour ces personnes. Je vais aussi devoir fournir un document qui stipule que j'anonymiserai les réponses pour qu'ils puissent se sentir plus à l'aise dans leurs réponses.

Suite à leurs réponses, je pourrais me consacrer à l'analyse des outils pédagogiques (manuels et guides du maître) utilisés qui reviennent le plus dans leurs réponses pour connaître leurs objectifs pédagogiques sur l'apprentissage de la soustraction.

PRESENTATION DE LA METHODE DE RECUEIL DE DONNEES

Les données que je vais ensuite avoir en ma possession suite au questionnaire, me permettront d'analyser les différentes visions des professeurs sur les séances qu'ils mènent sur la soustraction. Ils donneront leur point de vue sur l'apprentissage des sens de la soustraction. Est-ce qu'ils en font un enseignement spécifique ou laissent-ils les élèves s'en rendre compte par eux même en résolvant des problèmes.

Je pourrai aussi avoir leur représentation sur la question, ce qu'ils en pensent. Si pour eux les sens de la soustraction sont utilisés en fonction de ce que les élèves connaissent ou si c'est le problème qui induit le sens de la soustraction à utiliser.

Suite aux différentes manières d'enseigner la soustraction, j'analyserai des manuels, ceux qui ressortiront le plus suite au questionnaire pour les analyser plus en

profondeur et savoir comment ceux-ci utilisent les sens de la soustraction du CP au CE2.

Le questionnaire sera pour les enseignants car ils ont consciences des problèmes qu'ils donnent à leurs élèves et l'objectif qu'ils veulent faire travailler avec ce dernier. Il aura pour but de faire une analyse quantitative des enseignants sur différents points :

- Ceux qui utilisent des manuels et lequel
- Ceux qui enseignent les sens de la soustraction et ceux qui laissent les élèves s'en imprégner au fil des exercices et des problèmes
- Ceux qui utilisent un type de problème spécifique pour faire travailler un sens de la soustraction
- Ceux qui veulent que les élèves utilisent un sens spécifique pour résoudre le problème
- ...

Pour savoir cela j'ai l'intention de reprendre contact avec d'anciens MAT et leurs collègues, car ainsi je pourrais avoir des réponses plus ou moins différentes selon les écoles.

De cette façon, je vais pouvoir repérer ceux qui font travailler tous les sens de la soustraction, ou au contraire à partir de quel niveau tous les sens sont vus et travaillés et comment ils les mettent en application dans les problèmes.

Méthodologie d'analyse de données

LES MANUELS :

J'ai choisi d'analyser des fichiers élèves et des guides pédagogiques de CP, CE1 et CE2 venant de deux maisons d'édition différentes. Le premier est CAP MATHS et le second est Archimaths. Ces deux manuels sont très différents l'un de l'autre et c'est une des raisons pour lesquelles j'ai voulu les comparer. Leurs différences se posent dès la préface. Le guide pédagogique de CAP Maths à une grande préface explicative des choix pédagogiques faits dans le manuel, avec des explications sur comment traiter chaque point travaillé (calcul mental, exercices, problèmes...), sur quoi ils se sont appuyés pour créer ces outils pédagogiques (par exemple pour les problèmes ils

se sont appuyés sur différents types de problèmes) et expliquer ce qui va être travaillé en mathématiques, soit grandeur et mesure, nombre et calcul, espace et géométrie.

Au contraire, dans le guide pédagogique d'Archimaths la préface est beaucoup plus succincte. Elle reprend le plus simplement possible ce sur quoi ils se sont appuyés pour créer cet outil (pour les problèmes ils se sont appuyés sur la classification de Vergnaud). De plus, les méthodes d'apprentissages et les progressions annuelles sont vraiment différentes entre les deux manuels.

Pour les analyser, je vais classer dans un tableau tous les problèmes d'ordre additifs et qui traitent la soustraction pour pouvoir observer quel sens est travaillé dans tel ou tel problème. Chaque manuel sera bien différencié dans le tableau pour pouvoir comparer les deux méthodes de travail et savoir si elles se ressemblent sur l'apprentissage de la soustraction ou si au contraire elles sont très différentes et n'envisagent pas cet apprentissage de la même manière.

Dans ce tableau je vais aussi analyser à l'aide de couleur les sens de la soustraction travaillés dans le problème grâce aux mots qui composent les énoncés et je noterai aussi le type du problème selon la classification de Vergnaud.

Cependant, certains problèmes peuvent se ranger dans plusieurs cases, je vais donc devoir faire des choix pour pouvoir les classer avec une seule couleur.

		Les types de problèmes			
		Transformation	Composition	Comparaison	Composition de transformation
Le sens travaillé	Enlever				
	Aller à				
	Ecart				

Cette analyse me permettra de mettre en lien le sens de la soustraction qui est travaillé dans tel type de problème. Ainsi je pourrais valider ou non l'hypothèse expliquant que

le type de problème utilisé a une influence sur le sens de la soustraction qui est travaillé.

Analyser des manuels de niveau de classe différentes va aussi me permettre de pouvoir valider ou non l'hypothèse que les sens de la soustraction peuvent être travaillés différemment les uns des autres et donc suivre une progression de cycle pour leur apprentissage.

LE QUESTIONNAIRE :

J'ai choisi d'analyser la progression de l'apprentissage des sens de la soustraction au sein d'un établissement en fonction des équipes pédagogiques grâce au questionnaire. Pour cela, j'ai besoin que plusieurs enseignants d'un même établissement puissent y répondre. Ainsi, je vais pouvoir observer si un sens est plus étudié lors d'une année spécifique ou si au contraire tous les sens sont vus dans chaque classe.

Ce questionnaire va aussi permettre de récolter les représentations des enseignants sur les différents sens de la soustraction, et leurs méthodes d'enseignement sur cette opération. C'est-à-dire que je vais connaître quel est l'objectif principal qu'ils visent lors de l'apprentissage de cette opération, si les enseignants connaissent les sens de la soustraction, et s'ils les enseignent de manière explicite, ou, si au contraire ils laissent leurs élèves le déterminer seuls à l'aide du sujet du problème.

Je vais aussi recueillir leur point de vue sur l'hypothèse « le type de problème induit d'utiliser un sens spécifique de la soustraction ». Les enseignants peuvent être à même de répondre à cette hypothèse car ils utilisent régulièrement les problèmes et se sont déjà fait un avis sur cette question.

Avec les différentes réponses que je recevrai, je pourrais me faire une idée des clefs que les élèves ont pour résoudre les problèmes d'ordre additif et pouvoir essayer de comprendre quel sens les élèves utilisent lors de la résolution d'un problème et comment ils sont amenés à l'utiliser.

PRESENTATION DES RESULTATS

Résultats des manuels

RESULTATS GLOBAUX

J'ai analysé différents problèmes de cycle 2 venant des manuels Archimaths et Cap Maths. Dans les 6 manuels allant du CP au CE2 j'ai dénombré 92 problèmes en tout. En les analysant grâce au tableau précédent, partie méthodologie, voici les résultats obtenus concernant la relation entre le type de problème et le sens de la soustraction qui est mis en avant.

Ces résultats sont présentés dans un tableau similaire à celui de la partie précédente pour faciliter la lecture et la compréhension.

		Les types de problèmes				Total
		Transformation	Composition	Comparaison	Composition de transformation	
Le sens travaillé	Enlever					43
		39	2	0	2	
	Aller à					22
		20	1	0	1	
	Ecart					27
14		3	6	4		
Total		73	6	6	7	92

Grâce à ce tableau nous pouvons nous rendre compte qu'un type spécifique de problème n'induit pas un sens spécifique de la soustraction. En effet, les problèmes de type « transformation », « composition » et « composition de transformation » permettent de mettre en avant les différents sens de la soustraction. Cependant, les problèmes de type comparaison mettent visiblement un lien avec le sens écart. Nous pouvons énoncer cela car aucun autre sens n'est travaillé avec ce type de problème.

En allant plus loin dans l'analyse des résultats nous remarquons aussi que les problèmes de transformation sont les plus utilisés dans les manuels. Avec ce dernier type de problèmes, tous les sens sont travaillés par les élèves même si le sens « enlever » reste le principal. L'utilisation des problèmes de transformation mettant en avant le sens « enlever » de manière récurrente, laisse les élèves dans leur représentation initiale de la soustraction, et ne leur permet pas de prendre conscience des autres sens.

En prenant le total de parution des différents sens de la soustraction nous remarquons que le sens enlever est celui qui est le plus mis en évidence et qui est donc le plus régulièrement travaillé.

Les autres sens de la soustraction qui sont « aller à » et « écart » sont autant proposés aux élèves tout au long du cycle 2, mais on remarque bien que leurs apparitions dans le quotidien des élèves passent au second plan par rapport à l'apprentissage du sens « enlever ».

Nous remarquons aussi que le type de problème qui est le plus régulièrement proposé sont les problèmes de « transformation », les autres sont aussi vus le même nombre de fois au cours du cycle. Les autres types de problèmes sont très peu présentés aux élèves et donc les élèves peuvent se retrouver perdus face à de nouvelles formulations des problèmes d'ordre additif.

Lors de la lecture des différents problèmes nous pouvons nous rendre compte que certains mots sont récurrents lorsque qu'un sens de la soustraction est travaillé. Par exemple, lorsque le sens « enlever » est mis en évidence, les mots « donne », « perd » ou leurs synonymes sont souvent écrits.

Cette constatation se fait aussi avec les deux autres sens de la soustraction. Par exemple pour les problèmes où c'est le sens « écart » qui est travaillé ce sont les mots « gagné » ou « plus » qui apparaissent régulièrement. Pour le sens « aller à » ce sont les mots « encore » et « ajouté » qui sont récurrents.

RESULTATS PAR NIVEAU DE CLASSE

Cours préparatoire

		Les types de problèmes				Total
		Transformation	Composition	Comparaison	Composition de transformation	
Le sens travaillé	Enlever	19	2	0	0	21
	Aller à	4	0	0	0	4
	Ecart	2	0	0	0	2
	Total	25	2	0	0	27

L'analyse des deux manuels de CP, Archimaths et Cap Maths, met en évidence que les élèves sont plus souvent confrontés aux problèmes de transformation. Ils représentent 92,5% des types de problèmes travaillés en CP. C'est-à-dire que les élèves sont confrontés à un type de problème où l'un des états, initial ou final, est connu ainsi que la transformation et ils doivent trouver l'état inconnu, ou bien les deux états sont connus des élèves mais pas la transformation. Les problèmes de transformation représentent la conception initiale que les élèves se font des problèmes.

De plus, nous remarquons que le sens de la soustraction qui est le plus mis en avant est le sens « enlever ». C'est aussi le sens auquel les élèves pensent intuitivement lorsqu'ils utilisent la soustraction. C'est donc aussi l'une de leur représentation initiale, lorsqu'ils font un problème d'ordre additif qui fait travailler la soustraction. Ce sens est également vu dans un problème de composition dans chaque manuel.

Les autres sens sont aussi légèrement vus, mais dans un second temps et toujours dans le même type de problème. Nous pouvons donc nous poser la question : Est-ce que les élèves ne restent pas enfermés dans leurs conceptions initiales malgré tout ?

Donc au CP, les élèves utilisent essentiellement le sens « enlever » de la soustraction dans des problèmes de transformation. Avec cette analyse nous pouvons donc penser que le CP permet aux élèves, de comprendre et d'appliquer, le sens de la soustraction qui correspond à la représentation initiale des élèves avec un type de problème connu.

Cours élémentaire 1

		Les types de problèmes				Total
		Transformation	Composition	Comparaison	Composition de transformation	
Le sens travaillé	Enlever					10
		9	0	0	1	
	Aller à					7
		6	1	0	0	
	Ecart					10
3		3	3	1		
Total	18	4	3	2	27	

L'analyse des manuels de CE1 permet de mettre en évidence que tous les types de problèmes sont présentés aux élèves. Donc dans ce niveau les élèves apprennent à résoudre différents types de problèmes et cela leur permet de prendre conscience qu'un sens de la soustraction peut être utilisé dans diverses situations.

Cependant au cours de l'année, les élèves restent plus régulièrement confrontés à des problèmes de transformation. En effet, ils résolvent ce type de problème environ 67% du temps en classe avec ces manuels. Donc nous pouvons nous demander si la présentation de ces différents types de problèmes, ne serait pas seulement de la découverte et non un apprentissage à part entière.

Grâce à ce tableau nous constatons que tous les sens de la soustraction sont vus et travaillés presque à part égale au cours de l'année de CE1. Le sens « enlever » et « écart » sont utilisés dans les problèmes à 37 % et le sens « aller à » à 26 %. Donc les élèves apprennent les différents sens de la soustraction au cours de cette année scolaire.

Cela nous amène donc à penser que l'année de CE1 permet aux élèves de découvrir tous les types de problèmes qui existent, de travailler et de comprendre tous les sens de la soustraction à l'aide de ces différents problèmes.

Cours élémentaire 2

		Les types de problèmes				Total
		Transformation	Composition	Comparaison	Composition de transformation	
Le sens travaillé	Enlever					12
		11	0	0	1	
	Aller à					11
		10	0	0	1	
	Ecart					15
9		0	3	3		
Total	30	0	3	5	38	

L'analyse des manuels de CE2 nous permet de nous rendre compte que les problèmes auxquels les élèves sont le plus confrontés sont les problèmes de transformation. Ce type de problème est présenté à 79% du temps aux élèves. Tandis que les 3 autres ne représentent que 21% des problèmes qui sont traités par les élèves. L'autre sens le plus observé, à 13%, est la composition de transformation, donc une association de deux transformations, pour trouver un résultat. Ce type de problème est utilisé pour montrer une évolution de l'utilisation des problèmes de transformation.

Cela nous amène à penser que lors de l'année précédente les différents types de problèmes ont été présentés aux élèves et qu'ils savent donc les résoudre sans pour autant continuer à les utiliser dans l'année actuelle.

Cependant, nous remarquons aussi que les différents sens de la soustraction sont vus et travaillés de manière équitable lors de l'année de CE2. Cela montre une réelle continuité des apprentissages entre l'année de CE1 et celle de CE2.

Ici, les élèves reviennent à leur représentation initiale sur les différents types de problème mais continuent de diversifier leur apprentissage sur les différents sens de la soustraction.

ANALYSE PAR RAPPORT AUX RECOMMANDATIONS DES GUIDES DU MAITRE

Les préfaces du guide du maître des deux manuels ont différentes préconisations pour l'apprentissage de la soustraction et la mise en situation grâce aux problèmes.

Les manuels guides du maître de Cap Maths, mettent en avant l'importance de travailler avec les différents types de problèmes de la classification de Vergnaud, dès le CP pour que les élèves ne restent pas enfermés dans leurs représentations initiales.

Les guides du maître des manuels Archimaths, quant à eux, mettent un point d'honneur à favoriser l'apprentissage de tous les sens de la soustraction à partir du CP, pour que les élèves se rendent compte de la diversité de l'opération.

Cela permet aux élèves de diversifier les méthodologies de raisonnement et de résolution de problèmes, ainsi que de comprendre plus rapidement que la soustraction a plusieurs sens et leurs utilisations pour résoudre plus efficacement un problème. Cependant, nous pouvons mettre en évidence que leurs préconisations ne sont pas forcément respectées. Les élèves voient avant tout le sens « enlever » dans des problèmes de transformation en CP.

C'est à partir du CE1 que ces principes sont mis en valeur avec la mise en situation des élèves sur les divers types de problèmes qui prennent en compte tous les sens de la soustraction.

Quand les élèves arrivent en CE2, ils sont plus régulièrement confrontés à des problèmes de transformation. Le travail sur les autres types de problèmes paraît comme ne plus être une priorité pour présenter les différents sens de la soustraction. Cependant, ils travaillent sur tous les sens de la soustraction. Ils apprennent donc à utiliser un sens ou un autre par rapport à l'écriture du problème.

Suite à l'étude de ces manuels, nous pouvons mettre en avant une progression dans l'apprentissage des sens de la soustraction et leurs utilisations dans les problèmes en cycle 2 :

- En CP : apprentissage du sens « enlever » à travers des problèmes de transformation et découverte des sens « écart » et « pour aller à ».
- En CE1 : apprentissage de tous les sens de la soustraction à travers divers types de problèmes. Les élèves comprennent que la soustraction à différents sens et apprennent à utiliser le sens le plus efficace en fonction des différents problèmes et de la façon dont ils sont écrits.
- En CE2 : consolidation des différents sens de la soustraction à travers les problèmes de transformation. Les élèves continuent de construire la compréhension des sens et leurs utilisations en fonction de l'écriture des problèmes.

Résultats du questionnaire

Les enseignants sont tous en accord pour dire que tous les sens de la soustraction sont à travailler et à expliquer au sein de la classe. Cet enseignement des différents sens permet de comprendre l'opération, changer la représentation initiale des élèves ou encore permettre à chaque élève de se retrouver dans un sens.

Cependant, les trois sens de la soustraction ne sont pas connus de tous et un enseignant les a confondus avec les différents types de problèmes. Cela nous amène donc à poser la question, est-ce à cause de ce flou autour de la soustraction que certaines difficultés persistent lors de la résolution de problèmes d'ordre additif ?

Les objectifs d'apprentissages varient aussi en fonction des enseignants :

- Ceux qui ont pour objectif la compréhension de tous les sens pour pouvoir les utiliser de façon optimale dans les problèmes.
- Amener les élèves à repérer des situations soustractives et à effectuer l'opération

Pour pouvoir atteindre ces objectifs il y a deux équipes d'enseignants. Ceux qui utilisent des manuels et ceux qui créent leurs leçons, leurs problèmes pour aider les élèves à construire les sens de la soustraction et à atteindre leurs objectifs.

Chacun des enseignants a aussi ces modalités pour pouvoir faire comprendre les sens de la soustraction. Il y a ceux qui le font totalement en classe entière ou en ateliers et d'autres qui mélangent les modalités. La classe entière pour expliquer la notion à la classe, puis en ateliers pour que les élèves puissent se l'approprier et pour finir mettre en place des groupes de besoins pour que les élèves en difficulté puissent continuer à s'approprier et utiliser les différents sens de la soustraction dans les différents types de problèmes.

Suite à ces apprentissages, lors de la résolution de problème, les enseignants se séparent en deux groupes pour répondre à la question « est-ce que les élèves sont conscients du sens de la soustraction qui est travaillé dans un problème ? » :

- Ceux qui pensent que oui, c'est-à-dire que grâce aux ateliers et exercices précédents ils sont conscients du sens de la soustraction qu'insinue le problème.
- Ceux qui pensent que non, qu'il faut expliquer avant le sens qui est travaillé ou après lors de la correction mais qu'il faut quand même continuer à rappeler que la soustraction a plusieurs sens et que certains permettent de répondre plus rapidement aux problèmes.

Pour répondre à la question « est ce que les élèves utilisent le sens avec lequel ils sont le plus habitués ou celui qu'ils viennent de voir, ou est-ce que c'est le problème qui induit le sens de la soustraction à utiliser ? », les enseignants sont aussi divisés :

- Ceux qui pensent que oui, que les mots et les nombres qui composent le problème induisent un sens.
- Ceux qui pensent que malgré les mots et les nombres du problème, le sens que l'élève utilise est propre à lui. Il utilisera celui qui lui vient en tête même s'il ne lui permet pas de répondre le plus rapidement possible.

Ce questionnaire m'a donc permis de comprendre que pour les enseignants il est important de travailler les différents sens de la soustraction pour atteindre des objectifs qui leurs sont propres et qu'ainsi les élèves les intègrent pour pouvoir les réutiliser de manière optimale dans les problèmes.

De plus, j'ai pu me faire une idée de l'utilisation de ces sens sur le terrain avec le recueil des représentations des enseignants sur l'utilisation des sens de la soustraction par les élèves dans les problèmes. J'ai donc compris que pour eux, le problème induit un sens spécifique à utiliser de par ses mots et les nombres présentés, mais que les élèves utilisent le sens avec lequel ils se sentent le plus à l'aise ou celui qui leur vient sur le moment.

Les réponses de professeurs mettent en avant qu'il n'y a pas de progression dans l'apprentissage des sens de la soustraction. Pour eux, il est important que tous les élèves, quel que soit le niveau, soient confrontés aux différents sens de la soustraction.

Confrontation des résultats et des hypothèses

LES TYPES DE PROBLEMES INDUISENT UN SENS DE LA SOUSTRACTION

L'analyse des mots qui composent les problèmes affirment ma partie théorique qui explique que le sens « enlever » est souvent utilisé dans les problèmes où figurent dans l'énoncé les mots « donne » ou encore « perd ».

Par contre, en continuant mon analyse je me suis rendue compte, que ça contredisait un autre point de vue de mon cadre théorique qui explique que le sens « pour aller à » est plus souvent utilisé dans les situations de composition de mesure et que le sens « écart » intervient surtout dans les problèmes de comparaison. En effet je me suis rendue compte que dans les différents manuels les sens de la soustraction sont vus et utilisés dans tous les types de problèmes de la classification de Vergnaud.

Cette analyse permet donc de valider l'hypothèse qu'un type de problème n'induit pas le sens de la soustraction qui est travaillé mais que ce sont les mots utilisés dans l'énoncé qui le fait.

LES ÉLÈVES CONSCIENTS OU NON DU SENS UTILISÉ

En mettant en relation les résultats obtenus grâce au questionnaire et à l'analyse des manuels, je suis consciente qu'un problème d'ordre additif, quel que soit son type, induit l'utilisation d'un sens spécifique de la soustraction pour pouvoir le résoudre le plus rapidement possible en diminuant le risque d'erreur.

Je sais aussi que les élèves connaissent les différents sens de la soustraction car les enseignants mettent un point d'honneur à les expliquer aux élèves et à en construire le sens avec eux.

Cependant, les élèves sont-ils réellement conscients du sens que le problème propose de travailler ? Certains élèves peuvent utiliser le sens prévu de manière consciente, mais, pour la plupart d'entre eux, c'est de manière intuitive sans vraiment y réfléchir. Pour guider cette intuition les mots du problème les guident.

Pour d'autres élèves, ils vont utiliser un autre sens que celui insinué par le problème tout en réussissant. Cet autre sens est fréquemment « enlever » car c'est celui qui correspond à la représentation initiale des élèves.

Cela permet de valider l'hypothèse « les élèves ne réfléchissent pas au sens de la soustraction qu'ils utilisent lors de la résolution de problème, ils utilisent celui avec lequel ils sont le plus à l'aise ».

PROGRESSION DANS L'APPRENTISSAGE DES SENS DE LA SOUSTRACTION AU COURS DU CYCLE

En lisant les professeurs de cycle 2 j'ai pu analyser qu'ils ne mettaient pas en place une progression dans les apprentissages des sens de la soustraction. C'est-à-dire que selon eux un niveau met en évidence et travaille tous les sens de la soustraction.

Cette affirmation n'a pas été confortée avec l'analyse des manuels qui quant à eux mettent vraiment une progression dans la compréhension des sens. En effet voici la progression mise en avant :

- CP : sens « enlever »
- CE1 et CE2 : tous les sens

Avec les manuels, qui sont pour certains ceux utilisés par les enseignants interrogés, nous pouvons dire que les enseignants ont envie de mettre en avant tous les sens à chaque niveau mais, en suivant la progression des manuels, ils ne le font pas vraiment.

Nous pouvons donc affirmer deux hypothèses : « il y a une progression de cycle sur l'apprentissage des sens de la soustraction » qui a été mise en avant par l'analyse des

manuels ainsi que « l'accent est mis sur un sens en particulier chaque année », en l'occurrence le sens « enlever » au CP mais ces hypothèses ne sont pas vérifiées avec les réponses des enseignants. Selon eux, l'hypothèse vérifiée serait que « tous les sens sont travaillés au cours de l'année de manière égale ». Cette hypothèse est vérifiée avec l'analyse des manuels de CE1 et de CE2.

Synthèse de la réponse

Suite à mes recherches menées dans des classes de cycle 2, nous pouvons donc dire que tous les types de problèmes ne sont pas vus et ne sont pas présentés aux élèves de la même façon en fonction de leur classe.

Au cours préparatoire, les élèves sont essentiellement confrontés aux problèmes de transformation qui correspondent à la représentation initiale qu'ils ont des problèmes. En cours élémentaire 1, les élèves découvrent tous les types de problèmes mais au cours élémentaire 2, ils reviennent essentiellement à travailler sur des problèmes de transformation.

Tous les sens de la soustraction sont vus à partir du CE1 et cet apprentissage se poursuit au CE2.

Les différents types de problèmes induisent l'utilisation de tous les sens de la soustraction grâce aux différents mots :

- Pour le sens « enlever » les mots sont « donne », « perd » et divers synonymes.
- Pour le sens « aller à » les mots sont « ajouter » et « encore ».
- Pour le sens « écart » les mots sont « plus » et « gagné »

Ces mots sont utilisés dans les divers types de problèmes, qu'ils soient de transformation, de comparaison, de composition ou de composition de transformation.

Cependant, malgré le fait que les mots qui composent l'énoncé d'un problème donnent des indications sur le sens de la soustraction à utiliser, les élèves ne les suivent pas toujours. Pour certains enseignants, les élèves ne sont pas immédiatement conscients du sens de la soustraction qui est travaillé. Selon eux, quelques élèves utiliseraient le sens avec lequel ils sont le plus à l'aise et ne pensent pas forcément aux autres sens

pendant les résolutions de problèmes. D'autres enseignants pensent que les élèves suivent le sens qui est donné, indiqué, par les mots du problème. Pour ces derniers, même si les élèves ne savent pas nommer le sens quand ils réfléchissent aux problèmes, ils suivent volontairement ou involontairement l'indication du problème.

Chaque élève réagit différemment face à une résolution de soustraction. Soit il va suivre le sens qui est induit par le problème car il connaît tous les sens et sait les utiliser, soit il va utiliser le sens avec lequel il est le plus à l'aise, celui qu'il connaît le mieux.

Donc l'utilisation de l'un des sens de la soustraction lors de la résolution de problème est due à plusieurs facteurs. Pour commencer, à l'apprentissage des sens eux même, c'est-à-dire au fait de connaître ou non les différents sens de la soustraction. Si nous ne les connaissons pas, comment les utiliser ? C'est pour cela que les élèves de CP utilisent essentiellement le sens enlever. L'objectif étant de construire les principes de la soustraction et son utilité.

Les mots du problème sont aussi un autre facteur permettant d'induire à l'utilisation de l'un des sens. Mais, ils peuvent ne pas être relevés par les élèves et donc ils ne s'en servent pas toujours pour répondre de la manière la plus efficace.

Malgré tout, nous pouvons nous demander si les mots qui composent l'énoncé d'un problème et la connaissance des sens de la soustraction sont réellement les seuls facteurs qui influencent le sens de la soustraction présenté.

DISCUSSION DES RESULTATS

Les différents résultats présentés dans la partie précédente peuvent être remis en question à cause de plusieurs points. Pour commencer par le choix des manuels ainsi que par leur analyse.

C'est-à-dire que je me suis rendue compte que les mots ne sont pas les seuls éléments des problèmes qui permettent d'induire l'un des sens de la soustraction. Les nombres qui sont en jeu dans les problèmes font aussi partie des facteurs qui permettent de conduire à l'utilisation un sens de la soustraction. Par exemple :

- Si les nombres mis en jeu sont 101 et 98 la recherche de complément permettra de résoudre plus efficacement le problème et ce sens est donc le sens « pour aller à ».
- Si les nombres qui sont proposés dans le problème sont 56 et 101 les sens « écart » ou « enlever » seront à privilégier. Un choix entre les deux sera quand même fait grâce aux mots de l'énoncé.

J'ai aussi pris la décision de choisir deux manuels que j'ai le plus régulièrement vus en stage, mais ils ne correspondent pas à tous les outils qui sont à disposition des enseignants. L'analyse de manuels supplémentaires aurait pu confirmer les résultats que j'ai eu, ou au contraire totalement les modifier. Donc, avec la diversité des manuels qui existent, certains pourraient très bien mettre en avant une plus grande utilisation de tous les types de problèmes en CE2 et même en CP. Cela aurait aussi pu mettre en évidence un autre pourcentage des sens de la soustraction auxquels les élèves sont confrontés chaque année. Par exemple, en CE1, travailler essentiellement le sens « écart », commencer à appréhender le sens « aller à » et simplement revoir le sens « enlever ».

Suite à la constatation précédente, la progression que j'ai déduit des manuels et des réponses des enseignants peut donc être totalement transformée. Par exemple :

- Tout au long des niveaux qui composent de cycle 2, les divers sens des problèmes sont vus de manière équitable.

- Le sens principal qui est travaillé est le sens « enlever » et les autres font seulement l'objet de découverte pour que les élèves prennent conscience qu'ils existent mais ils ne s'attarderont pas dessus.

Un autre facteur qui peut remettre en question mes résultats est le nombre de professeurs qui ont répondu à mon questionnaire. Seulement 5 enseignants du cycle 2 m'ont répondu et ils ne peuvent pas représenter la communauté éducative vendéenne voir française. De cette façon, les résultats obtenus ne permettent pas d'émettre une généralité.

Cela signifie que peut être certains enseignants ont conscience des résultats que j'ai obtenus dans ce mémoire. Mais d'autres, peuvent tout au contraire ne pas avoir conscience des sens de la soustraction, de l'importance de leurs enseignements pour favoriser la compréhension de l'opération et leurs rôles dans les résolutions de problèmes.

J'aurais aussi pu interroger des élèves du cycle 2 pour étayer mes propos et aussi pour mieux comprendre ce qui se passe dans leurs têtes lors de la résolution de ces problèmes de soustraction et des sens qu'ils utilisent. Ainsi, j'aurais pu savoir si les élèves ont réellement conscience du sens qu'ils utilisent, ou s'ils utilisent le sens qui est induit par l'écriture du problème, ou au contraire s'ils en utilisent un autre totalement différent.

Les résultats peuvent aussi être biaisés à cause de sources que j'ai eues ma disposition. C'est-à-dire que je n'ai pas trouvé de chercheur qui s'était déjà posé la question sur l'utilisation des sens de la soustraction dans les problèmes. J'ai dû assembler des travaux traitant soit des sens de la soustraction soit des types de problèmes. Donc est-ce que la corrélation entre ces différents textes et documents était réellement pertinente ?

CONCLUSION

"Pour répondre à la problématique qui est « **comment l'écriture d'un problème d'ordre additif, nous conduit à utiliser un sens spécifique de la soustraction en cycle 2 ?** » j'ai pu mettre en évidence plusieurs facteurs qui permettent de mettre en évidence la corrélation entre l'écriture d'un problème additif d'ordre soustractif et le sens de la soustraction qu'il induit.

Tout d'abord suite aux résultats que j'ai obtenus lors de l'analyse des problèmes présents dans les manuels de cycle 2, une évidence s'est dégagée : les types de problèmes présentés dans la classification de Vergnaud, n'induisent pas l'utilisation d'un des sens spécifiques de la soustraction. Le sens est induit par les mots qui composent l'énoncé du problème ainsi que par les nombres mis en jeu. Donc des problèmes de transformation, de comparaison, de composition et de composition de mesure permettent d'induire les divers sens de la soustraction qui sont « enlever », « aller à » et « écart ». Ces mots sont « donne », « perd » pour le sens « enlever » ; « ajouter » et « encore » pour le sens « aller à » ; « plus » et « gagné » pour le sens « écart ».

Malgré cela, les élèves peuvent avoir différentes réactions face aux problèmes soustractifs. Ils peuvent soit avoir conscience du sens qui est induit, s'ils les ont déjà appris, ils peuvent aussi ne pas en avoir conscience mais quand même utiliser le sens mis en évidence, ou au contraire, utiliser le sens avec lequel ils sont le plus à l'aise.

Cette étude a aussi quelques limites de par les outils analysés qui ne représentent pas, tous ceux existant sur le marché ainsi que du nombre d'enseignants qui ont répondu à mes questions.

Ce mémoire fait suite à plusieurs constations que j'ai pu faire. Les résultats des évaluations nationales démontrent que les problèmes relevant de la soustraction sont mieux réussis que certains mettant en avant l'addition, notamment les problèmes de transformation avec recherche de l'état initial (première représentation des élèves sur la soustraction). Ce qui m'amène à se demander quels sont les éléments dans les problèmes additifs qui mettent les élèves en difficulté dans leurs résolutions ?

En cycle 3, j'ai aussi observé plusieurs élèves en difficulté sur la résolution de cette opération et le sens qu'ils en avaient. Ce qui m'amène à me demander : Pourquoi autant de problèmes persistent dans la résolution des problèmes soustractifs en cycle 3 malgré les enseignements donnés en cycle 2 ?

Ce travail pourrait se poursuivre en cycle 3 avec l'analyse des représentations des élèves sur les problèmes soustractifs. Ainsi, à l'aide de différents types de problèmes, nous pourrions connaître les sens, qui sont encore à construire avec eux et voir comment ils les utilisent dans différents types de problèmes.

BIBLIOGRAPHIE

2019_reco_pedago_primaire_bdef_1173346.pdf. (s. d.). Consulté 15 décembre 2020, à l'adresse

https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Cycle_2/34/6/2019_reco_pedago_primair_e_bdef_1173346.pdf

Charnay, R. (2020). *Nouveau Cap maths CE1, cycle 2 : Guide de l'enseignant*.

Combier, G., Dussuc, M.-P., Madier, D., & Charnay, R. (2016a). *Cap maths CP, cycle 2 : Fichier d'entraînement, nombres et calculs : nouveaux programmes 2016*.

Combier, G., Dussuc, M.-P., Madier, D., & Charnay, R. (2016b). *Cap maths CP, cycle 2 : Guide de l'enseignant : nouveaux programmes 2016*.

Combier, G., Dussuc, M.-P., Madier, D., & Charnay, R. (2020). *Nouveau Cap maths CE1, cycle 2 : Fichier d'entraînement*.

Dumet, D., Feid, D., Vidal, S., Bolsius, C., & Dias, T. (2019). *Archimaths CP, cycle 2 : Guide pédagogique, CD-Rom banque de ressources*.

Dumet, D., Feid, D., Vidal, S., Méhée, L., Bolsius, C., & Dias, T. (2019). *Archimaths CP, cycle 2*.

Enseignement du calcul : Un enjeu majeur pour la maîtrise des principaux éléments de mathématiques à l'école primaire. (s. d.). Ministère de l'Education Nationale et de la Jeunesse. Consulté 1 mai 2020, à l'adresse <https://www.education.gouv.fr/bo/18/Special3/MENE1809042N.htm>

Enseignement du calcul circulaire_2018-09-16_16-29-52_118.pdf. (s. d.). Consulté 2 mai

2020, à l'adresse https://www.ac-paris.fr/portail/upload/docs/application/pdf/2018-09/enseignement_du_calcul_circulaire_2018-09-16_16-29-52_118.pdf

Enseigner la soustraction. (s. d.). Académie de Paris. Consulté 15 décembre 2020, à l'adresse https://www.ac-paris.fr/portail/jcms/p1_1800788/enseigner-la-soustraction

Gateau, A., Jablonka, L., Vidal, S., Pasquet-Fortune, N., Duvert, R., & Dias, T. (2017). *Archimaths CE1, cycle 2 : Guide pédagogique : programmes 2016.*

HISTOIRE DES OPERATIONS : Maths-rometus, Calcul digital, Calcul sur abaque, Calcul écrit, Signes opératoires, Machines à calculer, Mathématiques, Maths, Math, Jean-Luc Romet. (s. d.). Consulté 24 novembre 2020, à l'adresse <http://www.maths-rometus.org/mathematiques/maths-et-nombres/histoire-des-operations.asp#id1276>

Introduction—Educmath. (s. d.). Consulté 24 novembre 2020, à l'adresse <http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/ressources/documents/bouliers>

Jablonka, L., Lancelle, T., Gateau, A., Pasquet-Fortuné, N., Vidal, S., Méhée, L., Bolsius, C., & Dias, T. (2019). *Archimaths CE1, cycle 2.*

La soustraction Comment aborder une technique opératoire au cycle 2 ? (s. d.). http://www.ac-grenoble.fr/savoie/pedagogie/docs_pedas/soustraction_c2/soustraction_c2.pdf

Le calcul au cycle 2 Technique opératoire La soustraction. (s. d.). http://www2.ac-lyon.fr/etab/ien/loire/roanne-est/IMG/pdf/Technique_operatoire_de_la_soustraction.pdf

Module1_1_doc1_synthese_et_principes.pdf. (s. d.). Consulté 15 décembre 2020, à l'adresse https://www.ac-paris.fr/portail/upload/docs/application/pdf/2018-09/module1_1_doc1_synthese_et_principes.pdf

Petite histoire du calcul et de l'arithmétique. (s. d.). Consulté 24 novembre 2020, à l'adresse
http://promenadesmaths.free.fr/histoire_arithmetique.htm

*PSYCHOLOGIE DU DEVELOPPEMENT COGNITIF ET DIDACTIQUE DES
MATHEMATIQUES.* (s. d.). [https://irem.univ-grenoble-
alpes.fr/medias/fichier/38n2_1563257743078-pdf](https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/38n2_1563257743078-pdf)

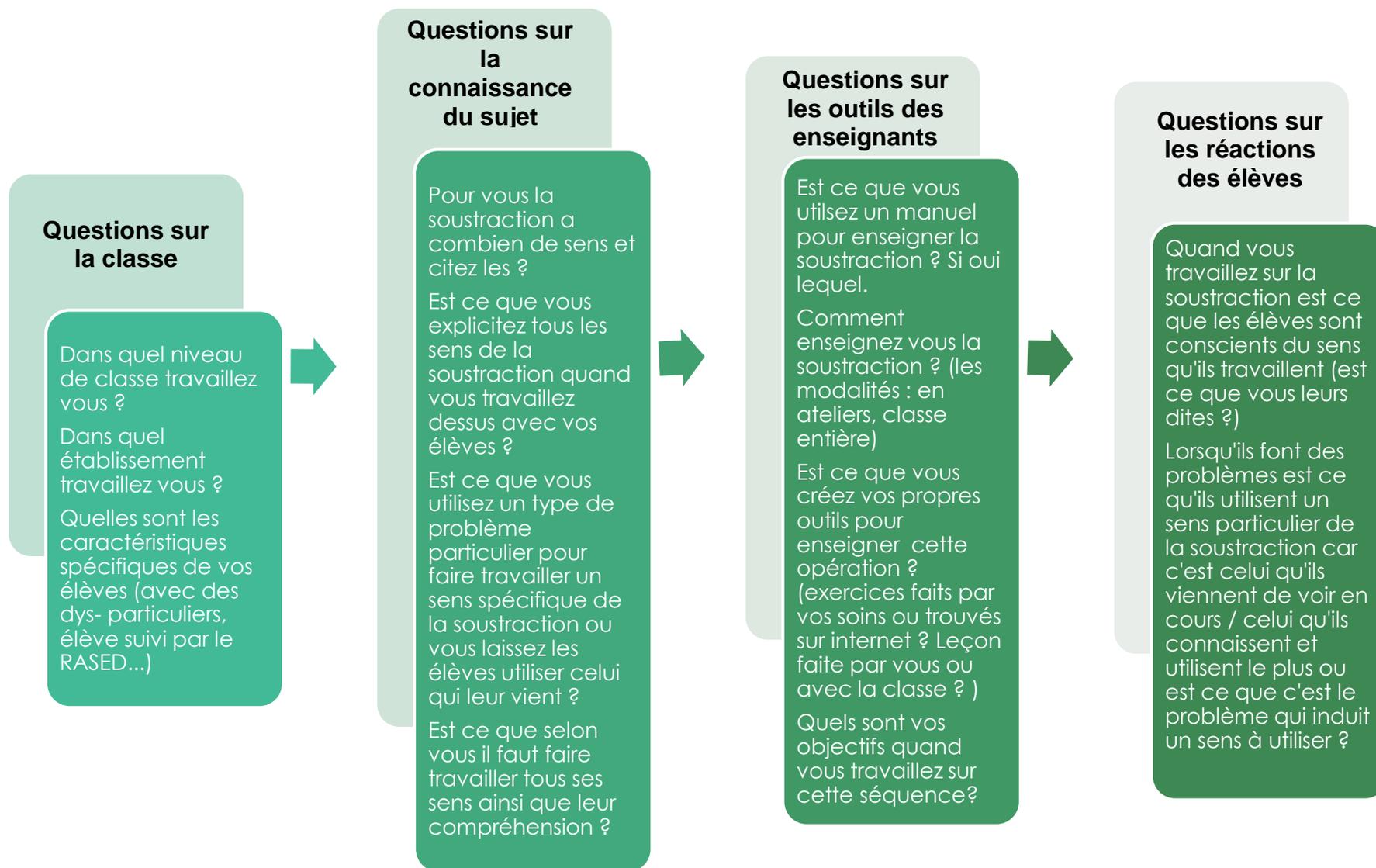
Quatre opérations. (s. d.). Consulté 24 novembre 2020, à l'adresse
<http://histoiredechiffres.free.fr/histoire%20notations/les%20quatre%20operations.htm>

Schärlig, A. (2014). Les moyens de calcul du comptable antique. *Comptabilités. Revue
d'histoire des comptabilités*, 6, Article 6.
<http://journals.openedition.org/comptabilites/1491>

Soustraction.pdf. (s. d.). Consulté 1 mai 2020, à l'adresse
<http://classeelementaire.free.fr/maths/operations/soustraction.pdf>

Vagost, É. (s. d.). *La soustraction à l'école élémentaire.* 463, 19.

Annexe 1 : Questionnaire



Annexe 2 : Réponses au questionnaire

Dans quel niveau de classe travaillez-vous ?				
CP	CE2	CE1	CE1	CP
Dans quel établissement travaillez-vous ?				
École élémentaire Hélène Cartier	Ecole Jean de La Fontaine Les Clouzeaux	Les Clouzeaux	Flora Tristan	Ecole Helène Cartier
Quelles sont les caractéristiques spécifiques de vos élèves (avec des dys-particuliers, élève suivi par le RASED...)				
Élève avec fort étayage en classe	RAS	Une élève suivie par le RASED	Dyscalculie	Un élève dyslexique
Pour vous la soustraction à combien de sens et citez les ?				
3 sens enlever une quantité, savoir quel est l'écart entre 2 nombres ou 2 quantités, connaître un complément	Différence, écart, recherche état initial	4 sens à la soustraction : Transformation d'un état - Composition de deux états - Comparaison d'état - Transformation d'un état	2 : l'écart et le retrait	3 : écart, pour aller à, enlever
Est-ce que vous explicitiez tous les sens de la soustraction quand vous travaillez dessus avec vos élèves ? Pourquoi ?				
Oui il faut que les élèves sachent pourquoi ils apprennent une technique opératoire, à quoi elle va leur servir	Oui	Tous les sens sont explicités aux élèves et sont résumés, schématisés sous forme d'affichage accroché dans la classe	Oui, certains élèves vont plus comprendre un sens et d'autres l'autre	Oui, pour que les élèves comprennent qu'il n'y a pas seulement le sens enlever
Est-ce que selon vous il faut faire travailler tous ses sens ainsi que leur compréhension ? Pourquoi ?				

Oui il faut travailler tous les sens, sinon les élèves ne pourront pas savoir et utiliser la soustraction dans tous les cas où elle peut être utile	Oui	Selon moi oui, il est important de tous les travailler	Oui, tous les élèves ne vont pas comprendre le même sens	Oui, pour que les élèves comprennent qu'il n'y a pas seulement le sens enlever
Est-ce que vous utilisez un manuel pour enseigner la soustraction ? Si oui lequel.				
Non	Oui, pour comprendre les maths	Non, je n'utilise pas de manuel	Oui, cap maths	Archimaths
Comment enseignez-vous la soustraction ? (Les modalités : en ateliers, classe entière). Pourquoi choisir ces modalités ?				
En classe entière, en groupe de besoins, en ateliers ...	Classe entière. Il s'agit d'une révision en CE2.	Je varie les modalités, classe entière, ateliers, recherche en groupe, en individuel...	En classe entière pour l'explication de la notion puis en ateliers pour les entraînements par groupes de niveaux	Ateliers
Est-ce que vous créez vos propres outils pour enseigner cette opération ? (Exercices fait par vos soins ou trouvée sur internet ? Leçon faite par vous ou avec la classe ?)				
Oui	Reprendre la leçon du manuel et quelques apports suffisent en CE2	La leçon est une leçon à manipuler trouvée sur internet mais l'affichage de classe est fait en collectif. Pour les	Parfois, je crée des exercices, et la leçon est faite avec la classe sur un modèle de ma conception	Je fais l'affichage et la leçon avec les élèves

		exercices, j'utilise les fichiers bout de gomme		
Quels sont vos objectifs quand vous travaillez sur cette séquence ?				
Comprendre tous les sens de la soustraction, maîtriser la technique opératoire	S'assurer de la maîtrise de la technique opératoire, développer la capacité des élèves à reconnaître une situation de soustraction.	Je m'appuie sur les attendus du SCCC et du BO	Amener tous les élèves à comprendre et effectuer des soustractions	Les élèves doivent savoir soustraire peu importe le sens que le problème impose
Quand vous travaillez sur la soustraction est ce que les élèves sont conscient du sens qu'ils travaillent (est-ce que vous leurs dites ?)				
Non mais c'est toujours formulé	On essaie lors de l'analyse des problèmes (en collectif ou à la correction) de préciser le sens, de créer des situations de références.	Oui	Oui	Non les élèves fon le problème et ensuite on voit avec eux
Lorsqu'ils font des problèmes est ce qu'ils utilisent un sens particulier de la soustraction car c'est celui qu'ils viennent de voir en cours / celui qu'ils connaissent et utilisent le plus ou est-ce que c'est le problème qui induit un sens à utiliser ?				
Ce qu'ils connaissent le mieux c'est enlever une quantité	Cela dépend de chaque élève	C'est le problème qui induit un sens à utiliser	Le problème qui induit la plupart du temps	Non ils utilisent le sens avec lequel ils sont le plus à l'aise ou celui qui leur vient le plus naturellement

Annexe 3 : CAP Maths CP

Dans une boîte il y a 10 billes. Zoé a sorti 4 billes de la boîte. Combien de billes reste-t-il dans la boîte ?	Dans une boîte il y a 12 perles. Zoé en a sorti 3. Combien en reste-t-il dans la boîte ?
Zoé a 2 boîtes de 6 œufs. Il faut 18 œufs pour faire des crêpes. Combien d'œufs Zoé doit-elle encore acheter ?	Situation : il y a une boîte ouverte qui contient 15 balles. 8 balles sont sorties de la boîte. Combien reste-t-il de balles dans la boîte ?
Arthur a dessiné 29 fusées. Combien il y a-t-il de fusée sous la tâche de peinture ?	Situation : il y a un paquet de 18 pailles. 6 pailles sont sorties du paquet. Combien de pailles reste-t-il dans le paquet ?
Situation : il est représenté une boîte de 16 os. Il en reste 10 à l'intérieur. Combien d'os a mangé Gribouille ?	Arthur a 25 photos de Gribouille. Il les a mises dans 2 boîtes différentes. Une boîte contient 21 photos. Combien de photos contient la seconde ?
Zoé a 30 petites voitures. 7 sont vertes. Toutes les autres sont jaunes. Combien a-t-elle de voiture jaune ?	Situation : une boîte qui contient 8 craies. Cette boîte contenait 12 craies. Combien de craies la maîtresse a-t-elle déjà utilisé ?
Arthur, Zoé et Gribouille lancent un dé et reculent leur pion en fonction du nombre que le dé montre. Ecris le nombre qu'il y aura sur la nouvelle case.	
<ul style="list-style-type: none"> - Zoé est sur la case 10 et a fait 5 - Arthur est sur la 11 et a fait 3 - Gribouille est sur la case 12 et a fait 6 	

Annexe 4 : Archimaths CP

La maîtresse avait une boîte de 6 feutres. Elle a jeté deux feutres car ils ne fonctionnaient plus. Combien de feutre la maîtresse a-t-elle maintenant ?	Situation : un pirate devant un coffre de 8 diamants. Plume prend 5 diamants dans le coffre. Combien en reste-il ?
Situation : un pirate devant un sac de 7 pépites d'or. Plume prend 2 pépites d'or dans le sac, combien en reste-t-il ?	Situation : un aquarium avec 4 poissons visibles. Il y a 9 poissons. Combien sont cachés ?
Situation : Nino devant 7 coquillages. Nino a 9 coquillages. Combien sont cachés dans son dos ?	Archie avait 10€ dans son porte-monnaie. Il a acheté un livre qui coûte 6€ ? Combien lui en reste-t-il ?
Lali avait 16 rubans. Elle a donné plusieurs rubans à Nino. Maintenant il lui en reste 11. Combien lui en a-t-elle donnés ?	Lali avait 8 ballons dans a main. 5 se sont envolés. Combien de ballons reste-il ?
Lali à 10 fraises. Plume-lui en prend 3. Combien de fraises restera-t-il ?	Devant 3 enfants il y a 8 chocolats. Chaque enfant mange 1 chocolat. Combien de chocolat restera-t-il ?
Situation : Lali à 4€ et elle veut acheter un ballon à 7€. Combien d'euros lui manque-t-il ?	Situation : il y a 8 billes devant Lali et Nino. Nino à 6 billes. Combien de billes sont à Lali ?
Il y a 16 élèves dans une classes. Aujourd'hui 5 sont absent. Combien d'élèves sont présent ?	Le père de Nino a préparé 15 sablés pour Noël. Ils sont à la vanille et au chocolat. Il y a 8 sablés à la vanille sur la table. Combien il y a-t-il de sablés au chocolat ?
Gigi a acheté 12 boules de cristal dans un magasin. Elle a cassé 4 boules en rentrant chez elle. Combien lui en reste-il ?	Archi avait 67 balles de jonglage. Il a perdu 7 balles. Combien de balles lui reste-t-il ?

Annexe 5 : CAP Maths CE1

<p>Alex et Lisa ont rangé leurs voitures dans un garage de 20 places. Alex a rangé 7 voitures et Lisa a rangé 5 voitures. Combien de places vides y a-t-il dans ce garage ?</p>	<p>Alex a placé son pion sur le repère 24. Puis il l'a avancé jusqu'au repère 31. De combien a-t-il avancé son pion ?</p>
<p>Le pion d'Alex est sur le repère 8. Il veut déplacer son pion sur le repère 20. De combien Alex doit-il avancer son pion ?</p>	<p>Dans la classe de Lisa il y a 11 filles et 15 garçons. Combien il y a-t-il de garçon en plus ?</p>
<p>Situation : un car orange de 65 places et un car bleu de 80 places. Le car bleu a combien de places en plus que le car orange ?</p>	<p>Situation : 10 personnes devant le car bleu de 80 places. Une fois que toutes les personnes seront montées, combien de places vides restera-t-il ?</p>
<p>Moustik a 54 cubes. Lisa demande 30 cubes à Moustik. Combien de cube lui restera-t-il ?</p>	<p>Zag à 64 cubes. Lisa lui demande 23 cubes. Combien de cubes restera-t-il à Zag ?</p>
<p>Situation : 5 fleurs visibles et certaines sont cachées sous une tâche. Alex à fait 8 fleurs. Moustik a fait une tâche sur la feuille. Combien de fleurs y a-t-il sous la tâche ?</p>	<p>Dans un sac il y a 10 billes, des jaunes et des rouges. Il y a deux billes jaunes. Combien de billes rouges y a-t-il ?</p>
<p>Zag a ramassé 15 brindilles pour ses deux nids. Elle a placé 10 brindilles dans le premier nid et les autres dans le second. Combien de brindilles a-t-elle placé dans le second nid ?</p>	<p>Alex a 12 perles, des rouges et des bleus. Il a 8 perles rouges. Combien a-t-il de perles bleues ?</p>
<p>Un sac contient 15 billes, des jaunes et des vertes. Il y a 4 billes jaunes. Combien il y a-t-il de billes vertes ?</p>	<p>Alex et Lisa ont visité une ferme. Alex a pris 15 photos et Lisa 25. Lisa a pris plus de photos qu'Alex. Combien de photos Lisa a-t-elle en plus</p>

Annexe 6 : Archimaths CE1

<p>Le matin Nino part à l'école avec 20 autocollants. Le soir il en a 26. Combien d'autocollants a-t-il gagnés dans la journée ?</p>	<p>Il y a normalement 68 élèves dans l'école mais, aujourd'hui, 44 sont en sortie scolaire. Combien d'élèves sont restés en classe ?</p>
<p>Il y a 74 élèves de CE1 dans l'école. Pour eux, la directrice a acheté 8 boîtes de 10 feutres. Elle donne un feutre à chaque élève de CE1. Combien de feutres reste-t-il ?</p>	<p>Situation : 117 pommes sont représentées. Nino a récolté des pommes. Il en donne 20 à son ami Malik pour faire de la compote. Combien de pommes reste-t-il à Nino ?</p>
<p>Adam a sorti 6 figurines de sa boîte à jouets qui contient 127 figurines. Combien de figurines reste-t-il encore dans la boîte ?</p>	<p>Ensemble Lali et Nino ont 34 feutres. Lali en a 18. Combien de feutres Nino a-t-il ?</p>
<p>La directrice a reçu 34 fichiers pour les élèves de son école. En tout, 68 élèves en ont besoins. Combien de fichier manque-t-il pour que chaque élève en ait un ?</p>	<p>Dans la fanfare du village de Nour, il y a 57 personnes. 32 sont des femmes. Combien d'hommes y a-t-il dans la fanfare ?</p>
<p>Marco a fait un puzzle de 82 pièces. Il en a déjà assemblé 59. Combien de pièces lui reste-t-il à assembler ?</p>	<p>Félix a dans son réservoir 54 litres d'eau pour arroser son potager. Ses plantes n'ont besoins que de 28 litres d'eau. Combien de litres d'eau restera-t-il dans son réservoir après l'arrosage ?</p>
<p>Abel, le bibliothécaire, doit ranger 222 livres. Il en a déjà rangé 66 à leur place. Combien de livres doit-il encore ranger ?</p>	<p>La maman de Rita lui a acheté un dictionnaire à 37€, un cartable à 41€ et une trousse. En tout elle a payé 91€. Combien la trousse coûte-t-elle ?</p>
<p>Aujourd'hui, Matéo a cueilli 15 trèfles à 4 feuilles. En tout, depuis hier, il en a 27. Combien en a-t-il ramassé hier ?</p>	

Annexe 7 : CAP Maths CE2

<p>Sam a 236 timbres. Il utilise 13 dizaines de timbres. Combien de timbres lui reste-t-il ?</p>	<p>Lou a 25€ et veut acheter 8 figurines. Chaque figurine coûte 3€. A-t-elle assez d'argent ? Si oui quelle somme d'argent lui restera-t-il après l'achat ?</p>
<p>Dans cet exercice tu peux faire des échanges de cartes : Situation : dans une boîte il y a 2 cartes 1 centaine ; 3 cartes 1 dizaine ; 5 cartes 1 unité Lou veut prendre 2 cartes 1 dizaine et 7 cartes 1 unité. Que restera-t-il dans la boîte ?</p>	<p>Dans cet exercice tu peux faire des échanges de cartes : Situation : dans une boîte il y a 4 cartes 1 centaine ; 0 carte 1 dizaine ; 6 cartes 1 unité Sam veut prendre 3 cartes 1 centaine et 7 cartes 1 dizaine. Que restera-t-il dans la boîte ?</p>
<p>Situation : une balance avec 67g de farine. Pour faire des crêpes, Sam a besoin de 100g de farine. Combien de grammes de farine doit-il encore ajouter ?</p>	<p>La distance entre Lyon et Valence est de 100km. Un automobiliste, parti de Lyon a déjà parcouru 84km. Combien de km doit-il encore parcourir pour arriver à Valence ?</p>
<p>Le réservoir d'un véhicule peut contenir 100L d'essence. Il ne contient plus que 16L d'essence. Combien de litres d'essence faut-il ajouter pour qu'il soit plein ?</p>	<p>Situation : 3 cartes de 15 points qui sont recouvertes d'un rectangle laissant apparaître quelques points visibles. Les élèves doivent chercher combien de points sont cachés :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Carte 1 : 5 points visibles - Carte 2 : 8 points visibles - Carte 3 : 2 points visibles
<p>Situation : 10 enfants visibles Il y avait 70 enfants. Combien se sont cachés ?</p>	<p>Dans le collège Albert Camus, il y a 565 élèves. 169 sont dans la cour. Les autres sont encore dans les classes. Combien d'élèves sont dans les classes ?</p>
<p>Flip et Pok partent en vacances. Ils ont 528km à parcourir et ils ont déjà fait 254km.</p>	<p>Pour monter à pied au sommet de la tour Eiffel, il y a 1665 marches. Lou a déjà monté 786 marches.</p>

Combien leur reste-t-il de kilomètres avant d'arriver ?	Combien doit-elle encore monter de marches pour arriver au sommet ?
Sam fait un gâteau. Il a besoins de 850g de farine. La balance indique qu'il a déjà versé 584g de farine dans le saladier. Combien de grammes de farine doit encore ajouter Sam pour obtenir la quantité dont il a besoins.	La maîtresse a 144 cahiers dans l'armoire. La directrice lui apporte un carton de cahiers. La maîtresse maintenant 180 cahiers. Combien la directrice lui a-t-elle apporté de cahiers ?
Flip vient de recevoir 50 centimes. Il a maintenant 1 euro et 30 centimes. Quelle somme d'argent avait-il au départ ?	Flip et Sam ont fabriqué chacun un collier. Celui de Flip mesure 35cm et celui de Sam mesure 28cm. De combien de cm le collier de Flip est-il plus long que celui de Sam ?
Le père de Lou a 42 ans. Sa mère a 37 ans. Quelle est la différence d'âge entre le père et la mère de Lou ?	Lou mesure 1m 35cm. Elle mesure 8cm de plus que Sam. Quelle est la taille de Sam ?
Situation : Lou a 35 coquillages Flip à 8 coquillages Sam a 24 coquillages et Pok on ne sait pas. a. Combien de coquillages Lou a-t-elle de plus que Flip ? b. Combien de coquillages Flip a-t-il de moins que Sam ? c. Flip à 32 coquillages de moins que Pok. Combien Pok a-t-il de coquillage ? d. Lou Sam Flip et Pok rassemblent tous leurs coquillages. Combien leur manque-t-il de coquillages pour obtenir 150 ?	Situation : deux enveloppes qui contiennent chacune une carte rouge avec un nombre et une carte blanche avec des pointillés. - Enveloppe 1 : 25 - Enveloppe 2 : 29 Trouve le nombre manquant sur les deux cartes blanches pour que la somme des 2 cartes de chaque enveloppe soit égale à 50.
Samedi 280 adultes assistent à une séance de cinéma. Il y a 150 adultes de plus que d'enfants. Combien d'enfants assistent à la séance ?	Lou pèse 35 kg. Lou et Flip pèsent ensemble 60 kg. Sam et Flip pèsent ensemble 65kg. Trouve le poids de Sam.

Annexe 8 : Archimaths CE2

<p>Un spectacle doit être joué 85 fois. 43 représentations ont déjà eu lieu. Combien de représentation doivent encore être jouées ?</p>	<p>Dans une salle de spectacle, il y a 64 chaises. Aujourd'hui, 90 spectateurs sont présents. Combien de chaises manque-t-il pour que les spectateurs soient tous assis ?</p>
<p>Dans l'aquarium de l'école, il y a 26 poissons rouges, 31 poissons noirs, 17 poissons blanc et des poissons jaunes. Il y a 88 poissons en tout. Combien il y a-t-il de poissons jaunes dans l'aquarium.</p>	<p>Nino possède 42 BD, 63 figurines et 56 peluches.</p> <ol style="list-style-type: none"> Il a prêté 8 BD à Lali. Combien de BD lui reste-t-il ? Il ne retrouve que 47 figurines. Combien en a-t-il perdues ? Il donne 18 peluches. Combien de peluches lui restera-t-il ?
<p>Une roue de vélo comporte 64 rayons. 48 sont en bon état, les autres doivent être remplacés. Combien de rayons faut-il remplacer ?</p>	<p>L'hippocampe bleu a donné naissance à 28 petits et l'hippocampe jaune à 17 petits. Combien d'hippocampes bleus de plus que d'hippocampes jaunes sont-ils nés ?</p>
<p>Anaé pèse 36kg. Elle pèse 4kg de moins que Louis. Combien de kilogrammes pèse Louis ?</p>	<p>Mei mesure 1m 30cm. Elle mesure 15 cm de plus que Zélie. Combien de centimètres mesure Zélie ?</p>
<p>Un train part de Strasbourg avec 695 voyageurs à bord. A Metz, 241 voyageurs en descendent. Combien de voyageurs reste-t-il dans le train ?</p>	<p>Nino va acheter une trottinette électrique qui coûte 114€. Il possède 325€. Combien lui restera-t-il d'argent ?</p>
<p>Camille a pris le car pour aller à Versailles à 446km de chez elle. Elle fait une pause à 214km. Combien de km lui reste-t-il à parcourir ?</p>	<p>Archi a 124 billes. Nino a 145 billes de plus qu'Archi. Lali a 121 billes de moins que Nino. Combien de billes a chaque enfant ?</p>

<p>Une salle de concert contient 630 places. 459 places sont occupées. Combien y a-t-il de places libres ?</p>	<p>Le dauphin du grand aquarium a besoins de vitamines. Le vétérinaire a préparé une boisson dans un biberon spécial qui peut contenir 2L. Le dauphin a déjà bu 180cL. Quel volume de boisson reste-t-il dans le biberon ?</p>
<p>Pendant les vacances, la famille de Lali a parcouru 1546km. Le compteur de la voiture indique maintenant 9642 km. Combien le compteur indiquait-il avant le départ en vacances ?</p>	<p>Cette année, il y a eu 8606 visiteurs au musée de la ville. C'est 2714 visiteurs de plus que l'année dernière. Combien y avait-il eu de visiteurs l'année dernière ?</p>

Résumé

Mots clefs : soustraction, sens de la soustraction, types de problèmes, apprentissage, énoncé

Résumé Français

La soustraction est une opération qui a plusieurs sens qui sont mis en évidence dans les divers types de problèmes présentés dans la classification de Vergnaud. Ces sens sont « enlever », « aller à » et « écart ». Les nombres qui sont mis en jeu dans l'énoncé d'un problème ainsi que différents mots permettent d'induire un sens spécifique de la soustraction qui sont « donne », « perd » et d'autres synonymes pour le sens « enlever » ; « ajouter », « encore » ... pour le sens « aller à » et « plus », « gagner » ... pour le sens « écart ». L'apprentissage de ses sens est important pour pouvoir les utiliser le plus efficacement possible dans la résolution de problème.

Résumé Anglais

Subtraction is an operation that has several meanings that are highlighted in the various types of problems presented in the Vergnaud classification. These meanings are "remove", "go to" and "gap". The numbers that are involved in the statement of a problem as well as different words induce a specific meaning of subtraction that are "gives", "loses", and other synonyms for the meaning "remove"; "add", "still"... for the meaning "go to" and "more", "win" ... for the meaning "gap". Learning its senses is important to be able to use them as effectively as possible in problem solving.