



HAL
open science

Les mathématiques au cœur de leur histoire : introduire l'histoire des mathématiques dans l'apprentissage d'une notion : un exemple de mise en œuvre en classe

Juliette Rotger, Pauline Tison

► To cite this version:

Juliette Rotger, Pauline Tison. Les mathématiques au cœur de leur histoire : introduire l'histoire des mathématiques dans l'apprentissage d'une notion : un exemple de mise en œuvre en classe. Education. 2021. dumas-03426411

HAL Id: dumas-03426411

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-03426411>

Submitted on 12 Nov 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



UNIVERSITÉ DE NANTES



Master MEEF

« Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation »

Mention second degré

Les Mathématiques au cœur de leur histoire : introduire l'histoire des mathématiques dans l'apprentissage d'une notion. Un exemple de mise en œuvre en classe.

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de master

soutenu par

Tison Pauline et Rotger Juliette

Remerciements

Nous souhaitons dans un premier temps remercier notre directrice de mémoire Aurélie Cadeau qui a su nous guider et nous conseiller pendant la rédaction de ce mémoire.

Nous remercions également Madame Evelyne Barbin pour le temps qu'elle nous a accordé lors de notre entretien, pour les réponses qu'elle a apporté à nos questions.

Table des matières

Table des matières

I- Difficultés et réticences.....	9
a. Difficultés et réticences	9
b. Un manque de formation.....	9
II- Utilité et bénéfiques.....	12
a. Théorie de Jankvist	12
b. Potentialité didactique	13
III- Comment ?	14
a. Nature des éléments historiques	14
b. Modalités d'entrée lors d'une séance	15
IV- Textes officiels.....	16
a. Programmes scolaires	16
b. Analyse des manuels	18
V- L'avis d'une historienne des Mathématiques, Evelyne Barbin	22
VI- Outils pour analyser une tâche	25
a. La typologie SAMAH.....	26
VII- Perspective envisagée au terme de notre première année de Master	27
a. Présentation d'une possible expérimentation	27
b. Analyse des activités proposées.....	28
VIII- Expérimentation en classe.....	29
a. Présentation des classes en charge	29
b. Modalités et consignes de travail	29
c. Cadre théorique d'analyse	31
1. Les étapes du processus de problématisation	32
2. Les étapes de notre analyse.....	32
d. Expérimentation Juliette Rotger	34

1. Analyse a priori	35
i. Analyse globale :	35
ii. Analyse des tâches proposées aux élèves	36
iii. Conditions de travail des élèves :	37
2. Méthodologie du recueil.....	39
3. Analyse a posteriori	39
i. Schéma des différents registres	40
ii. Activité des élèves à maxima et à minima	42
iii. Questionnaire aux élèves : bilan sur l'activité	47
e. Expérimentation Pauline Tison	50
1. Analyse des tâches proposées	52
2. Conditions de travail des élèves.....	53
3. Méthodologie de recueil.....	55
4. Analyse a posteriori	55
<i>i. Schéma des différents registres</i>	55
<i>ii. Analyse de l'activité à maxima et à minima</i>	58
<i>iii. Questionnaire aux élèves : bilan sur l'activité</i>	61
IX- Conclusions.....	64

Bibliographie

Annexe

4^e de couverture

Depuis ces dernières décennies, les séances de mathématiques ayant attiré à l'histoire de la discipline se sont multipliées. De plus, de nombreux articles ou ouvrages faisant référence à cette perspective historique au sein du cours de mathématiques traditionnel voient aujourd'hui le jour. Beaucoup s'accordent sur la réelle utilité et l'intérêt que peut avoir l'introduction de l'histoire des mathématiques en cours de mathématiques. "Tant pour la simple culture humaniste que pour la compréhension fine de certains résultats scientifiques, de nombreux auteurs ont mis en évidence l'intérêt de l'introduction d'une perspective historique en classe ou en formation" (Barrier, Mathé & Vittori, 2012). C'est donc pour cela que l'on voit, petit à petit, apparaître des cours sur le sujet dans la formation des futurs enseignants mais aussi dans la formation continue des professeurs déjà expérimentés.

En nous questionnant sur notre scolarité passée, nous avons toutes deux remarqué que nous n'avions jamais connu, en tant qu'élève, des séances de mathématiques faisant référence à l'histoire des mathématiques. Nous avons découvert l'histoire des mathématiques en Master uniquement.

De plus, pendant le stage que nous avons réalisé en première année de Master, nous avons pu suivre une séance de mathématiques avec des sixièmes sur le thème des nombres. Notre tuteur a demandé aux élèves de calculer la somme des cent premiers entiers. En leur racontant l'histoire de Gauss, et sa capacité à résoudre le problème en quelques minutes seulement, les élèves ont tout de suite voulu « relever le défi ».

Ainsi, nous nous sommes rendu compte qu'apporter des éléments historiques aux élèves permet de les rendre plus investis au cours de la séance.

C'est un tel constat qui nous a poussé à approfondir le sujet et à nous pencher avec plus d'attention sur l'impact et les moyens d'introduction de l'histoire en cours de mathématiques. Nous avons déjà quelques questions en tête : Quel est l'intérêt réel pour les élèves d'une telle façon de procéder ? Par quels moyens peut-on réussir à lier Histoire et Mathématiques ? Quelles sont les capacités qui sont mises en œuvre chez l'élève ? Quel questionnement préliminaire chez l'enseignant ?

C'est à travers notre mémoire que nous allons tenter de répondre à toutes ces questions. Dans un premier temps nous nous intéresserons aux difficultés et réticences rencontrées par les professeurs. Suivra une partie dédiée aux bénéfices et à l'intérêt d'une telle façon de procéder. Par la suite, nous verrons par quels moyens il est possible d'introduire l'histoire au sein d'un cours de

mathématiques. Ensuite, nous exposerons un outil permettant l'analyse des tâches de l'élèves lors d'une séance de mathématiques faisant référence à l'histoire. Pour finir, une partie portant sur l'expérimentation que nous avons faite au cours de notre deuxième année de Master en tant que professeures stagiaires. Chacune de nous mettra en place au sein de ses classes une expérimentation en rapport avec l'histoire des mathématiques.

I- Difficultés et réticences

a. *Difficultés et réticences*

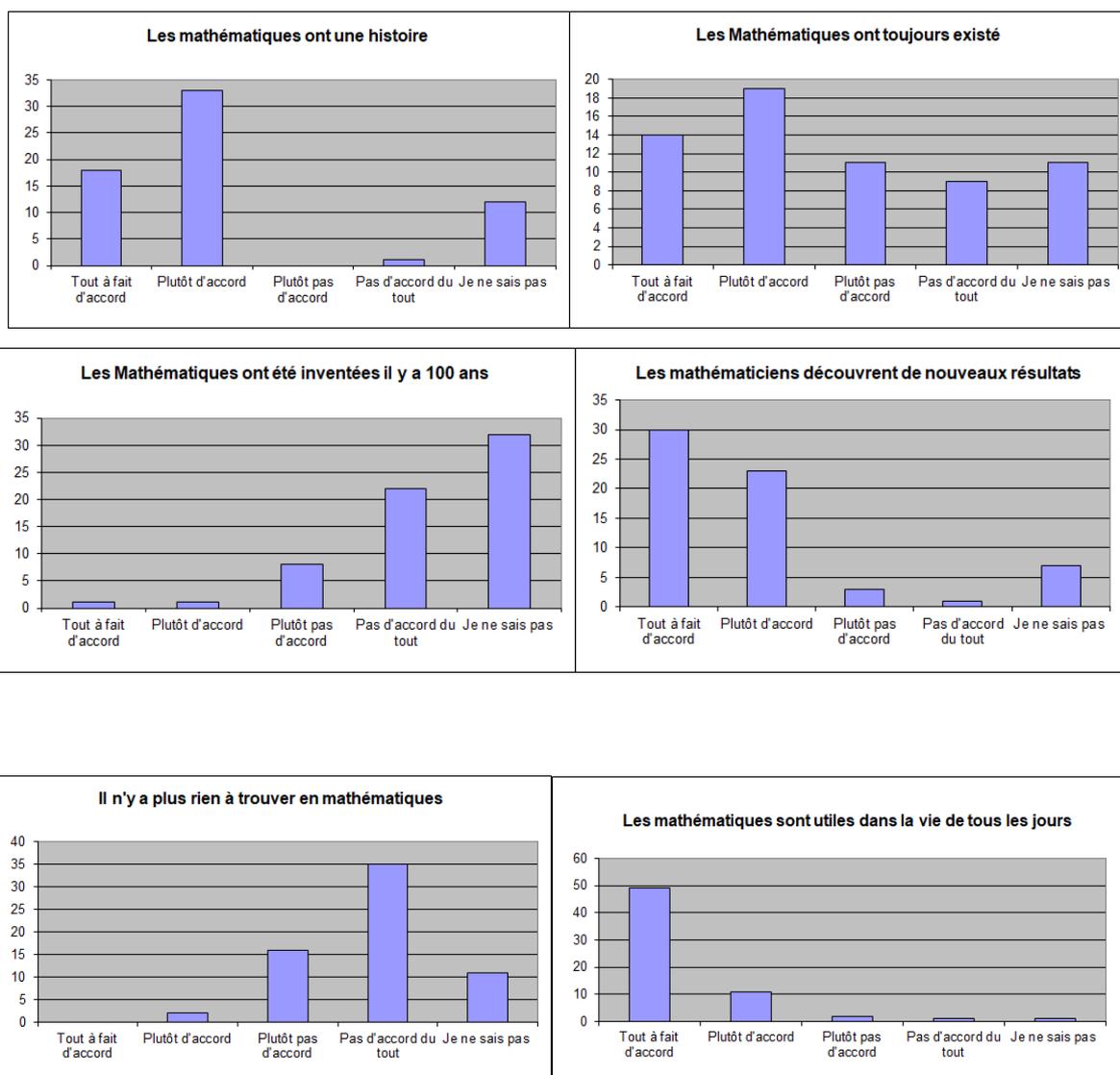
On peut voir des difficultés et des réticences dans l'utilisation de l'Histoire des Mathématiques en classe. Pour certains professeurs, l'Histoire des Mathématiques n'est pas fondamentale dans l'apprentissage d'une notion, c'est pourquoi elle n'est pas introduite dans leurs cours. D'autres professeurs sont conscients et considèrent que l'histoire de cette matière possède un réel potentiel quant à l'apprentissage d'une notion. Cependant, l'utilisation de l'Histoire des Mathématiques et notamment son introduction constituent une réelle difficulté. Plusieurs raisons peuvent expliquer ces difficultés (SIU).

La première difficulté se situe au niveau du domaine de travail. En effet, les Mathématiques font parties des sciences exactes, contrairement à l'Histoire qui fait partie du domaine des sciences humaines. On peut voir aussi de nombreuses réticences des professeurs de Mathématiques à introduire l'histoire de Mathématiques par peur du manque de temps. En effet, le temps de travail afin de traiter le programme est déjà suffisamment restreint. Pour certains professeurs, introduire l'histoire des Mathématiques est une charge de travail supplémentaire et pas forcément nécessaire. Une des raisons à l'origine de ces réticences et de ces difficultés est aussi le manque de formation des professeurs à propos de l'histoire des Mathématiques.

b. *Un manque de formation*

Afin d'illustrer ce manque de formation, nous avons distribué un questionnaire (cf. annexe 1). Ce questionnaire est issu de l'article *Former des enseignants à l'Histoire des Sciences : analyse et enjeux d'une pratique en Mathématiques*. Nous avons interrogé trois classes de cinquièmes lors de notre troisième période de stage ainsi que des étudiants en M1 MEEF en Mathématiques. Nous allons tout d'abord analyser les réponses obtenues auprès des classes de cinquièmes.

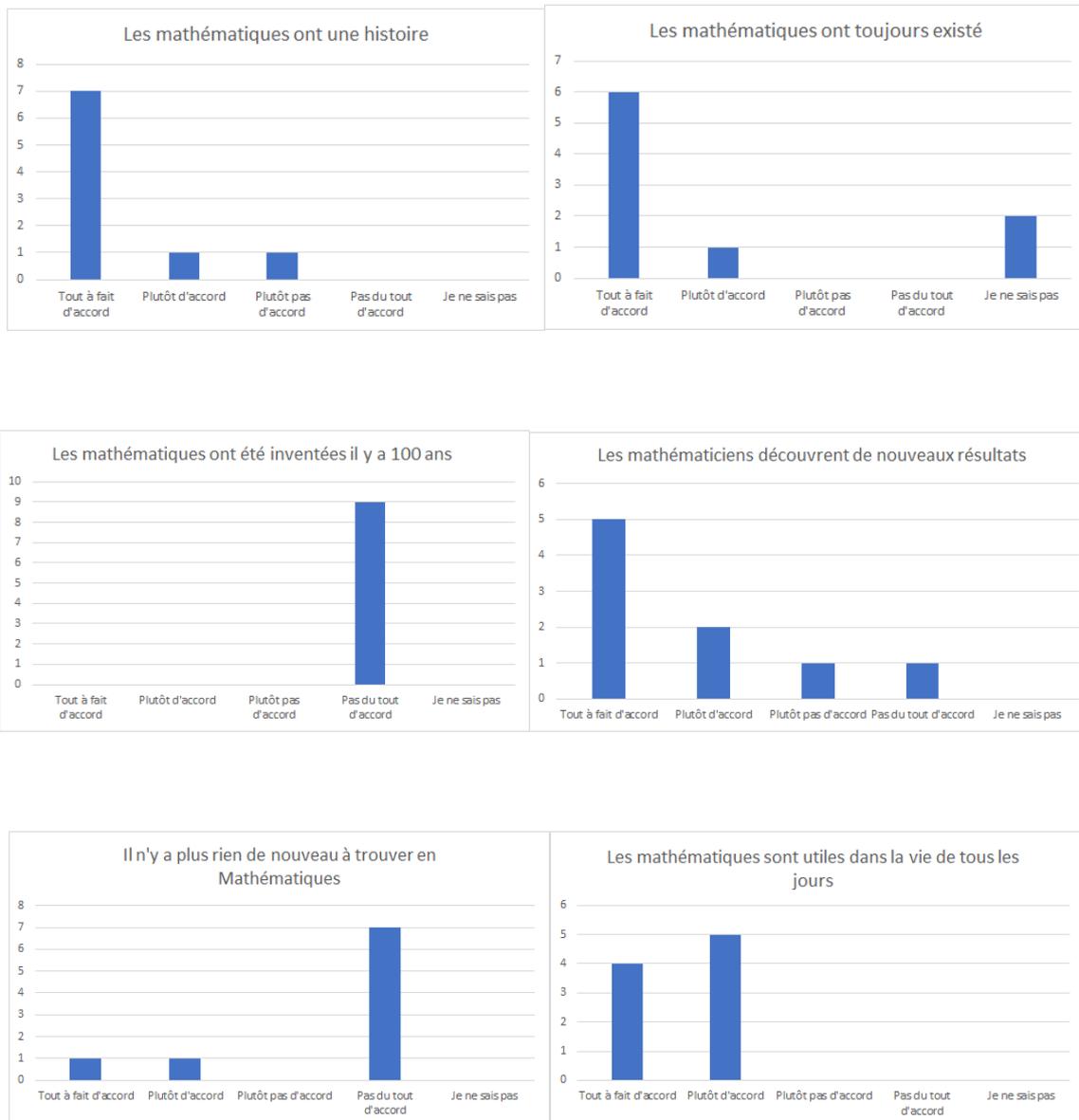
Afin d'analyser les résultats nous avons réalisé des diagrammes en bâtons pour chaque question posée dans le questionnaire.



En analysant les résultats, nous pouvons constater que la majorité des élèves sont d'accord sur le fait que les Mathématiques sont utiles dans la vie de tous les jours. Les élèves sont aussi d'accord sur le fait que les Mathématiques sont une science qui ne cesse d'évoluer et que les mathématiciens découvrent encore aujourd'hui de nouvelles choses. En revanche, on peut voir une incohérence au niveau de l'origine des Mathématiques.

En effet, on peut voir sur le diagramme de la question *Les mathématiques ont toujours existé* que l'avis des élèves est réparti de façon équitable. Les élèves ne sont pas d'accord sur la naissance des Mathématiques. En revanche, en analysant, le diagramme de la question *Les mathématiques ont été inventées il y a 100 ans ?* on peut voir que la majorité des élèves sont d'accord sur le fait que les Mathématiques ont une histoire et que celle-ci remonte à plus de cent ans.

Nous avons voulu réaliser ce questionnaire auprès d'étudiants en Master MEEF Mathématiques afin de comparer les différences avec les réponses des élèves. Nous avons comme précédemment, réalisé des diagrammes en barres afin d'illustrer les réponses pour chacune des affirmations. Nous avons obtenu les résultats suivants :



Comme pour les réponses obtenues auprès des élèves de cinquième, on peut voir que les étudiants sont d'accord sur le fait que les Mathématiques ont une histoire et sont utiles dans la vie de tous les jours. En analysant les résultats, on retrouve encore une fois la même incohérence. En effet, nous pouvons voir que certains étudiants sont d'accord sur le fait que les Mathématiques aient toujours

existé et d'autre part d'autres ne savent pas. En revanche, on peut voir une réponse claire concernant l'affirmation "Les Mathématiques ont été inventées il y a 100 ans".

Ces deux études nous ont permis de voir que le même doute au niveau de la "naissance" des Mathématiques persiste.

Dans l'article *Former des enseignants à l'Histoire des Sciences : analyse et enjeux d'une pratique en Mathématiques*, le même constat était fait. En effet, dans ce dernier les auteurs expliquent ce phénomène par la temporalité commune des élèves et des futurs enseignants. L'historicité des Mathématiques est perçue comme immédiate. Les élèves comme certains étudiants ont des difficultés à percevoir l'histoire des Mathématiques comme quelque chose remontant à plusieurs milliers d'années. Il est compliqué pour eux d'intégrer cette notion de temps. On peut donc voir un manque d'éléments épistémologiques dans le cursus des étudiants. Il est donc compliqué d'introduire l'histoire des Mathématiques au sein d'une séance quand l'histoire de la discipline n'est pas complètement acquise.

II- Utilité et bénéfices

a. *Théorie de Jankvist*

Jankvist est un chercheur qui s'intéresse notamment à l'histoire des Mathématiques. Il a plus particulièrement essayé de catégoriser les différentes approches du comment et aussi du pourquoi utiliser l'histoire des Mathématiques en cours (A categorization of the "whys" and "hows" of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 235-261,2009). Le but de cette catégorisation est avant tout de rendre plus accessible l'utilisation de l'Histoire. Elle permet également de faciliter l'analyse des relations qui existent entre les différentes façons d'introduire l'Histoire et les raisons d'une telle introduction. Un autre but de cette catégorisation est d'éviter toute sorte de confusion lors de recherches sur le sujet. Il est question de cette catégorisation dans l'article "L'histoire dans l'enseignement des Mathématiques : sur la méthodologie de la recherche" de D. Guillemette(2011). On y retrouve trois grandes catégories de méthodes.

On peut retrouver dans un premier temps l'**approche anecdotique**. Cette approche consiste en l'introduction d'éléments isolés sur des faits mathématiques ou des anecdotes. On peut par exemple introduire une petite partie historique à la fin de chaque chapitre.

Une deuxième approche est l'**approche par modules d'apprentissage**. C'est un usage plus répandu et plus approfondi de l'histoire des Mathématiques. Cela peut passer par la proposition de situations problèmes ou encore de séquences plus ou moins longues sur une notion en particulier.

Enfin, la dernière approche est l'**approche historique intégrée**. Cette pratique est beaucoup plus poussée que les deux précédentes. On se base sur le développement historique d'un objet mathématique en lui-même pour élaborer une séquence entière. Cela doit se ressentir dans la pratique de l'enseignant mais aussi dans la façon de penser la séquence. On retrouve cela dans l'approche génétique de Toeplitz qui consiste à utiliser l'histoire des Mathématiques pour faire engager la classe en suscitant l'enthousiasme et l'intérêt des élèves.

En ce qui concerne les différentes raisons d'introduire l'histoire des Mathématiques, on peut retrouver deux catégories.

Dans un premier temps, l'histoire des Mathématiques peut être vue comme un **outil dans l'apprentissage**. En effet, elle peut être considérée comme un vecteur de motivation, permet l'humanisation des Mathématiques, représente un support cognitif pour les élèves ou encore être une approche didactique permettant l'accès à des problèmes enrichissants.

Deuxièmement, l'histoire des Mathématiques en tant que telle apporte du sens à l'apprentissage des Mathématiques. Jankvist parle alors d'apprentissage de "l'esprit" des Mathématiques. L'Histoire est vue comme un objectif en soi.

b. Potentialité didactique

Il est notamment question de potentialité didactique dans un article que nous avons pu lire au cours de nos recherches documentaires (Barrier, Mathe & De Vittori, 2012). Dans cet article, des élèves se retrouvent dans une situation similaire à celle des mathématiciens indiens. Dans la tâche qui leur est proposée, ils ne disposent que d'une craie et d'une corde. La corde va notamment être utilisée à différentes fins mais aura avant tout pour but de se substituer au compas. Dans cette activité, les élèves doivent tracer un carré seulement avec les éléments qui sont à leur disposition. Pour cela, ils doivent suivre une série d'instructions.

Nous avons, au cours de notre formation à l'INSPE, pu tester cette activité par nous-même. Nous nous sommes de suite rendu compte que l'ensemble des étudiants s'est prêté au jeu et a été motivé par l'activité proposée. Cela n'a que renforcé notre point de vue sur la motivation des élèves par l'apport

d'activité historique. De plus, cela nous a confortées dans l'envie de tester cette activité avec nos propres classes, si cela fonctionne auprès d'adultes des enfants devraient apprécier.

Dans cet article, il est dit que "La présence dans le milieu didactique d'instruments non-usuels, en l'occurrence issus de pratique historique rend envisageable l'émergence de connaissances géométriques reposant sur des propriétés qui, dans des contextes plus classiques, ont moins de chance d'être mobilisées par les élèves". On a donc ce type de tâches qui peuvent conduire à la formulation et à l'institutionnalisation de certaines propriétés. Cela permet de constituer un lieu d'enrichissement du rapport des élèves aux objets géométriques en jeu. On peut retrouver les mêmes effets et bénéfiques avec d'autres types de notions.

C'est dans ce genre de situations que l'on peut analyser l'effet de l'utilisation d'un instrument historique, dont la présence est justifiée auprès de l'élève par l'introduction d'un contexte social et historique. Certaines questions peuvent alors émaner de la part des élèves d'où la naissance d'une dimension épistémologique. "La contextualisation épistémologique et la qualité du travail mathématique vont de pair". Il y a donc un réel potentiel didactique à l'existence de séances mettant en jeu des instruments non-usuels dans le cadre d'un contexte historique. L'enseignant doit avoir la capacité de faire interagir Mathématiques et épistémologie.

III- Comment ?

Dans cette partie, nous allons étudier comment introduire des éléments historiques au sein d'une séance de Mathématiques. Nous allons dans un premier temps étudier la nature des éléments historiques, puis leurs modalités d'entrée lors d'une séance.

a. Nature des éléments historiques

Dans un premier temps, on peut considérer que ce sont les impulsions du professeur qui permettent de lui donner un côté historique. En effet, avant de réaliser une séance de Mathématiques et d'histoire il est important que le professeur fasse un travail de recherche en amont. C'est par cette prise d'initiative que naît la vigilance historique.

Différents éléments historiques existent afin d'introduire l'histoire des mathématiques dans une séance. Il existe 4 genres différents (BARRIER, 2012).

- **Les sources** : Extraits de textes anciens.
- **Éléments permettant la mise en œuvre d'un contexte** : Textes introductifs ou des biographies.

Ces deux premiers genres permettent avant toute chose l'introduction d'une perspective historique lors d'une séance de Mathématiques.

On distingue ensuite :

- **Histoire à écouter** : Ce genre regroupe les discours de l'enseignant. Comme dit précédemment, c'est l'impulsion du professeur qui donne la dimension historique. Pendant la séance, le professeur prend le temps de prendre en charge le contenu historique en mettant en place un dialogue au sein de la classe ou en racontant l'histoire (monologue).
- **L'histoire à vivre** : La dimension historique est alors présente dans l'activité en elle-même. La plupart de ces activités se déroulent en extérieur et font usage d'instruments qui constituent une histoire à vivre.

b. Modalités d'entrée lors d'une séance

Selon l'article *Former des enseignants à l'histoire des Sciences : analyse et enjeux d'une pratique mathématiques*, on peut distinguer 5 catégories de modalités d'entrée dans l'histoire des sciences. Ce sont cinq angles différents selon lesquels on peut aborder la tâche.

- **Modalité technique** : L'activité repose sur les connaissances scientifiques déjà acquises. Cela permet ensuite de se questionner sur le contexte historique.
- **Modalité philosophique** : Il s'agit là de s'interroger sur les concepts fondamentaux de la discipline.

- **Modalité linguistique** : Consiste en une activité où les difficultés de compréhension sont liées au langage. Cela pousse alors l'élève à replacer le texte et donc la notion dans son contexte.
- **Modalité pratique** : . Elle repose sur l'utilisation d'outils inconnus. Cela constitue alors une première phase d'appropriation.
- **Modalité dramatique** : . Cette modalité est constituée de jeux de rôles ou d'études approfondies des personnages et donc une contextualisation.

IV- Textes officiels

Les programmes officiels que ce soit au collège ou au lycée regorgent d'incitations à l'utilisation de l'histoire des mathématiques au cours d'une séance. Les manuels ou autres livres pédagogiques sont, afin de remplir les objectifs des programmes, des sources de documents faisant allusion à l'histoire. Nous allons donc dans cette partie analyser les programmes scolaires dans un premier temps, puis nous ferons une analyse des manuels scolaires.

a. Programmes scolaires

Nous allons dans un premier temps faire une analyse des programmes scolaires. Afin de se rendre compte de l'évolution de la présence de l'histoire de Mathématiques au sein de ces programmes, nous allons les analyser de manière chronologique.

Nous pouvons voir dans les anciens programmes de première scientifique de 2000, un paragraphe sur l'épistémologie. Dans ces anciens programmes, connaître le nom de quelques mathématiciens ainsi que la période à laquelle ils ont vécu était considéré comme une “ **partie intégrante du bagage culturel de tous les élèves ayant une formation scientifique**”.

En analysant les programmes des deux dernières années, nous pouvons voir aussi cette référence à l'histoire tout au long du cycle 4 et du lycée. Avec les nouveaux programmes, l'histoire des Mathématiques apparaît comme un sujet marquant. En ce qui concerne l'année de Seconde, chaque grand thème du programme comporte une incitation à l'utilisation de l'histoire en donnant des pistes de sujets à aborder. Par exemple dans le thème des fonctions, il est indiqué qu'il est possible « d'évoquer la très lente élaboration de la notion de fonction depuis l'Antiquité jusqu'à la codification actuelle par Dirichlet, en mettant en évidence quelques étapes importantes : Newton, Leibniz et Euler » comme nous le montre le bulletin officiel. On peut faire le même constat quant au bulletin officiel de la Terminale scientifique spécialité. L'origine du raisonnement par récurrence ainsi que des informations sur certains mathématiciens doivent être enseignées aux élèves.

Nous nous sommes aussi intéressées aux nouveaux programmes suite à la réforme du baccalauréat et du lycée en 2019. Nous voulions savoir si l'histoire des Mathématiques était toujours présente. En analysant les programmes des classes Mathématiques expertes et Mathématiques complémentaires, nous avons remarqué que l'histoire des Mathématiques est présente notamment en Arithmétique en Mathématiques expertes et en Analyse en Mathématiques complémentaires. De plus, nous avons aussi remarqué un paragraphe sur l'approche historique de la notion de logarithme.

Depuis de nombreuses années, nous retrouvons dans les programmes officiels le lien entre les Mathématiques et l'Histoire. Ce lien est aussi présent dans les missions des professeurs.

En effet, selon la circulaire du 23 mai 1997 sur la mission des professeurs exerçant en collège, en lycée d'enseignement général et technologique ou en lycée professionnel, nous avons pu lire la phrase suivante : **“ Si, en fin de formation initiale, il ne peut être en mesure de mobiliser toute l'étendue des connaissances de sa (ou ses) discipline(s) d'enseignement, il doit en maîtriser les notions fondamentales et pouvoir en mettre en œuvre les démarches spécifiques. Ceci implique qu'il sache situer l'état actuel de sa discipline, à travers son histoire, ses enjeux épistémologiques, ses problèmes didactiques et les débats qui la traversent “**

Pour répondre à cette circulaire, l'histoire des Mathématiques est aussi présente maintenant dans la formation des enseignants en Mathématiques. L'histoire des Mathématiques constitue donc une partie intégrante des compétences d'un élève et des missions d'un professeur.

En effet, une des fonctions de l'enseignant est de faire comprendre aux élèves que les Mathématiques sont une science vivante, "fruit du labeur et du génie de nombreux individus" (BARRIER, 2012).

Les élèves et les professeurs doivent donc avoir la capacité de situer les concepts dans l'Histoire, d'y associer des noms et visages de mathématiciens et savoir dans quel contexte, suite à quels besoins la notion est née.

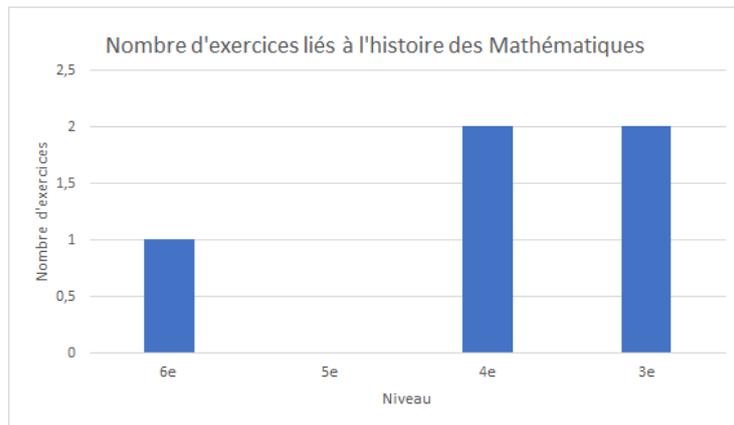
b. Analyse des manuels

Afin d'étudier la mise en œuvre des programmes scolaires, nous avons analysé les manuels scolaires afin de regarder si des exercices en rapport avec l'histoire des Mathématiques étaient présents au sein de ces derniers. Pour cela, nous avons analysé la collection Mission Indigo de 2017 pour le collège et la collection Math'x de 2014 à 2016 pour le lycée. Nous voulions en effet analyser une collection en particulier afin de regarder le niveau où l'on retrouve le plus d'exercices de ce type.

Enfin, nous nous sommes penchées sur plusieurs manuels de première scientifique. Cette analyse nous permettra de connaître l'évolution de la présence des exercices liés avec l'histoire des Mathématiques et les chapitres dans lesquels ils sont le plus présents.

Avant tout, il est important de différencier les exercices faisant simplement référence à l'Histoire et les exercices faisant référence à l'histoire de Mathématiques. Nous considérons, pour cette analyse, qu'un exercice lié à l'histoire des Mathématiques est un exercice pouvant expliquer l'origine d'une notion, la manière dont elle était utilisée à une certaine époque, des énigmes mathématiques d'une certaine période...

Dans un premier temps, nous avons analysé la collection Mission Indigo de 2017 de la sixième à la troisième. Nous avons obtenu les résultats suivants :



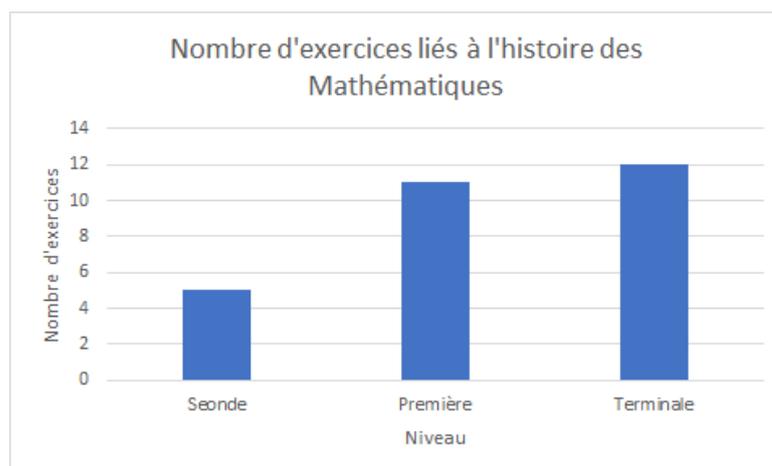
Nous pouvons constater que l'on ne retrouve que très peu d'exercices liés à l'histoire des Mathématiques. Notamment en classe de cinquième, où aucun exercice du manuel n'y fait référence. En classe de sixième, on retrouve un exercice sur la naissance de la géométrie en Égypte. Cet exercice permet de travailler les notions du chapitre « Figures usuelles et aires ».

En classe de quatrième, nous retrouvons seulement deux exercices : un premier travaillant les notions du chapitre sur les puissances et un autre sur les carrés magiques permettant de travailler le chapitre sur les nombres relatifs.

Enfin, en troisième, nous retrouvons également deux exercices : un sur la résolution d'inéquations à la manière des japonais et un autre sur les parallélogrammes.

Nous pouvons déjà nous rendre compte que, malgré les recommandations des programmes scolaires, l'histoire des Mathématiques est peu présente dans cette collection.

Nous avons donc, dans un second temps, analysé une collection de manuels du lycée. Nous avons obtenu les résultats suivants :



On peut clairement voir une nette différence dans le nombre d'exercices proposés en comparaison avec le collège. De plus, les exercices sont de tous types : certains se composent seulement de juxtaposition entre Histoire et Mathématiques, d'autres donnent aux élèves l'opportunité de "faire à la manière de".

En analysant les manuels du lycée, nous avons remarqué une grande quantité d'exercices liés à l'histoire des Mathématiques en première. Nous avons donc décidé d'analyser plus en détails ces deux types d'exercices en classe de première. Nous appuierons notre analyse sur les trois manuels de Mathématiques suivants:

- Odysée 1er S collection 2011
- Math'x 1er S collection 2015
- Hyperbole 1er enseignement de spécialité 2019

Afin d'analyser ces exercices nous réaliserons trois études différentes.

Dans un premier temps, nous regarderons le nombre de références liées à l'histoire de Mathématiques parmi ces trois manuels. En effet, nous avons décidé de prendre des manuels avec des années de sortie différentes afin de pouvoir voir l'évolution des programmes.

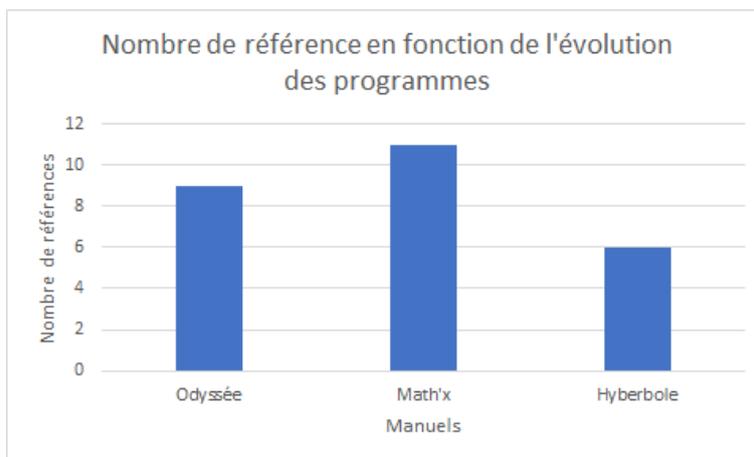
Deuxièmement, nous regarderons le nombre de références par type de chapitre. Cela nous permettra donc ensuite de distinguer les chapitres les plus propices à accueillir des exercices liant l'histoire des Mathématiques.

Enfin, nous analyserons le type d'exercices présents dans ces manuels.

Nous avons différencié deux types d'exercices comme dit précédemment :

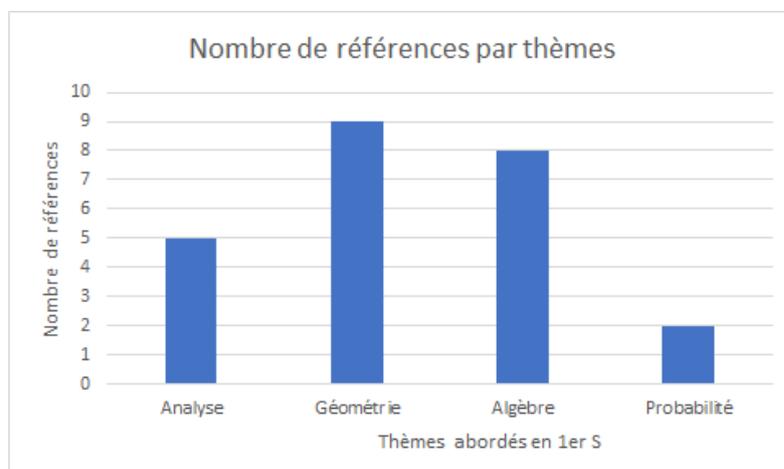
- **Juxtaposition de tâches mathématiques et historiques**
- **« À la manière de »**

Pour la première étude, nous avons obtenu les résultats suivants :



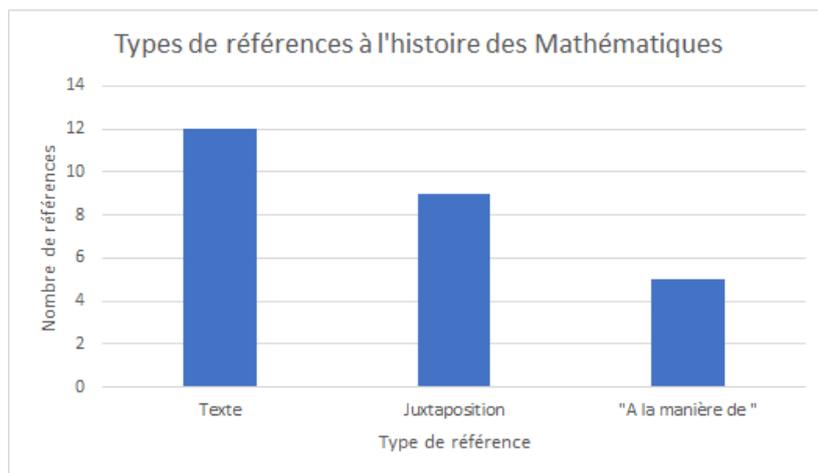
Grâce à ce graphique, on peut voir qu'il y a une diminution du nombre d'exercices ou même de textes faisant référence à l'histoire des Mathématiques. Cela va à l'encontre de ce qui est pourtant préconisé dans les programmes officiels.

Il y a donc une nécessité de faire intervenir par nous-même l'histoire des Mathématiques au sein de nos séances. On ne peut pas s'appuyer ou tout du moins trouver suffisamment de ressources dans les manuels scolaires.



Nous avons ensuite regardé les thèmes comprenant le plus de références à l'histoire des Mathématiques dans ces trois manuels. Nous pouvons remarquer que les thèmes les plus propices à l'histoire des Mathématiques sont l'Analyse et l'Algèbre.

On remarque aussi qu'il y a peu de références à l'histoire des Mathématiques en Probabilités. Certains thèmes seraient donc plus propices que d'autres à l'introduction de l'Histoire. Il est vrai que des exemples classiques nous viennent de suite à l'idée à l'évocation de certaines notions.



Dans ces différents thèmes, nous avons analysé le type de référence. Nous avons alors différencié trois types de références : des textes, des exercices juxtaposant des éléments historiques et mathématiques et des exercices "à la manière de". On retrouve dans la majorité des cas de simples textes faisant allusion à l'Histoire, ou encore à certains grands mathématiciens. Les exercices mettant les élèves dans les conditions de l'époque à laquelle est né un problème sont encore très rares et se limitent parfois à de simples extraits de textes anciens. Il n'y a pas de réel calcul à la "méthode de".

V- L'avis d'une historienne des Mathématiques, Evelyne Barbin

Lors de nos premières recherches l'année dernière, nous sommes tombées sur un ouvrage d'Evelyne Barbin, historienne des Mathématiques. Nous avons de suite perçu le potentiel de ce livre et nous nous sommes alors intéressées à qui était son auteure. Au fur et à mesure, nous nous sommes dit qu'il pourrait être intéressant de réaliser une interview auprès de cette professeure pour avoir un avis plus poussé sur le sujet de l'histoire de notre discipline.

En effet, la majeure, si ce n'est la totalité, partie de son travail est tournée vers l'histoire des Mathématiques et l'utilisation qu'il peut en être faite dans l'enseignement. Nous avons décidé de faire cette interview cette année, après avoir réalisé nos expérimentations et avoir poussé un peu plus loin nos travaux. Pour cela, nous lui avons envoyé notre questionnaire au préalable pour qu'elle puisse se faire une idée de ce qui nous intéressait. Le questionnaire en question se trouve en annexe. Aux vues des conditions sanitaires actuelles nous n'avons pu le faire de vives voix et sommes passées par un appel téléphonique. Cette partie va donc résumer nos échanges.

Nous avons demandé à Madame Barbin de se présenter brièvement. Madame Evelyne Barbin est une mathématicienne qui mène parallèlement des recherches sur l'histoire des Mathématiques notamment par le biais de groupes IREM. Elle a également réalisé une thèse en informatique théorique et a pendant quelques années été officiellement informaticienne. Par la suite, elle est devenue historienne des Mathématiques et a occupé un poste de professeure à l'Université de Nantes.

Nous avons voulu savoir ce qui l'avait menée à s'intéresser à l'histoire des Mathématiques. Elle nous a répondu que c'est le début de la réforme des Mathématiques modernes qui l'y avait conduite. En effet, elle a été recrutée par la directrice de l'IREM de Rouen dans les années 1970 pour « recycler » les professeurs de Mathématiques. Ces derniers rencontraient des difficultés dans leur enseignement car ils commençaient par enseigner ce qui était le plus récent. Hors, le fait d'enseigner par l'histoire des Mathématiques et donc par « le début » avait tout son intérêt. C'est comme cela qu'en 1976, un groupe IREM s'est formé à Rouen autour de ce sujet. Ce groupe dont elle faisait partie comportait des professeurs du secondaire, des universitaires mais aussi des professeurs d'histoire et de philosophie.

Madame Barbin continue actuellement ses recherches sur l'histoire des Mathématiques et son introduction dans l'enseignement. Elle a recréé un groupe IREM cette fois-ci à Nantes avec des professeures du secondaire. Elles expérimentent ensemble en classes avec des élèves.

Avant d'être à la retraite, elle a notamment expérimenté dans la formation des enseignants aussi bien en formation continue qu'en formation initiale. En 2002, elle est intervenue auprès d'étudiants en licence pluridisciplinaire, c'est-à-dire auprès de futurs professeurs des écoles au sujet de l'enseignement des Mathématiques à partir de leur histoire. Ces étudiants avaient, pour la plupart d'entre eux, un cursus mathématiques quasiment inexistant et donc leur besoin de formation était d'autant plus grand.

Elle est d'accord avec nous sur l'importance que peut avoir l'histoire des Mathématiques. Pour les élèves, les Mathématiques sont uniquement un savoir scolaire qui est donc voué à un apprentissage. En réalité, les Mathématiques sont un réel « savoir authentique » créé par des hommes et des femmes ayant pour but de résoudre des problèmes de la vie quotidienne et non pas pour donner des exercices aux élèves. Il n'y a aucune nécessité de donner du sens aux Mathématiques puisqu'elles ont déjà un sens par définition.

La plupart des enseignants veulent donner du sens aux Mathématiques en faisant de « l'artificiel » et cela fonctionne rarement puisque cela s'appuie sur des exemples proches de ce qui est demandé aux élèves. « On voudrait presque donner des réponses à des problèmes qui ne se posent pas ».

Derrière chaque notion se cachent beaucoup de choses qui ont continuellement changées au fil du temps. Elle a notamment cité l'exemple du triangle qui au temps des Grecs désignait une surface et non pas la figure que l'on connaît actuellement.

Parfois les changements sont si importants qu'une rupture épistémologique se produit, généralement dans le but de faire face à des obstacles épistémologiques. Il est fréquent d'entendre sortir de la bouche d'un élève « Mais à quoi ça sert ? ».

L'histoire des Mathématiques est justement ce qui va apporter une réponse à cette question. Il ne faut pas répondre le traditionnel « tu verras ça plus tard » mais plutôt prendre le temps de faire des recherches sur les problèmes qui se sont posés au cours des années et dont les Mathématiques sont la réponse.

En accord avec notre problématique, nous avons abordés la question des facteurs clés pouvant garantir le « bon fonctionnement » d'une séance à visée historique.

Le but de ce genre de séance est avant tout d'introduire une perspective historique. Toute bonne séance, historique ou non, repose sur une analyse a priori fine où les objectifs sont fixés de façon claire. Il faut ensuite définir un scénario pédagogique pour les atteindre. Il ne faut pas faire de l'histoire pour faire de l'histoire mais bien pour atteindre des objectifs. L'histoire peut être un moyen de lever certaines difficultés. Une analyse a posteriori va permettre de revenir sur sa pratique et de savoir comment faire évoluer son travail, sa méthode.

Elle avoue que, sans le groupe IREM, elle ne se serait sûrement jamais intéressée à l'histoire des Mathématiques. Elle ajoute qu'on ne ferait pas de Mathématiques s'il n'y avait pas de problèmes à résoudre, si on ne pouvait pas partager avec autrui, en discuter ou en débattre en cas de désaccord.

Lors de nos propres recherches il nous a souvent été compliqué de trouver des ressources sur le sujet. Il y a cependant un vaste choix dans les ressources, reste à savoir où chercher. Le travail des groupes IREM constitue déjà à lui seul une mine d'informations, on peut notamment le retrouver dans la revue créée par l'institut lui-même.

Elle nous a aussi conseillé le site Publimath, que nous connaissions déjà par le biais des cours de recherche que nous avons eu pendant ces deux années. Elle pointe un inconvénient : les ressources auxquelles on peut avoir facilement accès sont la plupart du temps des ressources qui ne sont pas récentes. Elles sont donc peu propices à la pratique que l'on peut avoir aujourd'hui. Il était courant auparavant de prendre un texte historique, de le comprendre puis de le traduire avec ce qu'on en avait compris. De nos jours, il est plus courant de directement donner aux élèves le texte historique tel quel pour qu'ils puissent comprendre le contexte associé.

Cette interview a bien évidemment été très enrichissante. Avoir le point de vue d'une « experte » nous a permis de mieux comprendre tous les enjeux étant liés à cette pratique mais aussi de prendre conscience de l'ampleur des travaux qui peuvent être faits. Nous avons été confortées à propos de certains points et éclairées sur d'autres. Mais cela nous a surtout intéressées davantage sur le sujet.

VI- Outils pour analyser une tâche

Par le biais de nos lectures nous avons pu affiner notre objectif de recherche et définir la problématique suivante :

Y a-t-il un réel effet de l'introduction de l'histoire des Mathématiques sur l'intérêt que portent les élèves à l'activité ?

Avant de mener plus en détail notre travail de recherche, nous avons formulé plusieurs hypothèses.

Nous pensons tout d'abord que l'âge des élèves n'a pas de réel impact sur l'intérêt que peut apporter l'histoire des Mathématiques aux élèves.

De plus, nous pensons que les activités dites « à la manière de » vont être les activités qui permettront d'obtenir une plus grande motivation, un plus grand intérêt chez les élèves.

Enfin, nous pensons que l'introduction de l'histoire des Mathématiques dans un cours peut vraiment changer la façon dont les élèves vont percevoir ce qu'ils ont à faire, que cela peut gommer le côté un peu magistral que peut avoir un cours de Mathématiques traditionnel.

Lors de ce mémoire, nous avons pour but de réaliser des expérimentations au sein de nos classes afin de répondre de manière plus rigoureuse à cette problématique. Pour cela, nous avons besoin d'analyser les séances de manière didactique mais aussi d'analyser les séances de manière historique. Nous allons donc parler, dans cette partie, d'une méthode permettant d'analyser les tâches des élèves de manière historique : la typologie SaMaH.

Cette typologie permet d'analyser les tâches des élèves dans une séance de mathématiques à dimension historique. En effet, il est important de comprendre que les tâches des élèves diffèrent d'une séance de mathématiques ordinaire.

a. La typologie SAMAH

Pour comprendre cette méthode d'analyse, nous avons lu l'article de Thomas de Vittori, *Les tâches des élèves en Mathématiques dans une activité mathématiques à dimension historique*. Cette typologie SaMaH peut être représentée par le schéma suivant que nous allons analyser et expliquer.

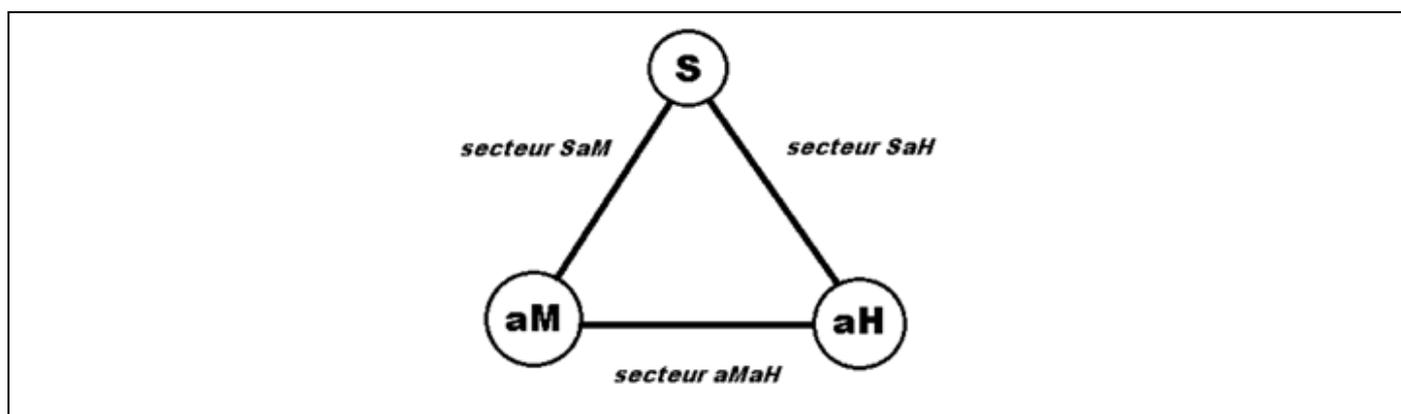


Schéma issu de l'article *Les tâches des élèves dans une activité mathématiques à dimension historique* de Thomas de Vittori, Petit x numéro 97 page 18, 2015.

Dans une séance de mathématiques à dimension historique, on peut repérer trois pôles de tâches différentes. Dans un premier temps, nous distinguons le pôle aM. Ce pôle regroupe les tâche aM, c'est-

à-dire sans éléments mathématiques. Le pôle aH quant à lui regroupent les tâches aH. C'est tâches sont constituées d'éléments mathématiques sans histoire. Enfin, on peut distinguer un troisième pôle, le pôle S. Le pôle S regroupe les tâches S, qui ont pour but de faire la jonction entre les tâches aH et les tâches aM.

Pour bien comprendre cette typologie, on peut alors s'intéresser à la disparition d'un des pôles. La disparition du pôle aH, entraîne alors la disparition du pôle S puisqu'il n'y a plus de jonction à faire entre les mathématiques et l'histoire. Nous nous retrouvons alors dans une séance avec des tâches aM, sans mathématiques. On se retrouve alors dans une séance d'histoire, sans ancrage avec le programme scolaire de mathématiques.

La disparition du pôle aM, entraîne encore une fois la disparition du pôle S. On se retrouve alors avec des séances constituées uniquement de tâches mathématiques. C'est donc une séance de mathématiques décontextualisées. Enfin, la disparition du pôle S entraîne une disparition de la jonction entre les mathématiques et l'histoire des mathématiques. La séance sera donc constituée d'une juxtaposition d'éléments mathématiques et historiques. Cette séance consiste, par exemple, en l'étude d'un texte historique sur un mathématicien, puis d'un exercice de mathématiques.

Les tâches S permettent de faire le lien entre les mathématiques et l'histoire des mathématiques. Cette jonction se fait au niveau épistémologique, c'est-à-dire à l'origine des mathématiques. Ces tâches S permettent de faire raisonner les élèves "à la manière de".

Cette typologie permet donc de différencier les séances de mathématiques incluant des éléments historiques (juxtaposition de tâches historiques et mathématiques) et des séances à dimension historique (présence des tâches S).

Dans le cadre de nos expérimentations, nous analyserons nos séances de manière historique grâce à cette méthode.

VII- Perspective envisagée au terme de notre première année de Master

a. Présentation d'une possible expérimentation

Dans cette partie, nous allons donner un exemple d'expérimentation pouvant être réalisée avec les élèves. Pour envisager toutes les éventualités, nous donnerons un exemple de séance

en collège et en lycée. Pour cela, nous avons lu plusieurs livres introduisant des tâches en lien avec l'histoire des Mathématiques. La dimension historique est alors présente au sein même de ces différentes tâches. Nous allons présenter deux tâches différentes que nous pourrons faire l'année prochaine dans nos classes. Dans un premier temps, nous présenterons une tâche en collège puis dans un deuxième temps au lycée.

Pour trouver une tâche en lien avec l'histoire des mathématiques, nous nous sommes intéressées au livre de Hocquenghem Marie Louise intitulé *Histoire des mathématiques pour les collèges*.

Nous avons choisi une activité sur la multiplication d'entiers naturels en classe de 6^e (*cf. annexe 2*). Le but de l'activité est de montrer aux élèves les anciennes méthodes de calcul afin d'effectuer le calcul d'un produit. Les élèves doivent dans cette tâche, expliquer les étapes afin de calculer à la manière du grand mathématicien arabe Al Khwarizmi. Une fois les différentes étapes comprises, c'est à eux de calculer le produit de deux nombres à l'aide de cette méthode en vérifiant leurs résultats avec la méthode que l'on apprend de nos jours. L'autre partie de la tâche consiste à faire de même avec la méthode du mathématicien arabe Al Kashi.

b. Analyse des activités proposées

Nous allons maintenant analyser les différentes tâches avec la typologie SaMaH. Dans un premier temps, nous pouvons retrouver quelques éléments historiques avec un texte introductif sur le mathématicien Al Huwarism et Al Kasi dans la deuxième partie de l'activité.

On retrouve ensuite des tâches mathématiques avec la vérification des résultats en posant les multiplications. On peut voir ensuite des tâches S. Ces tâches S permettent aux élèves de comprendre dans un premier temps les deux anciennes méthodes et dans un second temps de calculer le produit de deux nombres à l'aide de celles-ci.

On retrouve bien une activité avec une mise en contexte, et une dimension historique présente au sein même de celle-ci.

Pour l'activité donnée au lycée, nous avons pour but d'introduire le second degré de manière historique (*cf. annexe 3*).

Pour cela, nous avons créé une tâche sur la résolution des équations du second degré par Al Khawarizmi. Le début de la tâche correspond à la mise en place d'un contexte puisque nous pouvons voir un texte introductif sur Al Khawarizmi et son époque.

La seconde partie de la tâche est mathématique. Cependant, la tâche en elle-même est historique puisqu'il s'agit de résoudre les équations du second degré à la manière d'Al Khawarizmi, c'est-à-dire de manière géométrique. Enfin, la troisième partie consiste en la vérification des résultats obtenus avec les outils de nos jours vus en cours : calcul du discriminant et des racines.

Comme précédemment, nous pouvons analyser les différentes tâches mise en œuvre à l'aide de la typologie SaMaH présentée précédemment. Dans un premier temps on peut retrouver les éléments historiques dans le texte introductif. On retrouve ensuite les tâches mathématiques dans la troisième partie avec la résolution de l'équation avec les outils de nos jours. Pour ne pas seulement juxtaposer des éléments historiques à des éléments mathématiques, nous avons introduit une tâche S. Cette tâche S permet de faire raisonner les élèves à « la manière de ». En effet, les élèves doivent résoudre les équations du second degré à la manière d'Al Khawarizmi.

On peut donc voir que le lien entre l'histoire et les mathématiques se fait à l'origine de la notion des équations du second degré.

VIII- Expérimentation en classe

a. *Présentation des classes en charge*

Nous avons toutes deux été mutées dans des endroits distincts et avec des niveaux différents pour cette deuxième année d'écriture commune.

Juliette Rotger exerce au lycée Henri Bergson d'Angers (Maine et Loire). Elle a en charge deux classes de seconde (la seconde 2 et la seconde 6) qu'elle voit à raison de neuf heures par semaines : huit heures de cours obligatoires et une heure d'accompagnement personnalisé alternée une semaine sur deux pour chacune des classes.

Pauline Tison exerce au collège Le Joncheray de Beaumont sur Sarthe (Sarthe). Elle a en charge une classe de sixième ainsi qu'une classe de quatrième qu'elle voit huit heures par semaine : quatre heures et demie pour les sixièmes et trois heures et demie pour les quatrièmes. À ces huit heures viendront se greffer au cours de l'année des heures d'accompagnement personnalisé en petit groupe.

b. *Modalités et consignes de travail*

Nous avons décidé de travailler de façon conjointe, c'est-à-dire de se baser sur les mêmes méthodes d'expérimentation afin de pouvoir faire un comparatif. En effet, cela nous permettra de faire

le parallèle sur le type d'activité proposée mais aussi le parallèle collège/lycée. Nous aurions ainsi un plus large champs d'analyse.

La première activité que nous avons proposée est une activité où l'Histoire intervient seulement par touche, elle est là pour donner un enrobage, un contexte à ce qui est abordé. Nous n'entrons pas encore dans ce qui pourrait être qualifié d'activité « à la manière de ». Nous restons dans le type d'activité que l'on peut communément rencontrer sur Internet ou bien dans les manuels scolaires.

Nous retrouvons, dans cette première activité, une juxtaposition entre des tâches aM et des tâches aH comme on pourrait les qualifier grâce à la typologie SaMaH, décrite précédemment.

L'idée est de jauger comment les élèves réagissent à ce type d'activité, s'ils sont sensibles ou non à l'Histoire qui est apportée. C'est une sorte de mise en bouche pour ce qui va suivre. Le but est aussi de les mettre dans le bain pour ce qui va suivre tout au long de l'année, à savoir des activités faisant référence de près ou de loin à l'Histoire et à l'origine de ces notions.

La seconde activité sur laquelle nous allons porter un regard un peu plus important sera une activité cette fois-ci où l'Histoire prend tout son sens puisque les élèves devront se mettre dans la peau des mathématiciens de l'époque, ils feront « à la manière de ». Dans cette deuxième activité, on ne considère plus seulement la juxtaposition de tâches aH et aM mais aussi les tâches S permettant de faire la jonction entre les deux.

Cela nous permettra d'évaluer l'intérêt d'une telle activité, la sensibilité des élèves et même l'intérêt de cette façon de travailler. Les élèves seront plongés dans un contexte et devront s'adapter aux méthodes, aux outils employés à cette époque. Cette activité fera l'objet d'une analyse a priori mais aussi a posteriori beaucoup plus poussées que la première activité. Elles interviendront plus ou moins tôt dans l'année. Nous ferons en sorte de travailler sur des thèmes communs entre collège et lycée.

Après mûre réflexion et en accord avec nos progressions respectives, nous avons déterminé deux grands thèmes de travail.

Notre première activité portera sur les thèmes des nombres et plus particulièrement sur les nombres décimaux que ce soit en collège ou en lycée. Nous pourrons ainsi partir d'une situation semblable pour une comparaison. Notre seconde activité aura attiré, de près ou de loin, à la géométrie. Au lycée, Juliette travaillera sur la découverte de la valeur approchée de racine de deux à la manière des

Babyloniens avec une dimension géométrique. Pauline, au collège, s'attardera sur l'introduction à la géométrie avec ses sixièmes. Son activité portera sur Euclide et son ouvrages *Les éléments d'Euclide*.

Notre première activité est fondée sur un document trouvé sur Internet, trouvable en annexe, donné tel quel ou bien modifié en classe. La seconde activité relève quant à elle de nos imaginations respectives. Il est en effet parfois compliqué de trouver des activités mathématiques à dimension historique qui correspondent à nos niveaux et nos envies.

Toutes nos analyses comprennent des parties semblables. En effet, dans les deux cas nous retrouvons une analyse a priori et une analyse a posteriori de nos expérimentations. Ces analyses seront faites à partir de nos prévisions de déroulement en cours, de nos souvenirs de séances mais aussi et surtout de transcriptions réalisées d'après enregistrements. Le tout sera bien entendu accompagné de traces écrites recueillies auprès de nos élèves.

C. Cadre théorique d'analyse

Nous avons choisi le cadre de la problématisation comme "lunettes" à chausser pour analyser nos données. En effet, le cadre de la problématisation ne s'intéresse pas seulement à la solution finale mais met également en lumière le raisonnement suivi par les élèves pour y parvenir : **"le savoir visé ne peut résider uniquement dans la solution à la question posée, il doit prendre en compte la solution du problème"** (Orange, 2012, p35). Michel Fabre (« *Problématiser pour mieux enseigner* », 2015), en s'appuyant sur les travaux de Dewey et Bachelard, nous donnent aussi les caractéristiques de la problématisation :

- processus multidimensionnel impliquant position, construction et résolution
- s'aider de ce qui est connu pour parvenir à l'inconnu passant par la mise en place de certains points d'appui
- dialectique à partir de faits, d'idées et de théories
- pensée contrôlée par des normes (intellectuelles, éthiques, techniques...) pouvant être construites ou à construire
- schématisation du réel visant plus à construire des outils pour la pensée et l'action plutôt que de reproduire la réalité (Fabre 2005)

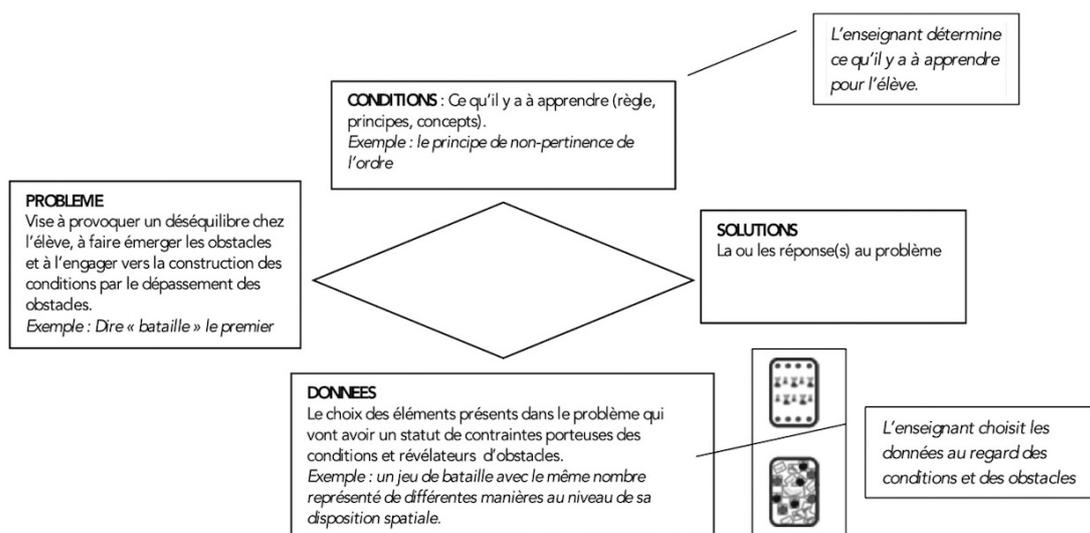
"Problématiser, c'est donc développer un questionnement visant à identifier les données et les conditions du problème et à les mettre en tensions."(Fabre et Musquer, 2009). De ce processus

émergeront des hypothèses qui seront validées ou non. Les données sont quant à elles déjà présentes ou bien amenées par l'enseignant: ce sont les contraintes.

La problématisation n'est pas un processus linéaire, les élèves ne vont pas aller directement des données à la solution. En effet, ils vont parfois devoir revenir aux données pour les affiner, les corriger et par la suite revenir aux solutions possibles.

1. Les étapes du processus de problématisation

Le processus de problématisation n'est pas linéaire et l'on ne voit pas la succession des phases suivantes : position, construction et résolution. Les données du problème sont caractérisées comme des contraintes. Ces données doivent être choisies en adéquation avec les conditions visées. Les conditions représentent ce qu'il y a à apprendre : les principes, les concepts. Ces conditions commandent le processus de problématisation. Ce sont des nécessités à prendre en compte pour réussir. Enfin, l'explication de ces conditions par les élèves permettra d'aboutir à la compréhension de la réussite. Ce processus peut être résumé à l'aide du schéma suivant appelé le losange de Fabre.



2. Les étapes de notre analyse

À travers nos expérimentations, nous souhaitons observer chez les élèves l'intérêt de l'apport historique dans la mise au travail lors d'une activité. Pour pouvoir répondre à notre problématique, nous devons faire une analyse fine de nos expérimentations afin d'en tirer une conclusion précise. L'analyse de notre expérimentation se divisera en deux étapes.

La première étape consiste en une analyse a priori de l'activité proposée aux élèves. Nous nous intéressons plus particulièrement à l'intérêt que peut porter les élèves à l'activité. C'est pour cela que nous analyserons les différentes tâches des élèves. Pour ce faire nous utiliserons les **critères d'adaptation d'Aline Robert**. Ces critères nous permettent d'identifier et d'analyser les différentes tâches des élèves au cours du travail.

La deuxième étape de notre analyse consiste en une analyse a posteriori. À travers cette analyse a posteriori, nous allons analyser ce qui aurait pu être amélioré dans cette activité afin de rendre les élèves plus investis. Nous allons aussi essayer de comprendre ce qu'il leur a posé problème.

Notre analyse a posteriori sera quant à elle divisée en deux :

- Une analyse des espaces de contraintes
- Une analyse de l'activité à maxima et à minima des élèves

Pour faire une analyse des espaces de contraintes, nous nous aiderons de l'identification des trois registres. En effet, les activités des élèves sont représentées par des espaces de contraintes (ORANGE 2012) rendant compte d'articulations entre trois registres : le registre empirique, le registre de nécessités et le registre explicatif.

Les caractéristiques de ces trois registres sont les suivantes :

- **Le registre empirique**

Le registre empirique est un registre construit. Il contient des objets, des phénomènes. Les éléments du registre correspondent à ce qu'il y a à expliquer. Il exhibe les faits repérés par les élèves à partir de leurs expérimentations et leurs essais.

- **Le registre de nécessité**

Avec l'élaboration des faits, les élèves décident de ce qui est possible et ce qui ne l'est pas. Ce registre est celui des explications construites pour rendre compte de faits jugés pertinents pour la résolution du problème. Il s'agit des conditions selon Fabre.

- **Le registre explicatif**

Le registre explicatif contient des éléments qui constituent les tentatives de solution proposées pour expliquer les éléments du registre empirique. Ce registre structure les explications des élèves.

Dans la recherche et la résolution de problèmes, les élèves ne répondent pas de manière directe au problème en proposant une solution. Ils élaborent des sous-problèmes et des solutions à ces sous-problèmes afin d'arriver progressivement à la solution générale du problème. C'est dans le registre explicatif, que l'on peut retrouver les sous-problèmes et leurs solutions.

Ces trois registres sont en perpétuelle relation. En effet, les élèves cherchent à mettre en relation les éléments des registres de nécessité et empirique, en donnant un modèle explicatif leur permettant d'avancer dans l'élaboration d'une solution et donner du sens à l'ensemble des savoirs qu'ils maîtrisent.

L'analyse de ces trois registres nous permet de visualiser l'organisation de l'activité des élèves mais aussi de comprendre les différentes étapes et les processus mis en place dans la recherche et la résolution du problème (sous-problèmes et leurs solutions).

Enfin, pour finir, nous analyserons l'activité à minima et à maxima de nos élèves. Les activités à maxima et à minima correspondent à ce qu'un élève peut au mieux produire lors d'une séance. Les activités à minima quant à elles correspondent à ce qui peut être fait au minimum par les élèves les moins engagés et les moins à l'aise dans le cours de Mathématiques.

Cela nous permettra d'analyser les obstacles des élèves en difficulté et ainsi élaborer des pistes de réflexions sur les outils et les ajustements possibles afin d'y remédier.

d. *Expérimentation Juliette Rotger*

J'ai décidé d'expérimenter avec une seule classe pour les deux activités. Cela permettra en effet de pouvoir mieux suivre leurs ressentis et leurs avis tout au long de l'année. Il sera aussi possible d'analyser leurs évolutions entre l'activité 1 où l'histoire intervient seulement pour apporter du contexte et la seconde activité où elle prend une part plus importante. La première activité avait attiré au chapitre sur l'ensemble des nombres. Il était plus précisément question des nombres décimaux. Cette activité me servait de base pour revoir tous les acquis qu'ils avaient. C'était une façon de voir où chacun en était, sur quoi il fallait que je travaille pour les prochaines séances. Le support de fond était le même que celui de Pauline mais j'y ai apporté quelques modifications afin que cela corresponde plus au niveau des secondes.

Le but de cette activité était de faire (re)dire aux élèves ce qu'était un nombre décimal et plus particulièrement comment le reconnaître. Un autre objectif était de préparer à l'introduction des

nombres rationnels. Je savais que les fractions et leur manipulation pouvaient potentiellement poser soucis, j'ai donc préféré m'assurer que tout le monde parte d'une base commune. L'activité comprenait une partie sur l'écriture décimale et une autre sur l'écriture fractionnaire des nombres décimaux, sans oublier une partie faisant lien entre les deux écritures.

J'ai distribué l'énoncé de l'activité aux élèves en vue de les faire travailler par binômes pendant une dizaine de minutes. Ce fut plutôt rapide pour la majorité des élèves, la notion étant déjà connue ou au moins vue de tous. S'en est suivie une correction en classe entière. Suite à cette activité, plusieurs questions ont émergé telles que la véracité de cette dimension historique ou encore sur l'existence d'une similitude avec d'autres ensembles de nombres.

1. Analyse a priori

i. Analyse globale :

Cette séance se situe dans la séquence consacrée aux ensembles de nombres. Les premières séances de cette séquence ont permis d'introduire la notion d'ensemble de nombres. En effet, nous avons déjà étudié l'ensemble des entiers (naturels et relatifs) ainsi que les notions de multiples, diviseurs, et nombres premiers. Les nombres décimaux ont été introduits lors de la troisième séance avec une activité sur l'histoire de la virgule. Nous avons donc abordé la notion de nombre décimal mais aussi de nombre rationnel et irrationnel.

Pour cette séance « à la manière de », les élèves avaient pu aborder la notion d'irrationalité de racine de deux. Cette séance sur racine de deux permet de faire un travail historique avec les élèves et de calculer une valeur approchée de racine de deux à la manière des babyloniens. Celle-ci a donc pour but de travailler la notion de valeur approchée, mais aussi l'utilisation de la calculatrice.

En effet, les élèves doivent percevoir à travers cette activité, qu'il est possible de relier le calcul à la géométrie et ainsi d'utiliser une autre manière de trouver une valeur approchée qu'en utilisant la calculatrice. La deuxième chose à percevoir est l'histoire qui est présente autour du nombre racine de deux : ce nombre intrigue et pose des questions depuis de nombreux siècles.

Cette séance est une séance de groupe. Les élèves ont déjà eu l'habitude de travailler par groupe puisque nous avons déjà expérimenté ce dispositif précédemment. Ces séances de groupe ont pour but

d'évaluer certaines compétences en mettant une note sur 4. Pour l'activité, les compétences évaluées seront les suivantes : chercher, raisonner, travailler en équipe, communiquer.

Le processus d'institutionnalisation ne sera pas présent pendant cette séance. En effet, après chaque séance de groupe, je récupère les traces écrites des élèves afin de faire un bilan et une correction des problèmes. C'est donc à l'aide des différentes traces écrites et erreurs des élèves que je ferai un bilan à la séance suivante.

ii. Analyse des tâches proposées aux élèves

Pour analyser les tâches proposées aux élèves lors de cette activité, je vais utiliser les critères d'adaptation d'Aline Robert. Ces critères peuvent être résumés sous la forme du tableau suivant :

A1 : Reconnaissance de propriété	Addition, multiplication, décomposition d'un entier, théorème de Pythagore
A2 : Introduction d'intermédiaires	
A3 : Différents cadres	<p>Cadre numérique pour la réalisation des calculs en cunéiforme</p> <p>Cadre géométrique pour trouver les décimales de la valeur approchée de racine de deux à l'aide du calcul de l'hypoténuse par le théorème de Pythagore.</p> <p>Mélange de connaissances anciennes et nouvelles avec le Théorème de Pythagore et la manipulation des racines carrées.</p>
A4 : Introduction d'étapes	<p>Etape 1 : Introduction de l'écriture en cunéiforme</p> <p>Etape 2 : Effectuer des calculs simples (additions) en cunéiforme</p>

	<p>Etape 3 : Lecture en cunéiforme et interprétation des résultats gravés sur la tablette</p> <p>Etape 4 : Recherche des décimales de la valeur approchée de racine de deux à la manière des babyloniens.</p>
A5 : Utilisation des questions précédentes	<p>Utilisation des nombres écrit en cunéiforme pour les utiliser et faire des calculs simples (addition)</p> <p>Utilisation de l'activité 1 pour comprendre la tablette gravée en cunéiforme.</p>
A6 : Existence d'un choix	
A7 : Manque de connaissance nouvelle	<p>Ecriture en base 60</p>

iii. Conditions de travail des élèves :

Le travail sur la valeur approchée de racine de deux s'effectue après l'activité rapide, ce qui correspond à un temps de travail de 40 minutes. Les élèves vont travailler 25 minutes sur l'activité 1 et 15 minutes sur l'activité 2. En effet, la compréhension de l'écriture en cunéiforme demande du temps aux élèves puisque la décomposition en base 60 est une connaissance inconnue.

En revanche, l'activité 2 demandera moins de temps puisque cela se rapporte aux connaissances de collège avec l'utilisation du théorème de Pythagore ainsi que sur les notions de divisibilité et de division euclidienne, revues lors des premières séances sur le chapitre des ensembles de nombres .

Les modalités de travail en groupe ont été expliquées lors du premier travail sur le repérage dans le plan. Elles sont les suivantes :

- Les élèves doivent chuchoter, chacun travaille individuellement sur son cahier et une feuille est à me rendre par groupe.
- Je désigne le secrétaire en début de séance.
- Ils seront évalués par compétence avec une note sur 4

A l'issue de la première séance de travail en groupe, j'ai demandé aux élèves de remplir un questionnaire afin de faire un bilan sur le travail de groupe. Les questions étaient les suivantes :

- As-tu aimé le travail de groupe ?
- Aimerais-tu refaire un travail de groupe ?
- Comment t'es-tu senti(e) dans le groupe ?
- Préfères-tu aider ou être aidé ?

À partir de leur réponse, j'ai pu constituer des groupes plus homogènes où chaque élève se sent à l'aise pour participer à l'activité. Voici la disposition de la classe lors de travail de groupe :



Afin de gérer le bruit dans la classe, j'ai mis en place deux dispositifs :

- Un logiciel affiché au tableau permettant de mesurer le volume sonore et indiquer aux élèves s'ils doivent parler moins fort.
- Le tétra-aide. Il permet de travailler l'autonomie du groupe en décidant de m'appeler pour une urgence, m'indiquer qu'ils ont une question ou encore me dire que tout va bien. Il permet aussi de m'indiquer si le bruit dans la classe les dérange. En effet, plusieurs élèves m'ont fait part

dans leur réponse au questionnaire qu'ils avaient eu du mal à se concentrer à cause du bruit dans la classe.

Je n'ai pas testé le tétra-aide lors de séance de groupe, je vais donc tester ce dispositif lors de cette séance de groupe.

2. Méthodologie du recueil

Dans un premier temps, je me suis renseignée sur l'autorisation pour la captation de la voix d'une personne. Une autorisation parentale étant nécessaire, j'ai distribué la feuille en début d'année. J'ai aussi pu en informer les parents pendant la réunion parent \ professeur en début d'année scolaire.

Une fois les autorisations récupérées, j'ai voulu tester les dictaphones afin de savoir comment les positionner correctement lors de mon expérimentation. Je me suis alors rendu compte que l'on entendait beaucoup les bruits de fond et très peu les élèves. De plus, n'ayant que le son, il est important de connaître ses élèves afin de reconnaître les différentes voix. J'ai donc décidé de choisir un groupe avec des voix totalement différentes afin que cela soit plus simple lors de la transcription.

J'ai, de plus, décidé d'enregistrer l'ensemble de la séance. En effet, cela me permet de ne pas avoir à penser à la mise en place du dictaphone au cours de la séance, et cela ne perturbe pas les élèves. Les élèves étant au courant de l'enregistrement, n'ont pas été surpris de voir le dictaphone sur leur îlot.

Un fois l'activité terminée, j'ai récupéré l'enregistrement afin d'effectuer une transcription mais aussi les feuilles de chaque groupe. Ces traces écrites et cette transcription vont alors me permettre de faire une analyse a posteriori de mon expérimentation.

3. Analyse a posteriori

Lors de cette séance, j'ai été surprise de voir que les élèves ont peu accroché à cette activité. J'avais pourtant déjà fait des séances de travail de groupe en îlot et j'avais trouvé les élèves très investis. J'ai eu de nombreuses remarques comme la suivante « Madame, est-ce que ce sera dans le devoir ? Sinon ça ne sert à rien de savoir ça ».

J'ai donc remarqué un manque d'investissement par les élèves du fait que cela n'est pas essentiel à l'obtention d'une bonne note au devoir. J'ai aussi été étonnée par le fait que peu d'élèves ont été surpris de voir qu'à l'époque des babyloniens, $\sqrt{2}$ était déjà connue et l'on en cherchait une valeur approchée.

À travers cette analyse a posteriori, nous allons analyser ce qui aurait pu être amélioré dans cette activité afin de rendre les élèves plus investis lors de cette séance. Nous allons aussi essayer de comprendre ce qu'il leur a posé problème.

i. Schéma des différents registres

Lors de cette séance, j'ai remarqué que beaucoup de groupes ont eu des difficultés sur la première activité et notamment sur l'utilisation de l'écriture cunéiforme, bien plus que sur la deuxième activité. Afin de comprendre les difficultés des élèves, nous allons analyser l'espace de contraintes à l'aide de l'identification de trois registres.

À travers la transcription présente en annexe, nous allons pouvoir analyser l'espace de contraintes mis en jeu. Afin de faire le lien avec la transcription, j'indiquerai en gras les numéros de prise de parole dans lesquelles nous pouvons voir apparaître les différents registres.

Nous allons tout d'abord étudier l'espace de contraintes dans l'écriture des nombres en cunéiforme, notamment l'écriture du dernier nombre 10 426, qui a posé beaucoup de problèmes chez les élèves.

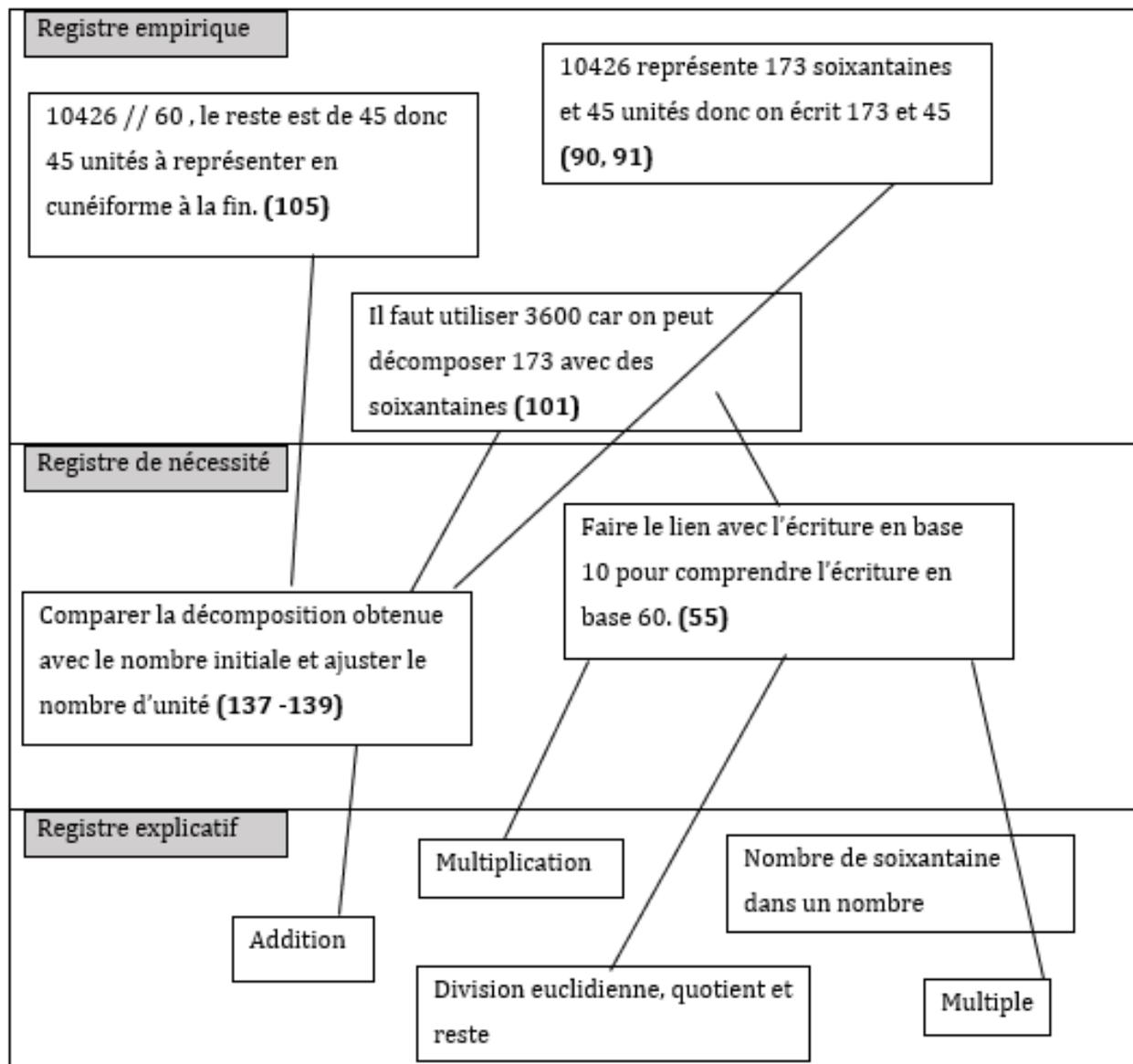
Dans un premier temps, nous pouvons analyser les différents sous-problèmes mis en jeu dans l'écriture en cunéiforme de 10 426.

Le problème principal consiste à trouver l'écriture cunéiforme du nombre 10 426. Cependant, de nombreux sous-problèmes sont apparus dans la résolution du problème principal. Ce sont les suivants :

- ❖ Comment écrire un nombre supérieur à 3 600 en base 60 ?
- ❖ 10 426 correspond à 173 soixantaines. Comment peut-on écrire 173 en cunéiforme ?
- ❖ Faut-il décomposer 173 en soixantaines et alors utiliser la notation 3 600 ?

La résolution de ces problèmes sous-jacents ont permis la résolution du problème principal qui était d'écrire le nombre 10 426 en cunéiforme. Ces sous-problèmes et ces sous-solutions peuvent être

résumés à l'aide des trois registres vus précédemment. Voici l'espace des contraintes dans la résolution de cette question :



On peut donc remarquer que cette question fait appel à de nombreuses contraintes. Elle demande aux élèves d'être à l'aise sur la notion de multiple, diviseur, division euclidienne, quotient et reste. Ces notions ont été vues pendant le chapitre sur les ensembles de nombres. Cependant, faire le lien entre la base 10 et la base 60 reste inconnu pour eux. Ils devaient alors comprendre que tout nombre supérieur à soixante peut être décomposé en soixantaine, même s'il s'agit déjà du nombre de soixantaines. C'est ce qui pourrait correspondre à l'obtention du nombre de centaines dans notre système en base 10.

C'est le cas dans la question étudiée. C'est donc pour cela que les élèves ont eu des difficultés sur cette question.

ii. *Activité des élèves à maxima et à minima*

À l'aide de la transcription, nous avons pu analyser l'espace de contraintes du groupe enregistré. Analysons maintenant l'ensemble des groupes afin de comprendre ce qui a été compris ou encore ce qui a posé difficulté. Pour cela, nous allons analyser les activités à maxima et à minima.

Nous allons donc observer ses deux activités afin d'en déduire ce qui a été compris ou non par la majorité des élèves de la classe lors de cette séance.

Ainsi, cela nous permettra d'envisager des solutions et des alternatives afin d'améliorer l'activité en question.

En analysant les traces écrites des élèves, on peut observer que l'activité 1 a été plutôt comprise. Cette activité leur a demandé du temps avant de comprendre l'écriture en base 60. On peut voir les traces écrites des élèves suivantes :



On peut voir que ce groupe à compris la notion de décomposition en base de 60.

En revanche, pour un groupe, on peut remarquer qu'ils ont réussi à écrire un nombre inférieur à 3600 en écriture cunéiforme mais pour le nombre 10 426, cela leur a posé problème. En effet, ils n'ont pas fait le lien avec notre écriture décimale et donc la décomposition en base 10.

On peut remarquer les différentes étapes dans le calcul de $56 + 27$. En effet, dans la première étape, le groupe a regroupé les dizaines et les unités. En comptant les unités, ils ont pu faire apparaître une autre dizaine. Le nombre de dizaines était alors de 8. Ce qui correspond à une soixantaine et deux dizaines. On peut remarquer que ce groupe a compris la notion de base 60 et est capable d'effectuer des calculs.

On peut donc voir, pour cette activité, que l'activité à maxima pour les élèves correspond à ces quatre points :

- Comprendre le lien avec notre décomposition décimale.
- Décomposer les nombres demandés en base de 60.
- Utiliser les notations en cunéiforme
- Effectuer des calculs en cunéiforme.

Dans le cas de l'activité à minima, les élèves ont su décomposer en base de 60 et écrire en cunéiforme un nombre inférieur à 3600.

Au regard de cette analyse, on peut voir que les élèves ont dans l'ensemble compris comment décomposer en nombre en base de 60 et ainsi écrire ce nombre en cunéiforme. Les points de difficultés ont été de faire un lien avec notre écrire en base 10 et ainsi savoir écrire tout nombre en base de 60 et plus particulièrement les nombres supérieurs à 3 600.

Les solutions envisagées seraient les suivantes :

- ❖ Avoir travaillé l'écriture cunéiforme en amont de l'activité
- ❖ Mettre un exemple de décomposition en base 10 et en base 60 afin de montrer aux élèves le lien. Demander de réaliser des décompositions en base 10 afin d'ensuite changer de base pour une base 60.
- ❖ Mettre plus d'exemples pour écrire en cunéiformes les nombres supérieurs à 3 600.

On peut maintenant s'intéresser à la deuxième partie de l'activité. Les deux premières questions n'ont pas posé de problèmes aux élèves, puisqu'il s'agissait de l'utilisation de la calculatrice. J'ai donc pu voir dans la plupart des groupes, les réponses suivantes :

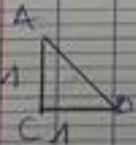
$$1 - 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} = 1,4141$$

$$2 - \sqrt{2} \approx 1,414214$$

des chiffres de la tablette correspondent à la $\sqrt{2}$.

Les questions suivantes n'ont pas posé de problèmes quant à leur résolution. En effet, l'ensemble des groupes ont pu me répondre sur la valeur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle isocèle de côté 1 cm.

④



D'après le théorème de Pythagore

$$AB^2 = AC^2 + CB^2$$

$$AB^2 = 1^2 + 1^2$$

$$AB^2 = 2$$

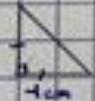
$$AB = \sqrt{2} \approx 1,414213$$

la diagonale mesure 1,4 environ. la racine de 2 égale environ 1,4

Dans ce groupe, le lien entre la valeur trouvée par le calcul et la valeur mesurée n'a pas posé de problèmes. En effet, ils en ont déduit facilement que l'on pouvait conclure à une valeur approchée de racine de deux au dixième. Ce ne fut pas le cas pour tous les groupes.

Certains groupes n'ont pas fait le lien avec la valeur mesurée et la racine de deux.

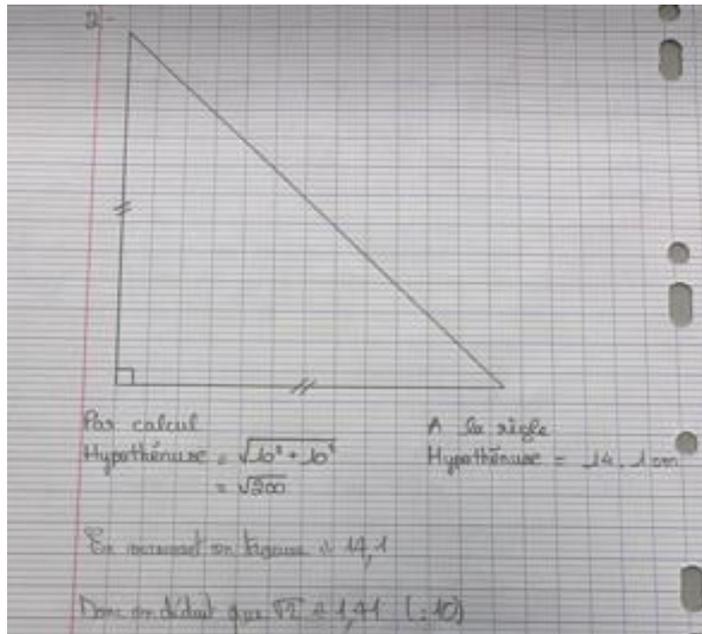
6.



a. $1^2 + 1^2 = \sqrt{2} \approx 1,41$
la longueur de l'hypoténuse est de $\sqrt{2}$ cm.

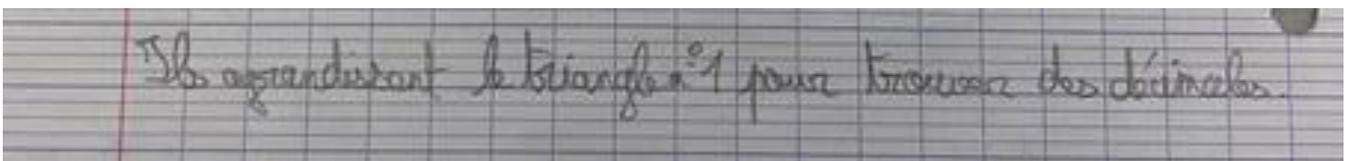
b. la diagonale mesure 1,4 cm.

c. On peut déduire que l'hypoténuse est égale à la racine carrée de 2.



Ce manque de lien peut s'expliquer par l'alternance entre deux géométries. En effet, les élèves doivent dans un premier temps mesurer la diagonale d'un triangle. Ils utilisent pour cela la géométrie I appelée aussi la géométrie instrumentée. En revanche, pour la question suivante, les élèves doivent cette fois calculer la longueur de la diagonale en utilisant le théorème de Pythagore. Il y a donc un apport de propriétés mathématiques afin de répondre à la question. Les élèves se placent alors en géométrie II, la géométrie abstraite. Cette transition rapide entre les deux géométries, peu explicitées en classe, instaure ainsi des confusions et des malentendus chez les élèves.

La suite des questions a été traitée par peu de groupes, et seul un groupe au compris la méthode générale des babyloniens pour trouver des décimales supplémentaires à racine de deux.



On remarque ainsi que ce groupe fait bien le lien entre la valeur exacte et la valeur mesurée sur le dessin. La difficulté supplémentaire était de comprendre que $\sqrt{200} = 10\sqrt{2}$, les racines carrées et donc leur « simplification » ayant déjà été travaillées juste avant, et ainsi il fallait diviser par dix la valeur trouvée en mesurant sur le dessin. Ce groupe a réussi mais ce ne fut pas le cas de la plupart des groupes.

Pour conclure sur la deuxième activité, l'activité à maxima des élèves correspond au points suivants :

- Comprendre ce qui est inscrit sur la tablette en babylonien
- Réaliser les calculs d'hypoténuse en utilisant le théorème de Pythagore
- Mesurer sur le dessin la valeur de la diagonale
- Faire le lien entre la valeur trouvée par le calcul et la valeur mesurée sur le dessin
- Comprendre la méthode générale pour trouver des décimales supplémentaires dans la valeur de racine de deux

En ce qui concerne l'activité à minima, les élèves ont su répondre aux questions sans réussir à faire un lien entre elles. En effet, les questions n'étant pas difficiles et mettant en jeu des notions déjà vues, les élèves n'ont pas rencontré de problèmes quant à leur résolution. En revanche, certains n'ont pas compris le lien entre elles, et le lien avec la racine de deux.

Les solutions envisagées sur cette deuxième activité seraient les suivantes :

- ❖ Demander de faire le lien entre la valeur inscrite en babylonien sur la tablette et racine de deux. C'était le but de la question 2, mais je pense que la formulation est à revoir.
- ❖ Reformuler les questions sur la mesure de la diagonale à la règle afin de demander aux élèves de faire le lien avec la valeur trouvée par le calcul. Essayer de les guider vers la notion de valeur approchée au dixième, puis au centième de racine de deux.
- ❖ Réduire l'activité 1 afin de laisser plus de temps aux élèves sur celle-ci, qui demeure plus intéressante.

iii. Questionnaire aux élèves : bilan sur l'activité

Après chaque travail de groupe, j'ai pris l'habitude de réaliser un diaporama bilan en utilisant les réalisations des élèves afin d'apporter des éléments de correction. Le but est de montrer les avantages et les inconvénients des méthodes de chaque groupe afin d'établir la méthode la plus adaptée. Cela permet de montrer qu'aucune méthode n'est fautive, mais qu'il en existe des plus rapides. J'ai donc décidé de faire de même avec ces activités.

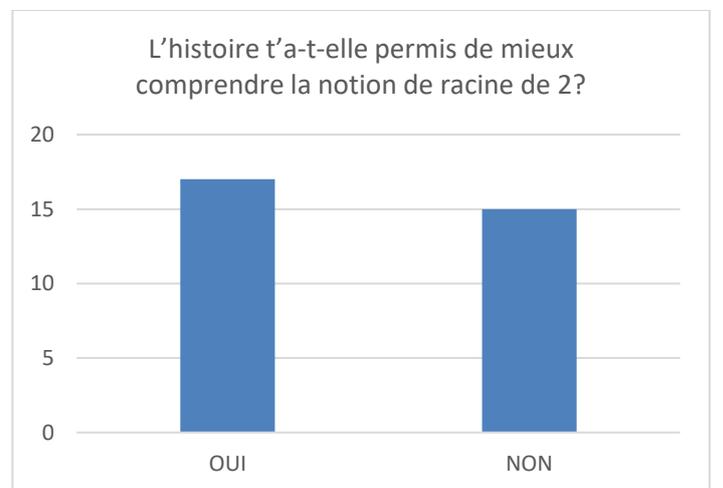
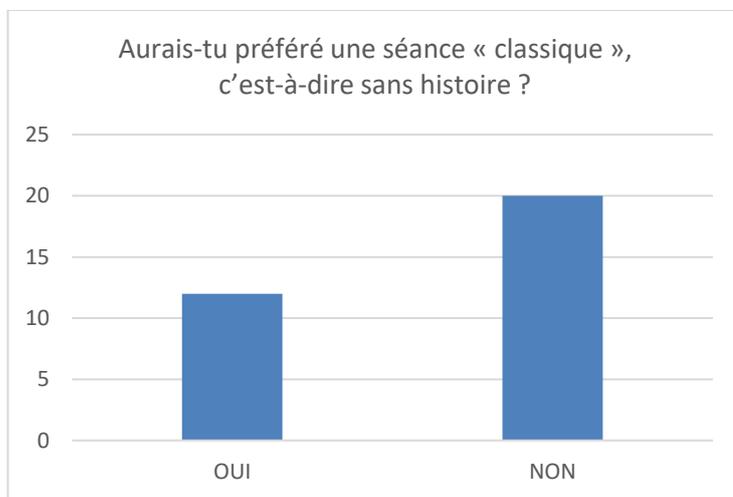
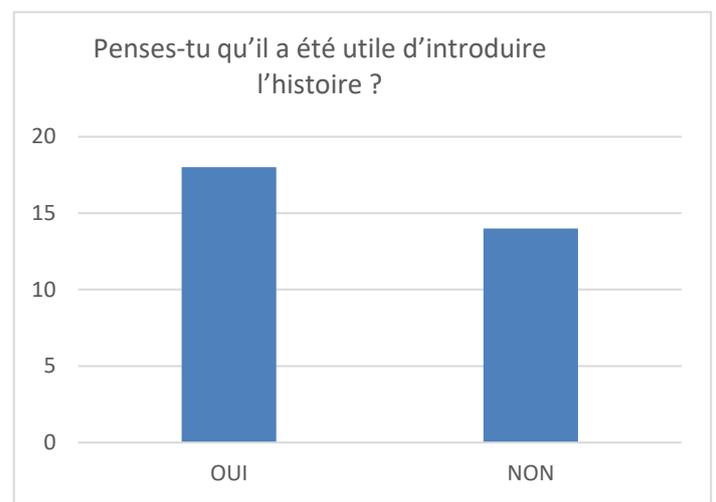
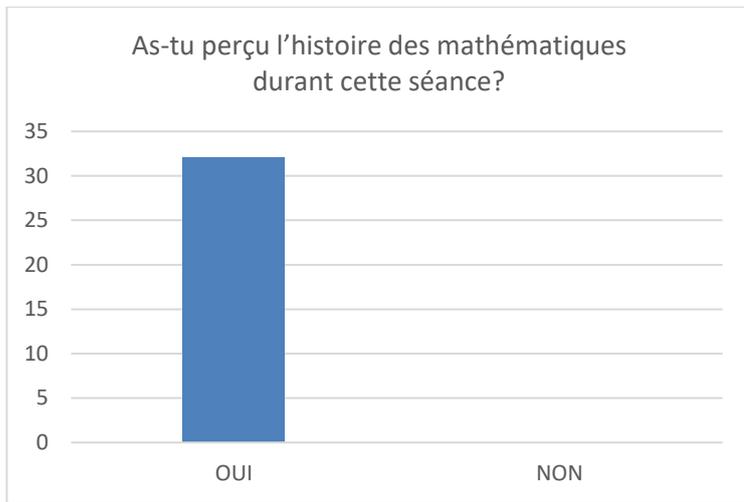
Lors de la séance suivante, j'ai réalisé un bilan avec les élèves sur l'activité. En effet, en utilisant certaines traces écrites des élèves, nous avons pu mettre en commun et faire une correction.

Par la suite, je leur ai demandé de me répondre, sur feuille et de manière anonyme, aux questions suivantes :

1. As-tu perçu l'histoire des mathématiques lors de cette séance ?
2. Penses-tu qu'il a été utile d'introduire l'histoire ? Si oui, pourquoi ?
3. Aurais-tu préféré une séance « classique », c'est-à-dire sans histoire ?
4. L'histoire t'a-t-elle permis de mieux comprendre la notion de racine de 2 ?

Le but de ce questionnaire était de vérifier si mon premier ressenti était correct ou non. En effet, j'avais senti les élèves peu investis dans ce travail de groupe, je voulais donc en connaître les raisons.

Les résultats ont été résumés sous la forme de graphiques que nous allons analyser. En raison de 3 absents lors de l'activité, j'ai pu récolter 32 réponses au questionnaire. Le questionnaire se réalisant de manière anonyme, j'ai demandé aux élèves d'être sincères dans leurs réponses.



On peut remarquer que l'ensemble de la classe a perçu l'histoire des mathématiques lors de cette activité. En effet, comme je l'ai dit précédemment, cela n'a pas plu à tout le monde. Pour certains, la notion d'histoire des mathématiques a été utile pour leur culture générale. À contrario, beaucoup m'ont répondu que ce n'est pas utile car jamais on se servira de ce que l'on a vu, notamment en devoir, et qu'il n'y a pas de lien entre les Mathématiques et l'Histoire.

Certains élèves de la classe auraient préféré une séance de mathématiques sans histoire car ils ont trouvé cela trop dur, trop long malgré un travail par groupe. Certains m'ont indiqué qu'ils auraient préféré que je leur raconte cette histoire ou que je distribue une fiche de cours.

En ce qui concerne la notion de racine de 2, beaucoup m'ont indiqué que cette séance sur l'histoire des mathématiques leur a permis de mémoriser le fait que racine de 2 est irrationnel et la

manière dont on peut en trouver une valeur approchée. Cette séance « à la manière de » restera dans leur mémoire. En revanche, les autres élèves m'ont indiqué que cette activité les a embrouillés car ils n'ont pas vu le lien avec le chapitre sur les ensembles de nombres.

Pour conclure sur mon expérimentation, beaucoup de petits détails sont à changer dans mon activité. Notamment les écritures cunéiformes qui demandent beaucoup de temps de compréhension aux élèves. Une première activité sur cette écriture aurait mérité d'être faite, afin que les élèves soient plus à l'aise avec celle-ci. Cela aurait pu permettre à certains de comprendre le lien avec le chapitre sur les ensembles de nombres si cette activité avaient été travaillée sur plusieurs séances. Une autre possibilité aurait été de faire cette activité sur deux séances. Faire l'activité 1 en première partie d'une séance, puis l'activité 2 lors d'une prochaine séance. Certains élèves auraient peut-être trouvé cela moins long.

Une activité sur un chapitre permettant d'utiliser les différentes notions de leur cours aurait été plus accrocheur. Certains ne comprenaient pas l'intérêt de cette activité, si cela ne servirait pas pour le devoir. Ainsi une activité « à la manière de » mettant en jeu les notions abordées dans un chapitre auraient permis à ces élèves de considérer cela comme un entraînement.

Je pense tout de même que cette activité leur a été bénéfique. Ce fut la découverte d'une nouvelle forme d'activité, permettant de travailler l'histoire et les mathématiques. Je continuerai à insérer des éléments historique tout au long de l'année, en essayant de créer une autre séance « à la manière de ».

e. Expérimentation Pauline Tison

J'ai décidé d'expérimenter sur ma classe de sixième que ce soit pour l'activité juxtaposant les mathématiques et l'histoire ou pour la seconde activité « à la manière de ». Comme définie dans nos modalités de travail, la première activité s'est déroulée sur le thème des nombres et plus précisément sur le chapitre des nombres décimaux, le premier chapitre vu au cours de l'année. Cette activité m'a permis à la fois d'évaluer quels étaient les acquis qui restaient chez les élèves et en même temps de (ré)introduire mon chapitre. Cela permettait également de redémarrer en douceur, d'amener la notion petit à petit et non pas de leur donner les résultats importants de but en blanc. L'activité, que l'on peut retrouver en annexe, aborde différents aspects des nombres décimaux.

Il est tout d'abord question du découpage en dixièmes et en centièmes. Les élèves découvrent quels problèmes se posaient à la base et donc impliquaient la nécessité des tels nombres. Par la suite, la notation fractionnaire est abordée ainsi que la décomposition sous la forme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1. J'ai donc pu balayer des points assez divers pour me faire une idée de ce qui pourrait poser problème.

Je n'ai pas distribué de support aux élèves, je me suis contentée de projeter le document au tableau. Cela permettait de gérer ce temps en classe entière et de faire participer plus ou moins chacun des élèves. Chaque élève pouvait alors apporter ces souvenirs. Il y avait quelques étapes où il leur était demandé de colorier ou bien de compléter des égalités et dans ce cas, je leur ai demandé soit de le faire au brouillon rapidement avant une mise en commun ou bien, je l'ai traité directement avec eux à l'oral. Il était de toute façon envisagé de reprendre certaines parties de ce document pour constituer des points de cours ou bien pour remobiliser certains points. En effet, ce fût le cas notamment lorsque nous avons travaillé plus en détails l'écriture fractionnaire. Cette activité a servi de pilier, de point d'attache pour la suite.

Les notions mathématiques abordées ne demandaient pas de gros efforts de la part des élèves et si cela s'avérait plus compliqué, le nombre de répétitions et le côté illustré ont permis aux élèves les plus en difficultés de ne pas trop percevoir d'obstacles. Ici, l'histoire a amené un contexte propice à l'apprentissage. L'intérêt des élèves a été très vif, ils sont de suite rentrés dans « le jeu ». La compréhension a été très facile, aucun élève n'est resté de côté à ne pas comprendre ou ne pas vouloir participer à l'oral.

Une fois cette activité passée, les élèves m'ont sollicité pour que je réintègre de l'Histoire à d'autres reprises. Je leur ai dit qu'à différents moments au cours de l'année, il serait de nouveau question d'Histoire et ils étaient plus que ravis. Je pense donc qu'ils en sont plutôt satisfaits, d'autant plus que c'était nouveau pour eux de travailler de cette façon. Cela s'annonçait donc bien pour la seconde activité comportant une part plus importante d'Histoire.

Ma seconde activité, que vous pourrez retrouver en annexe, s'inscrivait dans le second chapitre de l'année : l'introduction à la géométrie. Ce chapitre est avant tout consacré à la révision et/ou l'apprentissage du vocabulaire courant en géométrie ainsi qu'à la manipulation des instruments de géométrie tels que la règle et le compas. Cette activité s'est faite à la fin du chapitre, car les élèves avaient besoin de connaître tout le vocabulaire et de maîtriser les principaux tracés. L'activité était donc conçue comme une sorte de bilan, un travail demandant plus de réflexion pour conclure le chapitre et

réinvestir ce qui avait été vu. Ce réinvestissement allait aussi me permettre de vérifier que les principales connaissances vues au cours du chapitre étaient acquises pour, si besoin, faire de la remédiation par la suite.

L'activité était basée sur l'œuvre *Les éléments d'Euclide* du célèbre mathématicien éponyme. Cet ouvrage donnait toute la dimension historique à l'activité. En effet, les élèves devaient dans une première partie comprendre le vocabulaire employé à l'époque pour ensuite en déduire ce dont il était question. Il y avait donc là un travail de compréhension pouvant parfois s'apparenter à de la traduction. La seconde partie était consacrée à l'application d'un programme de construction tel que l'avait donné Euclide à l'époque. Je voulais que les élèves fassent avec les méthodes employées à l'époque pour répondre à un problème qu'ils pouvaient se poser maintenant.

J'ai décidé de faire fonctionner les élèves par petits groupes de quatre. J'avais déjà testé cette façon de travailler une fois auparavant pour ne pas risquer de faire des combinaisons d'élèves qui n'aboutiraient pas à un minimum de travail. Les groupes étaient donc constitués de façon à mélanger les niveaux tout en permettant l'avancée de ce dernier. L'activité n'était pas évaluée avec une note puisque dans l'établissement où j'enseigne, les notes ne sont pas utilisées pour les classes de sixièmes. Nous fonctionnons avec un système de compétences directement issues du socle. Les élèves savent donc qu'à tout instant, je peux décider d'évaluer telle ou telle compétence sans pour autant le mentionner. Dans notre cas, j'avais décidé d'évaluer les compétences portant sur le travail de groupe, le respect des consignes et la communication qui pourra se faire au sein de chaque groupe et au travers des productions qu'ils me rendront. J'avais en effet averti les élèves que je ramasserais une feuille sur les quatre par groupe pour mettre en commun ce qui serait fait et m'en inspirer pour la correction. La correction interviendra lors d'une autre séance, il n'y aura donc pas de mise en commun ou même de trace écrite plus formelle lors de cette séance.

1. Analyse des tâches proposées

Afin d'analyser les différentes tâches données aux élèves et comme nous l'avons mentionné dans nos modalités de travail, je vais utiliser les critères d'adaptation d'Aline Robert. Le tout sera présenté dans le tableau ci-dessous :

A1 : Reconnaissance de propriété	Reconnaissance au travers des définitions du vocabulaire géométrique : point, largeur, longueur, droite, segment, angle, angle droit,
----------------------------------	---

	perpendiculaire, circonférence, cercle, centre du cercle, diamètre, parallèles Utilisation de la règle, de l'équerre et du compas
A2 : Introduction d'intermédiaires	
A3 : Différents cadres	Cadre géométrique : application du protocole de construction
A4 : Introduction d'étapes	Protocole de construction : Étape1 : Tracer la droite (AB) coupant le cercle donné et placer D le milieu de [AB] Étape 2 : Tracer une droite (DC) perpendiculaire à (AB) coupant le cercle en E Étape 3 : Placer F le milieu de [CE] qui constitue le centre du cercle de départ
A5 : Utilisation des questions précédentes	Les définitions de la première partie sont pour certaines liées, elles pourraient ne former qu'une phrase. Les élèves doivent donc se servir de ce qu'ils ont trouvé pour avancer dans leur « traduction »
A6 : Existence d'un choix	Lors de l'application du protocole de construction les élèves ont libre choix de positionner la droite (AB) ce qui mènera à un même résultat mais de façon différente.
A7 : Manque de connaissance nouvelle	

2. Conditions de travail des élèves

L'activité se déroule sur une séance qui dure à la base une heure et demie mais qui, avec les restrictions sanitaires actuelles, est diminuée d'un quart d'heure. Le temps restant comprend l'installation en classe, l'activité rapide et sa correction ainsi que l'activité historique en elle-même. L'activité rapide sert avant tout à mettre les élèves dans de bonnes conditions de travail, à installer un certain calme et les préparer à la suite. C'est devenu un rituel auquel les élèves se sont attachés. Une fois l'activité rapide corrigée, j'ai demandé aux élèves de se répartir suivant le plan de classe affiché au tableau. S'en est suivi l'explication des consignes et la distribution des photocopiés.

La salle n'est pas disposée en îlots de façon permanente, les élèves ont donc regroupé les tables par quatre pour en constituer de provisoires. J'avais prévu de laisser aux élèves une durée de 35 à 40 minutes pour réaliser l'activité avec un temps plus important pour la première partie concernant les définitions. Je savais en faisant l'activité que la langue française, qui constitue déjà un obstacle de façon générale pour bon nombre de mes élèves, et que le vocabulaire employé par Euclide allaient leur poser soucis et que donc plus de temps serait nécessaire. En revanche, le suivi du programme de construction bien qu'employant certains termes qu'ils ne connaissaient pas ne poserait pas plus de soucis que cela puisqu'il était accompagné d'une figure explicative. C'est pour cela que j'avais prévu qu'ils passent les trois cinquièmes du temps sur la partie 1 et le reste sur la partie 2.

Cette séance serait la première vraie séance de travail en groupe. La précédente s'était réalisée sur une fin de séance et portait avant tout sur un petit jeu. Cette fois-ci, j'ai donc dû expliciter clairement mes attendus et surtout donner quelques consignes sur le déroulement de la séance :

- J'ai précisé aux élèves qu'ils allaient devoir respecter un certain calme pendant toute la durée de l'activité et que donc ils allaient devoir chuchoter pour que tout le monde puisse se concentrer. Des élèves s'étaient déjà plein d'un bruit excessif les gênant dans leur travail.
- Ce qu'ils diraient allait devoir être clair pour que je puisse exploiter au maximum l'enregistrement de la séance.
- Une copie serait ramassée par groupe pour que je puisse vérifier que tout soit bien compris et tirer profit de leurs erreurs éventuelles pour construire la correction.
- Ils ne devaient pas lever la main à chaque question mais plutôt se concerter entre eux et s'entraider en cas de difficultés ou de doutes. Je n'interviendrais qu'en cas de blocage les empêchant de poursuivre le reste de l'activité.

3. Méthodologie de recueil

J'avais prévenu les élèves que pendant cette séance, ils seraient enregistrés. Les parents en étaient aussi informés par le biais d'une autorisation que j'avais faite passer, après accord du principal, dès le début d'année leur précisant le but de ces enregistrements. Les élèves n'ont donc pas été surpris. Pour réaliser l'enregistrement de la séance j'avais prévu d'utiliser les dictaphones pouvant être prêtés par l'INSPE (Institut National Supérieur du Professorat et de l'Éducation) mais le confinement ne m'a pas permis de les emprunter. J'ai donc utilisé les baladodiffuseurs dont disposait l'établissement qui ont parfaitement fait l'affaire. Ces petits appareils sont semblables à des baladeurs de type MP4 et facile à manipuler même par des élèves. Je n'ai pas utilisé la fonction vidéo mais me suis concentrée sur la fonction enregistrement vocal. J'ai disposé un appareil dans chacun des groupes, j'ai donc recueilli quatre enregistrements différents. Après écoute de ces enregistrements j'ai sélectionné celui du groupe qui me paraissait retranscrire les difficultés rencontrées par plusieurs groupes et reflétant le mieux ce que j'attendais de l'activité. Une retranscription de cet enregistrement se trouve en annexe, vous y retrouverez les dialogues au sein du groupe et mes quelques interventions. Cet enregistrement va constituer la base de mon analyse *a posteriori*.

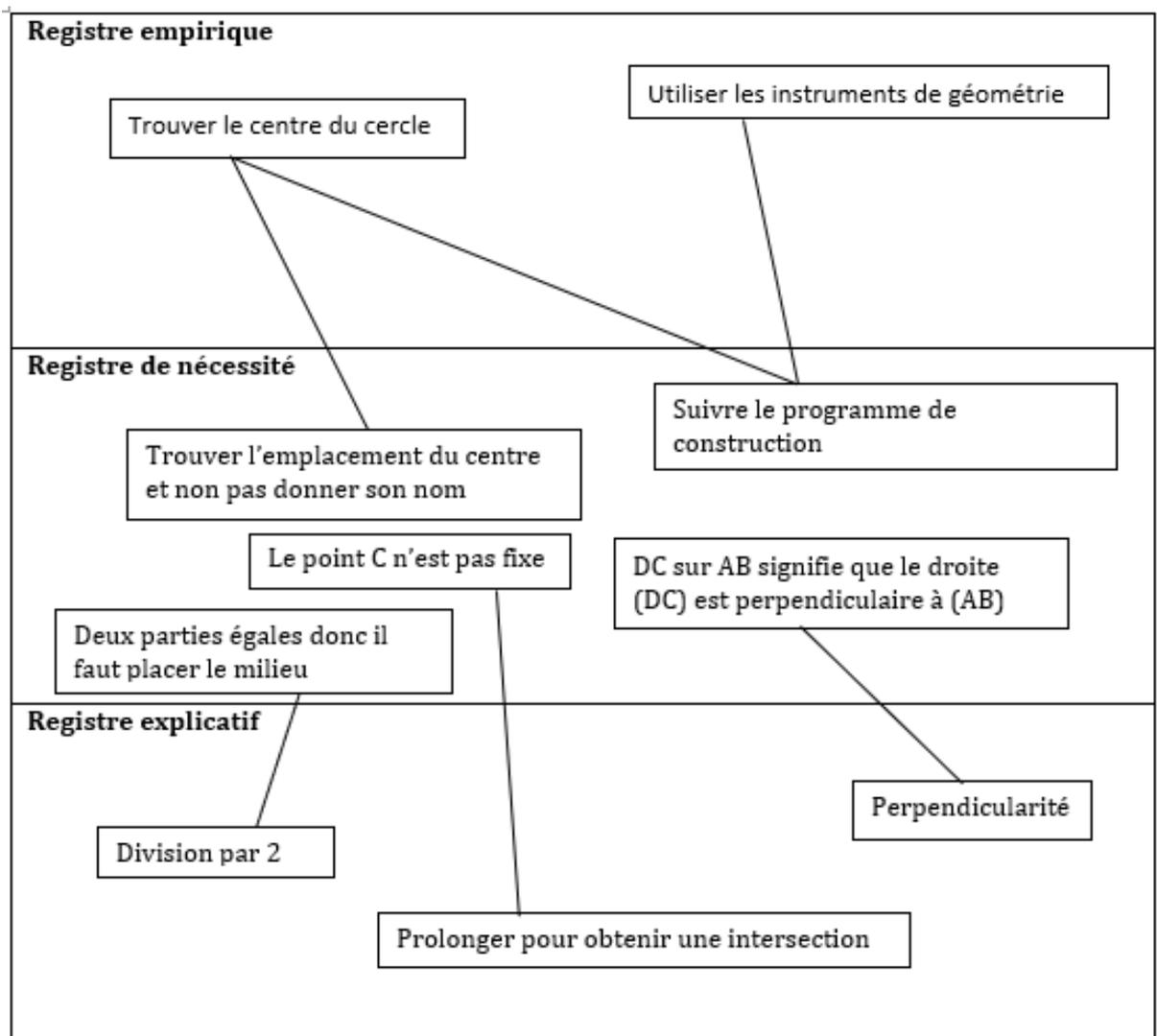
4. Analyse a posteriori

Lorsque j'ai conçu cette séance et en accord avec mon ressenti sur la première activité historique, je m'attendais à ce que les élèves soient de suite intéressés par l'activité. J'ai constaté que pour la plupart d'entre eux, faire « à la manière de » les a vraiment motivés et portés à s'investir dans le travail de groupe. Certains élèves ont cependant eu quelques difficultés à rentrer dans l'activité, mais cela concernait surtout des élèves en difficultés de façon générale. Dans cette analyse *a posteriori* nous allons nous intéresser plus en détails à ce qu'on fait les élèves, au travail qu'ils ont rendu et à ce qui leur a posé problème. Nous aborderons aussi les éléments qui auraient pu être améliorés pour susciter un intérêt chez tous les élèves.

i. Schéma des différents registres

Pour mieux comprendre ce qui a posé soucis aux élèves nous allons définir l'espace de contrainte en identifiant trois différents registres : le registre empirique, le registre de nécessité et le registre explicatif.

La première partie de l'activité est celle qui a demandé le plus de temps aux élèves. En effet, il a été parfois compliqué pour eux de mettre en relation le vocabulaire utilisé par Euclide et celui qu'ils utilisent aujourd'hui. En effet, à la difficulté mathématique en elle-même s'ajoutait celle de la barrière de langue bien qu'il soit question de leur langue maternelle. Pour beaucoup d'élèves, même ceux avec un bon niveau, le français constitue un obstacle dans la compréhension des énoncés, des consignes en général. Il leur a alors fallu plus de temps pour bien comprendre ce dont on parlait dans telle ou telle définition. Les élèves étaient souvent en désaccord et ils ont donc dû débattre pour tous répondre de la même façon. Comme je ramassais une seule production par groupe, chacune des réponses devait être unanime. Cela a permis à chaque élève de travailler la communication avec ses pairs. La lecture a aussi posé soucis pour plusieurs élèves. Ces derniers lisaient les définitions sans même comprendre ce qu'ils étaient en train de lire, comme si la phrase n'était qu'une succession de mots sans sens particulier. La seconde partie de l'activité demandait certes moins de temps, mais n'était pas plus facile pour autant. Ils devaient suivre un protocole de construction pour répondre à un problème simple en apparence : retrouver le centre d'un cercle donné. Ce qui a ici demandé de la réflexion est la compréhension du protocole de construction. Pour certains élèves, même comprendre qu'il fallait suivre ce programme de construction n'était pas évident.

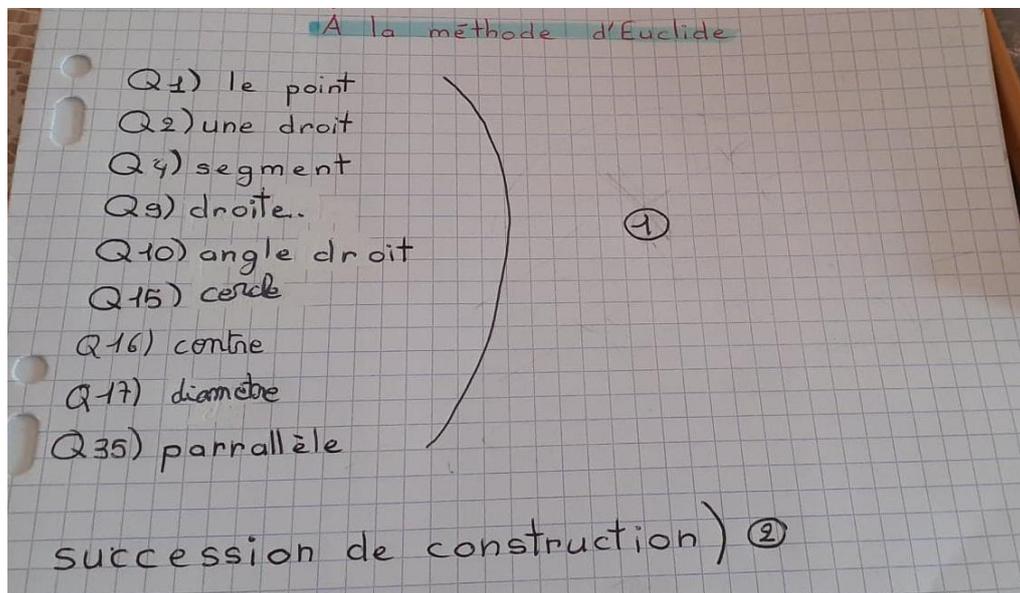


J'ai parfois dû passer dans certains groupes qui ne comprenaient pas ce qu'il fallait faire avec ce programme de construction. Je les ai alors invités à relire avec moi la consigne pour cette deuxième partie d'activité. Ils se sont alors rapidement rendu compte qu'il fallait effectivement suivre ce programme de construction pour répondre au problème qui était énoncé. La compréhension de la consigne avait posé soucis à cause de la langue française, mais j'ai également pris conscience que certains ne semblaient pas savoir quel était le but d'un programme de construction. Ils comprenaient bien qu'il y avait une suite d'instructions correspondant à la figure qui accompagnait ce texte, mais certains ne comprenaient pas que c'était les différentes étapes à suivre pour reproduire la figure ou bien, dans le cas présent, répondre au problème.

ii. Analyse de l'activité à maxima et à minima

Après s'être intéressés à l'espace de contrainte, nous allons maintenant nous pencher sur l'activité à maxima et à minima des élèves. Pour cela, nous allons nous appuyer sur le travail effectif réalisé dans les différents groupes et dont ont rendu compte les productions ramassées.

En regardant de plus près leurs travaux, on peut facilement se rendre compte que la première partie de l'activité était plutôt accessible à l'ensemble des élèves. Même si certains n'ont pas de suite trouvé de quelle notion, il était question dans la définition, tous ont fini par se mettre d'accord sur une proposition comme le montre la production suivante :



L'activité à maxima de cette première partie d'activité résidait en es points suivants :

- Comprendre qu'il s'agissait de définition faisant appel à du vocabulaire déjà connu
- Comprendre que certaines définitions étaient liées entre elles et donc comprendre qu'il fallait parfois prendre en compte les précédentes pour travailler sur une définition donnée

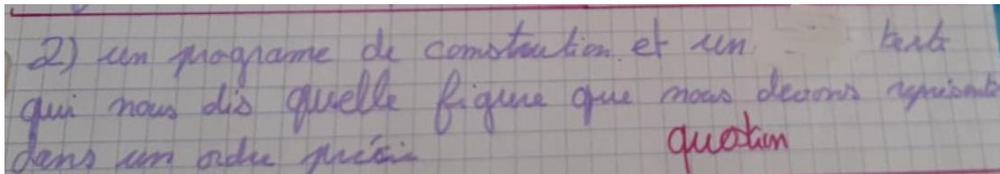
Certains groupes ont moins avancé que d'autre sur cette partie de l'activité. En effet, quelques définitions n'ont pas été « traduites » et notamment celles qui étaient plus longues et utilisaient du vocabulaire plus éloigné de celui qu'on utilise aujourd'hui. Finalement l'activité à minima était de trouver de quelle notion, de quel objet il était question dans les définitions les plus simples : à savoir les définitions 1, 2, 4, 9 et 16.

En ce qui concerne la deuxième partie de l'activité constituée du programme de construction, tous les élèves ne sont pas arrivés à répondre au problème. Il y a eu plus de disparités dans les travaux sur cette partie que pour la partie précédente. Certains groupes n'ont pas réussi à suivre le programme de construction dans son intégralité. D'autres groupes ont été bloqués par la figure illustrant le programme de construction et qu'ils ont à tout prix cherché à reproduire sans comprendre quel en était le but.

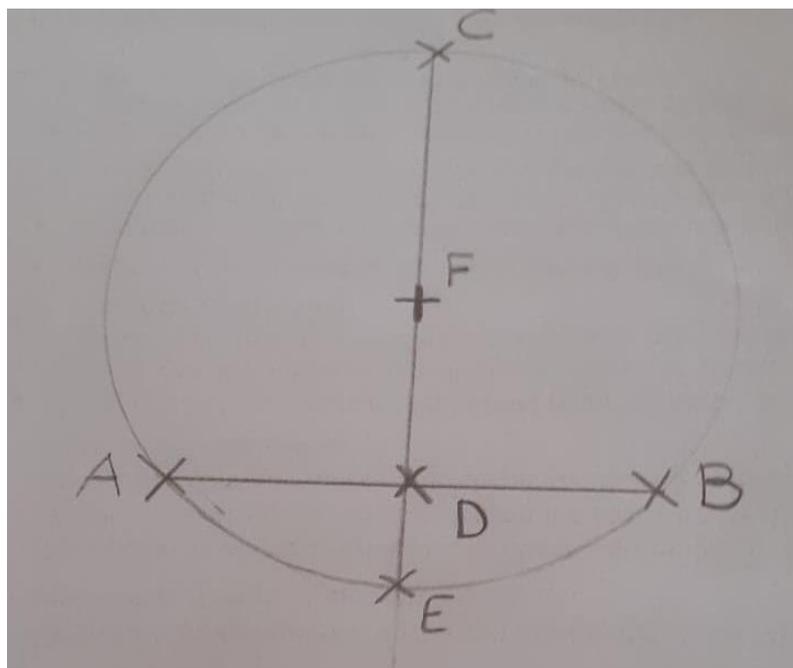
L'activité à maxima sur cette seconde partie reposait sur les points suivants :

- Comprendre ce qu'est un programme de construction
- Comprendre quel était le problème à résoudre
- Comprendre qu'il fallait suivre le programme de construction
- Suivre correctement le programme de construction sans chercher à reproduire la figure servant d'illustration

Certains élèves ont réussi à expliciter clairement le but d'un programme de construction et donc à suivre celui qui était proposé :

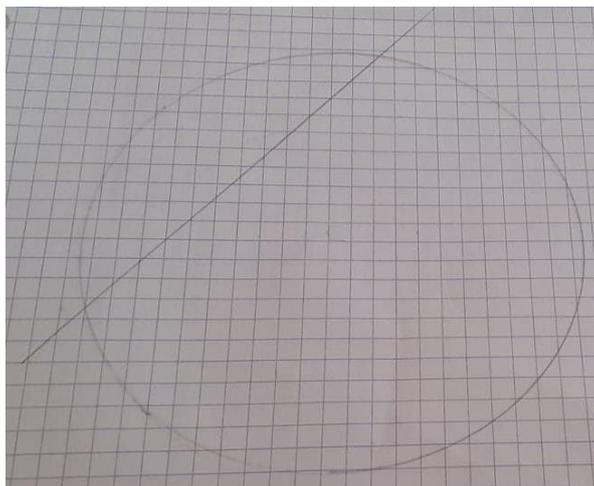


2) un programme de construction et un ^{texte} ^{question}
qui nous dit quelle figure que nous devons représenter
dans un cadre précis



Un groupe en particulier n'a pas suivi le programme de construction dans son entièreté (voir la photo ci-dessous). Malgré leurs difficultés, ils ont produit un travail correspondant aux attendus de l'activité à minima fixés au préalable :

- Comprendre qu'il faut suivre le programme de construction
- Suivre le programme de construction de façon partielle ou complète mais incorrecte



On peut voir dans cette production d'élèves que bien que le temps imparti pour suivre le protocole ait été suffisant, la réalisation de ce dernier reste partielle. Les points qu'il était demandé de placer dès le départ ne sont même pas renseignés sur la figure et il n'y a donc pas eu de réponses au problème posé à savoir retrouver le centre d'un cercle donné.

Après avoir réalisé cette activité en classe et avoir analysé les travaux produits par les élèves, plusieurs pistes d'améliorations et de modifications sont envisageables :

- Il serait préférable d'explicitier plus clairement les attendus sur ce travail de groupe, sur ce qui doit être produit et ramassé à la fin de l'activité. Après avoir réalisé ce travail de groupe et en avoir discuté avec les élèves, j'ai mis en place une fiche qu'ils utilisent pour chaque travail de groupe. Cette fiche recense mes attendus et contient une petite grille d'auto-évaluation sur diverses compétences telles que la communication avec les pairs ou encore le respect des consignes sur l'attitude (calme, vocabulaire adapté...). Cette grille les aide à se positionner, mais aussi à connaître les points sur lesquels ils sont observés.

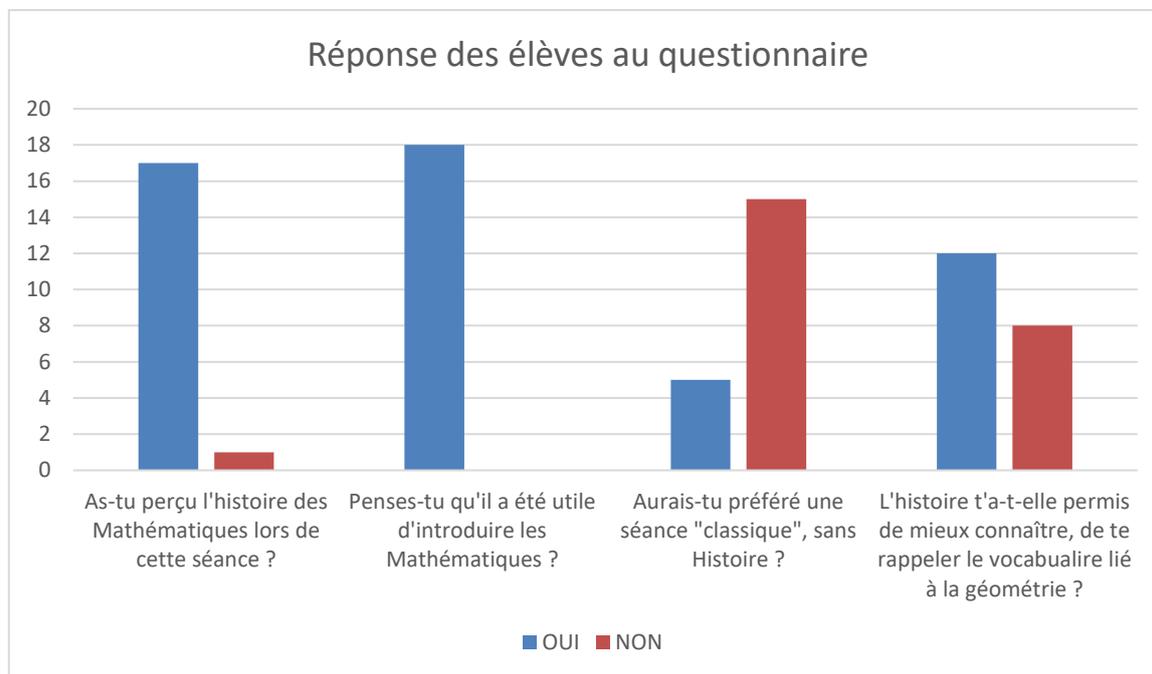
- Pour la partie portant sur les définitions, il aurait été intéressant de faire de la différenciation en proposant deux niveaux : un premier niveau en laissant cette partie telle que je l'ai proposée et un autre niveau plus accessible aux élèves en difficultés. Ce niveau consisterait à associer à chaque définition donnée, une étiquette avec la notion dont il est question. De cette façon, les élèves disposeraient déjà de toutes les notions qu'ils devaient à la base retrouver par eux-mêmes.
- Pour la deuxième partie de l'activité, il aurait été judicieux de déjà proposer le cercle sur le photocopié et non pas de venir moi-même le tracer sur leur feuille une fois qu'ils étaient arrivés à cette étape. Ainsi, l'endroit où j'aurai piqué avec mon compas n'aurait pas été visible même si peu d'élèves s'en sont servi et tous les groupes auraient eu le même cercle. De plus, la figure illustrant le protocole de construction a plus été un frein pour certains élèves qu'un moyen de se positionner sur ce qu'ils étaient en train de faire. C'est pourquoi il aurait été préférable de donner plus d'explications concernant cette figure, en précisant par exemple que ce n'était pas la figure qu'il fallait reproduire, qu'elle donnait juste une des diverses façons de suivre le protocole de construction.

iii. Questionnaire aux élèves : bilan sur l'activité

Suite à cette activité et comme nous l'avions convenu avec Juliette, j'ai fait passer un questionnaire identique au sien afin de jauger le ressenti des élèves sur cette nouvelle forme d'activité. En effet, aucun d'entre eux n'avait auparavant fait des activités mêlant Mathématiques et Histoire. Pour rappel, le questionnaire était le suivant :

1. As-tu perçu l'histoire des mathématiques lors de cette séance ?
2. Penses-tu qu'il a été utile d'introduire les Mathématiques ? Si oui, pourquoi ?
3. Aurais-tu préféré une séance « classique », c'est-à-dire sans histoire ?
4. L'histoire t'a-t-elle permis de mieux connaître, de te rappeler le vocabulaire lié à la géométrie ?

J'ai précisé aux élèves que chacun allait répondre de façon anonyme et qu'ils ne devaient en aucun cas « se priver » de donner leur avis sous prétexte que cela serait retenu contre eux. J'ai obtenu les résultats suivants :



Les résultats sont plutôt unanimes quant à la perception de l'Histoire lors de cette activité. Tous les élèves ont senti qu'il s'agissait d'une des activités contenant de l'Histoire comme l'avait été la première. La totalité de la classe m'a répondu qu'il avait été utile d'introduire les Mathématiques et la grande majorité d'entre eux ont justifié leur propos avec des arguments classiques : sans les Mathématiques, nous ne pourrions pas compter par exemple des animaux dans des élevages, ou encore nous ne pourrions pas payer lorsque nous faisons des courses... Les arguments avaient tous attirés à des problèmes de la vie quotidienne. Les réponses à la troisième question sont plus mitigées. En effet, certains élèves auraient préféré une séance de Mathématiques « classique ». Cela peut s'expliquer par différentes raisons. Tout d'abord, le travail et l'entente au sein des groupes n'a pas toujours été au rendez-vous et c'est pour cela que certains élèves auraient préféré une séance plus classique. Pour d'autres, les difficultés qu'ils ont en Mathématiques de façon générale ne leur ont pas permis d'apprécier pleinement cette séance qui sort de l'ordinaire et les pousse un peu plus à travailler et réfléchir par eux-mêmes.

A contrario, les élèves qui sont très à l'aise ou ceux pour qui le travail de groupe est bénéfiques sont sortis plus que satisfaits de cette séance de travail et 'mont demandé quand nous allions de nouveau

mettre de l'Histoire dans le cours de Mathématiques. Enfin, en ce qui concerne la dernière question, les élèves sont là aussi plus partagés. Cette dimension historique et le fonctionnement du cours un peu plus ludique a permis à des élèves de revoir le vocabulaire travaillé auparavant et de le remettre en pratique. L'activité leur a permis de mieux se rappeler du vocabulaire.

Pour d'autres, l'activité n'a pas spécifiquement joué sur leur mémoire et donc ils n'ont pas jugé que cette activité les avait aidés sur ce point, le vocabulaire étant déjà su pour eux. Une petite partie de la classe a trouvé que l'activité avait eu l'effet inverse, qu'elle les avait plus déstabilisés et embrouillés qu'autre chose.

Pour conclure quant à mon expérimentation sur cette activité, je peux dire que les élèves ont tous perçu l'histoire des Mathématiques. Il a effectivement été compliqué pour certains élèves ayant déjà des difficultés en cours de Mathématiques de profiter pleinement de ce format plus ludique. J'ai, de façon générale, ressenti que les élèves étaient plus motivés qu'à l'accoutumée et plus volontaires aussi. Ce format fonctionne bien avec des élèves de cet âge qui ont encore cette affinité pour les jeux et les travaux de groupe. Certains m'ont dit ne pas avoir eu l'impression de réellement être en cours de Mathématiques, mais plutôt de s'être amusés à faire des Mathématiques.

Il y a bien évidemment des points à modifier dans cette activité comme je l'ai dit précédemment, mais j'estime que dans le fond l'activité a globalement été une réussite. La grande majorité des élèves a participé, ils sont tous ressortis en ayant le vocabulaire en tête. Cela a été l'occasion pour certains de revoir des termes qu'ils avaient oubliés, de préciser le vocabulaire que nous avons vu. Je pense que c'est un format d'activité que je mettrais de nouveau en place à l'avenir avec d'autres notions qui peut-être s'y prêteront plus. Le but qui était d'avant tout motiver et intéresser les élèves est atteint même si bien entendu tous les élèves n'ont pas ressenti le même enthousiasme.

Conclusion de Juliette Rotger

La problématique de notre mémoire est la suivante : Y a-t-il un réel effet de l'introduction de l'histoire des Mathématiques sur l'intérêt que portent les élèves à l'activité ? Avant de réaliser mon expérimentation et avec l'apport théorique que nous avons réalisé, ma réponse était claire : oui ! Cela a un impact positif sur la motivation des élèves. Cependant, en regardant et analysant mon expérimentation, ma réponse est actuellement plus nuancée. L'introduction de l'histoire des mathématiques, par petite touche, fonctionne très bien chez les lycéens. En revanche, les activités « à la manière de » ne permettent pas d'enrôler l'ensemble de la classe. Certains n'y ont pas vu de rapport direct avec le cours, et ont de suite fait preuve de découragement. L'activité que j'ai proposée, ne permettait pas aux élèves de mettre en application des éléments du cours mais simplement de découvrir une nouvelle notion : le nombre $\sqrt{2}$.

J'ai alors souhaité vérifier les constats faits sur les deux activités proposées en réalisant une troisième expérimentation. Les élèves ont pu travailler sur les probabilités avec le chevalier de Méré. L'histoire des mathématiques était présente en début d'activité avec la lecture des lettres de Pascal et de Fermat. La lecture de ces lettres permettait d'identifier le problème posé. Une fois ce problème établi, les élèves utilisaient les connaissances établies pendant le chapitre des probabilités afin de donner une réponse. L'histoire des mathématiques a permis, sur cette activité, de créer un contexte. Ce n'était pas une activité « à la manière de ». J'ai pu voir, qu'à contrario des activités « à la manière de », mes élèves ont de suite été motivés par la lecture des lettres et le fait de donner une réponse aux deux mathématiciens.

Pour conclure, l'introduction d'histoire de mathématiques afin de mettre du contexte à une activité ou de raconter une histoire, permet un fort impact sur la motivation et l'intérêt des élèves. En ce qui concerne les activités « à la manière de », il serait intéressant d'impliquer davantage les élèves afin de créer du lien. En effet, ces activités permettent de mettre en évidence une civilisation ou un peuple historique. Un moyen de donner du sens aux activités « à la manière de » serait de demander aux élèves de réaliser de courts exposés sur des civilisations ou des peuples ayant apporté au monde des mathématiques. Une fois ces exposés réalisés, une activité « à la manière de » des différents peuples pourrait alors être réalisée. Ainsi, une progression sur l'année, regroupant des exposés réalisés par les élèves, des activités historiques, ou encore des activités « à la manière de » doit être réfléchi et

incorporée dans la progression annuelle afin de créer du lien et donner un sens à la mise en place de telles activités.

Conclusion de Pauline Tison

Au terme de notre première année de recherches en vue de construire ce mémoire, et donc sans avoir expérimenté avec une classe, mon point de vue était plus que tranché concernant notre problématique. En effet, je pensais que l'Histoire en cours de Mathématiques avait un intérêt indéniable : motiver et impliquer au maximum les élèves dans la tâche qu'ils ont à faire, bien plus que si la tâche était abordée de façon classique. Nos travaux théoriques évoquaient certes de réelles réticences et difficultés dans la mise en place de telles séances mais je considérais que si la séance était bien préparée et amenée auprès des élèves, il était possible de palier ces problèmes. Nos recherches ont pu nous donner des pistes de mises en place et une caractérisation claire des dispositifs existants. Cela m'a permis de pouvoir tester deux types de séances : une séance incorporant des éléments historiques par touche et une séance plus poussée « à la manière de ». La première des deux séances m'a servi de test et j'ai pu jauger l'intérêt que portaient les élèves à ce genre de séances.

Les deux séances se sont globalement très bien passées. En effet, les élèves se sont montrés très réactifs, beaucoup plus que ce à quoi je m'attendais. La première séance m'a vraiment permis de les préparer au travail qui interviendrait plus tard dans l'année. Je leur ai bien entendu expliqué dès le départ quel était le but premier de ce dispositif : mettre en place des séances historiques tout au long de l'année. Même les élèves plus en difficultés se sont montrés investis, surtout dans les séances où l'Histoire n'intervenait que par touches. Il a été plus compliqué pour eux de vraiment se lancer dans l'activité « à la manière de ». Cette difficulté voire cette réticence de la part de certains s'expliquait la plupart du temps par des difficultés avec les notions abordées plus qu'avec le type d'activité en lui-même.

La classe s'est même montrée très demandeuse par la suite. Les élèves ont apprécié la nouveauté à laquelle ils étaient confrontés et ont souhaité faire d'autres activités intégrant l'Histoire. J'ai donc réitéré l'expérience à plusieurs reprises et les élèves ont joué le jeu. Cela m'a permis, au-delà de travailler en vue de construire notre mémoire, de pouvoir construire ma pratique en tant qu'enseignante sur le long terme. Je compte en effet poursuivre la mise en place d'activités à dimension historique avec des classes d'autres niveaux. Cela m'a poussé à travailler mes séances sous un angle différent mais aussi à me renseigner sur l'origine de certains outils ou sur le travail de mathématiciens. L'intérêt qu'ont ces séances va bien au-delà de la découverte d'éléments historiques, il y a un réel apport de sens à ce qui est vu en classe. Bien souvent les élèves ne perçoivent pas les raisons pour lesquelles

les outils ont été inventés ou dans quelle optique ces derniers ont vu le jour. Avec ces séances, les notions sont remises dans leur contexte et les élèves se les approprient beaucoup plus facilement. Ces pour toutes ces raisons que je vais continuer d'incorporer de l'Histoire dans mes séances. J'aimerai habituer mes futurs élèves à cette façon de travailler pour les aider à construire une culture générale autour des Mathématiques et à percevoir de façon différente une matière très souvent « boudée ».

Conclusion commune

Notre expérience et nos vécus personnels nous permettent aujourd'hui d'avoir un avis plus poussé que celui que nous avons au terme de la première année de recherche. Nous continuons de penser que l'histoire des Mathématiques n'est pas encore assez présente au sein de la formation des enseignants. Bien que les programmes officiels incitent voire imposent l'utilisation de l'histoire des Mathématiques, il est parfois compliqué pour les enseignants de l'intégrer à leurs cours. Il y a donc une réelle nécessité de l'incorporer au cursus des étudiants. Lors de la préparation des activités de nos expérimentations, nous avons pu constater le manque de ressources à disposition. Il est difficile de trouver des ressources qui conviennent, nous avons donc décidé de créer nos propres activités. Le temps que cela demande peut-être une des raisons expliquant les réticences qu'ont certains professeurs à incorporer de façon régulière l'histoire des Mathématiques à leurs cours.

Lors de nos expérimentations nous avons pu faire diverses observations. Premièrement, l'âge des élèves a un fort impact sur la façon dont ils vont réagir aux activités. Les élèves de collège étant plus jeunes et restant attachés au jeu perçoivent les séances avec l'introduction de l'histoire des Mathématiques comme un moyen ludique de faire une pause. Les lycéens sont quant à eux beaucoup plus réticents. Ce qui est le plus importants à leur yeux est l'utilité de ce qu'on leur propose. La plupart d'entre eux veulent se concentrer sur les examens et notamment le baccalauréat. Tout ce qu'ils doivent voir en classe doit donc impérativement leur servir pour leur scolarité. De plus, il est beaucoup plus facile de tester de nouvelles pratiques avec des élèves qui sont encore plus ou moins flexibles à ce niveau. Les collégiens constituent donc un public favorable à ce genre de fonctionnement.

Nous avons également remarqué que l'intérêt des élèves dépend du type de tâche que nous pouvons leur proposer. L'intérêt est unanime lorsque l'histoire est incorporée par petites touches, pour apporter un contexte. Quand il s'agit de faire intervenir l'histoire de façon plus importante, par exemple comme nous l'avons fait avec nos activités « à la manière de ». Dans ce genre de situation, il est plus compliqué de captiver, de maintenir l'attention de tous les élèves. On peut même parfois observer quelques réticences. Chez les lycéens celles-ci s'expliquent par un manque de motivation ou tout simplement d'intérêt. Chez les collégiens, se sont souvent des élèves qui rencontrent des difficultés dans la matière qui vont avoir le plus de mal à se plonger dans le travail proposé. La nature de la tâche a donc son importance. Nous savions par avance que la nature allait avoir un impact mais nous nous attendions à faire le constat inverse en ce qui concerne le type d'élèves n'accrochant pas.

Un autre facteur rentrant en jeu peut expliquer les difficultés rencontrées : la nouveauté de ce genre de tâche. En effet, ce n'est pas dans l'habitude des élèves de travailler ainsi et il est donc compliqué pour eux de se faire à cette nouvelle pratique. Il serait donc judicieux de faire intervenir l'histoire des Mathématiques le plus tôt possible dans la scolarité des enfants. Dès la primaire, il est possible de parler aux élèves de l'histoire qui se cache derrière les notions qu'ils abordent. Bien sûr cela ne pourra être aussi poussé qu'avec des collégiens ou même des lycéens mais de cette façon les élèves seraient habitués à l'aborder en classe et on pourrait aller plus loin que ce que l'ont fait actuellement. Cela pourrait paraître moins incongru de mélanger deux matières comme les Mathématiques et l'Histoire qui peuvent sembler éloignées l'une de l'autre. Ancrer cette pratique pourrait constituer une solution aux réticences et problèmes.

Concernant notre problématique : Oui ! il y a un réel potentiel dans ce type d'activité. Cependant, pour susciter l'intérêt chez tous les élèves, des conditions bien précises sont nécessaires. Dans la plupart des cas, obtenir ces conditions demande du temps et donc un travail sur le long terme. L'investissement nécessaire peut freiner certains professeurs voulant se lancer sur ce terrain.

Bibliographie

Ressources institutionnelles :

Spe246_annexe_1158907.pdf. (s. d.). Consulté 12 mars 2020, à l'adresse

https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8_MENJ_25_7_2019/90/7/spe246_annexe_1158907.pdf

Spe264_annexe_1158825.pdf. (s. d.). Consulté 12 mars 2020, à l'adresse

https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8_MENJ_25_7_2019/82/5/spe264_annexe_1158825.pdf

Spe265_annexe_1159134.pdf. (s. d.). Consulté 12 mars 2020, à l'adresse

https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8_MENJ_25_7_2019/13/4/spe265_annexe_1159134.pdf

Spe632_annexe_1063168.pdf. (s. d.). Consulté 12 mars 2020, à l'adresse

https://cache.media.education.gouv.fr/file/SP1-MEN-22-1-2019/16/8/spe632_annexe_1063168.pdf

Ouvrages et articles :

80x1_1560931822772-pdf.pdf. (s. d.). Consulté 12 mars 2020, à l'adresse

https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/80x1_1560931822772-pdf

Circulaire no 97-123 du 23 mai 1997. (s. d.). Consulté 12 mars 2020, à l'adresse

http://www.eps.ac-aix-marseille.fr/textes_creteil/textesfondam/230597c.html

Barrier, T., Mathé, A.-C., & de VITTORI, T. (2012). *DES SÉANCES ORDINAIRES COMPORTANT UNE DIMENSION HISTORIQUE : QUELS ENSEIGNEMENTS ?* 30.

de VITTORI, T. (s. d.). *LES TÂCHES DES ÉLÈVES DANS UNE ACTIVITÉ MATHÉMATIQUE À DIMENSION HISTORIQUE*. 22.

Guillemette, D. (s. d.). *L'HISTOIRE DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES : SUR LA MÉTHODOLOGIE DE RECHERCHE*. 22.

Hocquenghem, M-L. *HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES POUR LES COLLEGE*.

Choquet, C. *ACTIVITE MATHÉMATIQUES DES ELEVES*

Fabre, M. & Musquer, A. (2009). Les inducteurs de problématisation. *Les Sciences de l'éducation - Pour l'Ère nouvelle*, vol. 42(3), 111-129. <https://doi.org/10.3917/lsdle.423.0111>

Fabre, M(2016). Le sens du problème. Éditions De Boeck

Musquer, A. Problématisation et dispositif d'enseignement/apprentissage

Utilisé pour construire les activités en perspective :

Consulté 13 mars 2020, à l'adresse

<https://studylibfr.com/doc/1223936/al-khwarizmi---un-des-fondateurs-de-l-alg%C3%A8bre>

Utilisé pour construire notre première activité

Consulté le 13 septembre, 2020, à l'adresse

http://missionmaths76.spip.ac-rouen.fr/IMG/pdf/Introduction_decimaux_moutons.pdf

Table des annexes :

Annexe 1- Questionnaire proposé aux élèves et étudiants de M1 MEEF Mathématiques	73
Annexe 2- Activité collège sur la notion de multiplication d'entiers naturels	74
Annexe 3 - Activité lycée sur la notion du second degré	75
Annexe 4 - Activité « à la manière de » Juliette ROTGER.....	77
Annexe 5 - Retranscription de l'activité « à la manière de » de Juliette ROTGER.....	83
Annexe 6 - Activité "à la manière de" de Pauline Tison.....	94
Annexe 7-Retranscription activité "à la manière de" de Pauline Tison	96
Annexe 8 - Questions posées à Evelyne Barbin	101

Annexe 1- Questionnaire proposé aux élèves et étudiants de M1 MEEF Mathématiques

	Tout à fait d'accord	Plutôt d'accord	Plutôt pas d'accord	Pas d'accord du tout	Je ne sais pas
Les Mathématiques ont une histoire					
Les Mathématiques ont toujours existé					
Les Mathématiques ont été inventées il y a 100 ans					
Les Mathématiciens découvrent de nouveaux résultats					
Il n'y a plus rien de nouveau à trouver en Mathématiques					
Les Mathématiques sont utiles dans la vie de tous les jours					

Annexe 2- Activité collège sur la notion de multiplication d'entiers naturels

On a mis longtemps avant d'inventer la disposition commode pour les multiplications que l'on utilise actuellement.

1. Au début du IX^e siècle, le grand mathématicien arabe Al Huwarism procède ainsi, dans son traité d'arithmétique, pour multiplier 712 par 325

7:12 325 étape 1	2275:12 étape 2	2275:12 32 5 étape 3
23075:2 étape 4	23075:2 32 5 étape 5	231400 étape 6

c'est le résultat

Regarde attentivement son calcul
Explique à chaque étape ce qu'il fait précisément.

A ton tour effectue des multiplications à la manière d'Al Huwarism.

N'oublie pas de contrôler ton résultat !

2. Une autre disposition plus astucieuse et qui se propagea vite, d'abord en Orient, puis en Occident, est celle qui apparaît au XV^e siècle chez le mathématicien arabe Al Kasi.

En voici un exemple :

2	0	0
1	3	6
1	0	0
4	2	4
3	0	1
5	5	0

$$712 \times 325 = 231\,400$$

Comprends-tu le système ? Effectue des multiplications en utilisant cette disposition. Contrôle tes résultats.

	9	5	4	
2	2	0	1	3
9	7	9	2	
9	0	0	0	4
3	9	3	4	
3	3	1	1	4
	6	2	6	
	2	2	6	

Somma.

Le second degré à la manière d'Al-Khawarizmi



Muhammad Ibn Mūsā al-Khuwārizmī (latinisé en Algoritmi), né dans les années 780, originaire de Khiva dans la région actuel de l'Ouzbékistan, mort vers 850 à Bagdad, est un mathématicien, géographe, astrologue et astronome perse, membre de la Maison de la sagesse de Bagdad. Ses écrits, rédigés en langue arabe, puis traduits en latin à partir du XII^e siècle, ont permis l'introduction de l'algèbre en Europe. Sa vie s'est déroulée en totalité à l'époque de la dynastie abbasside. Il est l'auteur de plusieurs ouvrages de mathématiques. Le plus célèbre, intitulé « Abrégé du calcul par la restauration et la comparaison », (ou en arabe "al-jabr wa'l-muqābalah") est considéré comme le premier manuel d'algèbre. Ce livre contient six chapitres. Il ne contient aucun chiffre. Toutes les équations sont exprimées avec des mots.

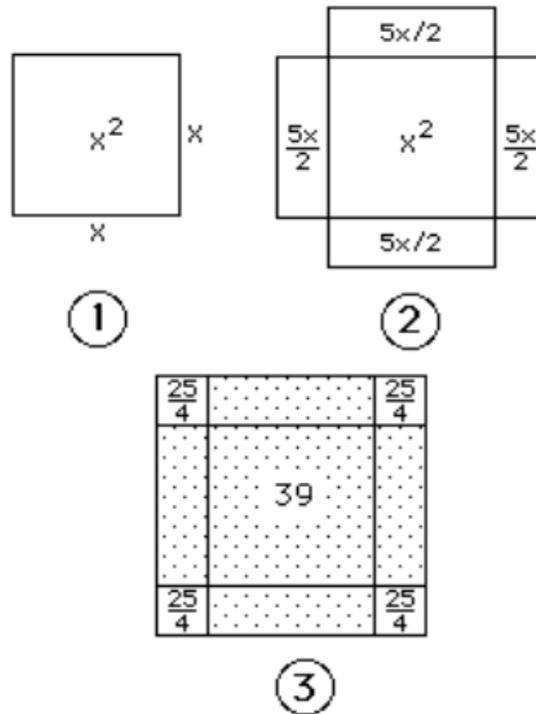
Le carré de l'inconnue est nommé « le carré », l'inconnue est « la racine », la constante est le dirham ou adāḍ. Le terme al-jabr fut repris par les Européens et devint plus tard le mot algèbre. Un autre ouvrage, dont l'original en arabe a disparu, « Livre de l'addition et de la soustraction d'après le calcul indien », décrit le système de numération décimale (qu'il a observé chez les Indiens). Il fut le vecteur de la diffusion de ces chiffres dans le Moyen-Orient et dans le Califat de Cordoue, où Gerbert d'Aurillac s'en fait instruire. Devenu plus tard pape de l'an Mil sous le nom de Sylvestre II, Gerbert les imposera au monde chrétien en leur donnant, vu leur provenance de Cordoue, le nom de chiffres arabes.

Ci-dessous vous trouverez un extrait des travaux d'Al-Khawarizmi sur la résolution des équations du second degré :

Résolution d'une équation du second degré. *Quant aux carrés et aux racines qui sont égaux au nombre, c'est comme lorsque tu dis : un carré et dix de ses racines égal trente-neuf dirhams. La règle est de prendre les moitiés des racines qui, dans cette recherche, sont cinq. Multiplie-les entre elles et cela donnera 25. Auxquelles tu ajoutes trente-neuf, et elles deviendront soixante-quatre. Tu prends la racine qui est 8. Ensuite, enlève-lui les moitiés des racines qui sont cinq. Il reste donc trois qui est la racine du carré. Et le carré est neuf.*

1) D'après l'encadré précédent, quelle équation est à résoudre ?

Al-Khawarizmi a mis en place une méthode permettant de résoudre ce type d'équation et cela de façon géométrique :



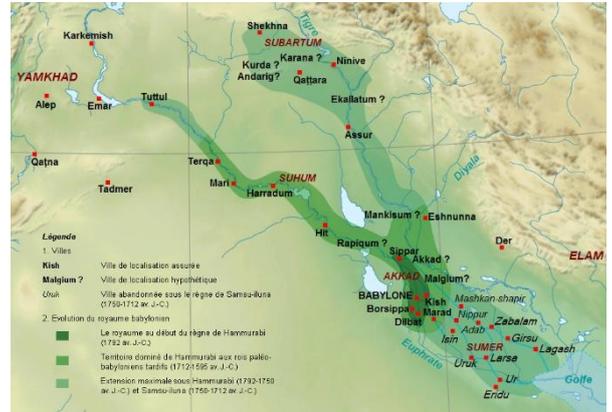
- 2) Décrire les différentes étapes de cette méthode.
- 3) A l'aide de cette méthode résoudre l'équation $x^2+12x=45$.
- 4) Vérifier vos calculs avec la méthode moderne.

Activité 1 : Compter en cunéiforme

La ville de Babylone est une ville antique de Mésopotamie située sur le célèbre fleuve Euphrate dans ce qui est aujourd'hui l'Irak.

Les mathématiques mésopotamiennes sont les mathématiques pratiquées par les peuples de l'ancienne Mésopotamie, depuis l'époque des Sumériens jusqu'à la chute de Babylone en 539 av. J.-C.

Alors que l'on ne dispose que de très rares sources sur les mathématiques en Égypte antique, notre connaissance des mathématiques babyloniennes s'appuie sur environ 400 tablettes d'argile mises au jour depuis les années 1850. Écrites en cunéiforme, ces tablettes furent travaillées sur de l'argile encore humide, puis cuites dans un four ou séchées au soleil. La plupart des tablettes traitent de fractions, d'équations algébriques de calculs d'hypoténuse et de triplets pythagoriciens voire, peut-être, de certaines lignes trigonométriques.



Une numération de position en base 60 (à l'aide de clous et de chevrons).

Pour noter les nombres, les Mésopotamiens utilisaient 59 « chiffres » ! Ces « chiffres » étaient obtenus en répétant deux symboles, le clou et le chevron, autant que nécessaire.

Exemple :

1	∩	11	<∩	21	<<∩	31	<<<∩	41	<<<<∩	51	<<<<<∩
2	∩∩	12	<∩∩	22	<<∩∩	32	<<<∩∩	42	<<<<∩∩	52	<<<<<∩∩
3	∩∩∩	13	<∩∩∩	23	<<∩∩∩	33	<<<∩∩∩	43	<<<<∩∩∩	53	<<<<<∩∩∩
4	∩∩∩∩	14	<∩∩∩∩	24	<<∩∩∩∩	34	<<<∩∩∩∩	44	<<<<∩∩∩∩	54	<<<<<∩∩∩∩
5	∩∩∩∩∩	15	<∩∩∩∩∩	25	<<∩∩∩∩∩	35	<<<∩∩∩∩∩	45	<<<<∩∩∩∩∩	55	<<<<<∩∩∩∩∩
6	∩∩∩∩∩∩	16	<∩∩∩∩∩∩	26	<<∩∩∩∩∩∩	36	<<<∩∩∩∩∩∩	46	<<<<∩∩∩∩∩∩	56	<<<<<∩∩∩∩∩∩
7	∩∩∩∩∩∩∩	17	<∩∩∩∩∩∩∩	27	<<∩∩∩∩∩∩∩	37	<<<∩∩∩∩∩∩∩	47	<<<<∩∩∩∩∩∩∩	57	<<<<<∩∩∩∩∩∩∩
8	∩∩∩∩∩∩∩∩	18	<∩∩∩∩∩∩∩∩	28	<<∩∩∩∩∩∩∩∩	38	<<<∩∩∩∩∩∩∩∩	48	<<<<∩∩∩∩∩∩∩∩	58	<<<<<∩∩∩∩∩∩∩∩
9	∩∩∩∩∩∩∩∩∩	19	<∩∩∩∩∩∩∩∩∩	29	<<∩∩∩∩∩∩∩∩∩	39	<<<∩∩∩∩∩∩∩∩∩	49	<<<<∩∩∩∩∩∩∩∩∩	59	<<<<<∩∩∩∩∩∩∩∩∩
10	<	20	<<	30	<<<	40	<<<<	50	<<<<<		

• Le 1 et le 10.



• 19 s'écrivait : 1 chevron + 9 clous.



- ✓ Pour représenter les nombres supérieurs à 60, la numérotation obéit à un principe de position à base 60 : un soixantaine s'écrit 1 (en deuxième position).

60		61		62		63		64			
65		66		67		68		69			
70		71		72		73		74			

85	
----	--

$85 = 1 \times 60 + 25$
L'écriture juxtapose donc les chiffres 1 et 25
(nous noterons aussi $85 = 1.25$)

113	
-----	--

$113 = 1 \times 60 + 53$
L'écriture juxtapose 1 et 53 (nous noterons
aussi $113 = 1.53$)

945	
-----	--

$945 = 15 \times 60 + 45$
L'écriture juxtapose donc les chiffres 15 et 45
(nous noterons aussi $945 = 15.45$)

- ✓ Pour représenter les nombres supérieurs à $3600 = 60 \times 60$, il faut introduire des chiffres supplémentaires.

$3758 = 1 \times 3600 + 2 \times 60 + 38$
(on peut aussi le noter 1.2.38)



- ✓ Comment lire ?

Avec notre notation, il s'écrit 52.54.33. Il s'agit donc du nombre $52 \times 3600 + 25 \times 60 + 33 = 188733$

A vous de jouer !

1. Ecrire les chiffres suivants en cunéiforme

- 2
- 253
- 56
- 865
- 27
- 10426

2. Quelles observations pouvez-vous faire sur la lisibilité de ce système de numération ?

.....

3. Effectuer les additions suivantes en cunéiformes.

- $56 + 27$

- $253 + 865$

Coup de pouce : Ecrire en base 60

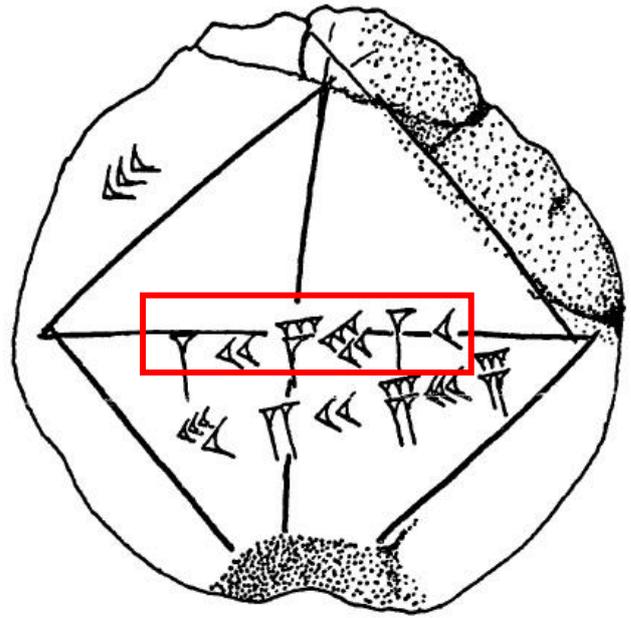
En base 60 chaque chiffre vaut une puissance de 60 . Tout nombre peut s'écrire de la manière suivante

$$A = \dots + a_2 \times 60^2 + a_1 \times 60^1 + a_0 \times 60^0 + a_{-1} \times 60^{-1} + a_{-2} \times 60^{-2} \dots$$

On appelle alors $(\dots, a_2, a_1, a_0, a_{-1}, a_{-2}, \dots)$ les coordonnées du nombre A en base 60.

Activité 2 : Une valeur approchée de la racine carrée à la manière des babyloniens

La tablette YBC 7289 (Tablette de la collection Babylonienne de l'université de Yale est l'une des plus vieilles tablettes babyloniennes connue. Elle date approximativement de 1700 av J.C. et il semblerait qu'il s'agisse du travail d'un élève scribe du sud de la Mésopotamie.



1. En décryptant les chiffres de la tablette, nous trouvons 1.24.51.10. Ce nombre correspond à une écriture en base 60. Pour retrouver sa valeur, effectuer le calcul suivant : $1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3}$

.....

.....

.....

.....

.....

2. A la calculatrice, donner une valeur approchée de $\sqrt{2}$ à 10^{-6} . Que remarque-t-on ?

.....

.....

.....

Sur la tablette il n'est pas indiqué de méthode pour trouver une valeur approchée de $\sqrt{2}$, seul le résultat est apparent. Il semblerait que l'élève ait repris des nombres issus d'une table de valeurs. La question qui se pose est donc comment cette table de valeurs a-t-elle été établie ? Les babyloniens ont pour cela utilisé la géométrie !

4. Tracer un triangle rectangle isocèle de côté 1 cm.

a. Par le calcul, quelle est la longueur de l'hypoténuse du triangle ?

.....

.....

.....
.....
.....

b. Mesurer la longueur de la diagonale à la règle.

.....
.....
.....

c. Que peut-on en déduire ?

.....
.....
.....
.....

2. De la même manière, Tracer un triangle rectangle isocèle de côté 10 *cm*.

a. Par le calcul, quelle est la longueur de l'hypoténuse du triangle ? Simplifier la résultat sous la forme $a\sqrt{2}$.

.....
.....
.....
.....
.....

b. Mesurer la longueur de la diagonale à la règle.

.....
.....
.....

c. Etablir alors une décimale supplémentaire à $\sqrt{2}$.

.....
.....
.....
.....

3. A l'aide de vos résultats précédents, déduisez-en la méthode employée par les Babyloniens pour trouver des décimales supplémentaires à la valeur approchée de $\sqrt{2}$.

.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....

Annexe 5 - Retranscription de l'activité « à la manière de » de Juliette ROTGER

<i>Entrée en classe</i>			
<i>Regarde le plan de classe affiché au tableau pour s'installer selon les groupes.</i>			5'
<i>Activité rapide en travail individuel.</i>			10'
<i>Correction de l'activité rapide.</i>			14'
<i>Explications des consignes et modalités de travail.</i>			17'
<i>Bavardage</i>			17'
<i>Lecture individuelle.</i>			20'
1	Martin	Ah ouais d'accord, ils étaient astucieux.	
2	Nathan	C'était compliqué leur truc !	
3	Valentine	Le 61 c'est le 2 du coup ?	
4	Nathan	Non c'est une soixantaine plus 1, sauf qu'une soixantaine ça s'écrit 1.	
5	Valentine	Ah ouais mais du coup tu ne sais pas si cela veut dire 2 ou 61 ?	
6	Nathan	Bah si parce que 2 ça ne s'écrit pas comme ça, c'est collé. Alors que pour le 61 non.	
7	Valentine	Ah ok.	
8	Martin	Par exemple 51 ?	
9	Nathan	Attends quoi ? Ce nombre là je n'y comprends rien du tout. Pourquoi il y a un 3600 qui se balade en fait ?	
10	Myriam	Parce que 3600 c'est 60 ²	
11	Nathan	Ah oui c'est deux soixantaines c'est vrai. Alors écrit deux... bah deux clous.	
12	Myriam	Deux, c'est déjà représenté sur la feuille là.	
13	Martin	Il ne faut pas écrire sur la feuille Nathan.	
14	Nathan	Si c'est là.	
15	Martin	Non, il faut écrire sur la feuille de Myriam.	
16	Nathan	Madame, il ne faut pas écrire sur les pointillés ?	21'47
17	Prof	Non je n'ai pas prévu assez de place. Prenez une feuille simple et écrivez vos réponses dessus. Vous répondez à chaque question sur votre feuille.	
18	Myriam	C'est grave si on le fait au crayon bois ?	
19	Prof	Non, non.	
20	Nathan	Bon, deux c'est deux clous.	
21	Martin	C'est deux clous avec un chapiteau au-dessus.	
22	Nathan	253 mais comment tu veux faire ça ?!	
23	Myriam	C'est un peu chiant à écrire !	
24	Nathan	Ouais on est d'accord. 253 c'est 240 plus 13. Et 240 c'est 4 soixantaines. Donc ça veut dire que ça va être 4...	
25	Valentine	Oui on peut aller jusqu'à 240.	
26	Martin	Tu fais 4 soixantaines.	

27	Nathan	13 ça s'écrit 10 plus 3. Donc, un bâton en triangle plus trois bâtons collés.	
28	Martin	Normalement, ça doit ressembler à ça. Parce que ...	
29	Nathan	Moi je dirais que c'est ça.	
30	Martin	Tu fais 240, ça veut dire que tu fais 4 soixantaines. Ça fait 240 plus 10 plus 3.	
31	Myriam	Attends, moi j'aimerais comprendre l'exemple du 945.	
32	Nathan	Lequel ?	
33	Valentine	15 fois 60 plus 45.	
34	Nathan	Alors ça c'est...	
35	Martin	Tu regardes comment on écrit 15.	
36	Nathan	Là il y a un 1, un 5, un 4 et un 5. Donc avec ces deux là faut faire fois 60. Mais je ne sais pas pourquoi les autres nombres. Parce que normalement ça, c'est une soixantaine aussi.	
37	Myriam	Ça, ce n'est pas un 1, c'est un 10.	
38	Nathan	Oui, oui je sais mais...Donc ça, ça veut dire que c'est 10 plus 5 mais normalement on devrait faire...	
39	Martin	OK j'ai compris.	
40	Nathan	Ah c'est bon j'ai compris. En fait 945 c'est 15 fois 60 et quand tu as un nombre à 6 chiffres, tu fais les deux premiers fois 3600, les deux autres fois 60 et deux autres normaux.	
41	Myriam	Oui mais là, comment tu veux expliquer que le signe 10 et le signe 5 donne 945. Je ne comprends pas comment ça peut faire 900.	
42	Prof	C'est ton 15 fois 60 qui te donne 900.	
43	Nathan	Enfaite, on a 15 soixantaines plus 45.	
44	Prof	Oui, voilà.	
45	Myriam	Ah d'accord j'ai compris.	
46	Martin	Mais elles sont où les 15 soixantaines.	
47	Myriam	253 c'est combien de soixantaines?	
48	Martin	4	
49	Nathan	C'est 4 soixantaines plus 13. 4 soixantaines ça s'écrit 4 et 13 à côté.	
50	Martin	Pourquoi 4 ? Par exemple 72 ?	
51	Nathan	Eh bah tu auras une soixantaine et 12.	
52	Valentine	Ah oui c'est bon j'ai capté.	
53	Martin	Pourquoi on écrit qu'en soixantaine ?	
54	Myriam	Parce que l'on est en base de 60.	
55	Nathan	Nous on compte en base 10, C'est-à-dire qu'il faut 10 unités pour faire une dizaine. Là, il faut soixante unités pour faire une soixantaine. Ce qui est bizarre c'est qu'arrivé à 60 il faut mettre deux chiffres côte à côte alors que nous d'habitude c'est qu'un chiffre à chaque fois.	
56	Martin	En fait 15 soixantaines, tu écris 15 et tu rajoutes ce qu'il reste derrière.	
57	Nathan	15 soixantaines ?	
58	Martin	Par exemple le 15 fois 60 plus 45, le 15 soixantaines il se réduit en 15 sur le schéma.	
59	Nathan	Oui c'est ça.	

60	Myriam	Du coup 253 ça s'écrit comme ça ? 4 puis 3.	
61	Nathan	Le 4 il est marqué comme ça. Ce n'est pas 40 fois soixante.	
62	Myriam	C'est en unité ?	
63	Nathan	Oui ça, ça veut dire qu'il y a 15 soixantaines.	
64	Valentine	Donc là pareil, on peut aller jusqu'à 840. Je ne sais pas si tu l'as fait.	
65	Nathan	Je n'ai pas encore fait.	
66	Valentine	140, ça fait fois 14 donc faut représenter 14.	
67	Nathan	840 c'est un multiple de 60 ?	
68	Myriam	Non c'est 865	
69	Valentine	840 bah oui.	
70	Myriam	C'est combien de soixantaine 865 ?	
71	Nathan	C'est 14.	
72	Valentine	Voilà donc 840 et après il faut faire 25.	27'37"
73	Martin	C'est 14 fois soixante plus 25. Donc faut écrire 14.	
74	Nathan	Il faut écrire un 10 et un 4.	
75	Martin	Après tu écris 2 et 5.	
76	Nathan	Non ! Il faut 2 fois 10 et 5. Pas 2 et un 5, il faut 2 dizaines et un 5.	
77	Martin	Comme elle a fait.	
78	Nathan	Voilà c'est ça. Ce n'est pas 2 avec deux clous.	
79	Martin	Non, deux dizaines je voulais dire.	
80	Myriam	Donc 865 c'est 14 soixantaines plus...	
81	Martin	tu écris 14 en fait.	
82	Myriam	plus 25 ?	
83	Martin	Tu dois écrire 10, 4, 20 et 5.	
84	Nathan	Oui c'est ça.	
85	Nathan	Et le 56, on l'a fait ?	
86	Myriam	Oui c'est bon, on l'a fait. Il reste plus que le 10426.	
87	Martin	Multiple de ...	
88	Nathan	1800 c'est un multiple de 60. 1080, 1120, 1380, 1440, ah 10440.	
89	Martin	Ça fait 174.	
90	Nathan	C'est vrai que la calculatrice c'est plus pratique que de faire de tête. Donc c'est combien de fois 60 ? Tape la division euclidienne de 10426 par 60. Donc il y a 73 soixantaines ?	
91	Martin	Non, 173.	
92	Myriam	Mais on ne peut pas utiliser 3600 ?	
93	Nathan	Fais 173 fois 60 ?	
94	Myriam	Mais on ne doit pas utiliser 3600 la ?	
95	Nathan	Euh...	
96	Martin	1380	
97	Nathan	Il restera plus 46. Donc il faut écrire 1380.	
98	Myriam	Mais il ne faut pas faire plutôt 3600 plus un nombre fois 60 plus que des unités.	
99	Nathan	Ah mais si, il faut faire ça.	
100	Myriam	Il faut utiliser 3600 ! Ecoutez...	
101	Nathan	C'est 173 soixantaines c'est ça ?	

102	Myriam	On fait 3600...On fait deux fois 3600 ça fait 7200. Et on rajoute la fin en soixante.
103	Martin	Euh...
104	Myriam	On fait 2 fois 3600 plus...
105	Nathan	On sait que les deux derniers ça va être 45 déjà, ça c'est sûr, on peut le noter.
106	Myriam	3200 avec 60 ça fait combien ?
107	Valentine	Faut peut-être faire 2 fois 3600 hein ? On arrive à 720 et après tu fais le reste avec 60.
108	Martin	7200 pas 720.
109	Nathan	Donc il faut deux soixantaines, sauf que deux fois 3600 ça compte pour combien de soixantaines ça ?
110	Valentine	60 !
111	Myriam	60 fois 60 ça fait 3600. 60 au cube !
112	Martin	Non 60^2 !
113	Valentine	Donc $60^2 \times 2$.
114	Nathan	Non mais dans 3600 il y a 60 soixantaines donc dans 7200 il y en a 120.
115	Martin	Ouais !
116	Myriam	Mais on s'en fiche de ça ! Pourquoi tu cherches les nombres de soixantaines ?
117	Nathan	Bah si, c'est pour savoir combien il y a de soixantaines ensuite à mettre.
118	Prof	Qu'est-ce qu'il vous pose problème dans le dernier ?
119	Valentine	On ne sait pas si on fait avec les soixantaines ou avec les 3600 ?
120	Myriam	Mais si, on fait deux fois 3600 donc deux...
121	Nathan	Et il reste 53 soixantaines à représenter. 53 c'est un 5 et un 3.
122	Prof	Vous avez votre exemple ici.
123	Martin	Donc faut faire avec 3600 ?
124	Prof	Là, on a 52 fois 3600, ensuite on a 25 soixantaines, donc 25 fois soixante et les unités.
125	Nathan	Je crois que ça s'écrit comme ça ? Genre un 2, un 5, un 3, un 4 et un 5.
126	Myriam	Quoi ??
127	Nathan	On a deux fois 3600 + 23 fois 60. C'est les 23 soixantaines qui restaient, plus 45.
128	Myriam	Ça fait combien 23 fois 60 ?
129	Valentine	1380
130	Myriam	1380 ? Ce n'est pas possible.
131	Valentine	Il faut faire 2 fois 3600, 53 fois 60 ...
132	Myriam	Ce n'est pas possible car 23 fois 60 ça fait que 1380 et on doit arriver à 10426.
133	Nathan	J'ai fait 2 fois 3600 et 53 soixantaines et il reste 45 unités. Tu peux faire avec ta calculatrice 7200 plus 53 fois 60 plus 45.
134	Myriam	Attend, redis-moi ?
135	Martin	Euh...
136	Nathan	7200 plus 53 fois 60 plus 45.
137	Martin	10425
138	Valentine	Donc c'est plus 46.
139	Myriam	Donc c'est quoi ?
140	Nathan	Donc c'est un 2, un 5, 3, 4, 6.

141	Myriam	Ne me dis pas comme ça parce que je ne vais pas comprendre. 2 fois 3600 plus combien de fois 60 ?	
142	Nathan	53 fois 60.	
143	Myriam	et plus combien ?	
144	Nathan	Plus 45 unités. Euh 46 unités.	
145	Martin	Ça fait 46 ouais.	
146	Myriam	C'est ça non : 2, 53 et 46.	
147	Nathan	Oui c'est ça. Oui mais fallait pas mettre un 5 mais 50 là. Donc là ce n'est pas 5 c'est 53.	
148	Nathan	Quelles observations sur la lisibilité ? Ce n'est clairement pas lisible du tout.	34'44''
149	Martin	On va dire que c'est ancien	
150	Nathan	Oui c'est ça. Respect. Ils comptaient avec des clous et tout.	
151	Valentine	Tu imagines, nous on est là, on a tout à notre portée.	
152	Nathan	Bon pour les observations, ce n'est quand même pas clair du tout.	
153	Myriam	En vrai ça va quand tu as compris le truc.	
154	Nathan	Compter en base 60 c'est quand même...Fin je ne sais pas mais quand tu as que 9 chiffres c'est moins compliqué.	
155	Valentine	Mais c'est parce que l'on est habitué à la base 10 aussi.	
156	Nathan	Mais justement, on a dix chiffres différents. Donc c'est plus simple de compter en base 10.	
157	Myriam	Quelles observations pouvez-vous faire sur la lisibilité de ce système de numération ? C'est compliqué !	
158	Martin	Après on vient de la découvrir mais c'est un codage enfaite.	
159	Nathan	C'est comme si on avait 12 chiffres différents, ce serait plus simple de compter en base 12. Il y aurait deux autres chiffres qui s'appelleraient <i>a</i> et <i>b</i> . Donc ça ferait 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, <i>a</i> et <i>b</i> . Et ensuite ça ferait une douzaine.	
160	Martin	Oui tu as raison.	
161	Nathan	Donc ce n'est pas clair, il n'y a pas assez de chiffres.	
162	Martin	Comment peut-on dire ça ? Parce que faut le dire bien.	
163	Valentine	C'est plus dur de diviser par 60 que de diviser par 10.	
164	Nathan	Oui mais ce n'est pas ça qui est demandé ? C'est sur la lisibilité. Je crois que l'on s'égare. Il faut voir si c'est lisible pour lire un nombre ?	
165	Martin	Bah pas trop !	
166	Myriam	C'est lisible mais faut être bon en calcul mental.	
167	Martin	En calcul mental ?	
168	Myriam	Oui ? faut être bon en calcul mental, on n'a pas toujours une calculatrice sur nous.	
169	Nathan	Les mecs avant, ils étaient costauds !	
170	Martin	Ils n'avaient pas la Numworks !	
171	Nathan	Parce que 53 fois 60 plus 45 plus 2 fois 3600... tout ça à longueur de journée.	
172	Martin	Nous, on connaît la table de 10 et eux connaissaient la table de 60.	
173	Nathan	En vrai c'est ça.	
174	Martin	Par cœur à l'école, ils apprenaient ça.	
175	Valentine	Oui mais aussi multiplier un nombre par 60 c'est plus dur que de le multiplier par 10.	
176	Martin	Ouais elle a raison.	

177	Valentine	Même pour lire, ça tu dois le multiplier par 60. Si tu as juste à multiplier par 10 c'est plus simple.	
178	Nathan	Et du coup ils sont obligés d'écrire deux chiffres. Les unités il y a deux chiffres dedans. Alors qu'en base 10 il y a que 1, 1, 1. Ce n'est pas pour rien que l'on a décidé de compter en base 10.	
179	Valentine	Tu mets : unité représentée par deux chiffres. Du coup on ne peut pas dire une dizaine. Mais tu ne peux pas parler de dixièmes, centièmes car c'est en base 60.	
180	Nathan	On ne sait pas trop comment formuler	
181	Valentine	Il faut faire fois 60 si on veut avoir le nombre.	
182	Nathan	Donc ce n'est pas clair.	
183	Prof	Cette écriture vous parez-t-elle lisible pour vous ?	
184	Nathan	Non car on est habitué à compter en base 10. Et la table de 60 c'est plus dur que la table de 10.	
185	Martin	On écrit la !	
186	Myriam	Dictez-moi !	
187	Prof	Il reste 25 minutes. Essayez de passer sur l'activité 2. Si vous ne faites pas les calculs en cunéiforme ce n'est pas grave.	
188	Valentine	Il reste 5 minutes ?	
189	Martin	Mais non 25 !	
190	Myriam	Ce système de numération...	
191	Nathan	N'est pas clair.	
192	Myriam	N'est pas clair. Pourquoi ?	
193	Valentine	Car nous sommes habitués à compter en base 10. Quand nous on représente un chiffre, eux ils en représentent deux.	
194	Nathan	Ils mettent deux chiffres par...	
195	Valentine	Mais on ne peut pas dire par dizaine car on est en base 60 et pas en base 10.	
196	Martin	Par soixantaine.	
197	Nathan	Oui par soixantaine.	
198	Myriam	Car nous sommes habitués à compter en base 10 et ...	
199	Valentine	Ici il faut mettre deux chiffres par soixantaine.	
200	Martin	Un ou deux ?	
201	Nathan	Un ou deux oui. Si c'était deux à chaque fois ça pourrait aller mais c'est soit un soit deux, on ne peut pas lire.	
202	Martin	C'est bizarre.	
203	Nathan	En fait c'est le même principe qu'en base 10.	
204	Valentine	Et il faut multiplier par 60 aussi.	
205	Nathan	Faut multiplier chaque partie par 60 pour trouver le chiffre.	
206	Valentine	Sauf la dernière partie mais...	
207	Martin	Je suis d'accord.	
<i>Bavardage</i>			40'41''
208	Valentine	Tu as mis quoi du coup ?	41'21''
209	Myriam	Alors attend, j'ai mis : ce système de numération n'est pas clair car nous sommes habitués à compter en base de 10. Ici il faut mettre un ou deux chiffres par soixantaine. De plus il faut multiplier chaque partie par 60. C'est ce que vous m'avez dit.	
<i>Bavardage</i>			41'29''

210	Nathan	Bon faudrait avancer un peu.	41'35''
<i>Bavardage</i>			41'37''
211	Prof	Vous essayez d'avancer un peu.	42'22''
212	Martin	On est retard un peu.	
213	Nathan	Il faut faire les opérations suivantes en cunéiforme.	
214	Prof	Vous n'allez pas avoir le temps de le faire, passez à l'activité deux.	
215	Martin	D'accord. Bon bah activité deux. En décryptant les chiffres de la tablette...	
216	Myriam	Tu mets tout sur ta calculatrice.	
217	Nathan	Pourquoi là c'est diviser par 60 ?	
218	Myriam	Pardon ?	
219	Nathan	Pourquoi c'est divisé par 60 là ?	
220	Myriam	Pourquoi ce sont des fractions maintenant Madame ?	
221	Prof	hum ?	
222	Nathan	Normalement il faut faire fois 60 pas divisé par 60.	
223	Prof	Tu as une puissance -1 d'où la fraction avec 60 comme dénominateur.	
224	Martin	Ah oui...	
225	Prof	Ils ont dit que c'étaient des puissances négatives : cela correspond à 1, ensuite 24 fois 60^{-1} .	
226	Nathan	Ah c'est leur soixantième ? C'est l'équivalent de nos dixième enfaite ?	
227	Prof	Oui voilà.	
228	Myriam	Du coup 1 c'est soixante ?	
229	Nathan	Non 1 c'est une unité normal, ce n'est pas une soixantaine.	
230	Myriam	Si parce que 1 c'est 60 sur 60.	
231	Nathan	Oui donc ça fait 60 soixantièmes. Donc ça fait 1.	
232	Myriam	Oui donc c'est soixante.	
233	Nathan	Non. Si c'était 60 sur serait 3600 sur 60.	
234	Myriam	Oui mais eux ils ne calculent pas comme ça.	
235	Nathan	Mais non mais eux...	
236	Myriam	Je ne comprends rien.	
237	Nathan	Je ne sais pas comment expliquer. Non 1 c'est 1 c'est comme 43 tout à l'heure.	
238	Myriam	Moi je m'en fiche des babyloniens.	
239	Valentine	Pour les calculs, j'ai tout mis sur 60 au cube.	
240	Nathan	Pourquoi tu n'as pas juste calculé ... je m'en fiche au pire, du coup ça fait combien ?	
241	Valentine	Ça fait tout ça mais...	
242	Prof	Vous pouviez écrire tout le calcul sur votre calculatrice.	
243	Valentine	Oui bah oui.	
244	Nathan	Tu mets ça sur ta calculette, tu n'inquiètes pas qu'elle va trouver.	
245	Martin	Ouais !	
246	Myriam	Et du coup ? Ça fait combien ?	
247	Martin	Oh mais...	
248	Nathan	Après bon courage pour écrire 24 au cube.	
249	Valentine	Mais si ça se fait.	

250	Myriam	Oh mais qu'est-ce qu'elle fait ?! Tu fais quoi la ?
251	Valentine	Je ne sais pas j'ai trouvé environ... AH bah non il me manque un nombre là.
252	Prof	Non, ta calculatrice à juste simplifié ta fraction. Donc ça va vous donner quoi environ ?
253	Valentine	1,4 alors .
254	Prof	Vous pouvez écrire sur votre feuille, c'était ce que je vous demandais pour la première questions.
255	Myriam	Tu as mis quoi ?
256	Martin	1,4 et quelques.
257	Valentine	Elle a dit ok mais ça se trouve je me suis trompée.
258	Myriam	Comment tu arrives à ça ?
259	Valentine	J'ai mis tout sur 60 au cube. C'est un peu bête mais...
260	Nathan	Mais tu aurais carrément pu faire tout le calcul directement sur ta calculatrice. Donner une valeur approchée de racine carrée de 2 à 10^{-6} .
261	Martin	Ça fait un sur soixante.
262	Nathan	On fait racine carrée de 2 fois 10^{-6} . Donc ça fait $\frac{2}{10^{12}}$. Donc ça fait $\frac{1}{512}$.
263	Valentine	Oui mais tu as oublié des zéros car elle n'a pas dit... Oui à la base il y a un zéro de plus.
264	Martin	En soit si tu l'enlèves en bas le 0 ça ne change rien.
265	Nathan	Ah non d'accord, à la calculatrice. Ah vous en êtes toujours à la question d'avant. Là, il faut juste essayer de taper racine de 2 sur la calculatrice et voir combien ça fait.
266	Myriam	Alors à la calculatrice, donner une valeur approchée de racine carrée de 2.
267	Martin	Ça fait un et quelques non ?
268	Valentine	Du coup, on s'arrête à 6 chiffres après la virgule? On fait un arrondi.
269	Nathan	Il faut noter jusqu'à 3. 41, 42, 13.
270	Martin	Attend parce que ouais... ça fait 42 et 13 ?
271	Nathan	C'est un arrondi.
272	Valentine	41, 42 et 13. Oui mais c'est le 5 donc il faut augmenter.
273	Martin	Donc ça fait 42 et 14.
274	Valentine	On arrondit au plus grand.
275	Nathan	Pourquoi il y a quoi derrière ?
276	Martin	Il y a un 5, donc on marque 42 et 14.
277	Valentine	C'est peut-être pour ça, elle essaye de nous tester.
278	Nathan	Donc pour le 2, la réponse c'est... que remarque-t 'on ? Bah on remarque que c'est... qu'il y a beaucoup de 4. Il n'y a rien à remarquer !
279	Valentine	Ce n'est pas que des multiple de ...
280	Nathan	Bon déjà, mets que racine carrée de 2 est environ égale à 1,414214.
281	Valentine	Ah faut tracer des triangles et tout et elle nous donne 20 minutes. On n'aura jamais fini dans 20 minutes.
282	Myriam	Sur la tablette, il n'est pas indiqué de méthode pour trouver une valeur approchée de racine de 2...
283	Nathan	Tracer un triangle isocèle de côté 1cm.
284	Myriam	Tu es sûr de ton résultat et que c'était 14 ? Et pas 1,4
285	Nathan	C'était 13 et un 5 derrière.
286	Prof	Alors qu'avez-vous remarqué entre la première et la deuxième question ?

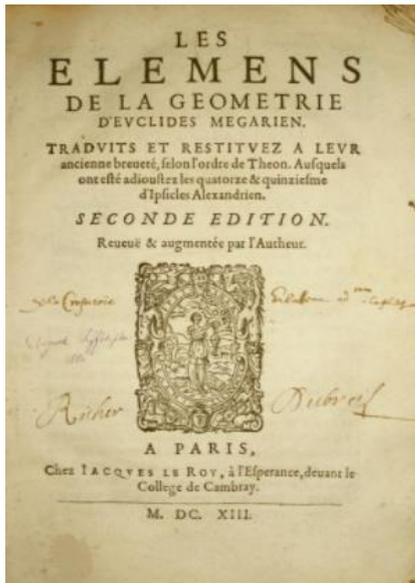
287	Valentine	Tu n'as pas mis l'arrondi, tu as mis que 1,4.	
288	Myriam	C'est le même ?	
289	Valentine	Ça se ressemble ouais.	
290	Prof	Montrez-moi votre feuille.	
291	Nathan	En fait c'est égal ce qu'ils ont écrit sur la tablette et ce que l'on a mis.	
292	Myriam	Ah donc en fait il a donné la racine carré de 2 sur sa tablette ?	
293	Prof	Oui ! Et donc c'est ce que l'on veut savoir avec les prochaines questions. Comment ils ont fait pour trouver cette valeur approchée ? Avant ils n'avaient pas de calculatrice.	
294	Nathan	On doit vraiment tracer un triangle isocèle de côté 1 cm ?	
295	Valentine	Euh.... est-ce qu'il faut le faire sur la feuille ? C'est bon ou pas Myriam ?	
296	Myriam	Oui faut juste que je regarde les chiffres après la virgule.	
297	Valentine	Faut aussi que tu mettes la phrase : on remarque avec la tablette.	
298	Nathan	Mais quel côté fait 1 cm dans le triangle ? Ce sont les côtés qui sont isocèles ?	
299	Valentine	Bonne question !	
300	Nathan	A mon avis oui c'est ça, on s'en fiche un peu de l'hypoténuse. Donc l'hypoténuse il vaut racine carrée de deux.	
301	Martin	Oui !	
302	Nathan	Donc par le calcul, la réponse c'est...	
303	Martin	Attend la réponse c'est racine carrée de deux ?	
304	Nathan	Oui parce que 1^2 plus 1^2 ça fait deux et donc racine carrée de deux.	
305	Myriam	Bah attendez, notez sur votre cahier puis je recopierai après.	
306	Nathan	Racine carrée de deux, il n'y a pas besoin de noter.	
307	Martin	Faut tracer le triangle ou pas ?	
308	Nathan	Mais non, il ne faut pas écrire dessus !	
309	Martin	Ce n'est pas grave c'est au crayon bois. Attend on va faire le triangle sur la feuille.	
310	Nathan	Non, c'est sur le cahier.	
311	Martin	Non, il faut mesurer la diagonale.	
312	Valentine	Oui tu vois c'est à la règles après.	
313	Nathan	Il y en a un qui le fait.	
314	Myriam	Mais faut le faire sur la feuille que l'on rend à la prof.	
315	Nathan	Oui faut faire dessus. Donc faut tracer un triangle isocèle.	
316	Valentine	Avant faut qu'elle réponde à la question d'avant	
<i>Bavardage et rédaction</i>			52'40''
317	Martin	Mais attend c'est quoi l'hypoténuse s'il est isocèle ?	53'16''
318	Nathan	Bah c'est un triangle rectangle avec deux côté de même longueur.	
319	Martin	Qui te dit qu'il était rectangle ?	
320	Nathan	Tu as l'hypoténuse et les deux côtés de même longueur. C'est en face de l'angle droit.	
321	Martin	Ah oui !	
322	Valentine	Oui ok, je n'avais pas vu qu'il était rectangle. Donc c'est ici que tu es censé avoir l'angle droit. Faut que tu dessines un triangle du coup Myriam.	

323	Myriam	D'accord.	
324	Valentine	Tu fais un triangle rectangle où tu mets un et un de chaque côté de l'angle droit.	
325	Myriam	Pourquoi rectangle ?	
326	Valentine	Parce que c'est indiqué dans la questions.	
327	Nathan	Et tu ne peux pas faire Pythagore dans un triangle qui n'est pas rectangle.	
328	Martin	Oui exact ! Tu es un malade !	
329	Myriam	C'est quel côté qui est à 1 cm?	
330	Valentine	Les deux côtés de l'angle droit.	
331	Myriam	Ok !	
332	Valentine	Mesurer la longueur de la diagonale. Et le reste c'est quoi ?	
333	Martin	C'est pareil : 10 au carré ça fait 100, 100 et 100, 200 donc $\sqrt{200}$.	
334	Nathan	Pourquoi tu fais 100 au carré ? Ah oui tu fais le deuxième ?	
335	Martin	J'ai fait un schéma vite fait pour voir	
336	Nathan	Et 200 c'est 10 racines carrée de 2.	
337	Martin	Ouais !	
338	Myriam	Mais pour le premier triangle, c'est super petit un centimètre!	
339	Martin	C'est bon on fait la question deux !	
340	Valentine	Je n'ai pas compris	
341	Martin	10 fois 10 ça fait 100, 100 plus 100 200 , donc racine de 200 et 10 racine de 2.	
342	Valentine	Simplifier le résultat sous la forme $a\sqrt{2}$ ça c'est bon. Mesurer alors la longueur de la diagonale à la règle. On ne peut toujours pas le faire.	
343	Myriam	Comment on trace déjà un triangle isocèle ?	
344	Valentine	Tu peux faire avec les carreaux de ton cahier.	
345	Nathan	Où tu fais avec un compas, des deux côtés du triangle tu fais 1cm et 1 cm.	
346	Martin	Au pire tu fais avec les carrés j'avoue !	
347	Nathan	Ça s'appelle un carreau Martin !	
348	Martin	Oui un carreau !	
349	Nathan	Tu vas t'en sortir, tu vas t'en sortir !	
350	Valentine	On est bien d'accord que c'est en centimètre ?	
351	Nathan	Oui et ça fait combien alors ?	
352	Valentine	1,4 cm !	
353	Nathan	Donc la valeur de l'hypoténuse c'est racine de deux. Mets racine de 1^2 plus 1^2 .	
354	Myriam	On a fait Pythagore enfaite ?	
355	Nathan	Oui faut calculer l'hypoténuse.	
356	Valentine	Donc ça fait racine de deux, soit environ 1,4.	
357	Nathan	Oui mais faut mettre la valeur obtenue par le calcul, donc faut mettre la valeur exacte.	
358	Martin	Oui on garde la valeur exacte.	
359	Nathan	Donc par calcul ça fait racine carrée de 2 du coup.	
360	Martin	Ouais !	
361	Nathan	Et en mesurant on trouve 1,4.	
362	Valentine	Je peux quand même mettre que racine de 2 c'est environ 1,4 pour qu'elle voit qu'on a obtenu le même résultat en mesurant.	

363	Nathan	Qu'est-ce que l'on peut en déduire ? On peut en déduire que racine carrée de 2 c'est environ égal à 1,4.	
364	Prof	Oui c'est ça.	
365	Martin	C'est juste ça qu'il fallait déduire ?	
366	Prof	Oui. C'était la manière pour eux de trouver un approximation au dixième de racine de 2.	
367	Nathan	C'étaient des malades.	
368	Prof	Au début ils ont utilisé un triangle rectangle isocèle de côté 1 cm...	
369	Nathan	Et après ils ont agrandi !! C'est ce que je disais au début.	
370	Prof	Oui voilà.	
371	Nathan	Ils ont agrandi le triangle et donc trouver une valeur plus grande et donc si tu la divises, ça décale la virgule et tu as les autres décimales.	
372	Prof	C'est ça Nathan !	
373	Myriam	Ils ont agrandi et après ?	
374	Nathan	C'est ce qu'ils font. Ils font un triangle de côté 10 cm. Donc on va avoir des plus grands nombres et c'est comme ça que l'on peut trouver une décimale en plus.	
375	Valentine	Ok j'ai capté !	
376	Martin	Il faut refaire un triangle rectangle isocèle Myriam !	
377	Myriam	Quoi ?	
378	Martin	Il faut refaire un triangle isocèle	
379	Nathan	De 10 cm cette fois.	
380	Valentine	Tu veux que je le fasse Myriam ?	
381	Myriam	Non c'est bon.	
<i>Bavardage</i>			57'46''
382	Valentine	Etablir alors une décimale supplémentaire ...	58'10''
383	Nathan	On va diviser et trouver un nombre en plus. On va trouver 1,41. Non on va trouver 14,1.	
384	Martin	On doit trouver quoi ? Je vais vérifier.	
385	Nathan	Racine carrée de 200 ça doit être environ égal à 14,1.	
386	Martin	Oui ça marche ! Tu es trop fort !	
387	Nathan	Mais non c'est simple ! Racine carrée de deux c'est environ égal à 1,41.	
388	Martin	Oui je sais mais quand même. Tu as réussi.	
389	Valentine	Mais ça a dû leur prendre du temps de faire ça encore et encore pour trouver les décimales, en plus avec leur base 60 !	
390	Nathan	Oh oui les pauvres !	
391	Prof	Vous finissez la rédaction et vous me rendez votre feuille, ça va sonner.	1:00:31

À la méthode d'Euclide

Remontons le temps et intéressons-nous à l'origine de la géométrie. Les objets tels que le point ou la droite qui nous sont aujourd'hui naturels n'ont pas toujours existé. En effet, un mathématicien grec du nom d'Euclide a posé les bases de la géométrie moderne. Regardons de plus près ces travaux :



Dans le premier livre des *Eléments d'Euclide*, le mathématicien donne plusieurs définitions qui paraissent loin des définitions que l'on pourrait donner aujourd'hui.

1) Essaie de donner pour chaque définition l'objet dont il est question.

Eléments d'Euclide, Livre I, définition

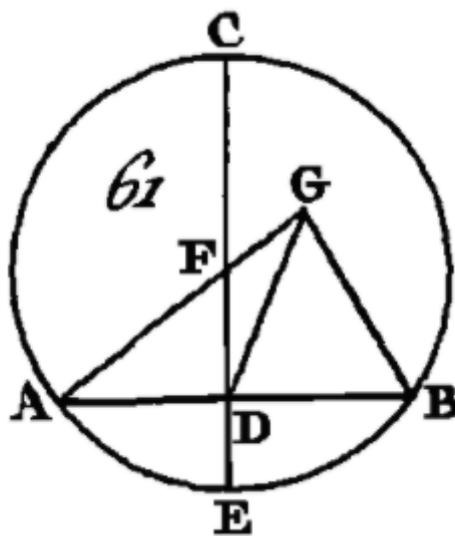
- *Définition 1*, le point est ce dont la partie est nulle.
- *Définition 2*, une ligne est une longueur sans largeur.
- *Définition 4*, la ligne droite est celle qui est également placée entre ses points.
- *Définition 9*, lorsque des lignes qui comprennent un angle sont des droites, l'angle se nomme rectiligne.
- *Définition 10*, lorsqu'une droite tombant sur une droite fait deux angles de suite égaux, chacun des angles égaux est droit, et la droite placée au-dessus est dite perpendiculaire à celle sur laquelle elle est placée.
- *Définition 15*, un cercle est une figure plane comprise par une seule ligne qu'on nomme circonférence, toutes les droites menées à la circonférence d'un des points placé dans cette figure étant égales entre elles.
- *Définition 16*, ce point se nomme le centre du cercle.

- *Définition 17*, le diamètre du cercle est une droite menée par le centre et terminée de part et d'autre par la circonférence du cercle, le diamètre partage le cercle en deux parties égales.
- *Définition 35*, les parallèles sont des droites qui, étant situées dans un même plan, et étant prolongées à l'infini de part et d'autre, ne se rencontrent ni d'un côté ni de l'autre.

Dans son ouvrage, Euclide donne énoncé aussi des propositions qui ne sont autres que des protocoles de constructions

2) Rappelle ce qu'est un programme de construction

Nous allons nous intéresser à une proposition qui se trouve dans le troisième tome de cette œuvre, le but est de retrouver le centre d'un cercle.



Soit ABC le cercle donné, il faut trouver son centre.

Conduisez dans le cercle une droite quelconque AB, partagez-la en deux parties égales au point D.

Du point D élevez une perpendiculaire DC sur AB

Prolongez la droite DC jusqu'en E et partagez CE en deux parties égales au point F

Je dis que F est le centre du cercle ABC

Annexe 7-Re transcription activité "à la manière de" de Pauline Tison

<i>Entrée en classe</i>			5'
<i>Activité rapide</i>			15'
<i>Correction activité rapide</i>			20'
<i>Consigne pour le travail de groupe</i>			25'
<i>Déplacements des élèves</i>			30'
<i>Début de l'enregistrement</i>			35'
1	Mathilde	Ecoutez, écoutez. Essayer de donner pour chaque définition l'objet dont il est question. Donc la définition 1 c'est : le point est ce dont la partie est nulle. Là on est d'accord on a rien compris ?	
2	Victor	Oui	
3	Mathilde	On prend la deuxième. Une ligne est une longueur sans largeur. Bah c'est un..	
4	Byron	Un trait ?	
5	Victor	Un trait et une règle.	
6	Mathilde	Bah c'est pas une droite ? Moi je pense que c'est une droite.	
7	Byron	Mais il faut dire son prénom quand on parle ! Moi j'en ai trouvé une	
8	Victor	Oui mais il faut les faire dans l'ordre, c'est mieux	
9	Mathilde	Du coup j'ai trouvé la quatre	
10	Victor	C'est quoi ?	
11	Mathilde	La ligne droite est celle qui est également placée entre ses points. C'est un segment parce que c'est entre deux points.	
12	Victor	Attends je lis la suivante, c'est Victor. Définition 9 : lorsque des lignes qui comprennent un angle sont des droites, l'angle se nomme rectiligne.	
13	Mathilde	Des lignes qui comprennent un angle, en gros c'est un angle droit. Bah du coup c'est perpendiculaire.	
14	Victor	Bah ouais je crois.	
15	Byron	Attendez ! Vous êtes à où là ?	
16	Mathilde	Attendez je suis pas sûre pour la 9, soit c'est parallèle soit c'est perpendiculaire.	
17	Byron	Définition 10 : lorsqu'une droite tombant sur une droite fait deux angles de suite égaux, chacun des angles est droit et la droite placée au-dessus est dite perpendiculaire à celle sur laquelle elle est placée.	
18	Mathilde	Ok j'ai compris c'est bon, je peux dire pourquoi ? C'est des parallèles parce que regardez j'ai refait le schéma.	
19	Victor	Oui je suis d'accord	
20	Mathilde	Définition 15, à toi Capucine de parler	
<i>Capucine refuse visiblement de parler</i>			
21	Mathilde	Ok c'est moi qui le fais. Un cercle est une figure plane comprise par une seule ligne qu'on nomme circonférence, toutes les droites menées à la circonférence d'un des points placé dans cette figure étant égales entre elles. Alors attends là j'ai rien compris.	

<i>Victor relit la définition en question</i>			
22	Mathilde	C'est un diamètre ou un rayon je suis pas sûre.	
23	Byron	Bah c'est un diamètre	
24	Mathilde	Ça passe ou pas par le centre ?	
25	Byron	Bah oui c'est un diamètre	
26	Mathilde	Une seule ligne... oui je crois que c'est ça. On met diamètre et si on retrouve diamètre ensuite on changera.	
27	Mathilde	Alors définition 16 : ce point se nomme le centre du cercle. Est-ce que faut donner le nom du point ?	
28	Capucine	Bah...bah...bah...	
29	Victor	Non ce n'est pas demandé. Définition 17...	
30	Byron	Attends, on est où là ?	
31	Mathilde	On est là, note diamètre.	
32		<i>Victor reprend la lecture de la définition 17</i>	
33	Mathilde	Attends, deux parties égales donc c'est le rayon. Alors la suivante, cette fois-ci Capucine tu vas lire	
34	Victor	Capucine qui parle, définition 35	
35	Capucine	Alors, les parallèles sont des droites qui, étant situées dans un même plan, et étant prolongées à l'infini de part et d'autre, ne se rencontrent ni d'un côté ni de l'autre.	
36	Mathilde	Donc c'est... <i>essaie manifestement de mettre Capucine sur la piste</i>	
37	Byron	Qui se continue, qui ne s'arrête jamais donc c'est une droite !	
38	Victor	Oui c'est une droite	
39	Mathilde	Revenons aux autres définitions, on avait déjà trouvé une droite	
40	Victor	Oui une longueur sans largeur	
41	Mathilde	Regarde ça c'est une longueur et ça c'est une largeur. Attends une ligne est une longueur sans largeur, bah c'est un cercle, une droite une corde ?	
42	Byron	Pour moi c'est une droite	
43	Victor	Faut refaire la définition 1, 2, 3	
44	Mathilde	Le point est ce dont la partie est nulle	
45	Capucine	La partie est nulle ?	
<i>La professeure passe dans le groupe pour voir où en sont les élèves</i>			
46	Mathilde, Victor	Madame, on arrive pas aux deux premières	
47	Byron	C'est un centre ?	
48	Professeure	Est-ce que c'est spécifié qu'on est dans un cercle ?	
49	Victor	Non c'est pas écrit	
50	Professeure	Donc c'est sans doute plus simple que ça. Un point est ce dont la partie est nulle. De quoi on parle là finalement ?	
51	Byron	Ah bah un point !	
52	Mathilde	Ah oui c'est un point	
53	Capucine	Ahhh un point	
54	Mathilde	Et du coup est-ce qu'une longueur c'est une droite ?	
55	Professeure	C'est pour la deuxième définition c'est ça ?	

56	Mathilde	Oui, on a déjà placé droite et segment donc on sait pas	
57	Professeure	Mettez-vous tous d'accord, on verra bien.	
58	Mathilde	Bah on met droite parce que c'est pas marqué que ...	
59	Victor	Et pourquoi pas demi-droite ?	
60	Byron	Ah oui demi-droite on y avait pas pensé !	
61	Mathilde	(Après relecture de la définition) : Bah c'est une ligne , y a ligne dans la phrase.	
62	Victor	Allez, moi je mets une demi-droite	
63	Mathilde	Mais non pas demi-droite !	
64	Byron	Mets une ligne toute simple, on verra si c'est bon. Faut tenter	
65	Mathilde	Bah oui mais dans le vocabulaire de géométrie y a pas ligne	
66	Byron, Victor	Ah oui c'est vrai	
67	Victor	Bah moi je mettrais demi-droite	
68	Mathilde	Attends, y a une autre définition pour laquelle je suis pas sûre. On retourne à la définition 35	
<i>Capucine relit la définition 35</i>			
69	Mathilde	Ah bah ça c'est des parallèles	
70	Capucine	Ah bah oui	
71	Mathilde	Donc c'est pas des droites, pourquoi on avait mis ça ?	
72	Victor	Moi la question 2 j'aurai dit demi-droite parce que ligne c'est pas un vocabulaire géométrique	
73	Mathilde	Au pire on laisse comme ça. Ensuite le deuxième exercice	
<i>Lecture de la consigne</i>			21'36
74	Victor	Alors faut trouver le centre	23'05
75	Byron	Bah c'est F	
76	Mathilde	Oui mais comment ? Déjà [AB] c'est une corde	
77	Victor	Bah tu peux le marquer corde	
78	Mathilde	Faut marquer le vocabulaire ?	
79	Victor	Allez moi je le note	
80	Mathilde	Conduisez dans le cercle une droite quelconque...	
81	Victor	Alors (DC), du point D élevez une perpendiculaire	
82	Mathilde	Donc... je comprends pas en fait	
83	Victor	Une perpendiculaire sur (AB)	
84	Mathilde	Faut retrouver le centre du cercle	
85	Byron	\widehat{AB} c'est aussi un arc de cercle	
86	Victor	Le centre c'est F	
87	Mathilde	Oui mais comment on l'a fait ?	
<i>La professeure passe une seconde fois</i>			
88	Professeure	Alors vous avez trouvé toutes les définitions ?	
89	Victor	Oui mais maintenant on est bloqués	
90	Capucine	On a encore un doute si ici c'est demi-droite ou pas	
91	Victor	Là y a écrit qu'on doit élever une perpendiculaire DC sur AB	
92	Mathilde	Mais le centre on le trouve grâce au diamètre	
93	Professeure	Alors non, ici vous partez simplement d'un cercle	
<i>La professeure trace un cercle sur une feuille blanche sans</i>			

<i>faire apparaître le centre ou le diamètre</i>			
94	Professeure	Ici on vous demande de refaire le protocole de construction	
95	Victor	Ah faut le refaire ?	
96	Professeure	Dans la consigne on vous demande de suivre le programme de construction. Donc ça veut dire que si je vous donne un cercle, n'importe lequel, il faut que vous soyez capables de me retrouver son centre	
97	Victor	Ah bah Capucine tu vas le faire	
98	Mathilde	Pour retrouver le centre on se sert de où on a piqué le compas	
99	Professeure	Sauf que là vous ne savez pas où il a fallu piquer ni de combien on a ouvert notre compas	
100	Byron	Il suffit de mesurer le diamètre qui est sur le milieu	
101	Professeure	Le but ici est d'y arriver en suivant le protocole de construction	
102	Mathilde	Maintenant faut placer A, B et C	
103	Byron	Au crayon de papier !	
104	Mathilde	Bah oui mais on peut pas savoir	
105	Capucine	A, B, C sont pas dits alignés donc c'est qu'ils sont pas alignés	
106	Victor	Donc je peux les mettre où je veux	
107	Mathilde	Conduis dans le cercle une droite (AB) donc là tu relies les deux avec une règle	
108	Capucine	Et on met des points	
109	Mathilde	Bon et maintenant qu'on a fait ça, faut partager en deux parties égales au point D	
110	Victor	Hein ?	
111	Mathilde	En gros faut qu'on partage le segment en deux parties égales. Donc là ça fait 9,5 et 9,5 diviser par deux ça fait	
112	Victor	9,5....	
113	Mathilde	La moitié de 9 c'est 4,5 donc c'est à peu près là. Parfait, une fois qu'on a fait ça il faut	
114	Victor	On fait une perpendiculaire	
115	Mathilde	Donc on la trace c'est ça, faut qu'elle passe par le point D	
116	Capucine	Ça passe par le point ou pas ?	
117	Mathilde	Ah bah non faut qu'on refasse	
<i>Mathilde refait la figure</i>			
118	Mathilde	Donc la moitié c'est 5	
119	Victor	Ah bah tu calcules bien	
<i>Ils appellent la professeure</i>			
120	Mathilde	Madame on est bloqués parce que la perpendiculaire ça marche pas	
121	Professeure	Peut-être que le point qui vous gêne vous pouvez le placer qu'après	
122	Mathilde	Ah oui on peut le bouger ! Donc c'est bon c'est l'angle droit. Ensuite... en E c'est là donc on prolonge la droite	
123	Victor	Est-ce que tu as compris Capucine ?	
124	Mathilde	Comment on fait pour partager [CE] en deux parties égales ?	
125	Victor	Bah tu mesure !	

126	Mathilde	Bah en fait ça fait 9, ça fait 10 même	
127	Victor	Ah oui ça fait 10	
128	Mathilde	Donc là je place F. Je dis que F est le centre du cercle...ah bah c'est bon !	
129	Victor	Fais voir	
130	Mathilde	Vous effacez rien car on a galéré à le faire. Madame on a fini.	
<i>La professeure vérifie que ce qui a été fait est correct.</i>			
131	Professeure	Vous voyez bien qu'on a retrouvé le centre du cercle	
132	Victor	Madame pour les définitions, on a mis demi-droite	
133	Mathilde	Je suis pas d'accord parce que on dit pas que ça s'arrête sur un côté.	
134	Victor	Pour celle des perpendiculaire j'aurais dit sécante	
135	Byron	Sécante c'est quand ça se croise et que ça fait pas d'angle droit	
136	Victor	Au fait ça veut dire quoi circonférence	
137	Mathilde	Faut qu'on essaie de comprendre	
138	Victor	On met sécante	
139	Mathilde	Oui allez on met ça	1 : 10 : 47
<i>Ramassage des travaux de groupe et fin de l'enregistrement</i>			1 : 15 : 00

Annexe 8 - Questions posées à Evelyne Barbin

Q1 : Pouvez-vous vous présenter rapidement ?

Q2 : Qu'est-ce qui vous a mené à vous intéresser à l'histoire des mathématiques ?

Q3 : Menez-vous toujours à l'heure actuelle des travaux sur ce sujet et si oui, comment expérimentez-vous ?

Q4 : Quel est selon vous l'intérêt d'une introduction de l'histoire dans le cours de Mathématiques ?

Q5 : Qu'est-ce qui garantit un bon fonctionnement d'une séance à visée historique ? Quels indices peuvent nous permettre de savoir que l'histoire a permis d'atteindre l'effet escompté ?

Q6 : Vers quelles ressources un professeur, potentiellement intéressé par l'histoire des mathématiques en classe, pourrait-il se diriger ?

4^{ème} de couverture

5 Mots clés : Histoire de mathématiques, séance à visée historique, typologie SaMaH

Depuis ces dernières décennies, les séances de mathématiques ayant attrait à l'histoire de la discipline de sont multipliées. De plus, de nombreux articles ou ouvrages faisant référence à cette perspective historique au sein du cours de mathématiques traditionnel voient aujourd'hui le jour.

Comment et pourquoi introduire l'histoire des Mathématiques au sein d'une séance ? Quels sont les bénéfices d'une telle pratique ? Quels outils pour l'analyse de séances à visée historique ? Quelles tâches concrètes ? C'est toutes ces questions auxquelles nous avons essayé de répondre.

For the last decades, the number of mathematical courses with a historical aspect has been increasing a lot. Moreover, several articles and publications talking about this historical dimension inside an ordinary mathematical class are more and more numerous.

How and why introduce the history of mathematics during a lesson? How can it be beneficial? What are the tools to analyse sequences with an historical point of view? Which concrete tasks? That are the questions we tried to answer through our work.

