



HAL
open science

Enseignement des nombres décimaux en CM1 : l'impact d'un rituel centré sur le principe décimal

Caroline Beylot

► **To cite this version:**

Caroline Beylot. Enseignement des nombres décimaux en CM1 : l'impact d'un rituel centré sur le principe décimal. Education. 2021. dumas-03597118

HAL Id: dumas-03597118

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-03597118v1>

Submitted on 4 Mar 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Année universitaire 2020-2021

Master Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation

Mention Premier degré

Enseignement des nombres décimaux en CM1 : l'impact d'un rituel centré sur le principe décimal

Présenté par Caroline Beylot

Première partie rédigée en collaboration avec Barbara Teyton

Mémoire de M2 encadré par Sophie Térouanne

Sommaire

Introduction	1
1. Etat de l'art	2
1.1 Aspects et principes de la numération	2
1.1.1. Numération orale et numération écrite	2
1.1.2. Construction d'un concept : le principe décimal et le principe positionnel	3
1.2. Les nombres décimaux en cycle 3	4
1.2.1. Historique : les nombres décimaux dans les programmes	4
1.2.2. Obstacles et difficultés d'apprentissage dans l'enseignement des nombres décimaux	4
1.2.3. De l'acquis des écritures fractionnaires vers l'écriture décimale du nombre	6
1.3. Les dispositifs pour l'enseignement des fractions et des nombres décimaux	7
1.3.1. Les dispositifs dans l'apprentissage des fractions et décimaux	7
1.3.2. Le Chiffroscope	9
1.3.3. Un dispositif particulier : le rituel	11
2. Problématique	12
3. Méthode	13
3.1. La mise en place d'un protocole de recherche expérimentale	13
3.1.1. Description de la classe	13
3.1.2. Méthodologie générale	14
3.2. Mise en œuvre du protocole	14
3.2.1. Compétences travaillées	15
3.2.2. Variables didactiques et progressions choisies	15
3.2.3. Test a priori et a posteriori	16
3.3. Fonctionnement du rituel	18
3.3.1. Phase collective	19
3.3.2. Phase individuelle	19
3.3.3. Difficultés attendues, rencontrées et adaptations mises en place	20
4. Résultats	21
4.1. Evolution globale entre le pré-test et le post-test	21
4.1.1. Une expérience globalement positive pour les apprentissages	21
4.1.2. Une confiance favorisée notamment par le rituel	22
4.2. Résultats détaillés selon le type de tâche proposée	24
4.2.1. Effectuer des conversions d'une unité de numération à une autre	25
4.2.2. Recomposer des nombres décimaux puis les additionner	25
4.2.3. Décomposer les nombres décimaux	27
4.2.4. Identifier un ordre de grandeur	27
4.2.5. Différentes représentations du nombre, entre écriture fractionnaire et écriture décimale	28
4.2.6. Comparer des nombres décimaux	30
4.3. Analyse qualitative	31
4.3.1. Attrait pour le rituel et engagement dans la tâche	31
4.3.2. Progrès observés au fil des séances	32
5. Discussion	33
5.1. Recontextualisation	33
5.2. Mise en lien avec les lectures antérieures	33
5.3. Limites et perspectives	35
6. Conclusion	36
Bibliographie	37

Introduction

Ce travail s'inscrit dans le cadre de la deuxième année de Master MEEF, organisée en une alternance entre stage en responsabilité dans une classe et validation de l'année universitaire. En tant que professeur stagiaire dans une école de 14 classes, j'ai pu constater les efforts de l'équipe enseignante pour dépasser les obstacles cognitifs rencontrés par les élèves.

Au cours de mes deux jours hebdomadaires d'enseignement en responsabilité, j'ai notamment pris en charge l'enseignement de la numération. Dès le début de l'année, de nombreux et nombreuses élèves s'estimaient déjà, en début de cycle 3, « être nuls » dans cette discipline, sentiment qui a en partie été renforcé par les mesures de confinement de l'année précédente, avec la fermeture des écoles. L'enjeu principal de l'année de CM1 en numération est la découverte des nouveaux nombres que sont les fractions puis les nombres décimaux. Ces nouveaux nombres et leurs caractéristiques viennent bouleverser certaines conceptions des élèves, construites jusqu'ici avec les nombres entiers ainsi que leurs perceptions et habitudes sociales. Mon objectif était donc de donner du sens à ces apprentissages tout en renforçant ceux des cycles précédents et en réassurant la confiance des élèves, notamment grâce à la mise en place de rituels ciblant des savoirs et savoir-faire spécifiques.

Ce mémoire apportera donc une contribution à la recherche sur l'enseignement des nombres décimaux, avec l'exemple particulier d'un rituel centré sur le principe décimal de la numération positionnelle. Un bilan de l'état actuel de la recherche, puis une présentation du protocole mis en œuvre préciseront les enjeux de cette expérimentation, puis une analyse des résultats ainsi que de cette démarche sera proposée.

1. Etat de l'art

1.1 Aspects et principes de la numération

1.1.1. Numération orale et numération écrite

L'apprentissage du nombre commence dès les premières années du cycle 1. Cet apprentissage, long, va se poursuivre durant toutes les années de scolarisation de l'élève. Dans une conférence, Éric Mounier (Mounier, 2018) insiste sur l'existence de numérations au pluriel. En effet, il met en garde les enseignants sur l'importance de construire la numération orale et la numération écrite chiffrée au travers d'activités propres et en proposant aux élèves des aller-retours fréquents entre l'une et l'autre. Elles doivent être toutes deux objets d'apprentissage même si elles désignent une même réalité, car elles ont des significations différentes pour le nombre. Durant le cycle 1, la numération orale seulement est mise en œuvre. Si les élèves commencent à écrire des nombres, ils ne s'appuient pas encore sur l'étude algorithmique (les règles) de l'écriture chiffrée. Le cycle 2 devra permettre aux élèves de dépasser la numération orale, prépondérante dans les années de maternelle.

Dans une conférence, Frédéric Tempier (Tempier, 2015b) met en avant les travaux de Mounier en 2010 sur la numération orale et en résume les trois interprétations :

- La connaissance d'une suite de mots, comparable à la connaissance de l'alphabet, dans laquelle l'élève va petit à petit prendre certains mots comme repères (dix, vingt, trente...)
- Vient ensuite une interprétation additive grâce à laquelle l'élève pourra annoncer par exemple que 42, c'est quarante et deux.
- Enfin, l'interprétation multiplicative, pouvant être résumée par « 42, c'est 4 paquets de 10 et encore 2 unités ». Cette interprétation est la seule, selon Mounier, permettant de comprendre la signification de l'écriture chiffrée.

Le lien constant qui doit être fait entre la numération orale et la numération écrite chiffrée va permettre de dépasser les difficultés de l'oral et ainsi percevoir que « quarante » c'est bien « 4 paquets de 10 ». En effet, dans sa conférence de 2018, É. Mounier précise, vis-à-vis de la numération écrite, que l'enjeu pour l'élève n'est pas seulement de savoir décoder le message oral mais d'être capable de chiffrer une quantité. Ce n'est pas tant la compétence d'une dictée de nombres qui est recherchée, mais de pouvoir transcrire que 5 paquets de 10 et encore 3 unités font 53. L'élève doit pouvoir être capable de réaliser cette tâche sans obligatoirement connaître

le mot-nombre « 53 ». Cette mise en évidence de l'importance de la construction d'une signification de l'écriture chiffrée met en place les premières fondations de l'enseignement du principe décimal de la numération.

1.1.2. Construction d'un concept : le principe décimal et le principe positionnel

Notre système de numération est dit décimal et positionnel, en référence aux deux principes sur lesquels s'appuie son écriture. Le principe décimal est celui selon lequel une unité d'un certain ordre (dizaines, centaines...) est dix fois supérieure à l'unité de l'ordre immédiatement inférieur ; par exemple, une centaine correspond à dix dizaines. À cela s'ajoute le principe de position, qui définit pour les nombres entiers la relation entre le rang dans l'écriture chiffrée et les unités : les unités s'écrivent au premier rang à droite, les dizaines au deuxième rang, les centaines au troisième rang (Tempier, 2015a). Les deux principes de la numération sont présents dans le programme du cycle 2 (MENESR, 2020). En effet, dans l'étude des nombres, l'attendu de fin de cycle « Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers » (MENESR, 2020 : 59) précise la compétence « Utiliser des écritures en unités de numération (5d 6u, 4d 16u ou 6u 5d pour 56) ». Les deux principes sont alors cités, les élèves devant pouvoir écrire des nombres en citant « les unités de numération et leurs relations (principe décimale de la numération en chiffre) » ainsi que « la valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un nombre (principe de position) ».

Les nouveaux programmes de 2020 mettent très clairement en avant la nécessité de mettre en relation les unités de numération. Tempier (2015a, p. 5) montrait qu'en 2008 ces liens étaient déjà présents malgré une absence de tâche de conversion (3 centaines = ... dizaines) dans les programmes comme dans les manuels. Les types de tâches proposés ciblent principalement le principe positionnel de la numération (combien de dizaines y a-t-il dans 532 ?), ce qui ne rend pas compte de la maîtrise du principe décimal. En effet, la compréhension des relations entre unités de numération est primordiale pour la compréhension du nombre et de certaines tâches de calcul. Par exemple, la multiplication par une puissance de 10 ne doit pas être amenée comme l'ajout de 0 mais un changement d'unité occasionné par une transformation du nombre.

Les mêmes principes positionnel et décimal s'appliquent sur les nombres décimaux, même s'il s'agit de subdivisions plutôt que de groupements. C'est pour cela que l'enseignement des décimaux doit être en lien avec celui des entiers (Chambris, 2017). Il est primordial d'être attentif aux élèves nommés « experts-apparents » par Chesné & Ficher (2015) d'après Chambris (2017). Leur réussite est généralement due à l'application de techniques sans y

appliquer de sens. Ce manque de sens dans leur opérationnalisation sera très probablement source de difficultés pour la compréhension et la manipulation des nombres décimaux.

1.2. Les nombres décimaux en cycle 3

1.2.1. Historique : les nombres décimaux dans les programmes

La place des nombres décimaux a évolué au fil des différents programmes scolaires. Ainsi, comme l'a montré Jeanne Bolon (1992), leur usage a été inscrit dans les programmes scolaires après la Révolution française et jusqu'en 1977 ; ils étaient alors associés à la mesure métrique des grandeurs. Les nombres décimaux et les fractions étaient ainsi présentés dans les programmes de 1882 comme un moyen de répondre à des besoins concrets, principalement la mesure à base 10 répondant au système métrique devenu officiel (MENESR, 2012). La pertinence de cette association a été questionnée, car elle pouvait favoriser des erreurs de conception des décimaux (vus comme deux entiers séparés par une virgule) (Bolon, 1992). De ce fait, il est possible de trouver des erreurs de type $1,38 < 1,275$, cette erreur apparaissant logique puisque les élèves pensent travailler avec des nombres entiers.

Par la suite, dans les années 1975-80, les chercheurs en didactique des mathématiques ont voulu déterminer s'il était plus pertinent d'enseigner les décimaux à partir des fractions. Ces premières préoccupations didactiques sont apparues dans les programmes de 1980, avec le lien aux situations problèmes et la suggestion d'enseigner les fractions avant d'introduire les nombres décimaux (Chambris, 2017). Le débat a été tranché dans les programmes de 1991, puisque les décimaux y étaient introduits dès le cours moyen alors que les fractions étaient enseignées à partir de la classe de 6ème. Actuellement, l'ordre d'enseignement est désormais clairement identifié. On lit dans les programmes de cycle 3 de 2020 (MENESR, 2020 : 92) que « les fractions puis les nombres décimaux apparaissent comme de nouveaux nombres introduits pour pallier l'insuffisance des entiers ».

1.2.2. Obstacles et difficultés d'apprentissage dans l'enseignement des nombres décimaux

L'introduction des fractions dès le début du cycle 3 va amener les élèves à prendre conscience du besoin de nouveaux nombres. Ceux-ci vont venir bousculer de nombreuses conceptions acquises par les élèves depuis le début de leur scolarité et peuvent entraîner chez certains élèves, « experts-apparents » sur les nombres entiers, l'apparition de difficultés avec les fractions puis avec les nombres décimaux.

Tout d'abord, il semble difficile pour les élèves d'appréhender l'infinité de représentations fractionnaires d'un même nombre. Ainsi, comprendre que $\frac{12}{10} = \frac{120}{100}$ ou encore $\frac{6}{5}$ n'est pas aisé pour les élèves, tout comme le fait que l'écriture à virgule ne désigne qu'un seul nombre égal à cette infinité de fractions soit 1,2 dans notre exemple. De ce fait, il est complexe de passer d'une écriture fractionnaire à une écriture à virgule ou inversement (MENESR, 2012).

Dans le cas des nombres décimaux, les obstacles pour les élèves résultent de la rupture avec certains faits qui concernaient les nombres entiers mais ne sont plus applicables.

En effet, l'oralisation des nombres écrits avec une virgule ne facilite pas la compréhension des élèves (MENESR, 2012) : on entend couramment 3,24 oralisé comme « trois virgule vingt-quatre » ce qui va conforter la conception que le nombre écrit avec une virgule est la juxtaposition de deux nombres entiers. Cette erreur de conception a également un impact sur les calculs ou la comparaison des nombres décimaux. Il est donc nécessaire de mettre en avant le fractionnement de l'unité soit « trois unités et deux dixièmes et quatre centièmes » en réinvestissant les points d'appuis de la numération orale.

Cependant, les unités de numération décimale ont des sonorités proches de celles déjà connues des élèves. Si cela s'explique par l'origine fractionnaire et l'ajout du suffixe -ième, les confusions peuvent être nombreuses et sources d'erreurs. Il faudra que le sens des dixièmes soit compris par les élèves comme le fractionnement d'une unité en dix parts égales.

Depuis le début de leur scolarité, les élèves ont mis en place des procédures afin de résoudre des tâches sur les nombres entiers. Cependant, elles sont parfois automatisées et non liées à une compréhension des mécanismes mathématiques sous-jacents. De ce fait, les élèves tentent d'appliquer ces mêmes principes aux nombres décimaux. Prenons par exemple les tâches de comparaison, régulièrement sources d'erreurs. Avec des nombres entiers, il est possible de comparer en considérant uniquement le nombre de chiffres : $125\ 362 > 12$. Cette procédure-élève ne peut pas être utilisée avec les nombres décimaux : $1,25362 < 12$. Encore, s'ils conceptualisent l'écriture à virgule d'un nombre décimal comme représentant deux entiers séparés par une virgule, des réponses erronées de type $3,57 > 3,7$ car $57 > 7$ peuvent apparaître.

Dans l'approche du concept de nombre décimal, il est donc nécessaire d'envisager une progression prenant en compte les nombres entiers et les fractions (Chambris, 2017) pour une compréhension du nombre dans sa globalité. Les relations entre les différentes unités de numération doivent être explicités ainsi que le rôle de la virgule.

1.2.3. De l'acquis des écritures fractionnaires vers l'écriture décimale du nombre

Les choix didactiques, prescrits par les programmes officiels, s'expliquent principalement par l'appui nécessaire sur différentes représentations pour l'enseignement des nombres décimaux et des fractions. Tout d'abord, ces nouveaux nombres sont désignés à l'oral et à l'écrit, selon des conventions précises, appelées registres sémiotiques (Coulange & Train, 2018) : symbolique comme $1/100$; discursif avec les unités de numération ; mixte ; matériel ou iconique. L'instauration et la mise en relation fréquente de ces différents registres permettent de construire une conceptualisation plus complète d'un même nombre.

L'objectif principal de la progression recommandée par les programmes est de permettre aux élèves de concevoir les écritures fractionnaire et décimale comme deux représentations d'un nouveau nombre, qui n'est pas un nombre entier et auquel il faut donner du sens.

D'abord, avec l'enseignement des fractions, puis des fractions décimales, les élèves doivent comprendre et concevoir que l'unité peut être fractionnée en parties égales. Cette compréhension permet d'introduire le principe décimal positionnel du nombre à virgule (MENESR, 2012). La compréhension doit passer par plusieurs modalités d'apprentissage : manipulations, oralisation, utilisation d'un tableau de numération. La tâche de positionnement d'une fraction décimale sur une demi-droite graduée, associée à la décomposition des fractions en une partie entière et une partie fractionnaire inférieure à 1 participe à la bonne conceptualisation des fractions comme des nouveaux nombres, mais des nombres à part entière (Chambris, 2017). Les manipulations avec des bandes-unités ou des demi-droites graduées permettent également de donner du sens et créer du lien avec le principe décimal et positionnel : les dixièmes apparaissent visuellement et matériellement comme une subdivision par 10 de l'unité, par symétrie avec les dizaines qui sont un multiple de l'unité entière. En outre, le rôle de l'oralisation des unités de numération (Tempier, 2015a) permet aussi de donner du sens au passage des fractions décimales aux nombres décimaux à virgule : $\frac{2}{10}$ prononcés « deux dixièmes » crée un lien avec l'oralisation de 1,2 « une unité et deux dixièmes ». Cette mise en valeur du registre discursif, associée à des repères dans un tableau de numération, induit une meilleure compréhension de la continuité de la numération décimale et positionnelle avec les nombres entiers : chaque chiffre, selon son rang, acquiert une valeur particulière, dans un rapport de 10 entre chaque unité de numération.

Toutes ces tâches peuvent être conduites grâce à différents dispositifs en classe.

1.3. Les dispositifs pour l'enseignement des fractions et des nombres décimaux

1.3.1. Les dispositifs dans l'apprentissage des fractions et décimaux

1.3.1.1. Intérêts et objectifs

Dès l'introduction des fractions puis des nombres décimaux, il s'agit de présenter des situations concrètes lors desquelles les élèves seront mis devant le besoin de partager une unité. Le guide « Le nombre au cycle 3 » (MENESR, 2012) propose des manipulations avant les représentations chiffrées dans l'étude des fractions usuelles. Celles-ci pourront être reprises lors de l'introduction des fractions décimales et le partage de l'unité en dixièmes et centièmes. Pouvoir s'appuyer sur une situation de référence commune permet aux élèves de mettre plus facilement du sens derrière le concept.

Le deuxième pilier de l'apprentissage décrit par Stanislas Dehaene (Dehaene, 2018) est l'engagement actif. En proposant des manipulations, l'enseignant va induire une activité chez ses élèves qui s'engagent plus facilement dans la tâche. Cette mise en avant de la manipulation a déjà été évoquée en 1973 dans les travaux de psychologues comme Bruner. Les neurosciences viennent confirmer ces observations. La manipulation n'est pas suffisante pour arriver à la mise en place d'un concept, mais elle représente une étape. Ainsi, selon Bruner (d'après Anne et al., 2018), le savoir pourrait être représenté selon trois modes :

- Le mode énatif, où la manipulation est au cœur de l'apprentissage.
- Le mode iconique, où l'élève est capable de produire une image mentale sans manipulation ni matériel sous les yeux.
- Le mode symbolique, demandant à l'élève une représentation abstraite et symbolique du concept (l'écriture à virgule d'un nombre décimal par exemple).

L'objectif de la manipulation est donc d'engager les élèves dans l'apprentissage et de mettre du sens sur un concept, en s'appuyant sur divers matériaux afin de mettre en avant plusieurs variables didactiques.

1.3.1.2. Quelques exemples de dispositifs

Selon le nombre au cycle 3 (MENESR, 2012 : 86), « une variété d'approches s'appuyant sur des formes et des grandeurs différentes (bandes, segments, aires de figures carrées ou rectangulaires ou de disques) permet de dégager progressivement le concept ». L'importance de la manipulation est mise en avant tout en insistant sur le besoin de varier ses formes. De

nombreux jeux et matériaux sont à disposition des enseignants pour l'enseignement des fractions et décimaux. Nous allons ici en décrire trois plus précisément.

	Avantages	Inconvénients
Les bandes de papier	<p>Pliables : représenter facilement le fractionnement de l'unité</p> <p>Comparaison et mesure d'objets du quotidien pour mettre en avant le besoin de nombres autres que les entiers.</p> <p>Possibilité de dépasser l'unité.</p>	<p>Ne donne pas à la fraction un statut de nombre.</p>
Réglottes cuisinaires	<p>Variation possible de l'unité.</p> <p>La valeur d'une fraction est dépendante d'une unité donnée.</p> <p>Représentations différentes des bandes pliées, le matériel étant rigide.</p> <p>Possibilité de mettre en avant des égalités de fraction.</p>	<p>Ne donne pas à la fraction un statut de nombre.</p> <p>Si le matériel est déjà utilisé avec les élèves pour des calculs, difficultés à mettre un nouveau sens.</p>
La course aux dixièmes (https://pedagogie-nord.ac-lille.fr/spip.php?article243)	<p>Matérialiser concrètement ce qu'est un dixième ou un centième par rapport à l'unité (<u>Annexe 1</u>).</p> <p>Lien possible avec une droite graduée : laisser un statut de nombre.</p> <p>Conversion entre unités de numération $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ pour le placement sur la droite.</p> <p>Manipulation de ces différentes unités et différentes représentations possibles selon le niveau des élèves.</p>	<p>Beaucoup de matériel (dés pour chaque groupe, bandes à découper)</p> <p>Chronophage</p>

Ces jeux de manipulation sont principalement axés sur la compréhension de la fraction. Lors de l'introduction de la fraction décimale puis de l'écriture chiffrée du nombre décimal, la

question de la relation entre les unités de numération et leur codage par l'écriture décimale va entrer en jeu. Ainsi, proposer une activité ritualisée peut être envisagée afin de consolider les notions et d'amener progressivement les élèves vers l'abstraction du concept.

1.3.2. Le Chiffroscope

1.3.2.1. Présentation du jeu

Le Chiffroscope est un jeu mathématique développé par un collectif d'enseignants et de chercheurs, grâce à l'union du projet OCINAE (Objets Connectés et Interfaces Numériques pour l'Apprentissage à l'École Élémentaire) et de l'Institut Français de l'Éducation (IFÉ). Un blog (<https://chiffroscope.blogs.laclassse.com/>) rassemble et met à disposition l'ensemble des ressources nécessaires aux enseignants pour adapter le jeu en classe.

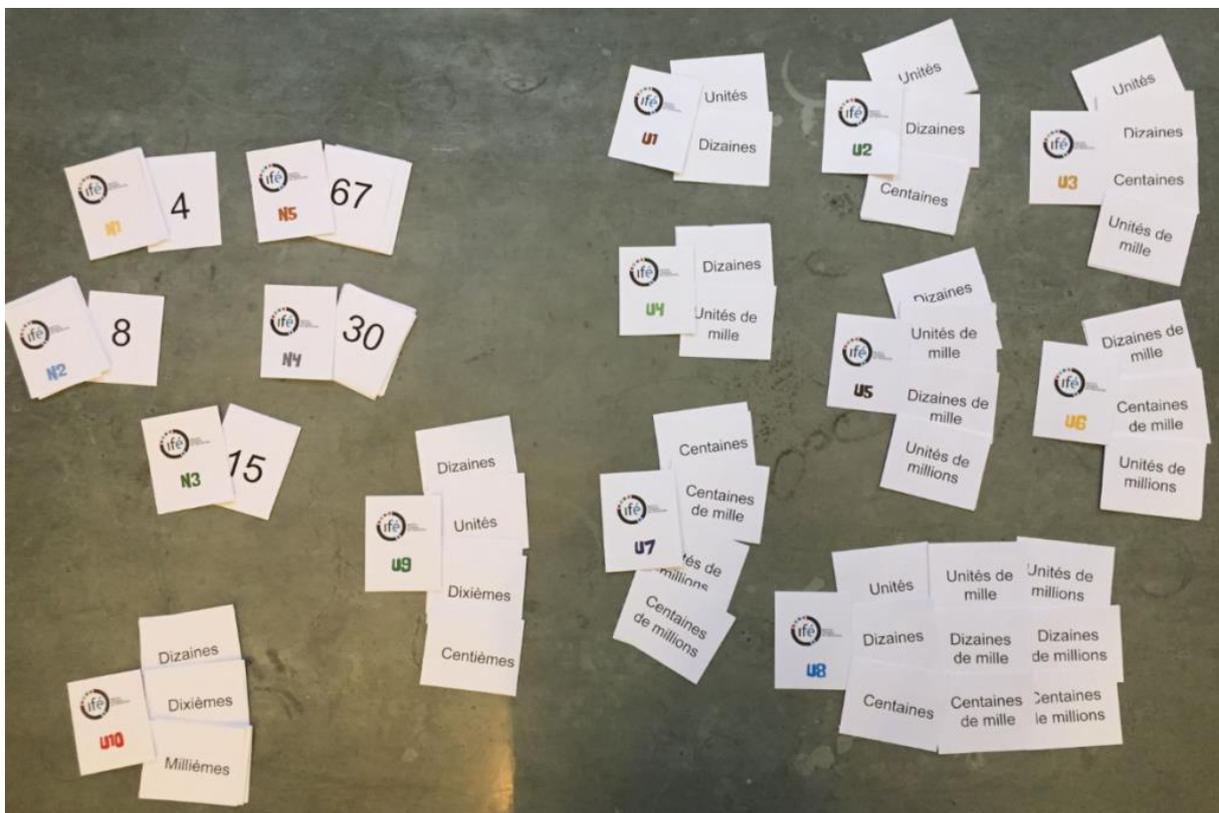


Fig. 1 : Cartes pour jouer disponible en téléchargement sur le blog du Chiffroscope.

Il permet un travail sur la numération positionnelle et décimale, selon des variables didactiques choisies par l'enseignant. Il a été montré dans la première partie la nécessité de travailler avec les élèves sur l'aspect décimal et positionnel du nombre tant avec les nombres entiers qu'avec les nombres décimaux. C'est pourquoi ce jeu a rapidement paru pertinent au regard de notre problématique.

Il s'agit pour les élèves de trouver un « nombre mystère » à partir de cartes « nombre » dépendantes d'autres cartes « unités de numération ».

Les élèves jouent en binôme de façon collaborative. Chaque binôme dispose d'une enveloppe contenant des cartes « unité de numération » et des cartes « nombre », ainsi qu'un tableau de numération vierge, à construire et compléter (Fig. 1 et 2). Les cartes sont choisies par l'enseignant en fonction de la notion travaillée et de la difficulté souhaitée pour le binôme.

L'élève A pioche une carte « unité de numération » et la place dans le tableau. L'élève B pioche une carte « nombre » et la place dans la colonne correspondante. L'élève A pioche à nouveau une carte « unité de numération » et doit alors la placer correctement par rapport à la carte précédente. L'élève B pioche une carte « nombre » et ainsi de suite jusqu'au nombre de cartes indiqué par l'enseignant. Les élèves doivent communiquer lors du placement des cartes pour se mettre d'accord. Si la même unité de numération est piochée plusieurs fois, les cartes « nombre » associées sont placées dans cette même colonne.



	Dizaines	Dixièmes	Centièmes
	15	4	6
	20	9	

Fig. 2 : Exemple de tirage issu d'un « arrêt sur image » proposé par le blog du Chiffroscope

Ici, les élèves ont tiré cinq fois successives puisque cinq nombres apparaissent. Les cartes « dizaines » et « dixièmes » ont été tirées deux fois, mais aucune carte « unités » n'apparaît (cela peut-être un choix de l'enseignant ou le hasard du tirage). Ici, les élèves ont conscience qu'un « rang » sépare les dizaines et les dixièmes et ont correctement placé chaque unité de numération dans le tableau. La deuxième phase du jeu consiste à recomposer le nombre selon l'écriture décimale conventionnelle. Ici, il faudra notamment additionner 4 et 9 dixièmes. Avec les 13 dixièmes obtenus, les élèves devront convertir 10 dixièmes en 1 unité et noter qu'il reste 3 dixièmes. Ainsi, ils obtiendront le nombre mystère 351,36.

Pour permettre une différenciation entre les binômes, plusieurs axes sont possibles :

- Le nombre de tirages : plus il est grand, plus la difficulté augmente.
- Les cartes « unité de numération » : le nombre d'unités de numération présentes et leur succession dans le tableau.
- Les cartes « nombre » : s'il y a beaucoup de nombres à deux chiffres, il y aura probablement plus de calculs et conversions à réaliser et donc une tâche plus difficile pour les élèves

Cette phase de jeu en binôme a été proposée à nos élèves pour les 3 premières séances afin de leur permettre de manipuler les cartes et le tableau de numération, de s'approprier les règles et d'avoir une référence commune pour la mise en place de la pratique ritualisée.

1.3.2.2. Aspects mathématiques travaillés

Le Chiffroscope (<https://chiffroscope.blogs.laclass.com/>) permet de travailler différents aspects mathématiques. Nous avons déjà vu son rôle dans la numération décimale de position, mais il permet aussi de travailler la décomposition des nombres en unités de numération, le lien entre ces unités ainsi que les conversions nécessaires à réaliser afin de pouvoir écrire un nombre sous la forme conventionnelle.

Les élèves doivent travailler sur le tableau de numération, savoir le construire, l'ordonner et donc être capable de le représenter mentalement. Il en est de même pour le besoin de comprendre le rôle du 0 dans le nombre : dans quel cas il est utile et obligatoire ou non nécessaire, c'est-à-dire avant ou après le nombre. Enfin, un travail sur de l'encadrement et des ordres de grandeurs pourrait être proposé mais celui-ci a peu été travaillé lors de nos séances.

Le Chiffroscope ne propose pas de manipulation pour mettre du sens, il ne prend pas en charge l'explicitation de ce que sont un dixième, un centième, un millième. Si cela nécessite d'avoir introduit les unités de numération décimale en amont, ce rituel permet à l'élève une abstraction du concept et la compréhension de l'écriture symbolique du nombre.

1.3.3. Un dispositif particulier : le rituel

Dans son ouvrage Première école, premiers enjeux, Anne-Marie Gioux (Gioux, 2008) définit un rituel comme « un mode d'organisation régulier lié à une intention de l'ordre de l'éducation, de l'apprentissage ou de l'enseignement en milieu scolaire et qui est de l'ordre du collectif. » Il est possible de dégager de cette première définition trois aspects nécessaires pour un rituel : la régularité, la collectivité et l'intention d'un apprentissage scolaire.

La mise en place de façon régulière et répétitive d'un apprentissage amène les élèves à « effacer progressivement les souvenirs spécifiques pour ne garder que le concept ou la connaissance » (Eustache & Guillery-Girard, 2016). De plus, l'aspect répétitif semble indispensable pour permettre d'automatiser les procédures ou concepts travaillés (Dehaene, 2018). En effet, il serait plus pertinent pour la mémoire à long terme de proposer des apprentissages réguliers sur des temps courts plutôt qu'un bloc conséquent mis en œuvre plus ponctuellement.

Bandura décrit l'auto-détermination comme la perception de compétences nécessaires pour s'engager dans une tâche. Cela a été adapté au contexte scolaire par Deci et Ryan. Ainsi, face à un rituel, les élèves seront face à une activité connue avec une forte perception de compétence et donc une motivation plus importante pour se lancer dans la tâche (Lieury & Fenouillet, 2013). Les élèves seront donc amenés à produire plus facilement une réponse et oser se tromper avec la perspective de pouvoir essayer à nouveau. Cela s'inscrit également dans l'optique d'une consolidation des acquis, quatrième pilier de l'apprentissage selon S. Dehaene.

La mise en place d'un rituel va également répondre au troisième pilier qui met en avant la nécessité d'un retour d'information rapide sur la production de l'élève. Un rituel étant par nature une activité courte, le *feedback* sera présent et efficace.

2. Problématique

Dans cet état de l'art, nous avons pu voir l'intérêt de travailler avec les élèves sur tous les aspects du nombre. Dès le cycle 1, il est important de souligner que la numération orale comme la numération écrite chiffrée doivent être maîtrisées par les élèves. Au cycle 2, cela continue avec l'apparition de la dizaine puis la centaine, mettant ainsi en jeu les principes positionnel et décimal de la numération. Au cycle 3, de nouveaux nombres sont abordés : les fractions puis les nombres décimaux. Leur enseignement marque certaines ruptures avec celui des nombres entiers entraînant des difficultés de conceptualisation pour les élèves. De nombreux dispositifs sont mis en œuvre en classe pour aider à la compréhension des fractions usuelles puis décimales, permettant l'introduction des nombres décimaux. Par son aspect répétitif, collectif et rassurant pour les élèves, le rituel peut être un choix pédagogique et didactique dans l'enseignement des nombres décimaux. Ciblant un objectif particulier et s'appuyant sur certains types de tâches, le rituel semble avoir un impact sur des aspects définis de l'apprentissage.

Ainsi, nous nous demandons : comment un rituel permettant de travailler l'aspect décimal du nombre peut-il équilibrer l'enseignement des nombres décimaux, généralement trop centré sur

l'aspect positionnel de la numération ? Comment cela peut-il aider les élèves à mieux appréhender les nombres décimaux et leur écriture à virgule ?

Nous faisons l'hypothèse que la mise en place d'un rituel mettant en jeu l'amélioration de compétences sur la numération décimale (conversions, manipulation des unités de numération, écriture d'un nombre selon plusieurs représentations) va permettre une meilleure compréhension des nombres décimaux. Nous pensons qu'un transfert de ces compétences sera possible et amènera les élèves à une plus grande réussite sur des tâches différentes, non ciblées par le rituel (comparaisons de nombres décimaux, calcul en ligne, ordre de grandeur). Nous supposons également que les élèves vont acquérir une meilleure maîtrise des unités de numération et des liens qu'elles entretiennent.

3. Méthode

3.1. La mise en place d'un protocole de recherche expérimentale

3.1.1. Description de la classe

Le protocole expérimental a été mis en place avec les 27 élèves d'une classe de CM1. Cette classe compte deux élèves à besoins éducatifs particuliers, pour qui une remédiation particulière avec l'AESH a été prévue. De plus, une grande hétérogénéité est présente dans cette classe depuis le début du cycle 2, selon l'équipe enseignante. Ces différences se sont accentuées lors du confinement et la fermeture des écoles consécutivement à la crise sanitaire au printemps 2020, particulièrement en mathématiques selon mes collègues, ce qui a été confirmé par les évaluations diagnostiques en septembre.

Ainsi, en début de cette première année du cycle 3, de nombreux élèves ont eu besoin de revoir certaines connaissances et compétences liées aux nombres entiers (principe décimal et positionnel, différentes classes d'unités de numération), mais aussi la réalisation de tâches peu séquencées, mettant en œuvre plusieurs informations et nécessitant la combinaison de plusieurs procédures. De ce fait, l'introduction des nouveaux nombres que sont les fractions a été effectuée par la suite, en fin de période 2. Ces premières manipulations ont été menées au plus tôt pour permettre une progression et un tout au long de l'année. Des modalités de différenciation ont été mises en place pour répondre aux besoins de chaque élève et permettre à tous de progresser.

Le rituel proposé consiste en un entraînement mais ne permet pas de donner du sens au nombre décimal et aux liens entre les unités de numération ; une autre situation de référence a donc été proposée, afin de matérialiser les subdivisions de l'unité selon une base dix. Nous avons choisi pour cela quelques séances de la course aux dixièmes (Annexe 1), dont l'intérêt principal est d'accompagner, par le jeu, une bonne conception des regroupements et d'instaurer une compréhension visuelle des liens entre unité, dixièmes et centièmes. L'association avec un travail collectif réunissant plusieurs bandes unités et la transposition en une demi-droite graduée a participé à la considération des fractions comme un nombre à part entière, à la possibilité de dépasser l'unité, mais a aussi été l'occasion d'introduire une nouvelle représentation du nombre décimal avec l'écriture à virgule.

3.1.2. Méthodologie générale

Notre expérimentation a pris la forme d'un rituel issu du jeu « Le Chiffroscope », mis en place sur 8 séances (Annexe 1). Le thème avancé par le rituel porte sur l'aspect décimal de la numération en proposant aux élèves un travail d'appropriation des unités de numérations et conversions afin de trouver un nombre mystère.

Cette démarche expérimentale issue de la didactique des mathématiques prévoit un test a priori de l'expérimentation puis a posteriori (Annexe 2). Ces tests ont pour objectif d'évaluer et mesurer l'impact du rituel sur certaines tâches dans l'apprentissage des nombres décimaux. Celles-ci ont été travaillées directement ou non lors des séances, dans le but de vérifier si les entraînements du rituel ont engendré un transfert de compétences. Les tests ont ainsi été conçus en fonction des compétences et connaissances ciblées par le rituel, en laissant aussi une place à des exercices pour lesquels les compétences ne semblent pas liées.

3.2. Mise en œuvre du protocole

Le jeu du Chiffroscope est un rituel qui correspondait à nos objectifs, mais il a fallu modifier certains paramètres afin de l'adapter pour proposer un rituel dans notre classe. Ainsi, nous souhaitons permettre à nos élèves de rencontrer régulièrement une situation mettant du lien entre les unités de numération pour mettre du sens sur l'écriture décimale du nombre et appuyer sur le lien avec les unités de numération déjà connues par les élèves (unité, dizaines, centaines). Afin d'avoir une dimension collective et une activité plus courte, nous avons choisi de mettre en place plusieurs tirages collectifs après quelques séances de jeu en binôme. Ainsi, les élèves travaillaient sur le même nombre mystère, ce qui facilitait la mise en commun. De plus, pour avoir une trace écrite du travail de chacun, une fiche-réponse (Annexe 3) a été donnée, sur

laquelle les élèves pouvaient compléter un tableau de numération vierge, proposer une réponse pour le nombre mystère et noter différentes représentations puis répondre le mieux possible à la question « À quoi fallait-il faire attention ? ». Cette question permettait d'accéder à leurs procédures, devait favoriser la métacognition et demandait aux élèves de prendre du recul sur le problème posé.

3.2.1. Compétences travaillées

Lors de nos séances autour du Chiffroscope, nous avons choisi de travailler certaines compétences ciblées : la connaissance des unités de numération décimale, leurs liens et leurs positions ; les conversions entre les différentes unités de numération ; la décomposition et les différentes représentations des nombres décimaux ; le rôle du 0 dans le nombre.

Lors de la création de notre test, nous avons fait le choix d'évaluer les élèves sur des tâches plus larges, non nécessairement travaillées directement par le rituel. Les compétences alors évaluées sont celles du calcul en ligne avec des nombres décimaux, de la comparaison de nombres décimaux ainsi que le repérage d'un ordre de grandeur.

En mettant en place ce rituel, nous espérons qu'un transfert des compétences acquises en numération décimale puisse avoir lieu. En effet, nous supposons qu'en comprenant le nombre décimal dans sa globalité, les élèves seront capables de recouper ces nouvelles connaissances avec celles acquises sur les nombres entiers.

Ce rituel permet également un travail autour du tableau de numération qui apparaît comme un support (d'aide ou de vérification) pour l'élève mais l'objectif est de pouvoir s'en détacher. Ainsi, au fur et à mesure des séances, il était possible de trouver le nombre mystère sans obligatoirement passer par le tableau.

3.2.2. Variables didactiques et progressions choisies

Nous avons tout d'abord introduit le jeu avec des nombres entiers sur trois séances (Annexe 1). Cela a permis aux élèves de comprendre le fonctionnement, les règles avec des notions qu'ils connaissaient tout en les approfondissant. De plus, ces séances nous permettent de faire du lien entre les nombres entiers et les décimaux, afin que leur apprentissage ne soit pas uniquement corrélé aux fractions décimales. Pendant ces trois séances, une première phase de travail par binôme était proposée aux élèves durant laquelle, avec quelques tirages aléatoires, ils devaient reconstruire le tableau puis trouver le nombre mystère et demander la validation de l'enseignant pour recommencer l'opération. Dès la deuxième séance, les binômes les plus performants ont endossé le rôle de tuteurs pour suppléer l'enseignant dans la validation et partager leurs

stratégies et procédures avec leurs camarades. Ce recours à la métacognition a été favorisé par la présence de l'espace d'expression « À quoi fallait-il faire attention ? ». De plus, après chaque phase de travail en binôme, nous prenions un temps collectif afin de revenir sur une notion précise et l'institutionnaliser. Ensuite, les séances sur les écritures chiffrées à virgule ont commencé, d'abord avec la même mise en œuvre : une phase en binôme puis une phase collective avec réflexion individuelle grâce aux fiches-réponses (Annexe 3). En fin de période nous avons fait évoluer le rituel vers un entraînement individuel exclusif suivi d'une validation, en utilisant seulement des tirages créés, aléatoirement ou non, par l'enseignant ou par des élèves, pour l'ensemble des élèves. Cela permettait une mise en place rapide du rituel.

Nous avons choisi d'institutionnaliser les notions suivantes et dans cet ordre :

- Nombres entiers : conversion et effet sur le nombre (17 unités = 1 dizaine et 7 unités)
- Nombres entiers : rôle du chiffre 0 : quelle influence sur le nombre si certaines unités de numération ne sont pas tirées
- Nombres décimaux : introduction des dixièmes et centièmes et leur place dans le tableau, lien avec la course aux dixièmes
- Reprise de la place et rôle de la virgule dans le nombre
- Présence de conversions entre dixièmes et unités : permettre aux élèves de se rendre compte que malgré la virgule, le nombre est un tout, que des échanges peuvent se faire
- Introduction des millièmes

Enfin, les dernières séances devaient faire l'objet d'un inversement des règles : les élèves disposent du nombre mystère et de cartes « nombre », qu'ils doivent associer avec les bonnes unités de numération.

3.2.3. Test a priori et a posteriori

L'enseignement des fractions et nombres décimaux met en jeu plusieurs types de tâches. Il s'agit de pouvoir identifier et représenter, décomposer ou recomposer, classer, convertir et arrondir. Après ces différentes manipulations, ces nombres seront utilisés pour calculer, mesurer et résoudre des problèmes. Tout cela nécessite donc une compréhension fine des nombres décimaux.

Le tableau ci-dessous recense les différentes tâches proposées lors du test ainsi que les variables didactiques que nous avons choisies.

	Type de tâche	Variables didactiques	Savoirs mobilisés
Exercice 1	<p>Conversion entre unité de numération.</p> <p>L'unité de numération « cible » est connue par l'élève. (2u = ... dixièmes)</p>	<p>- unités de numération « proches » ou « séparées » : des unités aux dixièmes ou des dizaines au dixièmes.</p> <p>- 1 ou plusieurs chiffre(s) dans le nombre de départ</p>	<p>→ connaissance des liens entre les unités de numération</p>
Exercice 2	<p>Recomposer un nombre à partir d'une représentation avec les unités de numération écrites en lettres (2 unités et 52 centièmes).</p> <p>Convertir si nécessaire</p> <p>Calculer en ligne une somme de nombres décimaux.</p>	<p>- Nombres à un ou deux chiffres dans une unité de numération.</p> <p>- Présence d'une ou plusieurs « colonnes vides » dans les unités de numération (2 dizaines et 3 centièmes)</p>	<p>→ nécessité d'une conversion et/ou d'un calcul</p> <p>→ connaissance des liens entre les unités de numération</p>
Exercice 3	<p>Décomposer un nombre décimal :</p> <p>- en lettres : 1 unité et 2 dixièmes et 8 centièmes</p> <p>- sous forme d'addition : $1 + 0,2 + 0,08$</p>	<p>- Présence du chiffre 0.</p> <p>- Unités de numération décimale jusqu'aux millièmes</p>	<p>→ Maîtrise du principe positionnel : prise en compte du zéro dans la position des chiffres du nombre.</p> <p>→ connaissance des millièmes</p>
Exercice 4	<p>Convertir d'une représentation en lettre selon unité de numération à l'écriture décimale chiffrée (135 centièmes : 13 ; 1,3 ; 130)</p> <p>Donner un ordre de grandeur (QCM)</p>	<p>- nombre de chiffres correspondant au rang ou non (135 centièmes vs. 9704 dixièmes)</p>	<p>→ capacité des élèves à manipuler des nombres avec un positionnement différent de la virgule (0,03 ; 1,35 ; 970,4)</p> <p>→ comprendre le rôle et la position de la virgule</p>

Exercice 5	Identifier Représenter : passer d'une écriture fractionnaire à décimale	<ul style="list-style-type: none"> - nombre de chiffres au numérateur proposant une représentation « ordinaire » du nombre décimal ($\frac{22}{10}$ vs. $\frac{6437}{10}$) - ajout d'un zéro ou non ($\frac{54}{100}$) - fractions non décimales ($\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{4}$) 	→ connaissance des liens entre les unités de numération
Exercice 6		<ul style="list-style-type: none"> - présence d'un zéro « intercalé » - numérateur avec plus de chiffres que dénominateur (44,108) <p>→ connaissance des liens entre les unités de numération</p>	→ représenter un nombre de différentes façons
Exercice 7	Comparaison de nombres décimaux	<ul style="list-style-type: none"> - partie décimale avec plus de chiffres mais nombre inférieur (3,4 > 3,23) - présence d'un zéro non utile en fin de nombre (5,82 = 5,820) - nombres de valeurs différentes avec les mêmes chiffres (1,65 < 165) 	<p>→ connaissance des liens entre les unités de numération</p> <p>→ passer outre les conceptions acquises sur les nombres entiers</p> <p>→ rôle et place de la virgule</p>

3.3. Fonctionnement du rituel

Les séances de Chiffroscope ont été découpées en trois phases en début de séquence puis nous avons gardé uniquement les deux dernières.

- Phase de jeu en binôme : les élèves ont pu expérimenter le jeu avec les règles proposées par le Chiffroscope avec des nombres entiers et des nombres décimaux.
- Phase collective : à partir d'un arrêt sur image construite par le blog du Chiffroscope ou l'enseignant, les élèves travaillaient individuellement ou en binôme, sur ardoise, sur le même nombre affiché au tableau.

- Phase individuelle : à partir d'un arrêt sur image différent de la phase collective, les élèves réfléchissaient individuellement pour remplir la « fiche réponse ».

Les phases collective et individuelle étant le point d'appui de la ritualisation de l'activité, une description approfondie est présentée ci-après.

3.3.1. Phase collective

La mise en œuvre du rituel en groupe classe a eu lieu dans la première partie de la progression des séances. Cette phase collective, qu'elle soit sous forme de binômes ou de groupe classe, visait à installer la compréhension des consignes et des objectifs, ainsi que des modalités de travail. Les interactions entre élèves ont également eu pour intérêt de partager et comparer les procédures employées, pour trouver la plus efficiente. D'un point de vue didactique, l'intérêt majeur consiste en l'utilisation d'un tableau flottant, dont les colonnes étaient vides et plus nombreuses que nécessaire. Ce tableau étant perpétuellement à construire selon leurs besoins, les élèves ont été amenés à le considérer comme une simple aide à la résolution et à l'investir comme un entraînement pour une meilleure appropriation des unités de numération. Au fil des séances puis lors des phases individuelles, plusieurs élèves ont cessé de compléter le tableau, soit entièrement, soit au moins les colonnes ne contenant pas de chiffre. En plus de motiver les élèves, ces moments collectifs favorisent la métacognition à différentes échelles (binôme, remédiation des élèves tuteurs, groupe classe), ce qui est renforcé par la présence de la question « À quoi fallait-il faire attention ? ».

La mise en place dans la classe a nécessité la création de binômes, de niveau plutôt homogène, recevant chacun, à chaque séance, des cartes « Nombre » et des cartes « Unités de numération » ainsi qu'une feuille de réponse. Un temps de quinze minutes de jeu était alors lancé, permettant de jouer plusieurs parties pour la plupart des binômes. Des moyens de différenciation étaient prévus pour les élèves en difficulté comme pour les plus performants, grâce au choix des cartes « Nombre » distribuées, car celles-ci comportent ou non des nombres à deux chiffres (obligeant les élèves à effectuer des conversions et/ou des retenues). De plus, une remédiation était disponible selon les besoins de chacun, quand l'enseignant passait dans les rangs pour valider les résultats, suppléé par quelques élèves tuteurs, issus des binômes les plus performants, qui pouvaient aller aider ou valider les résultats de leurs camarades.

3.3.2. Phase individuelle

Après les phases collectives et/ou en binômes, une phase plus individuelle était proposée aux élèves. Celle-ci leur permettait de mettre en place les procédures discutées en collectif, de

s'entraîner individuellement en ayant un retour de l'enseignant et de formuler une réponse par eux-mêmes après un temps de recherche. De plus, pour l'enseignant, avoir accès aux réponses de chaque élève rend possible une remédiation adaptée et l'accompagnement en fonction des difficultés rencontrées. Il s'agit également de constater les stratégies des élèves et leurs progrès.

Pour ce temps individuel, le nombre mystère était le même pour tous, affiché au tableau :

- sous la forme d'un tableau de numération (comme lors des phases en binômes) avec les nombres dans les colonnes des unités de numération,
- sous la forme d'une décomposition avec un nombre et l'unité de numération qui l'accompagne. Les élèves peuvent alors choisir de s'appuyer sur le tableau de numération s'ils le souhaitent.

Chaque élève dispose de la fiche-réponse habituelle, sur laquelle il peut reconstruire le tableau de numération pour reproduire le tirage et faire ses recherches et calculs dans un espace dédié. Ensuite, il était demandé d'écrire le nombre mystère sous différentes formes, celles-ci étant libres ou imposées selon les séances. Enfin, la dernière partie de la fiche était la question « À quoi fallait-il faire attention ? » dont l'intérêt et le fonctionnement ont été mentionnés plus haut.

3.3.3. Difficultés attendues, rencontrées et adaptations mises en place

Lors de l'élaboration de ce rituel et de la progression choisie, nous avons envisagé certaines difficultés afin de les prévenir grâce aux intitulés des consignes, afin également d'anticiper nos réponses et adaptations à nos élèves.

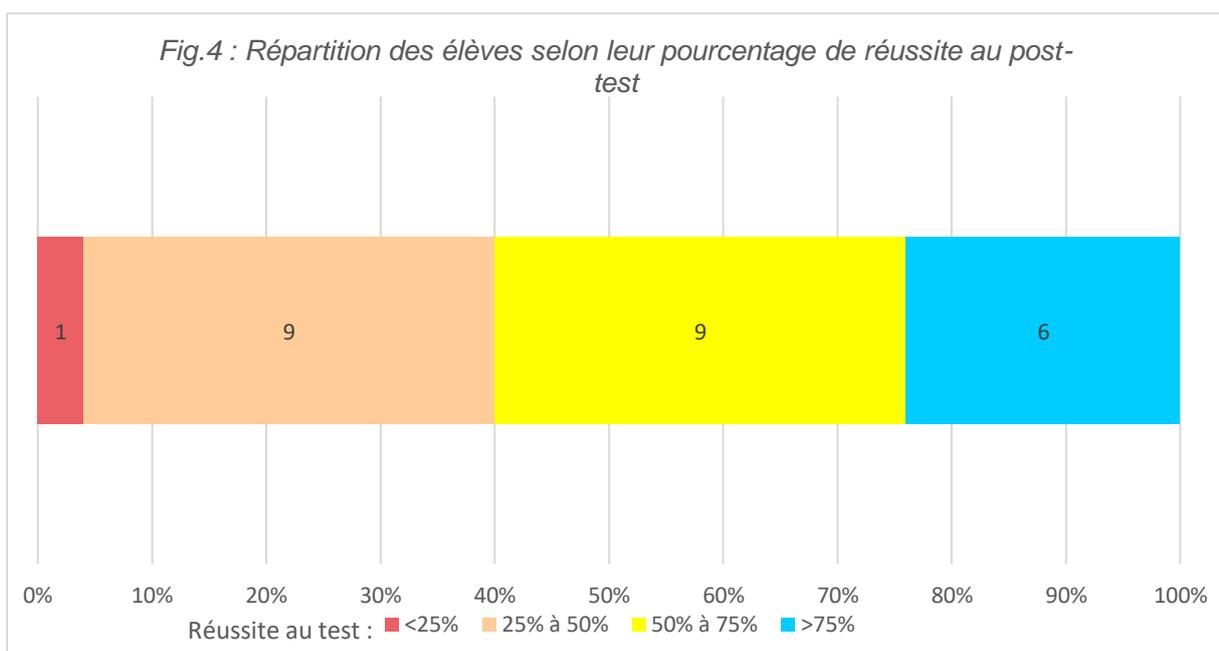
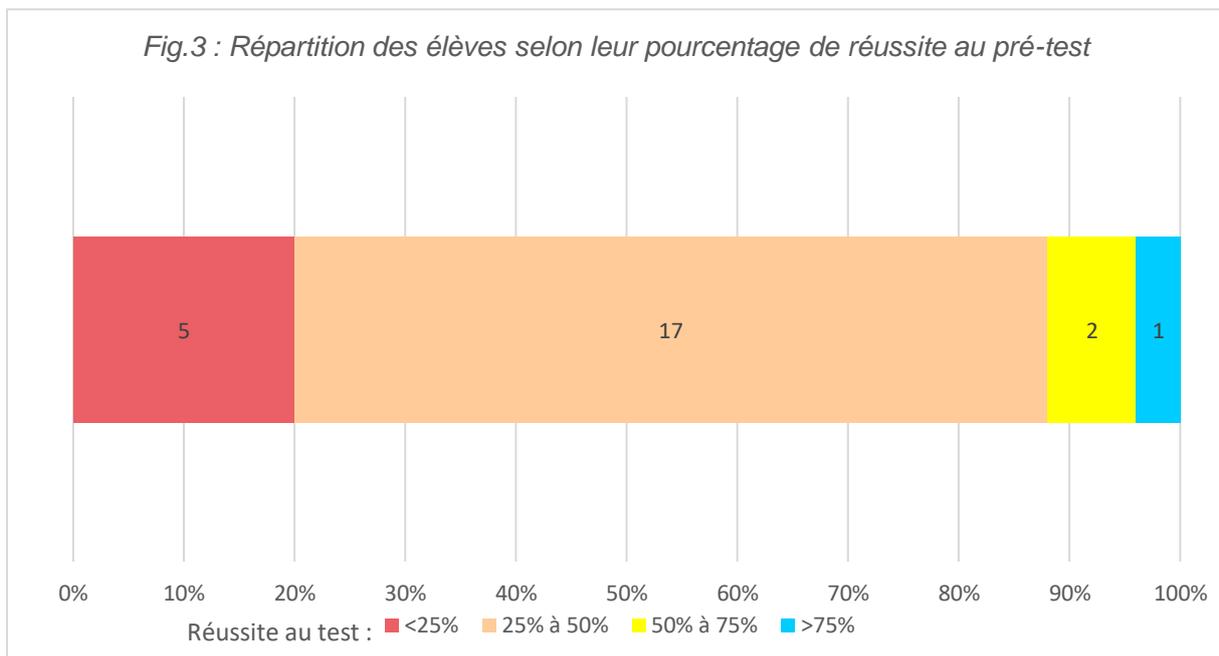
La première difficulté attendue, en termes de gestion de classe, est l'agitation consécutive à l'instauration d'un travail de groupe ou aux déplacements des élèves « validateurs ». Pour cette raison, nous avons choisi un temps de mise en activité plutôt court, d'une quinzaine de minutes, encourageant les élèves à s'impliquer rapidement dans la tâche. Une autre difficulté attendue porte sur l'aspect pédagogique et l'incompréhension devant les colonnes laissées vides avant, après et entre les cartes tirées. Une adaptation possible est de s'appuyer avant tout sur la signification du nombre et les liens entre les unités de numération grâce aux manipulations de la course aux dixièmes ou une autre activité. Il est également possible de s'appuyer sur un tableau de numération pré-existant. Le lien avec la course aux dixièmes permet également de continuer à donner du sens à ce que sont les dixièmes et centièmes et d'amener les élèves à comprendre ce qui est en jeu dans les conversions. En effet, il ne s'agit pas qu'ils mettent simplement en place une stratégie telle que « je bascule le chiffre de gauche dans la colonne précédente » mais bien qu'ils intègrent les égalités.

4. Résultats

4.1. Evolution globale entre le pré-test et le post-test

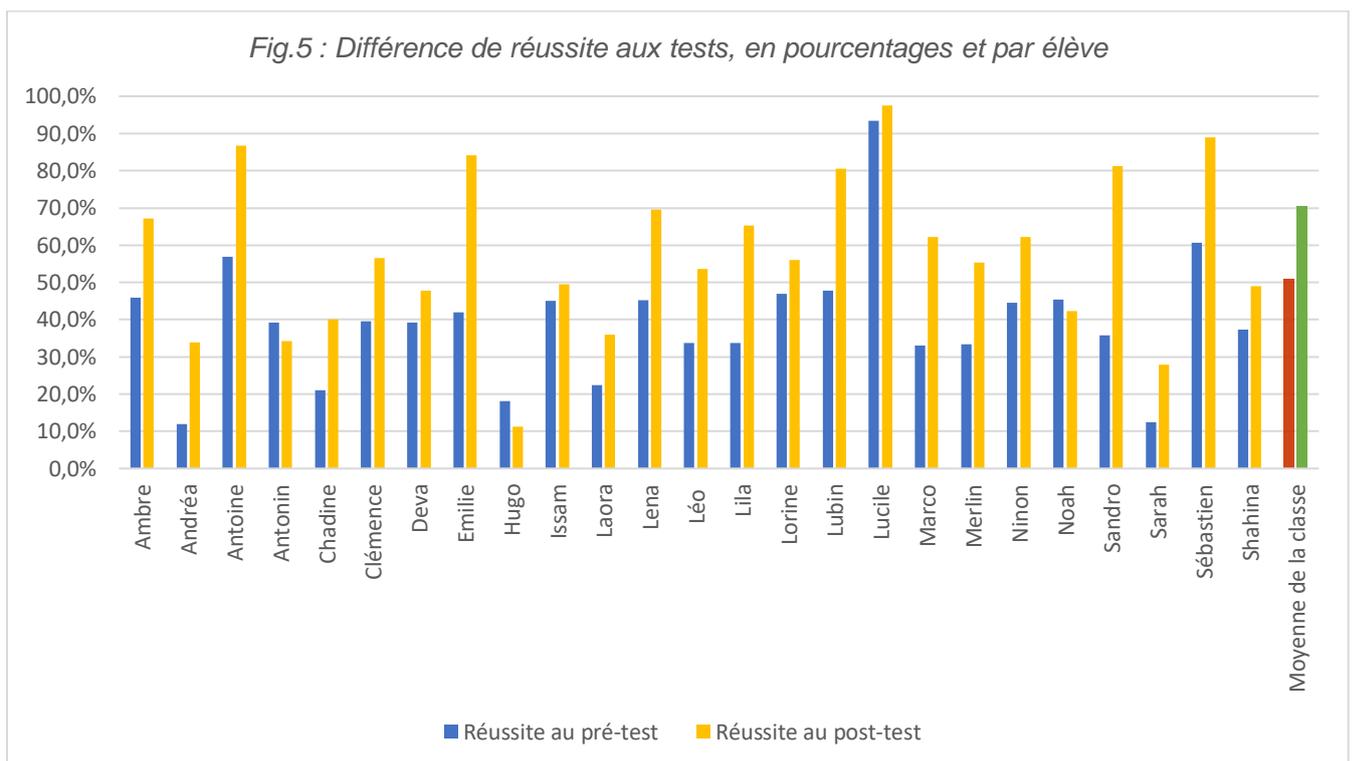
4.1.1. Une expérience globalement positive pour les apprentissages

Les élèves de la classe ont globalement progressé entre le pré-test et la dernière séance du rituel. Le nombre d'élèves ayant réussi moins de 50% du test est passé de 22 élèves sur 25 à 10 élèves sur 25 (Figures 3 et 4). On note aussi que 5 élèves avaient réussi moins de 25% du pré-test, contre seulement 1 élève lors du post-test. On constate de la même manière que 15 élèves (60% des élèves) ont réussi à plus de 50% le post-test, alors qu'ils étaient seulement 3 au pré-test.



Les séances de rituel, couplant phases de jeu et phases de mise en commun ou de travail individuel, ont donc permis une meilleure maîtrise globale des compétences autour des nombres décimaux, ce qui s'est observé de manière qualitative lors des différentes séances du rituel, mais qui se perçoit aussi de manière quantitative grâce aux tâches demandées dans le test à l'issue des séances.

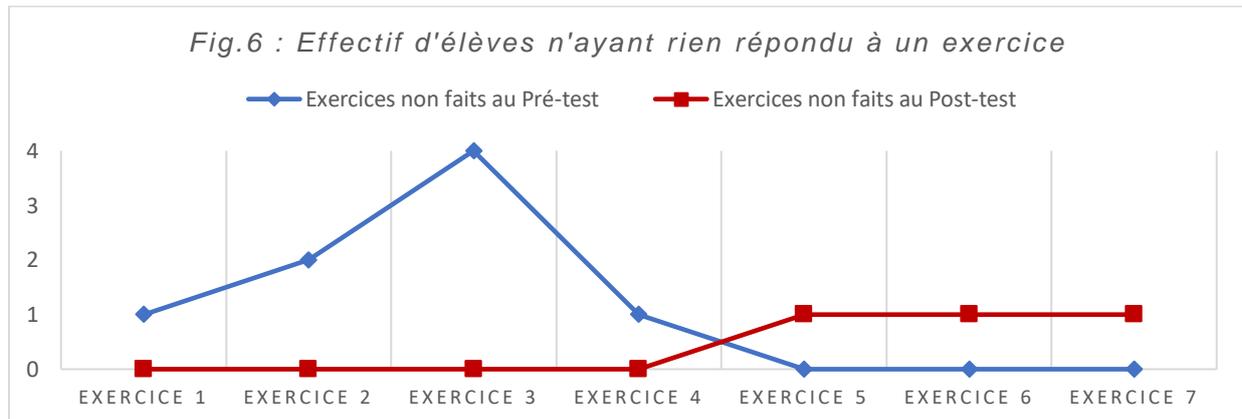
La figure 5 montre que les élèves ont presque tous progressé durant la période d'expérimentation, mis à part un élève, Hugo, en difficulté psychologique et scolaire et qui n'a pas été capable de se concentrer ni de réaliser entièrement le post-test. Les résultats montrent tout de même que, pour les quelques exercices auxquels il a proposé des réponses, ses résultats s'étaient améliorés en moyenne de 26% (de 0% à 50% pour l'exercice 2, de 0% à 16,7% à l'exercice 3 et de 0% à 12,5% à l'exercice 5). Les deux autres élèves pour lesquels on voit une régression à ce moment-là, Antonin et Noah, étaient voisins et très déconcentrés au moment de passer le post-test (voir paragraphe suivant).



4.1.2. Une confiance favorisée notamment par le rituel

Par ailleurs, il est intéressant de considérer le nombre d'exercices où les élèves n'ont proposé aucune réponse, entre les deux phases de tests. J'ai pris la décision d'écarter Hugo de cet effectif puisqu'il était particulièrement fermé au travail le jour du post-test.

Lors de la première exposition aux exercices du test, 5 élèves ont choisi de ne donner aucune réponse à un ou plusieurs exercices. Cela concernait surtout l'exercice 3, auquel 4 élèves ont préféré ne rien répondre du tout (Figure 6). En revanche, lors de la deuxième phase de test, seuls 3 exercices n'ont pas du tout été réalisés et seulement par une élève, Sarah, ayant été absente durant 4 jours et ayant donc manqué plusieurs séances de rituel.



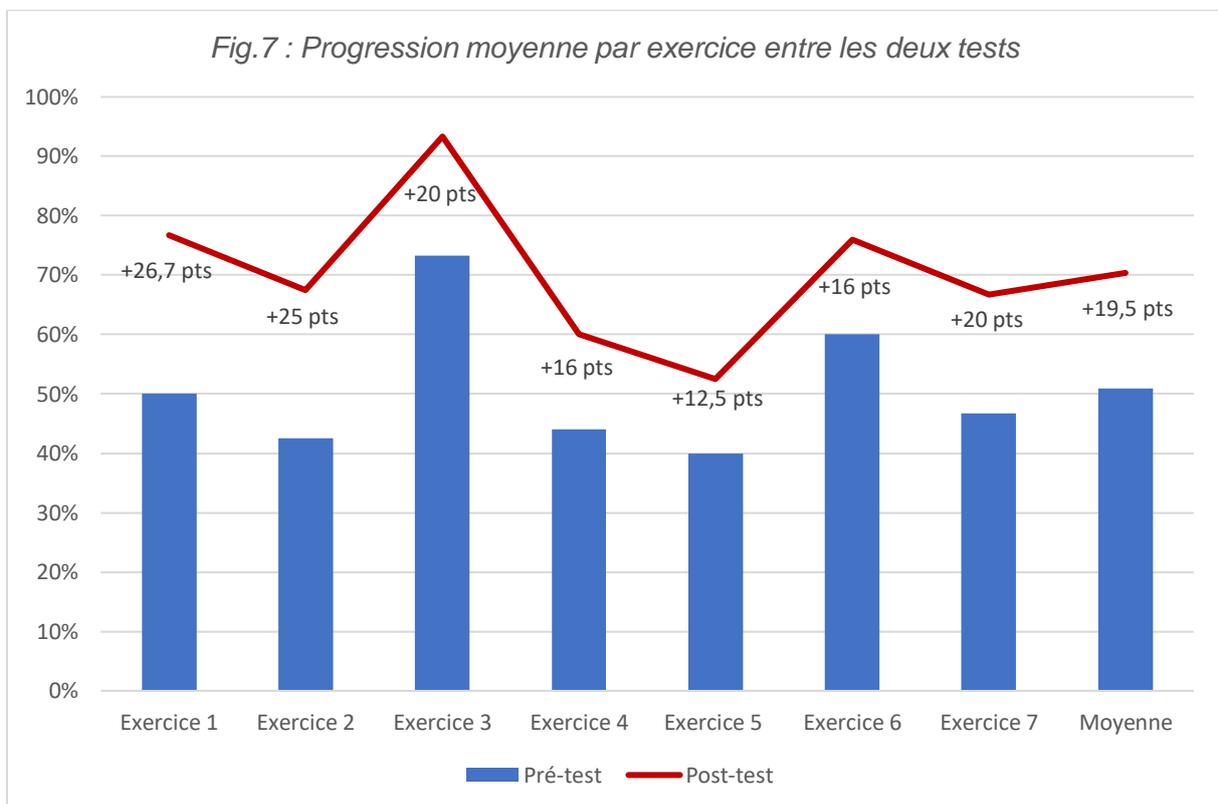
Cela conduit à confirmer l'hypothèse que, notamment grâce au rituel, les élèves ont ressenti une plus grande confiance en leurs ressources face aux tâches demandées. Ils ont préféré proposer une réponse, même si le résultat était finalement incorrect. Ces résultats quantifiables s'ajoutent à des commentaires oraux faits par 6 élèves, qui ont spontanément indiqué en me rendant leur feuille qu'ils avaient trouvé ces exercices plus faciles que lors du premier test.

Si lors du post-test la quasi-totalité des élèves ont préféré répondre à toutes les questions, il est tout de même important de signaler que les conditions de réalisation du test n'ont pas pu être les mêmes que lors du pré-test, ce qui a occasionné une gêne à la concentration de plusieurs élèves. Le fait que Sarah s'est sentie fatiguée et a arrêté de remplir le test après l'exercice 4 (Figure 6) en est un indicateur. En effet, la crise sanitaire a contraint les écoles à fermer une semaine avant les vacances de mars, ce qui a occasionné un stress chez plusieurs élèves et a contraint les équipes à précipiter les emplois du temps des deux derniers jours afin d'organiser et expliquer au mieux la semaine de travail en distanciel. Contrairement au pré-test qui a pu être réalisé en deux fois et dans une ambiance de travail sereine, le post-test a été réalisé en une seule fois, dans une ambiance plus fébrile. La longueur du test combinée à la situation anxiogène a très certainement occasionné chez plusieurs élèves une surcharge cognitive et a pu en pousser d'autres à ne remplir la fiche que pour respecter le contrat didactique, ce qui se voit particulièrement pour Antonin et Noah, qui ont moins bien réussi le post-test à partir de l'exercice 3 (Figure 5). La progression observée chez chaque élève aurait donc probablement

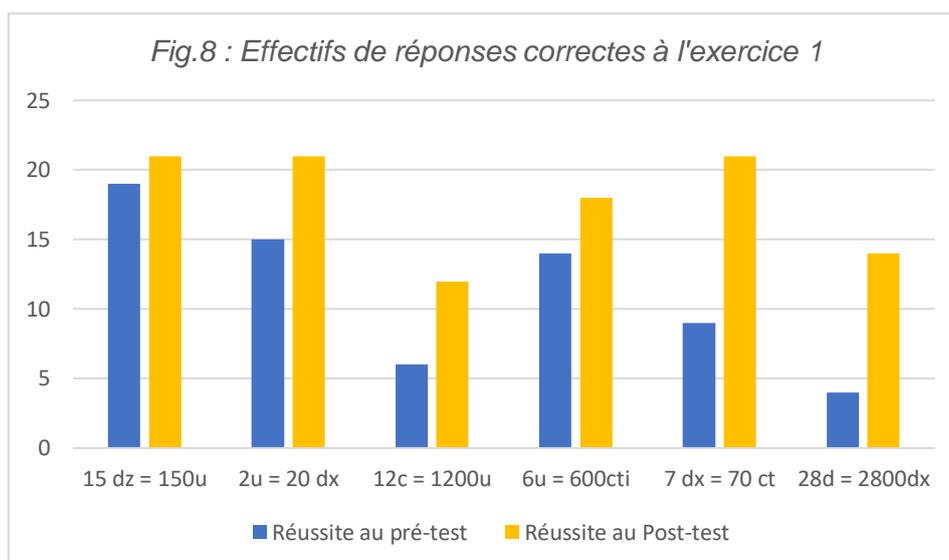
été supérieure, notamment pour les exercices 4 à 7, assez coûteux cognitivement, si les conditions avaient été plus sereines.

4.2. Résultats détaillés selon le type de tâche proposée

Après cette analyse globale, il faut voir plus en détail l'évolution observée pour les différents exercices du test, afin d'avoir des éléments pour déterminer l'impact du rituel selon les tâches demandées. En effet, ainsi que le montre la figure 5, tous les exercices n'ont pas bénéficié de manière égale des enseignements retirés de l'expérimentation. On note une bien meilleure réussite pour les exercices 2 et 1, avec une amélioration du score de 26,7 et 25 points de pourcentage. En revanche, on observe une évolution relativement plus faible pour l'exercice 5 avec une progression moyenne de 12,5 points de pourcentage, ou pour les exercices 4 et 6, avec une progression de 16 points de pourcentage.



4.2.1. Effectuer des conversions d'une unité de numération à une autre



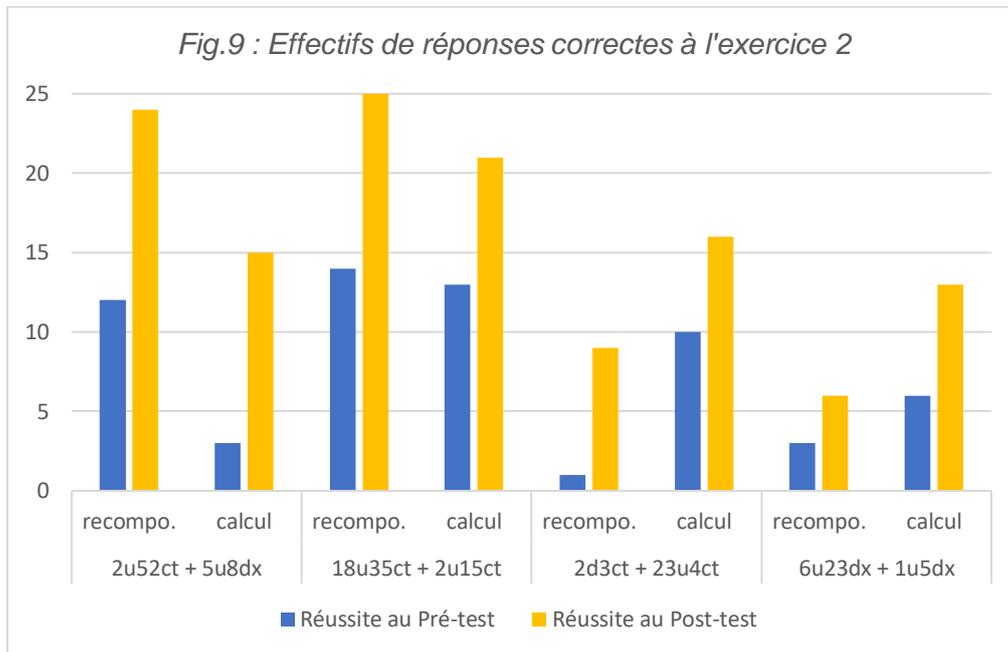
Dans ce premier exercice, la tâche rappelle celle, connue des élèves, de conversions d'unités de mesures. Elle nécessite une bonne maîtrise du principe positionnel de la numération, particulièrement ciblée par le rituel mis en place. Ce travail a été utile puisque les élèves ont globalement progressé : le taux de réussite pour la classe est passé de 50% au pré-test à 76,7% au post-test (Figure 7).

Alors que les premières conversions ont posé peu de difficultés, on observe une faible réussite aux questions 3 et 6 (Figure 8). Cela n'est pas dû spécifiquement aux nouveaux nombres que sont les nombres décimaux, mais s'explique par la mise en œuvre de deux variables didactiques simultanées : un nombre à deux chiffres pour une même unité, ainsi que le non-rappel explicite de l'absence d'une unité de numération, assimilable à une « colonne vide » dans le tableau de numération. Ainsi, de nombreux élèves ont répondu que 12 centaines = 120 unités, et que 28 dizaines = 280 dixièmes. Ces deux variables didactiques étant directement ciblées par le rituel, on peut déduire que la progression observée entre les deux tests est en partie due à cet entraînement, mais que les quelques situations mettant en jeu l'absence d'une ou plusieurs unités de numération n'ont pas permis à tous les élèves d'acquérir la procédure experte.

4.2.2. Recomposer des nombres décimaux puis les additionner

Dans cet exercice, les unités de numération sont explicitement écrites, mais il n'est pas précisé que des conversions sont parfois nécessaires pour passer à l'écriture décimale du nombre. L'exemple donné avec la consigne ne guide pas non plus les élèves pour le cas où une unité de numération serait laissée vide, nécessitant l'intercalation d'un zéro. L'analyse de cet exercice se fait en deux temps : la bonne recombinaison des nombres et leur écriture décimale, puis le

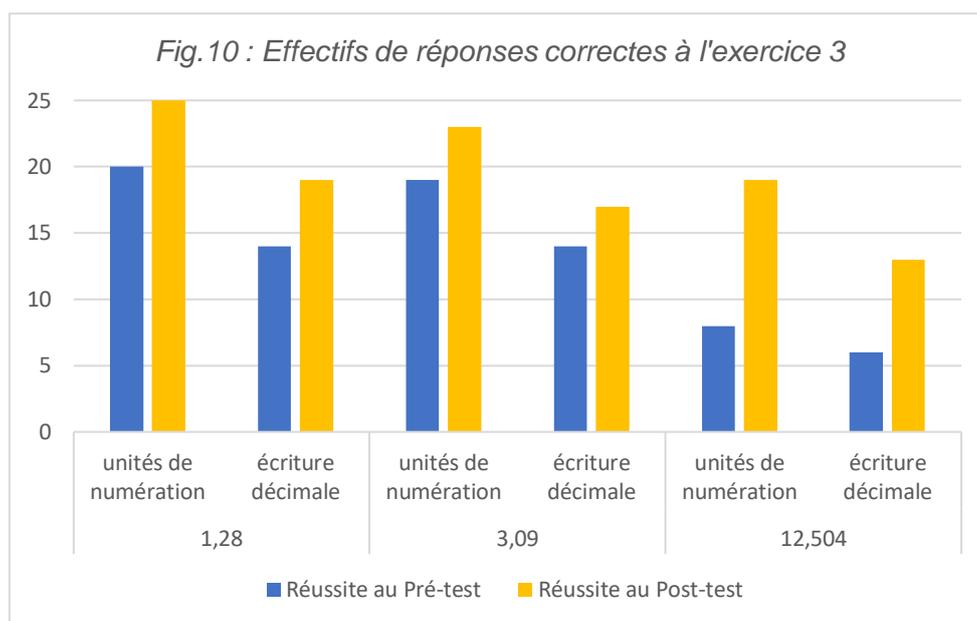
calcul en ligne. Le calcul est compté comme correct si les règles de calcul des nombres décimaux ont été respectées.



Ainsi, la figure 9 montre que de nombreux élèves ont mal effectué la recombinaison de 2 dizaines et 3 centièmes + 23 unités et 4 centièmes, en proposant $2,3 + 23,4$ au lieu de $20,03 + 23,04$. Plusieurs d'entre eux ont ensuite proposé un résultat noté comme « correct » car ils ont correctement effectué le calcul en ligne, soit le résultat 25,7. L'origine de cette erreur de recombinaison est la même que pour l'exercice 1, puisque ces élèves n'ont pas su prendre en compte l'absence d'une unité de numération.

Les calculs ont été relativement bien réussis lors du post-test, où subsistaient très peu d'erreurs dues à la conception des nombres décimaux comme deux entiers séparés par une virgule. Ce genre d'erreurs était facilement observable grâce à la dernière question, où les élèves devaient recomposer les nombres $6 + 2,3 + 1,5$ c'est-à-dire $8,3 + 1,5 = 9,8$. Plusieurs s'attendaient à une présentation prototypique des nombres décomposés en une partie entière et une partie décimale ; ils ont donc recomposé les nombres de cette manière : $6,23 + 1,5$. Les neuf élèves (contre 17 lors du pré-test) qui considèrent toujours les nombres décimaux comme deux nombres entiers séparés par une virgule ont donc proposé comme résultat 7,28. Le rituel mettant très souvent en œuvre des additions de nombres décimaux (avec ou sans retenues) a donc probablement contribué à cette progression.

4.2.3. Décomposer les nombres décimaux



Dans cet exercice, les résultats sont relativement élevés dès le pré-test pour les deux premières questions, puisque les élèves qui n'auraient pas acquis les compétences peuvent s'appuyer sur l'exemple donné avec la consigne et simplement remplacer les chiffres (Figure 10). La difficulté observée porte sur la présence d'un zéro pour écrire 8 centièmes ou pour décomposer 3,09. Certains élèves n'ont pas su prendre en compte cette absence d'unité de numération en l'indiquant par un 0 dans la décomposition, proposant donc $1 + 0,2 + 0,8$ (au lieu de $1 + 0,2 + 0,08$) et $3 + 0,0 + 0,9$ (au lieu de $3 + 0,09$).

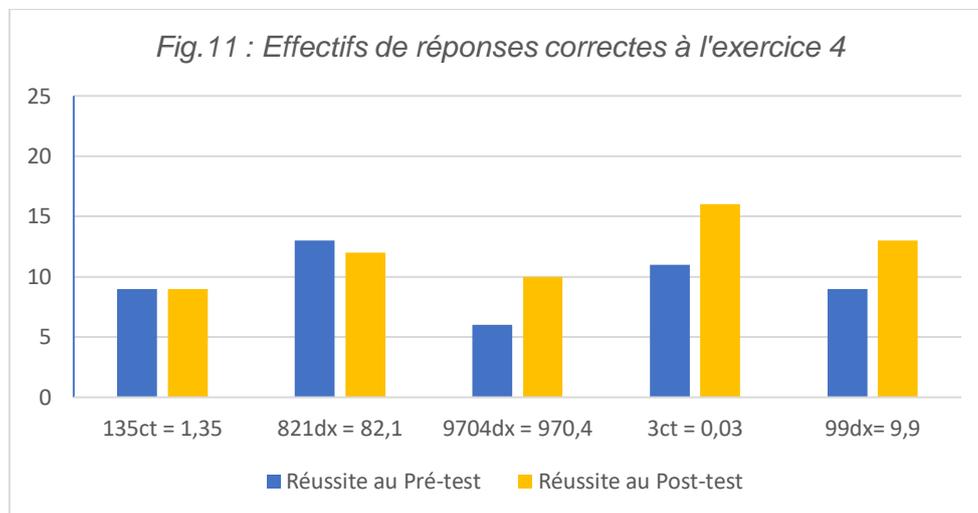
La dernière question introduit une nouvelle subdivision de l'unité en millièmes. L'exemple ne permet plus de résoudre cette question par simple remplacement des nombres. Les élèves n'ayant pas répondu correctement au pré-test ont utilisé des stratégies du type : $12,504 = 12u + 50$ dixièmes + 4 centièmes, ce qu'ils ont ensuite traduit par $12 + 0,5 + 0,04$ ou par $17 + 0,04$. Certains ont repris leur conception des nombres entiers séparés par une virgule et ont proposé $12 u + 5$ centaines + 0 dizaine + 4 unités.

Si toutes les difficultés n'ont pas été résolues par le rituel, on constate que les élèves ont pu au fil des séances s'approprier la nouvelle subdivision des millièmes, et les erreurs portent très majoritairement sur le nombre de 0 à ajouter pour respecter le rang de cette unité de numération dans 0,004.

4.2.4. Identifier un ordre de grandeur

Cet exercice met en œuvre des compétences de conversions d'une unité de numération vers une autre, mais de manière non explicite. Savoir retrouver l'ordre de grandeur d'un nombre décimal

est une compétence prenant appui sur le sens donné aux nombres, ce qui n'était pas directement et explicitement travaillé grâce aux séances de rituel. Afin de ne pas fausser l'expérimentation, aucune séance de numération hors du rituel n'a été mise en place avant le passage du post-test. Il était donc attendu que les élèves ne progressent pas ou très peu sur cet exercice.



Ainsi que le montrent les résultats, les élèves n'ont en effet pas beaucoup progressé, certains ont même fait quelques erreurs de plus que lors de la première phase de test. La présentation de l'exercice sous forme de questionnaire à choix multiples peut avoir poussé certains à répondre au hasard, ce qui biaise l'analyse de ces résultats. On constate tout de même une progression moyenne de 44% à 60% de réussite pour l'ensemble de la classe, soit 16 points de pourcentage (Figure 7). Un transfert de compétences a donc peut-être été réalisé grâce aux liens construits par les élèves entre les unités de numération, à l'aide du rituel et des séances de numération.

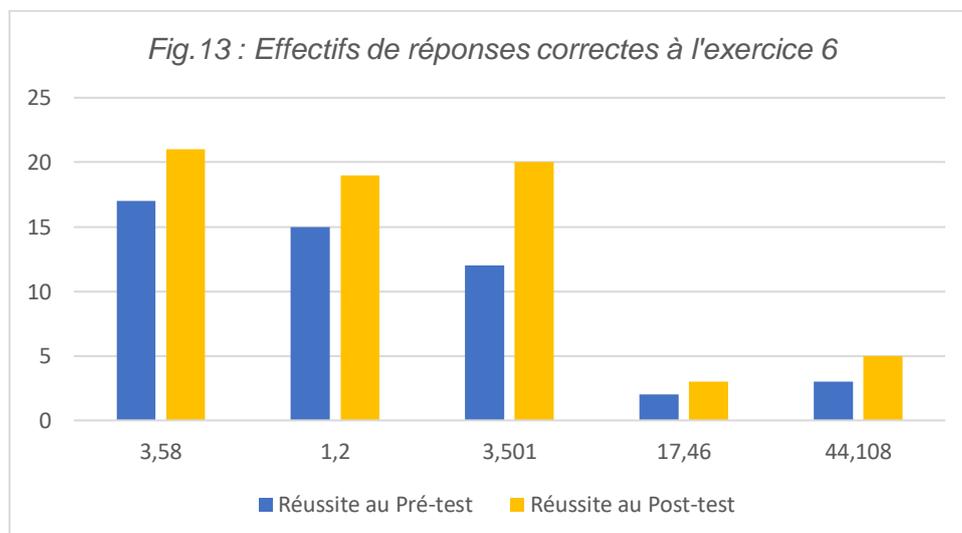
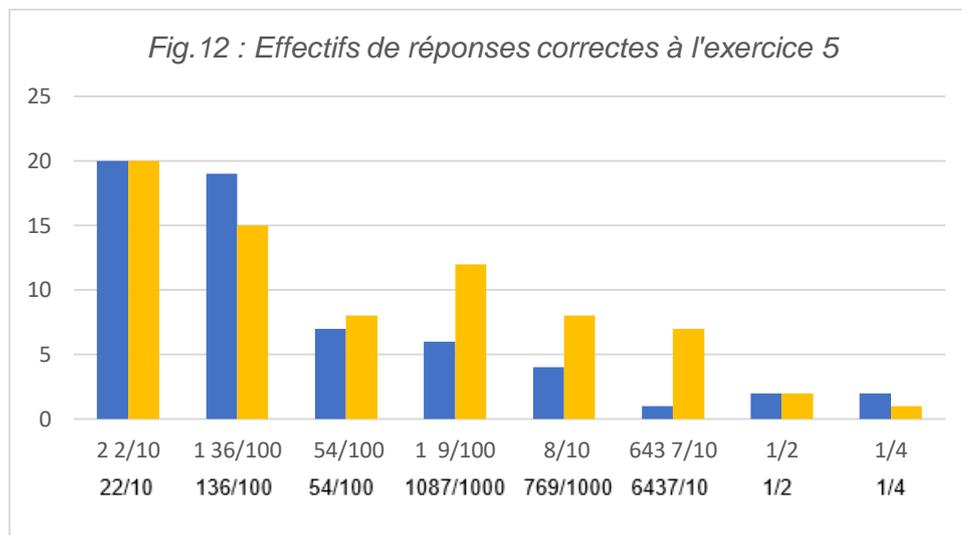
La question pour laquelle on observe la plus grande progression (Figure 11) correspond à l'écriture décimale de « 3 centièmes » (soit 0,03), que les élèves ont pu reconnaître grâce à l'ensemble du travail effectué durant les séances de rituel et de numération et qui relève donc davantage d'un réflexe pour la plupart d'entre eux.

4.2.5. Différentes représentations du nombre, entre écriture fractionnaire et écriture décimale

Les exercices 5 et 6 du test demandent des compétences similaires, pour passer d'une représentation du nombre décimal à une autre. Ces compétences ne sont pas directement travaillées par le rituel, même si on peut s'attendre à ce qu'elles soient améliorées par la meilleure connaissance des différentes unités de numération et une meilleure compréhension

des liens qui les unissent. Les résultats montrent une amélioration globale, mais limitée entre 12,5 et 16 points de pourcentage (Figure 7).

Les deux dernières questions de l'exercice 5 avaient été proposées aux élèves pour tester leurs réactions face à une fraction non décimale ; si deux élèves avaient les ressources (Fig. 12) pour donner la bonne réponse ($\frac{1}{2} = 0,5$ et $\frac{1}{4} = 0,25$), ces compétences n'étaient pas du tout travaillées par le rituel ni par les séances de numération et ne permettent donc pas d'étayer nos hypothèses. On constate toutefois qu'un grand nombre d'élèves a répondu $\frac{1}{2} = 1,2$ et $\frac{1}{4} = 1,4$. Ce type d'erreur est intéressant car il dénote un manque de lien entre écriture décimale et fraction décimale. La mise en place de séances sur les égalités de fractions (afin d'obtenir des fractions décimales à partir de ces fractions usuelles) ou de séances de rappel sur les fractions usuelles et leurs différentes écritures aurait pu permettre de limiter cette confusion.

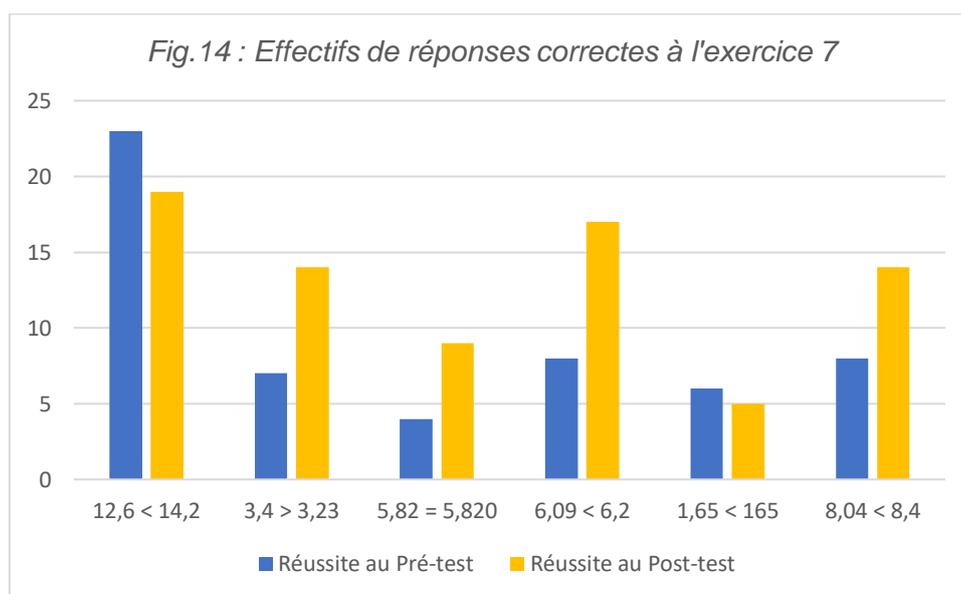


On observe une réussite et une progression plus importantes dans l'exercice 6 que dans l'exercice 5, lorsque les élèves doivent passer de l'écriture décimale à l'écriture fractionnaire (Fig.7). Cela peut s'expliquer par le fait que cette transformation était particulièrement travaillée grâce à la situation de référence. Durant ces phases de jeu, il était en effet demandé aux élèves de verbaliser leurs tirages et de les écrire sous forme de fractions. Cette oralisation des tirages, couplée au travail sur le rang des unités de numération du rituel, a pu aider les élèves à lire 3,58 comme « 3 unités et 58 centièmes », favorisant donc le passage à l'écriture fractionnaire $\frac{358}{100}$. Cela se vérifie particulièrement pour les trois élèves étant inscrits en Activités Pédagogiques Complémentaires, avec lesquels la course aux dixièmes a été réinvestie durant plusieurs séances. Ces élèves n'ont pas ou très peu progressé dans l'exercice 5 (de 25% à 37,5% de réussite pour un seul d'entre eux), mais dans l'exercice 6, deux d'entre eux ont doublé leur score (de 40% à 80% et de 20% à 40%), la troisième est même passée de 0% à 60% de réussite.

Les figures 12 et 13 montrent que les résultats sont globalement meilleurs lors du post-test, mais également que les résultats avec peu de progression dans l'exercice 5 sont ceux pour lesquels les fractions ont un numérateur avec beaucoup de chiffres. Cela demande en effet aux élèves de s'appuyer sur leurs connaissances et représentations ou de réutiliser le tableau de numération pour vérifier leur résultat, ce que peu d'élèves ont fait.

4.2.6. Comparer des nombres décimaux

Pour ce dernier exercice, la classe a progressé de 19,5 points de pourcentage (Figure 7).



On voit ici plus en détail (Fig.14) que les élèves ont progressé de manière importante pour les questions 2, 3, 4 et 6, puisque plus de la moitié de la classe a proposé la bonne réponse. On

pouvait attendre une progression pour cet exercice car, même si la comparaison de nombres décimaux n'est pas une tâche directement travaillée par le rituel du Chiffroscope, elle l'est tout de même, indirectement, par la prise de conscience de la valeur de chaque chiffre selon son rang dans le nombre et à droite de la virgule. On peut donc envisager de meilleurs résultats pour l'ensemble de la classe après quelques séances supplémentaires du rituel ainsi qu'une séance de numération explicitant les règles de comparaison et proposant quelques entraînements à ce type de tâche.

Par ailleurs, la figure 14 montre que pour les questions 1 et 5, les élèves ont moins bien réussi que lors du pré-test. Au-delà des conditions de passage du post-test, qui a pu influencer négativement sur la capacité de concentration des élèves en fin de test, le type d'erreur constaté est intéressant : de très nombreux élèves ont commis une erreur d'inattention pour la comparaison de 1,65 et 165, puisqu'ils ont indiqué le signe =, comme s'ils n'avaient pas vu ou pas tenu compte de la virgule. On peut considérer que, de la même façon, les élèves se sont trop concentrés sur la partie décimale pour comparer 12,6 et 14,2 et n'ont pas vérifié si les parties entières étaient égales ou non. Ils ont donc peut-être voulu indiquer que $0,6 > 0,2$.

Comme nous l'avons vu, les élèves ont globalement progressé dans leur conception des nombres décimaux comme une partie entière et une partie décimale inférieure à 1. Une fois cette conception acquise, les élèves ont globalement compris que le chiffre des dixièmes est la plus grande des subdivisions de l'unité et est donc, après la partie entière, celui qu'il faut considérer d'abord pour comparer deux nombres décimaux. Cela a donc remis en cause certains acquis et procédures de comparaison des nombres entiers et les élèves ont globalement compris que, si les parties entières sont égales, ils doivent comparer les parties décimales chiffre par chiffre de la gauche vers la droite en partant de la virgule.

4.3. Analyse qualitative

4.3.1. Attrait pour le rituel et engagement dans la tâche

Au-delà des résultats quantifiables et mesurables grâce aux tests, l'évaluation de la mise en place du rituel passe aussi par des éléments observables en classe. Durant les premières séances, les élèves avaient des difficultés à gérer en autonomie les différentes étapes du jeu, ce qui a nécessité une remédiation. Il était donc utile d'utiliser pour les premières séances des nombres entiers. Une fois les consignes et étapes de raisonnement bien maîtrisées par la majorité des élèves, ils se sont montrés enthousiastes à chaque nouvelle phase de jeu en binômes ou en classe

entière. Les séances individuelles ou collectives d'« Arrêt sur image », où le jeu n'était pas présent, a suscité de moins en moins d'intérêt pour les élèves, sauf chez les plus performants.

Les élèves les plus performants pouvaient choisir des cartes d'un niveau plus difficile (avec des nombres à plus d'un chiffre ou des unités de numération privilégiant les subdivisions de l'unité). L'engagement dans la tâche a été mesuré également par l'objectif recherché par les binômes d'effectuer et faire valider plusieurs tirages durant les 15 minutes. Enfin, les élèves ont peu à peu perçu l'intérêt d'expliquer ce à quoi « il fallait faire attention » (Annexe 4), notamment lorsque ceux qui avaient montré des facilités à expliciter leurs procédures ont pu aller guider ou valider les résultats d'autres élèves.

4.3.2. Progrès observés au fil des séances

Beaucoup de séances de jeu ont été menées à l'oral ou sur l'ardoise, un grand nombre d'observations et analyses qualitatives ne peuvent donc pas être justifiées par des résultats tangibles.

Les élèves ont progressé dans la manipulation des nombres. On le voit par exemple pour Noah et Antonin, qui ont moins bien réussi le post-test, mais pour qui on observe une progression nette dès la troisième séance de jeu en binômes, alors qu'ils avaient seulement rempli le tableau en séance 1 (Annexe 5). On voit que ces élèves opèrent un retour à l'unité, grâce à des conversions correctes, avant d'additionner tous les nombres, afin de conserver comme point de repère le chiffre des unités. La même procédure a été employée avec l'écriture décimale, en appui sur le tableau de numération et l'ajout d'une virgule lorsque le nombre comportait une partie décimale. On voit également sur cette production que les élèves n'ont pas ressenti le besoin de remplir entièrement le tableau de numération, puisqu'ils n'ont indiqué que les repères nécessaires à la résolution de l'exercice.

Des progrès ont aussi été réalisés dans l'oralisation des nombres, car les élèves devaient progressivement verbaliser le nombre mystère de plusieurs manières : décomposer en unités de numération, décomposer en une partie entière et une partie décimale inférieure à 1, et même pour certains passer de l'écriture décimale à l'écriture fractionnaire.

5. Discussion

5.1. Recontextualisation

Cette étude cherchait à montrer l'impact d'un rituel adapté du Chiffroscope sur l'apprentissage des nombres décimaux en classe de CM1. L'objectif principal était de comprendre à quel point ce rituel pouvait ou non aider les élèves à dépasser certaines des difficultés inhérentes à cet apprentissage dès le début du cycle 3. Grâce à 8 séances, alternant phases de jeu et travail individuel ou collectif, les progrès des élèves ont été mesurés à l'aide d'un test, réalisé avant et après les 8 séances et dans lequel chaque exercice mettait en œuvre un certain type de tâche. Lors de la période d'expérimentation, les séances de numération ont été globalement limitées à des révisions sur les apprentissages précédents, afin de biaiser le moins possible l'analyse des résultats issus de ces tests. Cette expérimentation devait permettre de répondre à plusieurs hypothèses. La première est que ce rituel doit permettre de faire travailler aussi bien le principe décimal que le principe positionnel (trop souvent privilégié) de notre numération. La deuxième hypothèse considère que l'impact de ce travail sur l'aspect décimal permet une meilleure conception du nombre décimal et de ses différentes représentations, notamment l'écriture avec une virgule grâce à la maîtrise des liens entre les unités de numération.

5.2. Mise en lien avec les lectures antérieures

La comparaison des résultats entre les deux tests et l'analyse des erreurs des élèves a montré, dans la partie précédente, qu'ils ont en majorité mieux compris les liens entre les unités de numération et qu'ils ont mis en œuvre conjointement les principes décimal et positionnel de la numération. En effet, de plus en plus d'élèves n'utilisaient le tableau de numération flottant que comme un outil pour vérifier leurs résultats et s'assurer de respecter le principe positionnel, en n'« oubliant » pas de mettre un zéro dans une colonne laissée vide par les tirages. De même, les tirages de nombres à plusieurs chiffres ou encore les calculs provoquant l'apparition d'une retenue ont poussé les élèves à verbaliser des conversions, montrant leur compréhension des liens entre les unités avec des explications du type : « 12 centièmes, c'est 10 centièmes, donc 1 dixième, et encore 2 centièmes ». Ces éléments de compréhension sont visibles sur certaines fiches-réponse récupérées à l'issue des séances de rituel, où le chiffre de gauche (« 1 » dans notre exemple) est entouré et une flèche indique à quelle unité de numération il se rapporte. Cet apprentissage et cette appropriation du tableau de numération comme une ressource d'aide à la construction du nombre était l'un des objectifs portés par ce rituel.

Par ailleurs, la progression générale des résultats au post-test pour la classe, notamment dans les calculs de l'exercice 2, montre que de nombreux élèves ne considèrent plus le nombre décimal comme deux nombres entiers séparés par une virgule. Cela s'ajoute à la forte progression de la classe à l'exercice 1, puisque les conversions sont mieux réussies, ainsi que les décompositions en unités de numération dans l'exercice 6. Quelques élèves ont tout de même encore des difficultés pour appréhender le nombre décimal dans sa globalité ; ils n'ont pas encore totalement compris les liens entre les unités de numération, dans les nombres entiers et décimaux. Ces difficultés s'inscrivent en partie dans le contexte de la crise sanitaire, où les apprentissages de plusieurs élèves ont été entravés jusqu'à la fin de leur année de CE2. Cela pourra être résolu durant la suite du cycle 3, grâce à d'autres séances de manipulation et d'oralisation (reprenant par exemple la situation de référence), d'institutionnalisation et d'entraînements.

Des difficultés persistaient aussi pour plusieurs élèves, lors du post-test, aux exercices 5 et 6 qui ciblaient le passage d'une représentation de ces nouveaux nombres à une autre. Ce type de tâche requiert une capacité d'abstraction et un travail en profondeur sur le sens donné aux nombres décimaux, à leurs différentes représentations et aux liens entre ces représentations. Cet apprentissage doit donc également se poursuivre et peut faire l'objet d'autres types de rituels.

Enfin, une hypothèse sous-jacente a été vérifiée et confirme les conclusions de la littérature, puisque la pratique du rituel et des phases de jeu a permis de renforcer l'engagement des élèves dans la tâche et leur autonomie dans la mise au travail, grâce à une motivation intrinsèque. Cette autonomie a été renforcée par le rôle des élèves chargés d'aider les élèves en difficulté ou de valider les résultats de quelques autres binômes. Les élèves n'attendaient donc pas la validation de l'enseignante pour procéder à un nouveau tirage, ce qui permettait des temps de remédiation plus efficaces. Cela a également permis de transformer leur rapport à l'erreur et leur a donné davantage de confiance en leurs ressources cognitives. Cet apport de confiance a pu être favorisé par la mise en place du rituel, dans lequel la phase de recherche laisse une grande place à l'essai-erreur, mais il faut aussi souligner le rôle important des temps de mise en commun et de la métacognition, présente à chaque séance par petits groupes ou en groupe classe. Cette métacognition a été favorisée et guidée par l'enseignante grâce à des consignes orales, mais aussi par la présence de l'espace « à quoi fallait-il faire attention ? » sur la fiche-réponse. Si les élèves ont d'abord eu du mal à investir cet espace, nous avons vu qu'une majorité d'entre eux a par la suite su se l'approprier, surtout à partir du moment où ils imaginaient écrire pour un

camarade en difficulté. Cela leur permettait notamment d'expliciter plus facilement leur procédure si leur tirage était analysé lors des temps de mise en commun.

5.3. Limites et perspectives

Le protocole contenait un test, proposé avant et après la réalisation des séances du rituel. Dans l'exercice 5 de ce test, deux questions ont été posées aux élèves, dans le but de percevoir quelles ressources ils mettaient en œuvre pour y répondre, sans avoir travaillé ces tâches auparavant : trouver l'écriture décimale de $\frac{1}{2}$ et de $\frac{1}{4}$. Cependant, l'observation des réponses des élèves a montré que cette tâche demande des compétences trop importantes d'abstraction à leur niveau et a pu les perturber inutilement. Ces questions auraient donc pu être posées en dehors du test et fournir une simple évaluation diagnostique pour un apprentissage futur.

D'autre part, la limite principale comportée par cette étude est la différence de protocole entre les passages des deux tests. Comme évoqué lors de l'analyse des résultats (p.22), les conditions de réalisation du post-test, contraintes par la fermeture anticipée des écoles, ont joué en la défaveur des élèves anxieux ou en difficulté et se sont répercutées sur leur réussite, sans que cet impact soit quantifiable. Cela renforce encore le sentiment de prudence à observer face aux résultats des tests. Il aurait donc été intéressant de prévoir différents outils d'évaluation, à différents temps de la période d'expérimentation, afin de limiter les biais engendrés par le stress des élèves et d'éviter de considérer une seule source quantitative de résultats. Certaines fiches-réponses ont été conservées et peuvent jouer ce rôle ; il aurait aussi été possible de construire une grille d'observation pour analyser le plus objectivement possible les phases collectives ou de travail sur ardoise.

Par ailleurs, pour l'expérimentation, les binômes ont été formés selon le plan de classe prédéfini, qui répartissait les élèves selon leur niveau de besoin dans les apprentissages fondamentaux. Les binômes étaient donc homogènes dans la grande majorité des cas. Cela a pu permettre de cibler et organiser plus aisément la remédiation, mais a pu en contrepartie limiter l'émulation et les temps de métacognition entre élèves plus performants et élèves en difficulté. Cela a aussi conduit à creuser les écarts entre les élèves en difficulté et les élèves très performants, même si l'activité de « tuteur » a permis de pallier en partie ce problème. Il pourrait donc être intéressant d'alterner, selon les séances, la composition des binômes, tout comme il est important de varier fréquemment les phases et les modalités de travail ou encore les supports.

Enfin, la mise en place du rituel sur un temps plus long, avec un rythme d'un jour sur deux au lieu des jeudis et vendredis, pourrait être envisagée et favoriserait une compréhension plus complète du nombre ainsi que des liens entre unités de numération. En effet, les règles et modalités de jeu sont adaptables dès le cycle 2 et tout au long du cycle 3, ce qui pourrait constituer une solution avantageuse à la difficulté observée dès l'exercice 1, où l'absence d'une unité de numération n'est pas bien traitée par la moitié des élèves de la classe. Ce type d'erreur se rapporte à une difficulté déjà présente pour les nombres entiers et qui s'étend aux nombres décimaux.

6. Conclusion

Cette expérience a été très enrichissante à plusieurs points de vue. D'abord, elle m'a permis d'approfondir ma réflexion sur l'enseignement des fractions et des nombres décimaux, si déterminant pour les apprentissages au cycle 3. J'ai pu observer très concrètement les difficultés des élèves pour appréhender ces nouveaux nombres et l'appui sur ce rituel a contribué à enrichir ma pédagogie. De manière plus générale, ce mémoire a aussi été une occasion de penser plus en profondeur à la place et l'impact du rituel et du jeu dans les apprentissages et la mémorisation.

De plus, j'ai beaucoup apprécié la démarche et le cadre qui ont été mis en œuvre tout au long de la réalisation de ce mémoire. Cette méthodologie particulière peut être réadaptée pour la suite de ma carrière professionnelle, comme une analyse réflexive et prospective sur la didactique des différentes disciplines que j'aurai à enseigner. Après avoir ciblé un objectif ou des hypothèses particulières, l'enseignant peut en effet, seul ou en équipe, prendre appui sur l'état actuel de la recherche dans la discipline concernée, puis établir un protocole et le mettre en place, avant d'observer et analyser les résultats, les réussites et les limites. Cette démarche doit avoir pour objectif principal de permettre de meilleures conditions d'apprentissage et de réussite pour tous les élèves.

Bibliographie

- Bolon, J. (1992). L'enseignement des décimaux à l'école élémentaire. *Grand N*, 52, 49-79.
- Chambris, C. (2017). *Questions sur l'enseignement des nombres, notamment décimaux, au cycle 3*.
- Coulangue, L., & Train, G. (2018). *Enseigner les nombres décimaux et les fractions transitions (ou ruptures ?) Primaire-secondaire*.
- Dehaene, S. (2018). *Apprendre ! Les talents du cerveau, le défi des machines*. Odile Jacob.
- Divisa, A., Mastrot, G., Stoffel, H., et Croset, M.C. (2018). Quelles modalités pour construire un rituel de numération efficace au cycle 2 ? *XLVe colloque COPIRELEM*. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02488021>
- Eustache, F., & Guillery-Girard, B. (2016). *La Neuroéducation : La mémoire au cœur des apprentissages*. Odile Jacob.
- Gioux, A.-M. (2008). *Première école, premiers enjeux*. Hachette éducation.
- Institut Français de l'Éducation, ENS de Lyon (2020), *Chiffroscope : Une ressource pédagogique et un jeu pour la numération décimale de position du cycle 2 au cycle 3*, repéré au <https://chiffroscope.blogs.laclassse.com/>, le 05/11/2020.
- Lieury, A., & Fenouillet, F. (2013). *Motivation et réussite scolaire-3ème édition*. Dunod.
- Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche (MENESR). (2012). *Le nombre au cycle 3 : Apprentissages numériques*. https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/44/9/NombreCycle3_web_VD_227449.pdf
- Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche (MENESR). (2020). *Programme du cycle 3*. https://cache.media.eduscol.education.fr/file/A-Scolarite_obligatoire/37/5/Programme2020_cycle_3_comparatif_1313375.pdf
- Ressources pédagogiques de la DSDEN59 (2018), *Continuer à former et à se former en mathématiques : fractions et décimaux*, repéré à <https://pedagogie-nord.ac-lille.fr/spip.php?article243>, le 05/11/2020.
- Tempier, F. (2015a). *La numération décimale de position à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*.
- Tempier, F. (2015b). *La numération décimale de position au cycle 2*. <http://comeniusmathematiques.portail15.fr/?p=1246>

Sommaire des Annexes

Annexe 1 : Progression des séances de rituel jusqu'au post-test	1
Annexe 2 : Test proposé aux élèves avant et après les séances de rituel	3
Annexe 3 : Fiche-réponse	5
Annexe 4 : Production d'élèves : évolution de la métacognition	6
Annexe 5 : Production d'élèves pour lesquels le post-test ne révèle pas de progrès	7

Annexe 1 : Progression des séances de rituel jusqu'au post-test

Séances	Contenu	Sélections de cartes disponibles
1 - Nombres entiers Vendredi	<ul style="list-style-type: none"> - Explications des consignes, distribution du matériel, modelage : $15c\ 3u = 1503$ - 15 minutes de jeu en binômes, remédiation et validation par l'enseignant. - Point collectif et nouvel exemple : $5u\ 17u\ 2d\ 9um$ pour obtenir le nombre 9 042. Vérification de la compréhension des règles du jeu, explicitations de procédures d'élèves. 	<p>« Nombre » :</p> <p>N3 : majorité de nombres à 1 chiffre ou N4 : équilibre des nombres à 1 et 2 chiffres ou N5 : quasi exclusivement des nombres à 2 chiffres</p> <p>« Unité de numération » : U4 modifiée : unités x2, dizaines x2, centaines, unités de mille x2</p>
2 - Nombres entiers Jeudi	<ul style="list-style-type: none"> - Rappel des règles du jeu par des élèves - 15 minutes de jeu en binômes, différenciation possible avec d'autres sélections de cartes ou un nombre plus restreint de tirages. - Point collectif - Arrêt sur image : $3um, 57c, 4d$ et $1d$. Permet de voir la nécessité d'ajouter un 0 dans les unités pour écrire 8 750. 	
3 - Nombres entiers Vendredi	<ul style="list-style-type: none"> - Jeu collectif avec un tirage aléatoire au tableau - Mise en commun - Arrêt sur image montrant l'apparition d'un 0 issu d'une conversion : $20um\ 4c\ 6c\ 15u$ pour trouver 21 015. 	
4 - Nombres décimaux Jeudi	<ul style="list-style-type: none"> - 15 minutes de jeu en binômes - Point collectif : institutionnalisation de l'écriture décimale, le rôle de la virgule dans le nombre, la place des nouvelles unités de numération et les liens entre elles, rappel avec la situation de référence. 	<p>« Nombre » :</p> <p>N4 : équilibre des nombres à 1 et 2 chiffres</p> <p>« Unité de numération » : U9 : dizaines x2, unités x2, dixièmes x3, centièmes x2</p>
5 - Nombres décimaux Vendredi	<ul style="list-style-type: none"> - Deux tirages aléatoires collectifs au tableau - Arrêt sur image : 6 centièmes 4 dixièmes, 15 dizaines, 20 dizaines pour travailler la conversion entre dixièmes et unités et trouver 351,36. 	<p>Séance 5 : ajout de 2 cartes millièmes</p>

<p>6 - Nombres décimaux Jeudi</p>	<p>- Rappel sur l'ordre des unités de numération, le rôle de la virgule dans le nombre hors du tableau - Un tirage aléatoire collectif au tableau - Arrêt sur image : 2 dizaines 9 dixièmes 30 centièmes 23 unités 16 dizaines pour travailler les conversions successives et l'obtention d'un zéro par addition puis conversion (16 + 2 + 2 dizaines)</p>	<p>« Nombre » : N4 : équilibre des nombres à 1 et 2 chiffres</p>
<p>7 - Nombres décimaux Vendredi</p>	<p>- 10 minutes de jeu en binômes - Arrêt sur image avec une nouvelle modalité de recherche : le nombre mystère est donné ainsi que toutes les cartes sauf une : retrouver la valeur d'une unité de numération non déterminée</p>	<p>« Unité de numération » : U9 modifiée : dizaines x2, unités x2, dixièmes x3, centièmes x2, millièmes x3</p>
<p>8 - Nombres décimaux Jeudi</p>	<p>- Jeu collectif avec un tirage aléatoire au tableau - Arrêt sur image avec une nouvelle modalité de recherche : le nombre mystère 260,74 est donné, les cartes pour le recréer doivent être placées dans le tableau : 16d 1c 6 dixièmes 14 centièmes.</p>	
<p>Après le post-test, les séances pouvaient évoluer pour revoir et approfondir les connaissances sur les grands nombres entiers et les liens entre toutes les unités de numération : conversions, comparaisons de nombres, absence d'unités de numération et rôle du 0...</p>		

Annexe 2 : Test proposé aux élèves avant et après les séances de rituel

Prénom :

Date :

1. Écris les nombres suivants dans l'unité demandée.

Exemple : 2 dizaines = 20 unités

15 dizaines = unités

7 dixièmes = centièmes

2 unités = dixièmes

28 dizaines = dixièmes

12 centaines = unités

6 unités = centièmes

2. Trouve le nombre mystère : écris les nombres avec une virgule puis calcule.

Exemple : 2 unités et 3 dixièmes + 12 unités et 5 dixièmes

$$\begin{array}{r} 2,3 \\ + 12,5 \\ \hline 14,8 \end{array}$$

2 unités et 52 centièmes + 5 unités et 8 dixièmes

..... + =

18 unités et 35 centièmes + 2 unités et 15 centièmes

..... + =

2 dizaines et 3 centièmes + 23 unités et 4 centièmes

..... + =

6 unités et 23 dixièmes + 1 unités et 5 dixièmes

..... + =

3. Décompose les nombres suivants en unités de numération, comme dans l'exemple :

Exemple : 2,56 = 2 unités + 5 dixièmes + 6 centièmes

$$= 2 + 0,5 + 0,06$$

1,28 =

=

3,09 =

=

12,504 =

=

4. Entoure le nombre le plus proche :
Exemple : 142 dixièmes est plus proche de :

1,4	14	140
-----	----	-----

135 centièmes est plus proche de :	13	1,3	130
821 dixièmes est plus proche de :	820	8,2	82
9 704 dixièmes est plus proche de :	9,7	970	97 9700
3 centièmes est plus proche de :	0,1	0,01	100
99 dixièmes est plus proche de :	10	100	0,1

5. Écris les fractions suivantes sous la forme d'un nombre à virgule. Tu peux utiliser plusieurs étapes. Exemple : $\frac{12}{10} = 1,2$

$\frac{22}{10} =$

$\frac{136}{100} =$

$\frac{54}{100} =$

$\frac{1087}{1000} =$

$\frac{769}{1000} =$

$\frac{6437}{10} =$

$\frac{1}{2} =$

$\frac{1}{4} =$

6. Écris ces nombres à virgule sous forme de fraction. Exemple : $1,65 = \frac{165}{100}$

3,58 =

1,2 =

3,501 =

17,46 =

44,108 =

7. Écris le bon symbole pour comparer les deux nombres : < ; > ; =
Exemple : 2,36 < 2,63

12,6 14,2

3,4 3,23

5,82 5,820

6,09 6,2

1,65 165

8,04 8,4

Annexe 3 : Fiche-réponse

Fiche-réponse Chiffroscope

Prénom :

Tirages :

Mes recherches / calculs :

J'écris le nombre mystère de différentes manières :

.....

.....

.....

À quoi fallait-il faire attention ?

Annexe 4 : Production d'élèves : évolution de la métacognition

Fig.1 : Séance 1 : l'élève ne perçoit pas quels éléments de sa procédure l'ont amenée à réussir

À quoi fallait-il faire attention ?

Rien, c'était très facile!

Fig.2 : Séance 3 : les élèves font l'effort de lister les points d'attention dans le tableau et dans l'espace d'expression, pour de potentiels élèves en difficulté

Fiche-réponse Chiffroscope

Prénom : Lucile et Emili

Tirages :

dm	um	c	d	u			
3 ← 30		8 8					
			2 ← 23				
		1 ← 14					

Mes recherches / calculs :

$$\begin{array}{r}
 30000 \\
 + 8800 \\
 + 1400 \\
 + \quad 23 \\
 \hline
 32223
 \end{array}$$

J'écris le nombre mystère de différentes manières :

32 223 = trente-deux mille-deux-cent-vingt-trois

À quoi fallait-il faire attention ?

Aux changements de colonnes, à bien placer les chiffres et aux retenues.

Annexe 5 : Production d'élèves pour lesquels le post-test ne révèle pas de progrès

Fiche-réponse Chiffroscope

Prénom : Noah
Antonin

Tirages :

	u m	C	d			
	3	0	3			
	2	7				
	1	4				

Mes recherches / calculs :

u m	C	d	
3000	700	30	
2000	400		
1000	700		
<u>6000</u>	<u>7700</u>		= 7730

J'écris le nombre mystère de différentes manières :

7730 $7000 + 700 + 30 = 7730$ u m C d u
 sept mille cent-trente - ~~10000~~ 7 7 3 0
~~2000~~
 7730

À quoi fallait-il faire attention ?

Aux unités de mille

Année universitaire 2020-2021

**Master 2 Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation
Mention Premier degré**

Titre du mémoire : Enseignement des nombres décimaux en CM1 : l'impact d'un rituel centré sur le principe décimal

Auteur : Caroline BEYLOT

Résumé : L'enseignement des fractions et des nombres décimaux est un point central des apprentissages fondamentaux au cours du cycle 3. Au cours de cette année où j'exerçais à mi-temps dans une classe de CM1, mon objectif était de donner aux élèves les moyens de comprendre les liens entre les unités de numération pour qu'ils puissent mieux s'approprier la connaissance des nombres. Suivant une étude de l'IREM de Grenoble, l'hypothèse principale de ce mémoire est que le fait de ritualiser certaines tâches et certains savoirs spécifiques peut permettre, plus généralement, de faciliter la compréhension et l'appropriation des nouveaux nombres que sont les fractions, ainsi que leurs représentations. Le rituel choisi cible une meilleure compréhension du principe décimal de notre système de numération et vise donc une meilleure assimilation des apprentissages sur les nombres décimaux.

Mots clés : Enseignement des mathématiques, rituel, principe décimal, numération, unité de numération, cycle 3, CM1

Abstract: Teaching fractions and decimals is a central point of fundamental learning during the third cycle in school. When I was teaching part-time in a CM1 class, I wanted to help pupils understand the links between the units of numeration, so that they can improve their knowledge of numbers. Within a study by IREM in Grenoble, the main hypothesis of this thesis is that ritualizing tasks and specific knowledge can help pupils understand and appropriate better decimals and fractions. The chosen ritual targets a better understanding of the decimal principle of our number system and therefore aims at a better assimilation of decimal numbers.

Keywords: Mathematics teaching, ritual, decimal principle, numeration, cycle 3, CM1