HAL
open science

Comment les activités de manipulation des unités de numération proposées autour d'un album à compter permettent-elle de renforcer l'apprentissage de la numération écrite décimale positionnelle ?

Lisa Maury

To cite this version:

Lisa Maury. Comment les activités de manipulation des unités de numération proposées autour d'un album à compter permettent-elle de renforcer l'apprentissage de la numération écrite décimale positionnelle ?. Education. 2021. dumas-03356925

HAL Id: dumas-03356925

https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-03356925v1

Submitted on 28 Sep 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Comment les activités de manipulation des unités de numération proposées autour d'un album à compter permettent-elle de renforcer l'apprentissage de la numération écrite décimale positionnelle ?

Lisa Maury

Institut national supérieur du professorat et de l'éducation
Académie de Lille
Hauts-de-France

MASTER 2 MEEF

Métiers de l'Enseignement, de l'Education et de la Formation

Mention **Premier degré**

Année universitaire 2020 - 2021

DOSSIER UE3 UE5
SEMESTRE 4
SESSION 1

Prénom et Nom de l'étudiant : Lisa Maury

Site de formation : Arras
Section : 7
Nom de l'enseignant : CHENEVOTOT / DEMURO

Direction
365 bis rue Jules Guesde – BP 50458 – 59658 Villeneuve d'Ascq cedex
inspe-lille-hdf.fr / 03 20 79 86 00

SOMMAIRE

Introduction : Présentation générale du mémoire 1
1. Des questions professionnelles à la problématique choisie 2
2. Recherche de documents 4
   a. La construction du nombre 4
   b. Le système de numération décimal positionnel écrit 6
   c. Les albums à compter 8
3. Présentation de la problématique 10
   a. Question générale 10
   b. Sous-questions 11
   c. Hypothèses 11
4. Méthodologie de recueil de données 12
   a. Dispositif à mettre en place 12
   b. Données recueillies 12
5. Méthodologie de traitement des données 14
   a. Traitement des données 14
      L'analyse a priori 14
      L'analyse a posteriori 18
   b. Résultats 40
Conclusion 42
Bibliographie
Annexes
   Annexe 1 : La séquence pédagogique
   Annexe 2 : fiches de préparation des séances
   Annexe 3 : Analyse a priori
   Annexe 4 : matériel multibase des pingouins
   Annexe 5 : compteur de pingouins
   Annexe 6: droite graduée des pingouins
   Annexe 7 : Pages de l'album photocopiées en séance 1.
   Annexe 8 : Page de l'album servant à illustrer un rangement possible des pingouins en séance 3 et polycopié des élèves de rangement des pingouins dans la maison.
   Annexe 9 : Pages de l'album servant de support à la séance 4 et polycopié des élèves de rangement des pingouins dans la maison.
   Annexe 10 : évaluations

Introduction : Présentation générale du mémoire

J'ai choisi pour thématique de mémoire la construction du nombre avec les albums à compter. Cette thématique s'ancre particulièrement dans le domaine « nombres et calcul ». En effet, construire le nombre suggère pour l'enfant la compréhension des différentes fonctions de celui-ci, en particulier de ses composantes ordinale et cardinale, ainsi que l'appropriation du système de numération écrite décimale de position ; ce sont des préalables nécessaires et indispensables à la mise en place de techniques opératoires conventionnelles par exemple.

Cette thématique me fait porter un intérêt plus particulier pour le cycle 2, d'autant plus que je suis fonctionnaire stagiaire en classe de CE1/CE2. Je m'attacherai donc à étudier plus particulièrement des albums à compter permettant de construire le système de numération décimal positionnel écrit puisqu'il s'agit d'un apprentissage majeur du cycle 2.

De manière plus générale, je m'intéresse à la construction du nombre chez le jeune enfant de par mon parcours universitaire, durant lequel j'ai pu avoir des cours de cognition mathématique (Licence 2 en orthophonie). J'ai alors pris conscience du lien étroit qui liait les apprentissages numériques au développement psycho-cognitif. C'est donc cette corrélation que l'on peut créer entre la psychologie et la didactique des mathématiques qu'il me semble pertinente de creuser.

A ces premières connaissances se sont ajoutées mes expériences de stage. Effectivement, durant mes trois stages du premier semestre de master 1 (en classes de PS/MS, CP et CM2), j'ai pu assister (et même participer) à des séances de mathématiques traitant de la décomposition/recomposition de nombres. De cette façon, j'ai entrevu le caractère complexe de la construction du nombre. Contrairement à ce que l'on peut penser, il s'agit d'un apprentissage qui n'est pas inné, qui met du temps à être acquis, et qui nécessite continuité et progression tout au long des cycles 1 et 2. Aussi, durant mon stage en CP, l'enseignante utilisait la « méthode de Singapour ». Cette dernière se définit comme étant une approche des mathématiques par la modélisation, le concret-imagé-abstrait et la verbalisation. L'enseignante avait alors évoqué l'intérêt de l'histoire, du scénario afin de construire des situations

mathématiques. Par la suite, j'ai eu l'occasion de lire *Premiers pas vers les maths* de R. BRISSIAUD (2007), ouvrage que j'ai pu exploiter en stage de cycle 1. L'enseignant s'appuyait alors sur les recommandations pédagogiques de l'auteur concernant le comptage-dénombrement, ce qui m'a permis d'en saisir la pertinence et d'expérimenter moi-même cette façon d'enseigner le nombre.

Cela m'a fait me poser la question sur les types d'activités à proposer aux élèves afin de favoriser une construction numérique juste. Plus particulièrement, je me suis interrogée sur l'intérêt du cadrage de l'activité : mise en place d'un scénario, d'une histoire, d'un contexte autour de l'activité numérique, ainsi que la place de la verbalisation dans l'apprentissage. Cette réflexion m'a amenée à me pencher sur l'utilisation qui pouvait être faite, dans cette dynamique, de l'album à compter. En effet, il semblerait que ce dernier puisse être un support propice à l'instauration d'activités numériques.

1. Des questions professionnelles à la problématique choisie

Dans un premier temps, ce projet s'élabore à partir de mes connaissances initiales concernant la construction du nombre. Le jeune enfant est confronté dès sa naissance aux nombres dans son environnement. Toutefois, leur appréhension n'est pas innée. Elle nécessite un apprentissage et un étayage soutenu. L'école maternelle permet alors d'organiser les premiers apprentissages numériques. Un objectif du cycle 1 est de faire découvrir aux élèves les fonctions du nombre, et pour cause, il s'agit d'une appropriation complexe. Tout déficit dans les premiers apprentissages du nombre est source de difficultés persistantes en mathématiques. Toutefois, avec les plus jeunes (cycle 1), on ne vise pas un apprentissage formel, c'est-à-dire purement théorique, décontextualisé et qui ne ferait pas forcément sens ; c'est ainsi que l'on retrouve de nombreux albums dits « à compter » dans les bibliothèques des écoles. L'idée est d'aborder la complexité numérique en douceur en détournant l'outil qu'est l'album de son usage premier, à des fins mathématiques. A l'école élémentaire, l'enseignement mathématique se formalise progressivement. La construction du nombre s'élabore désormais grâce aux apprentissages sur la numération écrite et orale avec la mise en place du système décimal positionnel écrit. La difficulté repose sur la coexistence des deux systèmes de numération, à savoir d'une part le

système écrit décimal et positionnel et d'autre part le système oral additif et multiplicatif. Là encore, il existe de nombreux albums traitant plus ou moins explicitement de ces deux systèmes. Ces fondements permettent par la suite aux élèves de s'initier aux techniques de calcul, lesquelles ne peuvent être assimilées sans un rapport solide à ce qui définit le nombre, mais permettent aussi de consolider davantage le nombre en retour.

Partant de mes connaissances initiales, je me suis alors posée les questionnements suivants :

- *Qu'est-ce qu'un album à compter ? Y'a-t-il différents types d'albums mathématiques ? A qui s'adressent-ils ? Comment les choisir ?*
- *Quels sont les apports de l'utilisation d'un album en mathématiques ? Pour quels apprentissages numériques les utiliser ? Pourquoi les utiliser ? En quoi l'album permet-il de concrétiser l'apprentissage, de mettre en situation ?*
- *Quelles sont les modalités d'utilisation de tels albums pour faire des mathématiques ? A partir de quel âge et jusqu'à quel âge peut-on les utiliser ? Quand les utiliser ? Comment les exploiter ?*
- *Quelles sont les limites à l'emploi de ces albums ? Quand et comment institutionnaliser les connaissances travaillées avec les albums à compter ?*

Parmi ces questions, certaines peuvent trouver rapidement réponse par la consultation de ressources adaptées. Il s'agit en particulier des questions portant sur la définition des albums à compter. De même, certaines questions quant aux modalités d'utilisation peuvent être élucidées facilement à l'aide d'ouvrages ou de revues pédagogiques.

En revanche, d'autres interrogations demandent davantage de réflexion. C'est le cas des questions portant notamment sur la détermination des apports et des limites des albums en mathématiques, auxquelles s'ajoute le questionnement à propos de l'exploitation possible de l'album.

2. Recherche de documents

a. La construction du nombre

Afin de mieux percevoir la portée de mon questionnement au travers des enseignements mathématiques inculqués à l'école primaire, il m'a fallu consulter les ressources officielles à ma disposition.

Une première étape a donc été de convoquer les programmes d'enseignement actuels, à savoir le *Bulletin Officiel du 26 mars 2015* concernant le cycle 1, et le *Bulletin Officiel du 26 novembre 2015*, concernant les cycles 2 et 3, tous deux réactualisés en 2020. Ceux-ci m'ont permis d'éclairer la progressivité des apprentissages pour construire le nombre. Ainsi, en cycle 1, les élèves doivent « découvrir les nombres et leur utilisation » : connaissance des petits nombres, principes ordinal et cardinal, suite orale des mots-nombres, dénombrement, écriture des chiffres. En cycle 2, les élèves « consolident leur connaissance des nombres entiers » : différentes désignations des nombres (écrit/oral), compositions/décompositions fondées sur des propriétés numériques, décompositions en unités de numération. Enfin, le cycle 3 vise l'étude des grands nombres permettant d'enrichir le système de numération, le tout au service du calcul. Aussi, les nombres entiers sont complétés pas les nombres décimaux et les fractions ; les connaissances sur les entiers se doivent donc d'être solides.

Je me suis alors fortement penchée sur les recherches et théories rassemblées par R. BRISSIAUD au sein de deux de ses livres, à savoir, *Premiers pas vers les maths, les chemins de la réussite l'école maternelle* (Brissiaud, 2007) et *Apprendre à calculer à l'école, les pièges à éviter en contexte francophone* (Brissiaud, 2013). Ces derniers sont en continuité l'un de l'autre, puisque le premier interroge sur la meilleure façon de faire adhérer les jeunes élèves de maternelle au concept de nombre et le second démontre en quoi l'apprentissage du calcul à l'école élémentaire est dépendant de premières conceptions numériques justes et correctement établies. Brissiaud croise ici les recherches et études de divers auteurs afin de démêler les pratiques éducatives pertinentes (l'appui sur la compréhension de ce qu'est le nombre et

comment il se construit) et celles à proscrire (un apprentissage « par cœur » et dénué de sens de la comptine numérique et des techniques opératoires). Il met alors en évidence que le sens que l'on donne aux premières rencontres avec les nombres pour les jeunes élèves est primordial quant à la continuité des apprentissages numériques. Ces deux livres suggèrent des pédagogies à employer avec les élèves, en particulier l'importance de l'appui sur un contexte à leur portée et l'explicitation d'un système logique sous-jacent organisant les nombres (fonctions ordinale et cardinale et système décimal positionnel écrit). Dans le cas de mon projet de mémoire, cela m'oriente vers l'emploi de certains albums à compter plutôt que d'autres, en fonction des compétences numériques qu'ils vont permettre de développer chez les élèves. Puisque je me situe en cycle 2, il est pertinent de m'orienter vers un album favorisant la construction du système décimal positionnel de la numération écrite plutôt que vers un album recensant uniquement les nombres de 1 à 100 dans l'ordre par exemple. L'album que j'ai choisi, *365 pingouins*, va bien dans ce sens puisque l'histoire qu'il raconte me permettra d'induire des activités favorisant la construction des trois premières unités de numération (unité, dizaine, centaine).

Enfin, ces diverses lectures m'ont sensibilisée au lien étroit qui unit la construction du nombre au développement psycho-cognitif de l'enfant. De ce fait, j'ai effectué une dernière lecture me permettant d'éclaircir le long cheminement de l'enfant dans sa découverte numérique : *La conquête du nombre et ses chemins chez l'enfant* par J. BIDEAUD, H. LEHALLE et B. VILETTE (2004). Ce livre recueille des données scientifiques relevant en partie des domaines de la psychologie développementale. Il met en lumière les différentes composantes qui entrent en jeu dans la construction du nombre chez l'individu. Celle-ci démarre par des conduites pré-numériques pour aller jusqu'à l'investissement d'ensembles de nombres nouveaux (autres que les entiers naturels). L'idée générale qui se dégage de ce livre, c'est que le nombre se construit selon ce que l'on fait de lui : il se retrouve impliqué tout au long de la vie dans diverses expériences et contextes, ce qui permet à l'enfant de lui conférer certaines propriétés et de tisser des liens logiques entre celles-ci. Ces propriétés se doivent d'être sollicitées, utilisées, et intégrées dans des activités multiples afin de s'organiser en acquis qui seront à leur tour réorganisés au cours du développement logico-mathématique de l'enfant. Ainsi il incombe à l'enseignant, via des incitations éducatives et la proposition de contextes d'apprentissages variés et adaptés, de faire émerger les propriétés numériques permettant aux élèves de construire le concept de nombre. Les auteurs parlent d'un parcours alternant contextualisation,

décontextualisation et recontextualisation. L'utilisation de l'album à compter comme support pédagogique est donc pertinente, peu importe le cycle, tant qu'elle s'ancre dans cette perspective de proposer des situations d'apprentissage en adéquation avec l'idée de provoquer une évolution cognitive chez l'élève. Ainsi, l'album *365 pingouins* devrait me permettre d'offrir un contexte concret d'utilisation des nombres pour les élèves dans un premier temps (en s'appuyant sur l'histoire de l'album). Toutefois, les compétences ne seront acquises que si les élèves sont capables de les mobiliser à nouveau en dehors du contexte initial. Enfin, les compétences acquises seront à nouveau remises en contexte au service de la construction de nouvelles compétences (par exemple, dans le cas de l'album choisi, on commence par les unités, utiles pour aborder la dizaine, le tout étant finalement utile pour aborder la centaine). On évolue alors dans une dynamique spiralaire des apprentissages.

b. Le système de numération décimal positionnel écrit

Puisque mon mémoire porte plus précisément sur la construction du système de numération écrit en CE1, j'ai consulté la ressource de l'éducation nationale sur le nombre au cycle 2 par le SCEREN CNDP-CRDP (MEN, 2012). Celle-ci identifie cinq étapes incontournables pour travailler la numération. Tout d'abord, les situations d'échange permettent de travailler l'écriture chiffrée du nombre à travers le principe décimal (un contre dix) et le principe positionnel. Ensuite, les situations de groupements permettent d'apprendre à organiser une collection de manière à la dénombrer plus facilement. On oriente alors les élèves vers les groupements par paquets de dix, propres à notre système de numération décimal. Ces deux premières situations permettent d'amener la troisième qui est de repenser les groupements par rapport aux échanges (nombre d'unités, dizaines, centaines…) ; on est alors sur des activités types problèmes utilisant les connaissances sur le système de numération. Un autre type de situation à travailler est celui impliquant l'algorithme de notre suite numérique, puisque cette dernière se construit sur un système répétitif logique. On utilise alors généralement des outils tels que des abaques, des compteurs ou même la droite numérique. Enfin, la dernière situation se base sur la comparaison entre les systèmes de numération oral et écrit, l'objectif étant de permettre à l'élève de passer d'une désignation à l'autre aisément. De cette façon, on peut faire le postulat qu'une séquence d'apprentissage pertinente sur notre système de numération écrit

engage l'élève dans ces cinq types de situation. Il s'agit donc d'une ressource très intéressante pour appuyer la construction de ma séquence.

Suite à cela, j'ai lu l'ouvrage *Comptes pour petits et grands, pour un apprentissage du nombre et de la numération fondé sur la langue et le sens*, volume 1, écrit par S. BARUK (2003). Ici, il est davantage question de l'accès à la numération. L'auteur nous propose un cheminement permettant aux élèves de cycle 2 de comprendre et d'intégrer notre système de numération décimal positionnel, le tout par un apprentissage fondé sur l'articulation entre les désignations orales et écrites des nombres. Un document de l'Education Nationale, *le guide pour les mathématiques. Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP* (MEN, 2020), aborde également cette question. Il précise les principes propres à chacun des systèmes de numération (écrit et oral). Ainsi, on pourrait aborder l'un et l'autre en s'attachant à la dizaine et au nombre « dix » et dénombrer soit par la connaissance orale du nom des nombres soit par la connaissance écrite des nombres en chiffres, sans pour autant maîtriser les deux désignations à la fois. Cette pluralité des façons de désigner le nombre suggère un certain positionnement à tenir quant à l'exploitation d'albums à compter. Certains choix d'albums et d'activités seront plus judicieux que d'autres selon le degré de compréhension des systèmes de numération écrit et oral acquis par les élèves. L'album *365 pingouins* permettra ainsi d'aborder l'unité, la dizaine puis la centaine tout en cernant les liens qu'entretiennent entre elles chacune de ces unités de numération. Du point du vue de la désignation des nombres, l'album choisi permettra davantage de cerner l'écriture chiffrée des nombres et les règles de position qui la régissent.

Justement ces choix d'approche ont été confirmés par mes lectures suivantes. En effet dans l'article « *Composer et décomposer : un révélateur de la compréhension de la numération chez les élèves* » F. TEMPIER (2016) estime que l'enjeu majeur de l'enseignement de la numération écrite est la construction du lien entre les unités de numération. Il précise qu'une séquence d'apprentissage de la numération doit présenter des cas variés de composition/décomposition, permettant ainsi aux élèves de fonder leurs techniques de composition à la fois sur le rang de l'unité de numération, la présence ou non d'une unité, et du fait que chaque rang d'unité ne peut contenir qu'un seul chiffre. De cette façon, ma séquence prévoira comme l'auteur le préconise « des temps de rencontre entre les différentes unités de numération » (Tempier, 2016, p. 84).

Dans un autre article, « *une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2* » TEMPIER (2010) insiste encore une fois sur l'avantage donné à l'apprentissage du principe positionnel de la numération écrite dans le programme en vigueur en 2008 et donc les manuels correspondants. Cet article réaffirme la nécessité d'aborder le principe décimal de la numération écrite via des exercices de groupement de quantités. Ces lectures me permettent donc d'orienter mes choix pédagogiques concernant la structure de ma séquence d'apprentissage qui devra impérativement rendre compte conjointement des deux aspects de la numération écrite : l'aspect décimal avec les groupements d'unités de numération sur la base dix et l'aspect positionnel avec la position de chacune des unités de numération.

c. Les albums à compter

Dans un premier temps, j'ai lu plusieurs articles issus de revues scientifiques. Ces articles m'ont permis d'élaborer une première définition de ce à quoi correspond l'album en mathématique.

Ainsi, A. PIERRARD (2003, p.7) définit le livre à compter comme « tout livre qui induit l'usage du nombre pour dénombrer mais aussi pour calculer », tandis que D. VALENTIN (1992, p. 11) propose d'abord une définition large (rejoignant celle de PIERRARD), suivie d'une définition plus restreinte (incluant la notion de présentation d'une collection dans un certain ordre) : livres « qui présentent des collections (et leur nombre d'éléments) dans l'ordre, croissant (ou décroissant), chaque nouvelle page ou double page correspondant à une collection ayant un élément de plus (ou de moins) que la précédente ». Ainsi, les objectifs pédagogiques diffèrent en fonction du positionnement pris sur la définition de l'album à compter. Ces deux articles donnent alors des critères de caractéristiques à prendre en compte dans le choix des livres à exploiter et listent les différents prolongements mathématiques possibles à partir de ceux-ci. A ces articles s'ajoute celui de A. CAMENISCH & S. PETIT (2006) qui insiste sur le croisement entre les univers linguistique et mathématique des albums à compter. Il ne faut donc pas négliger l'aspect littéraire dans le choix de ces albums, puisque c'est celui-ci qui sera mis au service de l'enseignement mathématique à travers une mise en scène ayant pour objectif de favoriser la compréhension du nombre et de la numération. C'est pourquoi mon choix se positionne davantage sur un album à compter suivant la définition large de PIERRARD et

VALENTIN. Il me semble plus pertinent d'utiliser un album de littérature de jeunesse faisant appel aux nombres dans le cadre d'un récit, afin de concrétiser le nombre.

Afin d'effectuer un choix éclairé d'album à compter à exploiter, on peut alors se tourner vers de nombreux sites institutionnels tels qu'*Eduscol* ou divers sites académiques, proposant des listes de références d'albums à compter et même des pistes d'exploitation de ceux-ci : mémorisation de la suite numérique, décomposition/recomposition, principes cardinal et ordinal, calcul, résolution de problèmes… J'ai ainsi recensé plusieurs listes d'albums en lien avec les apprentissages mathématiques sur les sites académiques de Paris et Versailles notamment, dont les URL sont disponibles en bibliographie de ce dossier. A cela s'ajoute la liste d'ouvrages recensés dans le *Séquence doc* « enseigner les mathématiques » (novembre 2019) produit par les BU de l'INSPE de l'Académie de Lille – Hauts-de-France. C'est ainsi que j'ai pu découvrir l'album que je vais finalement exploiter : 365 pingouins de J.L. FROMENTAL et J. JOLIVET (2006). Cet album est mentionné dans plusieurs des listes que j'ai citées ; son utilisation est particulièrement axée autour de la résolution de problèmes. Toutefois, il me semble que cet album offre également des possibilités d'exploitation autour du système de numération décimal positionnel écrit. En effet, les illustrations et l'histoire présentent des collections de pingouins croissantes, permettant d'aborder les unités, dizaines et centaines.

Enfin, j'ai consulté deux ouvrages pédagogiques dans le but de découvrir des pistes d'exploitation d'album à compter. Le premier est le manuel *Découvrir les quantités et les nombres avec des albums* de M. GUITTON, A. VOUHE et S. RENAULT-GIRARD (2008). Ce manuel se base sur le postulat que l'histoire, la mise en scène littéraire, sont des vecteurs d'apprentissage pour mieux comprendre les notions mathématiques. A cet effet, il propose sept exploitations d'albums littéraires pouvant servir l'enseignement des mathématiques en cycle 1. L'objectif est de proposer des démarches utilisant l'histoire pour mieux comprendre les mathématiques et les mathématiques pour mieux comprendre l'histoire. Toutefois, il faut garder un certain recul en regard des compétences visées puisque celles-ci sont établies à partir des programmes de 2008. Bien que je ne sois pas en charge d'une classe de cycle 1, cet ouvrage me semble pertinent du point de vue des pistes d'exploitation données. En effet, ce manuel détourne les albums de leur fonction littéraire, y trouvant alors un prétexte aux emplois mathématiques.

De cette façon les activités mathématiques proposées ont pour fil conducteur l'histoire racontée par l'album. L'apprentissage se fait en contexte afin de donner du sens à la notion étudiée.

J'ai ensuite consulté l'ouvrage *J'apprends les maths PS, l'album 1 2 3* écrite par R. BRISSIAUD et P. MALAUSSENA (2005). Cette fois, on est sur un manuel pour l'élève, ce qui m'a permis de comparer l'album à compter, issu de la littérature de jeunesse, tel que je l'ai décrit précédemment, à l'album à compter créé spécifiquement dans un but mathématique. Ce livre a en effet été pensé pour construire le système des trois premiers nombres chez les élèves de petite section à travers des pages interactives, mettant en parallèle des collections d'objets, et leur codage en configurations numériques et chiffrées. Cet outil s'appuie sur les recherches scientifiques du même auteur (R. BRISSIAUD) quant aux façons les plus appropriées d'accéder au concept de nombre : via des décompositions/recompositions et différentes représentations du nombre (chiffres, constellations de dés ou de doigts…). Certes, cet album est dédié à des élèves de petite section qui construisent le nombre, toutefois l'approche par les différentes représentations du nombre se veut également pertinente dans la construction du système de numération décimal positionnel au cycle 2. Ici, on a un ouvrage déjà prêt à l'emploi pour l'élève ce qui ne sera pas le cas de l'album que j'exploiterai pour ma recherche. Cette référence me permet de prendre du recul quant à l'utilisation de l'album à compter pour l'apprentissage des mathématiques : il ne peut pas être utilisé tel quel puisqu'il n'a pas été conçu à cet usage. En tant qu'enseignant, il faut provoquer l'apprentissage en proposant les activités adaptées afin d'amener les élèves vers les notions mathématiques. Ceci implique donc un aménagement de l'album afin de le rendre exploitable d'un point de vue mathématique et selon l'objectif visé.

3. Présentation de la problématique

a. Question générale

Suite aux premières questions que je m'étais posées autour de la thématique choisie, et d'après mes diverses recherches exposées dans la partie précédente, j'ai décidé de proposer un mémoire traitant la problématique suivante :

Comment les activités de manipulation des unités de numération proposées autour d'un album à compter permettent-elle de renforcer l'apprentissage de la numération écrite décimale positionnelle ?

b. Sous-questions

Cette problématique peut être détaillée en plusieurs questionnements qui faciliteront la recherche d'une réponse :

- *Quels sont les apports de l'album pour renforcer le système décimal positionnel de la numération écrite ?*
- *Quels sont ses limites ?*
- *Pour quels aspects de la numération écrite l'emploi de l'album est-il le plus pertinent (aspect décimal ou aspect positionnel) ?*
- *Comment l'album peut-il renforcer l'apprentissage de la numération décimale positionnelle écrite ?*

Toutes ces questions pourront constituer des axes de réponse à la problématique posée initialement.

c. Hypothèses

Ainsi, mon mémoire a pour objectif de valider ou invalider une première hypothèse : *si l'on enseigne le système décimal positionnel de la numération écrite à l'aide d'un album à compter, alors les élèves vont renforcer leur compréhension de ce concept mathématique.*

En effet, on peut effectuer le postulat suivant, et formuler une deuxième hypothèse : *l'utilisation de l'histoire de l'album à compter permet de contextualiser les notions mathématiques en jeu.*

On peut également supposer, notre troisième hypothèse, qu'*un album à compter mettant en œuvre de grandes collections d'objets (ici des pingouins) présente du potentiel pour l'apprentissage de la numération écrite.*

4. Méthodologie de recueil de données

a. Dispositif à mettre en place

Afin de répondre à ma problématique, je propose la mise en place d'une séquence d'enseignement sur la numération décimale positionnelle écrite, se basant sur l'exploitation d'un album à compter, à savoir *365 pingouins* de J.L. FROMENTAL et J. JOLIVET. Cette séquence sera proposée en remédiation à un groupe de besoin pour mes élèves de CE1 et sera filée sur plusieurs semaines durant la période 3 de l'année.

La séquence que je propose s'articule autour des attendus des programmes du cycle 2 de 2020 « comprendre et utiliser les nombres entiers pour dénombrer, ordonner, repérer, comparer » et « nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers ». Ainsi, les objectifs visés sont les suivants : organiser des collections par des groupements en dizaines et centaines, et s'approprier les principes décimal et positionnel de notre système de numération écrit. Cette séquence se compose de 6 séances (annexe 1) et de trois évaluations afin de rendre visible l'évolution des compétences des élèves.

b. Données recueillies

Partant sur ce dispositif, les données recueillies seront tout d'abord la fiche de préparation de la séquence (annexe 1), ainsi que le détail des séances prévues (annexe 2). Toutefois, cela ne sera pas suffisant pour attester de l'efficacité de celles-ci quant à ma problématique. Il faut donc envisager de proposer aux élèves des évaluations à plusieurs moments de la séquence : une évaluation diagnostique avant, une évaluation formative au cours de la séquence, et une

évaluation sommative à la fin. Cela permettra de saisir la pertinence ou non de l'utilisation de l'album dans les apprentissages mathématiques ciblés.

Dans un premier temps, les données recueillies suite à la mise en place des séances seront quantitatives. Je vais effectivement quantifier les procédures utilisées par mes 8 élèves de CE1 lors de chaque activité. Ces premières données me permettront alors d'analyser l'évolution des procédures employées par les élèves au fil de la séquence, leurs difficultés initiales et les résolutions ou non de celles-ci.

Dans un second temps, le recueil de données s'établira également de façon qualitative. Cette fois, il s'agira de s'attacher à certaines procédures d'élèves en difficulté. Il sera alors intéressant de voir l'évolution de ces élèves au fil de la séquence afin d'établir l'efficacité des activités proposées. Je vais donc suivre plus particulièrement une élève (qui présentait de grandes difficultés avant la réalisation de la séquence) lors de chaque activité et des trois évaluations. Pour certaines activités, les procédures d'autres élèves seront également étudiées plus ponctuellement pour apporter d'autres éclairages.

Tout d'abord, la première séance sera consacrée à la découverte de l'album, elle donnera le contexte dans lequel s'établiront les séquences suivantes. L'objectif sera donc de motiver les élèves pour la séquence. Une évaluation diagnostique sera également réalisée. La deuxième séance permettra de revoir la notion de dizaine. Les élèves devront organiser des collections avec des groupements de dix et également en dénombrer le cardinal. La troisième séance sera aussi consacrée à la dizaine. Cette fois, il s'agira de comprendre le lien qui unit dix unités à une dizaine via des échanges. C'est suite à cette séance qu'interviendra une évaluation formative afin de cerner où en sont les élèves dans leurs apprentissages, ce qui me permettra de réajuster mon enseignement si nécessaire. Le cheminement pour aborder la centaine sera semblable à celui ayant mené à la compréhension de la dizaine. En effet, la séance quatre aura pour objectifs de dénombrer des collections organisées avec des groupements de cent et d'échanger dix dizaines contre une centaine. La cinquième séance visera plus spécifiquement la compréhension du principe positionnel du système de numération écrit. Enfin, la dernière séance permettra de réinvestir les connaissances et compétences acquises au service de la résolution de problèmes

mettant en jeu les principes de la numération. La séquence se clôturera par l'évaluation sommative qui permettra de conclure sur l'évolution de la maîtrise des notions par les élèves au terme de cette séquence de remédiation.

5. Méthodologie de traitement des données

a. Traitement des données

Les données recueillies auront pour but de répondre à ma problématique, à savoir que les activités de manipulation des unités de numération proposées autour de l'album à compter permettraient de renforcer l'apprentissage de la numération écrite décimale positionnelle.

L'analyse a priori

Les premières données recueillies concernent les séances mises en place au cours de la séquence (données recueillies sous forme de tableau en annexe 3).

La première séance est un peu particulière. Elle est destinée à la découverte de l'album à compter, il n'y a donc pas de notion mathématique directement en jeu. Il s'agit surtout pour les élèves de comprendre la problématique de l'histoire racontée par l'album, et qui sera tout l'enjeu de la séquence : il y a un trop grand nombre de pingouins et il faut trouver un moyen de les organiser. A ce stade de la séquence, les élèves ne sont pas amenés à exploiter des procédures mathématiques. Il s'agit essentiellement de susciter leur intérêt et leur motivation en donnant un contexte concret et ludique aux apprentissages numériques qui vont suivre.

Lors de la séance 2, une première activité de recherche individuelle aura pour objectif de dénombrer les 31 pingouins puis les 61 pingouins sur deux pages de l'album. Les élèves auront chacun une reproduction polycopiée de ces deux pages de l'album (annexe 7). On peut alors

envisager plusieurs procédures que les élèves pourraient utiliser : compter les pingouins en utilisant la comptine numérique oralement ou dans leur tête (à savoir que cette technique est peu efficace car on risque de compter plusieurs fois les mêmes pingouins ou d'en oublier), compter les pingouins en les barrant au fur et à mesure sur l'illustration photocopiée, compter les pingouins en les numérotant sur l'illustration même (à ce moment-là on utilise le cardinal du dernier pingouin compté comme réponse) ou enfin, regrouper les pingouins par groupes de dix en les entourant sur leur feuille afin de compter les dizaines et les unités restantes. C'est cette procédure qui est visée. Une procédure intermédiaire serait de faire des paquets de pingouins de même taille mais autre que dix.. Ainsi, les difficultés que peuvent rencontrer les élèves sont de repérer les pingouins déjà comptés de ceux qui ne le sont pas encore sur la feuille, ne pas oublier de nombre dans la comptine numérique s'ils choisissent le comptage-numérotage. Si les élèves produisent la procédure attendue en constituant des paquets de 10, ils peuvent réaliser les paquets sans pour autant savoir comment s'en servir pour dénombrer la collection par la suite. Ici, la principale variable didactique permettant d'alléger ou d'alourdir la tâche est la taille de la collection de pingouins à dénombrer. Une variable secondaire concerne la disposition de la collection sur la feuille (éloignement des pingouins entre eux qui favorise ou limite certaines procédures évoquées précédemment).

Pour la séance 3, l'activité proposée aux élèves est d'organiser une collection de 41 pingouins, puis 52 pingouins en dizaines et unités. Pour cela, ils disposent du matériel de numération, à savoir les carrés d'unités et les barres de dizaines (annexe 3). Les élèves sont amenés à échanger 10 unités de pingouins contre une barre de dizaine de pingouins. Pour cela, les élèves peuvent compter les pingouins jusque 10 et les échanger dès lors contre une dizaine. Il est également possible de dénombrer la collection entière de pingouins et d'identifier que 41 correspond à 4 barres de dizaine et une unité. On peut aussi imaginer qu'un élève « empile » les carrés unités jusqu'à obtenir la taille d'une barre de dizaine avant d'effectuer l'échange. Cette dernière procédure repose sur un lien entre les domaines « nombres et calculs » et « grandeurs et mesures » exploré par C. CHAMBRIS (2012), qui explique que les procédures utilisant la mesure, permettent de consolider « les connaissances des élèves relativement aux unités de numération et aux rapports entre elles » (2012, p. 67). Ici, on est dans un cas où l'ordre de grandeur (le matériel multibase étant établi de façon proportionnelle) permet de « consolider la numération et d'enrichir les représentations des nombres » (2012, p. 67). Les difficultés rencontrées peuvent être liées au dénombrement de la collection (d'autant plus que le matériel

de manipulation est petit) ; il est possible d'oublier ou de compter deux fois une unité. Aussi, le concept d'échange dix contre un peut être mal compris par les élèves, bien que le matériel de manipulation soit là pour pallier cette difficulté. Cette fois encore, les variables didactiques concernent la taille des collections en jeu, ainsi que l'emploi ou non de matériel représentant les unités de numération.

La quatrième séance est consacrée à la notion de centaine. Tout d'abord, une activité de recherche vise à représenter la centaine avec le matériel de manipulation, via l'ajout d'une unité à une collection de 9 dizaines et 9 unités. Cette activité nécessite deux échanges successifs : 10 unités contre une dizaine et 10 dizaines contre une centaine. Les élèves doivent donc dénombrer la collection donnée initialement. Pour cela, ils peuvent compter chaque pingouin représenté sur le matériel de numération (ce qui est peu probable étant donné la taille de la collection). Aussi, ils peuvent pointer les barres de dizaines en comptant de 10 en 10 et ajouter le nombre d'unités au résultat obtenu. Il est également possible de compter le nombre de dizaine et de le traduire mentalement en unités. A cela s'ajoute la possibilité de compter les dizaines puis les unités, et d'utiliser les unités de numération par écrit ou mentalement pour trouver le nombre de pingouins, à savoir, que 9d et 9u correspondent à 99 pingouins. Enfin, les élèves peuvent employer les mêmes procédures qu'en séance 3 afin de procéder aux échanges de 10 unités contre une dizaine. Les difficultés de cette activité résident dans le dénombrement juste des dizaines et des unités, et la correspondance entre dix unités et une dizaine. Les variables didactiques sont donc toujours la taille de la collection proposée et l'emploi ou non du matériel de numération à manipuler en appui. Une seconde activité de cette séance sera de décomposer des collections de pingouins représentées en unités de numération. Les procédures employées par les élèves seront les mêmes que celles utilisées dans la première activité, auxquelles s'ajoutent la possibilité de manipuler les unités du matériel de numération en parallèle de celles représentées sur le polycopié d'exercices. De cette façon, les élèves peuvent réagencer la collection de manière à rassembler les centaines, les dizaines et les unités afin d'avoir une vision plus organisée de la collection. Ainsi, il est possible aussi de faire les échanges sans avoir besoin de compter, en visualisant tout simplement les pingouins qui peuvent être assemblés en barres de dizaine ou en carré de centaine. Les variables didactiques quant à elles restent identiques.

Pour finir, la cinquième séance est axée sur la compréhension du principe positionnel de notre système de numération. Lors de l'activité de recherche, les élèves doivent représenter trois collections dont l'écriture chiffrée contient les mêmes chiffres mais dans un ordre différent : 100, 001 et 010. L'objectif qui en découle est de comparer les trois collections. On peut imaginer que les élèves constituent une collection en dénombrant au fur et à mesure le matériel de numération jusqu'à obtenir les nombres demandés. Les élèves peuvent lire les écritures chiffrées comme les désignations orales « cent », « un » et « dix » et les faire correspondre respectivement à une centaine, une unité et une dizaine. Il est également possible que les élèves utilisent un tableau de numération et le complètent afin de voir le nombre de fois où une unité est représentée ou si elle ne l'est pas. Ici, la difficulté principale consiste en la compréhension de la signification du zéro comme l'absence d'une unité de numération. Aussi, il peut être délicat pour les élèves de retenir l'ordre dans lequel sont positionnées les différentes unités de numération. Enfin, l'association de l'écriture chiffrée à la désignation orale du nombre peut mettre également en difficulté les élèves. Concernant la comparaison des trois collections, une première stratégie serait de comparer leur représentation avec le matériel de numération afin de vérifier laquelle est la plus conséquente (celle qui contient une centaine). On peut également inscrire les trois nombres dans le tableau de numération et utiliser uniquement les chiffres et leur position afin de comparer les trois nombres. Enfin, il est aussi possible de s'aider de la frise numérique : le nombre le plus à droite sur la frise est le plus grand. De la même manière, on peut placer soi-même les nombres sur une droite graduée pour repérer l'ordre dans lequel ils se positionnent ou même réciter la comptine numérique. Les difficultés rencontrées concernent alors la façon de comparer les nombres : certains élèves risquent de regarder le nombre qui a le plus de chiffres ou le nombre qui contient le plus grand chiffre sans tenir compte du principe positionnel. La variable didactique repose donc sur le choix des nombres en jeu. Il est plus aisé de comparer des nombres ayant un chiffre des centaines différent. A l'inverse, des nombres qui se distinguent uniquement par leur chiffre des unités sont plus difficiles à comparer. L'utilisation du matériel de numération, d'un tableau de numération ou d'un compteur sont autant de dispositifs qui permettent d'alléger la tâche de l'élève.

L'analyse a posteriori

L'objectif de cette analyse des données recueillies sur le terrain consistera à établir et suivre l'évolution de la proportion d'élèves employant les procédures énoncées dans l'analyse a priori. Ces données ont été recueillies dans le cadre d'un dispositif de remédiation concernant 8 élèves de CE1.

Premièrement, l'évaluation diagnostique (annexe 10) avait pour objectif de recenser les procédures employées initialement par les élèves, avant la mise en place de la séquence de remédiation. Le premier exercice amenait les élèves à compter des collections de cubes disposés en dizaines et unités. On remarque ainsi que 6 élèves sur 8 réussissent l'exercice (sans nous permettre toutefois de savoir quels aspects de la numération sont maîtrisés) et 2 élèves sur 8 font des erreurs en comptant les cubes. Les exercices 2 et 3 consistaient à reconnaître différentes écritures d'un nombre en unités de numération et écrire un nombre à partir de ses différentes unités de numération. Les résultats peuvent être catégorisés dans le tableau suivant :

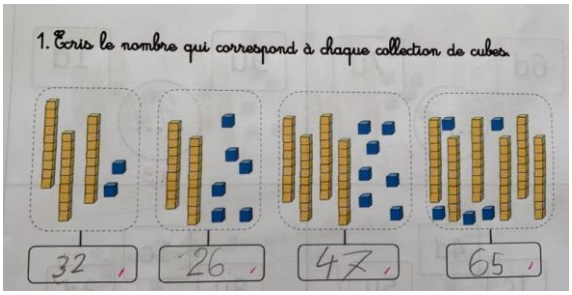
Ne maîtrise ni l'aspect positionnel ni l'aspect décimal	**Maîtrise l'aspect positionnel mais pas l'aspect décimal**	**Maîtrise l'aspect décimal mais pas l'aspect positionnel**	**Maîtrise à la fois l'aspect positionnel et l'aspect décimal**
4 dont Maëly	4	0	0

3 des élèves maîtrisant uniquement l'aspect positionnel prennent en compte l'absence d'une unité de numération.

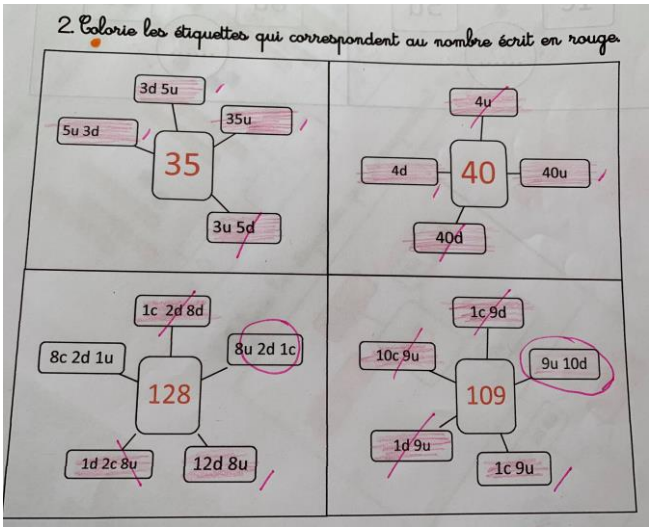
Cette évaluation avait pour objectif de situer les élèves avant la mise en place de la séquence. Ainsi, j'ai pu constater les difficultés initiales de Maëly que nous allons suivre tout au long de cette analyse.

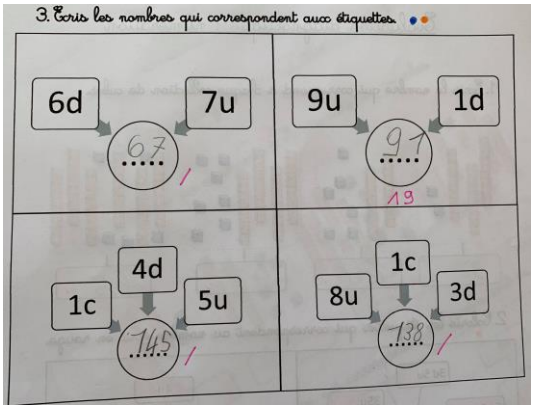
Lors de l'exercice 1, qui consistait à dénombrer une collection de cubes organisés en unités et dizaines et à écrire le nombre correspondant en écriture chiffrée, Maëly réussit l'exercice. Toutefois, il faut noter que l'exercice en question ne nous permet pas de dire si les aspects

positionnel et décimal de la numération sont maitrisés. En effet, les unités de numérations sont présentées dans l'ordre et il n'y a pas de groupement de 10 à effectuer.



Les deux autres exercices en revanche ont permis de clarifier les stratégies employées par Maëly. En effet, qu'il faille identifier les différentes écritures d'un nombre en unités de numération ou écrire l'écriture chiffrée d'un nombre à partir de son nombre de dizaines et d'unités, on constate que l'élève en question prend le plus souvent les nombres dans l'ordre de gauche à droite sans tenir compte des unités de numération. Aussi, l'élève ne traduit pas l'absence d'une unité de numération par le 0.





La première séance ne nous donne pas de donnée qualitative à analyser autres que celles apportées par l'évaluation puisque comme mentionné précédemment, il s'agissait uniquement de prendre connaissance de la problématique de l'album. Il n'y avait donc pas de notion mathématique en jeu à proprement parler.

Lors de la deuxième séance, l'activité consistait à compter des pingouins à partir d'une photocopie d'une page de l'album (annexe 7). La procédure attendue était que les élèves

entourent les pingouins par paquets de 10. L'activité a été réalisée une première fois avec une collection de 31 pingouins à dénombrer. Les procédures utilisées sont les suivantes :

	Compte les pingouins oralement en les pointant du doigt	**Compte les pingouins en les barrant au fur et à mesure**	**Compte les pingouins en les numérotant au fur et à mesure**	**Forme des groupes de 10 pingouins**
Elèves en réussite	Aucun élève	1 élève	1 élève	Aucun élève
Elèves commettant des erreurs	6 élèves dont Maëly	Aucun élève	Aucun élève	Aucun élève

Ici, Maëly n'utilise aucune stratégie de dénombrement. Elle compte les pingouins un à un ce qui amène une erreur de dénombrement. On note cependant que deux autres élèves réussissent en utilisant des stratégies autres que celle du groupement par 10 attendu, à savoir numéroter les pingouins ou les barrer. Ces stratégies bien que non expertes sont pertinentes puisqu'elles permettent de ne pas compter deux fois un pingouin et de ne pas en oublier.

Toutefois, elles sont possibles dans la mesure ou la collection présente 31 pingouins, mais il est évident qu'elles seront bien plus lourdes à mettre en place dans le cas de collections plus grandes.

L'objectif était alors de montrer aux élèves que compter sans stratégie était source d'erreur. On effectue à nouveau l'activité après explicitation de la procédure attendue. Cette fois, il s'agit de

dénombrer 61 pingouins. Tous les élèves utilisent la stratégie de groupement par 10 attendue. On obtient les résultats suivants :

Forme des groupes de 10 pingouins sans savoir comment les utiliser	**Forme des groupes de 10 pingouins en faisant des erreurs en comptant**	**Forme des groupes de 10 pingouins et dénombre correctement la collection**
2 élèves dont Maëly	3 élèves	3 élèves

Maëly ne sait pas comment traduire les groupes de 10 en écriture chiffrée. Elle compte les 6 groupes de 10 puis l'unité restante, ce qui l'amène à annoncer une collection de 7 pingouins.

Le groupe de 10 n'est pour le moment pas assimilé à une dizaine par cette élève.

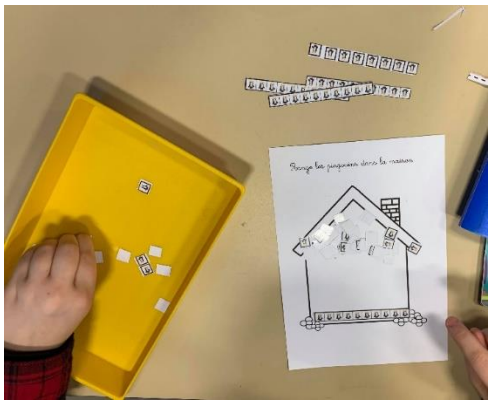
Deux autres élèves effectuent leurs groupements par 10 et n'aboutissent pas au résultat escompté : leurs groupements sont erronés. Ce sont des élèves qui ont eu des difficultés à compter 10 pingouins à chaque fois. On peut faire le postulat que leur façon de grouper les a induits en erreur puisqu'ils regroupent des pingouins qui ne se situent pas forcément les uns à côté des autres.

Ainsi, les groupes s'entrecroisent ce qui empêche leur lecture. On peut également se poser des questions quant à la disposition de la collection fournie. En effet, celle-ci est issue d'une page de l'album. Les pingouins sont collés les uns aux autres ce qui a probablement mis en difficulté les élèves pour séparer les groupes de pingouins.

Lors de la troisième séance, les élèves disposent de 40 unités pingouins (matériel de numération en annexe) qu'ils doivent « ranger » dans la maison. On attend une organisation en dizaines :

Compte 10 unités pingouins et les échange contre une dizaine	**Compte les 40 unités pingouins et les échange contre 4 dizaines directement**
6 élèves dont Maëly	2 élèves

Les élèves ont auparavant mentionné en collectif qu'il fallait ranger les pingouins par 10. Maëly compte 10 unités pingouins qu'elle échange contre une dizaine, et ce 4 fois de suite de sorte à transformer les 40 unités en 40 dizaines.



Elle n'utilise pas le fait que 40 = 4d, toutefois elle comprend la notion d'échange 10 contre 1 et l'effectue sans erreur. Cette stratégie est employée par plusieurs élèves à ce stade.

La seconde activité de la séance a pour objectif de traduire l'écriture chiffrée 52 en unités de numération avec le matériel : les pingouins doivent être « rangés » dans la maison, c'est-à-dire groupé par 10. Tous les élèves associent alors correctement le chiffre 2 à deux petits carrés d'unité du matériel et le chiffre 5 à 5 barres de dizaine du matériel.

Maëly sait alors réinvestir ce qui a été réalisé précédemment. Elle commence par prendre des dizaines une par une jusqu'à en compter 5. Puis elle compte deux unités qu'elle ajoute.

L'élève maîtrise donc ici l'aspect positionnel.

Viens ensuite une évaluation formative (annexe 10) construite sur le même modèle que l'évaluation diagnostique. Le premier exercice consiste donc à dénombrer des collections de cubes organisées en dizaines et unités et de les transcrire en écriture chiffrée. Cette fois, une collection nécessite de transposer 10 unités en 1 dizaine. Les résultats s'organisent de la façon suivante (2 élèves étant absents, l'échantillon se compose de 6 élèves) :

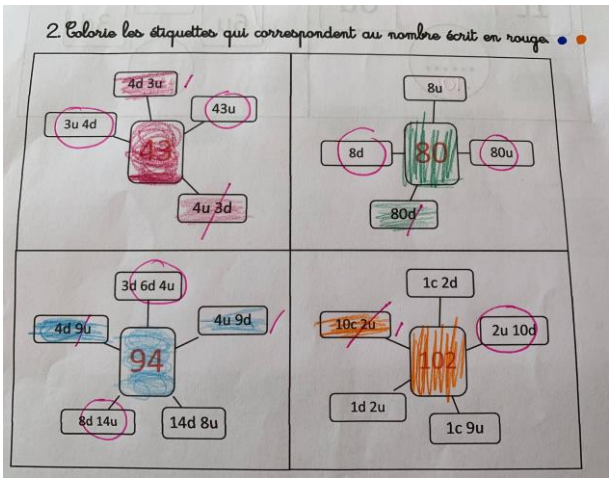
Ne maîtrise ni l'aspect positionnel ni l'aspect décimal	**Maîtrise l'aspect positionnel mais pas l'aspect décimal**	**Maîtrise l'aspect décimal mais pas l'aspect positionnel**	**Maîtrise à la fois l'aspect positionnel et l'aspect décimal**
1 (Maëly)	1	0	4

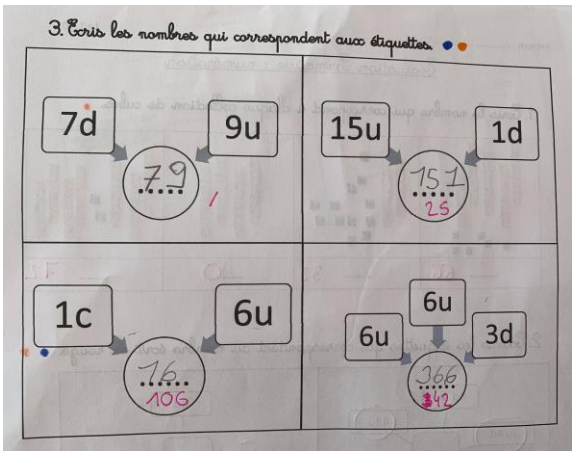
Les exercices 2 et 3 consistaient à reconnaître différentes écritures d'un nombre en unités de numération et écrire un nombre à partir de ses différentes unités de numération. Les résultats peuvent être catégorisés dans le tableau suivant :

Ne maîtrise ni l'aspect positionnel ni l'aspect décimal	Maîtrise l'aspect positionnel mais pas l'aspect décimal	Maîtrise l'aspect décimal mais pas l'aspect positionnel	Maîtrise à la fois l'aspect positionnel et l'aspect décimal
1 (Maëly)	1	0	4

Les 4 élèves maîtrisant les deux aspects de la numération écrite prennent en compte l'absence d'une unité de numération dans tous les exercices.

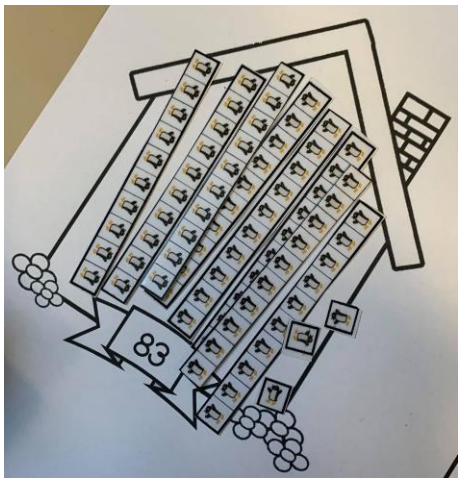
Maëly prend les nombres dans l'ordre de gauche à droite, stratégie qu'elle employait déjà dans l'évaluation diagnostique.





On note toutefois qu'elle semble prendre en compte quelques fois le principe positionnel des unités de numération dans les exercices 2 et 3. Elle oscille donc entre sa stratégie initiale et une nouvelle stratégie, peut être en cours d'acquisition suite aux premières séances effectuées. Cette fois encore, la place du 0 n'est pas assimilée à l'absence d'une unité de numération.

Lors de la séance 4 (annexe 9), un rappel des acquisitions précédentes a été effectué via la création d'une collection de 83 pingouins à ranger dans la maison. Maëly réitère la procédure employée en séance 3.

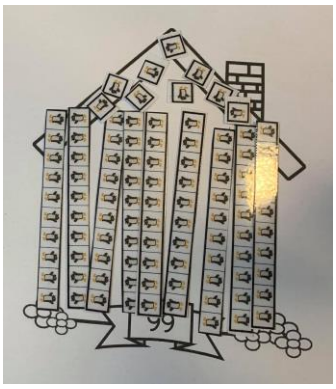


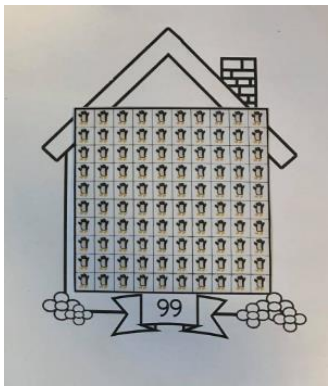
La réitération de cette procédure correcte indique que Maëly a probablement acquis le passage de l'écriture chiffrée d'un nombre à deux chiffres à sa représentation en dizaines et unités avec le matériel de numération. Il en était alors de même pour les 8 élèves du groupe de remédiation.

Cette quatrième séance marque également le passage à la centaine. Après un rappel sur l'organisation d'une collection avec le matériel de numération, les élèves devaient préparer une collection de 99 à laquelle il fallait ajouter une unité. La procédure attendue était de faire les échanges nécessaires pour obtenir une centaine (10 unités font une dizaine puis 10 dizaines font une centaine). Cette procédure leur permet de mettre en œuvre le principe décimal de la numération en passant par 9d + 10u = 9d + 1d = 10d puis 10d = 1c. Les élèves ont ainsi présenté les procédures suivantes (échantillon de 6 élèves pour cause de 2 absents) :

Transpose 10 unités en 1 dizaine puis transpose 10 dizaines en une centaine en utilisant la mesure (10 dizaines accolées forment un carré de centaine)	**Transpose 10 unités en 1 dizaine puis transpose 10 dizaines en une centaine**	**Transpose directement les 9 dizaines + 10 unités en 1 centaine**
1 élève (Maëly)	1 élève	4 élèves

Maëly est l'élève qui emploie alors une stratégie alliant des notions de numération et de mesure. En effet, elle forme sa collection de 99 + 1 correctement avec 9 barres et 9 carrés auxquels elle ajoute 1 carré. Elle échange alors ses 10 unités contre une dizaine. C'est alors que pour passer à la centaine, elle accole ses 10 dizaines, formant alors un carré équivalant à celui représentant une centaine avec le matériel de numération.





Cette stratégie est intéressante car elle utilise la proportionnalité sur les mesures qui régit le matériel de numération. Bien que la notion de proportionnalité ne soit pas étudiée au cycle 2, Maëly a compris que le lien multiplicatif par 10 qui unit unité, dizaine et centaine se retrouvait dans le format du matériel. Ainsi l'équivalence visuelle offerte par la proportionnalité sur les mesures du matériel est un appui à l'équivalence 10d = 1c qui peut paraitre beaucoup plus abstraite pour cette élève. Il faut noter que Maëly est la seule à passer par cette procédure.

La cinquième séance avait pour objectif d'insister sur l'aspect positionnel du système de numération écrit. Dans un premier temps, les élèves devaient traduire 3 écritures chiffrées comportant les mêmes chiffres dans un ordre différent (001, 010, 100), en collection de cubes à l'aide du matériel de numération. Les 8 élèves présents ont tous associé la position du chiffre à la bonne unité de numération. De plus, ils ont témoigné de leur compréhension du 0 comme étant l'absence d'une unité de numération

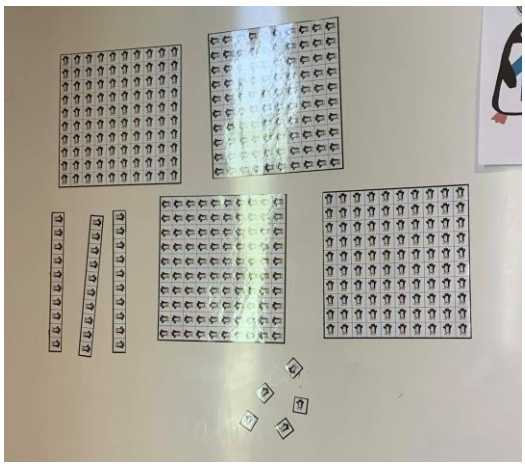
Maëly est donc parvenue à réaliser l'exercice sans difficulté, ce qui peut paraitre étonnant au vu de ses évaluations diagnostique et formative, où elle ne semblait pas comprendre le sens du 0. On peut émettre le postulat que la forme de l'exercice a aidé Maëly à construire le sens du 0. En effet, la mise en parallèle des 3 écritures chiffrées comprenant les mêmes chiffres dans des ordres différents l'a incitée à se questionner sur le sens de ce 0 placé à différentes positions. Aussi, Maëly savait déjà comment représenter des collections de 1, 10 et 100 avec le matériel. Il n'est pas forcément indispensable de comprendre le sens du 0 pour construire ces trois collections. C'est plutôt en réalisant ces trois collections et en les comparant que le sens du 0 apparait : Maëly (tout comme les autres élèves) a pu remarquer que les collections ne présentaient pas de matériel correspondant aux unités dont la position était marquée d'un 0.

Par la suite, les élèves ont découvert comment utiliser un compteur. Ce dernier est un outil leur permettant de représenter les nombres et observer la succession des chiffres dans les écritures chiffrées.

Dans un premier temps, les élèves devaient trouver, grâce au compteur l'écriture chiffrée correspondant à une collection de 435. Voici les résultats alors recueillis :

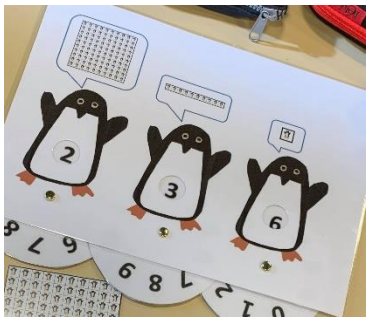
	Ne maîtrise pas l'aspect positionnel	**Maîtrise l'aspect positionnel**
Commet une erreur	Aucun élève	1 élève (Aaron)
Ne commet pas d'erreur		7 élèves dont Maëly

La première collection proposée était donc la suivante ; on notera que le matériel n'est pas présenté de façon prototypique :



Ici, Maëly transcrit correctement la collection à l'aide de son compteur. Elle compte le nombre de centaines – 4 – qu'elle reporte sur le pingouin correspondant de son compteur. Elle fait de même avec les dizaines – 3 – et les unités – 5. Cela constitue une belle évolution puisqu'il faut se rappeler que lors des deux évaluations, cette élève avait tendance à prendre les chiffres dans leur ordre d'arrivée sans tenir compte de l'unité de numération. Ici, on peut supposer que le compteur et ses indices visuels l'aident à organiser les chiffres correspondant à chaque unité à leur bonne position.

On a en revanche ici le cas d'un élève, Aaron, qui propose la solution suivante, à savoir 236 :

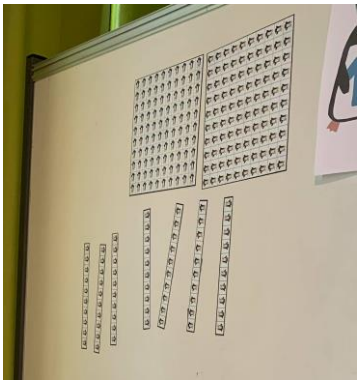


Ici, il s'agit probablement d'une erreur en comptant les unités et les centaines qui se trouvaient en fait respectivement aux nombres de 5 et 4. Cet élève était déjà concerné par des erreurs de comptage lors de l'exercice 1 de l'évaluation diagnostique. Il avait ensuite été absent lors de l'évaluation formative et de la séance 4.

L'exercice se poursuivait par la représentation de 270 dont voici les résultats :

	Ne maîtrise pas l'aspect positionnel	**Maîtrise l'aspect positionnel**
Commet une erreur	Aucun élève	2 élèves dont Aaron et Tyron
Ne commet pas d'erreur		6 élèves dont Maëly

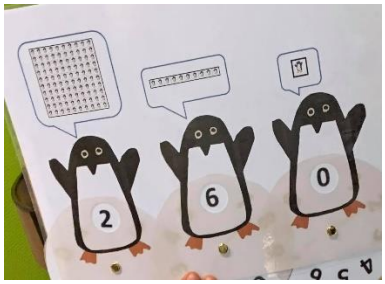
La collection est représentée de la façon suivante. Sa particularité est de ne présenter aucun petit carré d'unité.



Maëly a alors transcrit la bonne écriture chiffrée :

Cette proposition correcte peut nous conforter dans l'idée que l'élève a compris le sens du 0 suite à la première activité de la séance. Encore une fois, Maëly commence par compter les centaines et chercher le chiffre correspondant sur le compteur, puis fait de même avec les dizaines et unités. Elle ne regarde toujours pas la collection dans sa totalité pour la retranscrire ; elle procède unité par unité.

Cette fois également, on constate une erreur de comptage chez Aaron, ainsi qu'un second élève, Tyron, lui aussi sujet aux erreurs dans son évaluation diagnostique et absent pour l'évaluation formative et la séance 4. Les deux élèves proposent alors la réponse de 260 au lieu de 270 :

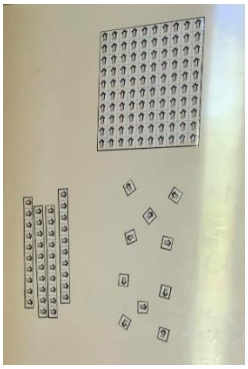


Toutefois, il est essentiel de remarquer que le sens du 0 semble intégré, ce qui était l'objectif principal en proposant la transcription en écriture chiffrée de cette collection aux élèves.

Concernant la compréhension du principe décimal de la numération écrite, certaines collections de cubes présentaient un nombre d'unités ou de dizaines égal ou supérieur à 10, ce qui nécessitait de la part des élèves de faire les échanges adéquats. Lors de la première occurrence d'une telle collection, aucun élève n'a su comment utiliser le compteur. Ils pensaient qu'il n'était pas possible de transcrire la collection en écriture chiffrée. Après explication de la solution, la tâche a été réussie par les 8 élèves. Toutefois, les élèves ont persisté à utiliser le

compteur en commençant par transcrire les centaines, ce qui nécessitait de leur part un retour lorsque des échanges étaient en fait nécessaires et favorisait donc les erreurs.

La première collection de ce type donc était, 1c+4d+10u=150, et avait pour objectif de faire utiliser aux élèves le principe décimal de la numération écrite, en groupant 10 unités. Ici les 10 unités étaient volontairement placées sous forme de constellation connue afin d'aider les élèves à visualiser ce groupe de 10.

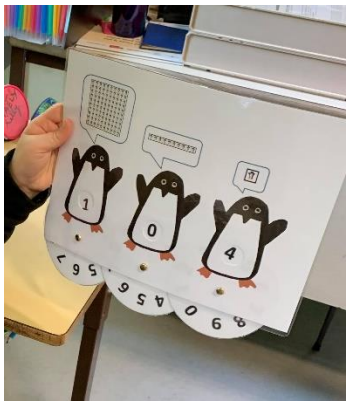


Cette nouvelle collection a posé beaucoup de difficultés aux élèves. Aucun n'a réussi à transcrire correctement la collection au premier abord :

	Ne maîtrise ni l'aspect positionnel ni l'aspect décimal	**Maîtrise l'aspect positionnel mais pas l'aspect décimal**	**Maîtrise l'aspect décimal mais pas l'aspect positionnel**	**Maîtrise à la fois l'aspect positionnel et l'aspect décimal**
Commet une erreur	1 élève (Maëly)	7 élèves	Aucun élève	Aucun élève
Ne commet pas d'erreur				Aucun élève

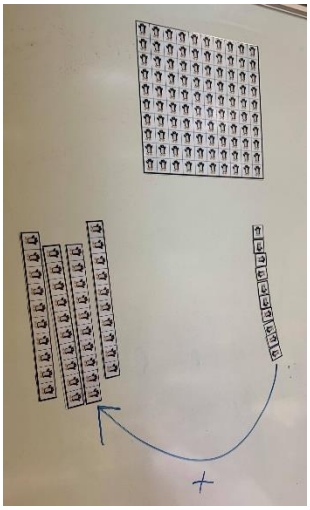
L'erreur la plus récurrente est la transcription de cette collection par 140. En effet, les élèves commençant par compléter le compteur par la centaine, puis le 4 des dizaines, et arrivés aux unités, ne trouvaient pas de solution et inscrivaient le 0 du 10 sans se préoccuper du « 1 » des dizaines restant.

Maëly quant à elle, est la seule à avoir proposé l'écriture chiffrée suivante :



On remarque qu'elle a utilisé les mêmes chiffres que ses camarades (dont le 4 est erroné) mais dans un ordre différent. On peut supposer que comme ses camarades, elle ne s'est pas occupée des 10 unités qui lui posaient problème, ne prenant en compte que ce qu'elle pouvait transcrire à savoir la centaine et les 4 dizaines. Toutefois, elle s'est trompée de position pour transcrire les dizaines et les a placées au niveau des unités sur son compteur. Il est essentiel de se souvenir que Maëly est une élève qui initialement ne prenaient pas en compte le principe positionnel de notre système de numération. On peut émettre l'hypothèse que la difficulté de cette nouvelle collection l'a fragilisée dans ses récents acquis, peu solides.

Il me semble ici pertinent de faire une petite parenthèse afin de présenter la correction qui a été réalisée auprès des élèves face à cette nouvelle difficulté.



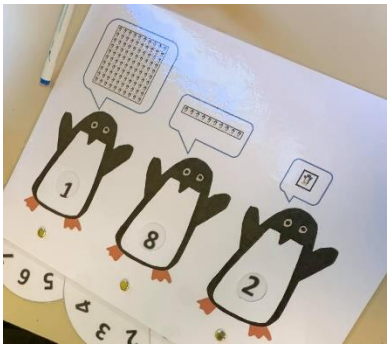
L'objectif était de leur faire comprendre et de visualiser, via le lien avec la mesure, que 10 unités correspondaient à une dizaine.

Apres correction, une nouvelle collection de 1c, 7d et 12u a été proposée à la transcription. Cette fois, aucune unité de numération ne manque mais il fallait utiliser le principe décimal afin d'échanger 12 unités contre 1 dizaine et 2 unités.

En voici alors les données :

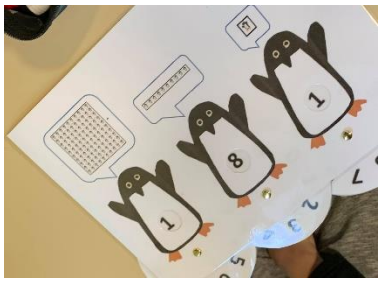
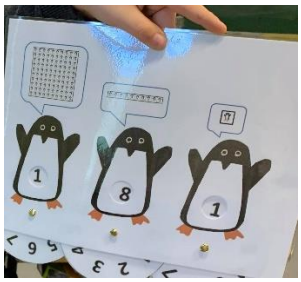
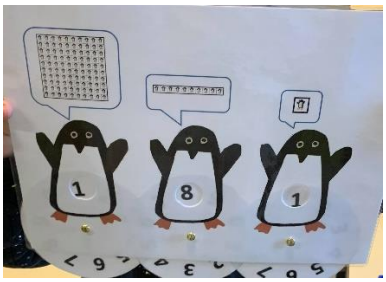
	Ne maîtrise ni l'aspect positionnel ni l'aspect décimal	**Maîtrise l'aspect positionnel mais pas l'aspect décimal**	**Maîtrise l'aspect décimal mais pas l'aspect positionnel**	**Maîtrise à la fois l'aspect positionnel et l'aspect décimal**
Commet une erreur	Aucun élève	Aucun élève	Aucun élève	3 élèves dont Aaron et Tyron
Ne commet pas d'erreur				5 élèves dont Maëly

Cette fois, Maëly réussit la transcription en écriture chiffrée tout de suite :



La seule difficulté persistante, et cela est le cas également chez les autres élèves, est sa tendance à transcrire des centaines vers les unités, de gauche à droite. Ainsi, il faut penser constamment à revenir sur l'unité à gauche lorsqu'une unité est représentée plus de 10 fois. Ici Maëly a transcrit 1 centaine, puis 7 dizaines. Elle a ensuite compté 12 unités. Elle inscrit alors 2 unités sur son compteur et doit revenir sur les 7 dizaines afin d'y ajouter les 10 unités restantes, pour enfin parvenir à 8 dizaines. Cette façon de procéder peut être source d'erreurs puisqu'elle alourdit la tâche. Il serait plus pertinent d'utiliser le compteur en commençant par les unités à droite. Cependant, ce fonctionnement de gauche à droite n'est pas surprenant de la part des élèves puisqu'il correspond au sens de la lecture.

Pourtant, les erreurs observées chez les élèves autour de cette collection n'ont pas pour origine le sens de transcription. Il s'agit en effet d'erreurs de comptage de la part de trois élèves. On retrouve parmi eux Aaron et Tyron, déjà sujets à ce type d'erreur lors d'activités précédentes. Ces trois élèves ont alors dénombré une collection de 181 au lieu de 182 :

Une autre explication est également plausible. Dans 12 unités il faut placer les 2 unités sur le compteur et échanger 10 unités contre 1 dizaine. L'élève peut alors inverser le chiffre à garder aux unités et la retenue à appliquer aux dizaines. Ainsi, il peut oublier les 2 unités en les confondant avec 1 dizaine et placer finalement cette dizaine à la place des 2 unités.

Il n'y a donc pas un gros écart entre le nombre proposé par les élèves et celui attendu. Concernant Aaron et Tyron, on peut penser qu'ils ont de petites difficultés stratégiques pour dénombrer ce qui les amène régulièrement à oublier de compter un élément de la collection ou au contraire le compter deux fois. Le troisième élève concerné par contre n'était pas sujet auparavant à ce type d'erreur. On peut se demander si la complexité de la tâche n'aurait pas favorisé cette erreur. Il se serait alors concentré sur l'échange 10 contre 1, se déconcentrant de la tâche de comptage.

Enfin, les élèves devaient réaliser l'activité inverse, c'est-à-dire produire une collection grâce au matériel de numération correspondant à une écriture chiffrée inscrite au tableau, à savoir 428. Les élèves avaient toujours à disposition le matériel de numération et les compteurs.

	Ne maîtrise pas l'aspect positionnel	**Maîtrise l'aspect positionnel**
Commet une erreur	1 élève (Tyron)	Aucun élève
Ne commet pas d'erreur		7 élèves dont Maëly

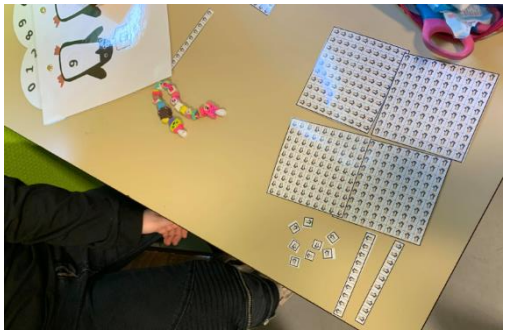
Parmi les 7 élèves en réussite, 6 utilisent le compteur pour réaliser la transcription tandis qu'un seul effectue la tâche mentalement. Il faut noter que tout au long de la séance, la signification du 0 semble bel et bien maitrisée puisque les 8 élèves l'utilisent à bon escient.

Un seul élève commet alors une erreur. Il s'agit de Tyron qui traduit l'écriture 428 par une collection correspondant en fait à 482, comme en témoigne sa production (sur cette photo, il est encore en train de placer ses 8 dizaines) :

La photographie nous indique que Tyron a utilisé son compteur. Il a d'ailleurs correctement représenté 428. Toutefois, il a probablement inversé les unités et les dizaines avec le matériel de numération. Ainsi il a placé deux petits carrés pour les 2 dizaines et 8 barres pour les 8 unités. Cette hypothèse semble être à privilégier étant donné qu'il a placé dans l'ordre 4 grands carrés pour 4 centaines, 2 petits carrés pour 2 dizaines et 8 barres pour 8 unités. Il semble donc ici que

l’aspect positionnel de la numération est encore un peu fragile chez cet élève. Mais on peut aussi imputer la difficulté à une mauvaise maîtrise du matériel de numération.

Maëly, quant à elle, a accompli parfaitement la tâche. D’ailleurs, il s’agit de la seule élève qui n’a pas utilisé son compteur pour réaliser sa collection :



En effet, sur la photographie on aperçoit une partie de son compteur qui n’indique pas le nombre 428. Cela peut sembler étonnant de la part de cette élève qui présentait des difficultés dans la compréhension du principe positionnel de la numération. Ici, elle n’a pourtant pas eu besoin de l’aide de son compteur pour savoir quelle unité de numération était représentée par chaque chiffre. Cela est très encourageant car elle semble commencer à s’approprier le principe positionnel de la numération écrite. Elle peut le concevoir de mémoire sans s’appuyer directement sur un outil.

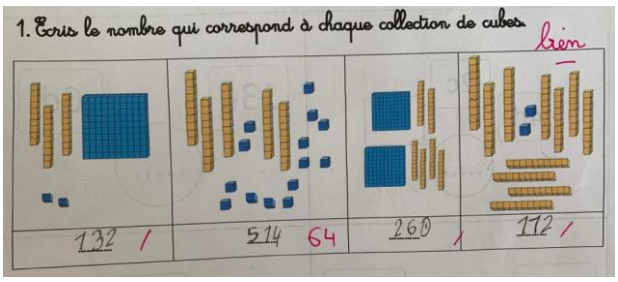
Enfin la séquence s'est terminée par une évaluation sommative (annexe 10). Cette dernière comprenait les mêmes exercices que les évaluations diagnostique et formative. Le premier exercice consistait donc à écrire le nombre qui correspondait à chaque collection de cubes dont voici les résultats obtenus (2 élèves étaient absents) :

	Ne maîtrise ni l’aspect positionnel ni l’aspect décimal	**Maîtrise l’aspect positionnel mais pas l’aspect décimal**	**Maîtrise l’aspect décimal mais pas l’aspect positionnel**	**Maîtrise à la fois l’aspect positionnel et l’aspect décimal**

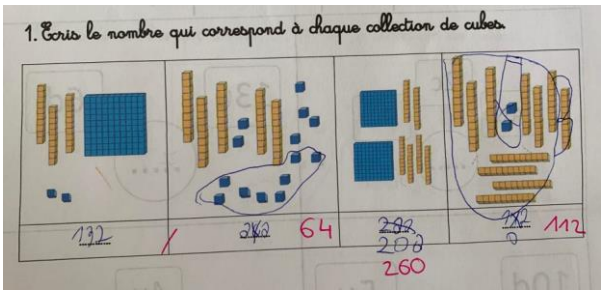
Commet une/des erreur(s)	Aucun élève	2 élèves dont Maëly	1 élève (Timothy)	2 élèves
Ne commet pas d'erreur				1 élève

Parmi ces 6 élèves, 5 prennent en compte l'absence d'une unité de numération. On remarque donc que la moitié des élèves présents lors de l'évaluation maîtrise les principes positionnel et décimal sur cet exercice mais seul un élève parvient à le réaliser sans erreur. Les 3 autres élèves quant à eux, semblent ne pas réussir à coordonner les 2 systèmes en même temps. Ils se concentrent donc sur un système uniquement.

Prenons l'exemple de Maëly. Comme le montre son travail ci-dessous, on voit qu'elle a réussi à dénombrer la quatrième collection qui comportait pourtant 11 dizaines. Toutefois, dans ce cas, on ne peut pas vraiment parler de maîtrise du système décimal puisque les 11 dizaines et les 2 unités ont pu être accolées : on ne peut pas savoir si Maëly a utilisé le système positionnel afin d'ordonner les 11 dizaines puis les 2 unités ou bien si elle a considéré que 11 dizaines correspondaient à une centaine et une dizaine. Par contre sur la deuxième collection correspondant au nombre 64, Maëly a bien compté 5 dizaines et 14 unités quelle a alors juxtaposées dans l'écriture chiffrée du nombre. Cette fois-ci il est clair qu'elle a uniquement utilisé le principe positionnel pour répondre à l'exercice.



Un second élève, Timothy, nous présente le cas contraire d'une maîtrise unique du principe décimal. Outre les faits qu'il écrive ses 6 à l'envers et qu'il fasse des erreurs de comptage, on constate que pour la troisième collection de 260 cubes, il a inversé le chiffre des dizaines avec celui des unités, comme en témoigne l'exemple suivant.

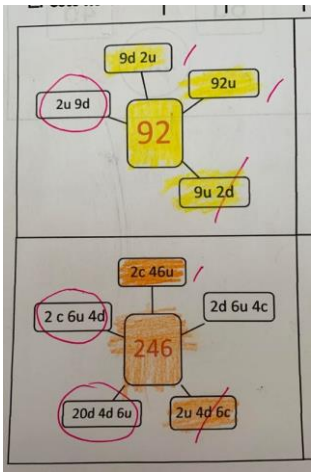


Ensuite, le deuxième exercice de l'évaluation avait pour consigne d'identifier les différentes écritures en unités de numération correspondant aux écritures chiffrées proposées. Les résultats sont alors les suivants :

	Ne maîtrise ni l'aspect positionnel ni l'aspect décimal	**Maîtrise l'aspect positionnel mais pas l'aspect décimal**	**Maîtrise l'aspect décimal mais pas l'aspect positionnel**	**Maîtrise à la fois l'aspect positionnel et l'aspect décimal**
Commet une/des erreur(s)	Aucun élève	1 élève (Timothy)	1 élève (Maëly)	4 élèves
Ne commet pas d'erreur				Aucun élève

Il faut noter que les élèves n'ont pas forcément employé les mêmes procédures que pour l'exercice 1. Aussi, on constate qu'aucun élève n'est parvenu à réaliser l'exercice sans erreur. On peut donc remettre en question l'exercice et se demander s'il n'était pas d'un niveau trop compliqué. On peut également envisager l'hypothèse où les élèves auraient été soumis à trop d'informations en même temps, et n'auraient alors pas été attentifs à bien regarder et analyser toutes les étiquettes proposées.

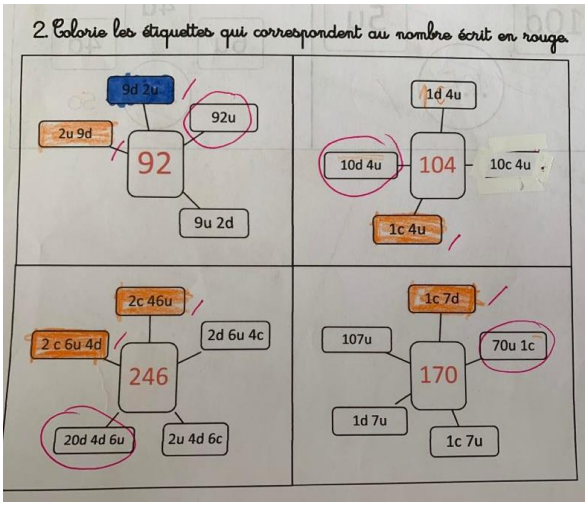
Souvenons-nous de Maëly qui avait auparavant utilisé uniquement le principe positionnel. Ici, au contraire, elle n'a employé que le principe décimal.



En effet, on remarque qu'elle n'a pas colorié les écritures dont les unités de numération étaient présentées dans le désordre. Elle a en revanche su colorier, la plupart du temps, les étiquettes dont certaines unités étaient groupées par 10.

Des difficultés ont cependant persisté concernant la maîtrise du système décimal ; c'est le cas dans le travail de Maëly, mais cela concerne également ses camarades. Il s'agit des cas où il fallait additionner des unités de numération identiques au sein d'une même étiquette. On peut supposer que cette tâche était plus compliquée pour les élèves puisqu'elle nécessite 2 étapes : additionner les unités de numération puis les échanger selon le principe 10 contre un.

Prenons également le cas de Timothy qui était le seul élève à utiliser uniquement le principe décimal lors du premier exercice. Il semblerait que dans ce cas de figure, il ait changé de stratégie puisqu'il utilise ici uniquement ou presque le principe positionnel comme en témoigne son travail.

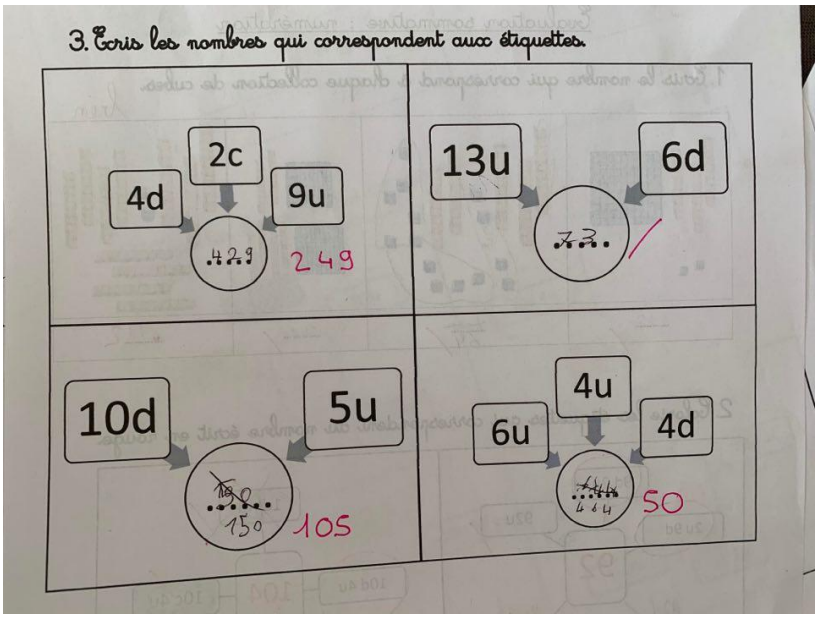


Il prend alors en compte l'absence d'une idée de numération, les unités dans le désordre, mais a du mal à identifier les écritures présentant un nombre d'unités supérieur ou égal à 10.

Enfin, l'évaluation se clôturait par un exercice demandant de réunir les différentes unités de numération d'un nombre afin de trouver son écriture chiffrée. Seuls 5 résultats ont été obtenus puisqu'un élève n'a pas réalisé l'exercice.

	Ne maîtrise ni l'aspect positionnel ni l'aspect décimal	**Maîtrise l'aspect positionnel mais pas l'aspect décimal**	**Maîtrise l'aspect décimal mais pas l'aspect positionnel**	**Maîtrise à la fois l'aspect positionnel et l'aspect décimal**
Commet une/des erreur(s)	1 élève	2 élèves dont Maëly	Aucun élève	1 élève
Ne commet pas d'erreur				1 élève

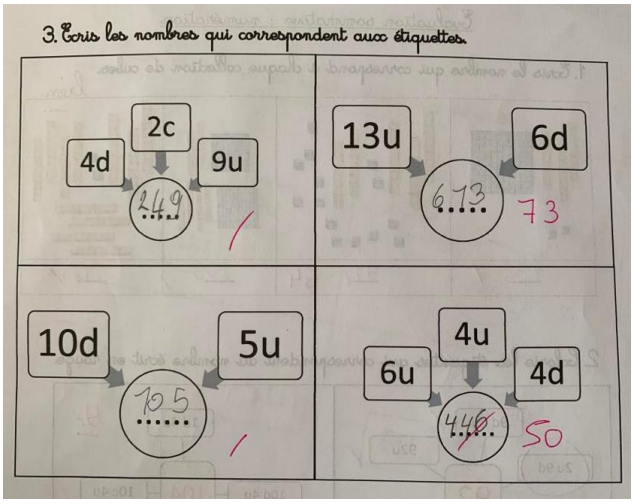
Cette fois, on constate que les élèves se répartissent presque dans tout le tableau. Il faut préciser que certains travaux sont difficiles à analyser, car les élèves passent d'une stratégie à une autre au cours d'un même exercice. Le cas de l'élève suivant l'illustre assez bien :



Effectivement dans un premier temps cet élève semble prendre les chiffres dans l'ordre où ils viennent ; il ne considère donc pas le principe positionnel. Toutefois, il prend ensuite en compte

à la fois le système décimal et le système positionnel en réussissant à chiffrer le nombre 73. Mais concernant les deux dernières cases de l'activité, aucun des deux principes n'est utilisé et on a du mal à comprendre d'où viennent les erreurs produites par l'élève.

Quant à Maëly, elle fait partie des deux élèves ayant utilisé uniquement le principe positionnel. Cela est dans son cas établi clairement puisque on voit bien que lorsque les unités de numération sont présentées dans le désordre, elle parvient à les réordonner.



Bien qu'elle ne fasse pas appel au système décimal, elle met tout de même dans l'ordre les unités de numération. Bien sûr, le fait qu'elle ne réalise pas les échanges 10 contre 1 a pour conséquence que les unités sont parfois décalées d'un rang.

b. Résultats

Cette séquence d'enseignement et les analyses a priori et a posteriori qui en ont découlé avaient pour but de me permettre de valider les trois hypothèses soumises au début de ce mémoire. Dans un premier temps, je souhaitais montrer que *si l'on enseigne le système décimal positionnel de la numération écrite à l'aide d'un album à compter, alors on permet aux élèves de renforcer leur compréhension de ce concept numérique*. Dans un second temps, je souhaitais également prouver que *l'utilisation de l'histoire de l'album à compter permet de contextualiser les notions mathématiques en jeu*, et enfin, dans un troisième et dernier temps, qu'*un album à*

compter mettant en scène de grandes collections d'objets présente du potentiel pour l'apprentissage de la numération écrite.

Pour répondre à ma première hypothèse, j'avais donc créé 3 évaluations tout au long de ma séquence afin de mettre en évidence l'évolution des élèves quant à leur maîtrise du système de numération écrit. Lors de l'évaluation diagnostique, aucun élève ne maîtrisait à la fois l'aspect positionnel et l'aspect décimal. La moitié des élèves ne maîtrisait aucun de ces 2 aspects et l'autre moitié maîtrisait uniquement l'aspect positionnel. Au milieu de la séquence, s'est tenue l'évaluation formative qui a montré que, cette fois, 4 élèves maîtrisaient à la fois les aspects positionnel et décimal. 2 élèves semblaient alors en difficulté. Enfin, l'évaluation sommative a montré qu'entre 2 et 4 élèves maîtrisaient les aspects positionnel et décimal de la numération écrite, tandis que les autres parvenaient à maîtriser l'aspect positionnel ou l'aspect décimal uniquement. On constate donc qu'à l'issue de la séquence, certains élèves maîtrisent notre système de numération contre aucun au début de la séquence. Cet aspect des résultats me permet d'aller dans le sens d'une validation de ma première hypothèse qui fait le postulat que l'enseignement du système de numération écrit grâce à un album à compter aide les élèves à mieux le maîtriser. Toutefois, ces résultats ne sont basés que sur 8 élèves, ce qui constitue un échantillon très faible et non significatif. De plus, les résultats de certains élèves sont très variables d'un exercice à un autre ce qui prouve que les acquis, quand il y en a, sont encore fragiles. Ces derniers résultats me font donc garder une certaine prudence quant à la validation complète de mon hypothèse.

Concernant ma deuxième hypothèse, afin de prouver que l'utilisation de l'histoire de l'album à compter permettait de contextualiser les apprentissages, j'ai utilisé comme support les pages de l'album et construit du matériel à l'effigie des personnages de l'album, à savoir les pingouins. Ainsi, on retrouvait les pingouins sur le matériel multibase et sur le compteur. L'idée était que les élèves dénombrent réellement les collections de pingouins de l'album, et ainsi de mettre en évidence le lien qui unit les écritures en unités de numération aux écritures chiffrées des nombres. Ici, les élèves se sont donc constamment appuyés sur le matériel lié à l'album, afin de résoudre la problématique même de l'album : trouver comment organiser une grande collection et se repérer dans celle-ci. On peut dire que l'album a servi de support à toute la séquence et a permis de donner un cadre aux apprentissages. Toutefois, on ne peut prouver que les élèves n'auraient pas su donner de sens au concept de numération écrite sans l'utilisation de l'album à compter, puisqu'aucune donnée n'a été recueillie à cet effet. Cette hypothèse reste donc à valider.

Enfin pour ma troisième hypothèse concernant le fait qu'un album à compter présentant de grandes collections possède du potentiel quant à l'apprentissage de la numération écrite, on peut dire que l'album choisi présentait effectivement matière à utiliser les unités, les dizaines et les centaines. Une collection trop petite, ne comprenant pas de centaines par exemple, aurait été limitante vis à vis des repères de progressivité en fin de CE1 qui préconisent une connaissance des nombres entiers jusque 999. Puisqu'une séquence d'apprentissage a pu être créée et mise en œuvre à partir de cet album, on peut estimer que ce dernier présentait des atouts quand l'apprentissage de la numération écrite. Cependant, on ne dispose pas des données pour affirmer que cela est le cas de tous les albums à compter présentant de grandes collections. Cette hypothèse est donc partiellement validée pour l'album considéré.

Conclusion

L'ensemble des recherches effectuées tout au long de ce mémoire avait pour objectif de répondre à ma problématique, à savoir *"comment les activités de manipulation des unités de numération proposées autour d'un album à compter permettent-elles de renforcer l'apprentissage de la numération écrite décimale positionnelle ?"* Ainsi, j'ai mis en place une séquence autour d'un album à compter dans le but d'aider mes élèves dans la maîtrise du système de numération écrit. Cette séquence était composée de plusieurs activités de manipulation des unités de numération notamment grâce au matériel établi à partir de l'album : le matériel multibase et le compteur. Comme le montrent les résultats analysés dans la partie précédente, la séquence a effectivement aidé les élèves à renforcer les principes décimal et/ou positionnel de notre système de numération écrit. On peut donc estimer que la manipulation plus concrète des unités de numération via une analogie avec les collections représentées dans l'album, a permis de renforcer l'apprentissage de la numération écrite décimale positionnelle. De plus, l'utilisation de l'album à compter a probablement aidé les élèves à contextualiser les apprentissages. En effet, comme dit précédemment, les activités étaient basées directement sur l'histoire de l'album tout comme les supports de manipulation. Enfin, l'album choisi mettait en scène de grandes collections qui ont pu être réutilisées au service de l'enseignement de la numération écrite. Les collections représentées et évoquées dans l'album exploité allaient jusque 365, ce qui permettait de travailler sur les unités, les dizaines et les centaines, leur position dans l'écriture chiffrée ainsi que le rapport décimal entretenu entre elles. Toutefois un

faible échantillon d'élèves a été soumis à cette recherche, et celle-ci n'est donc pas représentative. Il aurait fallu un nombre plus important de données récoltées afin de fournir une conclusion plus généralisable.

Les apports de l'album à compter dans cette séquence sur la numération écrite sont divers. Tout d'abord, il a permis de motiver les élèves et d'éveiller leur curiosité. Il ne s'agissait plus seulement de faire des mathématiques, mais également de résoudre la problématique de l'album. Aussi, l'histoire en elle-même a permis de donner du sens aux apprentissages puisqu'elle a montré aux élèves l'importance d'organiser les grandes collections. En outre, l'album se prêtait bien à la manipulation avec du matériel de numération, en particulier le matériel multibase qui s'apparentait alors à une façon de “ranger les pingouins” comme dans l'histoire de l'album. Aussi, l'utilisation de l'album a permis de travailler en interdisciplinarité ; dans le cas présent, de faire des liens entre les mathématiques et la lecture puisqu'on a utilisé la compréhension écrite lors de la lecture de l'album au service de l’apprentissage de la numération écrite.

Cependant, on peut dénoter certaines limites à l'emploi de l'album à compter et des situations de manipulation qui s'en inspirent. En effet, comme mentionné précédemment, l'album a servi à donner un cadre aux notions mathématiques et à les contextualiser. Tous les exercices de recherche et d'entraînement se sont donc centrés autour de la problématique de l'album. Or, cela n'était pas le cas des évaluations. Les résultats des élèves ont alors montré une bonne réussite lors des activités en classe, notamment de manipulation, et des résultats plus mitigés lors des évaluations. Il semblerait donc que le passage de la manipulation à la fiche, du concret à l'abstrait, ne soit pas aisé pour tous les élèves. Il aurait pu être pertinent d'inscrire des phases d’exercices de décontextualisation et de recontextualisation extérieures à l'album à compter afin de renforcer la maîtrise des compétences.

La mise en place de cette séquence autour de la numération décimale positionnelle écrite et de l'emploi de l'album à compter m'aura permis de mobiliser et consolider certaines compétences du référentiel de compétences du professeur. Tout d'abord il m'a fallu « maîtriser les savoirs disciplinaires et leur didactique » (compétence spécifique 2) afin de créer une séquence adaptée à ma problématique et aux attentes institutionnelles. S’agissant d'une séquence de remédiation, je pense particulièrement aussi à la compétence spécifique 3 : « construire, mettre en œuvre et animer des situations d'enseignement et d'apprentissage prenant en compte la diversité des élèves ». Ensuite, l'analyse attentive des productions d'élèves que m'a demandé ce travail de recherche m’a permis de renforcer la compétence spécifique 5, à savoir « évaluer les progrès et les acquisitions des élèves ». Enfin, j'ai développé la compétence commune 3 qui est « connaître

les élèves et les processus d'apprentissage » ; cela était effectivement indispensable afin de mettre en œuvre une séquence cohérente et adaptée aux besoins éducatifs de mes élèves.

Bibliographie

ACADEMIE DE PARIS, 2019, *Albums et mathématiques*, [en ligne], https://www.ac-paris.fr/portail/upload/docs/application/pdf/2018-10/presentation_albums_a_compter-3.pdf. Consulté le 25 mars 2020.

ACADEMIE DE VERSAILLES, 2015, *Bibliographie d'albums à compter : 42 albums à compter, analysés du point de vue mathématiques, pour travailler l'approche des quantités et nombres*, [en ligne], https://dessinemoiunehistoire.net/wp-content/uploads/2015/02/Bibliographie-d-albums-%C3%A0-compter-de-l-Acad%C3%A9mie-de-Versailles.pdf. Consulté le 22 janvier 2020.

BARUK S., 2003, *Comptes pour petits et grands. Volume 1, pour un apprentissage du nombre et de la numération fondé sur la langue et le sens*, Paris, Magnard.

BIDEAUD J., LEHALLE H., VILETTE B., 2004, *La conquête du nombre et ses chemins chez l'enfant*, Villeneuve-d'Ascq, Presses universitaires du Septentrion.

BRISSIAUD R., 2007, *Premiers pas vers les maths : les chemins de la réussite à l'école maternelle*, Paris, Retz.

BRISSIAUD R., 2013, *Apprendre à calculer à l'école : les pièges à éviter en contexte francophone*, Paris, Retz.

BRISSIAUD R., MALAUSSENA P., 2005, *J'apprends les maths PS : l'album 1, 2, et 3*, Paris, Retz.

CAMENISCH A., PETIT S., 2006, Des albums pour apprendre à compter et à développer la maîtrise de la langue, *APMEP* [en ligne], 10, 471, https://www.apmep.fr/IMG/pdf/Asm28_Annie_Camenisch.pdf. Consulté le 27 février 2020.

CHAMBRIS C., 2012, Consolider la maîtrise de la numération des entiers et des grandeurs. Le système métrique peut-il être utile ?, *Grand N*, 89, 39-69.

EDUSCOL, 2019, *La littérature à l'école : listes de référence, Cycle 2*, [en ligne], https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Litterature/25/3/VD9_Repro_LISTE_DE_REFERENCE_DES_OUVRAGES_CYCLE_2_03_05_2019_1121253.pdf. Consulté le 25 mars 2020.

EDUSCOL, 2019, *La littérature à l'école : listes de référence, Cycle 3*, [en ligne], https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Litterature/25/3/VD9_Repro_LISTE_DE_REFERENCE_DES_OUVRAGES_CYCLE_2_03_05_2019_1121253.pdf. Consulté le 25 mars 2020.

EDUSCOL, 2020, *La littérature à l'école : Sélection d'ouvrages pour entrer dans une première culture littéraire, école maternelle*, [en ligne], https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Litterature/55/6/LISTE_DE_REFERENCE_CYCLE_1_2020_1242556.pdf. Consulté le 25 mars 2020.

FROMENTAL J.L, JOLIVET J., 2006, *365 pingouins*, Paris, Naïve.

GUITTON M., RENAULT-GIRARD S., VOUHE A., 2008, *Découvrir les quantités et les nombres avec les albums*, Poitiers, SCEREN-CRDP de Poitou-Charentes (L'école maternelle pour…).

Ministère de l'Éducation Nationale, 2012, *Le nombre au cycle 2*. SCEREN CNDP-CRDP.

Ministère de l'Éducation Nationale, 2020, *Guide pour les mathématiques. Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP*.

PIERRARD A., 2003, Lire, écrire des livres à compter, *Grand N*, 72, 7-18.

TEMPIER F., 2010, Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2, *Grand N*, 86, 59-90.

TEMPIER F., 2016, Composer et décomposer : un révélateur de la compréhension de la numération chez les élèves, *Grand N*, 98, 67-90.

VALENTIN D., 1992, Livres à compter, *Grand N*, 52, 11-21.

Annexes

Annexe 1 : La séquence pédagogique

Titre de la séquence : 365 pingouins pour comprendre la numération décimale positionnelle	
Cycle : 2	Niveau : Ce1
Référence dans le programme : - Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer, ordonner, repérer, comparer - Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers	
Objectifs : - Organiser des collections par des groupements en dizaines et centaines - Approprier les principes décimal et positionnel de notre système de numération	
Connaissances : - 10 unités = 1 dizaine - 100 unités = 10 dizaines = 1 centaine - la place des chiffres dans le nombre : cdu	
Compétences : - Chercher - Représenter - Raisonner	

Déroulement de la séquence	
Séances	Objectifs
1. Je fais la connaissance de 365 pingouins	- Découvrir l'album *365 pingouins* - Evaluation diagnostique des connaissances
2. Des pingouins par groupes de 10	- Organiser une collection en groupes de 10 - Dénombrer une collection organisée en groupes de 10
3. 10 pingouins ne font qu'un !	- Echanger 10 unités contre 1 dizaine
Evaluation formative	
4. Des pingouins par groupes de 100	- Dénombrer une collection organisée en groupes de 100 - Echanger 10 dizaines contre 1 centaine
5. Les pingouins prennent position	- Comprendre le principe positionnel de la numération
Evaluation sommative	

Annexe 2 : fiches de préparation des séances

Séance n°1 : Je fais la connaissance de 365 pingouins			Durée : 30 minutes
Objectifs : Découvrir l'album ; faire un diagnostique des connaissances initiales.			
	Phase d'apprentissage	Déroulement	Modalités
	Présentation de la séance et de son objectif	Annoncer la discipline et l'objectif : « Nous allons faire de la numération. Lors de cette séance, nous allons lire un album. Il faudra bien être attentif car l'histoire nous permettra ensuite de travailler avec les nombres ».	
10'	Mise en situation	Présenter l'album aux élèves. Lecture offerte de l'album ; dévoiler le texte et les illustrations simultanément.	Coin regroupement Situation d'écoute active
10'	Mise en commun	Demander aux élèves de raconter avec leurs propres mots l'histoire. Faire émerger la problématique de l'histoire : il y a un trop grand nombre de pingouins et il faut trouver un moyen de les organiser.	Coin regroupement Oral collectif
10'	Evaluation diagnostique	Les élèves effectuent un petit travail sur fiche afin de rendre compte de leurs connaissances initiales.	Ecrit individuel

Séance n°2 : Des pingouins par groupe de 10			Durée : 20-25 minutes
Objectifs : Organiser une collection en groupes de 10 ; dénombrer une collection organisée en groupes de 10.			
	Phase d'apprentissage	Déroulement	Modalités
	Présentation de la séance et de son objectif	Annoncer la discipline et l'objectif : « Nous allons faire de la numération. Lors de la dernière séance nous avons découvert l'album 365 pingouins et je vous avais dit qu'il allait nous permettre de travailler sur les nombres. Aujourd'hui nous allons donc apprendre à organiser les pingouins pour les dénombrer plus facilement. »	
5'	Rappel	Demander aux élèves de se remémorer l'histoire, puis leur demander quel était le problème rencontré par la famille (réponse : « il y a beaucoup de pingouins, alors il faut réussir à les ranger tous dans la maison »).	Oral collectif
5'	Recherche	Distribuer aux élèves une photocopie d'une page de l'album . On veut savoir combien de pingouins il y a à ce moment de l'histoire. Malheureusement, le texte a été effacé. Il faut donc dénombrer les pingouins. Les élèves sont libres d'utiliser la stratégie qu'ils souhaitent pour dénombrer les pingouins.	Ecrit individuel Polycopié d'une page de l'album
5'	Mise en commun	Les élèves proposent leurs réponses (bonne réponse : 31) et surtout leurs stratégies. Les amener à comprendre que la stratégie la plus efficace est celle du groupement par 10 pingouins (10 unités).	Oral collectif Vidéoprojection de la page d'album au tableau
5'	Réinvestissement	On donne une seconde page de l'album aux élèves avec la même consigne de dénombrer les pingouins (cette fois il y en a plus : 61) afin d'appuyer sur le fait que le dénombrement par groupe de 10 unités est à privilégier : il est plus aisé de compter les groupes de 10 que les pingouins un par un. Passer dans les rangs pour corriger en temps réel.	Ecrit individuel Polycopié d'une page de l'album
	Bilan	« Qu'avons-nous fait/appris lors de cette séance ? »	Oral collectif

Séance n°3 : 10 pingouins ne font qu'un !

Durée : 25-30 minutes

Objectif : Echanger 10 unités contre 1 dizaine.

	Phase d'apprentissage	Déroulement	Modalités
	Présentation de la séance et de son objectif	Annoncer la discipline et l'objectif : « Nous allons faire de la numération. Lors de la dernière séance nous avons regroupé les pingouins par groupes de 10 pour les dénombrer plus facilement. Aujourd'hui nous allons voir qu'un groupe de 10 unités forme un groupe qui s'appelle dizaine. »	
5'	Mise en situation	Relire un passage de l'album avec les élèves (celui ou le papa propose de ranger les pingouins car ils sont trop nombreux et les présente en pyramides de 15). Demander aux élèves s'ils trouvent cela judicieux de faire des groupes de 15 et pourquoi (réponse attendue : « non, on a vu que si on les rangeait par groupes de 10, on pourrait les compter plus facilement »).	Oral collectif Vidéoprojection des pages supports de l'album
5'	Recherche	Distribuer le matériel de numération des pingouins (unités et dizaines) aux élèves. Ils disposent de 40 unités pingouins. Ils doivent les ranger dans la maison (polycopié), pour cela ils doivent assembler les pingouins par 10 (ils doivent échanger 10 unités pingouins contre 1 dizaine de pingouins). Puis, les élèves indiquent combien de dizaines de pingouins ils obtiennent (4).	Manipulation individuelle Polycopié de la maison + matériel de numération (unités et dizaines)
5'	Mise en commun	Les élèves indiquent combien de dizaines ils ont obtenu (représiser qu'il s'agit d'un groupe de 10 pingouins). La validation se fait par la manipulation du matériel agrandi et aimanté au tableau).	Manipulation collective + oral Matériel de numération aimanté au tableau (unités et dizaines)
5'	Nouvelle recherche	Cette fois, les élèves doivent ranger dans la maison 52 pingouins. Ils doivent échanger 50 unités contre 5 dizaines et garder les 2 unités restantes.	Manipulation individuelle Polycopié de la maison + matériel de numération (unités et dizaines)
5'	Mise en commun	On valide une nouvelle fois par la manipulation au tableau. Expliciter que 10 unités de pingouins forment une dizaine de pingouins. On garde les unités qui ne peuvent pas être assemblées en groupes de 10. On obtient ainsi 5 groupes de 10 pingouins et 2 pingouins soit 5 dizaines et 2 unités.	Manipulation collective + oral Matériel de numération aimanté au tableau (unités et dizaines)
10'	Institutionnalisation	Utiliser le matériel de numération aimanté du tableau pour présenter des collections croissantes – de 10 à 25 pingouins. Les élèves viennent chacun leur tour poser les 10, puis 11, puis 12 pingouins… On constate qu'il suffit à chaque fois de reprendre la collection précédente et de lui rajouter une unité. L'élève qui pose les 20 pingouins doit penser à effectuer l'échange 10 unités contre une dizaine. On continue jusque 25 pour comprendre qu'on reprend le fonctionnement initial. Présenter aux élèves la nouvelle droite gradué de la classe qui reprend leur travail jusque 30.	Manipulation collective + oral Matériel de numération aimanté au tableau (unités et dizaines) Droite graduée des pingouins
	Bilan	« Qu'avons-nous fait/appris lors de cette séance ? »	Oral collectif

Séance n°4 : Des pingouins par groupes de 100

Durée : 25-30 minutes

Objectifs : Dénombrer une collection organisée en groupes de 100 ; échanger 10 dizaines contre 1 centaine.

	Phase d'apprentissage	Déroulement	Modalités
	Présentation de la séance et de son objectif	Annoncer la discipline et l'objectif : « Nous allons faire de la numération. Lors de la dernière séance nous avons appris que 10 unités regroupées formaient une dizaine. A la fin de cette séance, vous saurez ce qu'est une centaine. »	
5'	Réinvestissement	Distribuer le matériel de numération aux élèves ainsi que le polycopié de travail. Sur celui-ci, il est inscrit qu'il y a 83 pingouins dans la maison ; les élèves doivent représenter les 83 pingouins avec le matériel de numération à partir du nombre écrit (soit 8 dizaines et 3 unités). Passer dans les rangs pour valider. C'est l'occasion de rappeler que le chiffre de gauche correspond aux dizaines (les groupes de 10 pingouins) et le chiffre de droite correspond aux unités (les pingouins qui restent seuls).	Manipulation individuelle Oral collectif Polycopié + matériel de numération

5'	Recherche 1	Dire qu'il y a maintenant 99 pingouins dans la maison. Ecrire le nombre au tableau ; les élèves doivent représenter le nombre avec le matériel de numération (9 dizaines et 9 unités). Puis, présenter la double page de l'album évoquant l'arrivée du 100ème pingouin . Demander d'ajouter ce pingouin supplémentaire : les élèves ajoutent une unité. Ils doivent se rendre compte qu'il y a 10 unités que l'on peut échanger contre une dizaine. On sait qu'on a 100 pingouins en tout. Demander aux élèves combien de dizaines de pingouins ils ont sous les yeux (réponse : 10). Reformuler pour expliciter que « 10 dizaines de pingouins font 100 pingouins ».	Manipulation individuelle Oral collectif Vidéoprojection de la page de l'album Matériel de numération
5'	Recherche 2	« Que faisons-nous quand nous avons un groupe de 10 unités ? (Réponse : on forme une dizaine). Serait-il donc possible de rassembler les dizaines ensemble quand on en a 10 ? ». Proposer aux élèves de « coller » leurs bandes de dizaines ; ils constatent qu'ensemble, elles forment un carré. Expliciter que ce carré de 10 dizaines de pingouins correspond à une centaine de pingouins. Distribuer le matériel de numération supplémentaire : les centaines.	Manipulation individuelle Oral collectif Matériel de manipulation
10'	Entrainement	Consigne : « La famille a décidé que cela était donc plus facile de ranger les pingouins en centaines, dizaines et unités afin de dénombrer plus rapidement les pingouins présents dans la maison. Aide-le à dénombrer les pingouins ». Les élèves ont une fiche d'exercices sur laquelle il faut faire correspondre les pingouins représentés au bon nombre d'unités de numération.	Ecrit individuel Fiche d'exercices
	Bilan	« Qu'avons-nous fait/appris lors de cette séance ? »	

Séance n°5 : Les pingouins prennent position

Durée : 30 minutes

Objectif : Comprendre le principe positionnel de la numération.

	Phase d'apprentissage	Déroulement	Modalités
	Présentation de la séance et de son objectif	Annoncer la discipline et l'objectif : « Nous allons faire de la numération. Lors de la dernière séance nous avons appris que 10 dizaines formaient une centaine. Aujourd'hui nous allons comprendre que la position des chiffres est très importante dans l'écriture du nombre ».	
5'	Mise en situation	Lors de l'arrivée du 100ème pingouin, une page de l'album nous indique le nombre de pingouin. La montrer aux élèves et demander de lire le nombre inscrit sur le ventre des pingouins Leur demander de représenter ce nombre avec le matériel de numération (une centaine de pingouins). « Si les pingouins se mélangent et changent de position, est-ce qu'on verra toujours le nombre 100 inscrit ? ».	Oral collectif Manipulation individuelle Matériel de numération Page de l'album dupliquée au tableau
5'	Recherche	On découpe la feuille du tableau pour séparer les trois pingouins, puis on les place dans des ordres différents : 010 et 001. Demander aux élèves de représenter ces nouveaux nombres avec le matériel de numération.	Manipulation individuelle Matériel de numération Page de l'album découpée au tableau
5'	Mise en commun et structuration	Mettre en commun les réponses des élèves avec le matériel de numération aimanté agrandi. Expliciter que : « Dans 001, le 1 tout à droite représente 1 pingouins, une unité. Les deux 0 indiquent qu'il n'y a aucune dizaine et aucune centaine. Dans 010, le 0 droite représente les unités (les pingouins seuls) ; il n'y en a pas. Le 1 qui suit à sa gauche représente les dizaines : il y en a une, soit 10 pingouins. Le 0 tout à gauche représente 0 centaine car il y a moins de 100 pingouins.	Manipulation collective Matériel de numération aimanté agrandi Page de l'album découpée au tableau

		En revanche dans 100, on 0 unité seule, 0 dizaine seule car tout est groupé dans une centaine représentée par le 1 tout à gauche ».	
5'	Structuration	Présenter le compteur de pingouins qui indique bien ce que représente chaque chiffre selon sa position. Montrer un exemple aux élèves de l'utilisation du compteur.	Oral collectif Compteurs de pingouins
10'	Entrainement	Les élèves s'exercent à passer de la représentation en unités de numération à l'écriture chiffrée et inversement à l'aide du compteur de pingouins.	Ecrit individuel Compteurs de pingouins Polycopiés d'exercices
	Bilan	« Qu'avons-nous fait/appris lors de cette séance ? »	

Annexe 3 : Analyse a priori

Séance 2

Objectif de l'activité	Dénombrer les 31 pingouins puis les 61 pingouins extraits de l'album (sur polycopiés). Travail individuel
Procédures possibles	• Compter les pingouins en utilisant la comptine numérique oralement ou dans leur tête • Compter les pingouins en les barrant au fur et mesure sur l'illustration photocopiée • Compter les pingouins en les numérotant sur l'illustration même • Regrouper les pingouins par groupes de dix en les entourant sur leur feuille afin de compter les dizaines et les unités restantes ➞ Procédure visée • Réaliser des paquets de taille identique autre que 10
Difficultés possibles	• Repérer les pingouins déjà comptés de ceux qui ne le sont pas encore sur la feuille • Oubli d'un nombre dans la comptine numérique (dans le cas du comptage-numérotage) • Réaliser les paquets de 10 sans pour autant savoir comment s'en servir pour dénombrer la collection par la suite
Variables didactiques	• Taille de la collection de pingouins à dénombrer

Séance 3

Objectif de l'activité	Organiser une collection de 41 pingouins, puis 52 pingouins en dizaines et unités, avec matériel de numération, à savoir les carrés d'unités et les barres de dizaines (annexe 3). Les élèves sont amenés à échanger 10 unités de pingouins contre une barre de dizaine de pingouins. Travail individuel
Procédures possibles	• Compter les pingouins jusque 10 et les échanger dès lors contre une dizaine • Dénombrer la collection entière de pingouin et identifier que 41 correspond à 4 barres de dizaine et une unité.

	• « Empiler » les carrés unités jusqu'à obtenir la taille d'une barre de dizaine avant d'effectuer l'échange (lien fait avec la mesure, le matériel étant basé sur une proportionnalité entre les unités et les dizaines)
Difficultés possibles	• Dénombrement de la collection (d'autant plus que le matériel de manipulation est petit) ; il est possible d'oublier ou de compter deux fois une unité. • Compréhension du concept d'échange dix contre un, bien que le matériel de manipulation soit là pour pallier cette difficulté • Réaliser des paquets de taille variable et ne pas réussir à les utiliser (par exemple des paquets de 5, de 7, de 10…)
Variables didactiques	• Taille des collections en jeu • Emploi ou non de matériel représentant les unités de numération

Séance 4

Objectif de l'activité	Activité de recherche visant à représenter la centaine avec le matériel de manipulation, via l'ajout d'une unité à une collection de 9 dizaines et 9 unités. Cette activité nécessite deux échanges successifs : 10 unités contre une dizaine et 10 dizaines contre une centaine. Les élèves doivent donc dénombrer la collection donnée initialement. Travail individuel
Procédures possibles	• Compter chaque pingouin représenté sur le matériel de numération (ce qui est peu probable étant donné la taille de la collection). • Pointer les barres de dizaines en comptant de 10 en 10 et ajouter le nombre d'unités au résultat obtenu. • Compter le nombre de dizaine et le multiplier par 10 mentalement avant d'y ajouter le nombre d'unités. • Compter les dizaines puis les unités, et utiliser les unités de numération par écrit ou mentalement pour trouver le nombre de pingouins (à savoir, que 9d et 9u correspondent à 99 pingouins). • Employer les mêmes procédures qu'en séance 3 afin de procéder aux échanges des unités contre la dizaine
Difficultés possibles	• Dénombrer correctement les dizaines et les unités • Comprendre la correspondance entre dix unités et une dizaine
Variables didactiques	• Taille de la collection proposée • Emploi ou non du matériel de numération à manipuler

Objectif de l'activité	Décomposer des collections de pingouins représentées en unités de numération. Travail individuel
Procédures possibles	• Mêmes procédures que la première activité • Manipuler les unités du matériel de numération en parallèle de celles représentées sur le polycopié d'exercices : réagencer la collection de manière à rassembler les centaines, les dizaines et les unités afin d'avoir une vision plus organisée de la collection • Faire les échanges sans avoir besoin de compter, en visualisant tout simplement les pingouins qui peuvent être assemblés en barres de

	dizaine ou en carré de centaine (notion de mesure par la proportionnalité du matériel)
Difficultés possibles	• Dénombrer correctement les dizaines et les unités • Comprendre la correspondance entre dix unités et une dizaine
Variables didactiques	• Taille de la collection proposée • Emploi ou non du matériel de numération à manipuler

Séance 5

Objectif de l'activité	Comprendre le principe positionnel de notre système de numération. Lors de l'activité de recherche, les élèves doivent représenter trois collections dont l'écriture chiffrée contient les mêmes chiffres mais dans un ordre différent : 100, 001 et 010. L'objectif qui en découle est de comparer les trois collections. Travail individuel
Procédures possibles	• Constituer une collection en dénombrant au fur et à mesure le matériel de numération jusqu'à obtenir les nombres demandés • Lire les écritures chiffrées comme les désignations orales « cent », « un » et « dix » et les faire correspondre respectivement à une centaine, une unité et une dizaine. • Utiliser un tableau de numération et le compléter afin de voir le nombre de fois où une unité est représentée ou si elle ne l'est pas
Difficultés possibles	• Comprendre la signification du zéro comme l'absence d'une unité de numération • Retenir l'ordre dans lequel sont positionnées les différentes unités de numération • Associer l'écriture chiffrée à la désignation orale du nombre
Variables didactiques	• Manipulation du matériel de numération • Utilisation d'un tableau de numération

Objectif de l'activité	Comparer les trois collections précédentes. Collectif
Procédures possibles	• Comparer les représentations avec le matériel de numération afin de vérifier laquelle est la plus conséquente (celle qui contient une centaine). • Inscrire les trois nombres dans le tableau de numération et utiliser uniquement les chiffres et leur position afin de comparer les trois nombres • S'aider de la frise numérique : le nombre le plus à droite sur la frise est le plus grand • Placer soi-même les nombres sur une droite graduée pour repérer l'ordre dans lequel ils se positionnent ou même réciter la comptine numérique
Difficultés possibles	• Regarder le nombre qui a le plus de chiffres ou le nombre qui contient le plus grand chiffre sans tenir compte du principe positionnel
Variables didactiques	• Choix des nombres en jeu. Il est plus aisé de comparer des nombres ayant un chiffre des centaines différent. A l'inverse, des nombres qui se

	distinguent uniquement par leur chiffre des unités sont plus difficiles à comparer • Utilisation du matériel de numération • Utilisation d'un tableau de numération • Utilisation d'un compteur

Séance 6

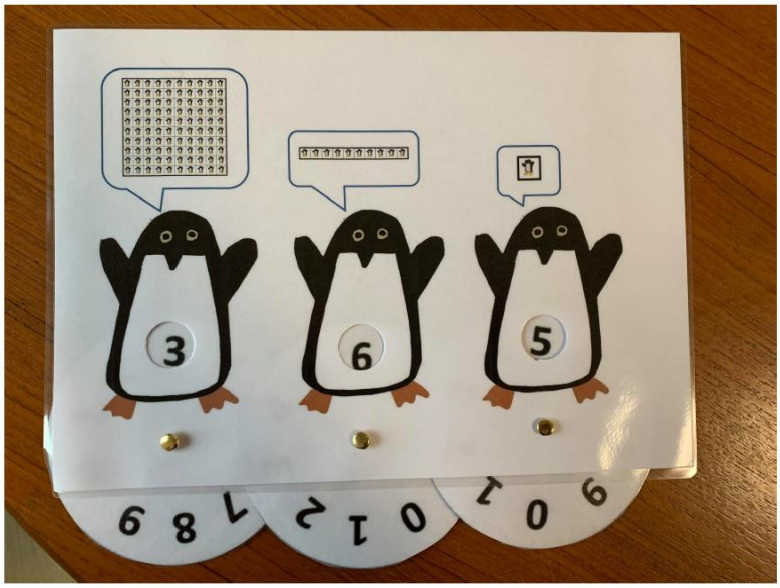
Objectif de l'activité	Résoudre des problèmes en réinvestissant ses connaissances sur la numération Travail individuel
Procédures possibles	• Utilisation des divers outils proposés lors de la séquence à savoir le tableau de numération, le matériel de numération et le compteur • Dessin/schématisation • Calcul mental • Calcul écrit
Difficultés possibles	• Comprendre qu'on ne demande pas d'utiliser une méthode particulière de calcul mais plutôt d'utiliser les connaissances sur le système de numération décimal positionnel écrit • Comprendre l'énoncé du problème
Variables didactiques	• Taille des nombres en jeu • Nombre de données des énoncés et leur formulation

Annexe 4 : matériel multibase des pingouins

Matériel de numération des pingouins.

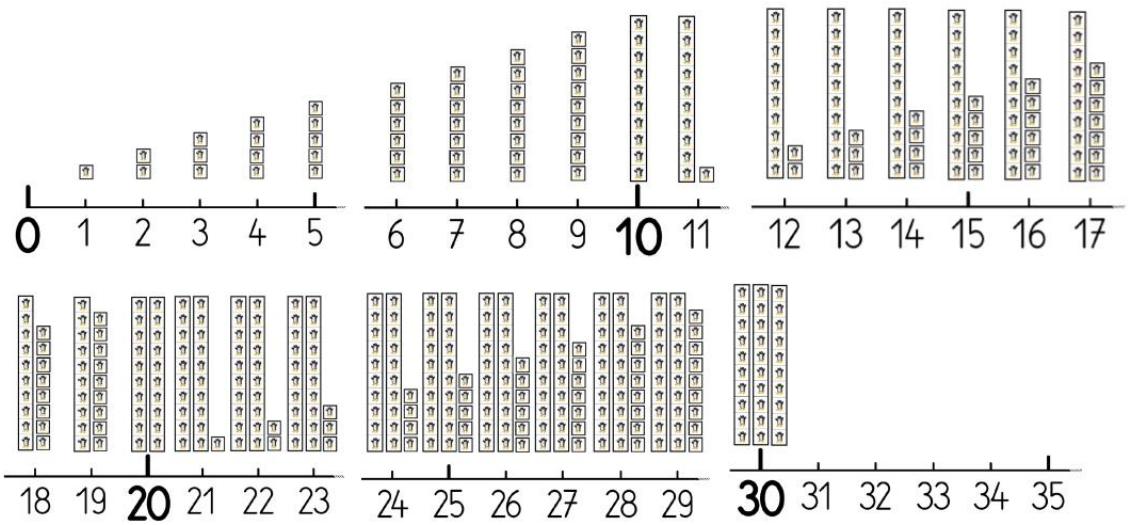
Annexe 5 : compteur de pingouins

Compteur de pingouins.

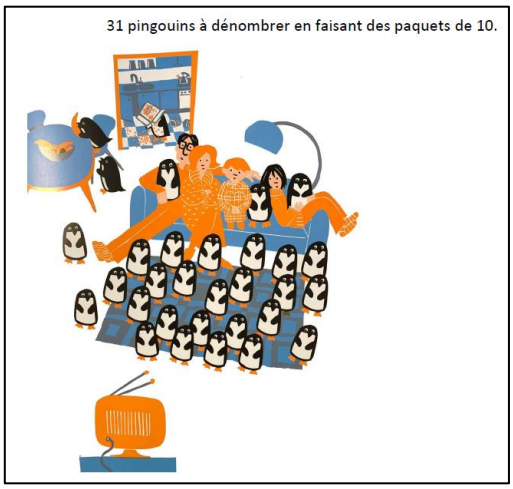


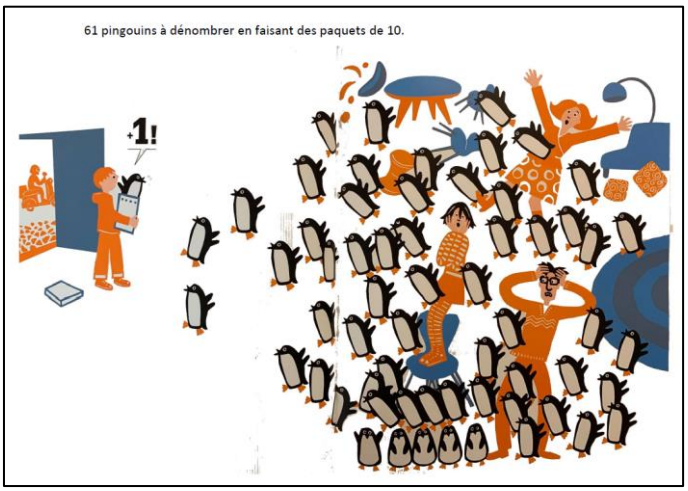
Annexe 6: droite graduée des pingouins

Droite graduée des pingouins pour la classe.

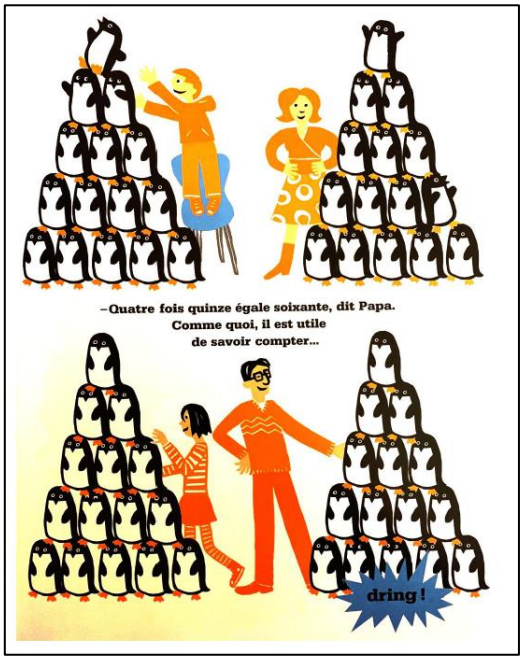


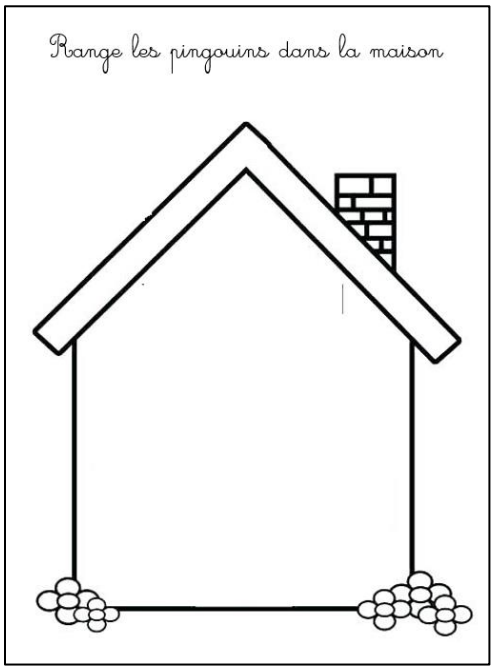
Annexe 7 : Pages de l'album photocopiées en séance 1.





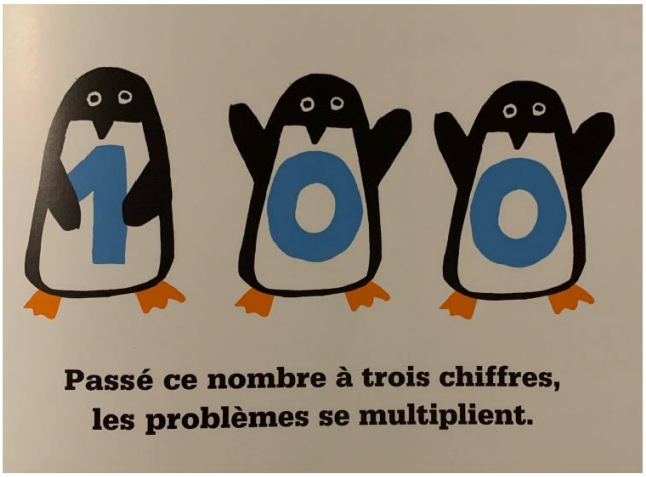
Annexe 8 : Page de l'album servant à illustrer un rangement possible des pingouins en séance 3 et polycopié des élèves de rangement des pingouins dans la maison.

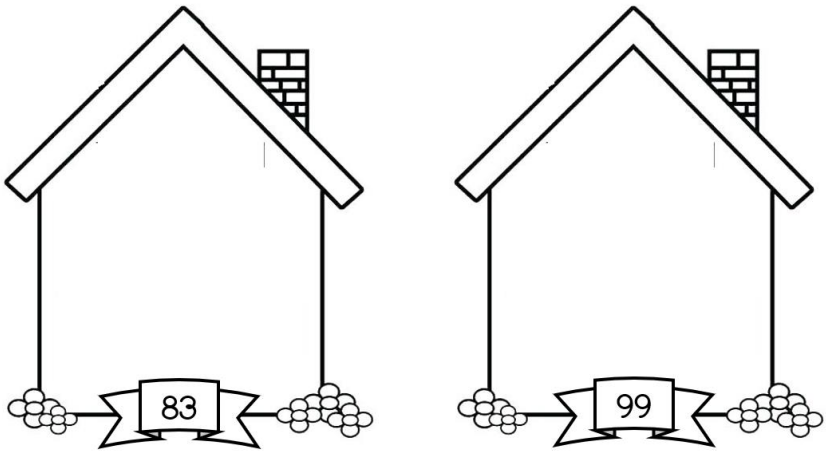




Annexe 9 : Pages de l'album servant de support à la séance 4 et polycopié des élèves de rangement des pingouins dans la maison.

Arrivée du 100ème pingouin.

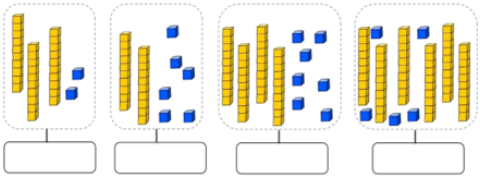




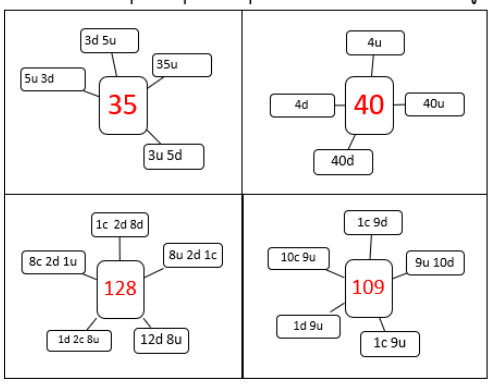
Annexe 10 : évaluations

Evaluation diagnostique : numération

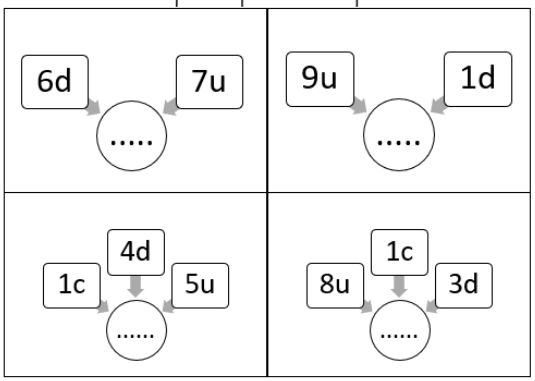
1. Ecris le nombre qui correspond à chaque collection de cubes.



2. Colorie les étiquettes qui correspondent au nombre écrit en rouge.



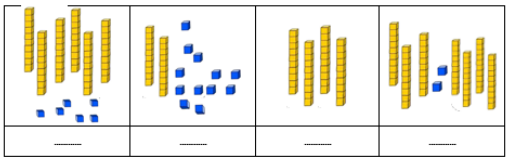
3. Ecris les nombres qui correspondent aux étiquettes.



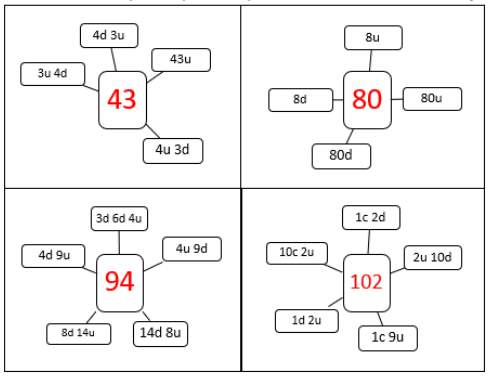
Prénom : ..... Le 12/02

Evaluation Formative : numération

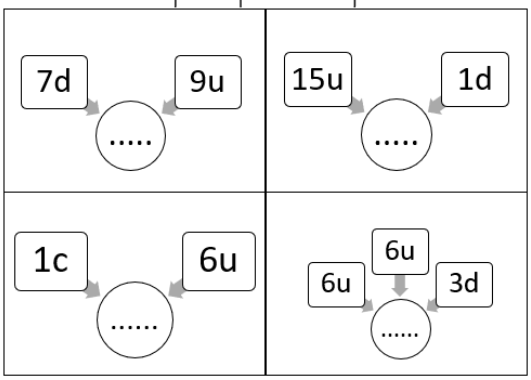
1. Ecris le nombre qui correspond à chaque collection de cubes.



2. Colorie les étiquettes qui correspondent au nombre écrit en rouge.



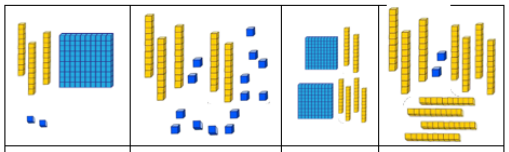
3. Ecris les nombres qui correspondent aux étiquettes.



Prénom : ..... Le 01/04

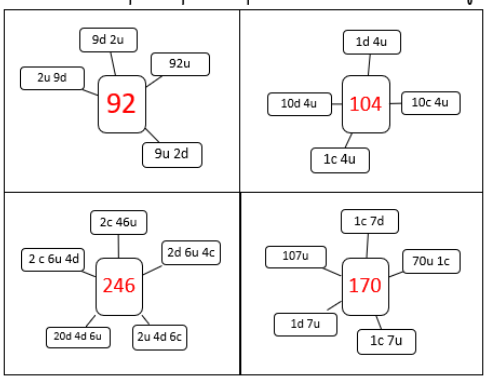
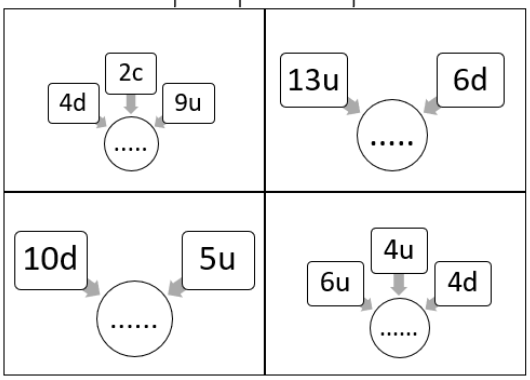
Evaluation sommative : numération

1. Ecris le nombre qui correspond à chaque collection de cubes.



.....	.....	.....	.....

2. Colorie les étiquettes qui correspondent au nombre écrit en rouge.



3. Ecris les nombres qui correspondent aux étiquettes.