

Université de Bordeaux- INSPE de l'académie de Bordeaux

Master Métiers de l'enseignement, de l'Education et de la Formation

Mention Premier degré

Comment accompagner l'apprentissage de la perpendicularité dans une classe de CM1 ?

Mémoire présenté par **Mr CREMEY Cyril**

Sous la direction de **Mme DUTAUT Sophie**

Année universitaire : 2020-2021

université
de **BORDEAUX**

INSPE

Institut national
supérieur du professorat
et de l'éducation
Académie de Bordeaux

Remerciements

Je tiens à remercier à mes proches qui m'ont soutenu durant cette période de reprise d'études.

Merci à ma directrice de mémoire, madame Sophie DUTAUT pour ses conseils et la disponibilité dont elle a fait preuve.

Merci à La professeure des écoles Alexandra LEPORT-POYER ainsi qu'aux élèves de l'école primaire Olympe de Gouges située à Bruges, qui m'ont reçu durant ma période de stage et m'ont permis de construire ce mémoire.

Enfin, je remercie tous les enseignants qui m'ont accompagné durant ces six années.

Table des matières

1-	INTRODUCTION	4
2-	JUSTIFICATION DU CHOIX DU SUJET ET PROBLEMATIQUE	4
2.1	Le sujet dans le cadre institutionnel.....	4
2.2	Liens entre arts plastiques et mathématiques dans les programmes.....	6
2.3	Apports théoriques en mathématiques	8
2.4	Apports théoriques en arts plastiques	11
3-	ANALYSE A PRIORI ET SEQUENCE PROPOSEE	16
3.1	Choix didactiques communs à toutes les restaurations.....	16
3.2	Avantage du travail à partir d'une restauration	16
3.3	Les instruments proposés.....	17
3.4	La réalisation d'un programme de construction	17
3.5	L'application d'un coût à l'utilisation des instruments.....	18
3.6	Restauration à l'échelle et choix des unités de valeur	18
3.7	Position du modèle et de l'amorce	19
3.8	Validation des restaurations au calque	19
3.9	Recueil des données.....	19
4-	LES ACTIVITES PROPOSEES DANS LE CADRE DE LA SEQUENCE	20
4.1	Activité de résolution de problème.....	20
4.2	Activité préparatoire : « le jeu du portrait » (Annexe 1)	22
4.3	A propos des figures choisies pour les tâches de restauration à suivre.....	22
4.4	Tâche de restauration d'un rectangle (Annexe 2).	23
4.5	Tâche de restauration d'un carré (Annexe 3 et 4).....	25
4.6	Tâche de restauration d'une figure complexe. (Annexe 5)	28
4.7	Restauration d'extraits d'une œuvre de Piet MONDRIAN <i>Composition A</i> (1920).....	33
4.8	Trace écrite.....	34
5-	RECUEIL ET ANALYSES DES DONNEES.....	35
5.1	Généralités sur l'organisation.....	35
5.1.1	Rappel de l'objectif visé.....	35
5.1.2	Les mises en communs : intérêt du point de vue de l'élève et de l'enseignant.....	35
5.1.3	Critères de classement des productions des élèves.....	36
5.2	Analyse de la restauration du rectangle.....	37
5.3	Analyse de la restauration du carré.....	39
5.4	Analyse de la restauration d'une figure complexe.....	44
5.5	Analyse de l'activité de résolution de problème.....	48

6-	REGARD ANALYTIQUES ET HYPOTHESES SUR LES ERREURS PERSISTANTES	52
6.1	La rédaction du programme de construction.....	52
6.2	La graduation des instruments et le recours à la mesure	53
6.3	La taille des amorces	54
6.4	Place de l'activité en arts visuels	56
7-	CONCLUSION	58
	REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	60
	ANNEXE.....	62

1- INTRODUCTION

En observant mon environnement je pris conscience que les figures et rapports géométriques semblent se trouver partout, dans toute forme. La nature, le monde construit par les hommes semblent pouvoir être représentés et traduits par une succession de rapports géométriques.

Mais le sentiment que j'éprouve par rapport à ma propre expérience de l'apprentissage de la géométrie est tout autre. Ces connaissances me semblent dissociées du réel et les propriétés géométriques que j'ai apprises me paraissent être indépendantes de ma capacité à construire des figures, qui elle s'exécute de façon automatisée.

C'est en travaillant sur les programmes que ce constat m'est apparu. Il y est dit que « Différentes caractérisations d'un même objet ou d'une même notion s'enrichissant mutuellement permettent aux élèves de passer du regard ordinaire porté sur un dessin au regard géométrique porté sur une figure »¹. Cette notion de regard et le changement qui l'accompagne apparaissent alors comme les pièces maîtresses permettant de créer du lien, le cœur de l'apprentissage de la géométrie pour construire des connaissances durables, cohérentes et transférables. Deux questions émergent de cette prise de conscience. D'une part, comment accompagner ce changement de regard sur les figures géométriques dans le cursus scolaire des élèves. D'autre part, comment fournir à ces derniers une possibilité d'ancrer ces savoirs dans leur quotidien, hors de la seule discipline géométrique ; en proposant une possibilité de transfert de ces connaissances vers des activités plus courantes, car comme l'a dit le mathématicien Seymour PAPERT, « La géométrie n'est pas faite pour être apprise, elle est faite pour être utilisée ».

2- JUSTIFICATION DU CHOIX DU SUJET ET PROBLEMATIQUE

2.1 Le sujet dans le cadre institutionnel

Lors d'un stage mené en classe de CM1, durant la période automne/hiver 2020/2021, je m'aperçus que la majorité des élèves rencontraient des difficultés à différencier un angle droit d'un angle « presque droit ». En effet, en travaillant avec les élèves sur des figures géométriques diverses, je constatais que l'angle droit, perçu

¹ Programme de l'enseignement au cycle 2 et 3. BO n°31 du 30 Juillet 2020

comme coin de surface, n'était pas toujours identifié en dehors du contexte du carré ou du rectangle. En présentant des quadrilatères ne contenant que deux angles droits et deux autres angles « presque droits », j'observais de nombreuses confusions et une vision très approximative. Je me demandai alors, si cette vision perceptive pouvait constituer un obstacle à l'apprentissage du concept de perpendicularité et si c'était le cas, quels pouvaient être les moyens de tisser du lien pour créer du sens.

En effectuant des recherches sur le sujet, je fis le constat que chez les élèves de collège, il existerait des difficultés persistantes à mobiliser les propriétés géométriques pour construire des figures ou produire des raisonnements s'appuyant sur des démonstrations. Cela illustre le fait que les élèves font référence à ce qu'ils voient de façon perceptive et qu'ils peinent à isoler les objets géométriques (sous-figures, alignement, perpendicularité, ...) permettant de mobiliser de véritables savoirs tels que des théorèmes². Selon PERRIN GLORIAN, il existerait un manque de continuité entre le collège et l'école élémentaire où l'apprentissage des savoirs géométriques se réduirait à l'acquisition d'un vocabulaire et à la manipulation d'instruments, dans un contexte didactique qui ne serait peu, voire pas problématisé. Ainsi, il semblerait que ce manque de mobilisation des objets géométriques au travers de situation de résolution de problème constitue un obstacle majeur pour développer la capacité à isoler et utiliser les concepts géométriques enseignés aux élèves.

Pourtant, d'un point de vue institutionnel, les programmes précisent que « les activités permettent aux élèves de passer progressivement d'une géométrie où les objets (le carré, la droite, le cube, etc.) et leurs propriétés sont essentiellement contrôlées par la perception à une géométrie où le recours à des instruments devient déterminant, pour aller ensuite vers une géométrie dont la validation s'appuie sur le raisonnement et l'argumentation. ». Si en géométrie plane, la validation des propriétés par le raisonnement et la démonstration constitue un attendu du cycle 4, il convient de préciser que les programmes mettent en avant l'importance du cycle 3, car il constitue une charnière entre l'école primaire et le collège, notamment concernant l'approche des concepts géométriques fondamentaux. On peut également noter le caractère progressif qui est prescrit concernant la construction des connaissances en géométrie. Afin de respecter cette progressivité, il m'est alors paru essentiel de devoir introduire les éléments qui

² DUVAL R., GODIN M., PERRIN-GLORIAN M.J. (2004). *Reproduction de figures à l'école élémentaire*. Actes du séminaire national de didactique des mathématiques. Année 2004, ADIREM et IREM de Paris 7.p. 05-89. p.7

permettent d'accéder au sens des notions géométriques que les élèves seront appelés à manipuler.

En accord avec la progression prévue par ma maîtresse d'accueil temporaire (MAT), j'ai décidé de mener mon travail de mémoire sur la notion de perpendicularité. L'objectif étant de présenter des situations d'apprentissage permettant de faire émerger le concept géométrique de perpendicularité et offrant une possibilité d'évolution des procédures donnant accès à une acquisition solide des connaissances liées à cette propriété. En mettant en évidence les éléments constitutifs d'un angle droit je souhaite accompagner le changement de regard que les élèves portent sur cette notion. Les élèves pourront ainsi passer d'une vision de l'angle droit comme surface, à une vision comme contour, pour finir par accéder à la lecture de l'intersection de deux lignes perpendiculaires.

Ma recherche s'est donc axée sur le questionnement suivant : Comment accompagner les élèves dans l'apprentissage de la notion de perpendicularité. Mais surtout, comment assurer le changement de regard nécessaire à la construction de connaissances solides, qui feront la base des raisonnements que les élèves seront amenés à produire dans leur scolarité à venir ?

2.2 Liens entre arts plastiques et mathématiques dans les programmes

En deuxième plan, je pense qu'il est parfois complexe de comprendre des notions géométriques, qui par leur distance avec un domaine d'application peuvent demeurer abstraites. C'est pourquoi, je souhaite finaliser la progression qui sera proposée aux élèves, et décrite dans la suite du mémoire, par une situation d'entraînement qui serait vecteur d'un lien avec l'environnement quotidien des élèves. Au regard des programmes, la complémentarité entre arts plastiques et géométrie m'est parue évidente. A la fois prétexte pour contribuer à l'éveil d'une culture artistique, ce domaine constitue également une opportunité de construire une référence, des repères durables en liens avec les notions géométriques abordées.

Au cycle 1 déjà, le domaine 3.1.1 (Les productions plastiques et visuelles) et les attendus du domaine 4.2.2 au sujet des premiers outils pour structurer sa pensée, ont en commun le terme « dessiner » pour désigner les formes géométriques. Ainsi, dessiner est un acte commun aux deux domaines. En l'associant à une découverte d'œuvres, cela permet aux

élèves d'explorer et de s'approprier des graphismes, de discriminer des formes planes, par « l'identification de premières caractéristiques descriptives »³.

Si au cycle 2 il est clairement dit dans les programmes que « Le travail sur les solides, les figures géométriques et les relations géométriques peut se développer en lien avec les arts plastiques »⁴, le travail d'acquisition de connaissances spatiales commencé en cycle 1 pour se repérer et interagir avec l'environnement, devient également central au travers de la question de la représentation du monde réel. Comme le rappellent les programmes, « Entre six et neuf ans, l'enfant investit dans ses productions l'envie de représenter le monde qui l'entoure ». Il s'agit là d'une orientation naturelle qui est une véritable opportunité à saisir pour répondre à des apprentissages prenant appui sur des situations concrètes et visant le réinvestissement de connaissances géométriques sur les figures planes.

Au cycle 3, en arts plastiques tout comme en géométrie, les enseignements s'appuient sur les connaissances, expériences et compétences du cycle 2 et visent à les approfondir. Le but étant de créer des situations ouvertes de résolution de problème qui, en convoquant de nombreuses tâches, et en les liant, contribuent à donner du sens à chaque notion.

Dans les programmes, la représentation du monde environnant est une activité centrale. Globalement, cela permet de découvrir ou de consolider les notions qui permettent d'appréhender le réel avec plus de précision, d'identifier les outils et compétences mathématiques et géométriques nécessaires à la réalisation d'un projet mené dans un autre cadre. L'élève est amené à pratiquer une démarche exploratoire et réflexive, à extraire des données réelles issues d'autres disciplines, tout comme en arts plastiques, où la situation nécessite des réinvestissements et cherche à répondre à des problèmes de rapports entretenus entre les divers éléments composant l'œuvre.

Or, l'identification des relations qu'entretiennent différents éléments dans le plan, est une question essentielle qui est au cœur du développement des compétences. Ainsi, dans la continuité du travail amorcé au cycle 2, concernant la tâche de reproduction de figure qui visait à faire apparaître les bords de surface ; la tâche de reproduction de figures planes et complexes au cycle 3 en géométrie vise à faire apparaître les lignes, les points et leurs positions relatives. Aussi, en arts visuels, la reproduction d'une composition plastique

³ Programme de l'enseignement en maternelle. BO n°31 du 30 Juillet 2020.

⁴ Programme de l'enseignement au cycle 2 et 3. BO n°31 du 30 Juillet 2020.

préexistante nécessite de chercher des informations sur le support pour faire émerger les concepts (perpendicularité, parallélisme, ...) qui permettent d'utiliser les propriétés géométriques pour reconnaître, puis décomposer une figure afin de pouvoir en reproduire les caractéristiques. En faisant directement référence au questionnement posé, la découverte, l'analyse et la reproduction d'une œuvre, mettent en relation des notions mathématiques et des notions d'arts plastiques.

La création de ces liens contribue ainsi à mieux définir et cerner chaque concept ou notion, car inscrit dans une situation cohérente et porteuse de sens faisant chuter le cloisonnement entre les disciplines. Se questionner sur la forme, dans le but de la représenter, c'est procéder à une décomposition et/ou à un assemblage de figures simples ou complexes ; mais c'est surtout, *in fine*, être capable de réaliser, rédiger un programme de construction qui nécessite l'acquisition d'un vocabulaire spécifique et précis pour : définir des positions ou déplacer son point de vue, identifier les propriétés des objets, identifier les rapports qu'entretiennent les caractéristiques d'un objet mais aussi plus globalement les objets entre eux ou dans l'espace ; et être capable de le décrire. Ce travail d'attribution du vocabulaire est une étape importante de ce cycle, car elle permet de changer la qualité du regard qui est porté sur la situation et d'atteindre un des principal but des enseignements de la géométrie au cycle 3 qui est de pouvoir passer du contrôle d'une tâche par la perception, à une vérification ayant recours à une utilisation maîtrisée d'instruments géométriques et à des arguments issus d'un raisonnement prenant appui sur différentes caractéristiques et propriétés des objets observés.

2.3 Apports théoriques en mathématiques

L'article paru en 2005 dans Grand N, *Les changements de regards nécessaires sur les figures* écrit par DUVAL et GODIN permet d'identifier les obstacles à une évolution du regard porté sur les figures géométriques et propose, à partir de tâches de reproduction de figures, un accompagnement pour amener les élèves à changer de perception sur les figures planes, ouvrant ainsi la porte à une réelle acquisition des connaissances géométriques.

Selon DUVAL et GODIN, les figures géométriques sont spontanément perçues comme des surfaces limitées par leur contour (formes 2D). De ce fait, elles ne sont pas perçues selon le réseau de droites (formes 1D) et de points (formes 0D) qui les composent. Cet obstacle majeur appartient à la dimension cognitive de l'acte de voir les figures, qui est à

la fois problématique et essentiel pour notre étude. Selon DUVAL, il existerait « deux modes opposés de fonctionnement cognitif : la visualisation iconique et la visualisation non iconique »⁵. La première consiste en une reconnaissance des formes de manière globale en termes de surface et de contour en fonction d'un référent (étalon). Or cette manière de voir fait barrière au second type de visualisation qui permet une identification des propriétés géométriques qui régissent le réseau de lignes constituant la figure. Les deux mécanismes opèrent simultanément et fusionnent. Aussi, la prise de conscience des éléments constitutifs d'une figure, qui permet de développer une manière de voir géométrique, nécessite de questionner et d'analyser cette première reconnaissance globale. Ainsi, la manière de voir une figure conditionnerait la perception des éléments qui la composent ; c'est-à-dire que dans une tâche de reproduction de figure, l'élève peut œuvrer à partir d'une vision figurative globale, ou en fonction de l'ensemble du réseau de lignes et de points constitutif de la figure à reproduire. Un travail de reproduction nécessite donc un « travail de réorganisation visuelle »⁶ pour passer d'un type de regard à l'autre. Pour comprendre comment s'organisent les éléments qui composent une figure, DUVAL et GODIN proposent de s'appuyer sur cet invariant perceptif pour créer des situations d'apprentissage qui poussent l'élève à analyser la figure en effectuant une « déconstruction dimensionnelle ». C'est-à-dire d'amener l'élève à percevoir une figure, non plus comme une forme globale (perception de surface et contour) mais comme un ensemble d'éléments constitutifs faisant apparaître des relations géométriques (perception d'un ensemble de lignes entretenant un rapport entre elles). Cela revient à décomposer en schéma le réseau d'éléments qui façonne la figure perçue naturellement en tant que surface. Pour les auteurs l'exercice de déconstruction dimensionnelle permet la compréhension et l'utilisation des propriétés convoquées lors d'une réflexion mathématique qui vise la résolution d'un problème de reproduction de figures géométriques.

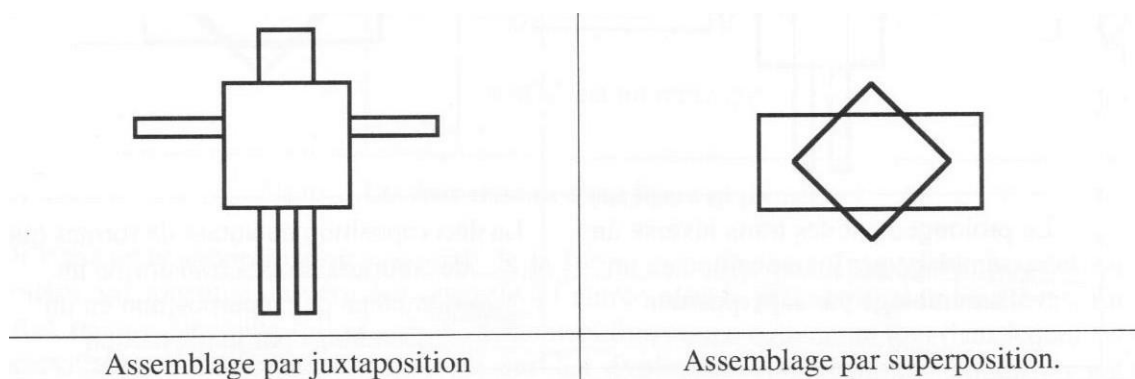
Pour ce faire donc, les auteurs proposent des tâches de restauration de figures complexes, composées d'assemblages de formes, qui incitent l'élève à tracer des

⁵ DUVAL R. (2004). *Des figures à la manière de les voir : comment poser le problème de la visualisation dans l'apprentissage de la géométrie ?* Actes du séminaire national de didactique des mathématiques. Année 2004, ADIREM et IREM de Paris 7.p. 15-38.

⁶ GODIN M. (2004). *De trois regards possibles sur une figure au regard « géométrique »*. Actes du séminaire national de didactique des mathématiques. Année 2004, ADIREM et IREM de Paris 7.p. 39-70.

prolongements et à identifier des alignements, plutôt que des tâches qui n'ont que pour seul objectif une simple reproduction (la figure pouvant demeurer perçue comme un dessin). Suivant l'organisation, la perception et l'analyse que nous pouvons faire de cette figure est de deux natures :

- Assemblage par juxtaposition : Il correspond à la première approche visuelle d'une figure. C'est-à-dire que l'élève reconnaît autant de formes géométriques qu'il y a de contours fermés (surfaces).
- Assemblage par superposition : Il témoigne d'une reconnaissance des figures en termes de lignes, intersections et alignements. Le nombre de formes reconnues est inférieure au nombre de sous figures identifiables au contour fermé, du fait que les figures principales sont perçues par transparence (sur le schéma, un carré et un rectangle).



Or, le type d'assemblage par juxtaposition peut renforcer le premier constat perceptif en exerçant une résistance à percevoir les éléments 1 D.

Le second, quant à lui, a l'avantage d'appeler « le prolongement des tracés reconnus comme appartenant à une forme et non pas à une autre »⁷. Ce qui a pour conséquence de favoriser, la transformation du regard porté sur la figure, aidant ainsi à percevoir les lignes qui la composent et non plus seulement sa surface.

Mais DUVAL et GODIN nous alertent en mentionnant que la sphère du choix de la figure à restaurer ne se suffit pas à elle-même. Elle doit être combinée au choix des instruments, qui de par leurs possibilités productives, jouent le rôle d'inducteurs, favorisant ainsi la vision d'un type de forme plutôt qu'une autre.

⁷ DUVAL R., GODIN M. (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures. Grand N n°76. 7- 27.

DUVAL et GODIN distinguent deux grandes familles d'instruments : les objets matériels, qui par manipulation permettent de réaliser un assemblage de surface dans l'espace (principe du puzzle), et les instruments de traçage graphique. Le passage d'un type d'instrument à l'autre sollicite des ressources cognitives différentes et change l'appréhension de l'espace. Le sujet qui organise les différents éléments par assemblage de surfaces, se retrouve contraint par les possibilités de traçage propres à chaque instrument, ce qui implique une différence majeure. Dans le cas des objets manipulables, la possibilité de superposition des éléments ne pose pas de problème de séparation des formes tandis que l'utilisation d'instruments de traçage graphique a pour effet la fusion visuelle des formes 2D superposées ou juxtaposées. C'est précisément cette différence qui va permettre la mobilité de regard porté sur les figures géométriques.

Les instruments de traçage du type règle avec ou sans graduation offrent des possibilités de perception 1D. L'équerre, quant à elle, est un instrument, qui suivant son contexte d'utilisation, apparaît comme un gabarit d'angle produisant des formes 2D ou comme un instrument de tracé de formes 1D, lorsque la contrainte est de tracer une perpendiculaire à une droite donnée. L'instrument a donc un rôle inducteur sur la perception qui existe lors d'une activité de traçage. Il sera donc question dans notre progression de favoriser des instruments permettant le passage d'une perception 2D (gabarit, équerre) à une perception 1D (règle, équerre).

Cette variable didactique du choix de l'instrument doit donc se combiner à celle du choix d'une figure respectant certains critères : Le modèle à restaurer ne doit pas être une figure simple (carré, rectangle) mais un assemblage de formes percevable par superposition. La figure doit aider à passer d'une vision d'assemblage de formes à un assemblage de lignes. Elle doit donc permettre de produire des prolongements de tracés qui donneront sens à l'activité. La validation doit se faire par superposition de la figure modèle (calque) représentant ainsi un critère objectif.

2.4 Apports théoriques en arts plastiques

Pour considérer le lien existant entre arts plastiques et mathématiques, je choisis de m'appuyer sur l'article de DEMARET-PRANVILLE *Art et Mathématiques. Une vision artistique ou scientifique du monde : opposition ou complémentarité*, paru à l'occasion d'une conférence menée le 8 décembre 2014.

DEMARET-PRANVILLE est une artiste plasticienne et ancienne enseignante de mathématique. Ce lien fort qu'elle entretient entre art et mathématiques a existé dès son cursus universitaire. Quel que soit le support ou le mode d'expression, les figures géométriques, les notions mathématiques tels que la symétrie et l'utilisation d'algorithmes occupent une place de choix dans ses œuvres et sa façon de traduire le monde.

Dans cet article l'auteure cherche à mettre en évidence qu'il existe historiquement un lien entre mathématiques et art, guidé par un but commun : celui d'interpréter le réel, de le représenter. Si l'intuition peut un temps orienter l'artiste ou le scientifique dans sa démarche, elle ne semble pas suffire. Il y a une nécessité de rationaliser, de traduire mathématiquement le geste pour mieux le maîtriser, dépasser les simples tâtonnements sensibles et instinctifs pour obtenir une représentation du réel plus juste.

En s'appuyant tout d'abord sur les traces historiques de l'utilisation des mathématiques dans l'architecture et l'art, l'auteure nous livre les raisons de cette cohabitation. Puis au travers des différents questionnements que peut soulever la représentation d'une réalité sur une surface plane ; elle montre que cette relation est variable et que de nombreuses évolutions ont redéfini à plusieurs reprises les relations qu'entretiennent ces deux disciplines. Les mathématiques changent alors de statut en passant d'outil soutenant la conception artistique à celui de sujet central à la source de l'œuvre. Enfin l'auteur montre qu'au travers de l'émergence de différents courants artistiques tout au long du XXème siècle, les questionnements soulevés peuvent offrir de nouveaux choix interprétatifs et que chaque nouvelle théorie mathématique offre de nouveaux prétextes d'utilisation et d'expression.

Dans l'antiquité, les constructions, mais aussi l'élaboration de frises, de pavages ou encore de mosaïques ont nécessité un recours aux mathématiques. Ce qui a permis de théoriser des constantes de représentation du réel. A la renaissance, ces règles se sont imposées pour gouverner le geste artistique. La recherche d'une représentation réaliste, le goût prononcé des artistes pour l'équilibre et l'harmonie passe alors par la maîtrise de la perspective, théorisée par Alberti au XVème siècle ; et certaines notions telles que le nombre d'or sont alors des repères centraux. Ces notions théorisées par des mathématiciens ont eu une telle influence qu'elles ont longtemps été les outils de base de toute construction ou création artistique. Autant retrouvé dans les objets de la nature que dans les découvertes géométriques ou mathématiques, le nombre d'or était censé être l'expression de la perfection divine et universelle. Ce qui entretient également des frontières floues entre volonté et intuition, puisque pour certains, la sensibilité à toute forme d'harmonie aurait été guidée par ce nombre d'or sous-jacent.

La question de la représentation fait également appel à celle de la transformation. Qu'elle soit volontaire ou faite par erreur, les effets produits atteignent autant les lois de la géométrie que celles de la perception de l'œil humain. Certains artistes, en ayant un recours systématique aux mathématiques ont montré que cet outil peut aussi transformer la réalité. Ils démontrent ainsi que le niveau de réalisme peut aussi dépendre du type d'outil mathématique choisi. La découverte de ces possibles transformations, comme par exemple les aberrations de perspective utilisées par Escher dans *Mouvement perpétuel* (1961), ont permis d'ouvrir de nombreuses voix de représentation du réel, en mettant le thème de la représentation de l'infini au centre de l'œuvre. S'offre alors la possibilité, pour les mathématiques, de changer de statut en devenant sujet de l'œuvre artistique.

Des artistes tels que Escher, « dont le travail se situe entre les mathématiques et l'art », réalisent leurs œuvres à partir de faits mathématiques. Pour l'artiste, le monde est à la source de questionnements qui trouvent réponse dans l'analyse mathématique. Il dit « En exposant mes sens aux énigmes de l'univers, en réfléchissant à ces sensations et en les analysant, je m'approche du domaine des mathématiques. »⁸. Des assemblages sont alors régis par des symétries typiques, des rapports et règles mathématiques.

Au XX^{ème} siècle, certains tels Picasso ou Braque, développent des méthodes et démarches rigoureuses en empruntant à la géométrie ou aux mathématiques tout en s'affranchissant des règles et dogmes dictés par le classicisme. Ils proposent ainsi une nouvelle interprétation du réel en s'appuyant sur la géométrie des formes. Ces nouveaux courants, qui n'ont jamais cessé d'évoluer, tendent jusqu'à une utilisation des formes géométriques de plus en plus épurées. Au cours du temps, pour certains, le sujet géométrique va permettre la traduction d'un nouveau regard porté sur un état ou un fait de la réalité. L'art ne représente alors plus une réalité perceptible par les sens, mais une réalité sociale, des tendances politiques, des choix sociétaux, l'évocation d'une réalité future ou fantasmée. Ainsi, comme le disent BRACONNE-MICHOUX et LEMONCHOIS dans *Arts plastiques et géométrie au primaire* (2015), l'œuvre est dirigée, soumise, orientée et maîtrisée par la contrainte et l'application de protocoles ; effaçant ainsi le mythe du génie, de l'intuition artistique innée⁹.

Quelle que soit l'époque ou l'intention, des relations entre arts et mathématiques sont constamment réinventées. Toute nouvelle découverte mathématique entraîne de profonds bouleversements dans les champs artistiques et la façon de représenter le monde. L'objet fractal, après avoir été mis en évidence par le mathématicien Benoit

⁸ M.C. ESCHER, *M.C. ESCHER*, ed. Taschen, Cologne, 2006, p.11.

⁹ A. BRACONNE-MICHOUX, M. LEMONCHOIS, *Arts plastiques et géométrie au primaire*. Bulletin, vol.LV, n°3, octobre 2015. Association de mathématique du Québec (AMQ) 58^{ème} congrès.

HANDELBROT, est devenu l'étincelle d'une nouvelle démarche artistique. Il modifie le regard porté sur le monde, offre une nouvelle représentation du réel où l'infini trouve place dans le fini. Si autrefois, les aberrations de la perspective furent des outils, des prétextes pour traduire des questionnements autour de l'infini, c'est aujourd'hui cette notion d'infini elle-même qui est à la source de nouveaux types de représentations. Trois siècles avant JC, Apollonius de PERGE, en réalisant l'œuvre *Baderne* évoque l'infini en construisant une image fractale. Cela démontre une fois de plus, que même s'il y ait eu une place pour l'intuition autant chez les scientifiques que chez les artistes, c'est bien la découverte mathématique qui a permis de cadrer et de traduire au plus juste la représentation du réel ou son interprétation.

Selon PELTIER ¹⁰ et SAYAC ¹¹, la démarche conceptuelle de certains artistes contemporains peut « contribuer à enrichir les représentations des élèves et des professeurs sur certaines notions mathématiques, tant géométriques que numériques ». Il existerait donc une cohabitation de fait, entre art et mathématique que Guillaume APOLINAIRE citait en ces termes : « La géométrie est aux arts plastiques ce que la grammaire est à l'écrivain ».

PELTIER et SAYAC proposent, tout en respectant l'œuvre, de poser un regard analytique mathématique pour décoder les concepts partagés par les domaines artistiques et mathématiques. Ainsi, elles citent MONDRIAN, figure représentative majeure de l'art contemporain, qui exploita de manière approfondie les relations de parallélisme et d'orthogonalité dans ses œuvres. C'est notamment cette piste de travail que nous proposons d'associer à la conception de notre séquence visant la mobilité du regard porté sur les figures géométriques, et plus précisément la notion de perpendicularité.

Piet MONDRIAN et L'œuvre Choisie : *Composition A* (1920)

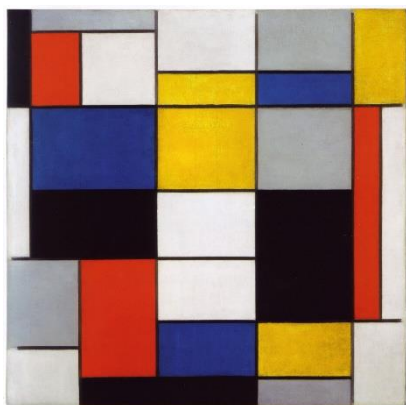
Piet MONDRIAN (1872-1944) est un artiste peintre né au Pays-Bas. Il s'installe à New York en 1940 ; ville où il décède en 1944.

Inspiré par le Fauvisme et l'Art Figuratif, il produit des représentations naturalistes caractérisées par des formes simplifiées, des contours marqués et l'utilisation de couleurs pures. Figure du mouvement De Stijl, dont l'esthétique développé sous le nom de « néoplasticisme » vise la pure abstraction, il contribue à la naissance de l'Art Moderne.

¹⁰ M.L. PELTIER. Professeur de mathématiques. Maître de conférences en didactique des mathématiques. Membre de l'équipe de recherche DIDIREM Université Paris 7 (en 2007).

¹¹ N. SAYAC. Maître de conférences. Chercheuse en didactique des mathématiques à l'université Paris-Est Créteil.

Visant l'essentiel de ce qu'il perçoit du réel, il réduit ainsi à leur plus simple expression les éléments de ce qu'il souhaite représenter. Son attrait pour la simplification des formes l'amène à développer un style de plus en plus épuré, en utilisant des lignes et des formes géométriques simples. Démarche qu'il soutient également par l'utilisation de couleur primaire ainsi que du noir et du blanc. En utilisant les notions de parallélisme et d'orthogonalité, il fait appel à un langage géométrique abstrait lui permettant de s'affranchir des représentations faisant directement référence au naturel.



PIET MONDRIAN, COMPOSITION A (1920)

L'une de ses œuvres, *Composition A* (1920), est une huile sur toile de 90 cm X 90 cm. Elle représente un quadrillage en damier noir construit selon des rapports de parallélisme et de perpendicularité. Les zones délimitées produisent ainsi un assemblage de formes rectangulaires. Par l'utilisation d'aplats de couleurs pures dans chacun des rectangles, il renforce la perception de ces figures planes qui deviennent premières.

Cette œuvre semble être une opportunité pour notre problématique, dans le sens où, par une tâche de restauration, nous pensons amener les élèves à concevoir les premières figures perçues comme la résultante d'un ensemble de rapport d'orthogonalité.

Suite à l'exposition des différentes sources théoriques mobilisées dans le cadre de notre réflexion, nous allons maintenant aborder l'analyse a priori de la séquence proposée et des choix concernant les variables didactiques qui sont au cœur de notre travail.

3- ANALYSE A PRIORI ET SEQUENCE PROPOSEE

La séquence proposée est découpée en cinq phases. Une première phase permettant de questionner les savoirs et savoirs faire à acquérir pour répondre à une situation problème. Une phase de recherche et d'appropriation du contexte des tâches de restauration, à savoir, la production d'un programme de construction. Une phase de réinvestissement individuel sur figure simple, puis sur figure complexe. Puis un retour sur la résolution de problème présenté en début de séquence, suivi d'une synthèse des différents bilans effectués pour constituer la trace écrite finale. Nous terminerons par une phase de mise en application et de transfert des connaissances dans le contexte des arts plastiques.

3.1 Choix didactiques communs à toutes les restaurations

Avant d'aborder de façon plus précise chacune des activités ainsi que leur contribution à l'accompagnement du changement de regard visé, nous présentons ici certains choix didactiques, communs à l'ensemble des restaurations de figures proposées. La figure utilisée en résolution de problème pour ouvrir les questionnements étant à part, car elle n'est pas soumise aux mêmes contraintes de communication.

3.2 Avantage du travail à partir d'une restauration

Comme énoncé plus haut dans la rédaction de ce mémoire, la restauration diffère de la reproduction de figure car elle prend pour support une amorce à partir de laquelle sera construite la reproduction. Suivant la partie de l'amorce proposée, son orientation, certaines procédures ou certains types d'analyse vont être induites, et la possibilité d'une reproduction reposant sur une translation strictement visuelle écartée. La figure modèle n'est alors pas perçue comme un « dessin » à reproduire mais fait l'objet d'une analyse. L'élève doit identifier les sous-figures et leurs propriétés afin d'en extraire les rapports qu'entretiennent chacun des éléments qui les composent. Pour ce faire, il peut être amené à effectuer des prolongements qui « briseront » une vision figurative pour faire apparaître un réseau de droites régit par un ensemble de concepts géométriques. Ainsi en faisant apparaître les différentes notions comme des outils permettant de restaurer la figure et d'explicitier les différentes étapes de construction, nous pensons fournir à l'élève une activité porteuse de sens.

3.3 Les instruments proposés

Les élèves disposent de trois instruments. Ils sont présentés suite au jeu du portrait et leur cadre d'utilisation est expliqué. Un poster A3 rappelant ce qui a été dit et représentant graphiquement l'utilisation appropriée de chaque instrument est affiché pour que les élèves puissent s'y référer tout au long des activités. Ils disposent donc, d'une règle graduée pour reporter des longueurs, d'une règle non graduée pour prolonger et tracer des traits, d'une équerre pour identifier et tracer des droites perpendiculaires. L'utilisation de gabarits d'angle droit est exclu car nous considérons que l'équerre est un instrument pouvant être perçu comme une surface (dessin du contour de l'angle) ou comme un outil produisant des rapports de perpendicularité (tracé d'une droite perpendiculaire passant par un point). Nous pensons percevoir cette différence, par la présence de traits de construction que les élèves ont pour consigne de laisser apparents. L'utilisation de bandes de papiers pour reporter des longueurs a également été exclu. En effet, lors d'activités observées durant le stage, il est apparu que les élèves manquaient de dextérité dans le recours à cette technique, produisant ainsi des tracés très approximatif. Le choix de la règle graduée s'est donc imposé. Nous pensons ainsi écarter des productions qui ne permettrait pas de constater les acquisitions des élèves.

3.4 La réalisation d'un programme de construction

Les programmes de construction rédigés par les élèves seront au cœur de nos échanges. Les élèves sont amenés à produire un discours de type descriptif sur leur utilisation des outils géométriques, ainsi que sur leur identification des propriétés en jeux. Au travers de cette situation de communication, nous pensons faire émerger tous les éléments qui permettent de cerner les versants pouvant se rapporter à la notion de perpendicularité. En apportant des savoirs sur les objets géométriques (droites, points) et leurs relations (perpendicularité, alignement), tout en participant à la prise en compte des propriétés des quadrilatères usuels (rectangle, carré) et du lexique associé. En apportant des compétences techniques sur l'utilisation de la règle et de l'équerre. En apportant des compétences transversales sur l'analyse des figures, la planification et la description des différentes étapes d'une construction de figure. Pour faciliter cette situation de communication nous faisons le choix de nommer chacun des points nécessaires à la restauration de la figure par des lettres (A, B, C, ...).

3.5 L'application d'un coût à l'utilisation des instruments

Chaque instrument a un coût d'utilisation, donc chaque procédure représente un coût global différents. La tâche demandée à l'élève est de réaliser la restauration de figure avec le programme de construction le moins coûteux. Ce choix a un double objectif, motivationnel et stratégique. En recherchant la procédure la moins coûteuse, l'élève analyse la figure, et les différentes procédures possibles. Il anticipe et planifie ses actions, ce qui l'amène à prendre en considération les différentes relations qu'entretiennent les éléments de la figure. Lors des mises en communs il peut découvrir les procédures les moins coûteuses et extraire des stratégies qu'il pourra réinvestir dans la situation de restauration suivante. Bien sûr, le barème appliqué aux instruments favorise l'utilisation de l'équerre et rend dissuasif le recours à la règle graduée. Le tracé à la règle non graduée, quant à lui, n'a qu'un coût minimal pour favoriser les prolongements et la perception des alignements.

3.6 Restauration à l'échelle et choix des unités de valeur

Notre recueil de donné étant en partie basé sur l'évolution du choix des procédures chez chaque élève, nous souhaitons proposer dans chaque activité la possibilité d'avoir recours à tous les instruments pour reproduire un angle. Pour ce faire, nous proposons une restauration des figures à la même échelle. Ainsi l'élève a le choix d'effectuer des reports de longueurs puis de tracer un trait pour joindre les deux points (Procédure attendue en début de séquence), de tracer une perpendiculaire passant par un point situé sur la droite (milieu de séquence), de tracer une perpendiculaire à une droite passant par un point distant (fin de séquence). Nous comprenons ainsi, que la possibilité du recours au report de longueur constitue un outil pour repérer les élèves dont le regard porté sur les différents éléments peine à évoluer.

Notons que les deux premières figures sont réalisées avec des valeurs entières. Par ce choix, nous souhaitons éviter d'éventuelles interférences qui seraient issues d'une utilisation mal aisée des instruments de mesure physique. Par contre la troisième figure contient des valeurs décimales. En couplant ce facteur à une augmentation du coût d'utilisation de la règle graduée, nous souhaitons renforcer le recours à l'équerre.

3.7 Position du modèle et de l'amorce

La position de la figure sur la page est une des variables que nous activons, pour déconstruire la vision intuitive que portent les élèves sur les figures géométriques. Les figures modèles sont représentées de façon prototypique, en accord avec l'expérience perceptive que les élèves ont de ces formes. L'amorce quant à elle est « penchée ». Ce choix a deux fonctions. D'une part, l'élève ne peut pas effectuer de comparaison visuelle des propriétés de la figure. Il doit donc étudier les caractéristiques du modèle et en extraire les relations qu'entretiennent les éléments constitutifs. D'autre part, en restaurant l'amorce, l'élève est amené à constater que la mobilité de la figure dans l'espace n'impacte en rien les propriétés géométriques de la figure.

3.8 Validation des restaurations au calque

Lorsqu'ils terminent leur restauration, les élèves peuvent se référer à une représentation superposable de la figure modèle par transparence. La correspondance de leur figure avec celle représentée sur le calque constitue à la fois un objet motivationnel et un outil objectif d'autoévaluation avec lequel l'élève peut « vérifier » son travail. Cependant, en ce qui nous concerne, le recours au calque ne constitue pas un outil d'évaluation. En effet, s'il peut éventuellement permettre d'évaluer l'habileté des tracés, il n'apporte aucune information concernant le choix des procédures ou une utilisation détournée des instruments géométriques. De ce fait, la vérification au calque ne peut témoigner de l'évolution du regard porté sur les figures géométriques.

3.9 Recueil des données

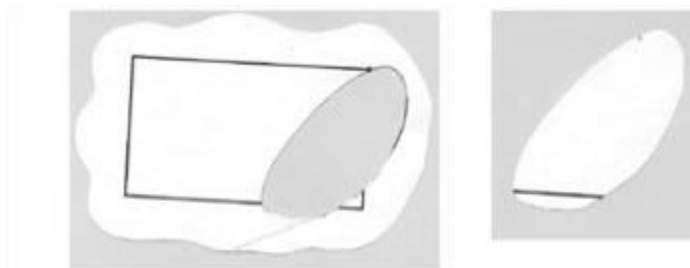
Notre analyse portera sur les programmes de construction produits par les élèves. A chaque activité les travaux seront systématiquement relevés et catégorisés en fonction des procédures qui témoigneront des différents niveaux de regards portés sur les figures. Nous pensons que le glissement d'une catégorie à l'autre au fur et à mesure de chacune des activités nous renseignera sur le changement de regard opérant chez chacun des élèves. Cette analyse sera complétée par l'activité de résolution de problème (décrite ci-après) proposée en début et en fin de séquence.

4- LES ACTIVITES PROPOSEES DANS LE CADRE DE LA SEQUENCE

4.1 Activité de résolution de problème.

Nous choisissons d'appuyer nos questionnements sur une situation de résolution de problème proposée dans un manuel Hermel¹². Les auteurs proposent d'utiliser une restauration de rectangle comme base de réflexion sur les éléments constituant d'un angle droit. Selon eux, le rectangle constitue « une référence solide pour l'angle droit et la perpendicularité » pour plusieurs raisons. En effet, le rectangle est la forme la plus commune représentée dans l'espace sensible de l'élève. C'est un objet familier. La table, les murs de la classe, les bâtiments constituent autant d'expériences qui permettent de construire des capacités d'identification de cette forme géométrique. Par ailleurs, par la position de son corps, l'élève fait l'expérience du couple verticalité / horizontalité, en étant debout face aux objets perçus dans l'environnement. Ces facteurs associés font que l'élève développe des connaissances intuitives de la notion d'angle qui s'appuient sur des versants perceptifs, graphiques et langagiers. Perceptif car l'angle droit est identifié comme un coin dans l'espace visible. Graphique car il est constitué par deux traits issus de la même origine. Langagier car le terme « droit » fait directement appel à l'expérience corporelle de se tenir droit. Même si certaines, de ces connaissances initiales perceptives peuvent constituer des obstacles, comme nous le verrons plus tard, le rectangle est donc un outil de choix pour déconstruire la perception première de l'angle droit comme coin d'un rectangle et faire émerger les propriétés sous-jacentes que constituent les rapports de perpendicularité entre deux droites.

Dans l'activité proposée, une partie d'un rectangle proche d'un angle est découpée. Deux parties de deux côtés consécutifs sont donc extraites et un des deux traits est effacé. La découpe est réalisée de façon à ce que le côté de l'angle droit à restaurer n'ait plus d'extrémité commune avec le côté fourni. Il reste un point représentant le sommet opposé à l'angle que l'on souhaite restaurer et une partie du côté consécutif.



¹² ARGAUD, H.-C., CHARNAY, R., & DOUAIRE, J. (2006). *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3*. Hatier.

Pour reconstituer l'angle, l'élève doit percevoir que le trait dont il dispose nécessite d'être prolongé, puis qu'une perpendiculaire passant par le point distant doit être tracée.

La figure de référence est affichée au tableau. Les élèves disposent d'une copie de la partie extraite collée sur un support A4. Les bords de la feuille ont été découpés de façon arrondie pour isoler toute référence visuelle de verticalité et d'horizontalité. Ils disposent d'une boîte à outil composée d'une règle graduée, une règle non graduée et d'une équerre. Les élèves ont droit à deux essais et à un temps de quinze minutes de production.

L'objectif de cette courte activité est de confronter les différentes procédures et d'identifier les questionnements relatifs à la conception d'un angle droit, d'un point de vue théorique et pratique.

Les différentes procédures attendues sont les suivantes :

- Un dessin de l'angle faisant référence à la forme globale sans prise en compte de la relation de perpendicularité.
- Une restauration à l'œil de la longueur manquante du segment pour obtenir l'extrémité, puis un tracé du deuxième segment à la règle pour reconstituer l'angle.
- Un tracé perceptif de l'angle à l'aide de deux règles agencées de manière à reproduire l'angle droit.
- Un tracé du côté avec utilisation du rapport de perpendicularité au moyen de l'équerre suite à un prolongement à la règle du côté fourni.

La mise en commun consiste en un échange oral sur la perception des éléments à reproduire et sur les procédures utilisées, notamment toutes celles qui consistent en des tracés intuitifs pour construire un angle droit. Le terme « perpendicularité » est introduit, les questionnements sont notés et feront l'objet de retours lors des bilans réalisés dans le cadre des activités futures.

Suite aux différentes activités de restaurations qui seront proposées, cette situation problème sera de nouveau abordée par les élèves. Nous pensons ainsi observer que les connaissances initiales sur l'objet rectangle pour approcher l'angle droit seront abandonnées au profit de l'utilisation des connaissances géométriques sur la notion de perpendicularité entre deux droites. Cela permettrait de constater l'apport des séances et témoignerait d'un changement de regard porté sur l'angle droit.

4.2 Activité préparatoire : « le jeu du portrait » (Annexe 1)

La séquence débute par une phase de réactivation du lexique de la géométrie plane et de quelques figures usuelles, au travers du « Jeu du portrait ».

La tâche demandée est d'identifier une figure géométrique plane parmi un lot. L'objectif est de se remémorer le nom de figures planes usuelles en lien avec la notion de perpendicularité (Carré, rectangle, triangle rectangle), leurs propriétés respectives (côté, sommet, angle droit) et d'utiliser ce vocabulaire à bon escient. Rappelons que la notion de perpendicularité qui fait l'objet de cette séquence, n'est pas encore connue des élèves. A ce stade, elle est identifiée par l'appellation angle droit et perçue en tant que surface. Nous distribuons à chaque élève un support contenant 8 figures présentées de façon non prototypique. L'enseignant choisit une figure et note la lettre correspondante sur une face cachée du tableau. Les élèves posent des questions à tour de rôle pour identifier la figure. L'enseignant ne peut répondre que par oui ou par non. Les questions autorisées sont du type : « La figure a-t-elle 4 angles droits ? » ou « La figure a-t-elle ses côtés opposés de même longueur ». Les élèves ont interdiction de poser des questions relatives à la position de la figure sur le support ou de nommer la figure directement de façon perceptive. Ils ont à leur disposition une règle et une équerre pour analyser les figures et sont autorisés à réaliser des tracés. Lorsque la figure est identifiée, la validation s'effectue en découvrant la lettre inscrite derrière le tableau.

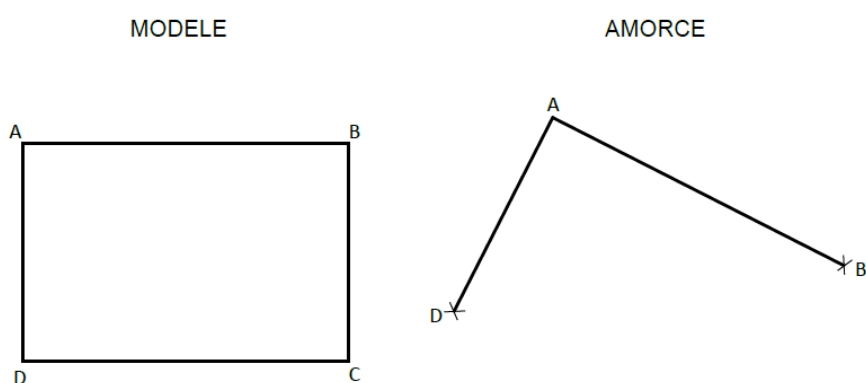
A la suite de l'activité une trace écrite sur un affichage temporaire est réalisée à partir d'un échange oral. L'objectif est de rappeler les propriétés du rectangle et du carré puis de rendre explicite le vocabulaire géométrique descriptif utile pour la réalisation des programmes de construction, qui seront à la base de nos échanges.

4.3 A propos des figures choisies pour les tâches de restauration à suivre

La séquence proposée n'entre pas directement dans une tâche de restauration respectant l'ensemble des étapes préconisées, notamment concernant l'utilisation d'une figure complexe composée de sous figures. En effet, durant le stage, il a été observé que les élèves de la classe avaient de réelles difficultés à tenir et utiliser des instruments géométriques de tracé. De même, les conditions sanitaires connus au printemps 2020 semblent avoir entravé l'acquisition solide des connaissances géométriques prescrites dans les programmes.

De ce fait, en m'appuyant sur des séquences proposées par des enseignants ayant travaillé sur les restaurations de figures au cycle 2 et 3, j'ai choisi d'intégrer des étapes intermédiaires de restauration de figures simples avant de travailler sur une figure complexe qui répond aux critères de visualisation d'un assemblage. Nous pensons ainsi éviter de mettre les élèves en profonde difficulté, ce qui pourrait avoir également comme conséquence d'impacter négativement notre étude. Ainsi, les deux premières activités de restauration de figures simples (rectangle et carré) sont inspirées d'extraits de séquences proposées par des enseignants, ayant travaillé sur l'accompagnement de la mobilité du regard portés sur les figures géométriques en fin de cycle 2 et début de cycle 3.

4.4 Tâche de restauration d'un rectangle (Annexe 2).



La première activité concerne la restauration d'un rectangle. Le barème favorise l'utilisation de l'équerre qui, dans cette configuration, peut apparaître comme un gabarit d'angle droit. Cette Activité contribue à notre objectif de changement de regard du fait qu'elle permet d'identifier que l'angle droit constituant le secteur angulaire d'un rectangle (élément 2D) est la résultante de deux droites perpendiculaires (éléments 1D).

Par ailleurs, elle permet à l'élève de remobiliser le vocabulaire sur les propriétés du rectangle et de s'approprier les contraintes de la tâche liées au coût des instruments. Elle permet aux élèves de découvrir plusieurs procédures possibles. De ce fait, que différents instruments peuvent être utilisés pour compléter une même figure mais en produisant des tracés différents. Cela offre la possibilité d'un échange sur la nécessité d'analyser la figure, ainsi que sur les gestes à appliquer pour rédiger un programme de construction à moindre Coût.

Avant de commencer l'activité nous rappelons, à l'aide des affiches A3 présentées à la suite de l'activité préparatoire, le cadre d'utilisation des instruments ; leur fonction respective et un type de rédaction approprié (ex : « Avec la règle non graduée je trace / prolonge ... »).

Les élèves ont pour consigne d'analyser la figure modèle à l'aide des instruments pour en identifier les propriétés (Ils peuvent se référer à l'affichage produit lors du bilan de l'activité « le jeu du portrait », concernant les propriétés du carré et du rectangle, pour vérifier leur analyse). Dans un deuxième temps, ils doivent restaurer ces propriétés sur l'amorce à l'aide de leurs instruments, en notant à chaque étape quel tracé fut réalisé avec quel instrument (rédaction du programme de construction). Enfin il leur est demandé de laisser tous les traits de construction apparents.

Voici la présentation des procédures attendues :

(Les barèmes sont écrits sur les supports)

Procédure 1 (Coût total = 4 €) :

- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (AB) passant par B. ----- 2€
- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (AD) passant par D. -----2€
- Noter le point C se trouvant à l'intersection des deux droites perpendiculaires tracées.

Procédure 2. (Coût total = 13 €)

- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (AB) passant par B.-----2€
- Avec la règle graduée, on mesure AD sur le modèle. -----5€
- Avec la règle graduée, on reporte la longueur AD. -----5€
- On note le point C.
- Avec la règle non graduée, on trace le segment [DC]. -----1€

Procédure 3.

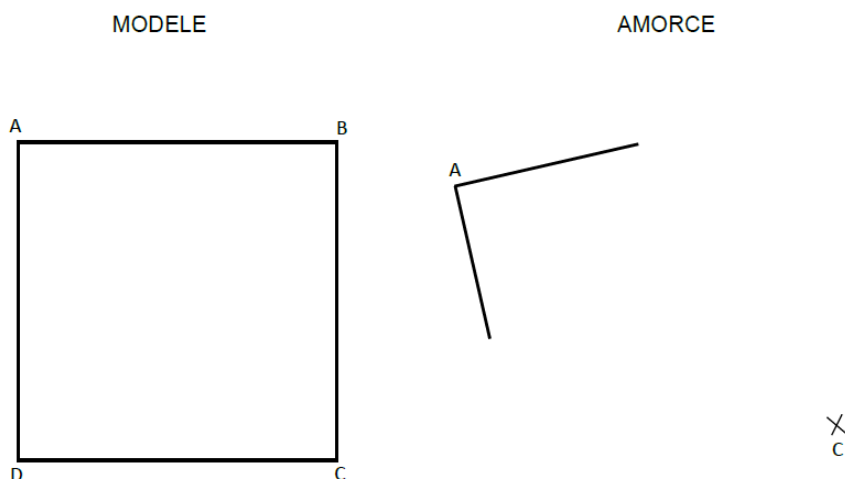
Les procédures à l'œil avec glissement des instruments. L'élève utilise l'équerre comme gabarit d'angle droit et cherche à en reproduire le contour. Les deux côtés adjacents à l'angle droit de l'instrument sont positionnés de manière aléatoire pour que les points B et D soient alignés avec chacun des côtés.

Lors de la mise en commun, les travaux utilisant une procédure de type 3 seront exploités. En reproduisant la démarche au tableau, nous mettrons en évidence que les propriétés de l'angle C sont conservées (angle droit) mais que le glissement de l'instrument offre une infinité de possibilités concernant les angles B et D et qu'il n'est pas possible d'avoir la certitude que ces angles soient droits. Un débat sur cette question est alors ouvert avec

les élèves pour trouver une procédure permettant que les angles B, C et D conservent leur propriété.

A l'issue des propositions faites par les élèves une affiche temporaire est réalisée, faisant apparaître qu'un angle droit est la résultante de l'intersection de deux droites perpendiculaires ; et qu'un angle droit s'obtient en traçant, à l'aide de l'équerre, la droite perpendiculaire à une droite passant par un point donné.

4.5 Tâche de restauration d'un carré (Annexe 3 et 4)



La deuxième activité concerne la restauration d'un carré.

Cette activité proche de celle effectuée avec le premier modèle (problème de restauration d'une figure simple : le carré), mais le dispositif change pour un réinvestissement individuel. Il s'agit d'évaluer si tous les élèves arrivent à s'appropriier l'ensemble des actions attendues. C'est-à-dire, d'une part, la capacité à analyser le modèle pour en restaurer les propriétés sur l'amorce. D'autre part, la capacité à choisir les instruments les plus appropriés à chaque tracé et à réaliser un programme de construction.

Une partie des objectifs est donc similaire. Mais une autre variable est actionnée pour contribuer à notre objectif principal qui est de provoquer un changement de regard porté sur la figure. L'amorce n'est pas conçue de la même manière que dans la première restauration. L'élève ne peut pas se fier aux mesures perceptives car les côtés de l'amorce constituant l'angle droit en A ne sont pas des segments entiers. Cela n'empêche pas les procédures « à l'œil » mais a deux conséquences. D'une part, la situation amène l'élève à étudier la figure modèle dans son ensemble en prenant des mesures et en vérifiant les angles pour comprendre la conception de la figure. D'autre part, l'élève est contraint d'effectuer des prolongements avant de repérer les points nécessaires à la construction des sommets. Ces prolongements proposent une vision différente du carré

défini par ses contours. On voit donc apparaître la notion de prolongement et son apport dans le changement de regard, par construction de droites entretenant des rapports de perpendicularité pour créer les angles droits de la figure.

Une autre variable est actionnée concernant l'amorce proposée. Une version avec et une version sans le point C. Les deux supports sont répartis de façon aléatoire. Lors de la mise en commun la présence de ce point nous permet d'introduire après une phase de réflexion collective la deuxième condition permettant de tracer deux droites perpendiculaires : Pour obtenir deux droites perpendiculaires, je trace la droite perpendiculaire passant par un point qui n'est pas situé sur une droite donnée. Cette nouvelle connaissance vient compléter notre affichage temporaire contribuant ainsi à changer le regard porté sur l'équerre, qui n'est plus perçue comme un gabarit d'angle. Elle est un instrument permettant de tracer des rapports de perpendicularité entre deux droites passant par des points identifiés situés sur la droite ou à distance.

Voici la présentation des trois procédures attendues :

(Les barèmes sont écrits sur les supports)

La première consiste à restaurer le carré avec des prolongements à la règle non graduée et avec des reports de longueurs à la règle graduée (avec prise en compte du point C). On obtiendrait le programme suivant.

Procédure 1. (Coût total = 23 €)

- Avec la règle non graduée, on prolonge la droite (b) passant par A. -----1€
- Avec la règle graduée, on mesure AB sur le modèle. -----5€
- Avec la règle graduée, on reporte la longueur AB sur (b). -----5€
- On note le point B.
- Avec la règle non graduée, on trace [BC]. -----1€
- Avec la règle graduée, on mesure AD sur le modèle. -----5€
- Avec la règle graduée, on reporte la longueur AD. -----5€
- Avec la règle non graduée, on trace [DC]. -----1€

La deuxième procédure, qui est la moins coûteuse, privilégie l'utilisation de l'équerre. Le point C est pris en compte. L'élève perçoit qu'il peut tracer une droite perpendiculaire à une droite donnée passant par un point distant.

Procédure 2. (Coût total = 6 €)

- Avec la règle non graduée, on prolonge la droite (b) passant par A, permettant de tracer [AB]. -----1€

- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (b) passant par C.-----2€
- On note le point d'intersection B.
- Avec la règle non graduée, on prolonge la droite (d) passant par A, permettant de tracer [AD]. -----1€
- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (d) passant par C.-----2€
- On note le point d'intersection D.

Nous attendons également une troisième procédure « mixte », où les premiers traits de construction pour tracer [AB] et [BC] seraient réalisés à la règle car la difficulté réside dans le fait qu'il paraît plus difficile d'établir directement une relation distante entre le point C et la droite (b). Le point B apparaissant de fait, suite au tracé de la perpendiculaire à (b) passant par C. Pour la suite de la restauration, nous pensons que l'élève, aidé par un tracé plus complet de la figure, appréhende plus facilement les rapports entretenus entre les droites. L'utilisation de l'équerre, à ce moment, et l'utilisation du point distant s'en retrouvant facilitée.

Procédure 3. (Coût total = 15 €) :

- Avec la règle non graduée, on prolonge la droite (b) passant par A, permettant de construire [AB]. -----1€
- Avec la règle graduée, on mesure AB sur le modèle. -----5€
- Avec la règle graduée, on reporte la longueur AB sur (b). -----5€
- On note le point B.
- Avec la règle non graduée, on trace [BC]. -----1€
- Avec la règle non graduée, on prolonge la droite (d) passant par A, permettant de construire [AD]. -----1€
- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (d) passant par C.-----2€
- On note le point d'intersection D.

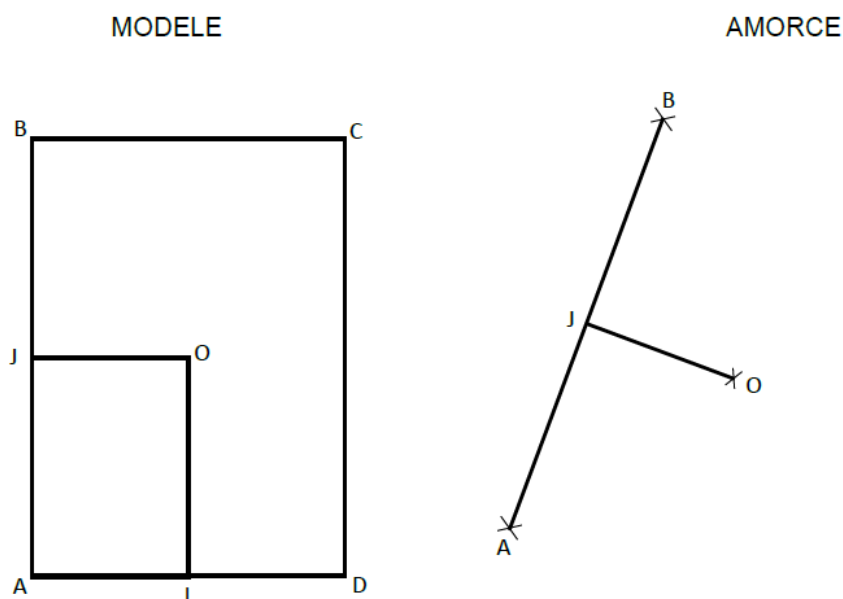
Les procédures à l'œil avec glissement des instruments.

L'élève utilise l'équerre comme gabarit d'angle droit et cherche à en reproduire le contour. Il place l'équerre sur les fragments de côté et prolonge de façon approchée les longueurs des deux côtés pour noter les points B et D. Les deux côtés adjacents à l'angle droit de l'instrument sont positionnés de manière aléatoire pour que les points B et D soient alignés avec chacun des côtés.

Suite à la mise en commun de cette restauration, les productions sont ramassées et font l'objet d'un classement par choix de procédure.

Ce recueil de données a pour fonction : d'une part de témoigner de la mobilité de regard observé chez chacun des élèves et d'autre part, d'établir un constat des difficultés faisant obstacle à cette progression, dans le but de revenir sur des notions précises lors de la réactivation qui précèdera l'activité suivante.

4.6 Tâche de restauration d'une figure complexe. (Annexe 5)



La troisième amorce à compléter est une figure complexe présentant un assemblage de deux rectangles. Le petit rectangle est une diminution du grand rectangle avec lequel il a un sommet et les deux côtés formant ce sommet en commun. Cette figure présente plusieurs alignements qui peuvent amener l'élève à percevoir le réseau de droite commun aux deux figures. Ainsi l'objectif est d'amener l'élève à dépasser une démarche qui viserait à restaurer chaque figure indépendamment l'une de l'autre, pour s'appuyer sur une déconstruction globale qui met en évidence les droites sur lesquelles sont alignées les points et les différents rapports de perpendicularité qui peuvent être tracé à partir d'un point situé sur la droite ou à distance. Notons également le choix de fournir le point O sur l'amorce. Les diagonales (AO) et (AC) étant confondues, il est généré de fait, un alignement des points A, O, C. Le but étant de donner la possibilité de trouver le point D en utilisant cet alignement pour éviter un report de longueur, en créant une intersection avec la perpendiculaire (BC) passant par B ou la droite perpendiculaire à (AD) passant par D. Cependant nous pensons que cette option ne sera pas utilisée par les élèves, mais

nous décidons de la garder car elle pourrait témoigner d'un certain niveau d'expertise et d'une mobilité de regard avancé pour ceux qui s'en empareraient.

Toujours dans la perspective de travailler sur la notion de perpendicularité et sa construction, le barème favorise l'utilisation de l'équerre. Cinq procédures sont attendues, dont deux principalement et deux variantes de ces premières. Une cinquième témoigne d'une réelle difficulté à déconstruire la figure en un réseau de droites et de points.

La première procédure montrerait que la mobilité du regard de l'élève est efficiente. L'alignement des points dans la diagonale est perçu et l'ensemble des tracés sont effectués à l'équerre en mettant en rapport des éléments 1D et 0D.

Procédure 1. (Coût total = 11 €)

- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (c) passant par B.-----2€
- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (d) passant par A.-----2€
- Avec la règle non graduée, prolonger (AO). -----1€
- On note C le point d'intersection de (c) et de (AO). On obtient [BC].
- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (BC) passant par C.-----2€

Cette action peut être remplacée par :

- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (d) passant par C.-----2€
- On note D le point d'intersection avec (d). On obtient [AD].
- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (AD) passant par O.-----2€
- On note I, le point d'intersection avec [AD].

La procédure suivante est la même que la première mais avec un report de mesure pour obtenir le point C. Témoignant ainsi que l'élève ne perçoit pas l'alignement des points A, O, C (la différence est écrite en gras).

Procédure 1Bis. (Coût total = 30 €)

- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (c) passant par B.-----2€
- **Avec la règle graduée, on mesure BC sur le modèle.** -----10€
- **Avec la règle graduée, on reporte la longueur BC sur (c).** -----10€
- **On obtient [BC].**
- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (d) passant par A.-----2€
- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (BC) passant par C.-----2€

Cette action peut être remplacée par :

- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (d) passant par C.-----2€
- On note D le point d'intersection avec (d). On obtient [AD].

- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (AD) passant par O.-----2€
- On note I, le point d'intersection avec [AD].

La deuxième procédure attendue, témoignerait du fait que l'élève éprouve des difficultés à anticiper sur la construction du réseau de droites perpendiculaires pour obtenir certains points du fait de l'intersection de ces deux droites. L'élève, après avoir tracé deux droites perpendiculaires passant par un point, ressent la nécessité de créer le segment visé par report de longueur et placement du point manquant.

Procédure 2. (Coût total = 66 €)

- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (c) passant par B.-----2€
- Avec la règle graduée, on mesure BC sur le modèle. -----10€
- Avec la règle graduée, on reporte la longueur BC sur (c). -----10€
- On obtient [BC].
- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (d) passant par A.-----2€
- Avec la règle graduée, on mesure AD sur le modèle. -----10€
- Avec la règle graduée, on reporte la longueur AD sur (d). -----10€
- On obtient [AD].
- Avec la règle non graduée, tracer [DC]. -----1€
- Avec la règle graduée, on mesure AI sur le modèle. -----10€
- Avec la règle graduée, on reporte la longueur AI. -----10€
- Avec la règle non graduée, tracer [OI]. -----1€

Dans la procédure 2bis, l'équerre est utilisée à la place de la règle graduée pour tracer [DC] et [OI]. Cela témoigne du fait que l'élève n'utilise pas la règle non graduée pour tracer [CD] et [OI] éprouve le besoin de reproduire l'angle formé par les intersections entre (DC) et (AD) ainsi que [OI] et [AD]. L'équerre redeviendrait alors un élément de forme 2D (la différence est écrite en gras).

La procédure 2bis. (Coût total : 68 €)

- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (c) passant par B.-----2€
- Avec la règle graduée, on mesure BC sur le modèle. -----10€
- Avec la règle graduée, on reporte la longueur BC sur (c). -----10€
- On obtient [BC].
- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (d) passant par A.-----2€
- Avec la règle graduée, on mesure AD sur le modèle. -----10€

- Avec la règle graduée, on reporte la longueur AD sur (d). -----10€
- On obtient [AD].
- **Avec l'équerre, tracer [DC].** -----2€
- Avec la règle graduée, on mesure AI sur le modèle. -----10€
- Avec la règle graduée, on reporte la longueur AI. -----10€
- **Avec l'équerre, tracer [OI].** -----2€

La troisième procédure indique que l'élève conserve une vision indépendante de chaque figure (petit rectangle et grand rectangle). Il raisonnerait encore en termes de surface et peinerait à percevoir les alignements. Dans ce cas, il trace dans un premier temps les segments qui permettent de construire le rectangle AOIJ. Dans un deuxième temps, il complète les segments manquants pour tracer le rectangle ABCD. Dans cette manière de procéder, l'élève agit par prolongement à la règle non graduée et report de mesure à la règle graduée. Une variante est possible sur la fin de la procédure. Soit l'élève utilise l'équerre pour terminer la figure (procédure 3). Dans ce cas, les formes de l'amorce sont en partie restituées et l'élève perçoit l'intérêt de tracer les deux droites perpendiculaires à (AD) et (AB) pour obtenir C au point d'intersection. Soit l'élève continue son premier raisonnement de prolongement et de report de longueur pour continuer de reconstituer le contour du rectangle ABCD (différence écrite en gras).

Procédure 3. (Coût total = 48 €)

- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (AB) passant par A.-----2€
- Avec la règle graduée, on mesure AI sur le modèle. -----10€
- Avec la règle graduée, on reporte la longueur AI. -----10€
- On obtient [AI].
- Avec la règle non graduée, tracer [OI]. -----1€
- Avec la règle non graduée, on prolonge (AI) -----1€
- Avec la règle graduée, on mesure ID sur le modèle. -----10€
- Avec la règle graduée, on reporte la longueur ID. -----10€
- On obtient [ID].
- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (AD) passant par D.-----2€
- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (AB) passant par B.-----2€
- On note C le point d'intersection

Procédure 3bis. (Coût total = 67 €)

- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (AB) passant par A.-----2€
- Avec la règle graduée, on mesure AI sur le modèle. -----10€
- Avec la règle graduée, on reporte la longueur AI. -----10€
- On obtient [AI].
- Avec la règle non graduée, tracer [OI]. -----1€
- Avec la règle non graduée, on prolonge (AI) -----1€
- Avec la règle graduée, on mesure ID sur le modèle. -----10€
- Avec la règle graduée, on reporte la longueur ID. -----10€
- On obtient [ID].
- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (AD) passant par D.-----2€
- **Avec la règle graduée, on mesure DC sur le modèle.** -----10€
- **Avec la règle graduée, on reporte la longueur DC.** -----10€
- **On obtient [DC].**
- **Avec la règle non graduée, on trace [BC].** -----1€

En fin de séance, la mise en commun met l'accent sur la perception des différents alignements existants pour amener l'élève à prendre en compte la figure dans sa globalité et non pas comme deux entités indépendantes. Elle vise également à analyser toutes les relations de perpendicularité qui sont entretenues dans la figure et qui nécessitent la seule utilisation de l'équerre pour être tracées. En s'appuyant sur les affichages réalisés, les deux cas auxquels les élèves se trouvent confrontés lorsqu'ils tracent une droite perpendiculaire à une droite donnée seront systématiquement identifiés :

- Cas 1. Le point appartient à la droite donnée.
- Cas 2. Le point est distant de la droite donnée.

L'ensemble des travaux est ramassé et fait l'objet d'un recueil de données au travers d'une analyse du choix des procédures.

Au-delà de l'évaluation de l'avancée du changement de regard que les élèves portent sur les figures géométriques ; cette analyse a pour objectif d'établir un tableau de répartition des tâches de restauration proposées à partir des extraits de l'œuvre de Piet Mondrian. Le but étant de leur proposer une tâche à leur portée, pour ne pas les mettre en difficulté lors de cette activité, et d'avoir la possibilité de leur proposer de s'essayer sur un autre niveau de difficulté, s'ils le désirent.

4.7 Restauration d'extraits d'une œuvre de Piet MONDRIAN *Composition A* (1920).

L'activité vise un réinvestissement des apprentissages pour compléter l'amorce d'une figure complexe issu d'une œuvre artistique. En décontextualisant le travail réalisé, sur la notion de perpendicularité, nous souhaitons favoriser le transfert des connaissances. Nous pensons également que cette activité peut générer une situation de référence marquante sur la notion de perpendicularité et les pratiques instrumentales qui s'y rapportent. Cette situation d'apprentissage interdisciplinaire ouvre le regard porté sur la géométrie et l'ensemble des possibilités concernant son utilisation.

Le projet présenté aux élèves consiste en la création d'un puzzle d'une œuvre de Piet MONDRIAN. L'œuvre *composition A* est découpée, et chaque extrait fait l'objet d'une tâche de restauration. La validation est réalisée à l'aide d'un calque. Par la suite, les productions sont découpées puis assemblées sur un support.

Suite au bilan réalisé sur l'activité précédente, les élèves sont répartis sur des tâches de restauration différentes selon leur capacité à terminer une restauration de manière complète, et selon le niveau de mobilité du regard porté sur les figures géométriques (capacité à percevoir les relations de perpendicularité (formes 1D) dans un assemblage de figure géométrique planes (formes 2D). L'œuvre est fragmentée selon la variable du nombre de sous figures à restaurer dans chaque extrait. Ce qui nous permet de différencier le travail demandé.

Ainsi, l'œuvre est découpée en huit parties (Annexe 6). Deux extraits présente deux sous figures (b, f). Deux extraits présentent trois sous figures (c, h). Trois extraits présentent quatre sous figures (a, e, g), dont un extrait plus difficile contenant de long tracés pouvant mettre en péril le tracé d'une perpendicularité approximative. Un extrait présentant cinq sous figures. Les amorces sont faites de telle manière que les élèves doivent réinvestir les connaissances acquises pour effectuer des prolongements et des tracés de droites perpendiculaires à partir d'un point situé sur une droite donnée ou à distance.

Cette séance se veut ludique. De ce fait, aucun programme de construction n'est demandé et aucun barème n'est appliqué sur l'utilisation des instruments. Notons que l'utilisation d'un programme de construction exigerait d'identifier avec des lettres chaque intersection. Ce qui aurait pour conséquence d'alourdir la tâche et de nous détourner de notre volonté de créer du lien avec l'œuvre plastique. Par contre nous nous donnons pour mission d'observer les procédures utilisées *in situ* par les élèves pour intervenir lorsqu'un

tracé ne nous paraît pas adéquat. Le souhait est d'ouvrir une discussion avec l'élève pour l'amener à argumenter ses choix d'instruments en fonction des tracés réalisés.

L'élève a également la possibilité de demander à réaliser une autre production contenant plus ou moins de sous figures, lorsqu'il a terminé la tâche qui lui a été confiée.

Notons que le contour global de l'œuvre n'est pas encadré par un trait noir. Il manque donc des segments en liens avec le contour des sous figures placées sur l'extérieur de l'œuvre. Un contour noir a donc été rajouté sur chacun de ces extraits pour que les sous figures soient perçues comme un assemblage.

Les élèves ont la possibilité de colorer les extraits selon le modèle en fin de séance avant découpage et réassemblage de l'œuvre complète.

4.8 Trace écrite

L'ensemble des travaux sont restitués aux élèves et accompagnés d'une trace écrite inspirée de plusieurs manuels de géométrie et s'appuyant sur les bilans effectués lors de chaque mise en commun. Le document contient une définition de la perpendicularité entre deux droites et un schéma explicatif concernant l'utilisation de l'équerre. Les deux cas rencontrés pour tracer une droite perpendiculaire à une droite donnée et un schéma explicatif qui montre que, en prolongeant les deux demi-droites qui entretiennent un rapport de perpendicularité pour former un angle droit on obtient 4 angles droits.

5- RECUEIL ET ANALYSES DES DONNEES

5.1 Généralités sur l'organisation

5.1.1 Rappel de l'objectif visé

Rappelons tout d'abord, que selon DUVAL et GODIN, les figures géométriques sont spontanément perçues comme des surfaces limitées par leur contour. De ce fait, elles ne le sont pas selon le réseau de droites et de points qui les composent. Pour provoquer le changement de regard qui permet de passer d'un type de regard à l'autre, les auteurs proposent un travail de réorganisation visuelle grâce à un problème de restauration de figure, qui permet d'accéder à la compréhension et l'utilisation des propriétés convoquées.

Dans le cadre de l'apprentissage du concept fondamental de perpendicularité, prescrit par le programme de cycle 3, notre souhait était de présenter des situations d'apprentissage permettant de faire émerger ce concept. L'objectif visé étant d'introduire cette nouvelle vision de l'angle droit pour leur permettre de passer d'une vision de l'angle droit comme surface, à une perception de lignes entretenant un rapport de perpendicularité. En combinant le choix des amorces servant de base à la restauration de figure, à une utilisation ciblée des instruments, nous pensions inciter les élèves à tracer des prolongements, identifier des alignements, identifier et tracer des droites perpendiculaires. Aussi, l'analyse des programmes de construction rédigés nous permettra de rendre compte de l'évolution du regard porté sur les figures et plus précisément sur la notion d'angle droit.

5.1.2 Les mises en communs : intérêt du point de vue de l'élève et de l'enseignant

Suite à chacune des restaurations de figure, des mises en commun ont été organisées. Une sélection des productions des élèves était affichée et discutée avec le groupe classe. De façon globale, cette étape a permis aux élèves qui n'ont pas su faire la restauration, de découvrir des procédures permettant de répondre au problème. Elle permet également à ceux qui ont su réaliser l'exercice attendu, de découvrir d'autres manières de faire, et ainsi de changer de procédure en affinant leur perception de la notion abordée. Dans ce temps, un rappel sur l'utilisation des instruments et leur fonction est systématiquement abordé.

Ce moment d'échange constitue également un prétexte pour mettre en avant la difficulté à mettre en mot les tracés effectués. En questionnant des extraits de phrases prélevées dans les programmes de construction, nous avons déterminé des critères de rédaction qui pouvaient assurer la transmission d'un message cohérent permettant de rendre compte du tracé produit. A savoir : choix de l'instrument, action et localisation. Des phrases types ont été proposées et chaque mise en commun a constitué une étape dans l'institutionnalisation des connaissances abordées.

Enfin, elles ont contribué à des réajustements des variables didactiques mobilisées pour d'une part, fournir aux élèves des situations d'apprentissages les plus adaptées possibles et ainsi accompagner l'évolution du regard visé ; et d'autre part, optimiser la rédaction des programmes de construction permettant d'en rendre compte pour notre étude.

5.1.3 Critères de classement des productions des élèves

En ce qui concerne les catégories de procédures utilisées. Celles décrites a priori nous ont permis d'identifier les principales manières de procéder, d'anticiper un certain nombre d'obstacles et nous ont servi de guide, de support de discussion en arrière-plan, pour cadrer les échanges lors des mises en commun.

Au moment de l'analyse du recueil de l'ensemble des productions, la diversité des procédures proposées par les élèves ainsi que leur fréquence, nous ont amené à reconsidérer la manière de les répartir. Nous avons donc fait le choix de reconstituer un ensemble de catégories qui permettait de lier les études de chacune des restaurations de figures par l'interprétation des programmes de construction.

Trois grandes catégories de procédures ont été établies :

- La catégorie 1 correspond aux procédures attendues et visées. Suivant le niveau de compréhension et de maîtrise de la notion de perpendicularité, elle est déclinée en sous catégories en fonction des spécificités de chacune des restaurations afin d'avoir une analyse plus fine de la progression des élèves.

Les catégories 2 et 3, englobent l'ensemble des procédures à l'œil.

- Dans la catégorie 2, le gabarit d'angle droit est perçu comme une surface, il est placé à l'œil afin d'en reproduire le contour.
- En catégorie 3, le sens de la perpendicularité n'est pas compris. Les élèves approchent la forme de l'angle droit de façon perceptive par des successions de tracés à la règle et de report de longueurs.

Dans cette partie du mémoire nous procéderons, dans un premier temps, à une analyse des programmes de construction pour chacune des activités de restauration. Puis nous aborderons la critique de certains choix faits *a priori*, qui ont pu contribuer à maintenir certains obstacles, et de ce fait, entraver le processus de changement de regard porté sur les figures géométriques.

Dans notre rédaction, l'analyse des procédures est soutenue par des exemples extraits des programmes de construction rédigés par les élèves. Ces exemples sont rapportés entre guillemets dans leur version brute, avec les fautes d'orthographe commises par chacun d'entre eux. Ces citations sont suivies d'un codage écrit entre parenthèses (Ex : El.01 ; El.02 ; ...), permettant un suivi d'une activité à l'autre, tout en assurant l'anonymat des élèves (Cf : tableaux de répartition des élèves selon les procédures en annexe 7, 8 et 9).

Enfin, rappelons que pour un gain de temps et de fluidité les élèves ont utilisé les sigles suivants dans leurs programmes de construction : **RG** = règle graduée ; **RNG** = règle non graduée ; **E** = équerre ; **P** = bande de papier. Dans un souci de cohérence, nous ferons de même dans le corps de l'analyse.

5.2 Analyse de la restauration du rectangle

Pour cette première activité les élèves ont deux tâches à réaliser : La restauration du rectangle et la rédaction d'un programme de construction. Les élèves sont confrontés pour la première fois à une tâche de restauration. Le but est donc d'en comprendre le fonctionnement tout en mobilisant les propriétés du rectangle. Ecrire un programme de construction est aussi nouveau pour eux. Les élèves sont invités à prendre appui sur leurs actions pour le rédiger. Du fait qu'il n'est pas maîtrisé, il est difficilement exploitable en l'état à cette étape de l'analyse. Les élèves ne donnent pas d'informations permettant de localiser sur l'amorce les tracés effectués, ils ne nomment pas les segments et les angles sur lesquels ils agissent.

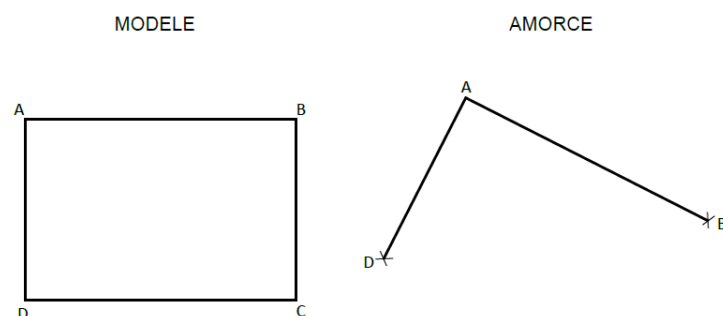
Comprendre que ce texte prescriptif est un outil de communication à destination de l'enseignant et du groupe classe et ne sert pas, dans un premier temps, les intérêts personnels de l'élève est compliqué. Pour certains le contenu du programme est mal cerné et l'importance de devoir décrire chacune des étapes de tracé est mal comprise. D'autres n'écrivent que ce qu'ils ont réalisé sur la figure modèle : « RG j'ai mesurer les longueurs du rectangle » (El.05 ; El.08). Notons tout de même que cette démarche montre une première étape d'analyse.

Enfin, nous remarquons que ce manque d'aisance a pour autre conséquence que les élèves prennent peu en considération le coût des instruments. Le malus appliqué à chaque instrument a donc une influence minimale sur les procédures des élèves. Ils procèdent en une seule tentative sans chercher à obtenir un moindre coût.

Malgré le manque de précision de ces productions écrites, les mots employés, associés à une observation et un échange en fin d'activité nous ont permis d'approcher le niveau de perception des élèves et de les répartir dans les trois catégories de procédures utilisées.

Restauration du rectangle : répartition des élèves dans les différentes catégories de procédures (détails en annexe 7)

Procédure attendue		Procédures à l'œil (90,9 %)	
	Catégorie 1	Catégorie 2	Catégorie 3
	A l'équerre Droite perpendiculaire à une droite donnée, passant par un point situé sur la droite.	Equerre = gabarit Approche de la forme	RNG + RG Approche de la forme par report de longueur
Nombre d'élèves par catégorie	2	8	12
Pourcentage Par catégorie (Au dixième près)	9,1 %	36,4 %	54,5 %



La procédure de catégorie 1 est proche de l'une anticipée a priori. L'angle ABC et la droite perpendiculaire (BC) permettant de le construire semblent perçus. L'angle est correct et l'élève trace la

droite perpendiculaire à (AB) passant par B à l'aide de l'équerre. Mais notons que pour la suite de la figure, le placement du point C sur la droite, ainsi que le tracé de [DC] sont réalisés à l'œil à l'aide de la RNG. Les procédures de catégorie 2 et 3 sont toutes deux des procédures à l'œil qui diffèrent par l'utilisation des instruments.

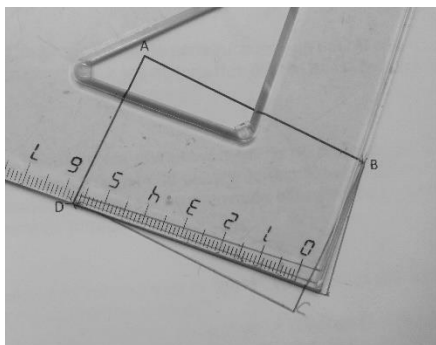


Illustration procédure de catégorie 2 (El.14, El.17)

En catégorie 2, l'élève cherche à reproduire la forme de l'angle BCD à l'aide de l'équerre comme gabarit d'angle droit. Il place respectivement chacun des côtés adjacents à l'angle droit sur les points B et D, puis ajuste la forme par une succession de vérifications de la forme globale

de façon perceptive. Les expressions « on a tracer la suite du rectangle » (El.09 ; El.11) ou « on a fait l'angle droit » (El.14 ; El.17), se retrouvent régulièrement. Dans une démarche proche, certains tracent directement le contour « je trace en une seule fois » (El.02 ; El.12) et d'autres, sans quitter leur approche intuitive, marquent l'angle droit, tracent les segments, puis procèdent à une vérification des longueurs à la RG : « avec RG je vérifie mes mesures ». Si les mesures invalident leur tracé, ils effacent et recommencent.

Dans la troisième catégorie de procédure, le report de longueur précède le tracé de droites « perpendiculaires » par approche. L'absence de traits ([BC] ; [DC]) semble gêner l'élève. Il trace à la RG les segments manquants en cherchant à reproduire l'angle visuellement. Après création de ce support il procède à une série de vérification, majoritairement à la RG, exceptionnellement à l'équerre. On note donc que l'angle droit n'est pas associé à l'utilisation de l'équerre comme outil permettant de tracer deux droites perpendiculaires pour l'obtenir : « Avec RNG je trace la perpendiculaire DC » (El.18 ; El.22).

5.3 Analyse de la restauration du carré

En conservant une organisation de la répartition des travaux selon trois catégories de procédures, on observe un abandon massif d'une approche qui tend à considérer l'équerre comme un gabarit d'angle droit (Cat.2). Une grande partie des élèves commence à prendre en compte les différents éléments composant la figure. Mais il semble qu'il y ait différents degrés de perception des rapports de perpendicularité, se traduisant par des approches de restauration bien identifiés. Nous avons donc créé trois sous-catégories à la catégorie de procédure 1 (1.1 ; 1.2 ; 1.3) afin d'analyser plus finement la posture des élèves. Enfin, notons que concernant les onze élèves dont l'amorce disposait du point C, seul deux d'entre eux l'ont pris en compte.

Rappel des catégories :

- **La catégorie 1** correspond aux procédures attendues et visées. Suivant le niveau de compréhension et de maîtrise de la notion de perpendicularité, elle est déclinée en sous catégories en fonction des spécificités de chacune des restaurations afin d'avoir une analyse plus fine de la progression des élèves.

Sous catégories propres à cette restauration :

- **Catégorie 1.1** : pas de prolongement. Complément des segments $[AB]$ et $[AD]$ limité par la mesure. Trace la perpendiculaire passant par le point situé sur une droite donnée.
- **Catégorie 1.2** : prolongement des droites (AB) et (AD) . Report de longueur sur l'une des droites pour obtenir le troisième sommet. Trace la perpendiculaire passant par le point situé sur une droite donnée.
- **Catégorie 1.3** : Prolongement. Report de longueur si nécessaire. Trace la droite perpendiculaire passant par un point qui n'est pas situé sur la droite¹³.

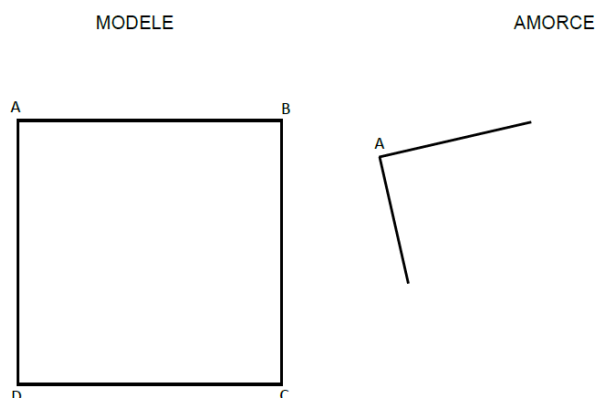
Les catégories 2 et 3, englobent l'ensemble des procédures à l'œil.

- Dans la **catégorie 2**, le gabarit d'angle droit est perçu comme une surface, il est placé à l'œil afin d'en reproduire le contour.
- En **catégorie 3**, le sens de la perpendicularité n'est pas compris. Les élèves approchent la forme de l'angle droit de façon perceptive par des successions de tracés à la règle et de report de longueurs.

¹³ Nous utiliserons le terme « distant » pour nommer ce cas de figure où la droite perpendiculaire passe par un point qui n'est pas situé sur la droite donnée.

Restauration du carré : répartition des élèves dans les différentes catégories de procédures (détails en annexe 8)

Procédures attendues				Procédures à l'œil (27,3 %)	
	Catégorie 1 (72,7 %) Analyse + perception de la perpendicularité			Catégorie 2 Equerre = gabarit	Catégorie 3 RNG + RG
	Catégorie 1.1 Vision limitée aux contours + focalisation sur les mesures	Catégorie 1.2 Vision globale + Prolongements	Catégorie 1.3 Vision globale + Tracé perpendiculaire passant par point distant	Approche de la forme	Approche de la forme par report de longueur Vision limitée aux contours
Nombre d'élèves par catégorie	6	8	2	0	6
Pourcentage Par catégorie (au dixième près)	27,3 %	36,3 %	9,1 %	0 %	27,3 %



Les Catégories 1.1 et 1.2 sont proches, mais la catégorie 1.1 reste limitée aux contours de la figure. Ils ne prolongent pas les droites (AB) et (AD), ils tracent le bout de segment manquant. Le report de longueur et l'utilisation de la RG priment sur le tracé des droites perpendiculaires.

On voit apparaître le début d'une étude de la figure mais les élèves restent focalisés sur les dimensions : « J'ai mesuré avec RG mon carré » (El.11) ; « avec RG j'ai mesuré [AD] et [AB] » (El.07) ; « Avec E j'ai regardé les angles droits » (El.10). Mais le lien entre le modèle et l'amorce, au travers d'une déconstruction dimensionnelle, commence à se faire sentir. « Avec une RG je la place sur le modèle carré puis je place sur A et B et je pose un petit point » (El.02). Les prolongements de droites permettant de construire [AB] et [AD] ne sont donc pas réalisés. Les élèves tracent directement à la RG le complément de la mesure manquante. « Avec E j'ai tracé un petit trait de [AB] et [AD] » (El.07).

Concernant la perception des angles droits, il semble qu'ils soient identifiés et traduits par le tracé d'une droite perpendiculaire à une droite passant par un point donné. Pour

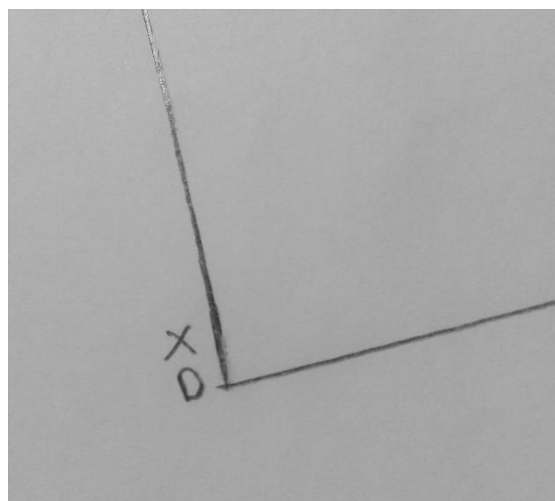
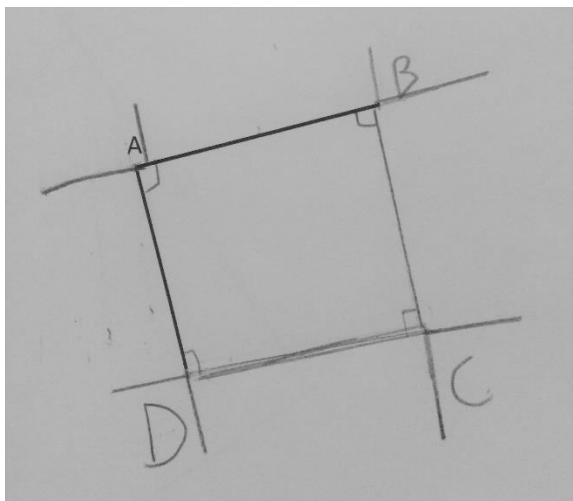
certain, le vocabulaire utilisé traduit cette démarche : « E j'ai tracé la droite perpendiculaire BC » (El.06). Pour d'autres, le tracé à l'équerre n'apparaît pas dans le programme de construction mais on peut le supposer car le coût de l'instrument est mentionné (2€) et le tracé montre clairement l'utilisation de l'équerre pour la restauration d'au moins un des deux angles.

En catégorie 1.2, la vision globale de la figure ne se limite plus aux segments. Le programme de construction fait apparaître des étapes claires, ordonnées et cohérentes avec le tracé. Même si, comme pour la catégorie 1.1, les manques concernant la localisation des actions demeurent : « Avec E j'ai fais deux droites perpendiculaires » (El.08), on observe une déconstruction dimensionnelle plus aboutie. Les élèves analysent le modèle. Les prolongements s'effectuent avec des demi-droites à la RNG. Puis, comme en témoignent les traits de construction, les prolongements sont effectués sous forme de demi-droites tracées à la RNG : « j'ai prolongé AB avec RNG » (El.18). Les angles droits sont construits à partir d'une droite perpendiculaire passant par un point donné et le terme « perpendiculaire » est employé pour désigner ce tracé. « Avec E j'ai tracé une perpendiculaire dans le segment [AB] (El.01) ; « Avec E je trace la perpendiculaire de D à C » (El.13). Notons également une meilleure utilisation des instruments, dont les fonctions sont mieux identifiées : « Avec RNG je prolonge [AD]. [...], avec RG je reporte la longueur des segments, avec E je trace la première droite perpendiculaire » (El.03). Mais le report de longueur n'est pas toujours mentionné « Avec RNG je prolonge AB, avec E je trace la perpendiculaire BC » (El.22).

La catégorie 1.3 témoigne du fait que les élèves ont compris qu'ils pouvaient tracer une perpendiculaire à une autre droite (d_1) passant par un point qui n'est pas sur (d_1) ; c'est-à-dire un point distant. Dans ces deux cas le point C est fourni sur l'amorce, mais leurs procédures diffèrent. Un élève utilise exactement la procédure 2 décrite *a priori* : utilisation de l'équerre pour tracer la perpendiculaire au prolongement en passant par le point C, puis note les points d'intersection B et D pour obtenir les deux sommets manquants. Le second élève utilise une procédure de type 3 (décrite *a priori*) avec utilisation du point distant pour tracer une première droite perpendiculaire puis termine la figure avec un report de longueur et le tracé à la RNG de [DC]. Par leur démarche, ces deux élèves semblent capables d'identifier les propriétés du modèle pour les transférer sur l'amorce tout en sachant dépasser une vision limitée par les contours de la figure.

La catégorie 3 concerne principalement les élèves pour qui la mesure prend le dessus sur la démarche globale de déconstruction. Elle fait écran aux autres propriétés de la figure et maintient une vision limitée par les contours. Aussi certains élèves tracent le complément des segments $[AB]$ et $[AD]$, « j'ai tracé 2 cm et demi » (El.14). Les prolongements ne sont pas utilisés, ce qui ne favorise pas la prise de conscience des éléments constitutifs de la figure et des relations de perpendicularité qu'ils entretiennent. Dans cette catégorie de productions, nous pouvons observer de nombreuses formes de tentatives de se conformer à ce que les élèves ont identifié comme étant les attentes de l'enseignant. Ainsi l'équerre est utilisée, sans perception de sa fonction première, pour reporter des longueurs comme avec une RG : « E j'ai tracé $[BC]$ » (El.16) ; « E j'ai tracé 6 cm » (El.14). Ces élèves sont centrés sur des détails « esthétiques » qu'ils désignent comme étant les principaux éléments de restauration et qu'ils tentent de reproduire (cf : illustrations ci-après). Ils notent le symbole désignant les angles droits dans chaque coin de la figure, certains tracent des traits de construction à main levée autour du carré, ou notent une croix « X » à l'extérieur de la figure et à proximité de la lettre nommant les sommets.

Reproductions de détails esthétiques par les élèves



On retrouve également des approches perceptives avec des tracés à la RNG « avec RNG j'ai tracé AD , AB , DC , BC » et dans certains cas, des successions de tracés et ajustements après vérification à l'équerre qui sont rendus lisibles par la quantité de traits tracés puis effacés ainsi que par la rédaction des programmes de construction : « [...] après j'ai vérifier avec l'ecere [...] j'ai reverifier » (El.12).

5.4 Analyse de la restauration d'une figure complexe

Suite à l'analyse des deux premières activités de restauration, nous avons constaté que les élèves étaient focalisés sur les graduations des instruments RG et E. Cela semble avoir pour conséquence : une utilisation détournée de l'équerre, une perception floue de la frontière entre RG et RNG, et ne favorise pas les prolongements. De ce fait nous avons décidé d'adapter les outils en enlevant la possibilité du recours à la graduation. La RG servant à effectuer des reports de longueurs est remplacée par une bande de papier (P). L'équerre (E) conserve sa dénomination mais est remplacée par un gabarit d'angle droit conçu à partir d'une feuille cartonnée pliée. Par cet ajustement, en limitant la possibilité du recours à des instruments gradués, nous pensons favoriser une plus grande attention portée aux autres propriétés de la figure, à savoir les alignements et les rapports de perpendicularité ; et ainsi permettre un processus de déconstruction dimensionnelle plus efficient.

Pour l'analyse de cette activité de restauration, nous utilisons les trois même grandes catégories de production. La catégorie 3 englobe les procédures réalisées majoritairement à l'œil. Il s'agit d'une approche où les élèves ont une utilisation des instruments qui est centrée sur l'égalité des longueurs qui se manifeste par une succession de tracé (RNG) et de reports de longueurs (P). La plupart des élèves n'effectuent aucune vérification des rapports de perpendicularité, ils sont pris en charge de manière perceptive. Notons que deux élèves semblent utiliser l'équerre pour vérifier les angles. Mais les réajustements restent approximatifs avec utilisation de la RNG.

La seconde catégorie, qui correspond à une utilisation du gabarit d'angle droit comme surface placée à l'œil afin d'en reproduire le contour est abandonnée. La majorité des élèves sont répartis dans la première catégorie de production. Les élèves tracent à l'équerre des droites entretenant des rapports de perpendicularité, mais suivant les sous-catégories, on observe encore certains tracés effectués à l'œil, notamment en ce qui concerne le rectangle AJOI.

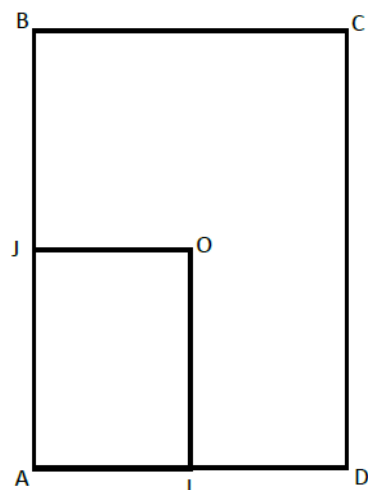
Ainsi nous les répartissons en quatre sous-groupes en fonction des critères suivant.

- Prise en compte de la figure dans sa globalité ou vision indépendante des deux rectangles AJOI et ABCD.
- Perception des alignements.
- Utilisation des éléments de la figure pour tracer des rapports de perpendicularité.
- Recours au tracé à main levée.

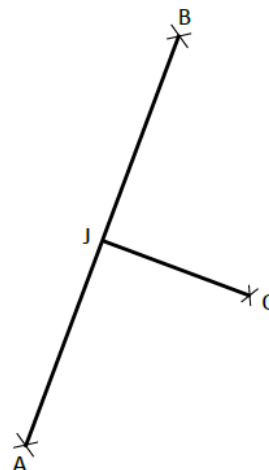
Restauration d'une figure complexe : répartition des élèves dans les différentes catégories de procédures (détails en annexe 9)

	Procédures attendues				Procédures à l'œil (32 %)	
	Catégorie 1 (68 %) Analyse + perception de la perpendicularité				Catégorie 2 Equerre = gabarit Approche de la forme	Catégorie 3 RNG + RG Approche de la forme par report de longueur
	Catégorie 1.1 1 ^{er} angle à l'équerre puis construction avec RNG	Catégorie 1.2 2 à 3 angles à l'équerre puis finalise avec RNG	Catégorie 1.3 Tracé perpendiculaire avec utilisation des points situés sur la droite	Catégorie 1.4 Tracé perpendiculaire avec utilisation des points distants. + Perception des alignements		
Nombre d'élèves par catégorie	2	3	6	4	0	7
Pourcentage Par catégorie (à l'unité près)	9 %	13 %	27 %	19 %	0 %	32 %

MODELE



AMORCE



Catégorie 1.1 : Premier angle à l'équerre puis construction avec RNG.

Plusieurs éléments témoignent d'un certain niveau de déconstruction dimensionnelle. Mais les élèves traitent de façon indépendante le « petit » rectangle AJOI et le « grand » rectangle ABCD : « avec E j'ai trasser une droite perpendiculaire OI ; avec E j'ai trasser une droite perpendiculaire AI ». Les points A, I, D ne sont pas perçus selon un alignement

sur une même droite. Cela a pour conséquence une construction en deux temps des segments [AI] et [AD].

Concernant le grand rectangle, la construction de [BC] à partir du tracé d'une droite perpendiculaire semble bien identifiée : « Avec E, je trace une droite perpendiculaire. Avec P, je reporte la longueur [BC] » (El.03).

Mais l'on constate également qu'après le tracé de certains supports ([BC] ou le rectangle AJOI, suivant le choix opéré), le reste de la figure est tracé de manière perceptive par approche à la RNG. Un tracé avec RNG de [CD], [ID], ou [OI] demeure : « Avec RNG, je trace le segment [OI] » (El.03).

Catégorie 1.2 : Tracé de deux ou trois angles à l'équerre puis finalise avec RNG.

On voit, sur l'étude du modèle, apparaître le symbole permettant de marquer des angles droits (El.22, El.11). Mais les élèves commencent par construire des traits approximatifs pour « compléter » la forme de la figure. Il semblerait qu'ils cherchent à créer les droites (BC) ou (AI), (AD) pour pouvoir placer et utiliser l'équerre. L'alignement A, I, D n'est toujours pas perçu. Les rectangles sont donc réalisés indépendamment avec une tendance à construire le « petit » rectangle AJOI à l'œil avec la RNG puis le « grand » rectangle ABCD en partie à l'équerre. D'ailleurs sur l'amorce, les segments [AI] et [ID] sont tracés de manière indépendante avec des orientations légèrement différentes et ne peuvent donc se confondre avec la droite (AD) : « Avec RNG je trace le segment [AI]. Avec E je trace ma droite perpendiculaire (AD) » (El.11). « avec P je reporte la longueur ID » (El.18). Enfin, quel que soit le rectangle, si les trois premiers côtés ont été construits en respectant les rapports de perpendicularité, le dernier côté est tracé à l'œil sans respect des angles ou des longueurs : « Avec E je trace la droite perpendiculaire (OI). Avec RNG je trace le segment [AI] ».

Catégorie 1.3 : Tracé perpendiculaire avec utilisation d'un point situé sur la droite.

Nous observons des tracés de droites, des reports de longueur et l'utilisation de points situés sur la droite pour tracer une droite perpendiculaire.

Globalement les élèves traduisent les angles droits par des tracés de droites perpendiculaires à une autre droite donnée passant par un point situé sur cette droite.

Les traits de construction apparents semblent témoigner de tracés en phase avec des programmes de construction complets et cohérents ; surtout concernant le grand rectangle ABCD : « Avec E je trace la perpendiculaire à (d) » (El.17). Les reports de longueur ne sont pas systématiques et l'élève comprend qu'il peut obtenir certains points grâce aux intersections de lignes : « Avec E j'ai tracé la droite perpendiculaire du point B.

Avec E j'ai tracé la droite perpendiculaire AD. Avec E j'ai tracé la droite perpendiculaire OI. Avec P j'ai reporté la longueur AD. Avec E j'ai tracé la droite perpendiculaire CD » (El.06). Mais pour certains, une légère vision des rectangles comme deux entités indépendantes persiste (vision par juxtaposition des deux figures) - « avec RNG je trace I à D » - et le petit rectangle AJOI est parfois encore complété à la RNG de façon perceptive : « Avec RNG je trace O à I » (El.17). Une procédure résume bien cette succession de tracés de droites perpendiculaires passant par un point situé sur une droite donnée mais avec une vision indépendante des deux rectangles : « Avec E je trace la perpendiculaire AI. Avec E je trace la droite perpendiculaire IO. Avec E je trace une droite perpendiculaire ID. Avec E je trace la droite perpendiculaire BC. Avec RNG je trace le segment DC » (El.09). Enfin, notons que certains complètent encore le rectangle AJOI à la RNG, de façon perceptive : « Avec RNG je trace O à I » (El.17).

Catégorie 1.4 : Tracé perpendiculaire avec utilisation des points distant + perception des alignements.

Les programmes de construction montrent des démarches s'appuyant sur les tracés des deux demi-droites [BC) et [AD). L'alignement A, I, D est perçu et l'obtention du point I, résultant de l'intersection du tracé de la droite perpendiculaire à (JO) passant par O est anticipé (le report de longueur est abandonné au profit de cette stratégie) : « Avec E je trace la perpendiculaire [AD]. Avec E je trace la perpendiculaire [OI] » (El.15). Ce qui témoigne d'une vision globale des propriétés de la figure et des relations entretenues entre les différents éléments la constituant.

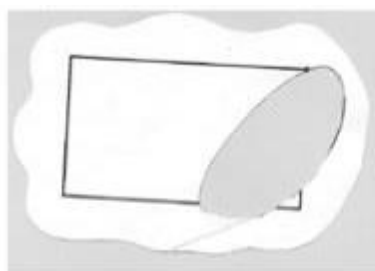
Enfin, on observe la prise en compte d'un point distant pour réaliser des tracés de droites perpendiculaires. Par exemple, tracer la perpendiculaire à la demi-droite [AD) passant par C. « Avec la E je trace la perpendiculaire BC. Je reporte la longueur BC avec P. Avec E je trace la perpendiculaire AD. Avec E je trace la perpendiculaire CD » (El.13). Notons tout de même que, en ce qui concerne les alignements et l'obtention du point C, les élèves restent focalisés sur les tracés de figures et ne semblent pas percevoir l'alignement A, O, C qui permet d'obtenir le point C.

Catégorie 3.

Ce groupe d'élèves construit les deux rectangles de façon indépendante. Nous n'observons pas de prise en considération de la perpendicularité. L'exploitation des propriétés de la figure semble se résumer à la mesure à l'œil des côtés, qui est souvent approchée à la RNG : « Avec RNG je trace BC » (El.19). Certains tracés de [OI] sont réalisés à main levée. L'étude de la figure, lorsqu'elle a lieu, reste au stade de l'étude des

longueurs avec la bande de papier : « avec P j'ai mesuré de A à J à B, de A à I à D » (El.21). Dans la continuité de la procédure qui consistait à utiliser la règle graduée pour tracer en une seule fois un segment, on voit le même type de démarche avec la bande de papier : « Avec le P j'ai tracé le segment CD » (El.04). Pour deux élèves les angles droits semblent malgré tout identifiés sur le modèle, mais le gabarit d'angle droit n'est pas considéré comme un instrument de traçage de droites perpendiculaires pour former un angle droit. Il est utilisé comme instrument de vérification pour procéder à des ajustements approchés à la RNG : « Avec ma P je reporte la longueur AI, je trace la droite AI avec RNG. Puis je continue à reproduire cette étape pour tous les segments. Et je vérifie mes droites perpendiculaires » (El.02).

5.5 Analyse de l'activité de résolution de problème



Note concernant une variation de la tâche initialement proposée dans le manuel :

Après discussion, lors de mon suivi de mémoire, il fut constaté que j'ai eu un

défaut d'interprétation de la tâche extraite du manuelle. Dans l'expérience initiale le support proposé est directement la « patate » découpée. Ainsi les élèves ne peuvent effectuer de tracé à l'extérieur du support. Il doivent poser l'équerre sur le trait et la faire glisser jusqu'à l'alignement avec le point pour tracer la portion de segment manquant.

La version que j'ai proposé, a comme différence que la patate est collée sur une feuille A4, dont les contours ont été découpés de manière aléatoire pour enlever les repères apportés par les bords de la feuille. De ce fait, l'élève peut faire des tracés intermédiaires à l'extérieur de la patate avant de tracer le bout de segment manquant. Le prolongement du segment fourni étant ainsi possible.

C'est donc dans ces conditions que nous allons procéder à l'analyse de la résolution de problème proposée aux élèves.

Rappelons que la même activité de résolution de problème (ARP) fût proposée en début (ARP1) et en fin de séquence (ARP2). Comparativement à ARP1, nous constatons, lors du deuxième passage, une réelle appropriation des connaissances mobilisées durant les trois activités de restauration. Pour faire apparaître cette progression, nous organisons le recueil des productions selon quatre catégories principales.

Catégorie 1 : Prolongement avec RNG + tracé avec E de la perpendiculaire à une droite passant par un point qui n'est pas situé sur la droite donnée.

La première catégorie correspond à la procédure experte attendue. Il s'agit d'un prolongement du segment à la règle non graduée, puis du tracé à l'équerre d'une droite perpendiculaire passant par le point distant. Cette procédure témoigne du fait que le trait manquant est perçu comme confondu avec la droite perpendiculaire au segment incomplet qui nécessite d'être prolongé pour faire apparaître ce rapport ; traduction d'un angle droit du rectangle. Les autres catégories correspondent à deux types de procédures à l'œil. L'une guidée par la forme de l'angle droit, l'autre, par la perception du couple horizontalité/verticalité.

Catégorie 2 : A l'œil, approche de la forme de l'angle droit avec RNG.

En catégorie 2, l'angle droit manquant qui serait le résultat du tracé de la droite perpendiculaire passant par un point situé à l'extérieur de la droite est perçu. Mais la reproduction de la forme de l'angle droit se fait à l'œil, à la règle graduée, par approche en plusieurs essais.

Catégorie 3 : A l'œil, tracé avec RNG du segment guidé par la perception intuitive du couple horizontalité/verticalité

En catégorie 3, il est difficile de dire si la place de l'angle droit est anticipé. Ce dernier n'est pas tracé sur le support. Mais le segment manquant, attendu pour le tracé, est perçu et approché suivant le couple horizontalité/verticalité qu'il forme avec le segment fourni. Ainsi ce sont les connaissances initiales liées à l'environnement spatial qui sont mobilisées pour approcher le tracé visé.

Catégorie 4 : Tracé direct du point au segment avec RNG

Enfin, en catégorie 4 nous retrouvons les élèves pour qui le rapport entre le point et le segment n'est pas guidé par les propriétés du rectangle, ici mobilisées, à savoir l'angle droit construit par deux droites perpendiculaires. Ainsi, l'élève trace directement un trait en joignant le point au segment.

	Activité de résolution de problème 1 (début de séquence)				Activité de résolution de problème 2 (fin de séquence)			
	Catégorie 1 Procédure attendue (RNG +E)	Catégorie 2 A l'œil : approche de la forme (RNG)	Catégorie 3 A l'œil : couple horizontalité verticalité (RNG)	Catégorie 4 Tracé direct du point au segment	Catégorie 1 Procédure attendue (RNG +E)	Catégorie 2 A l'œil : approche de la forme (RNG ou E)	Catégorie 3 A l'œil : couple horizontalité verticalité (RNG)	Catégorie 4 Tracé direct du point au segment
Nombre d'élèves par catégorie	6	10	4	2	16	5	0	1
Pourcentage Par catégorie (A l'unité près)	27 %	45 %	19 %	9 %	73 %	22,5 %	0 %	4,5 %
	ARP 1 : Répartition dans les catégories de procédures				ARP 2 : Répartition dans les catégories de procédures			
Alice								
Arij								
Ellie								
Ethan								
Eva-Lily								
Hugo								
Kelly								
Keyroan								
Laly								
Lohan								
Lou								
Louis								
Mélodie								
Mélyne								
Noémie								
Paola								
Rayan								
Robinson								
Sarah								
Sandro								
Sydney								
Théo								

Comparons plus précisément le glissement observé dans le choix des procédures entre l'ARP1 et l'ARP2.

On constate une forte mobilisation de la procédure experte en ARP2 (16 élèves), comparativement à ARP1 (6 élèves). Ils construisent le rapport de perpendicularité attendu pour résoudre le problème. Cependant, si une partie des élèves a une démarche claire, visible par les traits de construction laissés apparents, certains éléments m'incitent à modérer l'interprétation de ces résultats pour d'autres. En effet, il semble que la vision de l'angle droit comme coin d'une surface persiste. On observe un positionnement de l'équerre sur le segment, qui glisse jusqu'à l'alignement approximatif avec le point, avant de réaliser un tracé du contour de l'angle. D'autres, positionnent l'équerre à l'œil « en imaginant un angle droit dans le blanc en bas à droite » (C'est-à-dire sur la feuille en dehors de la patate), tracent l'amorce du contour de l'angle droit dans les deux directions, puis tracent à la RNG deux traits jusqu'au segment et au point en compensant le défaut de précision. Ces deux tracés n'étant pas guidés par un réel rapport de perpendicularité. De ce fait, il semble donc que l'angle droit est perçu comme une propriété du rectangle en tant que forme, mais les élèves ne voient pas l'angle droit comme une relation de perpendicularité entre deux droites.

Les procédures à l'œil, tracées à la RNG sans utilisation de l'équerre : catégorie 2 (forme) et catégorie 3 (verticalité) sont majoritairement abandonnées (14 élèves en ARP1 contre 5 élèves en ARP2). Nous retrouvons l'approche de la forme, où l'élève trace un trait en s'arrêtant approximativement dans l'alignement du point, puis le rejoint en traçant le segment manquant à la RNG.

Nous retrouvons l'approche guidée par une perception intuitive du couple horizontalité/verticalité. Les élèves conçoivent qu'un angle manquant guide le rapport entretenu entre les deux éléments mais ne le traduisent pas en terme d'angle droit construit par l'intersection de deux droites perpendiculaires. Seul l'instrument de tracé choisi change. Dans ARP1, les élèves réalisent des successions d'essais à la RNG sans utiliser l'équerre. Dans ARP2, les élèves utilisent l'équerre mais ne tiennent pas compte de sa propriété qui permet de tracer des droites perpendiculaires. Les élèves utilisent cet instrument pour tracer des traits, comme ils le feraient avec une RNG. La fonction de l'instrument n'est donc pas comprise mais l'élève l'utilise pour se conformer aux attentes présumées de l'enseignant.

6- REGARD ANALYTIQUES ET HYPOTHESES SUR LES ERREURS PERSISTANTES

Malgré la progression de la classe, nous constatons que la mobilité de regard observée reste à l'état d'une découverte extrêmement fragile. Le sens, qui peut contribuer à consolider cette vision semble parfois difficilement accessible.

Nous abordons ici une série d'hypothèses concernant les choix pédagogiques à améliorer, qui ont pu donner lieu à la persistance de certaines erreurs, et de ce fait, entraver notre objectif d'accompagner l'élève dans la construction d'un changement du regard porté sur les figures géométriques, autour de la notion de perpendicularité.

6.1 La rédaction du programme de construction

Les difficultés que les élèves ont rencontrées pour rédiger un programme de construction n'ont pas été suffisamment anticipées. Pouvoir produire par écrit, la méta-analyse d'un tracé géométrique relève d'un apprentissage en soit. La découverte de cette pratique, par les élèves, semble avoir interféré avec les apprentissages visés à plusieurs niveaux.

D'une part, en occupant une place importante dans la pensée de l'élève, il le détourne de la notion abordée. D'autre part, il semble que le niveau attentionnel déployé pour rédiger le programme de construction ne donne pas à l'élève la possibilité de réfléchir sur les différentes procédures possibles pour obtenir un moindre coût. La possibilité d'influencer la procédure par l'application d'un malus sur les instruments est de ce fait, quasi inexistante.

Suite à l'activité de restauration du rectangle, ce constat nous a poussé à créer une séance spécifique sur la rédaction de ce texte. En travaillant sur le sens, à partir de phrases relevées dans les productions, nous avons pu déterminer le contenu nécessaire de chacune des phrases écrites pour qu'elles puissent être le plus représentative possible de chacun des tracés. Nous avons pointé ensemble trois critères permettant de donner à chaque phrase les informations attendues : Le choix de l'outil, le choix de l'action et sa localisation (ex : Avec RNG je prolonge (AB) ; Avec E je trace la perpendiculaire à (DC) passant par C). Enfin, pour que l'enseignant puisse comprendre quelle procédure a été choisie, nous avons vu que l'ordre des actions décrites devait respecter l'ordre des tracés. Autrement dit, à chaque tracé correspond une étape écrite.

Suite à cette séance, les élèves ont su ajuster leurs productions. Les résultats obtenus ont montré que des séances consacrées à l'appropriation du programme de construction,

réalisées en amont, auraient été favorables pour : d'une part, notre étude, en apportant des éléments plus précis sur le regard que porte les élèves sur les figures abordées ; et d'autre part, amorcer un travail de déconstruction dimensionnelle plus efficient.

Bien sûr ces progrès nécessitent d'être consolidés car le passage sur la restauration d'une figure complexe a fragilisé l'ensemble des programmes de construction, qui reflètent une organisation déstructurée.

En constatant le bénéfice de la démarche d'écriture d'un programme de construction, on peut d'ailleurs affirmer qu'il constitue un réel outil d'apprentissage, dont l'usage peut être étendu à l'ensemble des activités géométriques.

6.2 La graduation des instruments et le recours à la mesure

Dès la première restauration, nous avons pu constater que la présence d'une graduation sur la règle, comme sur l'équerre, a constitué un réel obstacle à notre objectif. Les différents ajustements ont d'ailleurs permis d'observer un réel changement de regard. Tout d'abord, concernant les règles, le domaine d'utilisation de la règle graduée (RG) ainsi que de la règle non graduée (RNG) demeurait floue car l'intérêt pour l'élève ne semblait pas évident.

L'observation des élèves s'est avérée justifiée : quel bénéfice ont-ils à construire un segment en deux étapes (tracer un prolongement à la RNG, puis reporter une longueur à la RG), alors qu'ils peuvent le faire en une seule étape, en combinant directement le report de longueur au tracé du prolongement. De ce fait ils tracent en une fois, un trait à la mesure exacte puis s'arrêtent. Or, ce type de tracé constitue un réel obstacle à la perception des éléments constituant la figure. Les prolongements amènent à laisser apparents les traits de construction. Le report de longueur amène à placer un point sur une droite. Cela permet de prendre conscience des différents réseaux composant la figure géométrique. Les propriétés étant traduites par les relations qu'ils entretiennent entre eux.

Rappelons que suite à des observations faites en classe, en amont de la construction de la séquence, j'avais fait le choix de la règle graduée pour effectuer des reports de longueur car je jugeais que l'utilisation de la bande de papier, par les élèves, était trop approximative. Après constatation des effets d'un tel choix, je pris conscience que la précision de la figure n'était pas réellement nécessaire pour notre projet. Aussi, pour qu'un travail sur la mobilité du regard reste à la fois prioritaire pour les élèves et lisible dans le cadre de notre étude, il paraît évident que nous devons privilégier un choix nous permettant de conserver des étapes de tracés décomposables dans un programme de

construction. Le remplacement de la règle graduée par la bande de papier (P) a permis un changement majeur. Les élèves ont cessé de se focaliser sur les longueurs pour obtenir les points qui leur permettaient de restaurer la figure. Ainsi, ils se sont ouverts aux autres propriétés (alignement, perpendicularité), ont cherché d'autres stratégies pour restaurer la figure. Nous avons pu ainsi nous rapprocher du but visé et les élèves ont naturellement pris appui sur les rapports de perpendicularité pour réaliser les tâches demandées.

Concernant l'équerre, la graduation a également amené les élèves à utiliser cet instrument de manière détournée : « Avec E j'ai tracé un petit trait de [AB] et [AD] » (El.07). Ainsi l'instrument est perçu comme un outil permettant de reporter des longueurs. En enlevant les graduations, l'équerre est devenue un gabarit d'angle droit retrouvant sa fonction première, à savoir de permettre le tracé de droites perpendiculaires.

Suite à l'introduction du gabarit d'angle droit non gradué, les élèves ont massivement investi cet instrument. De la première utilisation axée sur le traçage de contours, ils ont rapidement compris sa fonction réelle, en l'associant aux relations qu'entretiennent les éléments de la figure restaurée.

Mais aujourd'hui nous pouvons encore remettre en question cette adaptation. En effet, il semble que les problèmes soient plus particulièrement liés aux choix de proposer une restauration à l'échelle.

Si nous proposons des restaurations de figures qui ne sont pas à l'échelle, nous mettrions totalement de côté la possibilité du recours à la mesure et au report de longueur. Les élèves seraient obligés de se focaliser sur les seules propriétés de la figure modèle (égalité, perpendicularité) pour les reproduire dans une autre échelle.

Enfin un travail sur les règles d'utilisation des instruments pourrait faire l'objet de séances précises afin de mieux accompagner les travaux géométriques.

6.3 La taille des amorces

Ce paramètre a également constitué un obstacle du fait que la taille des amorces a facilité le recours aux tracés à l'œil. Il y a eu donc une certaine résistance des premières conceptions liées à l'expérience perceptive des élèves de la forme de l'angle droit et du couple horizontalité/verticalité.

Des amorces trop petites ne permettent pas de mettre en évidence l'erreur que génère un tracé approximatif. Avec une plus grande amorce, les angles « non droits » seraient

mieux identifiés par les élèves. La nécessité du recours à l'équerre pour repérer/vérifier un angle droit et pour tracer des droites perpendiculaires apparaîtrait de façon plus évidente. Des tracés avec plus d'amplitude auraient également mis en évidence les reports de longueur fait de manière perceptive. Pour l'enseignant stagiaire, ce facteur a également posé des difficultés de lisibilité des procédures des élèves. Nous nous sommes donc concentrés sur le programme de construction qui constitue une base d'interprétation des restaurations bien plus objective, car ces tracés à l'œil peuvent faire illusion.

Si au fur et à mesure des mises en communs et de la construction du sens de notre travail, les élèves ont cessé ces pratiques, nous avons pu les voir apparaître de façon très ciblée lors de la restauration de la figure complexe. Le phénomène détaillé ci-après illustre cette problématique. Dans cette figure la majorité des élèves ont tracé le grand rectangle ABCD à l'aide des outils RNG et E, même lorsque leur procédure était approchée à l'œil. Par contre, concernant le petit rectangle AJOI nous observons, même chez les élèves les plus avancés, des tracés du segment [OI] à main levée, sans utilisation d'aucun instrument. Lors d'une prochaine mise en application de cette séquence, il serait donc bénéfique de fournir deux supports distincts : l'un consacré à la rédaction du programme de construction et l'autre, servant de support de restauration à partir d'une amorce nécessitant des tracés d'une certaine amplitude.

6.4 Place de l'activité en arts visuels



EXEMPLE D'UNE PRODUCTION FINALISEE

La découverte de la démarche artistique de Piet Mondrian a suscité un réel intérêt. Cette activité a répondu en partie à notre objectif en proposant, d'une part, un entraînement mobilisant l'ensemble des savoirs abordés durant la séquence, et d'autre part en constituant une situation de référence par rapport au réinvestissement des connaissances liées à la perpendicularité.

Cependant, deux facteurs ont limité la possibilité de contribution à notre objectif majeur d'accompagner l'élève vers une perception des éléments constituant d'une figure géométrique. Au temps accordé par ma MAT, pour réaliser cette séquence, s'est ajouté des temps d'échanges qui ont permis des ajustements. De plus, les contraintes imposées par la situation sanitaire actuelle, m'ont amené à faire des choix pour limiter la temporalité de cette séquence.

Le travail concernant la restauration de l'œuvre de Mondrian s'est donc limité à un simple entraînement ludique. L'engagement des élèves dans la tâche fût complet et j'ai pu observer de façon globale une utilisation adaptée des instruments et une bonne compréhension de la conception des figures. Mais des résistances concernant une vision des angles droits comme surface (vision 2D) était encore ancrées dans les pratiques.

Le second facteur est lié au choix de travailler sur l'œuvre elle-même. En effet, l'épaisseur des traits noirs de l'œuvre originale est telle que nous avons dû réduire la taille globale de façon considérable. Nous obtenions ainsi, des traits d'une épaisseur acceptable pour permettre aux élèves de réaliser des traces suffisamment précises pour reconstituer le puzzle de l'œuvre. Or, comme déjà vu précédemment dans l'analyse, la petite taille des amorces a favorisé des tracés dont l'approximation ne pouvait être révélée. Cela pouvant

limiter la compréhension de la nécessité du recours à l'équerre pour vérifier/tracer des droites perpendiculaires.

Dans le cadre d'une réflexion sur un apport complémentaire de cette activité en arts visuels, je propose d'aborder l'œuvre de Mondrian d'une tout autre manière. Il serait intéressant d'approcher ce procédé de création selon trois étapes décrites ci-après. Le but étant d'amener progressivement l'élève à considérer le réseau de droites perpendiculaires constitutif du gabarit initialement perçu comme surface.

Dans un premier temps, une phase d'exploration et de création, où l'élève est amené à manipuler des gabarits colorés de rectangles et de carrés suivant de nombreux agencements (vision de surfaces). Ce type d'assemblage étant conforme à la première vision d'assemblage par juxtaposition.

Une seconde étape dans laquelle l'élève doit reproduire sa production avec moins de gabarit que de surfaces apparentes. L'enseignant propose des gabarits de plus grandes tailles pouvant permettre des superpositions. L'élève choisit des gabarits et les ajustent selon un assemblage par superposition. Il crée ainsi, à partir de ces surfaces planes superposées une maquette du dessin qu'il sera amené à produire. La troisième phase est une étape de production où l'activité consiste en une étude de la maquette pour la restaurer à partir de tracé. L'élève est amené à analyser le réseau de droites constituant la production. Ensuite à l'aide de règles non graduée et d'une équerre, il a pour tâche de réaliser l'ensemble des tracés qui permettent de reconstituer cette figure complexe avant de colorer les aplats de couleur. Cette étape l'amenant à percevoir l'assemblage selon un réseau de lignes perpendiculaires.

En amenant l'élève à traduire un agencement de gabarits par un réseau d'éléments entretenant des rapports de perpendicularité pour restaurer une figure complexe composée d'un ensemble de gabarits, nous pensons soutenir, dans le cadre d'une séance d'arts plastiques, le travail analytique de déconstruction dimensionnelle amorcé lors des activités de restauration de figure dans le domaine de la géométrie.

7- CONCLUSION

L'accompagnement des élèves dans la construction de la notion de perpendicularité pose question en termes de choix pédagogiques.

Dans les lectures retenues, les auteurs proposent de s'appuyer sur des restaurations de figures géométriques pour cadrer ce processus. L'analyse d'une figure en unités 1D (lignes) et 0D (points) n'est pas naturelle, au sens automatique. Mais elle permet de sortir d'une vision figurative délimitée par le contour, pour favoriser la compréhension des rapports entretenus par ces différents éléments et qui donnent sens à un concept. Ainsi, tout l'enjeu d'une déconstruction dimensionnelle effectuée, dans le cadre d'une restauration de figure, est d'insuffler ce changement de regard.

En s'appuyant sur la notion d'angle droit, nous avons proposé aux élèves une progression de restaurations de figures permettant de faire émerger le concept de perpendicularité et ses particularités, pour mieux s'en approprier le sens.

Les résultats de notre étude doivent être pris avec une certaine distance, car ils ne reposent pas sur une quantité suffisamment significative d'élèves et ne s'inscrivent pas dans une durée suffisamment conséquente pour en apprécier réellement les effets.

Cependant en s'appuyant sur les observables, pris sur notre terrain d'expérimentation, que sont les programmes de construction rédigés par les élèves, nous avons pu rendre compte du changement de regard qui opérait au fur et à mesure des tâches de restauration proposées. Les élèves passant ainsi d'une vision de l'angle droit comme surface, puis contour, pour finir par être identifié comme une relation de perpendicularité entre deux droites.

Au cours de l'étude, l'apport de la rédaction du programme de construction demandé aux élèves s'est avéré plus important qu'attendu. En effet, au départ, cette tâche n'avait pour but que de nourrir mon intérêt personnel en me permettant d'accéder à la pensée de l'élève. Mais lors des mises en commun, j'ai découvert que sa maîtrise pouvait constituer un réel atout pour l'élève ou du moins fournir une réelle qualité d'échange et de réflexion avec l'enseignant. L'apport du programme de construction concernant le langage est considérable. En prenant appui sur les extraits de leurs propres productions, les élèves ont été amenés à faire évoluer leur pensée, à prendre du recul sur le travail effectué. En détaillant leurs procédures, ils étaient amenés à verbaliser leurs actions, à reformuler pour clarifier leurs propos. Ainsi, si cette mise en mots a parfois posé des difficultés, nous pensons qu'elle a également contribué à consolider les apprentissages réalisés.

Les effets bénéfiques du programme de construction ne doivent pas cacher les faiblesses du protocole mis en place. La densité des séances a parfois posé de réels problèmes d'attention et apporté de la confusion dans les apprentissages visés. Peut-être que notre séquence contenait trop de découvertes de nouvelles pratiques. Ainsi la mobilité de regard sur les figures géométriques initialement visée s'est retrouvée ralentie par des obstacles liés à l'ensemble des composantes globales de la séquence. D'une part, la découverte d'une nouvelle notion géométrique, d'autre part la restauration de figure elle-même, et enfin l'apprentissage de la rédaction d'un programme de construction.

L'apprentissage de rédaction d'un programme de construction peut constituer une activité en soi. Mais en ce qui concerne le versant de la géométrie vu sur le long terme et dans sa globalité, il semble que mettre la tâche de restauration de figure comme socle des apprentissages géométriques dès le cycle 2, voire le cycle 1, aurait un réel intérêt ; car en développant une habitude de prolongement des tracés lors de tâches de restauration de figure, nous pensons qu'il est possible d'aider l'élève à dépasser une vision 2D des figures géométriques et ainsi favoriser des apprentissages ancrés dans le sens.

Enfin pour compléter ce travail, de façon ponctuelle, pourquoi ne pas exploiter le versant de la pluridisciplinarité pour contextualiser les notions abordées dans un travail concret de réalisation d'objets nécessitant la construction d'un plan (ex : un composteur). De ce fait, l'objet imaginé dans son volume et dans sa forme globale, est décomposé en figure plane, puis en ligne dans le but d'anticiper la conception réelle des différents éléments. Il serait créé ainsi une situation d'enrôlement motivante, pour soutenir les apprentissages à partir d'un projet de classe extérieur à la discipline des mathématiques.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

OUVRAGES :

BRACONNE-MICHOUX A., LEMONCHOIS M., *Arts plastiques et géométrie au primaire*. Bulletin, vol. LV, n°3, octobre 2015. Association de Mathématique du Québec (AMQ) 58-ème congrès.

DEMARET-PRANVILLE D., *Art et mathématiques. Une vision artistique ou scientifique du monde : opposition ou complémentarité*. Conférence du 8 Décembre 2014, Lycée Saint-Laurent la Paix Notre Dame, Lagny sur Marne.

DUVAL R. (2004). *Des figures à la manière de les voir : comment poser le problème de la visualisation dans l'apprentissage de la géométrie ?* Actes du séminaire national de didactique des mathématiques. Année 2004, ADIREM et IREM de Paris 7.p. 15-38.

DUVAL R., GODIN M. (2005). *Les changements de regard nécessaires sur les figures*. Grand N n°76. 7- 27.

DUVAL R., GODIN M., PERRIN-GLORIAN M.J. (2004). *Reproduction de figures à l'école élémentaire*. Actes du séminaire national de didactique des mathématiques. Année 2004, ADIREM et IREM de Paris 7.p. 05-89. p.7

GODIN M. (2004). *De trois regards possibles sur une figure au regard « géométrique »*. Actes du séminaire national de didactique des mathématiques. Année 2004, ADIREM et IREM de Paris 7.p. 39-70.

PERRIN-GLORIAN M.J. (2012). *Vers une progression cohérente de l'enseignement de la géométrie plane du CP à la fin du collège ?* Bulletin Vert de l'APMEP n° 499. p. 325-332.

PERRIN-GLORIAN M.J., MATHE A-C., LECLERCQ R. (2013) *Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans ? Le jeu sur les supports et les instruments*. Repères n°90, 5 – 39.

PERRIN-GLORIAN M.J. (2004). *Des situations pour apprendre à regarder les figures. Quelques résultats et perspectives*. Actes du séminaire national de didactique des mathématiques. Année 2004, ADIREM et IREM de Paris 7.p. 71-89.

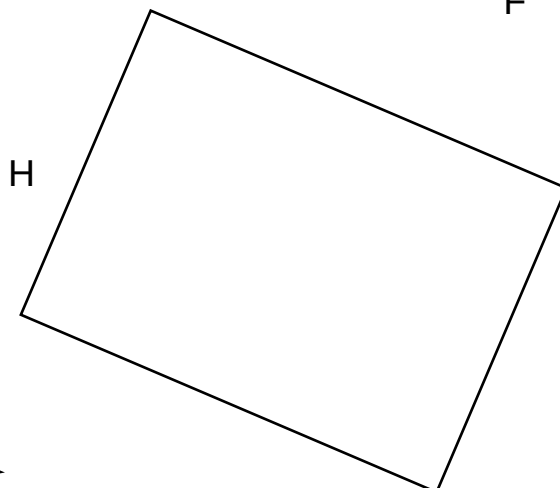
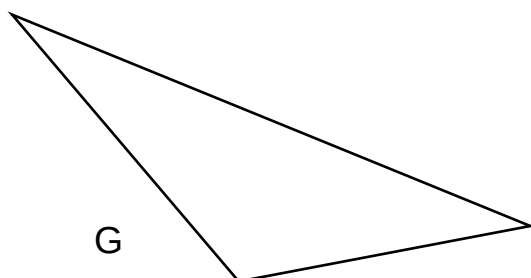
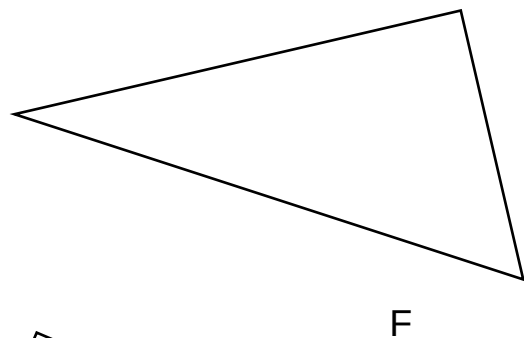
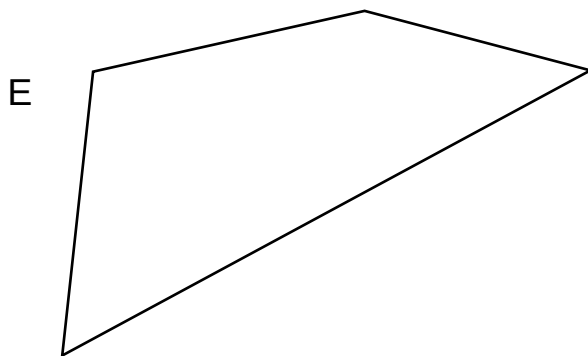
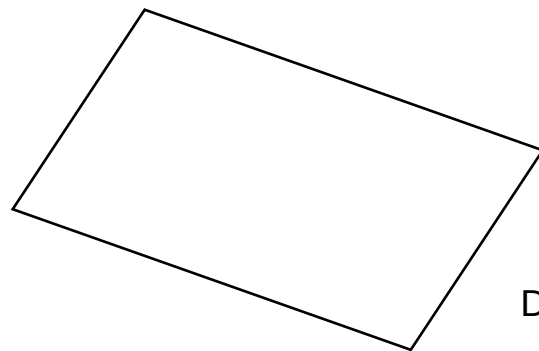
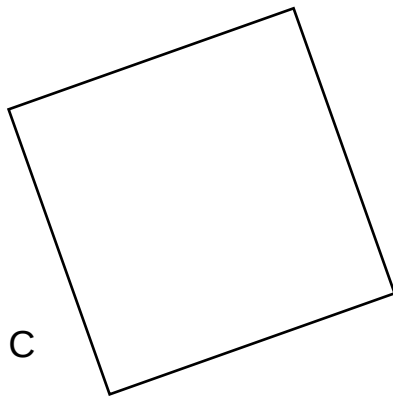
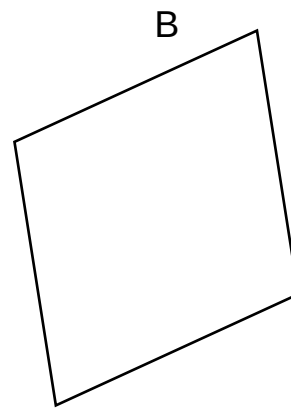
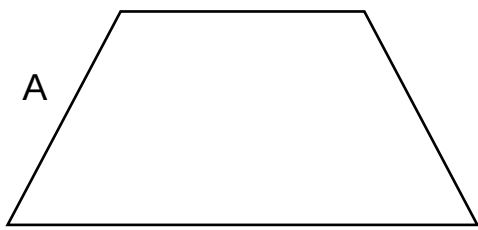
MANUELS :

CHARNAY, R., DOUAIRE, J., & ARGAUD, H. (2006). *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3* (Hatier ERMEL). Paris (France): Hatier.

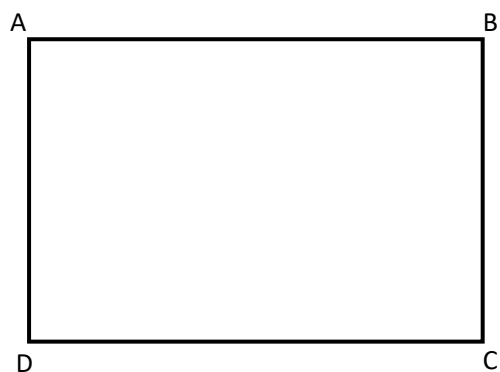
PETIT-JEAN I., CARLE S., GINET S., (2020). *Outils pour les maths CM1, cycle 3*. Paris (France): Magnard.

ANNEXE 1

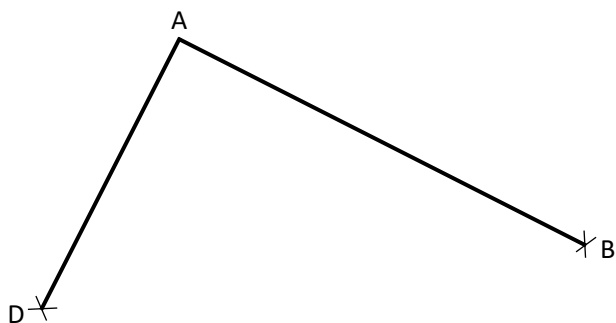
JEU DU PORTRAIT



MODELE



AMORCE



Instrument	Coût
Règle non graduée	1 €
Règle graduée	10 €
Equerre	2 €

Je décris les étapes et calcule le coût :

.....

.....

.....

.....

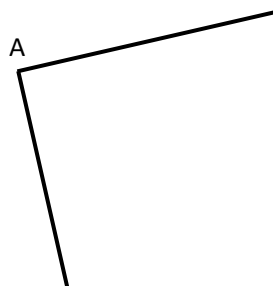
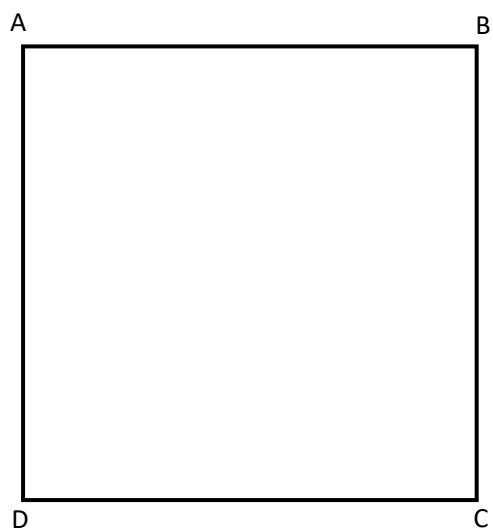
.....

.....

.....

MODELE

AMORCE

X
C

Instrument	Coût
Règle non graduée	1 €
Règle graduée	10 €
Equerre	2 €

Je décris les étapes et calcule le coût :

.....

.....

.....

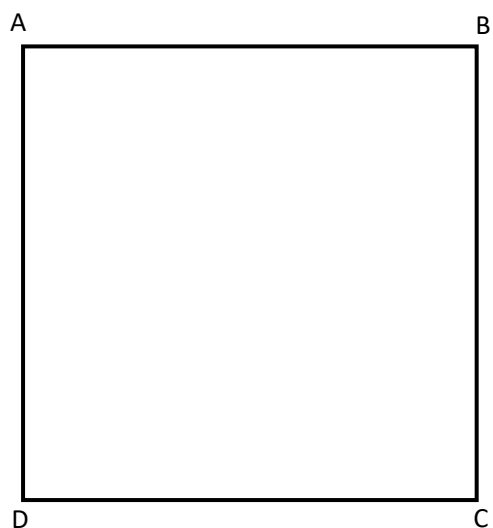
.....

.....

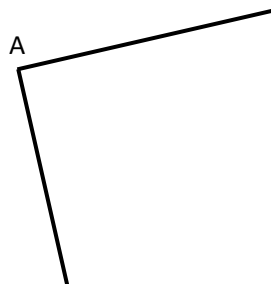
.....

.....

MODELE



AMORCE



Instrument	Coût
Règle non graduée	1 €
Règle graduée	10 €
Equerre	2 €

Je décris les étapes et calcule le coût :

.....

.....

.....

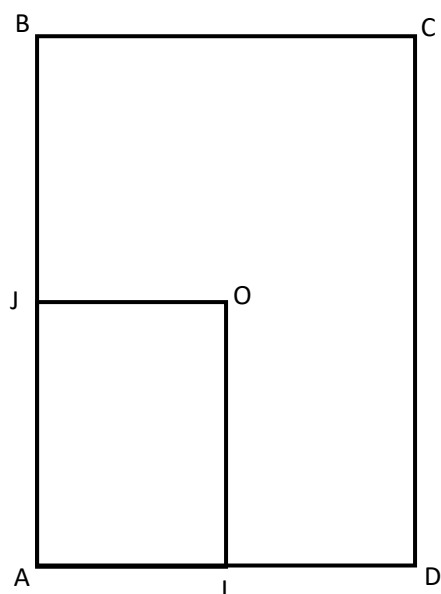
.....

.....

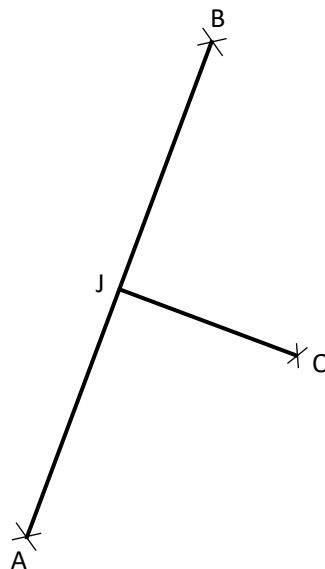
.....

.....

MODELE



AMORCE



Instrument	Coût
Règle non graduée	1 €
Règle graduée	20 €
Equerre	2 €

Je décris les étapes et calcule le coût :

.....

.....

.....

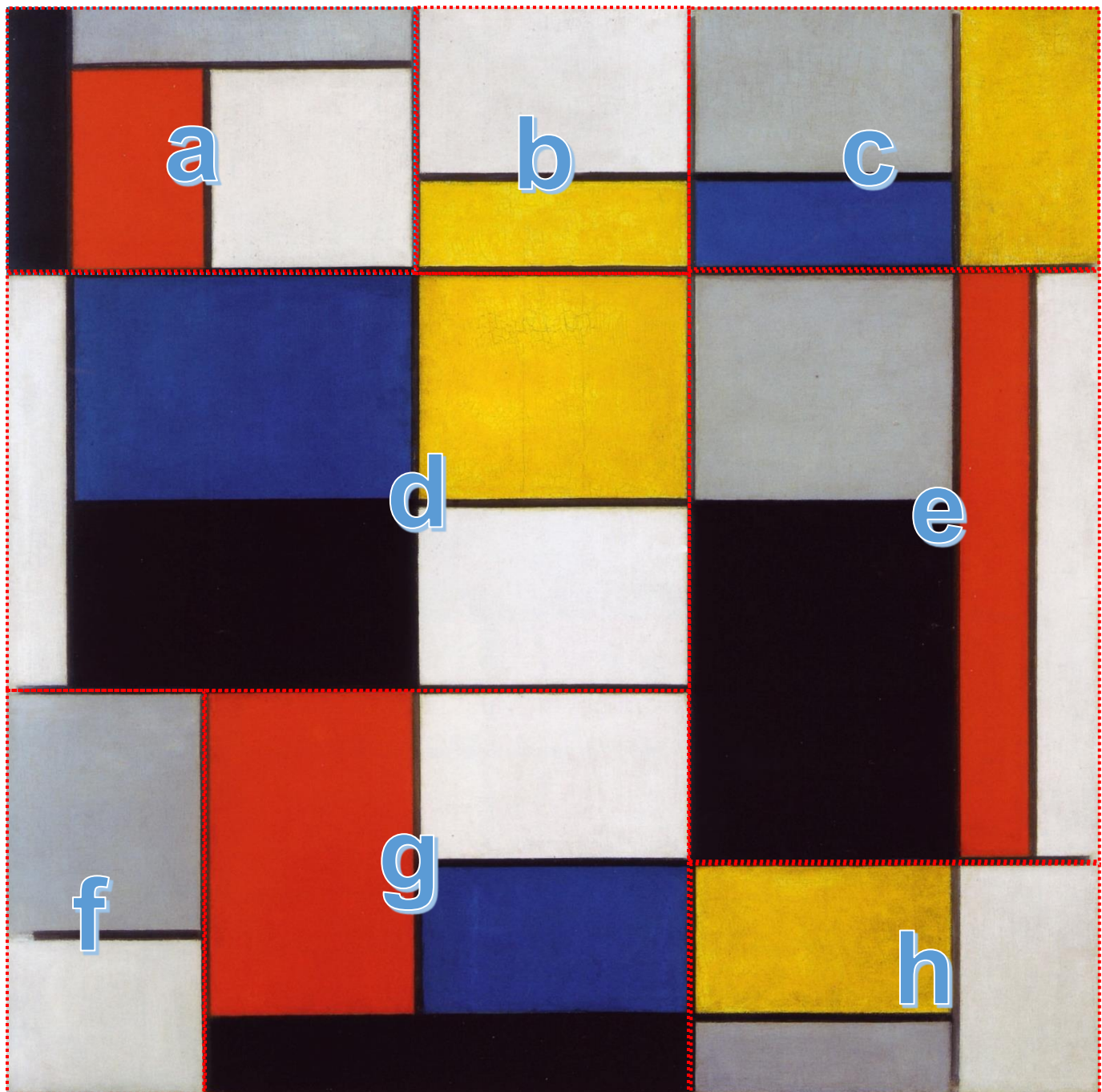
.....

.....

.....

.....

ANNEXE 6



Piet MONDRIAN, *Composition A* (1920)

ANNEXE 7

Restauration du rectangle : répartition des élèves dans les différentes catégories de procédures

Procédure attendue		Procédures à l'œil (90,9 %)	
	Catégorie 1 A l'équerre Droite perpendiculaire à une droite donnée, passant par un point situé sur la droite.	Catégorie 2 Equerre = gabarit Approche de la forme	Catégorie 3 RNG + RG Approche de la forme par report de longueur
Nombre d'élèves par catégorie	2	8	12
Pourcentage Par catégorie (Au dixième près)	9,1 %	36,4 %	54,5 %
Répartition dans les catégories de procédures			
El.01			
El.02			
El.03			
El.04			
El.05			
El.06			
El.07			
El.08			
El.09			
El.10			
El.11			
El.12			
El.13			
El.14			
El.15			
El.16			
El.17			
El.18			
El.19			
El.20			
El.21			
El.22			

ANNEXE 8

Restauration du carré : répartition des élèves dans les différentes catégories de procédures

Procédures attendues				Procédures à l'œil (27,3 %)	
	Catégorie 1 (72,7 %) Analyse + perception de la perpendicularité			Catégorie 2	Catégorie 3
	Catégorie 1.1 Vision limitée aux contours + focalisation sur les mesures	Catégorie 1.2 Vision globale + Prolongements	Catégorie 1.3 Vision globale + Tracé perpendiculaire passant par point distant	Equerre = gabarit Approche de la forme	RNG + RG Approche de la forme par report de longueur Vision limitée aux contours
Nombre d'élèves par catégorie	6	8	2	0	6
Pourcentage Par catégorie (au dixième près)	27,3 %	36,3 %	9,1 %	0 %	27,3 %
Répartition dans les catégories de procédures					
El.01					
El.02					
El.03					
El.04					
El.05					
El.06					
El.07					
El.08					
El.09					
El.10					
El.11					
El.12					
El.13					
El.14					
El.15					
El.16					
El.17					
El.18					
El.19					
El.20					
El.21					
El.22					

Restauration d'une figure complexe : répartition des élèves dans les différentes catégories de procédures

	Procédures attendues				Procédure à l'œil (32 %)	
	Catégorie 1 (68 %)				Catégorie 2 Equerre = gabarit	Catégorie 3 RNG + RG
	Analyse + perception de la perpendicularité				Approche de la forme	Approche de la forme par report de longueur
	Catégorie 1.1 1 ^{er} angle à l'équerre puis construction avec RNG	Catégorie 1.2 2 à 3 angles à l'équerre puis finalise avec RNG	Catégorie 1.3 Tracé perpendiculaire avec utilisation des points situés sur la droite	Catégorie 1.4 Tracé perpendiculaire avec utilisation des points distants. + Perception des alignements		
Nombre d'élèves par catégorie	2	3	6	4	0	7
Pourcentage Par catégorie (à l'unité près)	9 %	13 %	27 %	19 %	0 %	32 %
Répartition dans les catégories de procédures						
El.01						
El.02						
El.03						
El.04						
El.05						
El.06						
El.07						
El.08						
El.09						
El.10						
El.11						
El.12						
El.13						
El.14						
El.15						
El.16						
El.17						
El.18						
El.19						
El.20						
El.21						
El.22						

