



HAL
open science

Les jeux de langage dans la philosophie des mathématiques de Wittgenstein

Baptiste Coté

► **To cite this version:**

Baptiste Coté. Les jeux de langage dans la philosophie des mathématiques de Wittgenstein. Philosophie. 2021. dumas-03481320

HAL Id: dumas-03481320

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-03481320>

Submitted on 15 Dec 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

Université de Lille

Les jeux de langage dans la
philosophie des mathématiques de
Wittgenstein

Par Baptiste Coté

Sous la direction de Shahid Rahman

Mémoire présenté dans le cadre d'un Master 2 de Philosophie.

Année Académique 2020-2021.

Table des matières

Introduction	6
I- L'explication des relations sémantiques entre les mathématiques et la réalité par les jeux de langage	10
A) Conceptions traditionnelles du rapport des mathématiques à la réalité	10
1) Critique de la dénomination comme relation sémantique fondamentale	10
2) L'image platoniste de la réalité mathématique	14
3) Wittgenstein et le formalisme mathématique	16
B) Usages des règles mathématiques dans les jeux de langage	20
1) Les règles mathématiques comme mesure de la réalité	20
2) L'autonomie de la grammaire	23
3) De l'observation empirique à l'invention de la règle normative	26
C) Les jeux de langage comme explication des relations sémantiques	31
1) La fonction représentationnelle du langage mathématique	31
2) La relation du langage au monde exprimée dans les jeux de langage	34
3) Ce que sont les faits	38
II- L'analyse des mathématiques pures dans les jeux de langage	44
A) Relativisation de la distinction entre les mathématiques pures et les mathématiques appliquées	44
1) Primauté des jeux de langage	44
2) Les mathématiques comme déterminations grammaticales	48
3) Application des règles mathématiques	51
B) Les mathématiques pures dans les jeux de langage	55
1) La « pureté » des mathématiques	55

2) La critique de l'argument de la diagonale de Cantor	58
3) Philosophie et mathématiques	61
C) La nécessité mathématique dans les jeux de langage	65
1) La nécessité en dehors des jeux de langage	65
2) Le conventionnalisme de Wittgenstein	68
3) La nécessité des mathématiques	71
III- La dimension anthropologique des jeux de langage	76
A) Les règles mathématiques dans les jeux de langage	76
1) L'usage de l'égalité mathématique dans les jeux de langage	76
2) Logique et mathématiques	79
3) Le fondement des mathématiques	82
B) Les jeux de langage dans la forme de vie humaine	87
1) Les jeux de langage comme pratique mathématique	87
2) Les mathématiques comme une activité essentiellement humaine	90
3) Forme de vie	94
C) Les jeux de langage et l'objectivité mathématique	97
1) Jeux de langage et scepticisme	97
2) Accord dans les formes de vie	100
3) Ce qu'il y a de plus profond	104
Conclusion	108
Bibliographie	111

Introduction

La réflexion de Wittgenstein sur les mathématiques occupe une position paradoxale dans sa philosophie. D'un côté, ce dernier a consacré, tout au long de sa vie, une grande partie de sa pensée à ce sujet et considère, lui-même, que sa contribution principale à la philosophie fût ses écrits portant sur les mathématiques¹. D'autre part, les réflexions de Wittgenstein sur les mathématiques sont comme séparées du reste de sa philosophie. Lorsque celles-ci ne sont pas isolées, par les commentateurs, de sa méthode philosophique fondée sur l'analyse grammaticale du langage ordinaire, elles sont largement discréditées. Sa philosophie des mathématiques est, alors, « régulièrement associée à la conception formaliste-positiviste »² du Cercle de Vienne, ou bien accusée de mépriser les mathématiques³, ou encore ne serait que le « produit étonnamment insignifiant d'un esprit étincelant »⁴. En effet, en considérant d'abord des exemples des mathématiques élémentaires, Wittgenstein est conscient que « tout mathématicien sera sans doute horrifié par [ses] observations »⁵ car elles suggèrent, ainsi, soit que les théorèmes des mathématiques pures n'ont pas d'importance, soit « qu'il n'avait en fait aucune connaissance réelle des mathématiques autre que ce qu'on en apprend à l'école »⁶.

Le cas des mathématiques semble présenter une limite de la philosophie de Wittgenstein, dans la mesure où nous ne pouvons pas rendre compte de celles-ci par la description seule de l'usage ordinaire des mathématiques élémentaires. De plus, les mathématiques constituent le paradigme de la certitude et de la transparence, en philosophie, tandis que le langage ordinaire serait confus et imprécis. Si la rigueur et la clarté mathématiques peuvent servir de modèle pour la construction d'un langage philosophique plus exact, il paraît, à l'inverse, problématique d'appréhender les mathématiques du point de vue du langage ordinaire. En ce sens, la compréhension de la philosophie des mathématiques de Wittgenstein impose de saisir le rapport,

¹ MONK, Ray, 1990. *Ludwig Wittgenstein : The Duty of Genius*. New York : The Free Press. p466.

² BOUVERESSE, Jacques, 1987. *La force de la Règle. Wittgenstein et l'invention de la nécessité*. Paris : Les Editions de Minuit. p74.

³ BADIOU, Alain, 2009. *Wittgenstein's Antiphilosophy*. London : Verso. p71.

⁴ KREISEL, Georg, 1958. Wittgenstein's remarks on the foundations of mathematics. *British Journal for the Philosophy of Science*, vol. 9, n. 34. p158.

⁵ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1980. *Grammaire Philosophique*. Paris : Gallimard. p487.

⁶ MARION, Mathieu et OKADA, Mitshuhiro, 2012. La philosophie des mathématiques de Wittgenstein. *Lectures de Wittgenstein*. Paris : Ellipses. p80.

interne à sa philosophie, entre ses considérations sur le langage ordinaire et leur application au domaine des mathématiques.

Selon Hao Wang, si les réflexions de Wittgenstein se caractérisent par leur « inadéquation aux mathématiques », leur intérêt essentiel est de jouer « le rôle d'allié de ses idées plus générales dans les Recherches Philosophiques »⁷. Notre ambition, dans ce mémoire, est exactement l'inverse de cette citation. Nous devons partir des considérations que Wittgenstein développe à propos du langage ordinaire et montrer en quoi celles-ci sont pertinentes dans le cas des mathématiques, qu'il n'y a pas lieu d'envisager celles-ci comme un domaine qui échapperait, en raison de sa nécessité et de son exactitude, à une telle analyse. Bien plus, nous montrerons en quoi Wittgenstein conçoit les mathématiques à partir de la notion de « jeu de langage ». Notre démarche s'inspire, en ce sens, de celle de Crispin Wright, qui défend l'idée que la compréhension de la philosophie des mathématiques de Wittgenstein ne sera pleinement satisfaisante, en particulier ses idées sur la preuve mathématique, qu'à la condition « de retourner aux discussions sur le suivi d'une règle dans les Recherches Philosophiques »⁸. Cependant, nous constatons que très peu de commentateurs de ses pensées sur les mathématiques, y compris Crispin Wright, utilisent la notion de « jeu de langage ». A l'inverse, les réflexions sur les règles se sont largement imposées, au profit des jeux de langage, qui semblent n'être utiles que dans le cas du langage de tous les jours. Pourtant, la première fois que Wittgenstein compare le langage à un jeu c'est au cours d'une discussion avec Moritz Schlick en Juin 1930, sur le formalisme mathématique⁹. Cette comparaison est à l'origine de l'idée des jeux de langage, qui est développée dans la seconde philosophie de Wittgenstein, et qui montre que « parler un langage fait partie d'une activité, ou d'une forme de vie »¹⁰.

Par conséquent, dans quelle mesure les jeux de langage sont-ils pertinents pour rendre compte des mathématiques? Ainsi, nous devons nous demander, d'une part, en quel sens une telle interprétation des mathématiques par les jeux de langage est possible et, d'autre part, ce que cette analyse apporte à la compréhension des mathématiques. Nous montrerons en quoi l'usage des jeux de langage à propos des mathématiques nous permet, d'une part, de résoudre de nombreuses difficultés internes à l'interprétation de la philosophie des mathématiques de Wittgenstein, et d'autre part éclairer notre compréhension des mathématiques en général.

⁷ WANG, Hao, 1984. Wittgenstein's and other mathematical philosophies. *The Monist*, vol. 67, n. 1. p28.

⁸ WRIGHT, Crispin, 1990. Wittgenstein on the Mathematical Proof. *Royal Institute of Philosophy Supplement*, n. 28. p79.

⁹ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1979. *Wittgenstein and the Vienna circle*. Oxford : Blackwell. p103.

¹⁰ WITTGENSTEIN, Ludwig, 2014. *Recherches Philosophiques*. Paris : Gallimard. §23.

Pour cela, nous procéderons en trois étapes. Dans un premier temps, nous devons poser la question des relations sémantiques entre les mathématiques et la réalité. En quel sens l'usage des règles mathématiques peut-il nous montrer leur rapport à la réalité? En conséquence, cette question nous place dans un débat qui oppose les philosophies des mathématiques platonistes et formalistes. Contre la philosophie platoniste nous montrerons en quoi les règles mathématiques ne sont pas descriptives, mais normatives, sans nier, comme le formalisme, tout rapport de celles-ci avec la réalité. Par conséquent, deux problèmes se posent à nous : comment comprendre les relations sémantiques si nos règles mathématiques ne font pas référence à une réalité extérieure? Pour y répondre, il sera important de regarder leur rôle comme mesure de la réalité dans nos jeux de langage. D'autre part, si les règles mathématiques sont autonomes et indépendantes, dans la grammaire, comment celles-ci peuvent-elles être appliquées à propos de la réalité? Nous verrons en quoi Wittgenstein introduit, pour répondre à une telle difficulté, les jeux de langage comme explication des relations sémantiques du langage à la réalité.

Ensuite, si les règles mathématiques déterminent comment la réalité doit être, alors nous restreignons celles-ci à une utilisation pratique et élémentaire. Par conséquent, dans quelle mesure les jeux de langage peuvent-ils rendre compte des mathématiques pures? Pour répondre à cette difficulté, nous montrerons en quoi cette question n'est pas problématique dans la philosophie des mathématiques de Wittgenstein. Au contraire, la caractérisation des règles mathématiques, comme déterminations grammaticales des concepts que nous appliquons dans des jeux de langage, conduit à une relativisation de la distinction des mathématiques pures et des mathématiques appliquées. En ce sens, la dimension thérapeutique des jeux de langage doit nous montrer en quoi une telle distinction doit être abandonnée. Par conséquent, la pertinence des jeux de langage ne se limite pas aux mathématiques élémentaires, mais nous permet d'éclairer notre compréhension des théorèmes les plus complexes. Ainsi, si cette conception des mathématiques est juste et légitime, alors, nous devons être capable de rendre compte, par celle-ci, des caractéristiques essentielles des mathématiques, en particulier de leur nécessité.

Enfin, notre réflexion sur les mathématiques à partir des jeux de langage nous conduit à considérer celles-ci comme une pratique essentiellement humaine, faisant sens dans notre forme de vie. Cependant, l'objectivité des mathématiques semble fondée sur l'universalité de ces règles, qui sont indépendantes de toutes déterminations humaines. Ainsi, en quel sens l'objectivité des mathématiques peut-elle être préservée si nous envisageons nos règles comme des inventions dans une communauté humaine? Nous attacherons une importance essentielle à la connexion entre les concepts de « jeu de langage » et de « forme de vie ». De ce point de vue, alors, les jeux de langage ne conduisent pas à relativiser nos certitudes mathématiques, mais nous montrerons en quoi celles-ci sont essentielles dans nos vies et montrent ce qu'il y a de plus profond.

I- L'explication des relations sémantiques entre les mathématiques et la réalité par les jeux de langage

A) Conceptions traditionnelles du rapport des mathématiques à la réalité

1) Critique de la dénomination comme relation sémantique fondamentale

Largement répandue parmi les commentateurs, l'idée que la philosophie de Wittgenstein doit être divisée en différentes parties nous semble être la source de nombreuses mécompréhensions¹¹. Tout au long de ce mémoire, au contraire, nous voulons attirer l'attention sur la continuité de la réflexion de Wittgenstein. Continuité non dans les thèses, pour ainsi dire, mais dans les thèmes et les problèmes abordés. Si le concept de « jeu de langage » n'apparaît que dans ce que l'on appelle « la seconde philosophie de Wittgenstein », nous montrerons en quoi celui-ci répond à un problème important dès les premiers écrits du philosophe: la relation du langage au monde.

¹¹ MARION, Matthieu et OKADA Mitsuhiro, 2012. Wittgenstein et le lien entre la signification d'un énoncé mathématique et sa preuve. *Philosophiques*, vol. 39, n. 1. p103-104.

Dès 1914, Wittgenstein fait le récit de la reconstitution d'un accident d'automobile dans un tribunal¹². Cet épisode est fondamental pour la « théorie picturale » du langage, qu'il développera ensuite dans le Tractatus Logico-Philosophicus¹³. Celle-ci avance que « la proposition est une image de la réalité » (TLP 4.01) qui fait sens parce qu'elle « figure telle ou telle situation » (TLP 4.031). Ainsi, les noms sont des signes simples que l'on emploie dans des propositions (TLP 3.202) et dont la signification est un objet (TLP 3.203). Les « relations de figuration » (TLP 4.462), qui déterminent l'accord du langage au monde, se définissent par la correspondance entre la « configuration de signes simples dans le signe propositionnel » et « la configuration des objets dans la situation » (TLP 3.21). En conséquence, si « un nom est mis pour une chose », alors la proposition comme « un tableau vivant, figure un état de choses » (TLP 4.0311). Cependant, le philosophe ne mentionne pas la définition ostensive dans le Tractatus Logico-Philosophicus, parce que celle-ci lui paraissait encore « obscure », bien qu'il ait pensé qu'il existât une telle « connexion entre le langage et la réalité »¹⁴. Il est intéressant de constater que Wittgenstein propose une explication similaire des relations sémantiques, jusque dans Le Cahier Bleu, où les définitions ostensives nous « montre[nt] la manière dont les mots et les choses peuvent être reliés »¹⁵.

L'évolution de sa pensée, à partir du Cahier Brun, dicté entre 1934 et 1935, attribue un rôle tout à fait différent à la définition ostensive, sans nier complètement son utilité. En effet, les Recherches Philosophiques s'ouvrent par une citation de Saint Augustin¹⁶ dans laquelle il expose sa

¹² WITTGENSTEIN, Ludwig, 1997. *Carnets 1914-1916*. Paris : Gallimard. p32 : « Le concept général de proposition entraîne avec lui un concept tout à fait général de coordination de la proposition et de l'état de choses (...) (Comme lorsque devant un tribunal parisien un accident d'automobile a été représenté au moyen de poupées, etc.) ».

¹³ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1992. *Tractatus Logico-Philosophicus*. Paris : Gallimard. A présent nous utilisons, dans le texte, l'abréviation TLP suivie du numéro de section.

¹⁴ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1979. *Wittgenstein and the Vienna circle*. Oxford : Blackwell. p209.

¹⁵ WITTGENSTEIN, Ludwig, 2004. *Le Cahier Bleu et le Cahier Brun*. Paris : Gallimard. p84.

¹⁶ WITTGENSTEIN, Ludwig, 2014. *Recherches Philosophiques*. Paris : Gallimard. §1. Tout au long de ce mémoire nous utiliserons, dans le texte, l'abréviation RP suivie du numéro de paragraphe.

conception de la signification¹⁷. Enfant, nous apprenons le langage d'abord par des définitions ostensives qui, en désignant les choses dans le monde, nous enseignent comment elles se nomment: « l'ostension sort du langage et relie les signes avec la réalité »¹⁸. Par cet acte de désignation, nous construisons une relation sémantique entre le mot et la chose dans la mesure où la signification d'un mot est « l'objet dont le mot tient lieu » (RP§1). Par conséquent, la définition ostensive se comprend comme le mode privilégié de donation de la signification, en raison de la relation directe nom-objet.

La critique wittgensteinienne de cette « relation mystérieuse de l'objet à son nom »¹⁹ ne doit pas être interprétée, cependant, comme une réfutation²⁰ mais, plus exactement, comme la tentative de délimitation de l'utilité d'une telle explication (RP §3). Pour cela, Wittgenstein invente le jeu de langage des bâtisseurs, décrivant cette « représentation primitive de la façon dont le langage fonctionne » (RP§2). De ce point de vue, les jeux de langage sont avant tout une « méthode » (RP §48) nous permettant d'attirer l'attention sur notre usage du langage, que nous ignorons « quand nous philosophons » (RP §11). Ainsi, nous ne pouvons expliquer le langage dans son intégralité comme étant fondé sur cette *unique* relation. D'une part, celle-ci ne rend pas compte de la diversité des usages du langage et des différentes catégories de mots (RP §1), alors qu'il en existe d' « innombrables » (RP §23). D'autre part, l'acte de dénomination est comparable au fait d'attacher « à une chose une étiquette portant son nom » (RP §15). En donnant le nom d'une chose, nous n'avons encore rien dit sur l'usage que nous devons faire de celui-ci, à partir de cette explication²¹. En ce sens, la définition ostensive échoue à rendre compte de l'apprentissage du langage dans la mesure où elle n'est utile que dans les cas où nous savons déjà quel rôle doit jouer

¹⁷ Bien qu'une telle comparaison puisse être intéressante, si elle est nuancée, nous n'identifions pas, ici, la conception de la signification dans le Tractatus Logico-Philosophicus, avec celle de Saint Augustin. Nous attirons davantage l'attention sur le fait que la critique de la dénomination comme relation sémantique fondamentale, dans les Recherches Philosophiques, trouve sa source dans le long cheminement interne à la pensée de Wittgenstein.

¹⁸ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1979. *Wittgenstein and the Vienna circle*. Oxford : Blackwell. p246.

¹⁹ WITTGENSTEIN, Ludwig, 2004. *Le Cahier Bleu et le Cahier Brun*. Paris : Gallimard. p265.

²⁰ *Ibid.* p70 : « Cependant, ayant dit que la première définition est mauvaise, nous sommes maintenant tentés de penser que nous devons la remplacer par une autre, la bonne définition. »

²¹ BAKER, Gordon et HACKER, Peter, 2005. *Understanding and Meaning*. Oxford : Blackwell. p81.

un mot dans notre grammaire (RP §30). Par conséquent, nous constatons que le rôle que joue la relation de dénomination est bien moins important que celui que Saint Augustin lui attribuait.

Pour autant, cela n'implique pas que celle-ci soit vide de sens ou inutile mais, plutôt, que sa fonction véritable est autre. A condition de connaître la place que les mots occupent dans notre grammaire, nous pouvons expliquer « parfois la *signification* d'un mot en montrant le *porteur* de ce nom » (RP §43). Cela se montre, par exemple, dans le cas de l'apprentissage des mathématiques élémentaires. Nous apprenons à un enfant à quoi correspondent les nombres en désignant des groupes d'objets²², ou encore les règles du calcul en montrant sur nos doigts, et c'est « en réalité ainsi que les enfants apprennent à employer les cinq ou six premiers noms de nombre » (RP §9). Comprise de cette façon, la dénomination n'est plus une « relation *étrange* » (RP §38) qui fonde le rapport du langage au monde, mais seulement « une partie de la théorie du langage »²³ qui pourra se montrer utile dans certains cas.

En conclusion, la définition ostensive ne joue pas dans la grammaire le rôle que lui donne la conception augustinienne du langage. Ce que les mots désignent ne s'explique pas par cette relation unique, mais par les différents types d'emploi que nous en faisons (RP §10). Si nous avons insisté sur le rôle critique ou thérapeutique des jeux de langage, l'usage qu'en fait Wittgenstein ne se limite pas à un tel aspect. L'introduction et le développement croissant de ce concept dans sa philosophie sont directement liés à l'idée que « l'usage du mot dans le langage est sa signification »²⁴. En conséquence, la dénomination ne peut jouer le rôle de relation sémantique fondamentale car elle ne montre pas l'usage que nous devons faire d'un mot. Celle-ci a néanmoins une utilité (plus limitée) en tant qu'elle est utilisée dans des jeux de langage qui déterminent la signification, et donc l'usage, de nos mots. Ce qui permet à Jaako et Merrill Hintikka de montrer que "dans le dernier Wittgenstein, les jeux de langage ne *remplacent* pas les relations de nomination, ils les *constituent* »²⁵.

²² WITTGENSTEIN, Ludwig, 2014. *Recherches Philosophiques*. Paris : Gallimard. §28 : « La définition du nombre deux : "Ceci s'appelle " deux " " —on montre en même temps deux noix—est parfaitement exacte. »

²³ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1980. *Grammaire Philosophique*. Paris : Gallimard. p121.

²⁴ *Ibid.* p85.

²⁵ HINTIKKA, Jaakko et HINTIKKA, Merrill, 1986. *Investigations sur Wittgenstein*. Liège: Mardaga. p219.

2) L'image platoniste de la réalité mathématique

Une importante partie de la philosophie des mathématiques de Wittgenstein est consacrée à la critique de la conception platoniste des mathématiques. Nous appelons « platonisme »²⁶ la conception générale des mathématiques qui admet l'existence d'objets mathématiques abstraits et indépendants de notre connaissance et de notre langage. En ce sens, le mathématicien doit explorer une réalité idéale et découvrir les relations qui la constituent de sorte que la vérité de nos énoncés mathématiques se comprend à partir de leur correspondance avec celle-ci²⁷. Ainsi, la philosophie platoniste des mathématiques postule une certaine relation entre nos énoncés mathématiques et une réalité idéale à laquelle ils doivent correspondre. Si Crispin Wright souligne l'importance de ce thème dans la philosophie des mathématiques de Wittgenstein, il insiste par ailleurs sur le fait que ce dernier « ne fait pas d'effort pour comprendre les motivations du platoniste »²⁸. Wright reprend l'analyse du platonisme par Michael Dummett²⁹, selon laquelle la signification d'un énoncé mathématique est déterminée par les conditions dans lesquelles celui-ci est vrai ou faux³⁰. Néanmoins, à la différence du constructivisme, ces circonstances ne doivent pas nécessairement être connues pour admettre la signification d'un énoncé. Nous insisterons davantage sur cet aspect du platonisme dans la seconde partie de notre mémoire. Pour le moment, nous devons nous focaliser sur l'image que le platonisme mathématique se fait de la réalité mathématique et, à partir de celle-ci, comment considère-t-il la nature des relations entre nos énoncés mathématiques et le monde ?

Wittgenstein engage, continuellement, le philosophe à regarder l'usage que nous faisons du langage car celui-ci nous montre la grammaire de nos concepts. De plus, nos difficultés

²⁶ Nous utilisons le concept de « platonisme » en mathématiques suivant le sens que Paul Bernays lui donne dans l'article « *Sur le platonisme dans les mathématiques* » (1935).

²⁷ KLENK, V. H., 1976. *Wittgenstein's Philosophy of Mathematics*. The Hague : Martinus Nijhoff. p8.

²⁸ WRIGHT, Crispin, 1980. *Wittgenstein on the Foundation of Mathematics*. Londres : Gerald Duckworth & Co Ltd. p5.

²⁹ DUMMETT, Michael, 1978. *Truth and Other Enigmas*. Cambridge : Harvard University Press. p145-165.

³⁰ WRIGHT, Crispin, 1980. *Wittgenstein on the Foundation of Mathematics*. Londres : Gerald Duckworth & Co Ltd. p9.

philosophiques surgissent en raison d'un manque de clarté à propos du fonctionnement réel de notre langage (RP §§90, 94, 111). En conséquence, selon le philosophe, la conception platoniste des mathématiques se fonde sur une mécompréhension grammaticale (RP§10). En effet, celle-ci considère les propositions mathématiques sur le modèle des propositions empiriques, et postule l'existence d'une réalité mathématique, indépendante et idéale, à laquelle nos mots doivent correspondre. Cependant, la grammaire des propositions mathématiques se distingue largement des propositions empiriques³¹ puisque celles-ci ont « la dignité de règle » (RFM p99). Les énoncés mathématiques, par conséquent, ne sont pas descriptifs. Au contraire, ce sont des règles normatives n'ayant aucun contenu factuel, ne faisant référence à aucune réalité extérieure, pré-existante. De plus, en disant de nos règles qu'elles sont normatives, cela ne veut pas dire qu'elles sont « idéales » (RFM p425).

Si les propositions mathématiques sont descriptives, celles-ci ne peuvent décrire qu'une réalité idéale et cachée, non la réalité empirique et ordinaire. Le mathématicien platoniste explore un « monde mathématique mystérieux » (RFM p137), ce qui est source de grand danger pour le philosophe. De la même manière que pour le métaphysicien, Wittgenstein met en garde contre le rôle de l'idéal caché, auquel notre logique (RP §89) ou les mathématiques devraient correspondre. En outre, c'est en raison d'une telle confusion, concernant le rôle grammatical de nos règles mathématiques, que la théorie des ensembles « cherche à transformer une détermination grammaticale en une énonciation portant sur une extension infinie »³².

En conséquence, les mathématiques platonistes apparaissent comme une « alchimie » (RFM p274) au sens où elles postulent l'existence d'une relation étrange et mystérieuse entre des objets mathématiques abstraits et nos énoncés qui doivent leur correspondre. Wittgenstein dénonce, avant tout, l'illusion et l'obscurité d'une telle image (RFM p111). Le mathématicien ne découvre pas une réalité mathématique préexistante et fondamentale, car il est un inventeur (RFM p99). De plus, nos règles mathématiques ne décrivent rien, elles sont avant tout normatives et indiquent le rôle des nombres, par exemple, dans nos calculs. Ainsi, les mathématiques ne sont pas une discipline qui, sur le modèle des sciences naturelles, explore un domaine propre et produit des connaissances sur celui-ci; mais ce sont des inventions humaines qui déterminent les manières dont nous pouvons utiliser les concepts de notre langage.

³¹ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1978. *Remarks on the Foundations of Mathematics*. Cambridge : MIT Press. p78. A présent, nous utiliserons, dans le texte, l'abréviation RFM suivi du numéro de page.

³² BOUVERESSE, Jacques, 1995. *Le reel et son ombre : la théorie wittgensteinienne de la possibilité*. *Wittgenstein : Mind and Language*. Berlin : Springer. p70.

La critique du platonisme mathématique joue un rôle central dans la philosophie des mathématiques de Wittgenstein³³. Tout au long de ce mémoire, nous tâcherons de situer la pensée de ce dernier depuis le contexte de son anti-platonisme. Les mathématiques ne sont pas, de ce point de vue, un ensemble de connaissances à propos d'une réalité extérieure idéale, mais des règles normatives qui déterminent les transformations correctes que nous pouvons faire de nos signes mathématiques. En ce sens, Wittgenstein compare, en de nombreux endroits, les mathématiques à un jeu avec des règles.

3) Wittgenstein et le formalisme mathématique

Le rejet wittgensteinien de la conception platoniste, en particulier de l'existence d'objets mathématiques, associé à l'idée « qu'en mathématique les signes mêmes *font* la mathématique »³⁴ nous conduit à comparer sa pensée au formalisme mathématique. Le formalisme défend l'idée que les mathématiques sont à propos de caractères ou des symboles et déterminent la manière dont ceux-ci peuvent être manipulés. De plus, certaines versions du formalisme affirment que les symboles mathématiques ne signifient rien. En ce sens, il est possible de concevoir, de ce point de vue, les mathématiques comme un jeu suivant des règles. Notre approche doit se décomposer en deux temps. Tout d'abord, nous montrerons en quoi l'héritage de la conception formaliste est manifeste dans la pensée de Wittgenstein. Cependant, nous ne pouvons qualifier sa philosophie des mathématiques de formaliste. D'une part, parce que les mathématiques ne sont pas un jeu et d'autre part, le concept de « jeu de langage » n'est pas réductible à un jeu formaliste.

Wittgenstein emploie pour la première fois la comparaison des mathématiques avec un jeu lors d'une discussion avec Moritz Schlick en Juin 1930 : « Une partie du formalisme est correcte et une autre incorrecte. La vérité dans le formalisme est que la syntaxe peut être conçue comme un système des règles d'un jeu »³⁵. En ce sens, il reconnaît un avantage des formalistes « qui voient

³³ MARION, Mathieu, 1998. *Wittgenstein, Finitism and the Foundations of Mathematics*. Oxford: Clarendon Press. p15 : « This radical opposition to Platonism is absolutely fundamental; much of Wittgenstein's philosophy makes little sense without it. »

³⁴ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p178.

³⁵ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1979. *Wittgenstein and the Vienna circle*. Oxford : Blackwell. p103.

dans les mathématiques un jeu avec des signes »³⁶ et ne postulent pas l'existence d'une réalité idéale à laquelle les mathématiques devraient correspondre. De plus, tout au long de la période intermédiaire, si Wittgenstein compare constamment le langage à un jeu³⁷ il ne considère cependant pas l'arithmétique comme un jeu³⁸. Si cette idée semble, à première vue, paradoxale, elle s'explique, néanmoins, de multiples manières. Tout d'abord, nous ne pouvons identifier les mathématiques à un jeu suivant le sens ordinaire que l'on donne à « jeu » car, de la même manière, pourquoi « la danse ne serait pas une forme de mathématique? »³⁹. Par conséquent, si les mathématiques sont un jeu ce n'est pas au sens que l'on attribue d'ordinaire à ce terme⁴⁰, ou seulement dans quelques cas particuliers: par exemple une compétition de calcul avec des gagnants et des perdants. Si, dans un premier temps, Wittgenstein compare les mathématiques à un jeu c'est pour mettre en avant que les mathématiques sont avant tout un ensemble de règles syntaxiques, dépourvues de référence.

Ce premier aspect est, pour ainsi dire, « la partie correcte » du formalisme. « La partie incorrecte » concerne l'idée selon laquelle le rejet de la dimension descriptive des règles mathématiques n'implique pas que celles-ci soient à propos de « tâches d'encre sur le papier (...) de la même manière que les échecs ne sont pas à propos de pièces de bois »⁴¹. Jusque dans ses derniers écrits philosophiques⁴², Wittgenstein n'aura de cesse de dénoncer cette image de l'arithmétique qu'il compare à « l'histoire naturelle (minéralogie) des nombres » (RFM p229) ou encore à la « zoologie » (RFM p231). De même, la géométrie n'a rien à voir avec des lignes tracées sur du papier⁴³. En ce sens, dire que les mathématiques sont des positions dans un jeu est « un non-sens » (RFM p299) car elles sont, essentiellement, les règles qui déterminent les positions possibles et les coups corrects dans un jeu donné.

³⁶ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p138.

³⁷ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1980. *Grammaire Philosophique*. Paris : Gallimard. p89.

³⁸ *Ibid.* p372 et p375.

³⁹ *Ibid.* p258.

⁴⁰ *Ibid.* p376 : « L'arithmétique n'est pas un jeu, il ne serait venu à l'idée de personne de compter l'arithmétique au nombre des jeux pratiqués par les hommes. »

⁴¹ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1979. *Wittgenstein and the Vienna circle*. Oxford : Blackwell. p104.

⁴² WITTGENSTEIN, Ludwig, 2008. *Fiches*. Paris : Gallimard. §706 : « les nombres ne sont pas essentiels aux mathématiques ».

⁴³ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1979. *Wittgenstein and the Vienna circle*. Oxford : Blackwell. p105.

En affirmant que les règles mathématiques ne décrivent pas une réalité extérieure, cela n'implique pas de soutenir l'idée que celles-ci sont à propos de figures dessinées sur le papier, ou de signes dépourvus de signification. Sur ce point précis, la position de Wittgenstein ne peut être assimilée au formalisme mathématique. En effet, les signes mathématiques ne font sens que dans la mesure où nous les appliquons dans la pratique et à propos de la réalité (RFM p259). Bien plus, c'est leur utilisation en dehors des mathématiques, c'est-à-dire dans des contextes ordinaires, « qui transforme le jeu avec les signes en mathématiques » (RFM p257). L'évolution de la pensée de Wittgenstein est particulièrement notable sur ce point, dans la mesure où celui-ci, à partir de 1937, ne conçoit plus les mathématiques comme « une collection de règles » (RFM p230), mais à partir du concept de « jeu de langage » qui fait « ressortir que parler un langage fait partie d'une activité » (RP §23).

Ces dernières remarques laissent planer un doute sur la possibilité d'interpréter la philosophie des mathématiques de Wittgenstein à partir des jeux de langage. Cependant il n'en est rien. Nous avons insisté sur les limites de la comparaison des mathématiques avec un jeu dans la conception formaliste. De plus, l'insistance progressive du philosophe autrichien sur l'utilisation des règles mathématiques et leur application dans des contextes pratiques et non-mathématiques ne pouvait être satisfaite par la conception formaliste du jeu. En conséquence, Wittgenstein introduit précisément la notion de « jeu de langage » pour répondre à cette difficulté. Les jeux de langage caractérisent avant tout les mathématiques comme étant une pratique publique et partagée, dans laquelle nous appliquons nos règles mathématiques normatives à propos de la réalité. En ce sens, notre analyse des jeux de langage fait ressortir que nous ne devons pas comprendre ce concept au sens ordinaire où nous parlons d'un jeu, ni au sens où les formalistes comparent les mathématiques à un jeu. Néanmoins, la conception des mathématiques par les jeux de langage n'implique pas, en aucun sens, que nous leur retirons quelque chose (RFM p371), ni que celles-ci ne sont pas sérieuses⁴⁴. En conséquence, les jeux de langage occupent une position centrale dans la philosophie des mathématiques de Wittgenstein et le rôle qu'ils jouent doit se comprendre à l'horizon des problèmes que ce dernier pose. Ainsi, c'est en raison de leur application dans des jeux de langage que les règles mathématiques font sens, d'une part, et peuvent être employées à propos de la réalité empirique, d'autre part.

Lorsque Wittgenstein discute du formalisme en 1930, il fait remarquer que, selon Frege, les mathématiques sont soit à propos des tâches d'encre sur du papier, ou bien ces tâches font référence à un objet qui détermine leur sens⁴⁵. La signification des énoncés mathématiques est alors

⁴⁴ *Ibid.* p170.

⁴⁵ *Ibid.* p105.

dépendante d'une relation de référence et impose de postuler une réalité mathématique où se trouverait les objets référés. Cependant, Wittgenstein privilégie « une troisième possibilité »⁴⁶: la signification des signes mathématiques est l'usage que nous en faisons dans des jeux de langage. Non seulement, le platonisme et le formalisme sont incorrects « car les deux parties affirment des choses inexactes qui contredisent leur pratique quotidienne »⁴⁷ mais en plus, Wittgenstein rejette « cette fausse dichotomie »⁴⁸. Si les règles mathématiques ne sont pas descriptives d'une réalité extérieure, c'est par l'application que nous faisons de celles-ci dans des jeux de langage qu'elles font sens. En conclusion, sans être descriptives, les règles mathématiques peuvent être, néanmoins, appliquées aux choses dans le monde en tant qu'elles sont utilisées dans des jeux de langage. Par conséquent, nous devons nous demander, à présent, comment caractériser l'usage de nos règles mathématiques si celles-ci portent sur la réalité empirique, sans être descriptives?

⁴⁶ *Ibid.* p105.

⁴⁷ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1980. *Grammaire Philosophique*. Paris : Gallimard. p376.

⁴⁸ BAKER, Gordon et HACKER, Peter, 2005. *Understanding and Meaning*. Oxford : Blackwell. p47.

B) Usages des règles mathématiques dans les jeux de langage

1) Les règles mathématiques comme mesure de la réalité

Dans un premier temps, nous avons posé la question générale du rapport des mathématiques à la réalité et présenté les réponses classiques de ce problème. Nous avons montré, tout d'abord, que ce rapport ne pouvait s'expliquer par une relation mystérieuse entre nos énoncés mathématiques et une réalité idéale à laquelle ils correspondent. La critique wittgensteinienne du platonisme mathématique ne nous conduit pas à affirmer, cependant, que les règles mathématiques seraient indifférentes à la réalité empirique et portent sur des signes dépourvus de signification. Au contraire, Wittgenstein insiste particulièrement sur l'application de nos règles mathématiques dans des jeux de langage et leur utilité pratique comme condition de leur signification. L'usage normatif, et non descriptif, des règles mathématiques se rapporte néanmoins à la réalité dans la mesure où elles déterminent comment les choses doivent être dans le monde.

Tout au long de ce mémoire, nous utiliserons à plusieurs reprises l'exemple de Crispin Wright de la règle de conversion : $1 \text{ inch} = 2,54\text{cm}$ ⁴⁹. Il est possible d'utiliser une telle règle pour faire des prédictions : 2 morceaux de bois d'un centimètre, et un autre de 0,54 centimètre de long « posés bout à bout seront de la même longueur qu'un morceau mesuré d'une autre manière » (RFM p356), à savoir en pouce. De la même manière, si nous avons 6 pommes et que nous sommes 3, alors je suis en droit de prédire qu'une répartition équitable donnera à chacun 2 pommes⁵⁰. Cependant, une telle explication est en partie erronée. Dans ses écrits sur les mathématiques, Wittgenstein insiste constamment sur la distinction entre des règles et, d'autre part, des expérimentations, des hypothèses (RFM p73). Ce dernier avance même que considérer celles-ci de cette manière est une « absurdité »⁵¹. Néanmoins, il est possible d'utiliser le calcul, par exemple, pour faire une prédiction ou bien « il peut faire partie d'une expérimentation, mais il n'est pas lui-

⁴⁹ WRIGHT, Crispin, 1980. *Wittgenstein on the Foundation of Mathematics*. Londres : Gerald Duckworth & Co Ltd. p96.

⁵⁰ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p128.

⁵¹ *Ibid.* p227.

même une expérimentation » (RFM p380). Mais de telles représentations, quand bien même nous les délimitons correctement, nous égarent car nos propositions mathématiques « jouent seulement le rôle typique (ce qui ne veut pas dire simple) de règle »(RFM p355). En conséquence, tout en soulignant l'utilisation que nous faisons de nos règles mathématiques à propos de la réalité empirique, Wittgenstein nous met en garde contre les mécompréhensions de ce que peut être une telle relation. La fonction grammaticale de nos règles n'est pas de prédire ce qu'il va se produire dans la réalité (même si nous les utilisons pour formuler des prédictions). Si nos règles mathématiques s'appliquent à la réalité, il s'agit seulement de « l'expression de l'acceptation d'une nouvelle mesure (de la réalité) » (RFM p162).

Les règles mathématiques ne décrivent pas la réalité mais, en tant que normes ou standards, elles fonctionnent comme des « paradigmes à partir desquels nous jugeons l'expérience » (RFM p325). Autrement dit, celles-ci ne disent pas comment sont les choses mais, plutôt, comment elles *doivent* être. Cette rigidité logique ne se justifie pas en raison d'une correspondance avec une réalité préexistante, mais marque l'expression d'une procédure que nous avons adoptée et par laquelle nous « construisons tous nos jugements » (RFM p330). Ce n'est pas parce que nous reconnaissons une certaine réalité que nous mesurons de cette manière mais c'est parce que nous avons adopté de telles règles de mesure que nous pouvons dire que les choses sont ainsi dans la réalité. Cette rigidité propre de nos règles mathématiques se montre, en particulier, par le fait que si les résultats de nos mesures ou de nos calculs ne correspondent pas aux règles que nous avons fixées, alors « je supposerais qu'il y a une erreur dans la mesure »⁵². Pour reprendre notre exemple, si nous mesurons qu'un même objet fait 2 pouces et 5cm, alors nous considérons que nous avons fait une erreur de mesure, et non que l'objet a changé entre temps, ou que la règle de conversion est incorrecte. En d'autres termes, les mathématiques ne décrivent pas directement la réalité, mais déterminent des règles qui nous permettent de décrire cette réalité, comment elle doit être. Les règles mathématiques sont, en ce sens, grammaticales car elles fixent ce qu'il est possible et impossible de dire, ce qui fait sens et ce qui ne fait pas sens⁵³. La tâche du mathématicien est alors, non d'explorer une réalité cachée mais « d'inventer de nouvelles formes de description » (RFM p99).

La conception que donne Wittgenstein de la relation des mathématiques à la réalité est l'inverse de celle proposée par le platonisme. Nos règles ne sont pas telles en raison de leur

⁵² *Ibid.* p207.

⁵³ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1980. *Grammaire Philosophique*. Paris : Gallimard. p121 : « Que cette proposition d'expérience soit vraie, cette autre fausse, cela ne relève pas de la grammaire. Ce qu'on trouve en elle, ce sont toutes les conditions (la méthode) de comparaison de la proposition à la réalité, c'est-à-dire toutes les conditions de la compréhension (du sens). »

adéquation avec une réalité prédéterminée mais, au contraire, elles semblent « contraindre la réalité à se comparer à elles »⁵⁴. Le philosophe autrichien défendait déjà une telle idée dans le Tractatus Logico-Philosophicus où l'image est comme « une règle graduée appliquée à la réalité » (TLP 2.1512). Cependant, il insiste à présent sur le fait que ce n'est simplement *une* règle que nous opposons à la réalité, mais un « système de règles »⁵⁵, autrement dit, un jeu de langage⁵⁶. Les règles mathématiques nous montrent lorsque nous faisons une erreur de calcul ou de mesure, mais aussi, en tant qu'elles appartiennent à un système, elles ne peuvent indiquer qu'une seule et unique mesure correcte. Par exemple, lorsque je dis qu'un « homme mesure 1.6m, il ne mesure pas 2m »⁵⁷.

Les règles mathématiques ne sont pas descriptives mais construisent le cadre grammatical à l'intérieur duquel une description de la réalité est possible. De plus, elles déterminent également l'usage de nos concepts de « longueur », « calcul », « mesure exacte »... En effet, il n'existe pas une longueur réelle ou véritable à laquelle nos règles devraient correspondre, au contraire « le concept de longueur est fixé par la manière dont nous mesurons »⁵⁸. Ces multiples déterminations grammaticales, que le mathématicien invente, fonctionnent comme mesure de la réalité à l'intérieur des jeux de langage.

En conclusion, l'importance que Wittgenstein attribue à l'application de nos règles mathématiques à propos de la réalité, ne signifie pas que celles-ci soient des hypothèses, ou des prédictions. Au contraire, celles-ci sont des normes qui déterminent la validité ou non de nos calculs et mesures. Nous comparons la réalité à nos systèmes de règles et ceux-là déterminent en retour ce que nous appelons « longueur » et « mesure correcte ». Cependant, nous n'inventons pas nos règles au hasard et si celles-ci doivent être utilisées alors il est nécessaire qu'elles soient en accord avec les régularités dans l'expérience. En conséquence, nous devons nous poser à présent la question de savoir si « l'expérience nous a appris à calculer de *cette* manière? » (RFM p389). En d'autres termes, si nos règles ne sont pas descriptives et ne se fondent pas sur une réalité préexistante, comment expliquer que les normes soient ainsi en accord que les régularités empiriques?

⁵⁴ *Ibid.* p177.

⁵⁵ *Ibid.* p106.

⁵⁶ Dans la suite du mémoire nous serons amené à nuancer une telle identification. Cependant, dans la perspective de notre réflexion sur l'usage de nos règles mathématiques, la comparaison des jeux de langage à un système de règles est encore possible.

⁵⁷ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1979. *Wittgenstein and the Vienna circle*. Oxford : Blackwell. p77.

⁵⁸ WRIGHT, Crispin, 1980. *Wittgenstein on the Foundation of Mathematics*. Londres : Gerald Duckworth & Co Ltd. p61.

2) L'autonomie de la grammaire

Si nous appliquons nos règles mathématiques à propos de la réalité, nous ne sommes cependant pas en droit de dire que celles-ci sont des expériences ni des hypothèses. Au contraire, nous avons précisément insisté sur le caractère normatif de celles-ci comme mesure de la réalité. En effet, elles forment, d'une part, le système par rapport auquel nous comparons les résultats de nos mesures et calculs et, d'autre part, les règles mathématiques, sans être descriptives, construisent le cadre grammatical qui rend possible la description de la réalité. Cependant, nous devons encore expliquer ce double aspect de la règle: à la fois comme norme grammaticale dans le langage et, en même temps, mesure de la réalité empirique. La réponse à cette difficulté semble correspondre à deux temps différents. D'un côté, nos règles mathématiques sont déterminées, en partie, à partir des régularités empiriques que nous observons. D'autre part, ces observations sont fixées, durcies sous la forme de règles alors autonomes dans la grammaire.

Comment le mathématicien invente-t-il les règles mathématiques de sorte qu'elles fonctionnent comme mesure de la réalité? L'importance que Wittgenstein accorde à l'application de nos règles mathématiques à propos de la réalité empirique implique, dans le même temps, que celles-ci soient « fondées sur des faits empiriques » (RFM p382). On ne pourrait utiliser des règles qui entreraient en contradiction avec les faits; on renoncerait plutôt à celles-ci car, pour remplir la fonction que nous leur attribuons dans nos jeux de langage, « le résultat que l'on obtient est toujours déterminé par le donné »⁵⁹. Par exemple, nous n'appellerions pas « calcul », au sens où nous l'utilisons dans la vie ordinaire, « si nous ne pouvions pas faire de prophéties avec certitude » (RFMp193). Sans être elles-mêmes des prédictions, nous ne pourrions trouver un usage pertinent de nos règles mathématiques si celles-ci nous plaçaient constamment en désaccord avec l'expérience. En conséquence, les régularités empiriques jouent un rôle important dans la construction de nos règles mathématiques.

Cependant, si cette idée a l'avantage d'expliquer pourquoi les règles que nous inventons sont en accord avec l'expérience, cela n'implique pas que la philosophie des mathématiques de Wittgenstein est empiriste, au sens où nos règles seraient les généralisations de notre observation de régularités empiriques. Nous devons limiter, dès maintenant, le rôle que pourrait jouer l'observation des régularités empiriques dans la formation de nos règles. En effet, les régularités empiriques sont des raisons, des motifs pour lesquels nous acceptons certaines règles, plutôt que d'autres, mais elles

⁵⁹ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p223.

ne les fondent pas car « la grammaire n'est redevable d'aucune réalité »⁶⁰. Bien plus, celle-ci détermine comment doit être l'expérience, ce qu'est une régularité empirique. Cela se montre davantage dans l'idée wittgensteinienne selon laquelle « le calcul se charge lui-même de son application » (RFM p146) : ce n'est pas notre observation de la réalité empirique qui justifie que nous l'utilisons ainsi.

En ce sens, si nous acceptons nos règles du calcul, en partie, à partir de l'observation des régularités empiriques, ces dernières ne fondent pas la grammaire car elle est autonome. La thèse de « l'autonomie de la grammaire » est introduite par Gordon Baker et Peter Hacker⁶¹. L'idée au coeur de cette thèse est qu'en acceptant une règle, « nous la libérons aussi de toute responsabilité face à l'expérience » (RFM p239). En d'autres termes, la nature grammaticale de nos règles mathématiques implique que celles-ci ne peuvent fonctionner comme telles qu'en étant autonomes à l'égard de l'expérience, si bien qu'un contre-exemple ne suffirait par pour les invalider. L'autonomie de la grammaire énonce la thèse selon laquelle une règle grammaticale ne peut déterminer comment la réalité empirique doit être qu'à la condition d'être indépendante par rapport à celle-ci⁶². L'usage normatif des règles mathématiques, comme mesure de la réalité, se caractérise par le fait qu'elles sont « déposées dans les archives du langage » (RFM p165). Ainsi, nos règles sont comme des « propositions empiriques durcies » (RFM p324) ce qui leur confèrent « une solidité particulière, une position inattaquable, à part » (RFM p99). De sorte que celles-ci jouent alors le rôle, dans notre langage, de « paradigme avec lequel l'expérience est comparée et jugée » (RFM p324). Le propre de nos règles mathématiques se montre, en ce sens, dans l'usage que nous en faisons, comme standards dans nos jeux de langage à partir desquels nous pouvons juger et décrire l'expérience.

Si les règles grammaticales sont autonomes et déterminent comment les choses doivent être dans le monde, alors la conséquence immédiate de cette thèse est l'idée que la grammaire ne peut pas entrer en contradiction avec la réalité. A l'inverse, un résultat en désaccord avec nos règles du calcul ne nous conduit pas à réfuter celles-ci, mais plutôt à penser que nous avons fait une erreur.

⁶⁰ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1980. *Grammaire Philosophique*. Paris : Gallimard. p240.

⁶¹ BAKER, Gordon et HACKER, Peter, 1976. Critical Notice on Wittgenstein's Philosophical Grammar. *Mind*, vol. 85, n. 338. p279. Cette thèse implique cependant d'autres aspects, sur lesquels nous n'insisterons pas ici : en particulier l'idée que les règles sont indépendantes les unes des autres.

⁶² WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p127 : « les constructions arithmétiques sont autonomes, comme les constructions géométriques, et par là, pour ainsi dire, garantissent leur applicabilité. »

Ainsi, les relations sémantiques des mathématiques au monde se complexifient car d'une part, nos règles ne sont pas justifiées par la réalité et, d'autre part, elles n'entrent pas en contradiction avec celles-ci car « ce sont elles qui déterminent une signification, et elles ne peuvent à la fois répondre d'une signification et la contredire »⁶³. Wittgenstein exprime clairement cette idée en disant que « les mathématiques en tant que telles sont toujours la mesure, et non la chose mesurée. » (RFM p201).

De ce point de vue, l'exemple le plus éclairant est celui du mètre étalon de Paris qui est la seule chose « dont on ne peut dire ni qu'elle mesure 1m, ni qu'elle ne mesure pas 1m » (RP §50). Le mètre étalon est, dans le même temps, la barre de métal qui se trouve à Paris mais aussi le critère, la règle par laquelle nous pouvons juger la réalité empirique. En disant que le mètre étalon ne fait pas 1 mètre, nous ne voulons pas dire que sa longueur est autre, mais que nous faisons un usage tel que nous ne pouvons lui attribuer la propriété qu'il détermine. Le mètre étalon ne décrit pas une certaine longueur, mais fonctionne comme paradigme de la représentation. En insistant sur cette distinction, qui peut sembler paradoxale à première vue, Wittgenstein veut souligner le rôle du mètre étalon comme unité de mesure, ce qui « est une caractéristique de notre jeu de langage et non de l'objet auquel nous faisons référence »⁶⁴.

Le rôle de nos règles mathématiques comme mesure de la réalité n'implique pas que celles-ci sont fondées à partir de régularités empiriques, mais caractérise l'usage que nous en faisons dans des jeux de langage. En effet, comme le remarque Jacques Bouveresse, la distinction a priori/a posteriori n'est pas épistémique dans la philosophie de Wittgenstein, mais renvoie à notre usage du langage⁶⁵. Ce qu'illustre parfaitement l'exemple du mètre étalon: suivant l'usage que nous faisons de celui-ci nous pouvons désigner soit un objet que l'on décrit dans le monde, soit une unité de mesure, une règle grammaticale autonome et a priori. En disant cela, « nous n'avons naturellement attribué aucune propriété surprenante au mètre étalon » mais nous avons caractérisé l'usage grammatical que nous faisons de celui-ci dans notre jeu de langage comme « paradigme (...) qui sert à la comparaison » (RP §50). Nous pouvons dire, en ce sens, que les règles mathématiques sont rendues *a priori*, au sens wittgensteinien, car celles-ci sont antérieures à la description de la réalité et déterminent comment celle-ci doit être.

En conclusion, nos règles mathématiques fonctionnent comme mesure de la réalité au sens où ce sont des propositions empiriques durcies dans des règles normatives et autonomes dans la

⁶³ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1980. *Grammaire Philosophique*. Paris : Gallimard. p240.

⁶⁴ BOUVERESSE, Jacques, 2006. *Combien mesure le mètre étalon ?*. Lire les Recherches Philosophiques de Wittgenstein. Paris : Vrin. p45.

⁶⁵ *Ibid.* p50.

grammaire. L'autonomie de la grammaire est la condition de possibilité de l'application de nos règles à propos de la réalité empirique. De cette manière nous caractérisons le rôle de nos règles mathématiques dans les jeux de langage : non comme les choses mesurées, mais comme unité de mesure. Nous avons insisté, par ailleurs, sur le fait qu'une telle différence n'était pas, selon Wittgenstein, de nature épistémique, mais grammaticale. Nos règles sont a priori en raison de l'usage que nous en faisons, comme « mode de représentation » (RP §50) mais aussi car on ne peut les imaginer autrement. Comment pouvons-nous, cependant, penser ce passage de l'empirique au normatif ? De l'a posteriori à l'a priori ? Comment l'observation de régularités empiriques peut-elle être transformée de sorte que nous formulons des règles grammaticales avec lesquelles nous comparons la réalité empirique ?

3) De l'observation empirique à l'invention de la règle normative

Les règles mathématiques, comme mesure de la réalité, sont déterminées, en partie, à partir des régularités empiriques. Mais celles-ci ne peuvent remplir cette fonction normative qu'à la condition d'être autonomes et indépendantes de l'expérience. Comment pouvons-nous expliquer alors le passage de l'observation empirique à la formulation d'une règle normative ? Pour répondre à cette difficulté, nous procéderons en deux temps. Tout d'abord, nous dénoncerons une fausse représentation de cette transition qui donne l'impression que Wittgenstein laisse ce problème de côté. Dans un second temps, nous montrerons que c'est en replaçant nos règles dans des jeux de langage que l'on peut trouver une issue de cette difficulté.

Dans ses écrits sur les mathématiques, Wittgenstein discute très souvent la distinction entre les propositions empiriques et les règles mathématiques. Quand bien même l'observation de régularités semble jouer un rôle dans la formation de nos règles mathématiques, nous ne pouvons pas dire que celles-ci sont fondées par ces régularités. Plus encore, l'observation de régularités empiriques n'est pas une raison suffisante pour formuler d'une nouvelle règle mathématique (RFM p247). En effet, « la causalité repose sur une régularité observée »⁶⁶, alors qu'il n'existe pas de « relations causales dans le calcul, seulement des connexions entre modèles » (RFM p382). En conséquence, l'observation d'une régularité empirique causale n'est pas suffisante, en elle-même,

⁶⁶ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p66.

pour expliquer le passage à une règle grammaticale autonome. Cependant, Michael Dummett semble avoir une telle image de la règle lorsqu'il analyse la philosophie des mathématiques de Wittgenstein⁶⁷. Ce dernier souligne l'attrait de Wittgenstein pour une conception empiriste en cela qu'une « régularité empirique se tient derrière une loi mathématique »⁶⁸. Néanmoins il regrette que ce dernier n'explique pas « la relation entre la régularité et la preuve qui nous incite à mettre la loi dans les archives »⁶⁹.

L'interprétation que nous faisons de cette difficulté ne fait plus aucun problème si nous utilisons la notion de « jeu de langage », que les commentateurs de la philosophie des mathématiques de Wittgenstein ont largement délaissée. Or, la compréhension correcte des règles mathématiques n'est possible que si l'on replace celles-ci dans des jeux de langage, là où nous les utilisons. Nous avons donc l'impression que cette transition de l'observation empirique à la formulation de la règle, décrit le passage d'une situation dans laquelle nous ne disposons pas encore d'un jeu de langage pour décrire cette régularité, à l'invention d'un jeu de langage dont le but est de répondre à une telle exigence. Cependant, c'est précisément *cette* image que Wittgenstein dénonce. Les règles mathématiques ne sont pas justifiées ou inventées pour correspondre à notre observation de la réalité empirique puisque « toute description de ce genre présuppose déjà les règles de la grammaire »⁷⁰. Ce n'est pas parce que nous percevons une régularité empirique que nous formulons une règle, mais parce que nous suivons une règle que nous pouvons parler de régularité empirique. L'idée fondamentale de Wittgenstein est d'affirmer que les descriptions des régularités empiriques ne justifient ni ne fondent les règles mathématiques, parce que celles-ci présupposent déjà des jeux de langage dans lesquels nous utilisons des règles. En conséquence, l'invention d'une règle mathématique ne consiste pas dans le passage de l'observation d'une régularité empirique, qui n'est pas encore décrite par une norme mathématique, à la formulation d'une nouvelle règle qui doit remplir une telle fonction. Mais, dans la transition d'un jeu de langage donné à un autre, ayant de nouvelles déterminations, car nous ne pouvons pas parler de régularité empirique en dehors d'un jeu de langage.

Pour éclairer notre pensée, nous utiliserons l'exemple de Crispin Wright de la règle de conversion 1 inch = 2,54 cm. Comment peut-on penser l'introduction d'une telle règle dans notre langage ? Et quelle relation celle-ci entretient-elle avec la régularité empirique qu'elle nous permet

⁶⁷ DUMMETT, Michael, 1978. *Truth and Other Enigmas*. Cambridge : Harvard University Press. p166-185.

⁶⁸ *Ibid.* p179.

⁶⁹ *Ibid.* p179.

⁷⁰ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p55.

de décrire ? Une caractéristique essentielle de nos jeux de langage est leur diversité : nous jouons à de nombreux jeux, nous en inventons de nouveaux, certains deviennent obsolètes (RFM p203)... De plus, nos jeux de langage mathématiques, en raison de leur complexité, sont construits progressivement. A la manière d'un enfant qui apprend d'abord à compter avec ses doigts (RP §10), puis apprend ensuite les tables de multiplication (RFM p38). En ce sens, une règle de conversion comme celle-ci ne peut être produite que dans certains jeux de langage où nous possédons déjà des instruments et des unités de mesure. Considérons un tel jeu de langage. Celui-ci se caractérise par le fait que les joueurs disposent, selon Crispin Wright, de « critères opérationnels »⁷¹, c'est-à-dire de procédures qui nous permettent de mesurer les objets, de constater ces régularités empiriques. Par ces critères nous pouvons, par ailleurs, comparer nos mesures dans des unités différentes et constater les résultats que nous obtenons. Il apparaîtra, dans de tels cas que, bien souvent, les mesures correspondent à la règle de conversion que nous n'avons pas encore inventée. A présent, supposons que lorsque nous faisons une série de mesure d'un même objet, la première fois nous obtenons 2 pouces et 5cm et, une autre fois, 2 pouces et 5,08cm⁷². Comment nous décider dans une telle situation? Crispin Wright propose cet exemple pour répondre à la difficulté posée par Michael Dummett, cependant sans y répondre complètement. La situation est alors la suivante : nous ne savons pas comment procéder pour continuer à jouer à ce jeu. Ainsi, la règle n'est pas formulée à partir de l'observation d'une régularité empirique, mais en raison d'un besoin que nous éprouvons dans notre jeu. Par une preuve nous introduisons une nouvelle règle dans le jeu de langage : cette règle n'est pas absolument nouvelle. En effet, par nos critères opérationnels nous sommes capables, dans une situation normale, d'obtenir les mêmes résultats que la règle de conversion. En ce sens, la transition est grammaticale car elle porte sur l'usage que nous faisons de notre langage. Nous introduisons et utilisons la règle de conversion, à partir des critères opérationnels, afin de déterminer quelle est la mesure correcte lorsque nous nous trouvons dans une situation problématique. Par conséquent, l'introduction d'une nouvelle règle correspond à un besoin interne au jeu, car si « cette incertitude existait, il n'y aurait pas de calcul » (RFMp198). Cela ne veut pas dire qu'avant nos mesures étaient fausses, mais qu'elles étaient vagues et imprécises de sorte que l'introduction d'une règle permet un usage plus rigide du concept de « longueur ». En effet, la règle de conversion modifie notre concept de « longueur » et introduit celui de « mesure exacte »⁷³. Le caractère a priori de notre règle se montre par l'usage que nous faisons de celle-ci, la place qu'elle occupe dans notre

⁷¹ WRIGHT, Crispin, 1980. *Wittgenstein on the Foundation of Mathematics*. Londres : Gerald Duckworth & Co Ltd. p96.

⁷² *Ibid.* p106.

⁷³ *Ibid.* p59.

jeu : elle ne peut pas être réfutée et, en déterminant la signification du concept de « mesure exacte » elle est antérieure à toute description de la réalité. Par ailleurs, si le problème en question est, ici, d'ordre pratique, nous pouvons imaginer de multiples difficultés d'un autre type, par exemple dans les mathématiques pures, qui nous conduisent à introduire une nouvelle règle. D'autre part, nous montrons, d'une autre manière, en quel sens nos règles mathématiques sont grammaticales dans la mesure où elles ne décrivent pas une régularité empirique, mais déterminent les critères grammaticaux de notre usage correct du langage, nous permettant de décrire la réalité. C'est en ce sens que Wittgenstein peut rapprocher les mathématiques de la logique car « ses coups se font de règles de notre langage à d'autres règles de notre langage » (RFM p98). En conclusion, si une régularité empirique ne peut être décrite que là où nous disposons déjà d'une règle mathématique dans un jeu de langage, alors l'invention d'une nouvelle règle est l'expression d'une « transition pour un nouveau jeu de langage » (RFM p435).

L'invention de nombreux jeux de langage imaginaires (RFM p338 par exemple) nous montre, d'une autre manière, en quel sens il est incorrect de penser les règles mathématiques comme l'expression dans le langage des régularités véritables dans le monde. Wittgenstein attire notre attention sur le fait que nos règles auraient pu être autres⁷⁴, et ne sont pas les correspondantes objectives dans le langage des faits mathématiques. Par exemple, il invite à imaginer un peuple d'individus qui mesure avec des règles élastiques. Leur concept de « longueur » se distingue, en cela, du notre, même s'ils partagent des ressemblances; ce qui ne signifie pas que celui-ci est faux mais qu'il est utilisé d'une manière qui nous est utile dans une certaine situation. Il est, pour cette raison, nécessaire de considérer les règles dans des jeux de langage car c'est à l'intérieur d'un jeu que celles-ci font sens et répondent à des besoins, des buts.

En conclusion, si nous avons beaucoup insisté sur l'application de nos règles mathématiques à propos de la réalité nous devons ajouter, à présent, que la compréhension correcte de celles-ci ne peut se faire qu'à l'intérieur d'un jeu de langage. Ce n'est qu'en introduisant la notion de jeu de langage dans la philosophie des mathématiques de Wittgenstein que nous pouvons éclairer de telles difficultés. En ce sens, le caractère *a priori* de nos règles se comprend comme un certain usage de celles-ci, un certain positionnement dans nos jeux. L'autonomie de la grammaire par rapport à l'expérience ne signifie pas l'indifférence à l'égard de celle-là, mais avance une condition nécessaire de l'application de nos règles à propos de la réalité. En ce sens, nos règles fonctionnent comme mesure de la réalité dans le sens où elles portent non sur la réalité qu'elles devraient décrire,

⁷⁴ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1978. *Remarks on the Foundations of Mathematics*. Cambridge : MIT Press. p383 : « But can't we imagine a human society in which calculating quite in our sense does not exist, any more than measuring quite in our sense? Yes. »

mais sur les critères grammaticaux qui nous permettent de décrire la réalité. De plus, nous n'inventons pas de nouvelles règles mathématiques pour décrire les régularités empiriques véritables, mais pour répondre à une difficulté dans un jeu. Et il peut être utile, pour éviter la confusion et l'incertitude dans certains jeux de langage mathématiques que nos règles soient en accord avec notre expérience. Cependant, la thèse de l'autonomie de la grammaire et la conception wittgensteinienne du caractère *a priori* des règles mathématiques, nous donnent l'impression de séparer radicalement le langage et le monde, de sorte que « le langage reste fermé sur lui-même »⁷⁵. En ce sens, si nous avons caractérisé le rapport des règles mathématiques avec la réalité, nous n'avons pas encore expliqué ce qui nous permet, par le langage, d'atteindre la réalité empirique?

⁷⁵ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1980. *Grammaire Philosophique*. Paris : Gallimard. p132.

C) Les jeux de langage comme explication des relations sémantiques

1) La fonction représentationnelle du langage mathématique

Comment rendre compte du rapport des règles mathématiques à la réalité? Car si une telle relation ne s'explique pas en postulant une réalité mathématique idéale que nos règles se chargeraient de décrire, nous devons, cependant, considérer l'application que nous faisons de celles-ci à propos de la réalité. Nous avons montré que nos règles ne sont pas descriptives, mais normatives, c'est-à-dire qu'elles fonctionnent comme mesure de la réalité. Afin d'assurer une telle fonction dans notre langage, celles-ci doivent être indépendantes de l'expérience et autonomes dans la grammaire. Cependant, une telle thèse ne nous conduit-elle pas à distinguer trop radicalement la grammaire de la réalité, de sorte que celles-ci sont étrangères et indifférentes l'une de l'autre? En d'autres termes, le point de départ de notre explication des règles mathématiques comme mesure de la réalité se trouvait dans l'observation des régularités empiriques qui, ensuite, étaient durcies et rendues autonomes pour prendre la forme de règles dans nos jeux de langage. A présent, nous devons faire, pour ainsi dire, le chemin inverse : comment pouvons-nous appliquer ces règles à propos de la réalité empirique si elles en sont indépendantes? Ainsi, nous montrerons en quoi la thèse de l'autonomie de la grammaire n'implique pas le renoncement à la dimension représentationnelle du langage dans les considérations philosophiques de Wittgenstein. Et cela se montre, en particulier, en raison que ce dernier n'abandonne pas la théorie picturale du langage développée dans le Tractatus Logico-Philosophicus, même s'il la modifie.

En effet, contrairement à ce que défend une certaine interprétation de la philosophie de Wittgenstein (par exemple, Robert Fogelin⁷⁶), l'autonomie de la grammaire n'implique pas « l'idée de l'autoréférentialité du langage »⁷⁷, ni que le philosophe se désintéresse de ce type de problème. A

⁷⁶ FOGELIN, Robert, 1987. *Wittgenstein, The Arguments of the Philosophers*. Londres : Routledge. p129.

⁷⁷ BOUVERESSE, Jacques, 1987. *La force de la Règle. Wittgenstein et l'invention de la nécessité*. Paris : Les Editions de Minuit. p57.

l'inverse, nous avons montré en quoi l'autonomie était une condition nécessaire de l'usage normatif de nos règles comme mesure de la réalité. Et d'autre part, la question de la relation sémantique du langage au monde a toujours occupé une place considérable dans la pensée de Wittgenstein. Néanmoins, du point de vue de sa philosophie des mathématiques, il nous paraît nécessaire de considérer les écrits de la période intermédiaire afin d'identifier les raisons pour lesquelles le philosophe introduit la notion de « jeu de langage ». Initialement, la comparaison des mathématiques à un jeu est un moyen d'identifier les règles mathématiques à des règles syntaxiques, dépourvues de référence et dont l'application dans des contextes pratiques n'est pas mise en avant. De ce point de vue, les mathématiques sont « une machine, un calcul et le calcul ne décrit rien »⁷⁸. Cette conception n'est, certes, pas différente de celle qu'il soutiendra ultérieurement dans sa philosophie des mathématiques et qu'il a soutenue dans le *Tractatus Logico-Philosophicus*, où les propositions de la mathématique sont « des pseudo-propositions » (TLP 6.2). Leur usage est néanmoins circonscrit à l'intérieur du langage, sans décrire la manière dont nous pouvons en sortir. C'est à raison que Mathieu Marion peut défendre que « Wittgenstein concevait les mathématiques comme une activité algorithmique, c'est-à-dire consistant comme l'activité du boulier d'une très grande complexité »⁷⁹, si nous délimitons une telle interprétation à cette période intermédiaire. Par exemple, nous pouvons lire dans la *Grammaire Philosophique* qu'« en mathématiques, *tout* est algorithmique »⁸⁰. L'enjeu de notre argumentation sera de montrer quoi les jeux de langage ne peuvent être assimilés à des algorithmes. Et c'est, précisément, parce que l'idée d'algorithme est insuffisante pour expliquer le rapport du langage au monde que Wittgenstein lui substitue celle de jeu de langage. Néanmoins, nous pouvons noter une filiation entre celles-ci. C'est, en effet, ce que remarque Stuart Shanker lorsqu'il considère que les systèmes de proposition (*Satzsysteme*), développés dans les *Remarques Philosophiques*, sont des précurseurs aux jeux de langage⁸¹. Cependant, une telle identification devient une mécompréhension si elle nous empêche de comprendre l'utilisation effective que Wittgenstein fait des jeux de langage.

Malgré les considérations de la période intermédiaire, le philosophe autrichien ne renonce ni à l'explication des relations sémantiques ni à la théorie picturale du langage. Même si cette dernière est modifiée, il accorde toujours une importance fondamentale à la notion d'image. Dans le

⁷⁸ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1979. *Wittgenstein and the Vienna circle*. Oxford : Blackwell. p106.

⁷⁹ MARION, Mathieu, 1998. *Wittgenstein, Finitism and the Foundations of Mathematics*. Oxford : Clarendon Press. p3.

⁸⁰ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1980. *Grammaire Philosophique*. Paris : Gallimard. p597.

⁸¹ SHANKER, Stuart, 1987. *Wittgenstein and the Turning-point in the Philosophy of Mathematics*. Albany : State University of New York Press. p67.

Tractatus Logico-Philosophicus, « nous nous faisons des images des faits » (TLP 2.1) et les propositions élémentaires assurent les relations de représentation fondamentales entre les noms et les objets. Wittgenstein critique cette conception de deux manières. D'une part en abandonnant la notion de « proposition élémentaire » et d'autre part, car « tout peut être une image de n'importe quoi »⁸² : dire que cela est une image de telle chose ne nous dit pas encore comment nous devons utiliser une telle image pour représenter cette chose. L'image, en ce sens, joue le rôle d'un « radical de phrase » (RP §22) comparable à « une image représentant un boxeur dans une certaine position de combat » et qui pourrait être employée de multiples façons. Une telle image « n'est pas encore un *coup* dans un jeu de langage » (RP §22) mais on peut dire qu'elle est « une préparation à l'emploi d'un mot » (RP §26). Ainsi, en mathématiques, nous pouvons dire que nous « jugeons au moyen d'images » (RFM p230) et nous utilisons une preuve comme « l'image d'une expérience » (RFM p51). En effet, notre usage donne à ces images le rôle de « modèle » (RFM p251) par rapport auquel nous comparons la réalité empirique. En conséquence, les règles mathématiques ne sont pas descriptives au sens où elles figureraient un état de choses dans le monde. Cependant, elles fonctionnent néanmoins comme une image, une image « iconique » au sens de Peirce⁸³, dans la mesure où elles sont indépendantes de l'expérience, et nous permettent de juger celle-ci. La valeur de l'image ne se montre pas du point de vue de sa ressemblance avec les faits dans le monde, mais parce qu'elle « me montre ce que j'ai à faire »⁸⁴. En ce sens, les règles mathématiques ne décrivent pas la réalité, mais déterminent les conditions dans lesquelles une description correcte de celle-ci est possible. Et c'est en raison de l'usage que nous faisons de telles images que nous pouvons penser la relation sémantique entre les règles mathématiques et la réalité.

La diversité des jeux de langage, sur laquelle insiste Wittgenstein, nous montre que les règles mathématiques se rapportent de multiples manières à la réalité, c'est-à-dire comme autant d'objets de comparaison différents. L'image est, ainsi, fixe et inamovible et lorsque nous calculons, nous comparons nos résultats avec cette image qui détermine si ceux-là sont corrects ou non. Nous avons montré, par ailleurs, que nous n'apposons pas sur la réalité une seule règle, mais tout un système de règles. En conséquence, les jeux de langage sont des « *objets de comparaison* » qui éclairent « les conditions qui sont celles de notre langage » (RP §130). C'est pour cette raison que les jeux de langage ne peuvent être compris uniquement comme le cadre grammatical à l'intérieur

⁸² WITTGENSTEIN, Ludwig, 2005. *The Big Typescript: TS 213*. Oxford : Blackwell. p141.

⁸³ LORENZ, Kuno, 2010. *Logic, Language and Method- On Polarities in Human Experience*. Berlin : De Gruyter. p82 : « pictures together with sentence-radicals function as a means of iconic representation in Philosophical Investigation. »

⁸⁴ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1980. *Grammaire Philosophique*. Paris : Gallimard. p215.

duquel nos règles font sens. Mais, plus encore, les jeux de langage expliquent les relations du langage au monde dans la mesure où ils déterminent les conditions grammaticales de la représentation du monde par notre langage. Cela ne signifie pas, alors, que les règles mathématiques sont des positions dans un jeu de langage, mais, en tant qu'images comparatives, elles fixent les positions possibles dans un jeu. Par exemple, si nous disons que la somme des angles d'un triangle est égale à deux droits, nous ne pouvons montrer qu'un triangle. Mais nous le montrons de telle manière que si, en calculant la somme de ces angles, nous obtenons un résultat différent de 180° alors nous avons fait une erreur de calcul. C'est en ce sens que Hintikka peut affirmer, avec raison que, dans « le dernier Wittgenstein, les jeux de langage sont vraiment la mesure de toute chose »⁸⁵.

En conclusion, loin de nier ou d'ignorer les relations sémantiques entre le langage et la réalité, Wittgenstein accorde une grande importance à cette question. La théorie picturale est conservée dans ce but, à la suite de certaines modifications. En effet, c'est l'usage que nous faisons des images qui assure la relation entre le langage et le monde. Nous avons caractérisé cette relation, dans le cas de nos règles mathématiques, comme une image comparative, iconique par laquelle nous pouvons décrire comment les choses doivent être dans l'expérience. Enfin, le but de notre argumentation fût de montrer les raisons qui engagent Wittgenstein à introduire la notion de « jeu de langage » dans sa « dernière » philosophie. Si, dans un premier temps, nous caractérisé ceux-là comme étant essentiellement des « objets de comparaison », nous devons montrer, dans un second temps, en quel sens ils jouent le rôle d'explication fondamentale des relations sémantiques.

2) La relation du langage au monde exprimée dans les jeux de langage

Le concept wittgensteinien de « jeu de langage » ne peut être saisi complètement que dans la mesure où nous le situons par rapport aux problèmes qu'il est censé résoudre. Nous défendons l'idée que Wittgenstein accorde une grande importance à ce concept non pas, uniquement, parce que le langage serait comparable à un jeu suivant des règles. Bien plus, c'est par les jeux de langages que nous expliquons les relations sémantiques du langage au monde. Nous avons montré cela, d'une première manière, en insistant sur le rôle de nos jeux de langage mathématiques comme objets de

⁸⁵ HINTIKKA, Jaakko et HINTIKKA, Merrill, 1986. *Investigations sur Wittgenstein*. Liège : Mardaga. p222.

comparaison. Telle est la position particulière que nos règles mathématiques occupent dans notre grammaire. Cependant, nous devons encore expliquer comment notre usage nous permet de les appliquer à propos de la réalité empirique. En d'autres termes, nous avons expliqué que les règles mathématiques fondent les conditions de la description de la réalité en tant qu'elles fonctionnent comme images comparatives et indépendantes de l'expérience. La question que nous posons à présent est celle-ci : comment utilisons-nous nos règles mathématiques de sorte qu'elles peuvent être employées comme mesure de la réalité?

Pour répondre à cette question, nous nous appuyerons en grande partie sur l'analyse que Jaako et Merrill Hintikka font de la notion de « jeu de langage »⁸⁶. En effet, celle-ci montre que les jeux de langage « constituent les relations fondamentales entre le langage et le monde »⁸⁷. Cette thèse va dans le sens de notre argumentation, néanmoins elle nécessite d'être explicitée⁸⁸. En ce sens, le rôle des jeux de langage dans la philosophie des mathématiques de Wittgenstein est de procurer une explication des relations sémantiques fondamentales entre nos règles mathématiques et la réalité. Par conséquent, suivant cette interprétation, le concept de « jeu de langage » se comprend comme la réponse au problème général que nous posons dans cette première partie.

La compréhension correcte du concept de « jeu de langage » ne peut se réduire, dans la dernière philosophie de Wittgenstein, à la comparaison du langage à un jeu suivant des règles. Les jeux de langage ne sont pas seulement un outil philosophique qui nous permet d'éclairer le fonctionnement du langage. Bien plus, ils sont dans le langage et participent au fonctionnement de celui-ci. D'autre part, en plus de postuler l'existence d'une réalité idéale et cachée, la conception platoniste des mathématiques présuppose que seul un certain usage du langage (celui qui correspond à cette réalité) peut atteindre celle-ci. Seuls les théorèmes qui correspondent avec cette réalité peuvent porter sur le monde et nous dire comment il est. Cependant, l'idée que quelques propositions et pensées privilégiées seraient en relation avec le monde nous semble plus que contestable. De ce point de vue, « la pensée, le langage, nous apparaissent alors comme l'unique corrélat du monde » (RP§96). Cependant, à quoi ces mots correspondent ? Comment nos théorèmes sont appliqués ? Seul l'usage dans des jeux de langage nous montre comment ceux-là se rapportent à la réalité et de multiples manières. L'importance croissante des jeux de langage dans la

⁸⁶ HINTIKKA, Jaako et HINTIKKA, Merrill, 1986. *Investigations sur Wittgenstein*. Liège : Mardaga.

⁸⁷ *Ibid.* p206.

⁸⁸ D'autre part, nous ne nous concentrons uniquement sur l'interprétation que Hintikka donne des jeux de langage wittgensteinien et non de l'usage que celui-ci en fait pour son propre compte, dans la mesure où il réintroduit une conception descriptive de la règle, que nous avons rejetée.

philosophie de Wittgenstein est particulièrement manifeste dans les écrits traitant de cette question. Nous pouvons remarquer, dans les Remarques Philosophiques, de nombreuses prémisses qui annoncent cette idée. En particulier, le fait qu' « avec le langage, je ne puis sortir du langage »⁸⁹. La relation du langage au monde n'est pas, pour ainsi dire, déjà contenue dans les mots que nous employons, dans les règles syntaxiques. Ainsi, ce n'est pas un certain usage particulier du langage, une certaine relation privilégiée entre nos mots et le monde qui explique la dimension sémantique. Car nous ne savons pas encore comment employer ces règles, « il manque le jeu de langage auquel les appliquer » (RP §96). Par conséquent, ce qui nous apparaissait comme étant une relation mystérieuse n'en est, finalement, pas une : la relation du langage au monde s'explique à partir de l'usage que nous en faisons dans des activités, des contextes ordinaires et dans lesquels nous utilisons celui-ci de différentes manières à propos du monde.

La dimension sémantique du langage est directement liée, dans la philosophie de Wittgenstein, à la pratique et l'usage que nous faisons des règles grammaticales. Il nous suffit, pour ainsi dire, de regarder l'usage que nous faisons du langage ordinaire et nous verrons les multiples manières par lesquelles celui-ci se rapporte à la réalité. En dehors du « système l'enchaînement des mots est mort »⁹⁰ et, par conséquent, la signification de nos règles est nécessairement corrélée à l'application que nous en faisons dans des activités et des pratiques. Nos règles n'accompagnent pas de l'extérieur les activités dans lesquelles elles sont prises ; au contraire, la notion de jeu de langage doit faire ressortir le fait que les employer de cette manière « fait partie de cette activité » (§23). Donc, non seulement les règles sont des normes grammaticales qui nous permettent de décrire la réalité mais, plus encore, la fonction représentationnelle du langage est assurée par l'usage que nous faisons des règles dans des activités ordinaires et publiques que sont les jeux de langage. En conséquence, si nous voulons voir ce que désigne un mot, ce qu'une certaine règle mesure : « considère le jeu de langage du §2, ou un autre jeu. Tu peux y voir en quoi consiste cette relation » (RP §37).

Il s'ensuit, alors, que les relations du langage au monde sont multiples, comme autant de jeux de langage. Cependant, en affirmant une telle chose, nous ne caractérisons pas les différentes positions dans un jeu, mais nous énonçons une caractéristique propre aux règles d'un jeu. Celles-ci en effet n'ont pas lieu, à strictement parler, dans le jeu, mais elles sont antérieures à l'usage que nous en faisons. Autrement dit, nous ne voulons pas affirmer que nos règles mathématiques correspondent à une certaine réalité dans le jeu. A l'inverse, elles sont antérieures à la possibilité de l'accord du langage avec la réalité, elles déterminent ce que signifie l'accord du langage avec la

⁸⁹ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p55.

⁹⁰ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1980. *Grammaire Philosophique*. Paris : Gallimard. p225.

réalité. Nous ne pouvons dire d'une règle mathématique qu'elle est incorrecte, parce que c'est d'après elle que nous déterminons comment doit être mesurée la réalité et ce qu'est une mesure correcte. L'antériorité des règles mathématiques implique qu'elles ne peuvent être représentées de la même manière que ses applications et qu'elles ne sont pas soumises à une possible révision de la même manière que les propositions empiriques. Par conséquent, si nous voulons décrire les relations sémantiques fondamentales par les jeux de langage, nous pouvons seulement *montrer* l'usage que nous faisons du langage, comment nous employons telle règle. Mais nous ne pouvons pas dire quelle est cette relation car elle est ineffable. De la même manière que dans le Tractatus Logico-Philosophicus, Wittgenstein soutient la thèse de l'ineffabilité de la sémantique à propos des jeux de langage⁹¹. Nous pouvons seulement montrer comment nous utilisons ces règles dans des activités, à l'intérieur de jeux de langage. Mais, précisément parce qu'elles sont antérieures à notre usage du langage, les relations sémantiques sont ineffables. Elles sont ce dont nous ne pouvons pas parler et donc, également, « ce que l'on ne peut pas chercher »⁹² Nous ne pouvons (et ne devons pas) dire comment le langage décrit le monde, mais simplement décrire l'usage que nous faisons du langage et dire « que *tel jeu de langage se joue* » (RP §654).

En conclusion, il est important de comprendre que c'est par l'usage que nous faisons des règles mathématiques dans des jeux de langage, c'est-à-dire leur utilisation dans des activités ordinaires, que Wittgenstein explique la relation sémantique du langage au monde. En d'autres termes, par les jeux de langage, Wittgenstein relie les dimensions syntaxiques, sémantiques et pragmatiques du langage : c'est dans la mesure où nous employons nos règles syntaxiques dans des pratiques que l'on peut expliquer et décrire les relations sémantiques du langage au monde. De plus, le point de départ de notre réflexion était de réfuter la postulation platoniste d'une réalité idéale. A présent que nous avons expliqué le rôle de nos règles mathématiques dans la grammaire et la manière dont nous pouvons appliquer celles-ci à propos de la réalité, nous devons nous demander : quelle est cette réalité à propos de laquelle nous utilisons en effet nos règles dans des jeux de langage ?

⁹¹ HINTIKKA, Jaakko et HINTIKKA, Merrill, 1986. *Investigations sur Wittgenstein*. Liège: Mardaga. p240 : « Il s'ensuit que le rôle des jeux de langage en tant que liens sémantiques entre le langage et la réalité est lui aussi ineffable ».

⁹² WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p171.

3) Ce que sont les faits

Dans le premier temps de notre réflexion, nous nous sommes confronté à l'idée que les règles mathématiques devaient correspondre avec une réalité idéale et profonde. Nous avons insisté, par ailleurs, sur le rôle des jeux de langage comme explication des relations sémantiques fondamentales du langage au monde. En conséquence, nous montrons que nos règles mathématiques peuvent être appliquées à propos de la réalité, dans la mesure où elles sont utilisées dans des activités, dans des contextes pratiques. Cependant, quelle est cette réalité que nos règles mathématiques mesurent? Nous défendrons, en ce sens, que loin de restreindre sa réflexion à la description de la grammaire du langage, Wittgenstein ne renonce pas, dans sa « seconde » philosophie, à l'ambition de décrire la réalité telle qu'elle est. Cependant, cette description considère la réalité empirique telle que nous en faisons l'expérience ordinaire, dans la vie de tous les jours.

Nos règles mathématiques, prises dans des jeux de langage, fonctionnent comme des objets de comparaison au sens où nous comparons les résultats de nos mesures, de nos « critères opérationnels », avec ces règles autonomes. Au cours de notre réflexion sur les rapports du langage au monde nous avons insisté sur l'exigence de juger l'expérience à partir de nos critères grammaticaux. Nos règles jouent ainsi le rôle normatif qui consiste à déterminer comment les choses doivent être dans la réalité. En conséquence, en suivant la terminologie de Jaako Hintikka, nous pouvons caractériser la conception wittgensteinienne du langage de « physicaliste »⁹³ au sens où nous employons celui-ci à propos de la réalité physique. En ce sens, par le langage, nous décrivons « essentiellement quelque chose de physique »⁹⁴. Plus encore, Wittgenstein considère que « les propositions de notre grammaire ont toujours l'allure de propositions physiques »⁹⁵. D'autre part, si notre conception du langage est issue du « langage physique normal »⁹⁶, au sens où il porte sur les choses dans le monde, celui-ci doit être, pour remplir cette fonction, « une partie du monde

⁹³ HINTIKKA, Jaakko et HINTIKKA, Merrill, 1986. *Investigations sur Wittgenstein*. Liège : Mardaga. p162.

⁹⁴ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p86.

⁹⁵ *Ibid.* p58.

⁹⁶ *Ibid.* p86.

physique »⁹⁷, dans les choses. Cela se montre, d'une première manière par notre application des règles mathématiques dans des activités ordinaires et, d'autre part, du fait que nos techniques mathématiques sont employées également dans le monde : ainsi, la règle est dans le même espace que l'objet qu'elle mesure.

En d'autres termes, notre étude de l'usage du langage nous conduit à souligner l'importance essentielle de l'emploi de nos règles grammaticales à propos de la réalité physique. C'est-à-dire, par nos règles nous disons comment doivent être les choses dans le monde, sans que nous ayons le besoin de regarder nécessairement l'expérience. Egalement, la grammaire ne peut entrer en conflit avec la réalité puisque, au contraire, elle fixe en quoi consiste cet accord. Enfin, les règles mathématiques ne sont pas fondées à partir des régularités empiriques mais, plutôt, elles montrent que là où nous disposons d'une règle nous pouvons décrire une régularité. Pour toutes ces raisons, les mathématiques « créent la forme de ce que nous appelons des faits » (RFM p381) ; elles déterminent « ce que sont les faits empiriques » (RFP p383). Ainsi, nous introduisons ici la dimension ontologique des jeux de langage au sens où ils déterminent ce que sont les faits, ce qu'est une chose⁹⁸. De plus, si le langage physicaliste doit être lui-même dans les faits, si celui-ci doit représenter la réalité, alors nous pouvons en déduire que les jeux de langage sont eux-mêmes des faits. Au sens où, dans la continuité du Tractatus Logico-Philosophicus, nous pouvons dire que « l'image est un fait » (TLP 2.1411) sans renoncer à la théorie picturale du langage. En effet, les jeux de langage sont le sol définitif au-delà duquel il n'est pas utile de remonter dans nos explications philosophiques. Telle est la démarche de Wittgenstein qui, plutôt que de rechercher une relation mystérieuse et cachée de notre langage au monde, « constate un jeu de langage » (RP §654). Il nous invite constamment à regarder comment nous utilisons notre langage ordinaire et cela doit nous montrer ensuite comment celui-ci se rapporte à la réalité. En ce sens, les jeux de langage dans la philosophie de Wittgenstein sont « le *primaire* » (RP §656), les faits fondamentaux au sens ordinaire.

Ainsi, la tâche du mathématicien n'est pas de découvrir de nouveaux faits mais, plutôt, en inventant de nouvelles règles, ayant une utilité dans des jeux de langage, « nous créons de nouveaux faits »⁹⁹. Cela n'implique pas que nous créons, à proprement parler, une nouvelle réalité, mais

⁹⁷ HINTIKKA, Jaakko et HINTIKKA, Merrill, 1986. *Investigations sur Wittgenstein*. Liège : Mardaga. p191.

⁹⁸ WITTGENSTEIN, Ludwig, 2014. *Recherches Philosophiques*. Paris : Gallimard. §370 : « La grammaire dit d'une chose quelle sorte d'objet elle est. »

⁹⁹ WRIGHT, Crispin, 1980. *Wittgenstein on the Foundation of Mathematics*. Londres : Gerald Duckworth & Co Ltd. p98.

l'introduction de nouveaux critères dans le langage nous conduit à considérer de nouvelles régularités empiriques, de nouveaux faits. Par exemple, nous pouvons dire que « dans l'espace visuel, il n'y a pas de mesure »¹⁰⁰, mais l'introduction des règles de mesure dans notre grammaire nous permet de considérer ainsi la réalité : « c'est précisément cette image des choses que nous voulons donner »¹⁰¹. Cependant, notre réfutation du platonisme mathématique se fondait, en partie, sur l'idée qu'il n'existait pas de faits mathématiques. Comment pouvons-nous alors, à présent, défendre que l'introduction de règles mathématiques détermine ce que nous appelons les faits mathématiques? Cela s'éclaire si nous distinguons la réalité mathématique idéale, qui existe indépendamment de notre entendement, et la position wittgensteinienne. Celle-ci ne considère pas qu'il existe déjà une réalité mathématique mais nous rendons, pour ainsi dire, notre réalité mathématique. En effet, nous utilisons, de plusieurs manières, des règles mathématiques, dans des contextes ordinaires, qui nous permettent de décrire comment est la réalité. Ce que nous appelons un fait, en ce sens, c'est une certaine manière dont nous appréhendons la réalité par des jeux de langage. Ce constat n'implique pas qu'il existe une unique réalité à laquelle nos règles doivent correspondre mais, au contraire, qu'il est tout à fait possible d'imaginer d'autres peuples d'individus qui utilisent le calcul de différentes manières, et envisagent des faits qui nous semblent, à nous, insignifiants, secondaires.

En conclusion, la réalité à laquelle nous appliquons nos règles mathématiques n'est pas une réalité idéale et cachée, mais il s'agit de la réalité ordinaire, physique, naturelle. Nous n'avons pas besoin d'analyser ou de construire un langage qui atteindrait cette réalité profonde, mais il suffit de constater l'usage que nous faisons du langage de tous les jours, du calcul et des mesures. Wittgenstein ne postule pas un ensemble de règles auquel « la réalité *devrait* correspondre (dogmatisme dans lequel nous tombons si facilement quand nous philosophons) » (RP §131). Mais plutôt, nous invite à considérer les possibilités des faits, dans leur diversité, leur multiplicité. C'est en ce sens que Cora Diamond qualifie la philosophie de Wittgenstein de « réaliste »¹⁰², ou comme un « réalisme sobre » (« *sober realism* ») au sens de David Wiggins¹⁰³. Wittgenstein ne renonce pas à l'ambition philosophique de décrire la réalité telle qu'elle est : c'est ce que permettent les jeux de langage. Ce que l'on appelle la réalité, à laquelle nous appliquons nos règles mathématiques, n'est rien de plus que notre réalité physique et ordinaire, et non un monde

¹⁰⁰ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p253.

¹⁰¹ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1980. *Grammaire Philosophique*. Paris : Gallimard. p242.

¹⁰² DIAMOND, Cora, 1995. *The Realistic Spirit*. Cambridge (Massachusetts) : MIT Press.

¹⁰³ WIGGINS, David, 2001. *Sameness and Substances Renewed*. Cambridge : Cambridge University Press. p151.

hypothétique et idéal. L'explication des relations sémantiques, selon Wittgenstein, est « à découvrir dans la grammaire du langage »¹⁰⁴ : notre usage dans des jeux de langage montre comment le langage se rapporte à la réalité.

Pour conclure, la question générale du rapport des mathématiques au monde occupe une importance décisive dans la philosophie des mathématiques de Wittgenstein. En effet, l'introduction de la notion de « jeu de langage » répond à une telle question et propose une alternative à la dichotomie du platonisme et du formalisme qui est insatisfaisante. D'une part, contrairement à ce que défend le platonisme mathématique, les règles ne sont pas descriptives d'une réalité idéale et cachée. Pour autant, la critique wittgensteinienne ne nous engage pas à réfuter tout rapport des mathématiques au monde. En effet, quand bien même nos règles mathématiques n'ont pas de références directes, Wittgenstein insiste, contre le formalisme, sur l'importance de notre application de celles-ci à propos de la réalité empirique. L'alternative que le philosophe autrichien propose alors est de considérer notre usage ordinaire des règles et les conditions grammaticales d'un tel usage. D'une part, les règles mathématiques sont normatives dans la mesure où elles s'appliquent non pas directement sur la réalité, mais sur les critères que nous disposons déjà pour décrire la réalité. Cependant, cela n'implique pas que les mathématiques soient fondées ou justifiées par les régularités empiriques. Les règles sont autonomes et indépendantes dans la grammaire et c'est, précisément, à cette condition que nous pouvons parler de régularités empiriques. Enfin, nos règles peuvent être appliquées à propos de la réalité dans la mesure où elles sont employées dans des activités, des jeux de langage, dans lesquels elles font sens et sont utiles. Ainsi, par les jeux de langage Wittgenstein propose une explication des relations sémantiques fondamentales. Nous pouvons penser les relations sémantiques du langage au monde en raison de l'usage ordinaire que nous faisons de nos règles mathématiques dans des pratiques, des activités publiques. En outre, la réalité décrite par nos règles mathématiques n'est pas idéale et cachée, mais ordinaire et physique. Penser l'accord du langage avec la réalité, dans la philosophie des mathématiques de Wittgenstein, c'est penser le rôle grammatical des règles mathématiques. Dire que les jeux de langage montrent le lien du langage avec la réalité c'est, simplement, une constatation sur l'usage effectif et manifeste de la grammaire et non la découverte d'un lien mystérieux.

Nous avons insisté, tout au long de cette première partie, sur la nécessité d'appliquer nos règles mathématiques à propos de la réalité physique et dans des contextes ordinaires. Cependant, lorsque nous pensons aux mathématiques nous ne pouvons limiter celles-ci à leur utilité pratique mais, au contraire, souligner l'importance des mathématiques pures. En d'autres termes, à partir des

¹⁰⁴ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1980. *Grammaire Philosophique*. Paris : Gallimard. p242.

considérations que nous avons développées ici, comment Wittgenstein peut-il rendre compte des mathématiques pures par les jeux de langage?

II- L'analyse des mathématiques pures dans les jeux de langage

A) Relativisation de la distinction entre les mathématiques pures et les mathématiques appliquées

1) Primauté des jeux de langage

Dans notre première partie, nous avons montré comment Wittgenstein explique les relations sémantiques du langage avec la réalité par l'usage que nous faisons des règles syntaxiques dans des jeux de langage. Les règles mathématiques fonctionnent, alors, comme des normes grammaticales qui fixent le cadre à l'intérieur duquel nous pouvons décrire la réalité et déterminer comment celle-ci doit être. Par conséquent, Wittgenstein insiste, de multiples façons, sur l'application que nous faisons des règles mathématiques à propos de la réalité physique. Cette interprétation à partir de la notion de « jeu de langage » implique de considérer l'usage de nos règles dans des contextes ordinaires. En ce sens, le philosophe propose de nombreux exemples des mathématiques élémentaires, tels qu'ils sont enseignés aux enfants¹⁰⁵. Il nous semble alors que la pertinence des jeux de langage se limite uniquement aux mathématiques appliquées, aux dépens des mathématiques pures. En conséquence, dans quelle mesure la notion de « jeu de langage » est-elle légitime pour rendre compte des mathématiques pures? En effet, celles-ci se caractérisent, négativement, comme la partie des mathématiques qui se détache de la réalité et ne recherche pas à être appliquée dans des contextes pratiques. A première vue, les jeux de langage semblent être le contraire des mathématiques pures, et n'être utiles que pour les mathématiques élémentaires.

¹⁰⁵ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1976. *Wittgenstein's Lectures on the Foundations of Mathematics. Cambridge 1939*. Chicago : The University of Chicago Press. p14. A présent, nous utiliserons, dans le texte, l'abréviation LFM suivie du numéro de page.

Cependant, si tel est le cas alors comment pourrait-on proposer une interprétation générale des mathématiques à partir des jeux de langage? Ainsi, dans un premier temps, nous montrerons en quoi l'utilisation des jeux de langage est pertinente dans le cas des mathématiques pures et, d'autre part, une telle interprétation nous conduit à relativiser la distinction entre les mathématiques pures et les mathématiques appliquées.

Si Wittgenstein consacre si peu de remarques sur les mathématiques pures ce n'est pas parce qu'il délaisse celles-ci en cela qu'elles ne répondent pas aux exigences de sa philosophie des jeux de langage. Mais, plutôt, parce qu'en parlant de « mathématiques pures » nous introduisons une distinction avec les « mathématiques appliquées » qui ne peut être, selon lui, qu'une source importante de confusion. En conséquence, le silence relatif de Wittgenstein à propos des mathématiques pures ne signifie pas le refus de considérer ce problème à l'intérieur de sa philosophie des mathématiques. A l'inverse, le rôle que celui-ci attribue aux jeux de langage est tel qu'il ne s'agit pas, à proprement parler, d'un problème.

Les jeux de langage ne sont pas un moyen pour Wittgenstein d'attirer l'attention sur l'utilisation, dans un cas particulier, d'une règle générale, au sens où cette règle pré-existerait à ses applications possibles. A l'inverse nous avons montré, dans la première partie, en quel sens une règle est toujours introduite dans un jeu de langage, et « elle fait sens seulement en tant que partie d'un jeu de langage » (RFM p409). Par une preuve, nous construisons une nouvelle règle qui « connecte une proposition avec un système » (LFM p136). En conséquence, nos règles mathématiques doivent toujours être rapportées aux jeux de langage dans lesquels elles sont inventées. De sorte que, non seulement nos signes mathématiques font sens en tant qu'ils sont employés dans des calculs. Mais les calculs eux-mêmes, en tant que règles grammaticales, dépendent du système mathématique dont ils font parties car « si nous n'avions que la règle $25 \times 25 = 625$, cela ne ferait rien » (LFM p137). En outre, puisqu'il n'existe pas « *un seul* idéal de précision » (RP §88), les standards qui déterminent qu'une règle a été suivie correctement ne sont pas internes à la règle, mais se trouvent à l'intérieur du jeu de langage où ils font sens. En résumé, la compréhension correcte des règles mathématiques implique de considérer celles-ci dans leur « environnement mathématique » (RFM p126). Les mathématiques, de ce point de vue, n'enseignent pas seulement à donner la réponse d'un calcul mais désignent « un jeu de langage complet avec des questions et des réponses » (RFM p381). En ce sens, les jeux de langage forment « la toile de fond »¹⁰⁶ à partir de laquelle s'appliquent les règles mathématiques : à savoir non seulement les règles que nous suivons, mais aussi les problèmes qu'il fait sens de poser. Les

¹⁰⁶ HINTIKKA, Jaakko et HINTIKKA, Merrill, 1986. *Investigations sur Wittgenstein*. Liège : Mardaga. p214.

questions ou les recherches mathématiques ne peuvent intervenir que « dans *un* système », où « je peux décrire ce que je cherche »¹⁰⁷.

Pour toutes ces raisons, les jeux de langage, dans la philosophie de Wittgenstein, sont premiers par rapport aux règles (RP §656). Ils construisent alors, de ce point de vue, le cadre grammatical qui détermine l'application que nous faisons de nos règles mathématiques. Ainsi, la thèse de la primauté des jeux de langage dans la philosophie de Wittgenstein implique que ceux-là « sont à la fois premiers par rapport aux règles et aux critères »¹⁰⁸. L'usage mathématique de nos règles ne signifie pas que nous utilisons certaines règles, par différence avec d'autres, dont la propriété essentielle serait d'être mathématique, mais caractérise la manière dont nous employons celles-ci dans des jeux de langage. La compréhension correcte de nos règles mathématiques ne peut se faire qu'à partir de l'horizon plus large de nos activités humaines, dans lesquelles nous les utilisons.

Nos règles grammaticales font sens dans la mesure où nous les employons dans un jeu de langage donné. Nous passons, par ailleurs, d'un jeu de langage à un autre, mais nous ne pouvons nous trouver absolument en dehors de tout jeu de langage. La thèse de la primauté des jeux de langage implique nécessairement que l'on ne peut rien dire qui fasse sens en dehors d'un jeu de langage. Par exemple, « " $25 \times 25 = 625$ " serait dénué de sens s'il était isolé en dehors de tout système de multiplication » (LFM p155). Cette thèse s'inscrit dans la perspective anti-platoniste de la philosophie des mathématiques de Wittgenstein. D'après Michael Dummett, le platonisme mathématique définit la signification d'un énoncé mathématique par ses conditions de vérité, mais celles-ci sont « déterminées indépendamment du fait que nous puissions ou non reconnaître la valeur de vérité de l'énoncé »¹⁰⁹. Wittgenstein dénonce radicalement une telle image. L'usage que nous faisons de nos règles n'est pas pré-déterminé ni interne aux règles. Celles-ci sont construites à l'intérieur des jeux de langage et doivent être pensées dans le contexte grammatical humain à l'intérieur duquel elles font sens. Ainsi, la règle n'existe pas d'une manière indépendante et isolée, elle ne peut se comprendre comme telle qu'à l'intérieur d'un jeu de langage de la même manière qu'un bâton de bois ne peut fonctionner comme levier qu'à l'intérieur d'un mécanisme (RFM p107), ou sur le modèle des manettes du « tableau de bord d'une locomotive » (RP §12).

¹⁰⁷ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1980. *Grammaire Philosophique*. Paris : Gallimard. p464.

¹⁰⁸ HINTIKKA, Jaakko et HINTIKKA, Merrill, 1986. *Investigations sur Wittgenstein*. Liège: Mardaga. p229.

¹⁰⁹ DUMMETT, Michael, 1978. *Truth and Other Enigmas*. Cambridge : Harvard University Press. p153.

Wittgenstein attire « inlassablement notre attention sur ce qu'[il appelle] des jeux de langage »¹¹⁰ afin de considérer l'utilisation particulière que nous faisons de nos règles et empêcher « le regard olympien »¹¹¹, caractéristique du platonisme, qui envisage les règles mathématiques en dehors de tout jeu de langage. La thèse de la primauté des jeux de langage qui énonce que nos règles mathématiques ne peuvent faire sens qu'à l'intérieur des jeux de langage où elles sont inventées, s'inscrit dans la perspective de l'anti-platonisme de Wittgenstein. En effet, en considérant nos règles en dehors des jeux de langage, nous ne découvrons pas quelque chose de plus profond, mais nous énonçons simplement un non-sens.

Nous avons montré que d'un point de vue grammatical, les jeux de langage sont premiers par rapport aux règles et les règles mathématiques ne font sens, en tant que telles, qu'à la condition d'être employées dans des jeux de langage. En conséquence, les règles des mathématiques pures, en tant que règles grammaticales, ne peuvent fonctionner comme telles uniquement dans des jeux de langage. En d'autres termes, les jeux de langage sont légitimes pour rendre compte des mathématiques pures, au moins d'un point de vue grammatical, dans la mesure où les règles ne peuvent fonctionner ainsi que dans des jeux de langage. En effet, nous avons montré qu'en dehors des jeux de langage nous ne pouvons rien dire, sinon des non-sens. Ainsi, quand bien même nous voudrions rendre compte de la spécificité des mathématiques pures, cela ne pourrait se faire qu'à l'intérieur des jeux de langage. En conclusion, la primauté des jeux de langage sur les règles dans la philosophie des mathématiques de Wittgenstein, nous engage à considérer les règles des mathématiques pures dans les jeux de langage. C'est-à-dire à considérer celles-ci, dans leur « pureté », à l'intérieur de « cet horizon plus large d'activités corrélées régies par des règles »¹¹².

¹¹⁰ WITTGENSTEIN, Ludwig, 2004. *Le Cahier Bleu et le Cahier Brun*. Paris : Gallimard. p56.

¹¹¹ WRIGHT, Crispin, 1980. *Wittgenstein on the Foundation of Mathematics*. Londres : Gerald Duckworth & Co Ltd. p99.

¹¹² HINTIKKA, Jaakko et HINTIKKA, Merrill, 1986. *Investigations sur Wittgenstein*. Liège: Mardaga. p214.

2) Les mathématiques comme déterminations grammaticales

D'un point de vue grammatical, nos règles mathématiques ne peuvent faire sens que dans la mesure où elles sont employées dans des jeux de langage. En ce sens, rendre compte des mathématiques pures signifie considérer l'usage de ces règles dans des jeux de langage. Nous avons montré, d'une première manière, en quel sens les jeux de langage sont pertinents pour l'analyse des mathématiques pures. A présent, nous devons nous demander si les mathématiques pures se distinguent, ainsi, en jouant un rôle spécifique dans les jeux de langage?

Les remarques de Wittgenstein sur les mathématiques nous conduisent à rapprocher celles-ci de notre langage ordinaire. Nous remarquons, avec étonnement, que les commentateurs de la philosophie des mathématiques de Wittgenstein délaissent la notion de « jeu de langage ». En effet, étant donné qu'il emploie souvent celle-ci à propos du langage ordinaire, nous avons l'impression qu'elle ne pourrait être utile que pour certains cas des mathématiques, à savoir les mathématiques élémentaires appliquées. Or, une telle interprétation de la philosophie de Wittgenstein est particulièrement incorrecte. Une nouvelle fois, c'est à l'intérieur d'un jeu de langage que nos règles sont employées et qu'elles font sens. La complexité ou la technicité des mathématiques pures est, de ce point de vue, inessentielle puisqu'elles fonctionnent, avant tout, comme des règles grammaticales. Ainsi, nous allons montrer quel sens il n'est pas légitime de distinguer les mathématiques pures des mathématiques appliquées dans la mesure où, dans les deux cas, les règles sont des déterminations grammaticales¹¹³.

Du point de vue de Wittgenstein, les règles mathématiques ne décrivent pas une réalité profonde et ne sont pas, non plus, une connaissance particulière sur le monde, mais ce sont des règles grammaticales. En introduisant une nouvelle règle, le mathématicien « établit un chemin pour nous » (RFM p228) dans la grammaire, que nous empruntons lorsque nous calculons. Ainsi, les règles mathématiques constituent, aux yeux de Wittgenstein, un exemple particulièrement clair de règles grammaticales puisque la fonction de celles-ci « est de nous montrer ce qu'il fait SENS de dire » (RFM p164). De plus, ce dernier compare très souvent les règles mathématiques à des ponts (RFM p399), ou des routes (LFM p139) dans cette « ville ancienne » (RP §18) qu'est notre

¹¹³ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1976. *Wittgenstein's Lectures on the Foundations of Mathematics. Cambridge 1939*. Chicago : The University of Chicago Press. p256 : « It only shows that in a most important sense Euclidean geometry does not talk of lengths (...). But we could say that Euclidean geometry gives *rules* for the application of the words « length » and « equal length », etc. »

grammaire. De sorte que là où il n'existe pas de déterminations grammaticales, il ne se trouve pas non plus un chemin caché, à découvrir.

Le caractère grammatical des mathématiques se montre, essentiellement, de deux façons. Tout d'abord, « la chose essentielle à propos des mathématiques est qu'elles forment des concepts » (RFM p399). C'est-à-dire, les règles mathématiques nous apprennent « à opérer avec les concepts d'une manière nouvelle » (RFM p413) et fixent leur signification en déterminant leur usage correct. Par exemple, par une relation d'égalité entre « 25^2 » et « 625 », nous introduisons un nouveau concept dans notre langage, c'est-à-dire « un nouvel usage d'un concept, une nouvelle pratique » (RFM p432). Ainsi, il ne fait pas de raison, de ce point de vue, de distinguer entre les mathématiques pures et les mathématiques appliquées. Nous disons, dans les deux cas, que les règles mathématiques déterminent la signification de nos concepts mathématiques. Cependant, dans le contexte des mathématiques pures, il s'agit de concepts que nous n'utilisons pas dans la vie de tous les jours. Néanmoins, une telle précision est secondaire dans notre réflexion : les mathématiques pures déterminent la signification des concepts comme « nombre irrationnel », « $\sqrt{2}$ » ou « \aleph_0 » (aleph zéro) c'est-à-dire elles donnent seulement les règles pour l'usage de « \aleph_0 ». Ainsi, les règles des mathématiques pures, en tant que déterminations grammaticales doivent être, en un sens, appliquées puisqu'elles déterminent l'usage que nous devons faire de certains concepts mathématiques.

D'autre part, l'anti-platonisme de Wittgenstein conduit ce dernier à donner une importance considérable, dans sa philosophie des mathématiques, à la preuve. Celle-ci n'est pas simplement un outil qui indique, au loin, l'existence d'objets mathématiques, mais « elle nous montre le sens d'une proposition mathématique » (RFM p121). Bien plus, le philosophe insiste largement sur le fait que c'est la preuve qui « crée un nouveau concept » (RFM p171) et, par conséquent, « change la grammaire de notre langage » (RFM p166)¹¹⁴. En conséquence la preuve mathématique n'est pas détachée des considérations grammaticales, au contraire elle est ce par quoi nous introduisons de nouvelles règles grammaticales dans notre langage. Ainsi, ces règles sont des règles d'inférence « qui font parties d'un jeu de langage » (RFM p397) et déterminent l'usage que nous pouvons faire des signes mathématiques. Cela se comprend en effet si l'on considère, comme Wittgenstein, que le mathématicien invente les règles des transformations légalés des signes. Ainsi, par une preuve

¹¹⁴ La réflexion sur le rôle de la preuve occupe une importance considérable dans la philosophie des mathématiques de Wittgenstein pour être traitée ici. Nous ne mentionnons ici la thèse de la preuve comme modification conceptuelle seulement dans notre discussion en rapport avec les mathématiques pures. Nous pourrions envisager de traiter cette question plus en profondeur dans un prochain travail.

mathématique nous déterminons un nouveau pont, une connexion nouvelle entre deux concepts. Pour reprendre notre exemple, l'introduction de la règle de conversion « 1inch = 2,54 cm » détermine les transformations possibles des mesures en cm dans une nouvelle unité de mesure. De même, la preuve de l'impossibilité de la construction d'un heptagone avec un compas et une règle nous conduit à exclure le concept de « construction d'un heptagone » de notre notation (LFM p47).

L'enjeu de notre argumentation est de montrer que les mathématiques pures ne se distinguent pas radicalement des mathématiques appliquées. Au contraire, en tant que règles grammaticales, les règles des mathématiques pures déterminent l'usage que nous faisons de nos concepts. La relativisation de cette distinction se montre davantage dans la discussion de Wittgenstein sur « le caractère synoptique de la preuve » (RFM p246). Matthieu Marion qualifie, en ce sens, la conception de la preuve de Wittgenstein comme « preuve-comme-trace »¹¹⁵ au sens où le rôle de la preuve est d'indiquer le chemin grammatical que nous devons suivre. En conséquence, la preuve doit être suffisamment claire, perspicace pour que nous sachions comment utiliser les énoncés qu'elle prouve, c'est-à-dire pour comprendre leur signification. Une preuve mathématique ne peut fonctionner comme telle que si elle nous montre clairement l'usage que nous devons faire du langage, autrement elle ne remplit pas sa fonction et ne nous est pas utile¹¹⁶. Ainsi, par ces considérations nous nous efforçons de mettre en lumière la relation essentielle entre nos règles mathématiques et l'usage que nous en faisons. En effet, Wittgenstein rapproche inlassablement celles-ci de ce qu'elles nous permettent de faire, de dire. En d'autres termes, les règles mathématiques, y compris des mathématiques pures, sont essentiellement liées à la question de l'application des concepts mathématiques. De plus, une telle application ne peut avoir lieu que dans des jeux de langage. Si nous voulons rendre compte des mathématiques pures alors nous devons considérer l'usage que nous faisons des concepts qu'elles déterminent dans des jeux de langage. En ce sens, nous montrons une nouvelle fois en quoi la notion de jeu de langage est pertinente à propos des mathématiques pures. Cependant, une difficulté importante demeure. En effet, nous avons montré, dans la première partie, que les règles mathématiques sont des règles syntaxiques qui ne faisaient sens que dans la mesure où elles sont appliquées dans des contextes ordinaires. Si l'on peut accepter que les mathématiques pures déterminent l'usage des concepts qu'elles inventent, comment peut-on affirmer que nous appliquons, ensuite, ceux-là dans des contextes ordinaires? Ce problème est d'une importance considérable pour la pertinence de notre interprétation de la

¹¹⁵ MARION, MATHIEU, 2011. Wittgenstein et la preuve mathématique comme vérificateur. *Philosophiques*, vol. 38, n.1, p140.

¹¹⁶ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p138 : « si les règles de la syntaxe ne sont pas compréhensibles, elles ne servent à rien. »

philosophie des mathématiques de Wittgenstein. Car si les mathématiques pures fixent seulement la signification de certains concepts, sans que ceux-là soient appliqués dans des activités, alors, de ce point de vue, la notion de « jeu de langage » perd toute légitimité pour rendre compte des mathématiques. Comment est-il possible de rendre compte des mathématiques pures tout en affirmant que ce n'est que leur application, ou « comme dit Wittgenstein leur utilisation "dans le civil " , qui fait d'elles un langage proprement dit »¹¹⁷. Ce dernier exprime un tel embarras lorsqu'il s'interroge sur la connexion entre « l'usage de tous les jours du mot " infini " » et « les calculs mathématiques » (RFM p142).

3) Application des règles mathématiques

La distinction entre les mathématiques pures et les mathématiques appliquées n'est pas essentielle dans la philosophie de Wittgenstein dans la mesure où, dans les deux cas, les règles mathématiques sont des règles grammaticales que nous utilisons dans des jeux de langage. Cette interprétation devient, cependant, problématique lorsque nous rappelons que nos règles grammaticales ne fonctionnent comme telles qu'en tant qu'elles sont employées dans des activités ordinaires, des contextes dans lesquels elles sont utiles. Or, les mathématiques pures se caractérisent, d'abord, par le fait qu'elles n'ont pas de visées pratiques. Ce problème est important et pourrait compromettre toutes nos réflexions. Si les règles des mathématiques pures ne sont pas appliquées dans des contextes pratiques alors il ne fait pas de sens de caractériser celles-ci comme déterminations grammaticales de nos concepts en vue d'un usage dans nos jeux de langage.

Wittgenstein, dans sa philosophie des mathématiques, met en évidence ce que les mathématiques nous permettent de faire, plutôt que ce qu'elles découvrent (RFMp362). Non seulement dans le cas des mathématiques élémentaires¹¹⁸, mais également à propos des mathématiques pures. Par conséquent, ce dernier conçoit alors les mathématiques davantage comme

¹¹⁷ BOUVERESSE, Jacques, 1987. *La force de la Règle. Wittgenstein et l'invention de la nécessité*. Paris : Les Editions de Minuit. p70.

¹¹⁸ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1978. *Remarks on the Foundations of Mathematics*. Cambridge: MIT Press. p37 : « Counting (...) is a technique that is employed daily in the most various operations of our lives. »

« un ensemble hétéroclite (*motley*) de techniques » (RFM p176), « une famille d'activités avec une famille de buts » (RFM p273). Si les règles mathématiques déterminent la signification de nos concepts dans les jeux de langage, la notion de « jeu de langage » doit faire ressortir que « parler un langage fait partie d'une activité » (RP §23). L'interprétation des mathématiques à partir des jeux de langage, dans la philosophie de Wittgenstein, est tout à fait claire si nous considérons celles-ci comme étant un ensemble de techniques, d'activités régies par des règles. En ce sens, les règles mathématiques ne formulent pas une connaissance sur la réalité, mais elles nous disent : « Procède de cette manière! » (RFM p435). Cependant, dans quelle mesure cette conception est compatible avec les mathématiques pures?

Les règles mathématiques sont des règles grammaticales qui déterminent la signification de nos concepts, c'est-à-dire leur « emploi dans le langage » (RP §43). Ainsi, les mathématiques sont essentiellement des techniques qui déterminent l'usage correct des concepts. Ce ne sont pas des connaissances à proprement parler, mais des techniques qui portent sur l'utilisation des concepts de notre langage. En ce sens, Wittgenstein caractérise les mathématiques comme « une méthode de construction des séries d'expressions linguistiques » (RFP p136). Nous devons parler d'application dans les mathématiques au sens où celles-ci déterminent, règlent l'application que nous devons faire des concepts de notre langage. Comme nous le montre l'exemple de la règle de conversion, la méthode de la mesure est antérieure à la possibilité de la mesure elle-même et détermine « l'exactitude ou l'inexactitude des énoncés de longueur » (RFM p96). Ce n'est que dans une activité, dans un jeu de langage que le concept est utilisé, que les règles peuvent faire sens. Faire des mathématiques, dans ce sens, c'est appliquer certains concepts de notre langage d'une certaine façon. Et cela est vrai aussi bien des mathématiques appliquées que des mathématiques pures.

Cependant, il est juste de remarquer que l'utilisation que nous faisons d'une règle sera très différente selon que l'on considère des exemples des mathématiques appliquées ou des mathématiques pures. Une telle différence, cependant, n'est pas essentielle de notre point de vue. Les visées de nos calculs peuvent être de natures très différentes : suivant des buts pratiques, dans les mathématiques appliquées, mais également la recherche de la preuve d'un théorème des mathématiques pures. D'autre part, la primauté des jeux de langage implique que les buts et les critères sont fixés à l'intérieur d'un jeu donné. Les règles mathématiques sont, en ce sens, directement reliées à une méthode qui détermine l'utilisation que nous devons faire de ces concepts. Ainsi, pour Wittgenstein, lorsque nous possédons un concept mathématique nous n'appliquons pas une méthode, mais nous *disposons* en cela d'une méthode (RFM p310). Donc, les règles mathématiques ne sont pas l'application d'une méthode générale, mais elles sont elles-mêmes des méthodes qui déterminent l'application correcte des concepts dans des jeux de langage. Par conséquent, l'apprentissage du calcul ne nous enseigne pas seulement des règles mais à maîtriser de

nouveaux jeux de langage, de nouvelles techniques. De ce point de vue, nous ne pouvons distinguer les mathématiques pures des mathématiques appliquées dans la philosophie de Wittgenstein, dans la mesure où comprendre et maîtriser une règle mathématique donnée signifie être capable de jouer un jeu de langage.

La conception des règles mathématiques comme méthode pour l'usage des concepts de notre langage dans des jeux de langage se montre, en particulier, dans les réflexions de Wittgenstein sur l'infini en mathématique. Si nous considérons les jeux de langage comme des pratiques régies par des règles et limitées par nos capacités humaines, comment rendre compte de l'infini mathématique? Ce problème se fonde sur une image incorrecte de l'infini comme déjà actuel. Ainsi, nous pensons à l'infini des décimales de π , et nous disons qu'une série de sept « 7 » à la suite doit nécessairement se trouver, quand bien même nous ne le savons pas encore. Nous ne pouvons pas encore répondre à une telle question, non pas parce que nous ne sommes pas allés assez loin, mais parce que nous n'avons pas encore inventé de méthode (RFM p266). Cela se montre, par ailleurs, à propos de la série infinie des nombres cardinaux. En ce sens, nous ne disons pas qu'il existe un nombre extrêmement grand de nombres, mais plutôt que « la possibilité de jouer des jeux de langage avec les nombres cardinaux n'a pas de fin » (RFM p133) et « nous ne nous préoccupons pas de leur fin » (RFM p272). Ainsi, lorsque nous enseignons les mathématiques aux enfants, nous pouvons dire qu'après plusieurs années d'apprentissage ils peuvent faire une infinité de multiplications. Mais par là nous voulons simplement dire qu'ils maîtrisent « une certaine technique de la multiplication » (LFM p252). En d'autres termes, Wittgenstein met en évidence la façon dont les règles mathématiques déterminent le concept d' « infini », c'est-à-dire comment nous l'utilisons¹¹⁹. Ce n'est que là où nous disposons d'une méthode de la détermination et de l'usage de nos concepts que nos questions mathématiques font sens¹²⁰, que l'on peut parler de « résultats corrects et incorrects » (LFM p95), c'est-à-dire seulement dans des jeux de langage. Wittgenstein exprime en effet une telle idée en disant qu' « en apprenant aux hommes à faire un pas, on leur donne la possibilité de couvrir n'importe quelle distance »¹²¹.

En conclusion, les jeux de langage sont pertinents pour étudier les mathématiques pures dans la mesure où les considérations de Wittgenstein conduisent à relativiser la distinction entre les mathématiques pures et les mathématiques appliquées. En effet, les règles mathématiques sont

¹¹⁹ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1978. *Remarks on the Foundations of Mathematics*. Cambridge: MIT Press. p141 : « "Ought the word 'infinite' to be avoided in mathematics? " Yes; where it appears to confer a meaning upon the calculus; instead of getting one from it. »

¹²⁰ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1980. *Grammaire Philosophique*. Paris : Gallimard. p481.

¹²¹ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p190.

essentiellement des règles grammaticales qui déterminent l'usage correct de nos concepts dans des jeux de langage. En ce sens, nous pouvons dire que « pour les mathématiques il n'y a pas de "problème d'application" »¹²², puisque ce sont les règles mathématiques elles-mêmes qui déterminent l'application des concepts mathématiques. Du point de vue de la grammaire, l'application des règles mathématiques dans des jeux de langage est une condition de leur signification. Par conséquent, nous pouvons rendre compte des mathématiques pures par les jeux de langage de telle manière que cette approche nous conduit à relativiser la distinction des mathématiques pures et des mathématiques appliquées. Cependant, si nous avons montré en quel sens la relation des mathématiques pures avec des pratiques est essentielle, Wittgenstein ajoute que c'est « l'usage en dehors des mathématiques (...) qui transforme le jeu avec les signes en mathématiques » (RFM p257). Comment pouvons-nous comprendre une telle idée dans le cas des mathématiques pures? En effet, si nous pouvons parler de l'application des concepts des mathématiques pures dans les jeux de langage, ceux-là ne sont pas pour autant, employés dans des contextes ordinaires, en dehors des mathématiques.

¹²² WITTGENSTEIN, Ludwig, 1979. *Wittgenstein and the Vienna circle*. Oxford : Blackwell. p225.

B) Les mathématiques pures dans les jeux de langage

1) La « pureté » des mathématiques

Nous avons montré, dans un premier temps, en quel sens la distinction entre les mathématiques pures et les mathématiques appliquées pouvait être relativisée dans la philosophie des mathématiques de Wittgenstein. Les règles des mathématiques pures sont, comme les règles des mathématiques appliquées, des règles grammaticales qui déterminent la signification de nos concepts dans des jeux de langage et, par conséquent, ne sont pas séparées des contextes dans lesquels nous les utilisons. Ainsi, Wittgenstein ne renonce pas aux mathématiques pures au profit des mathématiques élémentaires seules. En ce sens, nous devons nous demander, à présent, comment ce dernier appréhende-t-il les mathématiques pures à partir des jeux de langage?

L'idée selon laquelle « il est essentiel pour les mathématiques que ses signes soient également employés dans le *civil (in mufti)* » (RFM p257) ou encore que les concepts dans les propositions nécessaires « doivent également apparaître et avoir un sens dans les propositions non-nécessaires » (RFM p295) est considérée comme étant caractéristique de la seconde philosophie de Wittgenstein. Cependant, ce dernier développe une conception semblable dans le Tractatus Logico-Philosophicus, où « nous usons de la proposition mathématique pour déduire des propositions qui n'appartiennent pas à la mathématique d'autres propositions qui ne lui appartiennent pas non plus » (TLP 6.211). Cependant, en utilisant un tel critère il devient problématique d'étendre nos réflexions « aux parties des mathématiques qui n'ont pas été développées en vue d'un type particulier d'application en dehors des mathématiques »¹²³, autrement dit les mathématiques pures. Wittgenstein perçoit une telle difficulté et, dans une discussion avec Alan Turing, se demande si nous « introduisons le bolchévisme dans les mathématiques » (LFM p67).

Une telle idée ne peut se justifier qu'à partir de la conception wittgensteinienne de la signification comme usage. En effet, les règles mathématiques déterminent la signification de nos concepts, c'est-à-dire l'usage que nous pouvons en faire dans des jeux de langage. En ce sens, les concepts mathématiques peuvent être employés dans des propositions qui n'appartiennent pas aux

¹²³ WRIGHT, Crispin, 1980. *Wittgenstein on the Foundation of Mathematics*. Londres : Gerald Duckworth & Co Ltd. p66.

mathématiques par exemple « " Il a dit que $25 \times 25 = 625$ " ou " il a écrit la preuve que tel-et-tel " » (LFM p34). Ainsi, la détermination du sens de nos concepts ne limite pas ceux-là aux mathématiques seules, mais les situe à l'intérieur de notre langage dans sa généralité. Nous pouvons dire un « énoncé non-mathématique qui contient " \aleph_0 " » (LFM p33) car celui-ci est un concept ordinaire sans, pour autant, changer sa signification. « Ordinaire » ne qualifie pas, dans la philosophie de Wittgenstein, une situation banale, simple, de tous les jours. Mais l'utilisation du langage telle qu'elle fait sens dans les jeux de langage. En introduisant le critère de l'application extra-mathématique, Wittgenstein ne cherche pas à exclure les mathématiques pures de sa réflexion, mais à replacer celles-ci dans le langage, là où elles font sens. Car c'est en raison de l'application ordinaire de nos concepts mathématiques dans de multiples jeux de langage que ceux-là font sens. Wittgenstein ne va pas à l'encontre des mathématiques pures mais de l'image de celles-ci comme « la connaissance de tous les calculs mais pas leur application » (LFM p36). La « pureté » des mathématiques ne signifie pas le contraire de l'application des concepts mathématiques dans des contextes ordinaires, car elles « nous donnent les règles pour opérer avec eux » (LFM p268).

Une telle image pourrait être source de mécompréhension si elle n'est pas précisée. Nous avons l'impression qu'il existerait d'un côté les mathématiques pures qui découvrent les objets mathématiques dans une réalité mathématique idéale elle-même et, de l'autre côté, les mathématiques appliquées qui seraient, avant tout, un outil pour décrire la réalité. Or, nous avons montré en quel sens les règles des mathématiques ne peuvent pas être assimilées à des propositions empiriques. En ce sens, lorsque nous disons qu'il y a 10 personnes dans une pièce, il s'agit d'une proposition empirique, mais « il y a dix points d'intersection dans le pentagramme » (LFM p116) est une proposition mathématique car elle exprime une propriété interne du « pentagramme » et détermine la signification de ce concept. Par conséquent, les énoncés des mathématiques appliquées ne sont pas des propositions sur la réalité physique, mais « font partie de l'appareil du langage, et non de l'application du langage », ils « préparent " 900 " pour le travail qu'il doit faire » (LFM p250). En effet, nos règles mathématiques sont autonomes et a priori dans la grammaire et, de plus, il n'existe pas de problèmes d'application « puisqu'il est permis de [les] appliquer partout où [elles] sont applicable[s] »¹²⁴. Par conséquent, la réflexion de Wittgenstein à propos des mathématiques pures nous semble particulièrement pertinente pour rendre compte de celles-ci. La « pureté » des mathématiques se montre, en vérité, dans le fait que celles-ci sont indépendantes de la réalité, autonomes de celle-ci mais, néanmoins, nous pouvons les appliquer dans des jeux de langage. Si bien que la question « est-ce que 170 morceaux de marbre sont cent fois plus nombreux que 3 morceaux de marbre? » est « une question des mathématiques pures non des mathématiques

¹²⁴ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p126.

appliquées » (RFM p412) car elle fixe une détermination grammaticale. Ainsi, il n'y a pas lieu de séparer les mathématiques en deux, avec d'un côté « 4 pommes+4 pommes » comme étant une égalité concrète et « 4+4=8 étant la proposition abstraite dont la première égalité ne serait qu'une application particulière »¹²⁵. En ce sens, si l'application des règles mathématiques dans des jeux de langage est une condition de leur signification, ces règles mathématiques ne sont pas elles-mêmes appliquées mais déterminent l'application correcte des concepts mathématiques. Les règles mathématiques ne sont ni à propos des pommes, ni à propos des nombres. De plus, le statut grammatical et a priori de nos règles se montre par le fait que « le temps n'entre pas en ligne de compte » (LFM p34).

A présent, si nous pouvons analyser les mathématiques pures du point de vue des jeux de langage dans la philosophie des mathématiques de Wittgenstein, alors la distinction des mathématiques pures et des mathématiques appliquées est une « métaphore fallacieuse »¹²⁶ aux yeux du philosophe. Cela se montre, par ailleurs, si nous opposons un cercle idéal et le cercle tracé devant moi. Le cercle idéal n'est pas « la description précise et absolue de l'objet » (RFM p261), et le cercle tracé une approximation: l'idéalité du cercle n'a rien de mystérieux : il s'agit simplement d'un standard déposé dans notre grammaire. De plus, en imaginant un peuple d'individus qui n'aurait pas de mathématiques pures (RFM p232), Wittgenstein montre que ceux-là ne pourraient faire que des découvertes physiques et non mathématiques. En ce sens, loin de limiter les mathématiques à une pratique élémentaire, le philosophe propose une conception des mathématiques pures dégagée de tout mystère.

En conclusion, comme le remarque Jacques Bouveresse, le caractère grammatical des règles mathématiques permet à Wittgenstein de proposer une explication cohérente « à la fois de leur caractère *a priori* et de ce qui leur permet d'être utilisées pour la description de phénomènes empiriques »¹²⁷. En effet, si nous devons considérer l'application extra-mathématique des règles mathématiques pour comprendre la signification de nos concepts (RFM p259), la manière dont nous les utilisons n'est pas le critère de distinction entre les mathématiques appliquées et les mathématiques pures. Wittgenstein montre que la « pureté » des mathématiques consiste, simplement, dans le fait que nos règles sont autonomes et déterminent l'application possible de nos concepts.

¹²⁵ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1980. *Grammaire Philosophique*. Paris : Gallimard. p395.

¹²⁶ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p256.

¹²⁷ BOUVERESSE, Jacques, 1987. *La force de la Règle. Wittgenstein et l'invention de la nécessité*. Paris : Les Editions de Minuit. p71.

2) La critique de l'argument de la diagonale de Cantor

La philosophie des mathématiques de Wittgenstein se concentre, d'abord, sur des exemples des mathématiques élémentaires afin de rendre compte de l'usage des règles mathématiques dans notre langage de tous les jours. Cela n'implique pas, comme nous l'avons vu, que les jeux de langage soient pertinents uniquement dans le cas des mathématiques appliquées. Mais, au contraire, à relativiser la distinction des mathématiques pures et des mathématiques appliquées. En ce sens, l'analyse des théorèmes des mathématiques pures par les jeux de langage ne présente pas de différence fondamentale avec un théorème des mathématiques appliquées. Ainsi, lorsque Wittgenstein considère des exemples des mathématiques pures, ce n'est pas pour rendre compte de leur spécificité, mais des illusions dont ils sont la cause. Par conséquent, nous devons examiner de quelle façon le philosophe interprète-t-il « la preuve de Cantor » (LFM p14).

L'argument de la diagonale de Cantor est analysé par Wittgenstein en 1938 (RFM p125). Ce dernier montre la non-dénombrabilité des nombres réels. Un ensemble est dénombrable, en mathématiques, lorsque celui-ci peut être dénombré complètement par les nombres entiers. Un ensemble est non-dénombrable lorsqu'il ne peut être dénombré intégralement par l'infinité des nombres entiers. En ce sens, l'argument de la diagonale présente un processus de construction des nombres réels et démontre la possibilité d'en construire de nouveaux, en infinité. Considérons une liste de nombres réels: il est toujours possible d'en construire un nouveau en produisant une série de nombres de sorte que nous avons un premier nombre ayant une première décimale, un second nombre dont la deuxième décimale est différente du premier, etc... jusqu'à construire un nouveau réel dont la n-ième décimale de ce n-ième nombre sera différente de la décimale du nombre précédent. Par ce procédé nous pouvons introduire un nouveau nombre qui n'existait pas dans notre énumération. Le nombre des décimales se lit, ensuite, sur la diagonale dans un tableau. Ainsi, pour reprendre l'exemple donné par Wittgenstein (RFM p131) :

r1: 0,1246789

r2: 0,3469876

r3: 0,0127649

r4: 0,3426794

...

De cette manière, l'argument de la diagonale de Cantor montre la non-dénombrabilité des nombres réels puisqu'il est toujours possible d'en construire un nouveau. Par ailleurs, si l'ensemble \mathbb{R} des

nombres réels est un infini non-dénombrable, nous pouvons considérer une sous-partie de cet ensemble sur l'intervalle $[0,1[$ par exemple. Un tel ensemble dans \mathbb{R} est, pour les mêmes raisons, également infini de sorte que nous pouvons construire une nouvelle suite de nombres qui ne pré-existe pas dans l'ensemble de départ. Par conséquent, Cantor déduit de cet argument qu'il doit exister plusieurs sortes d'infinis et qu'il est possible de comparer différents ordres d'infinis entre eux. Par exemple, si nous pouvons dire que l'ensemble des nombres rationnels est infini, cet ensemble, qui ne contient pas les nombres irrationnels, est plus petit en nombre que l'ensemble infini des nombres réels. Ainsi, nous pouvons comparer les ensembles infinis des nombres entiers et des nombres rationnels en montrant qu'ils sont de la même grandeur, en nombre. Alors que l'infinité des nombres réels est plus grande et il existe des sous-ensembles, dans celle-ci, qui sont eux-mêmes infinis.

La présentation que nous faisons de l'argument de la diagonale de Cantor est limitée à l'interprétation que Wittgenstein, lui-même, en donne. Ainsi il est intéressant de remarquer que la critique qu'il en fait peut être présentée suivant les différents aspects propres aux jeux de langage que nous avons mis en avant. A savoir, d'une part, la nécessité de considérer nos règles à l'intérieur d'un jeu de langage, ensuite, le rôle grammatical de nos règles et enfin, l'application de nos règles doit faire partie des activités. En ce sens, nous devons interpréter l'argument de la diagonale de Cantor « en termes de jeu »¹²⁸.

L'approche des théorèmes mathématiques par Wittgenstein a cela d'étonnant que ce dernier insiste toujours pour comprendre « comment ces nombres peuvent être utilisés », à savoir « quel est leur environnement mathématique » (RFM p126). C'est-à-dire que l'argumentation de Wittgenstein n'a pas pour but de montrer qu'il n'est pas possible de construire de nouveaux nombres réels mais, plutôt qu'il ne fait pas de sens de parler de l'infinité des nombres réels en dehors d'un système dans lequel ils peuvent être employés. De plus, il est incorrect de comparer les ensembles infinis de nombres puisque « l'infinité » n'est pas un nombre, comme nous l'avons vu, mais une technique grammaticale de leur expansion. En ce sens « l'ensemble de tous les nombres réels » ne désigne pas un très grand nombre mais plutôt « un projet inutile et/ou futile fondé sur des mécompréhensions relatives à la fondation des mathématiques »¹²⁹.

¹²⁸ FLOYD, Juliet, 2012. Wittgenstein's Diagonal Argument: A Variation on Cantor and Turing. *Epistemology versus Ontology : Essays on the Philosophy and Foundations of Mathematics in Honour of Per Martin-Löf*. Berlin : Springer. p34.

¹²⁹ RODYCH, Victor, 2018. Wittgenstein's Philosophy of Mathematics. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. [Publié le 31 Janvier 2018, consulté le 9 Avril 2021]. URL : <https://plato.stanford.edu/archives/spr2018/entries/wittgenstein-mathematics/>.

Le problème fondamental que Wittgenstein souligne à propos de l'argument de Cantor c'est que l'utilisation que ce dernier fait de certains concepts comme « nombre qui n'est pas inclus dans cet ensemble infini » (RFM p125), « non-dénombrable » (RFM p129) n'est pas claire. Or, nous avons caractérisé nos règles mathématiques comme des déterminations de la signification de nos concepts. En ce sens, Wittgenstein montre que la règle de la diagonale n'est pas « une règle dans le même sens (...), en d'autres termes, [elle] ne peut être appliquée à cette étape »¹³⁰. D'autre part, le philosophe autrichien regarde « avec suspicion » (RFM p127) les résultats des calculs qui sont exprimés verbalement. Puisque la tâche de nos calculs, au contraire, est « d'éclairer le sens de nos expressions avec des mots » (RFM p127). L'argument de Cantor, s'il était véritablement effectif, devrait nous montrer comment les nombres réels peuvent être ordonnés dans une série, alors que « nous ne pouvons pas nous en faire une idée précise pour le moment » (RFM p130). Par conséquent, si Cantor emploie des concepts qui font sens, par ailleurs, dans notre langage: l'usage qu'il en fait, quant à lui, est problématique, car nous constatons « qu'une route n'a pas encore été construite » (LFM p138).

De plus, nous ne disposons pas, non plus, d'une méthode claire qui nous dit « comment comparer des séries infinies de résultats » (RFM p126). Nous ne savons pas « dans quelle pratique de telles propositions sont ancrées » (RFM p135). Ainsi, du point de vue des jeux de langage, l'argument de la diagonale de Cantor ne nous donne qu'une apparence de signification. Mais nous ne savons pas, en réalité, ce que cela nous permet de faire et Wittgenstein compare celui-ci à « une architrave qui est suspendue dans l'air, mais qui n'est soutenue par rien et qui ne soutient rien » (RFM p135).

Ces remarques, cependant, n'ont pas pour but de nier la validité du calcul mais « de soumettre l'intérêt des calculs à un test » (RFM p142). En ce sens, ce que vise d'abord Wittgenstein c'est l'atmosphère particulière qui entoure les calculs, « ces images enflamment fortement notre imagination » (RFM p129). Nous ne pouvons dire, à proprement parler, que Wittgenstein réfute l'argument de Cantor, car nous ne savons pas ce qui peut être considéré comme étant vrai ou faux. De plus, de la même manière que le philosophe invente le jeu de langage des bâtisseurs à l'intérieur duquel la conception augustinienne de la signification est correcte (RP §2), celui-ci propose « une version ordinaire de l'argument (...) qui le rend intelligible »¹³¹. Ainsi, il nous invite à imaginer l'argument de la diagonale tel qu'il serait « familier même aux écoliers » (RFM p131) et dans une

¹³⁰ FLOYD, Juliet, 2012. Wittgenstein's Diagonal Argument : A Variation on Cantor and Turing. *Epistemology versus Ontology : Essays on the Philosophy and Foundations of Mathematics in Honour of Per Martin-Löf*. Berlin : Springer. p38.

¹³¹ *Ibid.* p42.

situation dans laquelle celui-ci serait effectivement utile. Un tel contexte serait celui dans lequel on demanderait aux élèves d'« écrire un nombre décimal qui est différent d'un autre nombre» (RFM p131) et nous disposerions alors d'une certaine méthode pour y parvenir. Cependant, nous constatons alors que l'utilité de l'argument de Cantor est bien plus « sobre » (RFM p131) et distincte de l'usage pour lequel il était initialement destiné.

En conclusion, cette critique ne nous conduit pas à réfuter les calculs de Cantor, mais à dénoncer l'illusion qui entoure ceux-là. Et Wittgenstein « espère qu'une génération future rira de ces tours de passe-passe » (RFM p132). Cependant, comment la dimension thérapeutique de sa philosophie peut-elle être compatible avec l'exigence de laisser « les mathématiques en l'état » (RP §124)?

3) *Philosophie et mathématiques*

Comment devons-nous appréhender la philosophie des mathématiques de Wittgenstein, en préservant la dimension critique et thérapeutique des jeux de langage sans céder, pour autant, au révisionnisme mathématique? C'est-à-dire la position philosophique qui décide de la validité ou non des théorèmes mathématiques. A l'inverse de Michael Dummett¹³², nous ne pensons pas que, selon Wittgenstein, la philosophie ne pourrait avoir aucune incidence sur la pratique du mathématicien mais que, pour autant, celle-ci n'est pas de nature révisionniste.

Pour résoudre une telle difficulté, il est nécessaire d'introduire, dans notre réflexion, une distinction que Wittgenstein propose dès le début des années 1930 entre le calcul et la prose¹³³. La philosophie des mathématiques ne vise pas à montrer que nos calculs sont vrais ou faux, ni à proposer « une nouvelle interprétation de ces calculs » (LFM p13). Mais, elle ne porte que « sur la prose de tous les jours qui accompagne le calcul »¹³⁴, dans le but de la clarifier ou même d'

¹³² DUMMETT, Michael, 1978. *Truth and Other Enigmas*. Cambridge : Harvard University Press. p168.

¹³³ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1979. *Wittgenstein and the Vienna circle*. Oxford : Blackwell. p149.

¹³⁴ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1979. *Wittgenstein and the Vienna circle*. Oxford : Blackwell. p129.

« éliminer celle-ci lorsqu'elle prêle à confusion »¹³⁵. Ainsi, Wittgenstein attribue un rôle spécifique au philosophe et celui-ci n'empiète pas sur l'activité du mathématicien, il agit sur un domaine qui lui est propre. En effet, la tâche de ce dernier est de « décrire la situation présente » (RFM p210) des mathématiques afin de « se guérir de nombreuses maladies de l'entendement » (RFM p302). En ce sens, ses réflexions ne portent pas, directement, sur les calculs mathématiques, mais sur ce que « le mathématicien rajoute incidemment à ses activités »¹³⁶. De plus, les écrits de Wittgenstein s'inscrivent dans une période de crise des fondements des mathématiques. Mais, comme le remarque Paul Bernays, « ce n'est que d'un point de vue philosophique que des objections ont été soulevées »¹³⁷, les calculs, en tant que tels, sont stables et certains. En conséquence, les remarques de Wittgenstein sur les mathématiques ne peuvent être qualifiées de révisionniste dans la mesure où elles ne portent que sur l'usage que nous faisons de notre langage à propos de nos calculs (la prose). Nous remarquons, en outre, de nombreuses ressemblances entre la philosophie des mathématiques de Wittgenstein et les principes caractéristiques de sa seconde philosophie. Juliet Floyd, en particulier¹³⁸, souligne le lien entre le caractère synoptique des preuves mathématiques et notre besoin synoptique à propos de la grammaire de notre langage (RP §122). De plus, de la même manière qu'un problème philosophique se montre là où « je ne m'y retrouve plus » (RP §123), nos problèmes à propos des mathématiques surviennent là où « je ne m'y retrouve plus dans le calcul » (RFM p210). En conclusion, la philosophie des mathématiques de Wittgenstein s'accorde avec les exigences de sa conception de la philosophie et notre tâche alors « n'est pas de résoudre la contradiction par une découverte mathématique (...) mais de permettre une vue synoptique de l'état des mathématiques qui nous préoccupe. » (RP §125).

La philosophie des mathématiques de Wittgenstein se concentre, en particulier, sur les théorèmes qui mettent « l'esprit en ébullition et donne[nt] l'agréable sensation du paradoxe » (LFM p16) en nous introduisant « aux mystères du monde mathématique » (RFM p137). Au contraire, nous devons regarder dans leur pleine lumière comment fonctionnent vraiment nos calculs, ce que montrent effectivement les preuves et non « recouvrir les mathématiques d'un voile de brume »¹³⁹.

¹³⁵ MARION, Mathieu et OKADA, Mitsuhiko, 2012. La philosophie des mathématiques de Wittgenstein. *Lectures de Wittgenstein*. Paris : Ellipses. p83.

¹³⁶ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1980. *Grammaire Philosophique*. Paris : Gallimard. p472.

¹³⁷ BERNAYS, Paul, 1983. On Platonism in Mathematics. *Philosophy of Mathematics, selected readings*. Cambridge : Cambridge University Press. p258.

¹³⁸ FLOYD, Juliet, 2000. Wittgenstein, Mathematics and Philosophy. *The New Wittgenstein*. New-York : Routledge. p237.

¹³⁹ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1980. *Grammaire Philosophique*. Paris : Gallimard. p469.

En ce sens, l'enjeu thérapeutique de la philosophie des mathématiques de Wittgenstein est fondamental. Nous l'avons montré à propos de l'argument de la diagonale de Cantor : une fois que nous regardons simplement le calcul « privé des fausses conceptions incarnées dans la prose qui lui donnait son importance présumée »¹⁴⁰, alors celui-ci perd tout son intérêt. Par conséquent, la tâche essentielle de la philosophie des mathématiques de Wittgenstein est de nous amener à reconnaître que le *paradis de Cantor* « n'est pas un paradis—de sorte que nous le quittons de notre propre chef » (LFM p103).

Wittgenstein dénonce, en particulier, « l'atmosphère de pensée nébuleuse »¹⁴¹ qui entoure la théorie des ensembles et cherche à « séparer ce qui est calcul de ce qui veut être une théorie »¹⁴². Cependant, que deviennent les calculs si ces derniers perdent tout l'intérêt qu'ils avaient initialement? Nous n'avons plus de raison de continuer à calculer de cette manière car le motif de leur invention n'était qu'une mécompréhension. Les calculs ne sont pas, à proprement parler, faux mais inutiles, inintéressants. Cependant, nous ne pouvons dire que nous modifions les mathématiques puisque ce à quoi nous renonçons n'était rien d'autre qu'un nuage d'illusions. Non seulement Wittgenstein laisse les mathématiques en l'état mais, plus encore, la clarté philosophique a « sur la croissance des mathématiques la même influence que la lumière sur la croissance des plants de pomme de terre »¹⁴³. Ainsi, nous avons montré de quelle manière la philosophie de Wittgenstein est utile dans le cas des mathématiques pures, sans adopter une position révisionniste.

Si nous avons insisté sur la dimension thérapeutique des jeux de langage, nous pouvons nous étonner, cependant, des rares utilisations que Wittgenstein en fait à propos des mathématiques. En effet, une telle observation pourrait justifier que l'on trouve très peu de commentateurs de sa philosophie des mathématiques utilisant la notion de « jeu de langage ». On trouve, à l'inverse, une utilisation très importante à propos du langage ordinaire, en particulier dans *Le Cahier Brun*. Nous justifions cela par deux raisons essentielles. D'une part, le caractère ineffable des jeux de langage, sur lequel nous avons insisté dans la première partie. D'autre part, parce que les règles mathématiques ne peuvent être confuses (RFM p200) et nous sommes plus facilement confrontés à des mécompréhensions dans le contexte de notre langage ordinaire. De plus, la règle mathématique est « l'instrument le plus fin pour déterminer le sens » (RFM p127). Enfin, nous avons montré en quoi les remarques de Wittgenstein ne portaient non sur les calculs, mais sur l'usage du langage

¹⁴⁰ MARION, Mathieu, 1998. *Wittgenstein, Finitism and the Foundations of Mathematics*. Oxford: Clarendon Press. p16.

¹⁴¹ WITTEGENSTEIN, Ludwig, 1980. *Grammaire Philosophique*. Paris : Gallimard. p598.

¹⁴² *Ibid.* p597.

¹⁴³ *Ibid.* p487.

ordinaire qui entoure les calculs. Ainsi, il n'y a pas lieu d'instaurer une distinction radicale entre les problèmes que nous rencontrons dans le cas des mathématiques et ceux du langage ordinaire.

En conclusion, la dimension thérapeutique des jeux de langage n'est pertinente que dans la mesure où ceux-là énoncent, par ailleurs, les conditions dans lesquelles nos règles mathématiques font sens. Ainsi, Wittgenstein peut rendre compte de l'illusion qui caractérise certains de nos théorèmes des mathématiques précisément pour la raison qu'ils ne correspondent pas aux exigences de signification des jeux de langage. En ce sens, Stuart Shanker peut souligner que « la signification des symboles qui apparaissent dans la construction d'une preuve (...) doit être interprétée strictement en fonction du rôle qu'ils jouent dans le nouveau *système de preuve* »¹⁴⁴, c'est-à-dire le jeu de langage. Et c'est parce que ces théorèmes mathématiques ne déterminent pas clairement un tel rôle qu'ils doivent être éclairés et, s'il le faut, abandonnés. Ce que nous avons montré, en particulier, dans le cas de l'argument de la diagonale de Cantor. En conclusion, la philosophie des mathématiques de Wittgenstein n'exclut pas les théorèmes des mathématiques pures, mais considère ceux-là comme étant simplement des théorèmes des mathématiques, parmi d'autres. En effet, la pureté des mathématiques ne signifie pas le contraire de leur application dans des jeux de langage, mais que celles-ci sont autonomes dans la grammaire. En ce sens, les règles des mathématiques appliquées sont pures, au même titre que des règles des mathématiques pures. Par conséquent, les jeux de langage sont pertinents pour rendre compte des mathématiques pures. Wittgenstein utilise ceux-là, en particulier dans un but thérapeutique, pour éclaircir les illusions dans notre prose mathématique qui nous empêchent de voir l'application véritable des calculs. Il nous faut, à présent, comprendre comment Wittgenstein peut-il rendre compte de la nécessité des mathématiques à partir des jeux de langage.

¹⁴⁴ SHANKER, Stuart, 1987. *Wittgenstein and the Turning-point in the Philosophy of Mathematics*. Albany : State University of New York Press. p209.

C) La nécessité mathématique dans les jeux de langage

1) La nécessité en dehors des jeux de langage

Les règles mathématiques sont des règles grammaticales qui nous apparaissent nécessaires et indubitables. Par exemple, si nous devons ajouter +2 à 2004, nous répondons toujours « 2006 » « sans aucune hésitation » (RFM p37). En ce sens, si nous voulons rendre compte pleinement des mathématiques nous devons, non seulement, décrire de telles règles, mais aussi caractériser l'importance particulière qu'elles jouent dans notre langage. Ainsi, l'interprétation des mathématiques par Wittgenstein ne vise pas à « relâcher » la nécessité des mathématiques ou contester celle-ci, mais, plutôt, à la replacer dans des jeux de langage. Par conséquent, nous allons nous demander comment les jeux de langage peuvent-ils rendre compte de la nécessité des mathématiques?

Dans un premier temps, nous devons réfléchir sur l'origine de la nécessité dans la philosophie des mathématiques de Wittgenstein et, dans un second temps, nous nous demanderons comment nous reconnaissons, en effet, une telle nécessité¹⁴⁵. D'une première manière, nous avons déjà montré que nos règles mathématiques sont irréfutables et nécessaires dans la mesure où elles fonctionnent comme des standards autonomes de notre grammaire. Mais, comment expliquer le caractère inexorable de ces règles mathématiques ?

Les mathématiques sont, en philosophie, le paradigme de la certitude et de la clarté. Wittgenstein, dont « le besoin véritable » (RP §108) au coeur de sa philosophie, est un besoin de clarté, privilégie la méthode grammaticale pour rendre compte de celle qui est attribuée aux mathématiques¹⁴⁶. Il est pertinent de souligner que Wittgenstein n'utilise pas les mathématiques comme l'exemple paradigmatique de la clarté, mais observe, par l'usage que nous faisons de nos règles mathématiques, en quoi celle-ci consiste. De ce point de vue, sa philosophie des mathématiques vise à éliminer les mécompréhensions à propos de la clarté même des

¹⁴⁵ WRIGHT, Crispin, 1980. *Wittgenstein on the Foundation of Mathematics*. Londres : Gerald Duckworth & Co Ltd. p342.

¹⁴⁶ FLOYD, Juliet, 2000. Wittgenstein, Mathematics and Philosophy. *The New Wittgenstein*. New-York : Routledge. p232.

mathématiques, en particulier la recherche abusive d'explications nouvelles, plus profondes (RFM p103).

Tout d'abord, il serait envisageable de penser la nécessité des mathématiques comme étant une propriété interne de nos règles. En ce sens, les règles mathématiques sont d'un type particulier de sorte qu'elles sont par nature nécessaires et, également, plus rigides que les règles de notre langage ordinaire. L'observation que nous faisons de notre pratique mathématique suffit pour nous convaincre qu'elles ne pourraient être autrement et nous pensons « qu'elles sont plus inexorables encore que les lois de la nature » (RFM p82). Les règles mathématiques seraient écrites, ainsi, dans un matériau incassable, indestructible et qui expliquerait leur nécessité. Or, selon Wittgenstein nous ne pouvons ainsi distinguer les règles mathématiques des autres règles de notre langage par le fait que celles-ci seraient, en tant que telles, plus certaines. En effet, même dans le cas de nos propositions les plus vagues il doit « nécessairement y avoir un ordre parfait » (RP §98). Plus encore, la philosophie des mathématiques de Wittgenstein s'oppose, selon Jacques Bouveresse, « à l'idée que les propositions nécessaires expriment des vérités d'une profondeur spéciale »¹⁴⁷. La rigidité des règles mathématiques se comprend alors, d'une première manière, par le fait qu'il s'agit de « connexions dans la grammaire » et, en ce sens, sont nécessaires.

D'autre part, la critique wittgensteinienne du platonisme nous conduit à réfuter la conception de la nécessité fondée sur la reconnaissance d'objets d'une nature particulière. La rigidité des règles ne repose pas, en ce sens, sur des régularités idéales dans une réalité mathématique dont elles seraient l'expression et la reconnaissance. La critique de la conception selon laquelle la nécessité des mathématiques s'explique par l'origine des objets dont elles traitent se montre, également, par l'idée que lorsque nous utilisons une règle « nous n'en savons pas, nous-même, plus que ce que nous disons » (RFM p224). De plus, Wittgenstein réfute également ce que Crispin Wright appelle la « capacité de reconnaissance »¹⁴⁸ (*recognitional ability*) comme étant une certaine faculté permettant de reconnaître des nécessités pré-existantes.

L'origine de la nécessité des règles mathématiques semble être, alors, de nature grammaticale. En quel sens ? Celle-ci se montrerait lorsque nous « procédons selon la règle », « nous employons le langage en accord avec la règle ». Or, selon Wittgenstein, de telles expressions ne font pas de sens. La règle n'est pas un modèle objectif qui implique que nous la suivions d'une certaine manière, conformément à celle-ci. Comme nous l'avons montré, la règle mathématique est

¹⁴⁷ BOUVERESSE, Jacques, 1987. *La force de la Règle. Wittgenstein et l'invention de la nécessité*. Paris : Les Editions de Minuit. p104.

¹⁴⁸ WRIGHT, Crispin, 1980. *Wittgenstein on the Foundation of Mathematics*. Londres : Gerald Duckworth & Co Ltd. p8.

une norme grammaticale qui détermine l'usage correcte de notre langage. Cependant, nous ne pouvons pas dire que celle-ci est objective au sens où elle déterminerait, par avance, la manière correcte de suivre la règle¹⁴⁹. A l'inverse, en suivant la conception wittgensteinienne de la signification comme usage, c'est l'emploi que nous faisons des concepts de notre langage qui détermine leur signification et non un modèle objectif qui fixerait l'usage que nous devons en faire. Par conséquent, la nécessité des règles mathématiques ne s'explique pas par le fait que nous sommes contraints « de nous conformer à quelque chose d'objectif »¹⁵⁰. Mais, simplement, par le fait que nous nous disons : « nous devons aller dans cette direction » (RFM p79).

Comment Wittgenstein peut-il, d'une part, dénoncer les conceptions de la nécessité mathématique qui fondent celle-ci sur l'existence d'une contrainte extérieure qui nous impose de procéder d'une certaine manière et, d'autre part, préserver, pour autant, la nécessité des mathématiques? Nous mettons en avant ces critiques, non seulement pour restituer la dimension thérapeutique de la philosophie de Wittgenstein mais, surtout, pour mesurer l'utilité véritable des jeux de langage. Car, nous ne pouvons résoudre une telle difficulté qu'en introduisant ceux-là. En effet, Wittgenstein invente de nombreux jeux de langage dans lesquels il présente des individus qui calculent d'une manière différente de la nôtre (RFM p99, p392). Cependant, nous ne pouvons dire que leurs résultats sont faux, produits par une méthode erronée car ils sont suffisants pour l'utilisation à laquelle ils sont destinés. De plus, il imagine un jeu de langage dans lequel des individus calculeraient de la même manière que nous mais « sans le cadre institutionnel qui nous amène à considérer les produits du calcul comme nécessaires »¹⁵¹. De ce point de vue, si la nécessité se définit comme ce qui ne peut pas être autrement, les jeux de langage nous montrent, alors, que les calculs mathématiques auraient pu être autrement. En ce sens, Wittgenstein dénonce la dimension universelle des mathématiques comme certitude absolue. Il ne s'ensuit pas que nos règles mathématiques pourraient être autres mais que leur nécessité doit être comprise à l'intérieur des jeux de langage, du « cadre institutionnel ». Nous ne pouvons pas dire que nos mesures n'auraient pas pu être autrement, cependant une fois que nos unités de mesure sont fixées, nos résultats doivent être nécessaires. Par conséquent, si les jeux de langage ne sont pas, en eux-mêmes, nécessaires, ce n'est qu'à l'intérieur des jeux de langage que l'on peut parler de la nécessité de nos règles. Cela n'implique pas que nous puissions abandonner notre système de calcul puisque nos jeux de langage mathématiques sont tellement ancrés dans nos vies que leur réfutation serait un non-sens. Ainsi,

¹⁴⁹ *Ibid.* p95.

¹⁵⁰ *Ibid.* p232.

¹⁵¹ WRIGHT, Crispin, 1990. Wittgenstein on the Mathematical Proof. *Royal Institute of Philosophy Supplement*, n.28. p99.

l'origine de la nécessité des mathématiques n'est pas mystérieuse car « le type de certitude est le type de jeu de langage » (RP p314).

En conclusion, l'utilisation des jeux de langage dans la philosophie des mathématiques de Wittgenstein nous permet d'expliquer la nécessité des mathématiques sans postuler l'existence d'un élément objectif et transcendant. Bien plus, la nécessité est interne dans nos jeux de langage. Wittgenstein dénonce l'idée selon laquelle nous sommes contraints par les règles de procéder d'une unique manière car nous les choisissons « pour de multiples raisons » (LFM p47). En général, « nous ne pouvons pas dire ce qui nous contraint » (RFM p326) car « je peux vraisemblablement aller comme je veux » (RFM p79). Lire la philosophie des mathématiques de Wittgenstein c'est faire l'expérience de nombreuses thèses qui, au premier abord, semblent se contredire. En effet, comment pouvons nous comprendre la nécessité dans les jeux de langage si Wittgenstein défend « qu'aucune force extérieure particulière n'est nécessaire », mais plutôt que nous décidons de nos règles?

2) Le conventionnalisme de Wittgenstein

Suivant l'interprétation de Michael Dummett, la philosophie des mathématiques de Wittgenstein est qualifiée, en général, de conventionnaliste. En effet, celle-ci serait l'expression d'un « conventionnalisme pur et dur » (*full-blooded conventionalism*) dans la mesure où « la nécessité logique est toujours l'expression directe d'une convention linguistique »¹⁵². C'est, ainsi, le caractère normatif de la règle qui rend celle-ci inattaquable et certaine dans notre grammaire. Cependant, Dummett ajoute que si l'adoption d'une règle est l'expression d'une convention, « sa dérivation n'est pas toujours directe »¹⁵³ de sorte que celle-ci « ne constitue pas en soi la reconnaissance de chaque transition comme l'application correcte de la règle »¹⁵⁴. En conséquence, « si nous sommes libres de choisir d'accepter ou de rejeter une preuve »¹⁵⁵, alors cela impliquerait

¹⁵² DUMMETT, Michael, 1978. *Truth and Other Enigmas*. Cambridge : Harvard University Press. p170.

¹⁵³ *Ibid.* p169.

¹⁵⁴ *Ibid.* p171.

¹⁵⁵ *Ibid.* p171.

que nous puissions suivre les règles comme bon nous semble de sorte que « si Wittgenstein avait raison, il apparait que la communication risquerait constamment d'être rompue »¹⁵⁶. Nous allons montrer en quoi la lecture que Dummett propose de Wittgenstein est incorrecte : si nous ne nous engageons pas, d'aucune manière, à propos de la signification de nos règles à l'infini, nous décidons cependant, à chaque application de celles-ci, quel est l'usage correct à l'intérieur d'un jeu de langage.

La critique wittgensteinienne de l'existence d'un modèle objectif qui détermine l'usage des règles mathématiques, implique que l'adoption d'une règle ne peut pas être comprise comme un engagement indéfectible à propos de celle-ci. En d'autres termes, la nécessité des mathématiques ne s'explique pas par « un engagement personnel à respecter certains modèles d'application déterminés »¹⁵⁷. Ainsi, la nécessité mathématique n'est pas l'expression d'une convention plus rigide ou d'un engagement plus strict. D'autre part, à propos de quoi pourrait se montrer un tel engagement ? Au coeur de la réflexion de Wittgenstein se trouve la critique de l'image de la règle comme « la partie visible des rails invisibles allant à l'infini » (RP§218). Selon Hacker et Baker, le philosophe dénonce la notion de « corps de règles »¹⁵⁸ au sens où toutes les applications correctes de celles-ci sont déjà déterminées à l'avance. Dès lors, le caractère nécessaire de la règle mathématique s'explique par le fait que l'usage correct de celle-ci est déjà fixé par avance. Il est, cependant, juste de se demander, dans une telle situation, si « la formule $y = x^2$ détermine ce qu'il doit se passer à la 100ème étape ? » (LFM p29). Nous pourrions avoir l'impression que tel est le cas: une machinerie logique, sous-jacente et extrêmement solide, déterminerait la rigidité et toutes les applications possibles de nos règles. Wittgenstein, à l'inverse nous « met en garde contre cette image »(RFM p83) car même Dieu « ne sait pas plus que nous quel est le résultat de ce calcul » (LFM p103) quand celui-ci n'a pas encore été inventé. Ainsi, la nécessité des mathématiques ne s'explique pas par le fait que notre système de calcul repose sur des fondations plus solides (RFM p84). De plus, nos règles ne sont pas, non plus, des instruments infinis et indestructibles qui contiennent, par avance, leurs applications correctes.

Il est intéressant de remarquer que Wittgenstein utilise, dans cette réflexion, des exemples de règles arithmétiques (RP §185). En effet, l'arithmétique semble être le cas le plus manifeste dans lequel le suivi de nos règles est déjà déterminé par avance. A l'inverse, le philosophe insiste sur le

¹⁵⁶ *Ibid.* p177.

¹⁵⁷ WRIGHT, Crispin, 1980. *Wittgenstein on the Foundation of Mathematics*. Londres : Gerald Duckworth & Co Ltd. p38.

¹⁵⁸ BAKER, Gordon et HACKER, Peter, 1984. *Skepticism, Rules and Language*. Oxford : Blackwell. p16.

fait que nous « fixons, nous enseignons nos techniques d'une certaine manière » (LFM p83) et, par conséquent, nous ne devons pas parler de découverte à propos des mathématiques, mais d'invention (LFM p22). Le mathématicien ne découvre pas une nouvelle règle, implicite jusqu'à présent et la révèle enfin, mais ce dernier invente un chemin qui « constitue un système nouveau »¹⁵⁹. En conséquence, la question que nous devons nous poser à présent est de savoir comment reconnaissons-nous la nécessité des mathématiques?

Notre problème fondamental demeure, s'il est vrai, comme Wittgenstein le dit, que « nous sommes libres d'accepter ou de rejeter des preuves »¹⁶⁰ : est-ce à dire que nous nions la nécessité des mathématiques et que « chacun pourrait poursuivre la série comme il l'entend, et ainsi déduire n'importe quoi » (RFM p80)? Ce qui semble problématique, au premier abord, dans la réflexion de Wittgenstein c'est que celui-ci introduit la décision, l'invention, des processus subjectifs à l'intérieur des mathématiques (LFM p237). En ce sens, en insistant sur le caractère arbitraire de nos règles¹⁶¹, ce dernier semble retirer à la mathématique toute sa rigidité. Or, Wittgenstein ne conclut pas de l'arbitraire des règles à une relativisation des mathématiques. Au contraire, la dimension arbitraire de la règle ne se comprend pas d'un point de vue épistémologique, mais grammatical. Une unité de mesure, en ce sens, est arbitraire car elle est « indépendante de la longueur de l'objet de la mesure »¹⁶². C'est-à-dire que l'unité de mesure que nous choisissons n'est pas en accord ou non avec la mesure véritable des objets mais, plutôt, celle-ci détermine ce qu'est une mesure correcte. Ainsi, l'arbitraire des règles n'est que la caractérisation de la position particulière de celles-ci dans notre grammaire au sens où elles ne doivent pas correspondre aux objets mais déterminent « plutôt la fonction que sont supposés remplir les concepts »¹⁶³.

D'autre part, comme nous l'avons montré, le caractère arbitraire des règles, au sens grammatical, n'implique pas une relativisation des mathématiques. Du point de vue de l'épistémologie, nous pouvons dire que « les mathématiques ne sont pas arbitraires (...) que leur application est évidente » (LFM p150). Si l'application des règles mathématiques mobilise une décision, ou une invention, celle-ci ne signifie pas que nous inférons comme nous le souhaitons,

¹⁵⁹ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p175.

¹⁶⁰ WRIGHT, Crispin, 1980. *Wittgenstein on the Foundation of Mathematics*. Londres : Gerald Duckworth & Co Ltd. p232.

¹⁶¹ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1980. *Grammaire Philosophique*. Paris : Gallimard. p240 : « Le seul corrélat linguistique d'une nécessité naturelle c'est une règle arbitraire ».

¹⁶² *Ibid.* p242.

¹⁶³ BOUVERESSE, Jacques, 1987. *La force de la Règle. Wittgenstein et l'invention de la nécessité*. Paris : Les Editions de Minuit. p108.

mais que nous adoptons une convention (RFM p41). Les règles mathématiques sont des déterminations grammaticales qui inventent les chemins possibles pour passer d'un concept à un autre. En ce sens « les inférences logiques sont les règles de nos jeux de langage » (RFM p401). Ainsi, nous pouvons dire que « les règles d'inférence nous contraignent » (RFM p80) non pas parce qu'elles préexistent et nous devons agir conformément à celles-ci, mais parce que cela fait partie du jeu de langage de procéder de cette façon. En ce sens, Wittgenstein ne nie pas le caractère inexorable de la règle mathématique mais compare celui-ci « à d'autres lois dans les sociétés humaines » (RFM p80).

En conclusion, nous avons montré qu'il ne pouvait être question de nécessité mathématique qu'à l'intérieur des jeux de langage. A présent, nous pouvons préciser notre idée. Cette nécessité n'indique pas l'existence de règles inexorables dont l'application serait déterminée à l'avance, mais il s'agit là d'une description de nos jeux de langage. En ce sens, la manière correcte d'appliquer la règle n'est pas fixée mais nous décidons à chaque coup dans le jeu quelle est la façon correcte de continuer. Par conséquent, l'introduction de la notion de jeu de langage dans la philosophie des mathématiques de Wittgenstein nous permet de renoncer à la conception mythologique de la règle, sans abandonner la nécessité des mathématiques. Celle-ci se montre, simplement, par le fait que « nous *acceptons* une règle » (RFM p162) et que nous continuons à jouer à ces jeux car il sont très utiles dans nos vies. Pour cela, je dois savoir « à chaque étape, ce que je dois faire, ce que la règle exige de moi » (RFM p350). Mais cela ne nous conduit pas à postuler une origine idéale de nos règles, seulement à décrire les jeux de langage auxquels nous jouons et qui déterminent, en tant que cadre, quel coup nous devons jouer dans telle situation. Ainsi, de ce point de vue, nous partageons l'idée de Hintikka selon laquelle « l'obéissance aux règles doit être comprise par référence aux jeux de langage »¹⁶⁴.

3) La nécessité des mathématiques

Si la nécessité des mathématiques doit se comprendre à l'intérieur des jeux de langage, celle-ci ne nous conduit pas à postuler l'existence d'une règle infinie dont toutes ses applications

¹⁶⁴ HINTIKKA, Jaakko et HINTIKKA, Merrill, 1986. *Investigations sur Wittgenstein*. Liège: Mardaga. p224.

seraient déterminées par avance. Au contraire, Wittgenstein insiste sur le fait que suivre une règle revient à décider, à chaque nouvelle application, quelle est la manière correcte de continuer. En ce sens, comment expliquer, de ce point de vue la nécessité des mathématiques?

Ce n'est pas parce que la règle mathématique est, en elle-même, d'une plus grande solidité, que nous l'employons ainsi. Mais, plutôt, c'est l'usage que nous faisons de cette règle qui rend celle-ci nécessaire. Ainsi, la nécessité des règles mathématiques ne se fonde pas sur « la correspondance entre ce qui est dit et la réalité » (RFM p96), mais par le fait que celles-ci ne sont pas remises en cause et sont antérieures à la vérité ou la fausseté de nos énoncés. En ce sens, nous ne pouvons dire que de telles règles n'auraient pas pu être autrement, mais l'usage que nous en faisons impose qu'elles ne peuvent l'être en effet. Par conséquent, si nous reconnaissons la nécessité de nos énoncés mathématiques par l'usage que nous en faisons, nous devons, à présent, dire en quoi consiste un tel usage.

Tout d'abord, nous avons montré, avec l'exemple de la règle de conversion, que nous introduisons une règle mathématique dans un jeu de langage, où celle-ci détermine comment nous devons procéder. Le propre de nos jeux mathématiques est que nous savons quoi faire dans toutes les situations, sans hésiter (à condition de maîtriser la règle en question). Ainsi, l'inexorabilité des mathématiques se caractérise, d'une première manière, par le fait que lorsque nous connaissons une certaine règle, il ne fait pas de doute sur la manière de procéder et nous disons « c'est évident pour moi. Bien sûr ». (RFM p326).

D'autre part, celle-ci se manifeste, par ailleurs, du point de vue de la dimension normative de nos énoncés mathématiques. En effet, nous avons distingué les règles mathématiques des propositions empiriques, dans la mesure où les premières déterminent comment les choses *doivent* être et les secondes, comment elles pourraient être (RFM p237). La nécessité est ainsi introduite en utilisant « la rigidité du *doit* logique » (RFM p84). En ce sens, cela implique que, lorsque nous procédons selon une certaine règle, nous *devons* obtenir *un* certain résultat et pas un autre. Dans nos jeux de langage mathématiques, la manière de suivre une règle ne laisse aucun doute et nous disons « cela doit être ainsi » (RFM p165).

Si nos règles mathématiques ne laissent pas la place au doute ou à l'hésitation c'est également en raison de leur *forme*. En effet, nous inventons nos règles mathématiques de telle manière qu'aucune confusion ou indétermination pourrait surgir dans nos calculs (RFM p200). Cela se montre, encore une fois, dans le caractère synoptique des preuves mathématiques qui doivent nous guider pour procéder d'une certaine manière. De plus, si la grammaire détermine les possibilités et impossibilités des énoncés (RP §90), alors une règle mathématique ne détermine qu'une seule possibilité correcte suivant la situation dans le jeu. En effet, cela est propre à la forme du calcul que l'on ne peut « voir seulement *une* seule possibilité » (RFM p239), c'est-à-dire un seul

résultat. De ce point de vue, la règle ne semble laisser aucun choix, ce qui n'implique pas cependant que ce choix est déjà pré-déterminé. En ce sens, les règles mathématiques sont nécessaires car elles sont construites de telle sorte qu'une seule application doit être correcte.

De plus, non seulement la forme même de nos calculs exclut l'indétermination et la confusion mais, également, le rôle que nous attribuons aux règles mathématiques est tel que nous fermons les yeux devant le doute (RP p314). La thèse de l'autonomie de la grammaire implique que nos règles sont inattaquables car elles ne pourraient être réfutées par un contre-exemple. Ainsi, par convention nos règles mathématiques sont irréfutables et fixes. Cela se montre, en outre, par le fait que nous ne disposons « d'aucun concept clair de ce que ce serait s'il en était autrement » (RFM p238), nous disons qu'il est impossible d'imaginer nos règles différemment qu'elles ne le sont en effet (RFM p225). Par conséquent, pour que nos règles mathématiques fonctionnent comme telles dans nos jeux de langage, il est nécessaire de « leur enlever toute incertitude » (RFM p170). Autrement, elles ne nous seraient d'aucune utilité : le caractère inexorable des mathématiques est nécessaire pour les multiples utilisations que nous en faisons dans notre vie.

En outre, nos règles mathématiques sont « sur-déterminées » (RFM p227). En ce sens, cela signifie que « le résultat de l'opération est défini comme étant le critère selon lequel cette opération a été effectuée » (RFM p319). Autrement dit, en jouant à un certain jeu de langage nous donnons certains résultats et le fait que nous donnons ces résultats montre que nous avons compris ce jeu et que nous appliquons correctement ses règles. Si « l'application demeure un critère de la compréhension » (RP §146), le propre des mathématiques est que le critère est interne à la règle elle-même : l'application correcte c'est l'application de *cette* règle, c'est calculer *ainsi*. En donnant une autre réponse, cela montre que nous avons fait une erreur de calcul et que celle-ci doit être corrigée. Mais cela n'implique pas que le résultat pourrait être autre, car cela ne fait pas de sens de chercher à réfuter la validité de nos calculs. Par exemple, à celui qui voudrait construire la trisection d'un angle avec une règle et un compas, nous dirions qu'une telle chose est impossible et nous disposons de preuves pour qu'il « renonce à une telle recherche » (RFM p120). Dire que la trisection est inimaginable ne signifie pas qu'il s'agit d'une chose mystérieuse dont nous ne sommes pas encore capable de nous représenter. Mais, plutôt, nous construisons des règles mathématiques de sorte qu'il ne fait pas de sens d'essayer de se représenter une telle chose.

Enfin, en analysant les mathématiques à partir des jeux de langage, Wittgenstein ne renonce absolument pas à leur nécessité, au contraire il justifie celle-ci. En effet, là où nous disons qu'il doit en être ainsi cela signifie que « nous avons adopté un concept » (RFM p309). Autrement dit, la rigidité des mathématiques se montre dans l'utilisation que nous faisons de telles règles grammaticales et il nous suffit, pour en rendre compte, de décrire l'usage que nous en faisons dans des jeux de langage. La nécessité est, alors, une caractéristique interne de nos jeux de langage

mathématiques dans la mesure où c'est ainsi qu'elles nous sont utiles dans notre vie. En conséquence, Wittgenstein peut conclure que « le *doit* (*must*) mathématique n'est qu'une autre expression du fait que les mathématiques forment des concepts » (RFM p430).

En conclusion, nous avons montré en quel sens les jeux de langage sont pertinents pour rendre compte des mathématiques et, en particulier, des mathématiques pures. En effet, nous avons insisté, d'une part, sur le caractère grammatical de nos règles mathématiques et leur nécessaire application dans des jeux de langage. De ce point de vue, un tel raisonnement n'est pas incompatible avec les mathématiques pures. Au contraire il tend à relativiser la distinction de celles-ci avec les mathématiques appliquées. Ainsi, une telle distinction n'est pas essentielle dans la philosophie de Wittgenstein, bien plus elle nous conduit à des illusions dont la tâche du philosophe est de nous défaire. Ainsi, nous avons considéré un exemple en particulier (l'argument de la diagonale de Cantor) dans le but de distinguer le calcul de la prose qui l'entourait afin de montrer que l'intérêt du calcul se trouvait, essentiellement, dans les images et les mécompréhensions qu'il suscitait. En ce sens, les jeux de langage sont un outil thérapeutique qui nous permet de replacer les calculs et les preuves mathématiques dans des contextes où nous les appliquons et ils font sens. Enfin, nous avons montré, dans un dernier temps que, loin de renoncer à la nécessité des mathématiques, l'analyse de Wittgenstein donne, au contraire, une idée claire sur l'origine de celle-ci et comment nous la reconnaissons. En effet, les règles mathématiques sont sur-déterminées de sorte qu'elles excluent toute confusion ou indétermination. Cependant, nous avons vu, également, en quoi il était nécessaire d'inclure ces règles dans des jeux de langage dans la mesure où c'est à l'intérieur de ceux-là et à chaque étape que se détermine l'application correcte de la règle.

Néanmoins, si la nécessité des mathématiques se justifie à l'intérieur des jeux de langage, nous devons expliquer, à présent, comment les différents jeux de langage mathématiques se rapportent entre eux. De plus, comment expliquer que nous jouons tous les mêmes jeux? En effet, si nous expliquons la nécessité mathématique par l'usage que nous faisons des règles mathématiques dans des jeux de langage, n'est-ce pas un moyen de repousser les problèmes que nous rencontrons au niveau de la règle, au niveau du jeu? En ce sens, l'analyse des mathématiques à partir des jeux de langage nous incite à considérer, à présent, leur dimension publique et anthropologique.

III- La dimension anthropologique des jeux de langage

A) Les règles mathématiques dans les jeux de langage

1) L'usage de l'égalité mathématique dans les jeux de langage

Tout au long de notre mémoire nous avons insisté sur l'importance de considérer les règles mathématiques à l'intérieur des jeux de langage dans la philosophie des mathématiques de Wittgenstein. Ainsi, nous allons, à présent, décrire l'usage que nous faisons de l'égalité mathématique, c'est-à-dire des équations, dans nos jeux de langage¹⁶⁵.

Du point de vue grammatical, « une équation est une règle syntaxique »¹⁶⁶ car elle opère avec des signes sans faire référence à un état de choses dans le monde. L'égalité mathématique, d'une manière ordinaire, se conçoit comme la relation entre deux expressions numériques, telle que celle-ci est « le moyen normal de déterminer si les deux côtés sont les mêmes » (LFM p260). En ce sens, s'il est évident que l'équation joue un rôle fondamental dans l'arithmétique, nous insistons sur l'importance particulière que celle-ci prend dans la conception des mathématiques selon Wittgenstein. Puisque, en rapportant ainsi deux expressions, l'équation est « une astuce grammaticale (*a grammatical trick*) » (RFM p359). En effet, en écrivant « $2+2=4$ » nous indiquons, par la relation d'égalité, qu'une détermination grammaticale a été fixée entre les concepts « $2+2$ » et « 4 » de sorte qu'ils sont substituables l'un par l'autre, que « nous employons les deux faces d'un même concept » (RFM p297). En tant que règle grammaticale, l'égalité mathématique introduit, par

¹⁶⁵ En ce sens, nous laissons de côté le traitement de l'égalité mathématique que Wittgenstein propose dans le Tractatus Logico-Philosophicus et dans les écrits intermédiaires en comparaison avec la conception de Franck Ramsey.

¹⁶⁶ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p138.

conséquent, une détermination interne, nécessaire et inaltérable (RFM p74). Le caractère mathématique de celle-ci s'illustre, en partie, par le fait qu'elle est intemporelle : comme par exemple dans la proposition suivante: « la main a le même nombre de tirets que le pentagramme a de points » (LFM p72).

D'autre part, si l'identité de deux expressions numériques, ainsi envisagée, joue un rôle essentiel dans la conception des mathématiques de Wittgenstein, c'est également parce que celle-ci exprime les transformations légales entre nos concepts. Selon ce dernier, « l'arithmétique ne parle pas de l'égalité entre les nombres », mais elle indique les inférences possibles par « la méthode pour établir si les nombres ayant deux signes numériques est le même » (RFM p182). En ce sens, « la transformation est une sorte d'identité » (RFM p331) car nous ne pouvons passer d'un concept à un autre uniquement là où nous disposons d'une relation d'égalité.

De plus, non seulement l'égalité arithmétique indique les transformations conceptuelles légales, mais, également, c'est par celle-ci que nous pouvons introduire de nouveaux concepts mathématiques. En effet, une preuve formule une nouvelle connexion entre des concepts par une relation d'égalité (par exemple, « l'équation de 25^2 et 625 m'a donné un nouveau concept » (RFM p432), telle que celle-ci ne préexistait pas. L'invention d'une nouvelle détermination grammaticale construit un nouveau concept dans le sens où « elle introduit un nouvel emploi d'un concept, une nouvelle pratique » (RFM p432). Cela se montre, par ailleurs, avec l'exemple de la règle de conversion « 1 pouce = 2,54 cm ». Nous indiquons, par là, une nouvelle connexion entre deux unités de mesure différentes et, par conséquent, de nouvelles pratiques.

Nous pouvons dire, alors, que si l'égalité mathématique porte sur des concepts c'est avant tout pour indiquer les transformations, les inférences légales. Celle-ci « construit un chemin conceptuel » (RFM p296) de sorte qu'elle indique, dans des jeux de langage, les substitutions possibles. Pour reprendre la métaphore du langage comme une ville (RP §18) nous pouvons dire que l'égalité mathématique construit des ponts, qui ne préexistaient pas, permettant de relier des quartiers qui étaient, auparavant, séparés. Néanmoins, si l'on suit l'exigence wittgensteinienne d'observer l'usage que nous faisons du langage, « cela a-t-il un sens de dire de 4 objets quelconques qu'il consistent en 2 objets et 2 objets? »¹⁶⁷.

Nous avons caractérisé, dans un premier temps, le rôle de l'égalité mathématique dans nos jeux de langage où celle-ci fixe les transformations légales entre concepts. Cependant, l'usage extra-mathématique de celle-ci nous montre que nous ne disons jamais : « le nombre de pages de mon livre est l'une des solutions de l'équation $x^3+2x-3=0$ » (RP §513). Quand bien même cette équation indique en effet le nombre de pages du livre, comment expliquer que nous n'utilisons pas cette

¹⁶⁷ WITTEGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p121.

expression (hormis dans des exercices de mathématiques) mais, plutôt, nous disons simplement, par exemple : « le nombre de pages de mon livre est de 150 » ?

Une fois que l'égalité mathématique montre une connexion grammaticale entre des concepts, dans quelle mesure ceux-là peuvent-ils être substitués? Ecrire « $25 \times 25 = 625$ » signifie que partout où nous pouvons utiliser le concept « 25×25 » nous pouvons également employer « 625 » dans nos jeux de langage mathématiques. En effet, c'est « par notre arithmétique qu'ils ne font *qu'un* » et nous pouvons arriver à l'une ou l'autre de ces formes « mais par des routes différentes » (RFM p358). Par conséquent, le rôle de l'équation nous permet de résoudre une difficulté importante de la philosophie des mathématiques de Wittgenstein. Les mathématiques, de ce point de vue, ne sont pas *un* immense jeu de langage, mais une famille de jeux de langage, partageant des ressemblances et des différences. Ainsi, comment expliquer, à la fois, la multiplicité des jeux de langage et, dans le même temps, la généralité de nos règles mathématiques? Si l'égalité mathématique indique une détermination interne à un jeu de langage, la généralité de celle-ci s'exprime par le fait qu'une fois introduite, la substitution des expressions numériques est valable dans tous les jeux de langage mathématiques. Par conséquent, le rôle que nous attribuons à l'égalité nous permet de justifier, d'une première manière, la conception des mathématiques comme une famille de jeux de langage. Celle-ci ne signifie pas de deux concepts qu'ils partagent une référence commune, mais indique qu'il est possible d'utiliser l'un ou l'autre dans tous nos jeux de langage mathématiques.

Cependant, nous avons insisté sur la généralité d'une telle substitution dans des jeux de langage *mathématiques*. Il est possible d'imaginer des jeux de langage non-mathématiques dans lesquels une expression correcte du point de vue mathématique, obscurcit la compréhension de la phrase. Par exemple, « comment puis-je encore dire que cela signifie la même chose si je dis "Voici 625 noix" ou "Voici 25×25 noix" ? » (RFM p357). La primauté des jeux de langage dicte quelle est l'expression privilégiée selon la situation et nos intentions. En ce sens, si l'on demande à quelqu'un combien de noix il a ramassée cette année, il pourra nous répondre « 625 » si celui-ci tient ses comptes d'une manière précise. Une importante production préférera organiser son stock de noix par ensemble de 25 cageots: à la question combien ont-ils obtenu de noix dans l'année, ils répondront « 25 ensembles de 25, donc 25×25 ». Ainsi, l'égalité mathématique introduit une connexion nécessaire et irréfutable entre deux expressions numériques. Cependant, sans que celles-ci soient fausses, nous privilégions, selon le jeu de langage auquel nous jouons, l'une plutôt que l'autre en tant qu'elle est plus facilement compréhensible dans ce contexte. Une nouvelle fois, cela nous montre en quel sens nous pouvons passer d'un jeu de langage à un autre par la relation de l'égalité mathématique.

Ce rôle caractéristique n'implique pas, pour autant, que l'égalité mathématique est introduite en dehors de tout jeu de langage. Non seulement celle-ci est utilisée dans des jeux de langage et détermine les passages corrects d'un jeu de langage à un autre, mais, plus encore, nous apprenons à maîtriser celle-ci dans des jeux de langage. Ainsi, Wittgenstein décrit l'enseignement de l'égalité mathématique par une multitude de jeux de langage. Nous pouvons imaginer, tout d'abord, un jeu de langage dans lequel nous distinguons entre « apporter quelque chose *d'autre*; et apporter la *même* chose » (RFM p406). Puis des jeux plus complexes dans lesquels nous comparons les doigts de la main « avec les angles d'un pentacle, et nous disons qu'ils sont égaux en nombre » (RFM p49). Ainsi, nous procédons à partir d'exemples ordinaires et élémentaires, comme lorsque nous disons que deux choses font le *même* poids « si sur la balance elles se contrebalancent » (LFM p157), puis nous étendons cette utilisation dans une multitude de jeux de langage.

En conclusion, comprendre ce qu'est une égalité mathématique ne se limite pas au fait de montrer un ensemble d'équations qu'il faudrait reproduire ensuite. Pour cela, nous apprenons des jeux de langage dans lesquels celle-ci n'est pas mobilisée mais dont la finalité est de parvenir à une telle maîtrise. L'importance d'un tel apprentissage se mesure suivant le rôle décisif que l'égalité joue dans les mathématiques, à la fois comme détermination interne aux jeux de langage et « pont », « chemin », entre différents jeux de langage.

2) Logique et mathématiques

En identifiant les règles mathématiques à des déterminations grammaticales, Wittgenstein propose une conception de celles-ci telle qu'elles peuvent être apparentées à des règles logiques. Cependant, notre examen doit montrer en quoi celles-ci, malgré certaines ressemblances, ne sont pas totalement identifiables. Ainsi, nous illustrerons une telle différence, tout d'abord, en distinguant l'identité mathématique de la tautologie logique, puis, davantage, du point de vue de l'utilisation que nous faisons de ces règles dans des jeux de langage.

« Tellement de choses sont vraies lorsque l'on dit que les mathématiques sont de la logique » (RFM p99) : si un tel constat fait état de ressemblances manifestes entre la logique et les mathématiques, il sous-entend, par ailleurs, qu'elles ne sont pas semblables en tout point. Tout d'abord, de la même manière que pour la logique, « la chose *essentielle* à propos des mathématiques

est qu'elles forment des concepts » (RFM p399). Là où la logique montre ce que « nous comprenons par "proposition " et par "langage " » (RFM p90), les mathématiques prescrivent l'usage de concepts comme « calcul », « égalité » ou « $\sqrt{2}$ ». De plus, ce que nous appelons « calculer », pour les mathématiques, est déterminé par la manière dont nous calculons. La logique, quant à elle, nous montre « comment les être humains pensent et aussi ce que les être humains appellent " penser " » (RFM p89). S'il est possible de remarquer, en outre, d'autres ressemblances, Wittgenstein insiste davantage sur l'opposition de ces deux techniques déplorant « "la désastreuse invasion" des mathématiques par la logique » (RFM p281) et le fait que la « "logique mathématique " a complètement déformé la pensée des mathématiciens et des philosophes » (RFM p300). En ce sens, l'enjeu de cette sous-partie est de mettre en avant « la spécificité de la technique mathématique » (RFM p281) en la distinguant de la technique logique.

L'idée selon laquelle l'égalité mathématique serait une tautologie logique se fonde sur une certaine interprétation du *Tractatus Logico-Philosophicus*, dans lequel « la mathématique est une méthode logique » et, en conséquence, les équations sont des « pseudo-propositions » (TLP 6.2) comme les tautologies. Sans proposer de réponse au statut des équations dans le *Tractatus Logico-Philosophicus*, la réflexion que nous menons, du point de vue des jeux de langage, propose une distinction parfaitement explicite. En effet, si la forme de la tautologie s'exprime ainsi « $a=a$ » Wittgenstein nous rappelle qu'à l'école « les enfants apprennent bien $2 \times 2=4$, mais non $2=2$ »¹⁶⁸ car nous n'utilisons jamais une telle expression (LFM p282). D'autre part, si nous présentons celle-ci sous la forme « $a=b$ » alors nous pensons davantage à des cas comme « $3+4=7$ » et moins à « $3 \times 10^6 + 4 \times 10^6 = 7 \times 10^6$ » (LFM p258). En outre, nous ne pouvons comparer les équations arithmétiques avec la tautologie logique en raison de l'usage que nous faisons du signe de l'égalité « = ». Celui-ci ne correspond pas à « " \supset " dans " $p. (p \supset q). \supset. q$ " » car il s'agit d'« un composant parmi d'autres qui concourent à la construction de la tautologie »¹⁶⁹. Alors que le signe de l'égalité est un élément énonciatif de l'équation qui « ne montre rien, mais indique que ses termes montrent quelque chose »¹⁷⁰. Cela se montre en particulier dans l'expression « le résultat de 2 et 2 c'est 4 » où le signe d'égalité est exprimé par la copule « est » dans la phrase et « qui en fait une proposition » (RFM p117). En conclusion, le rôle de l'égalité mathématique se distingue, dans notre

¹⁶⁸ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p184.

¹⁶⁹ *Ibid.* p138.

¹⁷⁰ BOUVERESSE, Jacques, 1987. *La force de la Règle. Wittgenstein et l'invention de la nécessité*. Paris : Les Editions de Minuit. p90.

langage, de celui de la tautologie logique et, en ce sens, celle-ci « ressemble plutôt à une proposition empirique qu'à une tautologie »¹⁷¹.

Pour ces raisons, Wittgenstein dénonce, à de nombreux endroits, la notation logique que propose Bertrand Russell de l'égalité mathématique, entre autres, dans les *Principia Mathematica* (1910). Ce dernier la définit ainsi: « $x=y . = : (\phi) : \phi ! x. \supset. \phi ! y$ Df »¹⁷². Or, ce qui apparaît immédiatement, c'est l'obscurité et la longueur des preuves qu'emploie Russell, là où, d'ordinaire, nous employons des calculs simples et dont la validité est « immédiatement visible »¹⁷³. Ainsi, ce que Wittgenstein critique, d'une première manière, c'est l'absence du caractère synoptique dans les preuves de Russell (RFM p153) de sorte que nous pourrions facilement faire des erreurs et, alors, « la preuve s'annule » (LFM p259). En conséquence, si la preuve n'est pas synoptique, alors ce n'est pas à cause de celle-ci que nous calculons ainsi. A l'inverse, l'ambition fondatrice des mathématiques par la logique échoue, de ce point de vue, puisque la validité de nos équations ne « dépend pas des principes de Russell; au contraire, ces principes dépendent de celles-ci » (LFM p260). En effet, nous calculons « $2+2=4$ » et cette équation est évidente non pas parce qu'elle repose sur des principes logiques. De plus, c'est en raison de l'évidence et du caractère indubitable de cette équation que celle-ci prend la forme d'une tautologie dans une notation logique. Cependant, nous ne pouvons dire qu'il s'agit, de ce point de vue, d'une tautologie seulement parce que nous savons déjà que $2+2=4$. En conséquence, nous pouvons affirmer « de la méthode de Russell, qu'elle est parfaitement correcte mais pas plus fondamentale » (LFM p265). Car celui-ci substitue à une technique mathématique parfaitement claire et utile, « une prose ordinaire vague » (RFM p299). Cela implique, pour notre compte, de distinguer entre les jeux de langage mathématiques et les jeux de langage logiques.

Ainsi, la critique décisive que Wittgenstein fait aux tentatives de Bertrand Russell et de Gottlob Frege, de fonder les mathématiques en les réduisant à la logique, est que « la logique et les mathématiques sont deux différentes techniques » (LFM p40). Si celles-ci ont en commun d'être des méthodes de démonstration « la première montre quelque chose sur des propositions, alors que la seconde le fait sur des nombres »¹⁷⁴. De ce point de vue, « la logique ne donne pas aux

¹⁷¹ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1979. *Wittgenstein and the Vienna circle*. Oxford : Blackwell. p107.

¹⁷² RUSSELL, Bertrand et WHITEHEAD, Alfred, 1963. *Principia Mathematica, volume I*. Cambridge : Cambridge University Press. p168.

¹⁷³ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p124.

¹⁷⁴ BOUVERESSE, Jacques, 1987. *La force de la Règle. Wittgenstein et l'invention de la nécessité*. Paris : Les Editions de Minuit. p90.

mathématiques une fermeté particulière » (LFM p181) et, par conséquent, ne peut pas donner aux mathématiques un fondement plus certain.

D'autre part, les mathématiques ne sont pas fondées, non plus, par des métamathématiques. En effet, les règles mathématiques, les équations, sont des calculs qui ne « traitent essentiellement de rien »¹⁷⁵ et qui « sont des coups dans un jeu et non dans un méta-jeu »¹⁷⁶. Par conséquent, calculer désigne la maîtrise de règles syntaxiques qui déterminent les transformations conceptuelles possibles et ne nécessitent pas de postuler un niveau plus fondamental sur lequel celles-ci reposent. « La métamathématique de Hilbert ne peut donc être qu'un "calcul " »¹⁷⁷, c'est-à-dire non pas un calcul plus profond, plus fondamental, mais juste un autre calcul.

L'enjeu de cette sous-partie était d'une part, de distinguer les règles mathématiques des règles logiques afin de spécifier les premières et de rendre compte de notre utilisation réelle. D'autre part, nous avons montré la nécessité de préserver les mathématiques des tentatives de fondation par la logique, qui ne peuvent être que « des analogies pernicieuses » (LFM p271). En conséquence, « nous ne pouvons pas réduire les mathématiques », nous maîtrisons déjà une multitude de jeux de langage qui ne sont pas fondés par un méta-jeu, donc « nous pouvons uniquement créer de nouvelles mathématiques »¹⁷⁸, inventer de nouveaux jeux.

3) Le fondement des mathématiques

Le contexte de la crise des fondements des mathématiques imprègne les réflexions des philosophes et mathématiciens du XXème siècle, qui cherchent à faire reposer celles-ci sur des assises plus solides. On pourrait penser, à première vue, que Wittgenstein s'inscrit dans cette perspective de recherche de nouvelles fondations. En témoigne les titres d'ouvrages consacrés aux mathématiques (Remarks on the Foundations of Mathematics (1956) et Lectures on the Foundations

¹⁷⁵ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1980. *Grammaire Philosophique*. Paris : Gallimard. p373.

¹⁷⁶ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1979. *Wittgenstein and the Vienna circle*. Oxford : Blackwell. p134.

¹⁷⁷MARION, Mathieu et OKADA, Mitshuhiro, 2012. La philosophie des mathématiques de Wittgenstein. *Lectures de Wittgenstein*. Paris : Ellipses.. p98.

¹⁷⁸ WITTGENSTEIN, Ludwig, 2001. *Wittgenstein's Lectures, Cambridge 1932-1935*. New-York: Prometheus Books. p71.

of Mathematics (1976)), et la dernière remarque des *Recherches Philosophiques* (1953): « Une recherche sur les mathématiques est possible (...) elle pourrait mériter le nom de recherche sur les " fondements des mathématiques ". » (RP p324). Cependant, la conception des mathématiques que Wittgenstein présente à partir des jeux de langage nous montre qu'une telle interprétation est trompeuse et, bien plus, va à l'encontre de son ambition véritable.

Si nous parlons de « fondement des mathématiques » dans la philosophie de Wittgenstein, ce n'est pas au sens où notre recherche doit nous conduire à trouver de nouveaux fondements plus profonds, plus assurés pour les mathématiques. Au contraire, cette réflexion n'a pas pour ambition de découvrir quelque chose de nouveau mais, plutôt, de décrire ce qui est manifeste dans notre pratique, c'est-à-dire nos jeux de langage. En effet, lorsque l'on enseigne les mathématiques à des enfants « nous n'avons pas besoin de mentionner le concept général de *nombre* » (LFM p209), mais nous utilisons des jeux de langage dans lesquels nous utilisons des nombres particuliers. De plus, l'apprentissage d'une règle mathématique ne consiste pas à connaître une règle abstraite à l'infini, mais à maîtriser un jeu de langage de sorte que nous savons comment suivre une règle. En ce sens, la fondation des mathématiques s'apparente, pour Wittgenstein, à leur enseignement aux enfants¹⁷⁹. Ainsi, la philosophie des mathématiques doit se limiter à décrire les procédures par lesquelles « un enfant est arrivé au bout de l'arithmétique » (LFM p271), lorsqu'il maîtrise celle-ci, et « nous ne pouvons pas aller plus loin » (RFM p392).

La fondation des mathématiques est, alors, du point de vue de Wittgenstein, une entreprise triviale et ordinaire, loin des motivations idéales et métamathématiques. Au contraire, cette perspective nous conduit, davantage, à douter de l'utilité d'un tel projet philosophique dans la mesure où les mathématiques sont déjà en ordre. Leur nécessité se montre dans l'usage que nous en faisons et « elle[s] semble[nt] déjà trouver en elle[s]-même[s] un fondement assez solide »¹⁸⁰. Par conséquent, « fonder » les mathématiques revient à décrire les calculs que nous avons déjà ou en proposer de nouveaux, mais non de plus profonds. La conception wittgensteinienne des mathématiques comme jeux de langage est destinée à montrer que celles-ci sont dépourvues « de tout fondement extra-linguistique et extra-opérationnel »¹⁸¹. Par conséquent, l'enjeu de la réflexion de ce dernier sur les fondements mathématiques est bien plus de nous défaire du besoin de fonder

¹⁷⁹ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1980. *Grammaire Philosophique*. Paris : Gallimard. p381 : « Enseigne-les, et tu les auras fondées ».

¹⁸⁰ *Ibid.* p392.

¹⁸¹ BOUVERESSE, Jacques, 1971. *La Parole Malheureuse. De l'Alchimie Linguistique à la Grammaire Philosophique*. Paris : Les Editions de Minuit. p143.

les mathématiques et « il serait donc dangereux de chercher à caractériser sa philosophie en de tels termes »¹⁸².

De plus, Wittgenstein n'introduit pas les jeux de langage dans les mathématiques, comme un moyen de formaliser celles-ci, car ils ne se réduisent pas à un système de règles. D'une part, parce qu'un « jeu » est un concept vague, que nous ne pouvons pas délimiter strictement (§69), si bien qu'apprendre à jouer un jeu de langage fait partie de notre « histoire naturelle » (RP §25). En ce sens, l'idée de jeux de langage fait ressortir ici que la pratique du langage ne se limite pas à la maîtrise de règles syntaxiques, mais également, à la connaissance de conventions, de faits non-linguistiques qui déterminent l'usage que nous en faisons. Suivre une règle mathématique est une activité qui n'est possible que liée à d'autres activités d'arrière-plan comme « obéir aux ordres, recevoir et donner des instructions, répéter ce qui est fait ou dit, etc »¹⁸³. Non seulement, l'usage des règles mathématiques repose sur un arrière-plan de pratiques et de faits non-linguistiques propres à notre forme de vie mais, plus encore, nous ne pouvons rendre intégralement compte des jeux de langage par la notion de règle. En effet, nous pouvons dire d'un jeu qu'il n'a pas seulement des règles, « il a aussi son astuce (*witz*) » (RP §564). D'autre part, Jaako Hintikka caractérise le niveau de la stratégie comme étant une dimension qui présuppose un jeu sans, pour autant, être un coup dans le jeu¹⁸⁴. Ainsi, les jeux de langage ne sont pas réductibles à un système de règles car, d'une part, ils ne sont pas intégralement déterminés par des règles (RP §68) et, d'autre part, ils sont constitués d'éléments non-linguistiques essentiels. En ce sens, nous adhérons à l'interprétation que propose Stanley Cavell selon laquelle « il existe un sens plus radical dans lequel les règles ne "déterminent" pas ce qu'est un jeu »¹⁸⁵, quand bien même nous introduirons une nuance dans le cas des mathématiques. Ce dernier met en avant la nature sociale de l'être humain qui doit, d'abord, « être initié à ces formes d'activités humaines »¹⁸⁶ avant de pouvoir comprendre ce qu'est suivre une règle mathématique. En considérant les mathématiques depuis les jeux de langage, Wittgenstein ne

¹⁸² MARION, Mathieu et OKADA, Mitsuhiko, 2012. La philosophie des mathématiques de Wittgenstein. *Lectures de Wittgenstein*. Paris : Ellipses. p101.

¹⁸³ CAVELL, Stanley, 1976. *Must we Mean what we Say*. Cambridge : Cambridge University Press. p49.

¹⁸⁴ HINTIKKA, Jaako, 1977. Language-games. *Dialectica*, vol. 31, no. 3/4, p239.

¹⁸⁵ CAVELL, Stanley, 1976. *Must we Mean what we Say*. Cambridge : Cambridge University Press. p49.

¹⁸⁶ *Ibid.* p49

cherche pas à fonder les mathématiques, ni à formaliser celles-ci¹⁸⁷, mais à attirer notre attention sur notre usage et replacer celles-ci dans un contexte humain.

La manière dont nous présentons l'égalité mathématique et l'importance de celle-ci dans la philosophie des mathématiques de Wittgenstein, pourrait donner l'impression qu'elle n'est qu'une connaissance portant sur notre langage et les substitutions possibles entre concepts. Cependant, une nouvelle fois, une telle critique montrerait son ignorance du rôle des jeux de langage. Si nous apprenons à calculer de cette manière, à reconnaître une égalité mathématique c'est avant tout parce que compter « est une partie importante des activités de notre vie » (RFM p37). Si nous savons écrire $6+2=8=13-5$ c'est moins pour la vérité de ces propositions que ce qu'elles nous permettent de faire. La maîtrise des mathématiques n'est pas, du point de vue des jeux de langage, une connaissance stérile et passive mais, au contraire, nos concepts mathématiques sont « liés à une activité rigidement déterminée dans la vie humaine » (RFM p409). Ils sont ancrés dans notre vie ordinaire et les inférences mathématiques légales correspondent à la diversité des usages que nous pouvons en faire. La dimension grammaticale de nos règles mathématiques ne restreint pas celles-ci à des déterminations dans le langage, et leur connaissance. Au contraire, l'importance de la grammaire dans la philosophie de Wittgenstein implique que nous ne restons jamais que *dans* le langage, mais qu'il est nécessaire de considérer ses applications, c'est-à-dire l'usage qui donne au langage sa signification. La vérité des mathématiques, ainsi, n'est pas une connaissance grammaticale, au sens des linguistes, mais qu'elles sont une technique qui « s'est avérée payante (...) et, surtout, qui est *utilisée* » (RFM p37). Par ailleurs, les mathématiques se distinguent de la logique par l'application que nous faisons de ces règles dans des jeux de langage. Elles ne sont pas similaires si l'on considère l'utilisation que nous faisons de ces techniques dans notre vie. Wittgenstein résume ainsi une telle idée en montant que « ce qui est arithmétique, ce n'est pas de donner lieu à l'union de 5 et 7, mais c'est le processus et ce qui en sort »¹⁸⁸.

En conclusion, en utilisant l'exemple de l'égalité, nous avons spécifié le caractère proprement mathématique de nos règles, en distinguant celles-ci de nos règles logiques. Si nous avons insisté particulièrement sur la forme propre de l'égalité mathématique, par différence avec la tautologie logique, nous devons dire que le caractère mathématique de nos règles se montre essentiellement dans l'application que nous en faisons dans des jeux de langage. De plus, la réduction des mathématiques par la logique est trompeuse et problématique car elle présuppose le besoin de fonder celles-ci. Or, nous avons montré, d'une part, la stabilité et la certitude de nos

¹⁸⁷ KLENK, V. H., 1976. *Wittgenstein's Philosophy of Mathematics*. The Hague : Martinus Nijhoff. p33.

¹⁸⁸ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p123.

calculs mathématiques et que, d'autre part, si ceux-là devaient être fondés, ce ne pourrait être que dans notre pratique ordinaire. Par conséquent, l'interprétation des règles mathématiques dans les jeux de langage doit nous amener à considérer leur dimension anthropologique et le rôle des mathématiques dans nos vies.

B) Les jeux de langage dans la forme de vie humaine

1) Les jeux de langage comme pratique mathématique

L'utilisation des jeux de langage dans la philosophie des mathématiques n'est pas seulement une manière, pour Wittgenstein, de situer les règles dans un système mais, comme nous l'avons vu, de lier celles-ci étroitement à une culture, des pratiques non-linguistiques propres à une forme de vie humaine. Les règles mathématiques sont employées dans des jeux de langage, au moyen de techniques et de méthodes : cette conception met en avant le caractère essentiellement public et partagé de nos règles. En effet, nous avons caractérisé les mathématiques comme étant « une famille d'activités avec une famille de buts » (RFM p273) correspondant aux multiples contextes dans lesquels elles ont une utilité. Ainsi, le caractère public des mathématiques se montre par le fait que celles-ci sont essentiellement une pratique, commune à tous les individus. Non seulement nous reconnaissons la nécessité des mathématiques et nous calculons tous de la même manière mais, également, nous suivons une multitude de règles mathématiques. Suivre une règle est une activité qui ne fait sens que dans la mesure où elle ancrée dans une pratique humaine collective, « il n'est pas possible qu'une règle ait été suivie par un seul homme, une seule fois » (RP §199). Cette dimension n'est pas secondaire, ou accessoire : au contraire, elle est essentielle et fondamentale.

D'autre part, le caractère public des règles mathématiques se montre par le fait que celles-ci présupposent « tout un système complexe à l'arrière-plan » (RFM p313). En ce sens, si les mathématiques sont essentiellement des pratiques, celles-ci se fondent dans une communauté d'individus et « se rapportent à un *mode de vie* » (RFM p335). En d'autres termes, la description de nos règles mathématiques ne se résume pas à présenter celles-ci, par exemple sous la forme de tables de multiplication, mais à montrer « des occasions où on [les] utilise, des expressions d'émotion qui en général [les] accompagnent, des idées qu'[elles] évoquent en général... »¹⁸⁹. Le caractère public des règles mathématiques est manifeste lorsque l'on considère l'usage dans des jeux de langage partagés au sein d'une communauté d'individus, dans lesquels elles sont formées. Par ailleurs, l'idée selon laquelle « le calcul n'existe que dans l'espace et dans le temps »¹⁹⁰,

¹⁸⁹ WITTGENSTEIN, Ludwig, 2004. *Le Cahier Bleu et le Cahier Brun*. Paris : Gallimard. p171.

¹⁹⁰ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p125.

s'inscrit dans la conception wittgensteinienne de la philosophie qui doit parler du « phénomène spatial et temporel du langage, et non d'une pseudo-chose située hors de l'espace et du temps » (RP §108).

Par conséquent, les théorèmes mathématiques ne sont pas des constructions mentales et le suivi correct des règles n'implique pas une intuition spécifique. L'analyse psychologique ne peut rendre compte des mathématiques et doit être abandonnée au profit d'une analyse grammaticale. La signification de nos règles mathématiques se montre dans les utilisations que nous faisons dans diverses activités et apparaît, en tant que telle, aux individus d'une même communauté. Wittgenstein n'aura de cesse de dénoncer cette conception illusoire du mental qui serait « capable de traverser un pont avant que nous l'ayons atteint » et qui s'illustre dans les cas de « recherche de la solution d'un problème mathématique, de récurrence en mathématique,... »¹⁹¹. Alors que l'usage des règles mathématiques se montre par le fait que nous traversons, effectivement, un pont toutes les fois où nous les utilisons; nous grimpons à une échelle « dont il faut passer par chaque échelon »¹⁹². En conclusion, suivre nos règles mathématiques n'implique pas « une sorte d'acte mental étrange qui anticipe toutes les étapes futures avant que nous les fassions » (LFM p28), mais il s'agit d'une pratique ordinaire que nous accomplissons tous et qui ne mobilise pas une intuition particulière.

De plus, le critère de la compréhension des règles du calcul n'est pas l'apparition d'une image mentale dans l'esprit, mais l'application que nous en faisons et nous disons « c'est ainsi justement que j'agis » (RP §217). Par conséquent, leur maîtrise ou leur compréhension ne désigne pas des états mentaux particuliers car ils ne sont pas pertinents pour rendre compte de l'usage que nous en faisons en effet. A proprement parler, l'utilisation correcte d'une règle ne désigne pas « un acte de compréhension intime »¹⁹³, mais « un acte de décision » (LFM p31) qui consiste à suivre la règle selon la technique que nous avons apprise et en accord avec tous les autres participants. Du point de vue des jeux de langage, la pratique des mathématiques nous place inévitablement en rapport avec d'autres individus qui utilisent ces règles de la même manière.

En ce sens, Wittgenstein rejette la conception intuitionniste des mathématiques. Elles sont essentiellement une pratique qui se construit et s'emploie dans des jeux de langage et non « des constructions mentales » et « des processus internes »¹⁹⁴. La notion de « jeu de langage » met

¹⁹¹ WITTGENSTEIN, Ludwig, 2004. *Le Cahier Bleu et le Cahier Brun*. Paris : Gallimard. p225.

¹⁹² WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p164.

¹⁹³ WITTGENSTEIN, Ludwig, 2004. *Le Cahier Bleu et le Cahier Brun*. Paris : Gallimard. p224.

¹⁹⁴ KLENK, V. H., 1976. *Wittgenstein's Philosophy of Mathematics*. The Hague : Martinus Nijhoff. p18.

l'accent sur une conception des mathématiques comme étant une pratique publique réglée. Elle occupe, de plus, une importance considérable dans sa « seconde philosophie », dont la « cible principale »¹⁹⁵ est de contester l'asymétrie entre la première et la troisième personne. La compréhension et la pratique du langage, d'une manière générale, ne reposent pas sur un accès privilégié de nos états mentaux en première personne. Mais exprime, à l'inverse, notre adhésion dans une communauté humaine, dont nous avons hérité des règles et des coutumes et que nous poursuivons à notre tour.

Si les règles mathématiques ne sont pas des phénomènes mentaux, les «*processus d'accompagnement* » (RP §152) du calcul jouent cependant un rôle important dans nos jeux de langage. Wittgenstein cite, dans un autre contexte, l'idée de William James selon laquelle « ce n'est pas parce qu'il est triste qu'un homme pleure, mais qu'il est triste parce qu'il pleure »¹⁹⁶. Cette citation peut être adaptée aux mathématiques : ce n'est pas parce que nous sommes certains que nous calculons ainsi, mais c'est parce que nous calculons ainsi que nous sommes certains. D'une part, la certitude se manifeste dans une forme de vie et se montre dans « le ton et les inflexions de la voix, les gestes comme des éléments *essentiels* de notre expérience »¹⁹⁷. D'autre part, en accompagnant nos règles mathématiques ces phénomènes les caractérisent et les rendent reconnaissables. Ainsi, quelqu'un qui maîtrise les règles du calcul a « la sensation que c'est facile » (RP §151) et une contradiction produira sur lui de « l'étonnement et de l'indécision » (RFM p255). En ce sens, de telles sensations font parties du jeu de langage et présupposent, ainsi, « certaines circonstances, une forme de vie et de discours particulière » (RFM p414). Si nous voulons expliquer à une personne tout à fait étrangère à notre mode de vie ce qu'est la certitude, nous pourrions lui présenter de nombreux exemples et, parmi eux, une équation mathématique comme « $25 \times 25 = 625$ » sur laquelle « nous nous accordons tous facilement » (RFM p200). De telles constatations ne sont pas particulières ou relatives à certains individus, mais elles décrivent notre forme de vie humaine et « ce que nous acceptons avec certitude est essentielle à notre vie » (RFM p253).

En conclusion, notre interprétation des règles mathématiques dans les jeux de langage nous impose de considérer celles-ci comme étant des pratiques publiques, communes et partagées par tous les individus dans notre communauté. Par conséquent, la règle ne peut être pensée comme un processus mental privé, dont la compréhension serait possible par un acte particulier d'intuition.

¹⁹⁵ WRIGHT, Crispin, 1980. *Wittgenstein on the Foundation of Mathematics*. Londres : Gerald Duckworth & Co Ltd. p32.

¹⁹⁶ WITTGENSTEIN, Ludwig, 2004. *Le Cahier Bleu et le Cahier Brun*. Paris : Gallimard. p172.

¹⁹⁷ *Ibid.* p277.

Cependant, si l'analyse des processus mentaux n'est pas pertinente pour rendre compte des mathématiques dans leur intégralité, Wittgenstein montre, cependant, que les états psychologiques qui accompagnent notre usage du langage participent à notre usage de ces règles en tant qu'ils sont publics et reconnaissables par tous.

2) Les mathématiques comme une activité essentiellement humaine

En considérant la philosophie de Wittgenstein dans sa totalité, nous observons que ce dernier accorde une importance croissante non à l'usage que nous faisons du langage (TLP 3.326 et 6.211), mais à replacer celui-ci dans le contexte humain où nous l'employons. Les jeux de langage, de ce point de vue, occupe une position fondamentale dans ce que nous avons appelé « le moment anthropologique de Wittgenstein »¹⁹⁸, à partir des années 1940 : période durant laquelle sont rédigées les Remarks on the Foundations of Mathematics. Ce dernier utilise, pendant la période intermédiaire, le principe Frégéen selon lequel « un mot n'a de signification que dans l'appareil de la proposition »¹⁹⁹ puis élargit celui-ci et considère, vers la fin de son existence que « les mots n'ont de sens que dans le flux de la vie (*stream of life*) »²⁰⁰. Cependant, dans quelle mesure une telle approche est pertinente dans le cas des mathématiques, puisque celles-ci semblent se détacher de tout contexte humain? Etant donné qu'« un jeu, un langage, une règle sont des institutions » (RFM p334), décrire une règle mathématique est comparable à décrire la « fonction d'un roi » c'est-à-dire son rôle et ses activités sans « négliger ni son utilité ni sa dignité » (RFM p357). Le prestige des mathématiques ne se justifie pas par le fait que celles-ci existeraient indépendamment de l'entendement humain. Au contraire, elles sont universelles et autonomes précisément parce qu'elles sont humaines et c'est ainsi que nous les employons dans nos vies. En ce sens, « suivre une règle est une activité humaine » (RFM p331) au sens où celle-ci ne peut se comprendre qu'à condition de la situer dans la forme de vie humaine. Et, par conséquent les mathématiques sont un

¹⁹⁸ CHAUVIRE, Christiane, 2004. *Le moment anthropologique de Wittgenstein*. Paris : Kimé.

¹⁹⁹ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p59.

²⁰⁰ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1982. *Last Writings on the Philosophy of Psychology*. Oxford: Blackwell. §913.

« phénomène anthropologique » (RFM p399) dont nous rendons compte en décrivant des jeux de langage.

Wittgenstein introduit les jeux de langage pour décrire la dimension anthropologique essentielle à la compréhension des règles grammaticales. Nos règles mathématiques nous semblent si naturelles et ordinaires que nous ne considérons pas l'arrière-plan humain, l'ensemble des conventions implicites sur lesquelles elles reposent. En ce sens, il faut déjà savoir beaucoup de choses avant de pouvoir calculer (RP §30) non seulement les règles, mais également « la position particulière que nous attribuons à l'activité de calcul » (RFM p390). En conséquence, les règles mathématiques sont des pratiques essentiellement humaines que nous employons dans des jeux de langage. Elles jouent un rôle fondamental dans notre culture, dans laquelle elles opèrent et sont reliées avec une multitude de jeux de langage comme « un motif dans la toile est entrelacé avec beaucoup d'autres »²⁰¹.

Le caractère anthropologique et conventionnel des mathématiques se montre, en particulier, dans l'enseignement des mathématiques. La manière dont nous apprenons les mathématiques participe, d'une manière essentielle, aux usages auxquels celles-ci sont destinées. D'une part, l'apprentissage précoce des mathématiques favorise l'impression que ces calculs sont naturels et évidents. De plus, nous avons tous appris une « une technique de calcul en nombres arabes » (LFM p31) dont nous connaissons « par coeur les numéraux »²⁰² et dans l'ordre (RP §10). Par ailleurs, leur enseignement est institutionnalisé dans une culture : de la même manière qu'un élève est sanctionné s'il fait une erreur de calcul, un clerc, par exemple, « entre en conflit avec la société » (RFM p80) s'il obtient des résultats inexacts. De telles remarques ne sont pas seulement des observations sur l'éducation dans une culture donnée, mais sur la grammaire même des mathématiques. Par exemple, le fait que nous apprenons tous les mêmes tables de multiplication est « une constatation sur le concept de table de multiplication » (RP p317) car si il en existait de différentes, alors il ne s'agirait plus de ce que nous appelons « multiplier ». En conséquence, nous apprenons non seulement à compter d'une certaine façon mais aussi à considérer comme « des fous » (LFM p58) ceux qui calculeraient autrement.

Les méthodes d'enseignement sont donc une composante essentielle des coutumes sur lesquelles reposent les mathématiques. Si ces remarques semblent être relatives à nos sociétés et extérieures aux mathématiques, la manière dont nous apprenons les mathématiques occupe une place centrale dans l'utilisation que nous en faisons. Si la nécessité des mathématiques se caractérise par l'usage que nous en faisons dans des jeux de langage, celle-ci s'explique, en partie,

²⁰¹ WITTEGENSTEIN, Ludwig, 2008. *Fiches*. Paris : Gallimard. §569.

²⁰² WITTEGENSTEIN, Ludwig, 2004. *Le Cahier Bleu et le Cahier Brun*. Paris : Gallimard. p140.

par le fait que « les êtres humains sont tellement entraînés, tellement conditionnés »(RFM p394). Cet entraînement nous apprend les règles du calcul, mais également lorsque quelqu'un doit suivre la règle « ajoute 2 » « nous pouvons prédire avec certitude comment il continuera » (RFM p46). La dimension anthropologique des mathématiques se montre, en particulier dans l'enseignement de celles-ci et par le rôle déterminant qu'il joue dans l'usage que nous faisons ordinairement de sorte qu'à « l'importance de l'enjeu correspond la rigueur du dressage »²⁰³. L'apprentissage des mathématiques peut être décrit par la maîtrise progressive de jeux de langage de plus en plus complexes²⁰⁴ car nous apprenons de nouvelles règles mathématiques en étant « *formé* à maîtriser des jeux de langage »²⁰⁵, et non l'inverse.

Cependant, la question que nous devons poser à présent c'est de savoir ce qui justifie une telle détermination des mathématiques à la fois dans l'usage des règles mais également dans leur enseignement ? Car, si les règles mathématiques sont des conventions, il est intéressant de noter que nous disposons de nombreuses conventions qui n'ont pas la solidité, l'universalité des mathématiques. Crispin Wright, en particulier, insiste sur un tel problème et interroge le besoin de règles mathématiques ainsi déterminées là où, pour répondre à nos besoins pratiques, l'induction suffirait²⁰⁶. La dimension anthropologique des remarques de Wittgenstein met en avant, en particulier dans le cas des mathématiques, la nature essentiellement conventionnelle de l'être humain. Au sens où, la compréhension de lui-même, de qui il est, et la communication avec les autres se fondent sur des conventions, plus ou moins solides, qui se montrent dans la pratique, l'invention des jeux de langage. Les *jeux* de langage, de ce point de vue, sont directement liés au rôle des conventions dans la vie des êtres humains.

Nous avons vu en quel sens les règles mathématiques sont introduites dans des jeux de langage pour répondre à un besoin dans le jeu. Celles-ci nous permettraient, alors, de continuer à jouer à ce jeu bien que celui-ci est modifié par l'introduction de nouvelles règles. Nous voulons mettre en avant deux points, en utilisant l'exemple de la règle de conversion. Pourquoi, si nous éprouvons une telle difficulté à nous mettre d'accord sur la mesure correcte d'un certain objet, n'abandonnons-nous pas simplement un tel jeu? Car celui-ci a une importance considérable en lui-

²⁰³ CHAUVIRE, Christiane, 2004. *Le moment anthropologique de Wittgenstein*. Paris : Kimé. p74.

²⁰⁴ WITTGENSTEIN, Ludwig, 2004. *Le Cahier Bleu et le Cahier Brun*. Paris : Gallimard. p56.

²⁰⁵ HINTIKKA, Jaakko et HINTIKKA, Merrill, 1986. *Investigations sur Wittgenstein*. Liège: Mardaga. p225.

²⁰⁶ WRIGHT, Crispin, 1980. *Wittgenstein on the Foundation of Mathematics*. Londres : Gerald Duckworth & Co Ltd. p104 : « But the question is rather, why have a *geometrical* account of the situation at all? »

même mais également en relation avec une multitude d'autres jeux de langage dans lesquels la mesure est utilisée. En d'autres termes, mesurer est une activité si profondément ancrée dans notre forme de vie qu'elle ne saurait faire défaut. D'autre part, pourquoi une telle difficulté impose le besoin de formuler une règle *mathématique*? En effet, il serait possible de généraliser les mesures que nous avons obtenues jusqu'à présent et déduire, à partir de celles-ci, même si elles ne sont pas toutes identiques, quelle est la mesure correcte en pouce et en centimètre. Car le caractère *mathématique* de la règle, qui implique sa nécessité et son autonomie, est ce dont nous avons besoin pour répondre à ce que Edward Craig appelle « une certaine exigence de transparence ou d'intelligibilité »²⁰⁷. Autrement dit, l'importance des jeux de langage mathématiques est si considérable dans nos vies que seule une règle, c'est-à-dire une convention fixée, permet la compréhension et évite tout désaccord entre les individus. Ainsi, nous comprenons mieux la citation fameuse de Wittgenstein selon laquelle « à la profondeur que nous voyons dans l'essence correspond le besoin profond de la convention » (RFM p65). Le prestige et la fonction qu'occupent les mathématiques dans notre forme de vie nécessitent un profond besoin de convention, qui se montre dans la sur-détermination de nos règles et, par le fait que « le mathématicien crée des essences » (RFM p50).

En conclusion, nous avons insisté sur la dimension essentiellement humaine des mathématiques dans la philosophie de Wittgenstein qui se montre par un besoin profond de convention. C'est cet aspect que Hao Wang souligne lorsqu'il qualifie la philosophie des mathématiques du philosophe autrichien d'« anthropologisme »²⁰⁸. Nous devons considérer, à présent, l'aspect propre de notre forme de vie qui ne dépend pas de conventions humaines, mais est déterminant pour celles-ci.

²⁰⁷ BOUVERESSE, Jacques, 1987. *La force de la Règle. Wittgenstein et l'invention de la nécessité*. Paris : Les Editions de Minuit. p130.

²⁰⁸ WANG, Hao, 1984. Wittgenstein's and other mathematical philosophies. *The Monist*, vol. 67, n1. p28.

3) Forme de vie

L'interprétation conventionnelle, ainsi proposée, se confronte à des limites. Par exemple, des changements dans l'enseignement des mathématiques n'impliqueraient pas la modification des calculs mathématiques. D'autre part, si l'usage des règles mathématiques se montre par l'adoption de conventions dans le langage, la rigidité et la nécessité des mathématiques ne semblent cependant pas être d'une telle nature. En effet, si nous pouvons parler de décision ou d'invention à propos de la manière dont nous suivons les règles, cela ne fait de sens qu'à l'intérieur des jeux de langage que nous jouons déjà, qui sont reliés à une multitude de pratiques. Mais l'idée de convention, elle-même, ne semble pas suffire pour décrire la nécessité, l'universalité et l'accord unanime dans les calculs mathématiques. De plus, le besoin de convention, qui caractérise la nature humaine, ne semble pas être, lui-même, de nature conventionnelle.

Nous avons vu en quoi les jeux de langage, dans la philosophie de Wittgenstein, ne se comprennent qu'à partir d'un arrière-plan complexe de conventions, de coutumes, d'habitudes. Cet arrière-plan ultime, auquel se rapporte l'infinité de nos jeux de langage, est ce que le philosophe appelle « une forme de vie ». Celle-ci désigne le cadre humain fondamental dans lequel « employer un langage », « suivre une règle », « calculer »... fait sens. Cette connexion se montre par le fait que « l'expression "jeu de langage " doit faire ressortir que parler un langage fait partie (...) d'une forme de vie » (RP §23).

En ce sens, l'apprentissage des règles mathématiques nous permet d'employer celles-ci dans des jeux de langage, mais aussi, montre notre adhésion à une communauté humaine, notre appartenance à une forme de vie humaine. Wittgenstein conteste ainsi, la conception des mathématiques comme ensemble de règles abstraites dont la validité n'est pas délimitée au contexte humain, et ramène celles-ci à leur « usage quotidien » (RP §116). Les jeux de langage mathématiques sont compréhensibles et utilisés à l'intérieur de notre forme de vie humaine et notre appartenance à « une communauté qui est liée par la science et l'éducation »²⁰⁹ se montre par le fait que nous calculons tous ainsi. Cette adhésion profonde dans une communauté est favorisée par ce que l'apprentissage du langage nous permet de *faire*. Ainsi, les enfants n'apprennent pas qu'il y a des livres ou des sièges mais « à aller chercher des livres, à s'asseoir sur un siège »²¹⁰. De la même

²⁰⁹ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1960. *On certainty*. Oxford : Blackwell. §298.

²¹⁰ *Ibid.* §476.

manière, les enfants n'apprennent pas les règles du calcul par « le concept général de nombre »²¹¹, mais en rendant la monnaie (RFM p95) et, plus tard, en calculant le nombre de pierres nécessaires pour paver une terrasse²¹². En résumé, la « philosophie mathématique de Wittgenstein est le lieu où se révèle le mieux sa philosophie sociale »²¹³ car les concepts de « jeu de langage » et de « forme de vie » mettent en avant le caractère essentiellement humain de la pratique mathématique.

Cependant, comme nous l'avons suggéré, l'interprétation conventionnaliste de la forme de vie n'est pas pleinement satisfaisante dans le cas des mathématiques. En effet, ce concept ne se limite pas à souligner la dimension sociale de la pratique du langage, mais insiste, par ailleurs, sur les éléments biologiques et naturels qui permettent celle-ci. Stanley Cavell, en particulier, conteste la conception exclusivement conventionnelle de la forme de vie qui, seule, ne nous permet pas d'expliquer les mathématiques par les jeux de langage. En ce sens, il distingue entre la *forme* de vie et la forme de *vie* où cette dernière met l'accent sur la dimension « biologique et verticale » de la forme de vie humaine par différence avec « des formes de vie dites inférieures ou supérieures »²¹⁴. Wittgenstein propose un usage thérapeutique des jeux de langage par lesquels il imagine les conséquences sur nos concepts si la réalité physique et biologique était autre que ce qu'elle est en effet. Par exemple, l'activité qui détermine le prix d'un fromage par rapport au poids de celui-ci sur une balance « perdrait son intérêt s'il arrivait souvent à de tels morceaux de grossir ou de rapetisser soudain » (RP §142). De même, il ne peut exister de calcul dans un monde dans lequel les objets disparaissent sans raison apparente; ni de mesure, au sens que nous lui donnons, si nous ne disposons que de « règles en pâte à modeler » (RFM p377). De telles régularités naturelles sont nécessaires à la pratique des mathématiques, mais également certaines dispositions humaines. Par exemple, si notre mémoire n'était pas assez efficace « pour ne pas prendre en compte deux fois les chiffres en comptant jusqu'à 12, ni en oublier » (RFM p356) nous ne pourrions pas calculer comme nous le faisons. En ce sens, si les mathématiques ne sont pas fondées par des régularités naturelles, celles-ci sont cependant nécessaires à l'usage que nous en faisons. De sorte que les mathématiques sont possibles en raison de certains « faits physiques et psychologiques » (RFM p355) propres à notre forme de vie humaine. Par conséquent, les règles mathématiques ne sont pas universelles au

²¹¹ WITTGENSTEIN, Ludwig, 2001. *Wittgenstein's Lectures, Cambridge 1932-1935*. New-York: Prometheus Books. p209.

²¹² WRIGHT, Crispin, 1980. *Wittgenstein on the Foundation of Mathematics*. Londres : Gerald Duckworth & Co Ltd. p105.

²¹³ CHAUVIRE, Christiane, 2004. *Le moment anthropologique de Wittgenstein*. Paris : Kimé. p30.

²¹⁴ CAVELL, Stanley, 1988. Declining decline : Wittgenstein as a philosopher of culture. *Inquiry: An Interdisciplinary Journal of Philosophy*, vol. 31, n. 3, p255.

sens où elles transcenderaient l'humanité et exprimeraient les lois profondes de la nature. Le concept de forme de *vie*, au contraire, met en avant le fait que notre pratique est telle en raison de certaines déterminations biologiques et physiques propres à l'humain si bien que les mathématiques ne font pas sens (ou pas le sens que nous leur donnons) en dehors de ce contexte. Les exemples que nous avons présentés montrent, par ailleurs, que les régularités naturelles et biologiques qui permettent notre pratique des mathématiques sont suffisamment solides, et assurées pour que celles-ci ne soit pas mises en danger. L'enjeu de cette conception est également thérapeutique et destiné à montrer à « quelqu'un qui croit que certains concepts sont sans aucun doute les concepts corrects » et qu'ils ne pourraient être autrement, que ceux-là reposent sur « certains faits naturels très généraux » (RP p321). De sorte qu'un peuple dont les mathématiques seraient différentes des nôtres ne calculerait pas, pour autant, d'une manière incorrecte et la supériorité des mathématiques sur les leurs, ou inversement, ne pourrait être que d'ordre pratique (par exemple l'efficacité des prédictions).

En conclusion, par l'utilisation des jeux de langage, Wittgenstein montre que les mathématiques sont un fait de « notre histoire naturelle » (RFM p61), tout comme « marcher, manger, boire, jouer » (RP §25). Ainsi, nos règles doivent être interprétées à l'intérieur de la forme de vie ce qui justifie un « compte rendu ethnologique de cette institution humaine » (RFM p356). Cependant, nous avons montré que celui-ci n'était pas suffisant. La forme de vie est ainsi un concept « non seulement social et biologique, mais inséparablement anthropologique et ethnologique »²¹⁵. Le caractère essentiellement humain des mathématiques justifie, en ce sens, l'attention particulière aux usages ordinaires et s'inscrit dans la perspective anti-platoniste de Wittgenstein. Cependant, dans quelle mesure cette conception, et l'importance attribuée à la décision et l'invention, ne condamnent-elles pas l'objectivité des mathématiques?

²¹⁵ LAUGIER, Sandra, 2009. *Le sens de l'usage*. Paris: Vrin. p236.

C) Les jeux de langage et l'objectivité mathématique

1) Jeux de langage et scepticisme

La conception des mathématiques de Wittgenstein, à partir des jeux de langage, met en avant la dimension essentiellement humaine de celles-ci. De plus, en raison de son caractère public et partagé, suivre une règle mathématique est une activité qui implique davantage une décision, ou une invention, qu'une intuition particulière. En ce sens, dans quelle mesure les jeux de langage peuvent rendre compte de l'objectivité des mathématiques ? Cette question nous engage, inévitablement, à repenser la position anti-platoniste de Wittgenstein. En effet, Georg Kreisel considère que l'opposition fondamentale entre les philosophies des mathématiques constructivistes et platonistes ne porte pas sur l'existence ou non des objets mathématiques, mais sur la question de l'objectivité des mathématiques²¹⁶. Or, nos règles mathématiques sont arbitraires au sens où, non seulement elles ne sont pas déterminées par des faits mathématiques et, de plus, elles sont antérieures à toute correspondance avec les faits. A l'inverse, l'objectivité mathématique consiste dans le fait que « la vérité n'est pas constituée par le jugement humain mais qu'elle est en quelque sorte indépendante de celui-ci »²¹⁷. Par conséquent, comment l'anti-platonisme et la conception wittgensteinienne des mathématiques, arbitraires et humaines, peuvent-elles préserver l'objectivité des mathématiques ? Et en quel sens celles-ci peuvent-elles être dites objectives ?

Saul Kripke cherche à montrer que la critique de Wittgenstein de la conception platoniste de la règle, comme un rail infini et dont les applications sont pré-déterminées, implique le « paradoxe sceptique ». Un maître interrogeant son élève lui demande de donner le résultat de « $68+57$ » et celui-ci répond « 5 » et non « 125 » car il ne suit pas la règle d'addition, mais la règle de quaaaddition. Celle-ci peut se définir ainsi: « $x \oplus y = x+y$ si $x, y < 57$ sinon $=5$ »²¹⁸. Selon Kripke, l'absence de faits

²¹⁶ WRIGHT, Crispin, 1980. *Wittgenstein on the Foundation of Mathematics*. Londres : Gerald Duckworth & Co Ltd. p5.

²¹⁷ *Ibid.* p198.

²¹⁸ KRIPKE, Saul, 1996. *Règles et Langage Privé, Introduction au paradoxe de Wittgenstein*. Paris: Seuil. p19.

objectifs et indépendants qui pourraient fonder la règle implique que « je ne peux faire valoir aucune justification en faveur d'une réponse plutôt que d'une autre »²¹⁹ et, bien plus, « l'idée même de signification se soit volatilisée »²²⁰. L'anti-platonisme de Wittgenstein, de ce point de vue, conduit inévitablement au scepticisme puisque non seulement l'enfant peut interpréter la règle comme il le souhaite et, de plus, nous ne pouvons faire valoir aucun fait qui justifie que nous suivons bien la règle d'addition. Le paradoxe sceptique est alors le suivant : au moment où je suis une règle, il n'y a aucun critère qui assure un individu isolé d'être bien en train de suivre la règle qu'il prétend suivre. Ainsi, le rejet de la conception platoniste de la règle semble impliquer nécessairement que, « en mathématiques, tout est bon, que nous sommes libres d'inventer au fur et à mesure »²²¹. Pour résoudre « le paradoxe sceptique », Kripke met en avant la « community view » c'est-à-dire les individus qui emploient la règle en accord avec la collectivité sont admis, alors qu'« un déviant dont les dérapages sont trop nombreux et rédhitoires ne peut tout simplement pas participer à la vie de la collectivité, ni communiquer »²²².

Cependant, une telle interprétation nous paraît incorrecte, pour de multiples raisons et attribuée à Wittgenstein des questions que celui-ci ne pose pas. Nous insisterons essentiellement sur deux points critiques.

Tout d'abord, l'argumentation de Kripke se fonde sur une opposition entre, d'une part, la conception platoniste et mythologique de la règle, et d'autre part, une conception de la règle qui se laisse interpréter n'importe comment et ne repose sur rien. Il s'ensuit, inévitablement, que le refus de la première conduit à postuler une conception de la règle et, plus généralement des mathématiques, n'étant justifiée par rien et soumise au scepticisme le plus radical. D'une part, Kripke semble admettre l'idée que l'usage correct de la règle est l'usage en accord avec celle-ci (« calculer conformément à la règle sous-jacente à mes additions précédentes »²²³). En calculant selon la règle de la quaddition, le résultat que donne l'élève est conforme avec sa signification : il l'interprète correctement. Le paradoxe sceptique se fonde, en ce sens, sur l'image platoniste de la règle comme usage en accord avec sa signification objective. La différence, cependant, est que nous pouvons interpréter le contenu de la règle comme nous l'entendons, il ne nous contraint pas. Or, non

²¹⁹ *Ibid.* p32.

²²⁰ *Ibid.* p33.

²²¹ MCDOWELL, John, 1981. Non-cognitivism and rule-following. *Wittgenstein to follow a rule*. Londres : Routledge. p150.

²²² KRIPKE, Saul, 1996. *Règles et Langage Privé, Introduction au paradoxe de Wittgenstein*. Paris: Seuil. p108.

²²³ *Ibid.* p21.

seulement Wittgenstein dénonce une telle image mais, plus encore, l'usage que celui-ci fait des jeux de langage insiste sur le fait que nous n'apprenons jamais qu'une seule règle (RFM p322), mais une multitude qui sont reliées entre elles et ne font sens que dans cet entremêlement que nous avons appelé la forme de vie. Il ne fait pas de sens d'isoler une seule règle et en séparant celle-ci de notre vie, « Kripke arrive aisément à l'idée qu'il n'y a pas de rails, et donc qu'il n'y a rien »²²⁴. Or, nos règles mathématiques ne font sens que dans des jeux de langage, où elles sont liées à d'autres règles, et prises dans une communauté d'individus. Même d'une manière abstraite on ne peut pas isoler une règle mathématique des jeux de langage car, comme nous l'avons montré, nous ne pouvons pas parler en dehors des jeux de langage, cela ne fait pas de sens.

D'autre part, si Kripke propose une résolution du paradoxe sceptique en insistant sur « l'importance du consensus et d'une forme de vie partagée »²²⁵, la conception qu'il propose de celle-ci est insatisfaisante. Tout d'abord, nous ne pouvons imaginer un individu isolé qui suivrait une seule règle. A l'inverse, suivre une règle, calculer,... « présuppose une coutume » (RFM p322) dont nous faisons partie dès la naissance, et dans laquelle nous avons « été entraîné de telle et telle manière » (RFM p325) que nous disons que « 125 » est le résultat de « 68+57 ». D'autre part, l'argument de la « community view » défend une « théorie sociale de la connaissance »²²⁶ qui ne rend pas compte de l'accord bien plus profond entre les individus dans une forme de vie. En effet, celle-ci met en avant la dimension sociale de la pratique du langage qui se rapporte « à notre vie, à une pratique nommée mathématique, à l'enseignement,... »²²⁷, mais également les conditions biologiques et les régularités naturelles qui permettent notre pratique des mathématiques et ancrent l'accord des individus entre eux dans une *nature* commune.

En conclusion, l'anti-platonisme de Wittgenstein n'implique pas une position sceptique en mathématiques ni le renoncement à leur objectivité. Bien plutôt, nous devons penser l'objectivité à partir de notre forme de vie et dans les jeux de langage. En outre, s'il est possible d'imaginer, pour des raisons philosophiques, la situation dans laquelle un élève suit la règle « quus » au lieu de faire « plus », celle-ci ne pourrait se produire dans des circonstances normales. Quand bien même nous décidons de la manière de suivre nos règles mathématiques et que celles-ci sont arbitraires, elles ne reposent pas, pour autant, sur le choix d'individus isolés mais se forment dans « l'épaisseur

²²⁴ LAUGIER, Sandra, 2009. *Le sens de l'usage*. Paris : Vrin. p215.

²²⁵ KRIPKE, Saul, 1996. *Règles et Langage Privé, Introduction au paradoxe de Wittgenstein*. Paris: Seuil. p113.

²²⁶ LAUGIER, Sandra, 2008. Règles, formes de vie et relativisme chez Wittgenstein. *Noesis*, n. 14. p8.

²²⁷ LAUGIER, Sandra, 2009. *Le sens de l'usage*. Paris : Vrin. p227.

maximale de nos coutumes, nos habitudes collectives, nos régularités instituées »²²⁸. Cela ne fait aucun sens, pour Wittgenstein, d'imaginer que nous pourrions tous calculer différemment, car alors nous n'appellerions plus cela calculer. Il est au contraire essentiel à notre forme de vie que nous calculons de la même manière, c'est pourquoi « il est si absurde de dire que $12 \times 12 = 144$ pourrait être faux » (LFM p102).

2) Accord dans les formes de vie

La question de l'objectivité des mathématiques traduit, plus qu'aucune autre la difficulté et, finalement, l'impossibilité de situer la philosophie des mathématiques de Wittgenstein dans un seul courant philosophique. Si ce dernier dénonce les illusions au fondement de la conception platoniste des mathématiques, il s'accorde, néanmoins, avec celle-ci du point de vue de l'objectivité des mathématiques, bien qu'elle doit être comprise dans un autre sens. La perspective qu'adopte Wittgenstein nous conduit, en conséquence, à contester l'opposition que Kreisel propose entre les philosophies constructivistes et platonistes en mathématiques. Ainsi, nous allons montrer, contre Michael Dummett²²⁹, entre autres, que la conception wittgensteinienne des mathématiques à partir des jeux de langage n'est pas incompatible avec leur objectivité, sans adhérer, pour autant, à la conception platoniste de l'objectivité. La difficulté est de rendre compte de l'objectivité des mathématiques, c'est-à-dire du fait que nous « nous accordons dans le calcul » (RFM p239) et que « nous n'appelons pas cela « calcul » si tout le monde donne des nombres les uns après les autres n'importe comment » (RFM p37), sans postuler des explications idéales et extérieures à notre forme de vie humaine.

Wittgenstein ne consacre que très peu de remarques, dans sa philosophie des mathématiques, à la question de l'objectivité. Cela n'implique pas que les mathématiques ne sont pas objectives; mais, au contraire, qu'il ne s'agit pas, en réalité, d'un problème lorsque nous soulignons la dimension anthropologique des mathématiques par les jeux de langage. Cependant,

²²⁸ CHAUVIRE, Christiane, 2004. *Le moment anthropologique de Wittgenstein*. Paris : Kimé. p11.

²²⁹ DUMMET, Michael, 1978. *Truth and Other Enigmas*. Cambridge : Harvard University Press. p184 : « Wittgenstein's main reason for denying the objectivity of mathematical truth is his denial of the objectivity of *proof* in mathematic. »

cette perspective est difficilement acceptable lorsque l'on compare les exigences de l'objectivité mathématique à la dimension subjective et humaine sur lesquelles Wittgenstein insiste par ailleurs. Cette problématique s'intensifie, en particulier, dans le contexte de la crise des fondements des mathématiques : si les mathématiques ne reposent pas sur un fondement absolument certain et objectif, alors comment justifier que des contradictions ne se trouvent pas à la base même de tous nos calculs ? Wittgenstein dénonce particulièrement l'image de la contradiction cachée comme étant une « maladie » (RFM p209), que nous n'apercevons pas encore mais qui pourrait « détruire les calculs » (RFM p376) quand elle sera révélée. Il substitue à cette conception, la tâche qui consiste à « décrire simplement comment une contradiction influence les jeux de langage » (RFM p220). Ainsi, une contradiction dans un jeu est comparable « à quelque chose qui coince (*jams*) » (LFM p187), de sorte que nous ne pouvons plus jouer. Or, nous avons montré qu'une telle situation ne présente pas de difficultés car il suffit alors d'introduire une nouvelle règle et de nous accorder sur la manière correcte de procéder là où nous rencontrons la contradiction. Les inquiétudes du mathématicien ne portent, cependant, pas sur un seul jeu mais sur les mathématiques en général. Un tel problème ne nous apparaît, cependant, que si nous séparons les règles mathématiques de l'utilisation que nous en faisons dans nos vies, c'est-à-dire si l'on ne considère pas « l'exemple d'un langage entièrement élaboré, dans tous ses détails »²³⁰, à savoir les jeux de langage.

En effet, nos jeux de langage ne sont pas « des études préparatoires pour une réglementation future du langage » (RP §130) mais ceux-là fonctionnent comme « des langages complets en eux-mêmes, comme des systèmes de communication humaine »²³¹. Cela se montre, en particulier, dans le jeu de langage des bâtisseurs (RP §2), dans la mesure où celui-ci désigne « l'intégralité du langage de A et B, et même l'intégralité du langage d'une tribu » (RP §6). Car si ce jeu décrit les règles du langage de A et de B, il s'inscrit également dans leur forme de vie de sorte que leur pratique du langage est corrélée à d'autres éléments non linguistiques (par exemple, il doit exister des blocs, des dalles,..., ils peuvent crier le nom de ces choses qui leur servent dans un but donné). En ce sens, le propre d'un jeu de langage est d'être complet au point de pouvoir constituer « tout le système de communication d'une tribu dans un état social primitif »²³². Cela ne signifie pas qu'ils sont clos, définitifs et achevés, mais simplement qu'ils se suffisent à eux-mêmes et ne nécessitent pas d'éléments ou de fondements extérieurs pour être joué. En conséquence, les jeux de langage mathématiques sont, également, complets en tant que tels, c'est-à-dire qu'ils fonctionnent et nous

²³⁰ WITTGENSTEIN, Ludwig, 2004. *Le Cahier Bleu et le Cahier Brun*. Paris : Gallimard. p141.

²³¹ *Ibid.* p143.

²³² *Ibid.* p143.

les utilisons. Ainsi, cela implique que « la mathématique ne peut pas être incomplète »²³³ et qu'il n'existe pas « de créneaux libres »²³⁴ qui devraient être remplis par une découverte encore insoupçonnée. Ainsi, la conception des mathématiques à partir des jeux de langage présente cet avantage de rapporter, d'une manière essentielle, nos règles à nos vies et aux usages que nous en faisons. En ce sens, une contradiction ne pourrait apparaître que dans un jeu, non dans toutes les mathématiques, et il suffirait d'une nouvelle règle pour l'éliminer. De plus, nos jeux de langage fonctionnent et sont utilisés dans la mesure où ils sont complets. Ainsi, l'objectivité comme condition de possibilité des mathématiques ne peut être extérieure aux jeux de langage mathématiques.

L'observation de notre pratique des mathématiques montre un « accord paisible » (RFM p323) entre tous les participants, de sorte qu'aucune dispute, aucun débat ne concerne notre usage ordinaire. En général, il n'y a pas, non plus, de « différend entre les mathématiciens sur le résultat d'un calcul » (RFM p316). L'accord unanime et universel sur les mathématiques semble être l'expression d'une origine plus profonde qu'il nous faudrait découvrir. Wittgenstein nous invite, au contraire, à nous détourner d'une telle recherche et décrire seulement notre usage et dire : « *c'est comme ça qu'on fait* » (RFM p199). En ce sens, la description des jeux de langage mathématiques fait ressortir un accord indéfectible et unanime de tous les participants. Si la réflexion sur l'objectivité des mathématiques est directement liée à celle de l'accord dans les jeux de langage, nous devons nous demander sur quoi porte cet accord.

L'accord dans les jeux de langage ne peut avoir lieu qu'entre individus d'une même forme de vie. Un tel accord ne peut être l'expression d'une convention qui nous engage à employer les règles mathématiques d'une certaine manière. Il ne s'agit pas non plus d'un consensus dans « les opinions ou les convictions » (RFM p332) au sens où nous pourrions décider, à l'intérieur d'une communauté donnée, quelles sont les règles correctes et les modifier éventuellement. Or, au même titre que la croyance n'intervient pas dans les propositions mathématiques (RFM 78), dire « $2+2=4$ » n'est pas une opinion particulière. L'accord sur les règles mathématiques ne découle pas d'une décision conventionnelle, mais repose sur le fait que « nous sommes d'accord sur un grand nombre de jugements » (RFM p343) de sorte que calculer ainsi est, pour nous, « la façon naturelle de faire » (LFM p107).

Ainsi, nous nous accordons dans une forme de vie commune. L'objectivité des mathématiques ne s'explique pas par l'origine profonde ou idéale des vérités mathématiques, mais par l'utilisation que nous en faisons et « nous en faisons tous le MÊME usage » (LFM p183). En ce

²³³ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p179.

²³⁴ *Ibid.* p178.

sens, le fait que nous suivons tous les mêmes règles mathématiques s'explique par « un consensus d'action » (LFM p183). Nous avons tous appris à calculer de la même manière, nous partageons les mêmes « réactions naturelles »²³⁵, nous reconnaissons les « régularités » (RFM p342) sur lesquelles le langage est fondé. En conséquence, ce n'est pas parce que nous sommes convaincu de la validité des résultats des calculs mathématiques que nous suivons les règles ainsi, mais l'accord unanime entre les participants est une condition préalable au langage. L'accord n'est pas le produit du jeu, mais une condition de possibilité du jeu et il est nécessaire pour cela que « l'énorme majorité d'entre nous soit d'accord sur certaines choses » (RFM p342). De telles choses ne sont pas de l'ordre de l'opinion, mais « c'est *dans* le langage » que s'exprime notre accord dans notre « forme de vie » (RP §241). L'accord unanime n'est pas la conséquence de la vérité particulière des mathématiques, mais il est « présupposé » (RFM p353) et considéré comme « allant de soi dans toutes les questions de calcul » (RFM p327). De plus, celui-ci ne peut être débattu ou remis en cause car il est ce qu'il y a de plus solide et sur lequel repose la possibilité même du langage. Par conséquent, nous calculons ainsi, et « nous sommes d'accord sur cette route » (RFM p370) car celle-ci est naturelle.

Ainsi, Wittgenstein préserve l'objectivité des mathématiques en montrant que celle-ci repose sur l'accord dans des formes de vie. Un tel accord n'est pas de l'ordre d'une convention ou d'une opinion, mais il fonde la possibilité du langage et d'exprimer des opinions, c'est une « pré-condition de nos jeux de langage » (RFM p365). En ce sens, « ce consensus appartient à l'essence du calcul » (RFM p193), d'une part, parce qu'un calcul correct implique de « calculer comme *cela* » (RFM p399), c'est-à-dire de la même manière que tout le monde; d'autre part, parce que la possibilité des mathématiques repose sur l'accord sur des faits très généraux qui caractérisent notre forme de vie. En conséquence les jeux de langage mathématiques sont objectifs dans la mesure où la condition de possibilité de jouer de tels jeux repose sur un accord profond et préalable de tous les participants entre eux. De ce point de vue, l'objectivité des mathématiques est essentiellement humaine et exprime une dimension fondamentale de notre forme de vie. Ainsi, nous pouvons dire que nous suivons les règles mathématiques « aveuglément » (RP §219) non pas parce que nous pouvons procéder n'importe comment, mais parce qu'il s'agit de la manière naturelle et évidente de faire. En conclusion, l'approche anthropologique des mathématiques par Wittgenstein n'implique par leur relativisation mais, au contraire, nous permet « de voir les choses plus objectivement »²³⁶.

²³⁵ LAUGIER, Sandra, 2009. *Le sens de l'usage*. Paris : Vrin. p236.

²³⁶ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1998. *Culture and Value*. Oxford : Blackwell. p45.

3) Ce qu'il y a de plus profond²³⁷

Si Wittgenstein défend, en accord avec la philosophie platoniste, que les mathématiques sont objectives, la conception que ce dernier propose est radicalement différente. En effet, la position platoniste se fondait sur l'existence de faits mathématiques indépendants à la forme de vie humaine, ceux-là étant suffisamment stables et profonds pour assurer nos calculs. L'objectivité, de ce point de vue, se caractérise par l'élimination de tous les effets humains dans nos considérations. A l'inverse, la conception wittgensteinienne ne cherche pas à déterminer des faits de référence et séparés du contexte humain. L'objectivité trouve sa source dans ce qui est plus commun et le plus unanimement partagé entre tous les êtres humains. Ainsi, cela justifie en quel sens Wittgenstein peut considérer les mathématiques comme étant une activité ordinaire. Non seulement parce que nous utilisons celles-ci dans de multiples contextes et ces techniques font parties de notre histoire naturelle²³⁸. Mais, plus encore, l'ordinaire dans les mathématiques ne désigne pas uniquement l'usage *quotidien*. En effet, les conditions de possibilité des jeux de langage mathématiques se fondent sur des faits ordinaires, d'une extrême généralité, propres à notre forme de vie. De ce point de vue, par « ordinaire » nous signifions ce qui est le plus certain, le plus commun, le plus profond. Ainsi, le retour à l'ordinaire (RP §116) dans la philosophie de Wittgenstein, sur lequel nous avons insisté en mathématiques avec les jeux de langage, ne vise pas à dire des choses simples et banales, mais à reconnaître l'importance des faits sur lesquels nous nous accordons unanimement et qui, pour cette raison, semblent triviaux. Par conséquent, le philosophe qui poursuit le projet de dire l'être des choses ne peut proposer que des thèses incontestables et évidentes « parce que tout le monde serait d'accord avec elles » (RP §128).

L'objectivité des mathématiques se comprend par l'accord profond dans des formes de vie comme condition préalable aux jeux de langage mathématiques. Cependant, nous avons montré que l'accord dans une multitude de jugements, d'actions, d'habitudes était une condition nécessaire de la possibilité du langage, d'une manière générale. En conséquence, comment justifier l'objectivité des règles mathématiques au sens où celles-ci semblent absolument certaines et plus assurées que d'autres règles de notre langage? Nous considérons les vérités mathématiques comme étant les plus certaines et expliquons cela par le fait qu'elles sont d'un type particulier, distinct de nos vérités

²³⁷ WITTGENSTEIN, Ludwig, 2014. *Recherches Philosophiques*. Paris : Gallimard. §387: « L'aspect *profond* échappe aisément ».

²³⁸ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1978. *Remarks on the Foundations of Mathematics*. Cambridge: MIT Press. p389 : « Comptons-nous parce que c'est pratique de compter ? Nous comptons ! »

empiriques. Or, la nécessité et la conviction dans les règles mathématiques se montrent essentiellement dans l'usage que nous en faisons dans les jeux de langage. Par ailleurs, les vérités mathématiques ne sont pas l'expression des découvertes dans une réalité mathématique idéale, au contraire elles montrent ce qui est le plus évident, les régularités les plus générales de notre forme de vie. Ainsi, par les mathématiques nous savons que « si un homme mesure 1,6m, il ne mesure pas 2m »²³⁹ car une même chose ne peut pas avoir deux mesures différentes. De plus, la géométrie nous montre que les choses dans le monde, dans des conditions normales, ne changent pas. La manière dont nous habitons le monde justifie que nous mesurons une pièce en mètre, ou en centimètre et non en microns. Par conséquent, nos règles mathématiques nous permettent de faire une multitude de choses mais également, comme le montre cette citation d'un manuscrit (MS 166) de Wittgenstein « la description de la méthode et de l'unité de mesure, nous dit quelque chose sur le monde dans lequel est effectuée cette mesure »²⁴⁰. Ainsi, la vérité mathématique n'occupe pas une place essentielle dans la philosophie des mathématiques de ce dernier. En effet, dire que « p est vrai c'est la même chose que de dire p » (LFM p68). La vérité « ne fait pas de différence » (LFM p190) pour une proposition, elle montre simplement « qu'elle est utilisable et, surtout, qu'elle est utilisée » (RFM p38).

La philosophie des mathématiques de Wittgenstein se caractérise, en partie, par le fait que celle-ci propose essentiellement des exemples issus des mathématiques élémentaires, que les enfants apprennent dès leur plus jeune âge. En ce sens, ses remarques se concentrent moins sur les problèmes des mathématiques pures et davantage sur les « problèmes qu'un enfant ressent comme des difficultés lorsqu'il apprend les mathématiques, et que l'enseignement refoule »²⁴¹ comme, par exemple « le contenu de $5+7=12$ »²⁴². En raison de notre entraînement et de notre maîtrise des mathématiques, celles-ci sont naturelles et évidentes et, par conséquent nous ne voyons plus « les aspects des choses les plus importants » qui sont pour nous, « cachés du fait de leur simplicité et de leur banalité » (RP §129). Ainsi, la philosophie de Wittgenstein invite à faire l'expérience de pensée en considérant les remarques de l'enfant que nous étions et qui ignorait encore tout des mathématiques, qui ne sait rien de leur évidence afin « que lumière soit faite! »²⁴³. En effet, nous n'héritons pas des mathématiques comme étant un corpus de savoir déjà formé, nous apprenons à

²³⁹ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1979. *Wittgenstein and the Vienna circle*. Oxford : Blackwell. p77.

²⁴⁰ BAKER, Gordon et HACKER, Peter, 2009. *Wittgenstein: Rules, Grammar and Necessity*. Oxford : Blackwell. p340.

²⁴¹ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1980. *Grammaire Philosophique*. Paris : Gallimard. p487.

²⁴² WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard. p122.

²⁴³ WITTGENSTEIN, Ludwig, 1980. *Grammaire Philosophique*. Paris : Gallimard. p487.

calculer progressivement et, également, notre langue maternelle, par des jeux de langage (RP §7). Apprendre sa langue maternelle ne se limite pas à la connaissance d'un vocabulaire ou d'une grammaire, comme si nous étions « déjà en possession d'un langage, mais pas ce langage-là » (RP §32). Nous naissons à l'intérieur d'une culture donnée, dont nous devons apprendre les habitudes, les coutumes les plus ordinaires, les plus typiques. Plus exactement, par l'apprentissage de sa langue maternelle l'enfant marque son adhésion à une forme de vie humaine, il apprend à communiquer avec ses semblables, à les comprendre et à s'exprimer lui-même. En ce sens, nous n'inventons pas les règles de la grammaire, ni du calcul, « nous en héritons » (LFM p143). Wittgenstein considère ainsi les mathématiques élémentaires et s'intéresse à ce qui nous paraît, une fois adulte, évident et banal, mais qui ne l'était pas quand nous apprenions à calculer. Dès lors, nous considérons le passage de l'ignorance à la maîtrise du calcul, et demandons en quoi celui-ci consiste? Un tel passage ne se restreint pas à la capacité de réciter les tables de multiplication, mais par la faculté de faire une multitude de choses, d'employer les techniques mathématiques dans des situations où elles font sens. En apprenant de nouvelles règles mathématiques, nous reconnaissons alors de nouveaux faits qui sont extrêmement généraux et ordinaires. Par conséquent, en concentrant ses remarques sur l'apprentissage des mathématiques élémentaires, Wittgenstein interroge la manière dont nous acceptons « le donné », c'est-à-dire comment héritons-nous de nos « formes de vie » (RP p316). Ce donné fondamental est, certes, ce qui est le plus ordinaire, mais surtout « ce qu'il y a de plus frappant et de plus fort » (RP§129), l'ensemble des faits dont personne « n'a douté et qui ne sont passés inaperçus que parce qu'ils sont toujours sous nos yeux » (RFM p92). Ainsi, les jeux de langage occupent une position centrale dans la philosophie de Wittgenstein dans la mesure où ils nous invitent à considérer notre pratique quotidienne, d'une part, mais également à considérer des faits si évidents que nous ne les voyons plus. De tels faits sont cependant d'une importance décisive car ils sont ceux sur quoi tout le monde s'accorde et déterminent, en conséquence, les possibilités du langage. De cette manière nous comprenons mieux la raison pour laquelle Wittgenstein consacre une partie importante des écrits de sa « seconde philosophie » aux mathématiques. Par la description de notre grammaire, Wittgenstein ne cherche pas à produire une connaissance interne à notre langage, mais il montre, d'une part, notre profond besoin de convention et, d'autre part, « se représenter un langage c'est se représenter une forme de vie » (RP§19). L'invention des innombrables jeux de langage exprime, en ce sens, ce qui est le plus profond, à savoir notre forme de vie.

Conclusion

Pour conclure, l'enjeu essentiel de ce mémoire était de rendre compte de la conception wittgensteinienne des mathématiques à partir des jeux de langage et montrer en quoi celle-ci était pertinente. Pour cela, nous avons procédé en trois étapes. Dans un premier temps, nous avons considéré la question des relations sémantiques entre les mathématiques et la réalité. Les réponses proposées par les philosophies platonistes et formalistes nous sont apparues insatisfaisantes dans la mesure où si les règles mathématiques ne sont pas descriptives, elles ne sont pas, pour autant, dépourvues de signification et indifférentes à la réalité. Au contraire, Wittgenstein insiste sur l'application que nous faisons de celles-ci et caractérise leur fonction normative comme mesure de la réalité. Une telle conception implique que les règles sont déterminées, en partie, à partir de l'observation de régularités empiriques qui sont durcies et rendues autonomes dans la grammaire. Cependant, la possibilité d'introduire une nouvelle règle mathématique doit se comprendre à l'intérieur d'un jeu de langage là où la règle répond à un besoin. En ce sens, les règles mathématiques ne peuvent être considérées indépendamment des jeux de langage dans lesquels elles sont inventées et utilisées. Par conséquent, l'usage de la notion de « jeu de langage » dans la philosophie des mathématiques de Wittgenstein ne se limite pas au rôle d'un système de règles, mais c'est par celle-ci que l'on peut expliquer les relations sémantiques des mathématiques au monde. En ce sens, le philosophe autrichien explique la dimension sémantique par l'usage que nous faisons des règles syntaxiques dans la pratique des jeux de langage. La réalité à laquelle se rapporte les mathématiques n'est plus, alors, une réalité idéale et hypothétique que le philosophe postule, mais la réalité physique, ordinaire.

Ainsi, les mathématiques se comprennent alors comme un ensemble de règles grammaticales que nous appliquons dans des contextes ordinaires, et qui nous permettent de déterminer comment la réalité doit être. Cependant, une telle analyse semble être problématique lorsqu'elle est appliquée aux mathématiques pures. En effet, notre problème était de comprendre comment l'approche wittgensteinienne fondée sur les jeux de langage était pertinente pour rendre compte des mathématiques pures. Notre stratégie pour résoudre une telle difficulté fût de montrer qu'elle n'est pas, aux yeux de Wittgenstein, problématique. En effet, ce dernier n'emploie que très rarement la distinction des mathématiques pures et des mathématiques appliquées, et seulement pour la dénoncer. Cependant, cela n'implique pas que celui-ci exclue les premières de son analyse. Mais, bien plutôt, en raison de l'usage que nous faisons de nos règles mathématiques, il n'y a pas lieu de distinguer entre les règles appliquées et les règles pures. Celles-ci sont essentiellement des déterminations grammaticales qui fixent la manière dont nous pouvons appliquer nos concepts

mathématiques dans des jeux de langage. En ce sens, nous pouvons dire que les règles des mathématiques pures doivent être appliquées pour faire sens et que les règles des mathématiques appliquées sont pures, au sens où elles sont autonomes et inattaquables dans notre grammaire. Par conséquent, la conception des mathématiques par les jeux de langage conduit à relativiser une telle distinction et suggère, plutôt, de l'abandonner quand celle-ci est à l'origine d'illusions grammaticales. En effet, nous avons montré cela en considérant la manière dont Wittgenstein traite de l'argument de la diagonale de Cantor. La tâche du philosophe, de ce point de vue, n'est pas de réfuter les calculs du mathématicien, mais de montrer en quoi la prose qui entoure ceux-là nous trompe sur leur signification véritable. En conséquence, non seulement la conception des mathématiques par les jeux de langage est pertinente et, de plus, celle-ci a l'avantage de nous défaire des mécompréhensions grammaticales des théorèmes des mathématiques pures en montrant l'application de ceux-là. Une fois démontrée la justesse d'une telle interprétation, nous devons comprendre en quel sens les caractéristiques essentielles des mathématiques pouvaient être expliquées par les jeux de langage. La nécessité des mathématiques se caractérise, non pas par le fait que nos règles seraient fixées à l'avance et à l'infini, mais par l'usage que nous en faisons et qui est sur-déterminé, à chaque étape dans un jeu de langage.

Enfin, dans un dernier temps, nous avons considéré la dimension anthropologique des jeux de langage. D'une part, parce qu'une telle interprétation des mathématiques implique de concevoir celles-ci comme des pratiques essentiellement humaines, ayant lieu dans une communauté d'individus partageant un langage et des coutumes. D'autre part, notre réflexion sur la nécessité des mathématiques nous paraissait insatisfaisante: si la règle n'est pas, en elle-même, nécessaire, mais détermine les positions dans un jeu de langage mathématique, comment justifier que nous jouons tous aux mêmes jeux de langage ? Pour répondre à cette problématique, nous avons mis en avant la connexion étroite entre les concepts de « jeu de langage » et de « forme de vie ». Ainsi, nous ne pouvons pas rendre compte des jeux de langage à partir des règles seules. Ceux-là présupposent, d'une part, des conventions et des habitudes implicites et, d'autre part, un ensemble de conditions naturelles qui détermine la possibilité des mathématiques. Par conséquent, les mathématiques sont une pratique humaine ordinaire car seule leur application dans des jeux de langage humains détermine leur signification et, de plus, elles reposent sur des faits naturels extrêmement généraux, propres à notre forme de vie. La conception wittgensteinienne selon laquelle nous inventons et décidons de l'usage des règles n'implique pas un « paradoxe sceptique » comme le défend Kripke. Au contraire, un accord extrêmement profond entre les individus dans notre forme de vie, un accord irréfutable dans les actions, est une pré-condition nécessaire de l'usage de notre langage. En conclusion, nous avons montré que l'intérêt de Wittgenstein pour les mathématiques élémentaires dans sa philosophie se comprend ainsi : par celles-ci nous apprenons des faits extrêmement

généraux et ordinaires, mais qui sont d'une importance extraordinaire car nous nous accordons tous dessus, en tant qu'ils sont ce qu'il y a de plus profond dans notre forme de vie.

Bibliographie

BADIOU, Alain, 2009. *Wittgenstein's Antiphilosophy*. London : Verso.

BAKER, Gordon et HACKER, Peter, 1976. Critical Notice on Wittgenstein's Philosophical Grammar. *Mind*, vol. 85, n. 338. p269-294.

BAKER, Gordon et HACKER, Peter, 1984. *Skepticism, Rules and Language*. Oxford : Blackwell.

BAKER, Gordon et HACKER, Peter, 2005. *Understanding and Meaning*. Oxford : Blackwell.

BERNAYS, Paul, 1983. On Platonism in Mathematics. *Philosophy of Mathematics, selected readings*. Cambridge : Cambridge University Press. p258-271.

BOUVERESSE, Jacques, 1971. *La Parole Malheureuse. De l'Alchimie Linguistique à la Grammaire Philosophique*. Paris : Les Editions de Minuit.

BOUVERESSE, Jacques, 1987. *La force de la Règle. Wittgenstein et l'invention de la nécessité*. Paris : Les Editions de Minuit.

BOUVERESSE, Jacques, 1995. Le réel et son ombre : la théorie wittgensteinienne de la possibilité. *Wittgenstein : Mind and Language*. Berlin : Springer. p59-81.

CAVELL, Stanley, 1976. *Must we Mean what we Say*. Cambridge : Cambridge University Press.

CAVELL, Stanley, 1988. Declining decline : Wittgenstein as a philosopher of culture. *Inquiry: An Interdisciplinary Journal of Philosophy*, vol. 31, n. 3. p253-264.

CHAUVIRE, Christiane et LAUGIER, Sandra, 2006. *Lire les Recherches Philosophiques de Wittgenstein*. Paris : Vrin.

CHAUVIRE, Christiane, 2004. *Le moment anthropologique de Wittgenstein*. Paris : Kimé.

DIAMOND, Cora, 1995. *The Realistic Spirit*. Cambridge (Massachusetts) : MIT Press.

DUMMETT, Michael, 1978. *Truth and Other Enigmas*. Cambridge : Harvard University Press.

- FLOYD, Juliet, 2000. Wittgenstein, Mathematics and Philosophy. *The New Wittgenstein*. New-York: Routledge. p232-261.
- FLOYD, Juliet, 2012. Wittgenstein's Diagonal Argument : A Variation on Cantor and Turing. *Epistemology versus Ontology : Essays on the Philosophy and Foundations of Mathematics in Honour of Per Martin-Löf*. Berlin : Springer. p25-44.
- FOGELIN, Robert, 1987. *Wittgenstein, The Arguments of the Philosophers*. Londres : Routledge.
- HINTIKKA, Jaakko et HINTIKKA, Merrill, 1986. *Investigations sur Wittgenstein*. Liège : Mardaga.
- HINTIKKA, Jaako, 1977. Language-games. *Dialectica*, vol. 31, no. 3/4, p225-245.
- KLENK, V. H., 1976. *Wittgenstein's Philosophy of Mathematics*. The Hague : Martinus Nijhoff.
- KREISEL, Georg, 1958. Wittgenstein's remarks on the foundations of mathematics. *British Journal for the Philosophy of Science*, vol. 9, n. 34, p135-158.
- KRIPKE, Saul, 1996. *Règles et Langage Privé, Introduction au paradoxe de Wittgenstein*. Paris: Seuil.
- LAUGIER, Sandra, 2008. Règles, formes de vie et relativisme chez Wittgenstein. *Noesis*, n. 14, p41-80.
- LAUGIER, Sandra, 2009. *Le sens de l'usage*. Paris : Vrin.
- LORENZ, Kuno, 2010. *Logic, Language and Method- On Polarities in Human Experience*. Berlin: De Gruyter.
- MARION, Matthieu et OKADA Mitsuhiro, 2012. Wittgenstein et le lien entre la signification d'un énoncé mathématique et sa preuve. *Philosophiques*, vol. 39, n. 1. p101-124.
- MARION, Mathieu et OKADA, Mitsuhiro, 2012. La philosophie des mathématiques de Wittgenstein. *Lectures de Wittgenstein*. Paris : Ellipses. p79-104.
- MARION, Mathieu, 1998. *Wittgenstein, Finitism and the Foundations of Mathematics*. Oxford: Clarendon Press.

MARION, MATHIEU, 2011. Wittgenstein et la preuve mathématique comme vérificateur. *Philosophiques*, vol. 38, n.1, p137-156.

MCDOWELL, John, 1981. Non-cognitivism and rule-following. *Wittgenstein to follow a rule*. Londres : Routledge.

MONK, Ray, 1990. *Ludwig Wittgenstein: The Duty of Genius*. New York : The Free Press.

RODYCH, Victor, 2018. Wittgenstein's Philosophy of Mathematics. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. [Publié le 31 Janvier 2018, consulté le 9 Avril 2021]. URL : <https://plato.stanford.edu/archives/spr2018/entries/wittgenstein-mathematics/>.

RUSSELL, Bertrand et WHITEHEAD, Alfred, 1963. *Principia Mathematica, volume I*. Cambridge: Cambridge University Press.

SHANKER, Stuart, 1987. *Wittgenstein and the Turning-point in the Philosophy of Mathematics*. Albany : State University of New York Press.

WANG, Hao, 1984. Wittgenstein's and other mathematical philosophies. *The Monist*, vol. 67, n. 1, p. 18-28.

WIGGINS, David, 2001. *Sameness and Substances Renewed*. Cambridge : Cambridge University Press.

WITTGENSTEIN, Ludwig, 1960. *On certainty*. Oxford : Blackwell.

WITTGENSTEIN, Ludwig, 1976. *Wittgenstein's Lectures on the Foundations of Mathematics. Cambridge 1939*. Chicago : The University of Chicago Press.

WITTGENSTEIN, Ludwig, 1978. *Remarks on the Foundations of Mathematics*. Cambridge : MIT Press.

WITTGENSTEIN, Ludwig, 1979. *Wittgenstein and the Vienna circle*. Oxford : Blackwell.

WITTGENSTEIN, Ludwig, 1980. *Grammaire Philosophique*. Paris : Gallimard.

WITTGENSTEIN, Ludwig, 1982. *Last Writings on the Philosophy of Psychology*. Oxford: Blackwell.

- WITTGENSTEIN, Ludwig, 1984. *Remarques Philosophiques*. Paris : Gallimard.
- WITTGENSTEIN, Ludwig, 1992. *Tractatus Logico-Philosophicus*. Paris : Gallimard.
- WITTGENSTEIN, Ludwig, 1997. *Carnets 1914-1916*. Paris : Gallimard.
- WITTGENSTEIN, Ludwig, 1998. *Culture and Value*. Oxford : Blackwell.
- WITTGENSTEIN, Ludwig, 2001. *Wittgenstein's Lectures, Cambridge 1932-1935*. New-York: Prometheus Books
- WITTGENSTEIN, Ludwig, 2004. *Le Cahier Bleu et le Cahier Brun*. Paris : Gallimard.
- WITTGENSTEIN, Ludwig, 2005. *The Big Typescript: TS 213*. Oxford : Blackwell.
- WITTGENSTEIN, Ludwig, 2008. *Fiches*. Paris : Gallimard.
- WITTGENSTEIN, Ludwig, 2014. *Recherches Philosophiques*. Paris : Gallimard.
-
- WRIGHT, Crispin, 1980. *Wittgenstein on the Foundation of Mathematics*. Londres : Gerald Duckworth & Co Ltd.
- WRIGHT, Crispin, 1990. Wittgenstein on the Mathematical Proof. *Royal Institute of Philosophy Supplement*, n.28, p. 79-99.