



Que connaissent les élèves sur la différence entre chiffre et nombre ?

Florence Michard-Caubel, Mathilde Schutt

► To cite this version:

Florence Michard-Caubel, Mathilde Schutt. Que connaissent les élèves sur la différence entre chiffre et nombre ?. Education. 2021. dumas-03667882

HAL Id: dumas-03667882

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-03667882>

Submitted on 13 May 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Master Métiers de l'enseignement et de l'éducation et de la formation

Mention 1 – MASTER 2

**Que connaissent les élèves sur la différence entre
chiffre et nombre ?**

Mémoire présenté en vue de l'obtention du Grade de Master soutenu par

Florence MICHARD-CAUBEL M2A

Mathilde SCHUTT M2B

Directeurs de mémoire : Claire MARGOLINAS et Stéphanie BOUDET

Année universitaire 2020-2021

Table des matières

Chapitre 1 : Questionnement sur le sujet de mémoire.....	4
1- Que connaissent les élèves sur la différence entre chiffre et nombre ?.....	4
1.1- Introduction	4
1.2- Définition des deux aspects de la numération	4
1.3- Questions relatives au sujet du mémoire	5
Chapitre 2 : Etude des programmes.....	5
1- Les programmes de 2008	5
2- Les programmes de 2015	6
Chapitre 3 : Etude d'articles portant sur la numération de position	6
1- La Numération. Les difficultés suscitées par son apprentissage.....	6
1.1- Analyse d'un exercice proposé par Nadine Berdnarz et Bernadette Janvier : Les sacs de bonbons	10
2- Composer et décomposer : un révélateur de la compréhension de la numération chez les élèves	12
Chapitre 4 : Etude de manuels scolaires	14
1- Au cycle 2 : niveau CE2	15
1.1- Manuel « Pour comprendre les maths CE2 » édition Hachette éducation 2020 ..	15
2- Au cycle 3 : niveau CM1	22
2.1- Manuel « CAP Maths » édition Hatier 2017	22
Chapitre 5 : Expérimentation.....	27
1- Conditions d'expérimentation.....	28
2- Situations proposées lors de l'expérimentation	28
2.1- Question ouverte.....	29
2.2- Analyse d'une production d'élève dans un exercice	29
2.3- Exercice de composition.....	31
3- Expérimentation.....	32

3.1- Description et mise à plat de l'exercice 1	32
3.2- Description et mise à plat de l'exercice 2	33
3.3- Description et mise à plat de l'exercice 3	37
4- Analyse de l'expérimentation	42
4.1- Remarques sur la réalisation de l'expérimentation	42
4.2- Définition des chiffres et des nombres pour nos sujets.....	43
4.3- Gabriel : un cas de procédure de conversion.....	44
4.4- Utilisation du matériel de numération par les sujets	44
4.5- Procédures des deux sujets.....	44
4.6- Léo : un cas de juxtaposition ordonnée des chiffres en fonction de l'ordre des unités de numération.....	45
Chapitre 6 : Conclusion	45
Références	47
.....	49
Attestation de non-plagiat	49
.....	50
Attestation de non-plagiat	50

Chapitre 1 : Questionnement sur le sujet de mémoire

1- Que connaissent les élèves sur la différence entre chiffre et nombre ?

1.1- Introduction

Pour ce sujet, nous sommes parties d'une difficulté observée chez un enfant de notre entourage familial. Il s'agit d'un garçon de CE2, sans difficultés particulières en mathématiques, qui a eu de la peine à comprendre la différence entre le chiffre des dizaines dans un nombre et le nombre de dizaines dans ce même nombre.

Les notions de « chiffre » et de « nombre » sont très étroitement liées si bien que dans la vie quotidienne, ces deux termes sont souvent employés indifféremment et considérés comme synonymes. Ainsi, dans le langage courant, le mot « chiffre » pourra être utilisé à la place du mot « nombre » pour parler du « chiffres d'affaires » d'une entreprise ou des « chiffres du chômage » par exemple. « Chiffres » et « nombres » sont donc souvent confondus dans les usages de la vie quotidienne alors que ces deux dimensions sont bien distinctes pour les mathématiciens. Un nombre désigne un cardinal qui réfère à une quantité, ou un ordinal qui réfère à une position dans une liste ordonnée alors qu'un chiffre est un caractère d'imprimerie qui permet d'écrire les nombres. Il a le même statut que la lettre par rapport aux mots, c'est en quelque sorte l'alphabet des nombres. Il y a des nombres d'un ou plusieurs chiffres comme il y a des mots d'une ou plusieurs lettres.

1.2- Définition des deux aspects de la numération

Le principe de numération positionnelle

Il s'agit du fait que la position d'un chiffre réfère à une unité : dans 3264, le 3 représente 3 milliers car il est en 4ème position (en partant des unités et donc de la droite), le 2 représente 2 centaines, etc. D'ailleurs les mots unités, dizaines, centaines (que nous appellerons « unités de numération ») ne sont souvent utilisés que comme des étiquettes pour dire le nom des rangs dans l'écriture du nombre. À titre d'exemple, le mot « centaine » a perdu sa signification de groupement de cent objets pour ne plus faire référence qu'à une position dans l'écriture du nombre.

Le principe de numération décimale

Il convient de rappeler que les différentes unités sont liées entre elles par des « relations » décimales : dix unités d'un certain ordre sont égales à une unité de l'ordre immédiatement supérieur : dix unités c'est une dizaine, dix dizaines c'est une centaine, etc. Il en découle alors des relations entre les unités des différents ordres (par exemple un millier c'est cent dizaines). C'est ce qui fait que notre système de numération est « décimal ». Nous appellerons cet aspect de notre système, l'aspect décimal de la numération.¹

1.3- Questions relatives au sujet du mémoire

Ces questions sont en lien avec le sujet que nous avons choisi, elles nourrissent notre réflexion.

- Pour les élèves, y a-t-il une différence entre chiffre et nombre, si oui laquelle ?
- Quelle sont les connaissances et les difficultés des élèves sur les chiffres et les nombres ?

Chapitre 2 : Etude des programmes

1- Les programmes de 2008

Dans les programmes de 2008 du cycle des approfondissements (CE2-CM1-CM2), il est indiqué en mathématiques, dans la partie « nombres et calculs » pour les nombres entiers : « le principe de la numération décimale de position : valeur des chiffres en fonction de leur position dans l'écriture des nombres ».

Nous remarquons que ce sont des programmes plus courts avec 39 pages contre 386 pour les programmes de 2015 (en vigueur). Dans les programmes de 2008, nous relevons 4 occurrences du mot « chiffre » dont deux désignant l'écriture chiffrée d'un nombre et les deux autres portant sur la valeur des chiffres en fonction de leur position dans l'écriture du nombre (nombres entiers naturels, nombres décimaux et fractions).

Dans les bulletins officiels n°3 datant du 19 juin 2008 le mot « chiffre » n'apparaît qu'une seule fois dans la partie des nombres décimaux, il s'agit au CM1 de « Connaître la valeur de chacun

¹ Site Web « Enseigner la numération décimale » (<http://numerationdecimale.free.fr/>)

des chiffres de la partie décimale en fonction de sa position (jusqu'au 1/100ème) ». Ce mot n'apparaît à aucun autre endroit dans ces textes.

2- Les programmes de 2015

Dans les programmes de 2015 en vigueur, il est indiqué dans les attendus de fin de cycle 2 en mathématiques :

- Utiliser diverses représentations des nombres (écritures en chiffres et en lettres, noms à l'oral, graduations sur une demi-droite, constellations sur des dés, doigts de la main...).
- Utiliser des écritures en unités de numération (5d 6u, mais aussi 4d 16u ou 6u 5d pour 56) :
 - unités de numération (unités simples, dizaines, centaines, milliers) et leurs relations (principe décimal de la numération en chiffres) ;
 - valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un nombre (principe de position) ;

Nous remarquons qu'il y a 5 occurrences du mot « chiffre » dans les programmes de 2015 au sein du domaine des mathématiques et que des exemples de situations et d'activités sont proposés (ce qui n'est plus le cas dans les programmes de 2018).

Dans ces programmes de 2015, le mot « chiffre » est plus communément employé pour parler de l'écriture chiffrée du nombre par opposition à l'écriture en lettres ou l'énonciation orale (mot-nombre prononcé) de ce même nombre. En ce sens, le terme « chiffre » est plus souvent associé à l'écriture chiffrée du nombre qu'à la valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un nombre.

Chapitre 3 : Etude d'articles portant sur la numération de position

1- La Numération. Les difficultés suscitées par son apprentissage

L'article « La Numération. Les difficultés suscitées par son apprentissage. » (Bednarz & Janvier, 1984) porte sur une recherche menée par deux chercheuses, Nadine Bednarz et Bernadette Janvier, sur l'apprentissage de la numération à l'école primaire. Cette étude a été réalisée auprès d'élèves québécois âgés de 6 à 10 ans sur une période de 5 ans (de 1979 à 1983). Leurs travaux mettent en évidence une compréhension fragile de la numération chez les élèves de primaire et pointent les principales difficultés et erreurs rencontrées au cours de leur

apprentissage dans ce domaine. Les deux auteures montrent que les obstacles et erreurs relevés chez les élèves sont souvent inhérents à l'enseignement de la numération. Elles présentent un certain nombre de caractéristiques propres à l'enseignement de la numération dans les classes d'écoles primaires et les facteurs qui peuvent induire les élèves en erreur dans leur compréhension de la numération décimale. Si la numération occupe une place centrale dans les programmes de mathématiques de l'école élémentaire, l'article mentionne qu'elle est généralement travaillée en vue de passer à l'écriture chiffrée du nombre (écriture symbolique). Il ressort des expérimentations menées dans le cadre de cette étude que peu d'enfants accordent une réelle signification aux mots centaines ou dizaines en termes de groupements. Il s'agit plus communément d'une convention, d'une norme à apprendre pour les élèves.

L'article souligne également que si la manipulation est très présente au sein de l'enseignement de la numération, elle est fréquemment utilisée à des fins de codage, de passage à l'écriture chiffrée du nombre plutôt que comme aide à la visualisation des groupements. Les élèves construisent donc des automatismes : ils sont capables par exemple de représenter un nombre avec du matériel de numération mais n'identifient pas ce nombre en termes de groupements.

Cet article pointe par ailleurs l'organisation spatiale souvent biaisée du matériel de numération dans les manuels scolaires. Le matériel de numération est souvent ordonné de la même façon : par ordre décroissant de gauche à droite, c'est-à-dire, dans l'ordre de lecture linguistique, du matériel représentant les unités de numération de rang le plus élevé (exemple : les milliers) au matériel représentant les unités de numération de rangs inférieurs (exemple : les centaines, puis à droite des centaines, les dizaines et enfin les unités isolées à droite). *« Cet alignement systématique dans les représentations du nombre n'a pas sa raison d'être, en particulier lorsqu'on travaille avec du matériel ou des images de matériel où chaque groupement est distinguable des autres par la taille, la couleur, la forme. »* L'article ajoute que l'élève spontanément ne s'impose pas d'ordre, celui-ci lui est enseigné implicitement durant sa scolarité. L'apprentissage de la lecture se fait de gauche à droite alors que la lecture des nombres comporte une lecture de droite à gauche à partir de l'unité. C'est la lecture du nombre à partir de l'unité qui permet de donner la valeur de chaque chiffre. Il n'est pas évident pour un élève de lire un nombre dans le sens inverse de la lecture linguistique, aussi nous pensons qu'un enseignement explicite de la lecture des nombres (de droite à gauche) serait essentiel.

Par rapport à cette caractéristique, nous constatons effectivement que dans les manuels de mathématiques de cycle 2, le matériel de numération est pratiquement toujours aligné par ordre de groupements décroissant de la gauche vers la droite. Cette organisation spatiale est même

celle attendue dans le guide pédagogique du fichier de l'élève lorsque les élèves ont à manipuler du matériel de numération pour décomposer ou représenter un nombre.

Débattre, symboliser

■ On attend la représentation suivante :

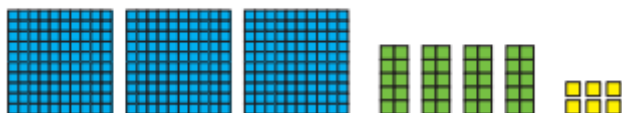


Figure 1- Guide pédagogique du fichier « Pour comprendre les maths CE1 », p. 98 (Paul Bramand, 2020)

Dans un autre manuel élève (Cap Maths CM1), nous constatons que le matériel de numération est organisé de manière verticale avec en haut les cubes des milliers, puis les plaques de centaines, puis les barres de dizaines et enfin les unités. Nous retrouvons une représentation du nombre également organisée par un alignement du matériel de numération dans un ordre de groupements décroissant (de haut en bas). Cette représentation s'inscrit toujours dans l'ordre de l'écrit linguistique (ici haut-bas), en revanche l'écriture chiffrée qui en résulte semble moins évidente à percevoir pour les élèves que celle de la figure 1. En effet, pour y arriver, l'élève doit faire une relation haut-bas avec gauche-droite ou bien bas-haut avec droite-gauche pour déterminer l'écriture chiffrée du nombre représenté avec le matériel de numération de la figure 2.

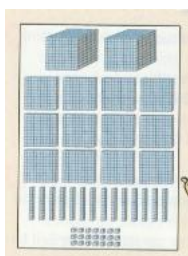


Figure 2- Manuel élève « Cap Maths CM1- Nombres, calculs et problème », p. 12 (Charnay, 2017)

Les manuels élèves ou guides du maître respectent systématiquement un ordre prédéfini du matériel de numération allant du groupement de rang le plus élevé au groupement de rang le plus faible. En effet, nous ne trouvons pas de représentation du nombre dans ces supports où les unités sont placées par exemple entre les cubes de milliers et les plaques de centaines. Cependant, les programmes officiels de 2015 proposaient des exemples avec des unités de numération dans différents ordres même s'il ne s'agissait pas de représentations du matériel. Dans les exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève proposées dans le sous-domaine « Nombres et Calculs » des programmes de cycle 2 de 2015, on retrouve : « Utiliser des écritures en unités de numération 5d 6u, mais aussi 4d 16u ou 6u 5d pour 56 ».

L'expérimentation a également permis d'observer que peu d'enfants voyaient l'intérêt de regrouper pour dénombrer rapidement une collection d'objets et que peu d'enfants considéraient que l'écriture était un code qui découlait directement de ces groupements. Ainsi, dans une situation où l'on présente à un élève une feuille sur laquelle sont dessinés un grand nombre de traits avec la consigne de dénombrer le plus rapidement possible la collection de traits, la plupart des élèves ont recours au comptage un par un, qui est fastidieux et généralement source d'erreurs en raison de la taille de la collection. Certains élèves ont eu l'idée de regrouper mais toujours à des fins de comptage pour compter plus vite (de dix en dix par exemple) sans percevoir que l'écriture du nombre est un code qui émane directement de ces groupements. Parmi les élèves qui ont fait des groupements, aucun n'a eu recours à un groupement de groupements, qui aurait permis de trouver de façon encore plus immédiate et visible le nombre d'éléments constitutifs de la collection. Ainsi pour une collection de 147 traits, *« si l'enfant a organisé sa feuille de façon très claire en quatorze groupements de dix et un groupement de sept, il sait qu'on peut vite en déduire le nombre d'éléments, 147. Un enfant aurait pu faire un groupement de cent (avec dix groupements de dix), quatre groupements de dix et un groupement de sept ; il aurait pu alors déduire très vite le nombre d'éléments, 147. »* L'étude fait ressortir la difficulté des élèves à travailler simultanément avec deux groupements différents.

Les résultats et les observations de cette étude révèlent que l'enseignement courant de la numération est trop axé sur l'écriture conventionnelle au détriment de la construction du sens de la numération décimale. Les élèves appliquent des règles, des procédures, des mécanismes dictés par l'enseignant sans en dégager le sens ou bien l'intérêt d'où la faible compréhension des élèves de la numération décimale.

À la suite de ces conclusions, Nadine Bednarz et Bernadette Janvier font des recommandations pour favoriser l'apprentissage de la numération et sa compréhension au primaire. Elles recommandent notamment de moins axer l'apprentissage sur l'écriture conventionnelle et le symbolisme, d'éviter l'enseignement trop descendant où les élèves appliquent des procédures sans en comprendre le véritable sens et d'utiliser plus intelligemment le matériel de numération pour qu'il puisse véritablement servir les apprentissages.

Nous constatons que bien que cet article date des années 80, les programmes de 2008 et 2015 ne proposent pas de situations pour travailler la numération décimale sous forme de groupements.

1.1- Analyse d'un exercice proposé par Nadine Bednarz et Bernadette Janvier : Les sacs de bonbons

Description de la situation

Nous sommes parties d'une situation de référence proposée par Nadine Bednarz et Bernadette Janvier (1984) dans l'article « La numération ». Cette situation mise en place et testée par les chercheuses auprès d'élèves québécois de cycle 2 a permis de mettre en lumière les difficultés des élèves en numération du fait d'un enseignement de la numération trop détachée des 4 opérations.

Le matériel utilisé pour cet item est composé de bonbons enveloppés par dix dans un rouleau de papier opaque (bonbons non visibles dans les rouleaux) et de rouleaux enveloppés par dix dans un sac non transparent (rouleaux non visibles à l'intérieur du sac).

Mise en situation

Le contexte donné aux élèves dans le cadre de l'expérimentation de Bednarz et Janvier est le suivant : « Une maman prépare une fête pour son petit garçon et elle va acheter des bonbons. Elle prépare des cadeaux pour donner aux amis pendant la fête. Elle met les bonbons dans des rouleaux comme ça (on montre à l'enfant un spécimen réel), puis les rouleaux, elle les met dans un sac comme ça (un spécimen est montré)".

"Elle a préparé des rouleaux comme ça, des sacs comme ça, et elle a quelques bonbons non enveloppés". L'enfant a devant les yeux un sac, un ou deux rouleaux et trois ou quatre bonbons.

Il est important de souligner qu'aucune indication n'est donnée quant à la quantité de bonbons contenus dans un rouleau ou à la quantité de rouleaux dans un sac. Ce nombre n'est pas visible, mais accessible soit en manipulant le matériel réel à disposition des élèves soit en posant directement la question à un adulte.

"La maman avait préparé tout ça (montrer le dessin du haut, ci-dessous).

Pendant la fête, elle a donné tout ça aux amis (montrer le dessin du bas).

Dessine ce qui lui est resté."

Puis quand l'enfant a terminé : "Peux-tu m'expliquer ce que tu as fait ?".

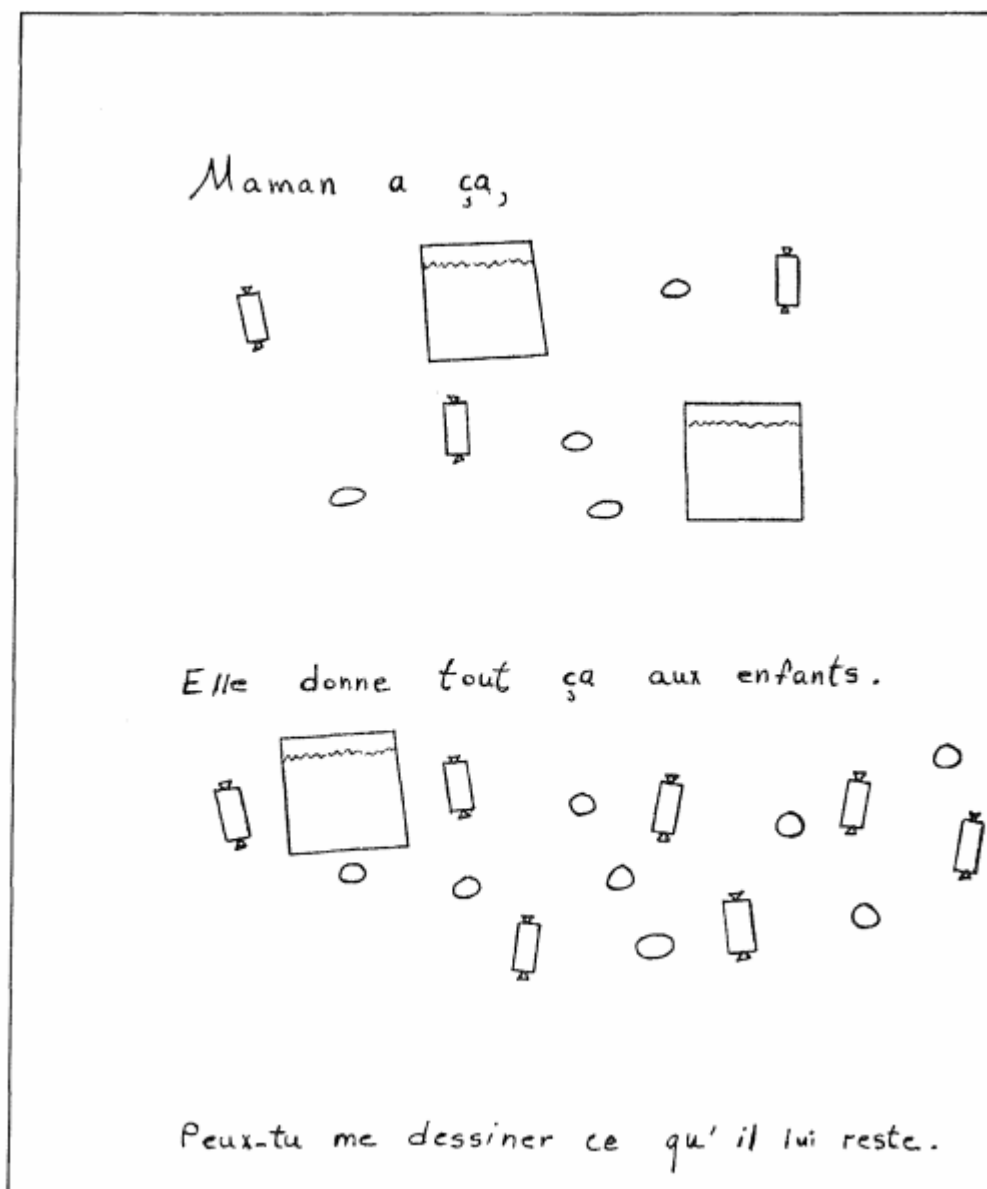


Figure 9- Article « La numération » p.27 ((Bednarz & Janvier, 1984)

Procédures possibles des élèves

Les élèves peuvent trouver l'écriture chiffrée du nombre représenté par chacune des collections de matériel (234 et 178) et calculent ensuite $234 - 178 = 56$ en utilisant l'algorithme traditionnel appris en classe. Ils peuvent ensuite dessiner le matériel correspondant au résultat trouvé (56) avec 5 rouleaux et 6 bonbons ou bien 56 bonbons.

Les élèves peuvent également procéder par dégroupement : dégroupier un sac en 10 rouleaux et dégroupier un rouleau en 10 bonbons puis réaliser une soustraction de la quantité de départ par la quantité donnée aux enfants.

2- Composer et décomposer : un révélateur de la compréhension de la numération chez les élèves

L'article « Composer et décomposer : un révélateur de la compréhension de la numération chez les élèves. » (Frédéric Tempier, 2016) porte sur certains acquis et difficultés des élèves à propos des nombres entiers en fin de cycle 2 ainsi qu'au cycle 3. Cet article se découpe en trois grandes parties. En premier, il y a une analyse des tâches de composition et de décomposition qui est en lien avec les savoirs mathématiques de la numération que ces tâches permettent de travailler. La deuxième partie est consacrée à une approche quantitative, elle fait l'état des lieux des connaissances des élèves sur les tâches de composition et de décomposition au CE2 puis du CM1 à la 5^e. Enfin, cet article se termine par une étude plus fine des techniques mobilisées par cinq élèves de fin de CM1 après un enseignement important des compositions et décompositions. Cette dernière partie permet de préciser les connaissances que mobilisent les élèves dans ces types de tâches.

L'analyse des tâches de composition et de décomposition montre que ces types de tâches peuvent se décliner selon deux cas qui correspondent à des écritures différentes :

- en unité de numération avec unités, dizaines, centaines... (exemple 3 centaines 2 dizaines 2 unités = 321)
- en puissance de dix (1, 10, 100, 1000...) ce qui peut donner
 - o des écritures additives : $300 + 20 + 1 = 321$
 - o des écritures multiplicatives et additives : $3 \times 100 + 2 \times 10 + 1 = 321$

Il convient de considérer que dans cet article, « composer » un nombre signifie qu'on passe d'une écriture en unités de numération à une écriture en chiffres (exemple : 3 centaines 2 dizaines 1 unité = 321). « Décomposer » un nombre est la tâche inverse, il s'agit de passer d'une écriture chiffrée à une écriture en unités de numération (exemple $321 = 3$ centaines 2 dizaines 1 unité). L'analyse des types de tâches « composer » et « décomposer » montre qu'il y a des possibilités pour faire apprendre aux élèves le fonctionnement de notre système de numération. Ces possibilités sont liées à l'étude des nombres ou bien à leur rencontre en lien avec d'autres domaines.

Cet article rend compte d'une analyse quantitative. Une recherche a été menée sur des CE2 en fin de première période, le nombre d'élèves ayant participé à cette recherche varie entre 103 et 187. Il leur est proposé une évaluation qui porte sur différents types de tâches qui sont : associer l'écriture en chiffres et en lettres, comparer deux nombres, composer, déterminer le « nombre

de » et convertir. Pour la tâche « composer un nombre : écriture en unités vers écriture en chiffres » (exemple : 6 centaines + 21 dizaines + 14 unités =.....), les taux de réussites sont très disparates, les résultats baissent considérablement quand des relations entre unités sont en jeu. Pour la tâche « déterminer le nombre de dizaines ou de centaines dans un nombre à trois chiffres » (exemple : dans 260, il y a centaines), les taux de réussite sont semblables à ceux de la tâche précédente. Pour la tâche « détermine le nombre de dizaines ou de centaines dans un nombre à trois chiffres : dans un problème en contexte », les résultats sont faibles (inférieurs à 30%). Pour la tâche « convertir des unités de numération » (exemple : 60 dizaines = centaines), on constate d'importantes difficultés, la relation entre dizaines et centaines est moins maîtrisée que celle entre unités et dizaines.

Pour conclure, les résultats de cette évaluation de début de CE2 montrent que les élèves ont une compréhension insuffisante de la numération écrite. Leurs connaissances ne sont pas assez solides pour répondre aux différentes tâches de compositions et de décompositions.

Cet article rend aussi compte d'une approche qualitative en montrant différentes techniques et différentes justifications mobilisées par les élèves dans les compositions et les décompositions. Cette étude a été menée sur cinq élèves de CM1, chaque élève a réalisé individuellement une série d'exercices et une fois terminés, un entretien individuel a été mené afin de faire formuler par l'élève ce qu'il a fait au moment où il a réalisé les exercices. La synthèse des entretiens montre qu'il n'est pas possible de classer ces élèves selon leurs différentes interprétations car elles ne sont pas figées, elles changent en fonction des tâches. Pour les compositions comme pour les décompositions l'étude menée montre que les élèves qui font des erreurs utilisent des connaissances qui peuvent s'avérer fausses dans certains cas. Pour les conversions d'unités de numération, les élèves ne s'appuient pas sur les relations de bases (exemple : 1m = 10c), mais sur la position des unités dans l'écriture chiffrée (exemple pour 2m 15c, ils transforment le 1 de 15c en 1m qui se rajoute aux 2m déjà présents (soit 3m).

Pour conclure, l'analyse des résultats des élèves aux évaluations montre qu'il y a un lien important entre la valeur « supérieur à dix » de la variable « nombre d'unités » et les difficultés des élèves pour les décompositions. Ces difficultés peuvent être mises en relation avec les difficultés liées aux conversions d'unités. Il est dit « *[q'] une fréquentation exclusive des compositions et décompositions canoniques (au plus 9 unités à chaque ordre) pourrait être à l'origine de difficultés rencontrées par les élèves qui ont des connaissances locales mais font des erreurs quand ils sont confrontés à des cas non canoniques comme « 4 centaines + 10 dizaines = ... »* (p.83). Les élèves peuvent donc avoir des réussites qui sont factices, avec des techniques de juxtaposition

qui ne prennent pas en compte le rôle du zéro ou bien les relations entre les unités pour les compositions. Il est recommandé aux enseignants de proposer des cas variés de compositions aux élèves, cela pourrait les amener à adapter leurs connaissances et à construire des techniques de composition qui tiennent compte à la fois du rang de chaque unité, de la présence de chaque unité ainsi que des nombres à un seul chiffre à chaque rang pour écrire un nombre en chiffres. L'article indique que l'un des enjeux de l'enseignement est de faire des relations entre unités, qu'il ne faut pas se limiter aux seules tâches de compositions et de décompositions.

Chapitre 4 : Etude de manuels scolaires

Afin de mieux comprendre l'origine des difficultés des élèves en numération aux cycles 2 et 3, nous avons décidé d'analyser deux manuels scolaires, un de CE2 et un de CM1.

1- Au cycle 2 : niveau CE2

1.1- Manuel « Pour comprendre les maths CE2 » édition Hachette éducation 2020

Guide pédagogique du fichier

Calcul mental

5 min

Trouver le millier immédiatement supérieur à un nombre inférieur à 10 000.

→ Dire : « 3 500 » ; l'élève écrit 4 000.

Items : « 3 500 » ; « 6 900 » ; « 1 600 » ; « 7 200 » ; « 2 900 » ; « 600 » ; « 8 900 » ; « 5 100 » ; « 4 700 » ; « 1 500 ».

Prérequis oral

« Dans 1 205, quel est le chiffre des dizaines ? des centaines ? »

Cette notion sera couramment utilisée dans la leçon.

Manipulations préparatoires

20 min

En collectif

Organisation	Groupes de 2 élèves.
Matériel	Deux photos d'objets associées à une étiquette indiquant leur prix en euros (vélo à 256 € ; téléviseur à 1 400 €). Par groupe : monnaie factice (cf. Matériel C et D du fichier), une ardoise.

Activité 1 : Payer avec seulement des billets de 10 € et des pièces de 1 €

Manipuler

- Afficher la photo du vélo ainsi que son étiquette-prix : 256 €.
- Poser le problème : « Combien de billets de 10 € et de pièces de 1 € faut-il pour payer exactement ce vélo ? Vous pouvez utiliser votre monnaie factice ou votre matériel de numération. »
- Laisser les élèves manipuler.

Suite à ces manipulations, chaque groupe écrit sur son ardoise le nombre de billets de 10 € et celui de pièces de 1 € nécessaires.

- Demander : « Quel est le nombre de centaines dans 1 400 ? »

Ce nombre est égal au nombre de billets de 100 € → 14.
« Comment retrouver ce résultat avec le tableau de numération ? »

On écrit 1 400 dans le tableau. On trace en rouge le mur des centaines. On lit 14 centaines.

- Demander le chiffre des centaines : 4.

m	c	d	u
1	4	0	0

nombre de dizaines

- Demander à certains groupes de verbaliser leur manipulation. L'exactitude des résultats est vérifiée en comptant la somme qui correspond aux affichages des ardoises : 25 billets de 10 € et 6 pièces de 1 €.

Symboliser, débattre

- Demander d'écrire l'égalité qui permet de traduire ces affichages : $256 = 25 \times 10 + 6$.

- Demander : « Quel est le nombre de dizaines dans 256 ? »

Ce nombre est égal au nombre de billets de 10 € → 25.

« Comment retrouver ce résultat avec le tableau de numération ? » On écrit 256 dans le tableau. On trace en rouge le mur des dizaines.

On lit 25 dizaines.

- Demander le chiffre des dizaines : 5.

m	c	d	u
	2	5	6

nombre de dizaines

Activité 2 : Payer avec des billets de 100 €

Manipuler

- Afficher la photo du téléviseur ainsi que son étiquette-prix : 1 400 €.

Poser le problème : « Combien de billets de 100 € faut-il pour payer exactement ce téléviseur ? Vous pouvez utiliser votre monnaie factice ou votre matériel de numération. »

- Laisser les élèves manipuler.

Suite à ces manipulations, chaque groupe écrit sur son ardoise le nombre de billets de 100 € nécessaires.

- Demander à certains groupes de verbaliser leur manipulation. L'exactitude des résultats est vérifiée en comptant la somme qui correspond aux affichages des ardoises : 14 billets de 100 €.

Symboliser, débattre

- Demander d'écrire l'égalité qui permet de traduire cet affichage : $1\,400 = 14 \times 100$.

Ce guide pédagogique a été conçu pour accompagner l'enseignant dans la mise en œuvre effective du fichier élève « Pour comprendre les maths CE2 » (Paul Bramand, 2020). Cet outil

propose pour chaque séance, des manipulations préparatoires structurées en plusieurs étapes (manipulations d'objets concrets ou mises en situations réelles, débat, passage aux représentations schématiques et aux écritures symboliques) pour préparer les élèves aux exercices d'application du fichier. Une séance de ce guide est dédiée à trouver le nombre de dizaines et de centaines dans un nombre. Pour cette séance, deux activités préparatoires sont proposées basées sur la manipulation de la monnaie dans le but d'acheter des objets (vélo, téléviseur) dont le prix est donné.

La première activité intitulée « Payer avec seulement des billets de 10€ et des pièces de 1€ » part d'une photo d'un vélo et d'un prix affiché de 256€. Le problème posé par l'enseignant aux élèves est de trouver le nombre de billets de 10€ et de pièces de 1€ à utiliser pour payer exactement ce vélo. Pour résoudre ce problème, les élèves disposent de la monnaie factice du fichier élève. Après une phase de manipulation, les élèves arrivent à la conclusion qu'il faut 25 billets de 10€ et 6 pièces de 1€ pour acheter le vélo qui coûte 256€. À partir de ce constat, l'enseignant demande aux élèves quel est le nombre de dizaines dans 256 (le guide pédagogique indique que ce nombre est égal au nombre de billets de 10€, soit 25). Cette activité permet donc de faire l'analogie entre des billets de 10€ et des dizaines, de cette manière il est plus facile pour les élèves de se représenter le nombre de dizaines dans 256 car cela part d'une situation concrète où les élèves ont pu manipuler des dizaines (billets de 10€) et des unités (pièces de 1€). L'aspect décimal du nombre est ainsi travaillé. Le guide propose ensuite dans cette même activité d'écrire 256 dans un tableau de numération (outil qui permet, suivant le guide, de visualiser le principe de position). Le guide pédagogique du fichier propose aux élèves de tracer « le mur des dizaines » (p. 161) dans le tableau de numération et de lire ainsi 25 dizaines. Les élèves tracent un trait rouge dans le tableau de numération entre la colonne des unités de numération représentant les dizaines et celles représentant les unités. Le guide pédagogique indique que le « nombre de dizaines » se lit à gauche du trait qui vient d'être tracé.

m	c	d	u
	2	5	6

nombre de dizaines

Figure 3- Guide pédagogique du fichier « Pour comprendre les maths CE2 », p. 161 (Paul Bramand, 2020)

Il serait plus approprié de parler ici de nombre « entier » de dizaines et non de « nombre de dizaines » car il reste 6 unités non groupées qu'il conviendrait de prendre en compte.

Le nombre d'unités est toujours bien visible dans le tableau de numération, ce qui permet aux élèves de comprendre qu'il y a un reste de 6 unités (6€). Pour finir l'activité, on demande aux élèves d'énoncer oralement le chiffre des dizaines du nombre 256 : 5 (aspect positionnel). Le guide pédagogique s'intéresse ici à l'aspect positionnel de la numération : dans 256, le chiffre 5 représente 5 dizaines car il se situe au rang 1 en partant de l'unité de référence.

La deuxième activité préparatoire proposée dans ce guide, « Payer avec des billets de 100€ », reprend la première activité mais en travaillant cette fois-ci avec des centaines. La situation proposée est de trouver le nombre de billets de 100€ à utiliser pour payer un téléviseur au prix affiché de 1 400€. La même démarche est reprise pour cette activité en faisant la relation entre des billets de 100€ et des centaines. Les élèves manipulent leur monnaie factice, posent les billets de 100€ sur leur table et comptent de 100 en 100 jusqu'à arriver à 1 400. Ils dénombrent ensuite le nombre de billets de 100€ qu'ils ont utilisés pour arriver jusqu'à ce résultat et en concluent que 14 billets de 100€ sont nécessaires pour pouvoir acheter le téléviseur de 1 400€. L'enseignant demande aux élèves quel est le nombre de centaines dans 1 400 (le guide pédagogique indique que ce nombre est égal au nombre de billets de 100€, soit 14). Il y a 14 billets de 100€, ce qui correspond à 14 centaines, donc le nombre 1 400 comporte 14 centaines. Ce nombre est écrit ensuite dans le tableau de numération et on trace en rouge « le mur des centaines ».

m	c	d	u
1	4	0	0

nombre de dizaines

Figure 4 - Guide pédagogique du fichier « Pour comprendre les maths CE2 », p. 162 (Paul Bramand, 2020)

On lit alors 14 centaines et on demande ensuite aux élèves le chiffre des centaines : 4.

Les deux activités proposées dans ce guide visent, à partir de situations concrètes de la vie quotidienne, de donner du sens à la valeur des chiffres en fonction de leur rang et d'aborder la différence chiffre / nombre avec les élèves.

66

Trouver le nombre de dizaines, de centaines dans un nombre

Compétences Trouver le nombre de dizaines ou de centaines dans un nombre.

Calcul mental Trouver le nombre de dizaines ou de centaines dans un nombre.

Préconstruit Dans 1240, quel est le chiffre des dizaines ? Quel est le chiffre des centaines ?

Matériel Fichier élève - Fiche 66

Découvrons
N7

1 Théo calcule le nombre de dizaines dans 240.

240 →

2 c 4 d

J'échange 2 centaines contre 20 dizaines.

240 →

20 d 4 d

Complète. 240 = dizaines

Dans 240, le nombre de dizaines est

Dans 240, le chiffre des dizaines est

2 Léa calcule le nombre de centaines dans 1240.

1240 →

1 m 2 c 4 d

J'échange 1 plaque rouge de 1 millier contre 10 centaines. J'ai alors 10 c + 2 c = 12 c.

Complète. 1240 = centaines + 40

Dans 1240, le nombre de centaines est

Dans 1240, le chiffre des centaines est

Je m'entraîne

3 Entoure le nombre de dizaines en **vert**.

60 140 450 890 | 165 539 1432 6541

4 Entoure le nombre de centaines en **bleu**.

500 828 100 2000 | 563 827 2578 4935

5 Entoure le nombre de centaines en **bleu**, puis **souligne** le chiffre des centaines pour chaque nombre.

320 2480 4350 3680 | 8235 6851 9427 7569

6 PROBLÈME Clément économise 100 € par mois pour s'offrir un voyage à New York qui coûte 2 300 €. Pendant combien de mois doit-il économiser ?

Le coin du chercheur

Chaque jour un arbre perd la moitié de ses feuilles. Aujourd'hui, il lui reste 32 feuilles. Dans combien de jours ne lui restera-t-il qu'une seule feuille ?

soixante-dix-neuf **79**

La manipulation préparatoire est suivie d'une activité sur le fichier de l'élève intitulée « Découvrons », qui doit être accompagnée d'un étayage de l'enseignant de façon orale et collective, et qui débouche sur une phase écrite. Les élèves doivent compléter le fichier en s'appuyant sur les manipulations et découvertes faites au cours de l'activité précédente.

Cette activité du fichier est différente de celle travaillée en manipulation préparatoire et détaillée plus haut (payer avec des billets de 10€ ou 100€) en ce sens où ici les élèves sont amenés à travailler avec du matériel de numération et à réaliser des échanges. En effet, les nombres sont représentés avec du matériel de numération et on demande aux élèves de procéder

à des échanges, d'une part entre centaines et dizaines pour trouver le nombre de dizaines d'un nombre, et d'autre part entre milliers et centaines pour trouver le nombre de centaines d'un deuxième nombre.

Dans la première partie de l'exercice « Découvrons », Théo (un des personnages du fichier) doit calculer le nombre de dizaines dans 240. Le nombre 240 est représenté sur le fichier à l'aide du matériel de numération suivant : 2 carrés bleus de centaines et 4 barres vertes de dizaines. Le fichier oriente les élèves vers la règle d'échange de « 10 dizaines contre 1 centaine » en faisant parler Théo. On peut lire dans la bulle de Théo : « J'échange 2 centaines contre 20 dizaines » et le petit garçon échange les 2 carrés bleus centaines contre 20 barres vertes dizaines. Au total, on obtient 24 (20+4) barres dizaines. L'élève doit alors compléter l'égalité $240 = 24$ dizaines. Le fichier invite ensuite l'élève à lire la bulle de Mathix (personnage central du fichier), située à côté du nombre 240 inscrit dans un tableau de numération, qui dévoile une technique rapide pour obtenir le nombre de dizaines d'un nombre : « Je cache le nombre des unités, je lis le nombre de dizaines ». L'élève doit alors compléter le fichier en indiquant que dans 240, le nombre de dizaines est 24.

Dans la deuxième partie de l'activité du fichier « Découvrons », Léa (autre personnage du fichier) doit calculer le nombre de centaines dans 1 240. Le nombre 1 240 est représenté dans le fichier à l'aide du matériel de numération suivant : 1 plaque rouge d'un millier, 2 plaques bleues centaines et 4 barres vertes dizaines. Les élèves peuvent observer la bulle de Léa qui indique : « J'échange une plaque rouge de 1 millier contre 10 centaines, j'obtiens alors $10c + 2c = 12c$ ». À partir de cette égalité avec des unités de numérations, les élèves doivent compléter le fichier en indiquant que dans 1 240, il y a 12 centaines + 40. Le guide ne mentionne pas l'unité de numération correspondant à 40 (unités), alors que l'unité de numération est bien précisée pour les centaines, ce qui n'est pas cohérent. Le nombre 1 240 est présenté ensuite sur le fichier dans un tableau de numération, à côté duquel les élèves peuvent lire la bulle de Mathix qui propose une technique rapide pour obtenir le nombre de centaines d'un nombre : « Si je cache les chiffres des unités et des dizaines, je lis le nombre de centaines ». Les élèves terminent l'exercice en répondant à des questions en indiquant le nombre de centaines (12) et le chiffre des centaines (2) du nombre 1 240.

On remarque que cette activité « Découvrons » vise également à donner du sens à la notion travaillée en expliquant aux élèves ce qui se cache derrière le chiffre des centaines et des milliers afin de faire comprendre aux élèves la valeur des chiffres dans un nombre. Cette activité vise à construire le nombre avec du matériel de numération en pratiquant des échanges. Il s'agit de la

règle d'échange « 10 contre 1 ». Il y a la règle d'échange dizaines-unités : 10 unités = 1 dizaine (barre verte) ; et la règle étendue : 10 dizaines = 1 centaine (1 plaque bleu) ; 10 centaines = 1 millier (1 plaque rouge), etc. L'échange est possible si et seulement si 10 unités de même rang peuvent être groupées. On obtient alors un groupement d'ordre supérieur.

Nous remarquons une différence également avec l'activité préparatoire « Payer avec des billets » au niveau de la technique utilisée pour identifier le nombre de dizaines ou de centaines dans un nombre. Dans l'activité préparatoire, il s'agissait de tracer en rouge le « mur » des dizaines ou des centaines pour lire le nombre de dizaines ou de centaines dans le tableau de numération alors que dans l'activité « Découvrons » du fichier, Mathix propose de cacher les unités du tableau de numération pour trouver le nombre de dizaines du nombre 240 (ou de cacher les unités et les dizaines pour trouver le nombre de centaines). Dans l'activité préparatoire, les unités (et dizaines) ne sont pas masquées ce qui permet aux élèves de visualiser qu'il y a un reste (ex : 25,6 dizaines) alors que dans l'activité « Découvrons » du fichier, les unités sont occultées pour faire trouver le nombre de dizaines. À noter cependant que dans le premier nombre 240, le chiffre des unités est 0, ce qui pose moins de problème, mais dans le deuxième nombre 1 240, le chiffre des dizaines est 4. En adoptant cette technique de manière systématique, les élèves peuvent penser qu'il y a 12 centaines dans le nombre 1 240 alors qu'il y en a 12,4 exactement. Les élèves doivent pouvoir visualiser que dans le nombre 1 240, il a 12 centaines « entières » et qu'il reste 4 dizaines isolées qui n'ont pas pu être groupées pour faire une centaine supplémentaire. Il y a en effet une distinction mathématique entre nombre de centaines dans un nombre et nombre de centaines « entières ». L'ajout du terme « entière » est nécessaire pour éviter certaines confusions ou contradictions lorsque les élèves travailleront sur les nombres décimaux au cycle 3.

Le fichier propose ensuite aux élèves des exercices d'application en individuel dans la partie « Je m'entraîne » pour lesquels les élèves doivent pouvoir travailler en complète autonomie. Dans cette partie, les élèves doivent trouver le nombre de dizaines ou de centaines dans des nombres d'abord multiples de 10 ou de 100 puis dans des nombres quelconques. Cet exercice est quelque peu différent des activités précédentes en ce sens que les nombres ne sont plus représentés avec du matériel de numération ni écrits au sein d'un tableau de numération. Les techniques proposées lors des activités préparatoires et « Découvrons » du fichier pour identifier le nombre de dizaines et de centaines dans un nombre donné, ne sont plus directement applicables ici. Pour que les élèves puissent réinvestir les stratégies vues précédemment, il faudrait leur donner du matériel de numération et / ou un tableau de numération. Dans le dernier

exercice de cette partie, les élèves doivent distinguer « nombre de centaines » et « chiffre des centaines » dans une série de nombres.

Le fichier se termine par une partie « Problème » qui vise à réinvestir les notions vues dans la leçon mais avec un habillage différent et un niveau de complexité plus élevé. L'énoncé du problème est le suivant : « Clément économise 100€ / mois pour s'offrir un voyage à New York qui coûte 2 300€. Pendant combien de mois doit-il économiser ? » Dans cet exercice, il ne s'agit plus de trouver le nombre de billets de 100€ nécessaires à l'achat d'un voyage à 2 300€ (comme c'était le cas dans l'activité préparatoire) mais le nombre de mois pendant lesquels Clément doit économiser 100€ pour pouvoir s'offrir ce voyage. Il s'agit ici de travailler la division quotient pour trouver le nombre de groupements de 100 qui correspondra au nombre de mois nécessaires pour rassembler les 2 300€. La tâche est plus complexe car les élèves doivent pouvoir se représenter la situation pour résoudre le problème. Ils doivent comprendre que Clément doit attendre à chaque fois 1 mois pour avoir 100€ et que pour calculer le nombre de billets de 100€ nécessaire à l'acquisition du voyage, ils doivent trouver une quantité de mois. Ce problème demande un niveau d'abstraction plus important que les autres exercices du fichier. Les élèves doivent identifier ce qu'il faut chercher pour résoudre le problème. Dans cet exercice, les élèves sont invités à rechercher le nombre d'itérations de groupements de 100 (c'est-à-dire le nombre de mois) pour trouver le résultat.

Dans cette séance, nous pouvons noter un réel décrochage entre les activités de manipulations préparatoires proposées par le guide du maître et l'activité « Découvrons » du fichier de l'élève puisque le support utilisé est très différent : dans les activités préparatoires, le guide du maître s'appuie sur la monnaie alors que dans la première activité du fichier, les nombres sont représentés à l'aide du matériel de numération (cubes milliers, plaques centaines, barres dizaines). Les exercices d'entraînement du fichier qui suivent l'activité « Découvrons » sont quant à eux totalement décontextualisés puisque les élèves n'ont plus accès ni à la monnaie ni au matériel de numération.

2- Au cycle 3 : niveau CM1

2.1- Manuel « CAP Maths » édition Hatier 2017

Guide de l'enseignant « CAP Maths » édition Hatier 2017

APPRENTISSAGE 2

Les nombres jusqu'à 9 999

unité 1

Connaissances travaillées

- Unités, dizaines, centaines, milliers
- Valeur positionnelle des chiffres
- Nombre de milliers, centaines, dizaines...
- Relations entre unités de numération
- Comparaison des nombres
- Lecture des nombres inférieurs au million
- Décomposition des nombres en unités de numération.

Les nombres inférieurs à 10 000 ont été étudiés au CE2. Avant de prolonger cette étude à des nombres plus grands (jusqu'au million en unité 2, puis au-delà en fin d'année), il est essentiel de s'assurer que les élèves ont une bonne maîtrise des nombres de ce domaine : écritures en chiffres, lecture et écritures en lettres, comparaison.

Le problème posé dans la situation phare et les exercices d'entraînement et de consolidation qui suivent permettent à l'enseignant de vérifier les connaissances de chaque élève et, si nécessaire, de mettre en place les remédiations nécessaires.

Situation phare 2 : LES CUBES

Je cherche LES CUBES

A Qui a reçu le plus de petits cubes ? Qui en a reçu le moins ?
Explique comment tu as trouvé.
Écris les noms des personnages de celui qui en a le moins à celui qui en a le plus.

élèves à mobiliser les équivalences entre unités de numération. Au total, dans cette situation, sont sollicitées la plupart des connaissances relatives à la numération décimale enseignées au CE2.

AIDE Pour certains élèves, le matériel de numération peut être mis à disposition.

RÉPONSES : **A** Gaïa : 2 500 Lucas : 3 361 Sofia : 3 400 Reda : 3 470.

PHASE 2 Mise en commun

- Recenser d'abord toutes les réponses données aux deux questions posées et les noter au tableau sans commentaire. Puis demander aux élèves pourquoi certaines réponses sont à coup sûr erronées.
- Faire formuler les méthodes utilisées pour parvenir aux réponses données. Elles concernent à la fois la traduction de certains nombres sous une autre forme et les procédures de comparaison. Elles peuvent être de plusieurs types, notamment :

1. Expression de tous les nombres sous forme chiffrée en mobilisant pour les quantités de Lucas et Gaïa soit les équivalences entre unités de numération, soit des calculs puis comparaison des écritures chiffrées. Exemple pour Lucas :

milliers	centaines	dizaines	unités
2	12	14	21
2	12	16	1
2	13	6	1
3	3	6	1

21 unités = 2 dizaines et 1 unité
16 dizaines = 1 centaine et 6 dizaines
13 centaines = 1 millier et 3 centaines

ou $(2 \times 1\,000) + (12 \times 100) + (14 \times 10) + 21$
= 2 000 + 1 200 + 140 + 21 = 3 361.

2. Décomposition de tous les nombres en unités de numération, puis comparaison des décompositions, ce qui donne :

- Lucas 3 milliers, 3 centaines, 6 dizaines, 1 unité
- Gaïa 2 milliers, 5 centaines
- Sofia 3 milliers, 4 centaines
- Reda 3 milliers, 4 centaines, 7 dizaines.

3. Décomposition de tous les nombres avec certaines unités de numération seulement, puis comparaison des décompositions, par exemple :

- Lucas 33 centaines, 6 dizaines, 1 unité
- Gaïa 25 centaines
- Sofia 34 centaines
- Reda 34 centaines, 7 dizaines.

4. Procédures mixtes, avec comparaison des nombres deux par deux.

Le tableau de numération n'est qu'un support possible pour effectuer le travail sur les unités de numération. D'autres supports peuvent être mobilisés : arbre, texte...

COLLECTIF

PHASE 3 Synthèse

- La synthèse porte principalement sur quatre points relatifs aux connaissances et aux procédures mobilisées :

Équivalences entre unités de numération

Il faut bien les connaître, en particulier :

1 millier = 10 centaines = 100 dizaines = 1 000 unités
 1 centaine = 10 dizaines = 100 unités
 1 dizaine = 10 unités.

Décompositions des nombres

Un nombre peut être décomposé de plusieurs façons.
 Exemple : 3 400 = 3 milliers et 4 centaines = 34 centaines
 $3\ 400 = (3 \times 1\ 000) + (4 \times 100) = 34 \times 100$.

Lecture des nombres

- Il faut savoir lire les nombres plus petits que 100 et plus petits que 1 000.
- Il faut savoir décomposer l'écriture en faisant une tranche de 3 chiffres à partir des unités :

3 470
 trois-mille-quatre-cent-soixante-dix

millie et cent indiquent la valeur des chiffres d'un rang donné.

Comparaison des nombres

Il faut s'intéresser d'abord aux chiffres de plus grande valeur (donc ceux de gauche). Exemple (en incluant ici un nombre de 3 chiffres) :

2 500 – 868 est le plus petit des 5 nombres car il ne comporte pas de millier (c'est comme si 0 était écrit au rang des milliers).
 3 361 – 2 500 est le plus petit des nombres restants car il a 2 milliers alors que les autres en ont 3.
 3 400 – 3 361 est plus petit que 3 400 parce que, s'ils ont autant de milliers l'un que l'autre, 3 361 comporte 3 milliers et 868 3 centaines alors que 3 400 comporte 3 milliers et 4 centaines.

→ Renvoi au dico-maths n° 5 et 6.

La procédure de comparaison des nombres que nous proposons diffère légèrement de celle souvent enseignée qui distingue deux cas selon que les nombres sont écrits ou non avec le même nombre de chiffres. La procédure décrite ici ne fait pas cette distinction. Il suffit d'imaginer que les nombres sont écrits les uns sous les autres (alignés à partir des unités), puis de procéder à une comparaison des chiffres de même rang en commençant par ceux de rang le plus élevé (les plus à gauche). Si pour un nombre il n'y a pas de chiffre à un rang donné, c'est comme si était écrit le chiffre 0. L'intérêt de cette procédure est qu'elle peut être prolongée sans difficulté au cas de la comparaison des écritures à virgule de nombres décimaux.

L'activité présentée dans le guide de l'enseignant est nommée « Les cubes » ; la tâche attribuée aux élèves va être de comparer les quantités et de les ranger de la plus grande à la plus petite. Ces quantités sont des petits cubes, elles sont exprimées sous différentes formes. Il y a une figuration (2 gros cubes milliers, 12 plaques centaines, 14 barres dizaines et 21 petits cubes unités) ou une décomposition en unités de numération (21 centaines et 40 dizaines de petits cubes), une expression chiffrée (3 400) et une représentation du nombre en lettres (trois-mille-quatre-cent-soixante-dix).

Cette activité se déroule en trois phases, la première s'intitule « rangement des quantités de cubes », les élèves vont avoir à manipuler du matériel de numération (petits cubes, barres, plaques, gros cubes).. Le but de cette phase est de faire formuler aux élèves que les petits cubes représentent les unités, qu'une barre comporte dix petits cubes, qu'une plaque comporte dix barres de petits cubes et qu'un gros cube comporte dix plaques de petits cubes. Dans ce guide, il est indiqué qu'il faut préciser aux élève qu'ils doivent répondre aux questions posées (Qui a le plus de petits cubes ? Qui en a le moins ?) et qu'ensuite au cours de l'exploitation collective ils devront expliquer les méthodes qu'ils ont utilisées pour répondre aux questions. Le guide ne précise pas les modalités de l'activité, on ne sait pas si cette activité se fait individuellement, en binôme ou en collectif.

La deuxième phase est intitulée « mise en commun », il faut d'abord recenser toutes les réponses données aux deux questions posées et les noter sans faire de commentaires au tableau.

Ensuite l'enseignant demandera aux élèves pourquoi certaines réponses sont à coup sûr erronées. Ce guide du maître indique donc implicitement qu'il y aura forcément des élèves qui auront une réponse erronée. Pour la suite de cette phase, il sera demandé aux élèves de formuler leurs méthodes, le guide du maître présente différents types de procédures de comparaison des résultats.

La première est l'expression de tous les nombres sous forme chiffrée, le guide montre l'exemple pour Lucas :

milliers	centaines	dizaines	unités	
2	12	14	21	21 unités = 2 dizaines et 1 unité
2	12	16	1	16 dizaines = 1 centaine et 6 dizaines
2	13	6	1	13 centaines = 1 millier et 3 centaines
3	3	6	1	

ou $(2 \times 1\,000) + (12 \times 100) + (14 \times 10) + 21$
 $= 2\,000 + 1\,200 + 140 + 21 = 3\,361$.

Figure 5- Guide pédagogique « Cap Maths CM1 », p. 11 (Charnay, 2017)

Dans cet exemple, les élèves inscrivent dans la première ligne du tableau 2 milliers, 12 centaines, 14 dizaines et 21 unités. Dans la deuxième ligne du tableau, les élèves ont converti les 21 unités en 1 unité et 2 dizaines, les dizaines passent dans la colonne qui leur est dédiée et ils se retrouvent avec 16 dizaines. Dans la troisième ligne du tableau les élèves ont converti 16 dizaines en 6 dizaines et 1 centaine, la centaine passe dans la colonne qui lui est dédiée et ils se retrouvent avec 13 centaines. Dans la quatrième ligne du tableau, les élèves ont converti 13 centaines en 3 centaines et 1 millier, le millier passe donc dans la colonne qui lui est dédié et les élèves se retrouvent avec 3 milliers, 3 centaines, 6 dizaines et 1 unité.

La deuxième est la décomposition de tous les nombres et unités de numération et la comparaison ensuite des décompositions :

– Lucas	3 milliers, 3 centaines, 6 dizaines, 1 unité
– Gaïa	2 milliers, 5 centaines
– Sofia	3 milliers, 4 centaines
– Reda	3 milliers, 4 centaines, 7 dizaines.

Figure 6- Guide pédagogique « Cap Maths CM1 », p. 11 (Charnay, 2017)

Cette procédure permet une comparaison qui semble plus visuelle et plus rapide à condition d'aligner les unités de numération. Ici les élèves pourront éliminer rapidement Gaïa car elle ne dispose que de 2 milliers contrairement aux autres qui en ont 3.

La troisième est la décomposition de tous les nombres avec certaines unités de numération seulement puis la comparaison de ces décompositions :

– Luca	33 centaines, 6 dizaines, 1 unité
– Gaïa	25 centaines
– Sofia	34 centaines
– Reda	34 centaines, 7 dizaines.

Figure 7- Guide pédagogique « Cap Maths CM1 », p. 11 (Charnay, 2017)

Dans cette procédure le guide du maître nous montre l'exemple d'une comparaison à partir des centaines, dizaines et unités. Les milliers ne figurent pas dans cette représentation.

La quatrième est une procédure dite mixte ; avec des comparaisons de nombres deux par deux, nous n'avons pas d'exemple concret dans le guide de l'enseignant. Nous pensons que cette procédure signifie que les élèves vont comparer en premier les quantités possédées par deux personnages. Par exemple de comparer d'abord Lucas et Gaïa, ensuite d'éliminer Gaïa qui en a moins que Lucas. Puis comparer ensuite Lucas et Sofia et d'éliminer celui qui en a le moins.

La troisième phase est intitulée « synthèse », celle-ci porte sur quatre points qui sont relatifs aux connaissances et aux procédures mobilisées. Le premier point porte sur « l'équivalence » entre les unités de numération, le deuxième point porte sur les décompositions canoniques des nombres, le troisième point porte sur la lecture des nombres, et enfin le quatrième point porte sur les comparaisons des nombres :

Équivalences entre unités de numération

Il faut bien les connaître, en particulier :

1 millier = 10 centaines = 100 dizaines = 1 000 unités
 1 centaine = 10 dizaines = 100 unités
 1 dizaine = 10 unités.

Décompositions des nombres

Un nombre peut être décomposé de plusieurs façons.
 Exemple : 3 400 = 3 milliers et 4 centaines = 34 centaines
 $3\,400 = (3 \times 1\,000) + (4 \times 100) = 34 \times 100.$

Lecture des nombres

– Il faut savoir lire les nombres plus petits que 100 et plus petits que 1 000.
 – Il faut savoir décomposer l'écriture en faisant une tranche de 3 chiffres à partir des unités :

3 470
 trois-mille-quatre-cent-soixante-dix
 mille et cent indiquent la valeur des chiffres d'un rang donné.

Comparaison des nombres

Il faut s'intéresser d'abord aux chiffres de plus grande valeur (donc ceux de gauche). Exemple (en incluant ici un nombre de 3 chiffres) :

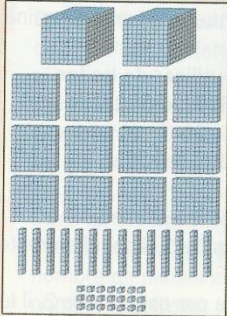
2 500	– 868 est le plus petit des 5 nombres car il ne comporte pas de millier (c'est comme si 0 était écrit au rang des milliers).
3 361	– 2 500 est le plus petit des nombres restants car il a 2 milliers alors que les autres en ont 3.
3 400	
3 470	– 3 361 est plus petit que 3 400 parce que, s'ils ont autant de milliers l'un que l'autre, 3 361 comporte 3 milliers et 868 3 centaines alors que 3 400 comporte 3 milliers et 4 centaines.
868	

Figure 8- Guide pédagogique « Cap Maths CM1 », p. 12 (Charnay, 2017)

Manuel élève CAP Maths : « Nombres, calculs et problèmes » édition Hatier 2017

UNITÉ 1 Les nombres jusqu'à 9 999

Je cherche LES CUBES



Voici une photo de ce que j'ai reçu.

Moi, j'ai reçu 21 centaines et 40 dizaines de petits cubes.

Et moi, j'en ai eu 3 400.

Et moi, j'en ai trois-mille-quatre-cent-soixante-dix.

A Qui a reçu le plus de petits cubes ? Qui en a reçu le moins ?
Explique comment tu as trouvé.
Écris les noms des personnages de celui qui en a le moins à celui qui en a le plus.

Figure 9- Manuel élève « Cap Maths CM1- Nombres, calculs et problème », p. 12 (Charnay, 2017)

L'activité A, présentée précédemment, nommée « Je cherche » est à réaliser avec du matériel du numération, ce sont des petits cubes isolés qui représentent les unités. Lorsque l'on assemble dix petits cubes, on forme une barre qui représente une dizaine. Dix barres assemblées vont former une plaque, cette plaque représente une centaine. Ensuite, dix plaques assemblées vont former un gros cube, ce gros cube représente un millier.

Les élèves dans cette activité vont devoir trouver, grâce à différentes représentations du nombre, qui a reçu le plus de petits cubes et trouver qui a reçu le moins de petits cubes. Dans la consigne il est aussi indiqué « explique comment tu as trouvé ».

Comme il est indiqué dans le guide de l'enseignant, cette activité se déroule en 3 phases présentées précédemment. C'est une activité concrète pour les élèves car ils peuvent manipuler du matériel (ici ce sont des cubes). L'activité des cubes est comme nous l'indique le guide du maître une activité de recherche, elle ne nous indique pas si cette recherche se fait individuellement ou collectivement et si chaque élève dispose du matériel.

Les élèves doivent comparer les quantités détenues par les personnages de l'activité pour ensuite les ranger de la plus petite à la plus grande. Pour cela le guide du maître nous indique différentes procédures que les élèves pourraient mettre en œuvre :

- exprimer tous les nombres sous forme chiffrée,
- décomposer tous les nombres en unités de numérations puis comparer les décompositions,
- décomposer tous les nombres avec certaines unités de numération seulement,
- procédures mixtes qui consistent à comparer les nombres deux par deux.

Le guide pédagogique indique que les élèves peuvent avoir recours au tableau de numération comme un support possible pour résoudre ce problème sur les unités de numération mais il en existe d'autres. L'utilisation du tableau de numération se fait comme dans l'exemple de Lucas présenté précédemment. Il n'est pas indiqué ni dans le guide du maître, ni dans le manuel de l'élève comment concrètement utiliser ce tableau de numération. On peut supposer que les élèves ont déjà appris à s'en servir ou bien que l'enseignant montrera comment l'utiliser à ce moment.

Chapitre 5 : Expérimentation

Comme indiqué en introduction, c'est une difficulté observée chez un enfant de notre entourage qui a inspiré la problématique de ce mémoire. À un moment donné, cet enfant a eu du mal à distinguer chiffre des dizaines dans un nombre et nombre de dizaines dans ce même nombre. Face à ce constat, il n'a pas été si évident pour les parents de cet enfant de lui expliquer clairement cette différence, d'où le sujet de ce mémoire et l'envie de mieux comprendre ce que

savent vraiment les élèves de cet âge sur cette notion pour mieux identifier leurs difficultés et mieux les accompagner.

1- Conditions d'expérimentation

Nous mènerons, dans le cadre de ce mémoire, une expérience hors classe avec cet enfant et un membre de l'entourage du même âge pour favoriser les échanges et la discussion. Ces deux enfants sont cousins, tous les deux âgés de 8 ans et ils évoluent dans des classes de CE2 distinctes.

L'expérimentation se déroulera au domicile du premier enfant en présence du deuxième enfant et des deux chercheuses de ce mémoire. L'expérimentation sera filmée, derrière l'épaule des enfants afin d'une part de ne pas filmer les visages des jeunes garçons et d'autre part pour mieux voir leurs écrits, leurs procédures et réflexions.

Cela fait maintenant plusieurs mois, que l'une d'entre nous a expliqué au premier sujet qu'il participerait à une expérimentation pour l'aider dans le cadre des recherches de ce mémoire. Nous lui avons bien précisé que ce n'était pas le résultat qui comptait dans cette expérience mais son raisonnement pour aboutir à un résultat, qu'il soit juste ou faux. Ceci étant dit, nous formulerons au cours de cette expérimentation plusieurs fois la question « Est-ce que tu en es sûr, sur une échelle de 1 à 10 ? » uniquement pour savoir si la réponse n'a pas été donnée au hasard et lui donner ainsi plus ou moins de valeur. Par ailleurs, le matériel de numération mis à disposition lors de l'expérimentation, aura été présenté en amont aux deux enfants. Les deux enfants auront la possibilité d'utiliser des feuilles blanches, un crayon de papier et une gomme.

Nous précisons, qu'après renseignements, les deux enfants ont chacun eu une leçon sur la distinction entre chiffre et nombre cette année dans leur classe de CE2 respective.

2- Situations proposées lors de l'expérimentation

Nous avons décidé de proposer trois types d'exercices aux deux enfants. Le premier exercice est une question ouverte où les enfants devront nous répondre en argumentant. Le deuxième type d'exercice portera sur l'analyse de production d'un élève sur le nombre ou le chiffre d'une unité de numération dans un nombre. Enfin le troisième exercice concernera une activité de composition, les enfants devront à partir des unités de numération trouver l'écriture chiffrée du nombre.

2.1- Question ouverte

Dans un premier temps, nous poserons les questions suivantes aux deux enfants ensemble afin de favoriser des interactions entre eux, qui seraient intéressantes pour mieux comprendre ce qu'ils veulent dire :

- « Peux-tu m'expliquer avec tes mots qu'est-ce qu'un chiffre ? Pour me répondre, tu peux me parler et en même temps utiliser le matériel de numération si tu en as besoin ou faire un dessin sur une feuille. »
- « Peux-tu m'expliquer avec tes mots qu'est-ce qu'un nombre ? »
- « Est-ce qu'un chiffre et un nombre c'est pareil pour toi, ou bien est-ce que c'est différent ? »
- « Es-tu sûr ? Sur une échelle de un à dix, comment es-tu sûr de ta réponse ? »

Nous leur demanderons de nous donner une réponse orale afin de ne pas bloquer leur réflexion en donnant une réponse écrite par des phrases. Les enfants pourront se servir de l'écrit comme support mais leur réponse devra être formulée à l'oral.

S'ils nous répondent que les mots chiffre et nombre veulent dire la même chose, nous leur demanderons de nous donner une définition de ces mots avec des exemples. S'ils nous répondent que les mots chiffre et nombre ne veulent pas dire la même chose alors ils devront nous dire en quoi ils sont différents. Des feuilles seront mises à disposition pour répondre à la question s'ils le souhaitent.

Exercice 1 : Question ouverte

« Peux-tu m'expliquer avec tes mots qu'est-ce qu'un chiffre ? Pour me répondre, tu peux me parler et en même temps utiliser le matériel de numération si tu en as besoin ou faire un dessin sur une feuille. »

« Qu'est-ce qu'un nombre ? »

« Est-ce qu'un chiffre et un nombre c'est pareil pour toi, ou bien est-ce que c'est différent ? »

« Es-tu sûr ? Sur une échelle de un à dix, comment es-tu sûr de ta réponse ? »

Figure 10- Exercice 1 expérimentation

2.2- Analyse d'une production d'élève dans un exercice

Il s'agira ici de présenter aux deux enfants une production d'élève sur des exercices d'entraînement de la séance n°66 du fichier de CE2 « Pour comprendre les maths » intitulée

« Trouver le nombre de dizaines, de centaines dans un nombre » (p. 79). Ci-dessous, se trouve la production d'un élève de CE2 d'une de nos classes sur la partie « Je m'entraîne » du fichier « Pour comprendre les maths ». Les deux enfants de notre expérience devront analyser cette production, nous dire s'ils sont d'accord avec ce que l'élève de CE2 a répondu et justifier leurs réponses.

Dans l'exercice a), les élèves de la classe de CE2 devaient trouver le nombre de dizaines. Le premier nombre proposé est un multiple de 10, ce qui facilite le travail. Le deuxième nombre proposé est quelconque, le repérage du nombre de dizaines est donc moins évident.

Dans l'exercice b), les élèves devaient trouver le nombre de centaines. Le premier nombre est un multiple de 100, ce qui facilite le repérage. Le deuxième nombre est quelconque, l'identification du nombre de centaines est donc moins simple.

Enfin, dans l'exercice c), les élèves devaient distinguer dans les trois nombres proposés « nombre de centaines » (à entourer en bleu) et « chiffre des centaines » (à souligner).

Exercice 2 : Chiffres et nombre – 10 minutes

a) **Entoure** le nombre de dizaines en **vert**.

60 - 1432

b) **Entoure** le nombre de centaines en **bleu**.

500 - 4935

c) **Entoure** le nombre de centaines en bleu, puis souligne le chiffre des centaines pour chaque nombre.

320 - 4350 - 9427

Figure 11 - Exercice 2 expérimentation

Pour analyser chaque réponse de la production de cet élève, nous poserons une série de questions aux deux enfants de notre expérimentation :

- « Pourquoi pensez-vous que Pierre a entouré le 6 en vert dans 60 ? Etes-vous d'accord avec sa réponse ? » Si l'un des enfants répond « non », nous lui demanderons : « Quelle réponse aurais-tu donnée ? Comment tu expliquerais à Pierre s'il était en face de toi ? »
- « Pourquoi pensez-vous que Pierre a entouré le 3 en vert dans 1432 ? Etes-vous d'accord avec sa réponse ? » Si l'un des enfants répond « non », nous lui demanderons : « Quelle réponse aurais-tu donnée ? Comment tu expliquerais à Pierre s'il était en face de toi ? »
- « Es-tu sûr ? Sur une échelle de un à dix comment es-tu sûr ? » Pourquoi pensez-vous que Pierre a entouré le 5 en bleu dans 500 ? Etes-vous d'accord avec sa réponse ? » Si

l'un des enfants répond « non », nous lui demanderons : « Quelle réponse aurais-tu donnée ? Comment tu expliquerais à Pierre s'il était en face de toi ? »

- « Pourquoi pensez-vous que Pierre a entouré le 9 en bleu dans 4935 ? Etes-vous d'accord avec sa réponse ? » Si l'un des enfants répond « non », nous lui demanderons : « Quelle réponse aurais-tu donnée ? Comment tu expliquerais à Pierre s'il était en face de toi ? »
- « Es-tu sûr ? Sur une échelle de un à dix comment es-tu sûr ? »
- « Pourquoi pensez-vous que Pierre a entouré en bleu et souligné le 3 dans 320 ? Etes-vous d'accord avec sa réponse ? » Si l'un des enfants répond « non », nous lui demanderons : « Quelle réponse aurais-tu donnée ? Comment tu expliquerais à Pierre s'il était en face de toi ? »
- « Pourquoi pensez-vous que Pierre a entouré en bleu et souligné le 3 dans 4350 ? Etes-vous d'accord avec sa réponse ? » Si l'un des enfants répond « non », nous lui demanderons : « Quelle réponse aurais-tu donnée ? Comment tu expliquerais à Pierre s'il était en face de toi ? »
- « Pourquoi pensez-vous que Pierre a entouré en bleu et souligné le 4 dans 9427 ? Etes-vous d'accord avec sa réponse ? » Si l'un des enfants répond « non », nous lui demanderons : « Quelle réponse aurais-tu donnée ? Comment tu expliquerais à Pierre s'il était en face de toi ? »
- « Es-tu sûr ? Sur une échelle de un à dix comment es-tu sûr ? »

2.3- Exercice de composition

Dans un troisième temps nous demanderons aux deux enfants de réaliser individuellement un exercice afin que chaque enfant puisse avoir le temps de réfléchir par lui-même sans être influencé par l'autre. La consigne sera : « Écris en chiffres un nombre à partir de son écriture en unités de numération ». Un brouillon leur sera donné afin qu'ils puissent s'en servir si besoin pour leur raisonnement.

Exercice 3 : Composition – 10 minutes

Ecris en chiffres le nombre à partir de son écriture en unités de numération.

- a) 1 centaine + 9 dizaines + 3 unités =
- b) 7 unités + 4 centaines =
- c) 2 dizaines + 15 unités =
- d) 21 dizaines + 1 centaine =
- e) 6 centaines + 18 dizaines + 12 unités =
- f) 10 unités + 3 centaines + 15 dizaines =

Figure 12 - Exercice 3 expérimentation

Cet exercice est inspiré de l'article de Tempier, nous avons fait en sorte de prendre des données simples au début et de complexifier l'exercice au fur et à mesure.

Nous laisserons aux enfants environ 10 minutes pour réaliser cet exercice et nous les interrogerons ensuite ensemble pour qu'ils puissent nous expliquer leurs résultats et leurs procédures tout en favorisant les échanges entre eux. Le temps donné est indicatif et sera ajusté en fonction des besoins des enfants. Durant l'entretien, nous les guiderons par des questions de ce type : « Avez-vous trouvé les mêmes réponses ? Pouvez-vous nous expliquer comment vous avez fait pour trouver ce résultat ? Etes-vous sûrs de votre réponse. Sur une échelle de 1 à 10 comment êtes-vous sûrs ? ». La réponse à la question concernant le degré de certitude pourra être différente selon l'enfant.

3- Expérimentation

3.1- Description et mise à plat de l'exercice 1

Une des chercheuses pose la première question collectivement aux deux enfants installés côte-à-côte sur une table : « Pouvez-vous m'expliquer avec vos mots qu'est-ce qu'un chiffre ? ». À cette question, Gabriel s'exprime le premier en indiquant « Un chiffre c'est comme une lettre ». Léo enchaîne par la réponse « Un chiffre, c'est comme des écritures avec des formes différentes », puis il dessine un « 6 » sur une feuille mise à disposition pour illustrer son propos.

Nous demandons ensuite aux enfants « Pouvez-vous nous expliquer avec vos mots qu'est-ce qu'un nombre ? ».

Gabriel répond immédiatement « Un nombre c'est une quantité ». Léo semble d'accord et poursuit en disant « Ah oui, un nombre c'est une quantité où il y a plusieurs chiffres ; plus d'un. ». Voici la suite des échanges :

Gabriel : - « Ah oui, les nombres c'est quand c'est 1, 2, 3 »

Léo : - « Ah non, je n'aurais pas dit ça. J'aurais dit plutôt 12, 13... avec plus d'une dizaine ».

Gabriel : « Moi je ne pense pas ça... 1, 2, 3 sont des nombres aussi ».

Léo : - « Je ne suis plus très sûr en fait ».

Gabriel : - « Ce sont tous des nombres. »

Nous demandons à Léo, qui pense que les nombres commencent à partir de 10, ce que représentent alors 7, 8, 9. Léo nous dit qu'il ne sait pas. Gabriel poursuit en interrogeant Léo : « Alors c'est quoi Léo ? Des chiffres ? Non quand même pas ! ». À cette question, les deux enfants ne sont pas sûrs de leur réponse, Gabriel place le curseur à 3/10 au niveau de la fiabilité de sa réponse. Léo, quant à lui, ne se prononce pas sur la fiabilité de sa réponse.

Enfin, nous terminons ce premier exercice par la question : « Est-ce qu'un chiffre et un nombre c'est pareil pour vous, ou bien est-ce que c'est différent ? ». Léo répond catégoriquement « Non pas du tout ! » alors que Gabriel doute et dit « Ah je crois que je me suis trompé. ». Les enfants nous font part de leurs difficultés en nous précisant que ces questions sont très compliquées pour eux. Les enfants semblent un peu perdus et concluent avec une phrase de Gabriel : « Les chiffres et les nombres, c'est carrément la même chose. J'en suis sûr à 7/10 ». Gabriel a donc changé d'avis assez rapidement et Léo le rejoint. Ils semblent convaincus de leur réponse à présent.

3.2- Description et mise à plat de l'exercice 2

Nous expliquons aux deux enfants qu'ils vont devoir analyser la production d'un élève de CE2. La production de l'élève a été retranscrite à l'ordinateur.

Les enfants commencent par la partie a) de l'exercice 2 dans laquelle il faut entourer en vert le nombre de dizaines dans les deux nombres suivants : 60 et 1 432.

Exercice 2 : Chiffres et nombre – 10 minutes

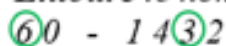
a) *Entoure le nombre de dizaines en vert.*


Figure 13 - Exercice 2 a) expérimentation

Nous demandons aux enfants pourquoi ils pensent que Pierre a entouré le 6 en vert dans 60. Gabriel répond : « C'est parce que c'est une dizaine ». Léo répond quant à lui : « Dans 60, c'est le premier chiffre qui est la dizaine ». Ce à quoi Gabriel rétorque : « Pas forcément non ! Dans 1432 par exemple... » mais il ne va pas au bout de son explication car Léo le coupe. Gabriel écrit sur une feuille vierge le nombre 60 et indique au-dessus de chaque chiffre l'unité de numération correspondante : le 6 correspond aux dizaines et le 0 aux unités.

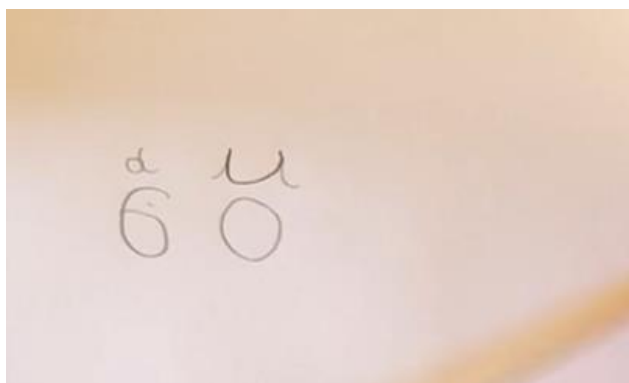


Figure 14 - Production de Gabriel

Les enfants sont d'accord tous les deux avec la réponse de Pierre.

Sur le deuxième nombre à analyser (1 432), Pierre a entouré le 3 (au lieu de 143). Les deux enfants écrivent le nombre en question sur une feuille et marquent les unités de numération correspondant à chaque chiffre, ce qu'ils font correctement.

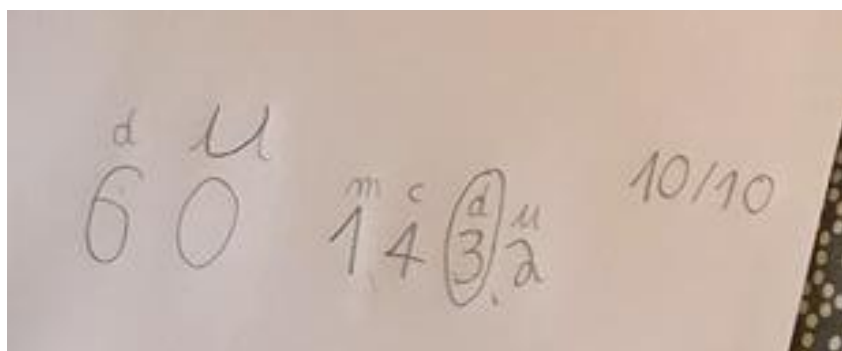


Figure 15 - Production de Gabriel

Gabriel intervient en nous demandant : « Est-ce qu'on fait nombre ou chiffre ? ». Pour réponse, nous répétons simplement la consigne de l'exercice : « Entoure le nombre de dizaines en vert. ». Il donne alors comme réponse : « Le chiffre c'est 3 et le nombre c'est 30 ». Léo poursuit en disant : « Il a raison. Je suis sûr à 10/10. ». Nous essayons de faire préciser à Gabriel sa réponse sur chiffre et nombre. Il fait alors allusion à une leçon dans laquelle il avait appris à distinguer « nombre de » et « chiffre ». Il doute alors et dit : « Ah oui, donc je pense qu'on a eu faux à

l'exercice 1 ». Léo est d'accord avec la réponse de Gabriel et veut le démontrer en donnant un autre exemple. Il écrit le nombre 802 sur une feuille mais le barre rapidement (il semble gêné par le chiffre 0 des dizaines) pour en écrire un autre (138). Il pointe alors le chiffre 3 du nombre 138 et indique que cela fait 30. Gabriel conclut alors, en accord avec Léo, que « 3 dizaines, ça fait 30 donc c'est ça le nombre. ». Ils sont d'accord avec la réponse erronée de Pierre (degré de certitude : 10/10).

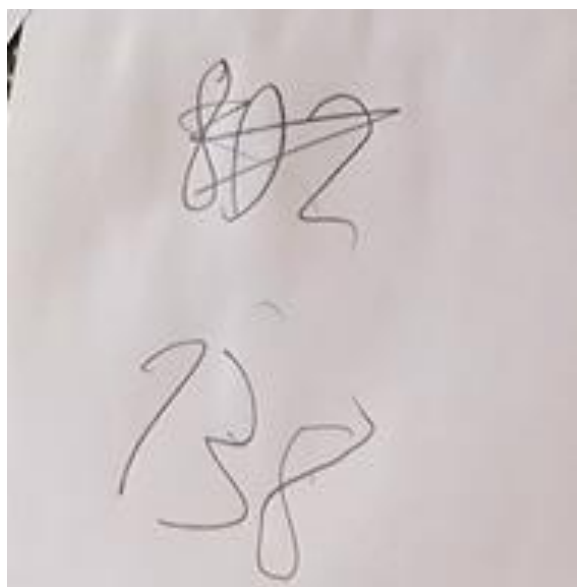


Figure 16 - Production de Léo

Les enfants passent à la partie b) de l'exercice 2 dans laquelle il faut entourer en bleu le nombre de centaines dans les deux nombres suivants : 500 et 4 935.

b) **Entoure le nombre de centaines en bleu.**
 ⑤00 - 4⑨35

Figure 17 - Exercice 2 b) expérimentation

Pierre a entouré le 5 dans 500 et le 9 dans 4 935. Léo nous interroge : « Est-ce qu'il y a des choses bonnes ou pas bonnes dans cet exercice ? ». Nous répondons : « Peut-être, on ne vous dit rien. ». Ce à quoi Gabriel répond : « Non, tout est bon ! ». Chaque enfant écrit 500 sur une feuille. Léo fait un tableau de numération avec les colonnes et indique : « 5, c'est dans les centaines. ». Gabriel semble embêté et marmonne : « 5, 6, 7 on a dit tout à l'heure que c'était des chiffres non ? Et que 50 c'était un nombre ». Les enfants paraissent perdus, nous décidons alors de relancer l'échange en leur demandant : « Combien y'a-t-il de centaines dans 500 ? ».

Léo répond spontanément : « ah ben 5 ! ». Ils concluent qu'ils sont d'accord avec la réponse de Pierre. Léo semble certain de sa réponse (9/10), Gabriel est plus dubitatif quant à lui (5/10).

Sur le deuxième nombre du b) à analyser (4 935), Nous reformulons la consigne et Gabriel répond spontanément : « Pierre a entouré 9 parce que c'est une centaine, rien de plus. Je suis d'accord avec Pierre ». De son côté, Léo écrit encore une fois le nombre 4 935 à l'intérieur d'un tableau de numération avec des colonnes et nous explique que : « 4 milliers, c'est 4 000 ; 9 centaines, c'est 900 ; 3 dizaines c'est 30 et 5 unités ben c'est 5 ! ». Gabriel dit alors « Ah mais j'ai compris ce qu'était un nombre ! » mais ne continue pas sa réflexion car Léo l'interrompt en disant : « Un nombre c'est tout ce qui fait les milliers, les centaines, les dizaines et les unités. ». Gabriel est d'accord et poursuit en disant « Le nombre c'est 935 ! ». À aucun moment de l'entretien, Gabriel utilise le terme « nombre de centaines » pour parler de 935, il nous dit uniquement que 935 correspond au « nombre ». Les deux enfants ne sont pas d'accord sur ce point, Léo pense comme Pierre et entoure le « 9 » comme nombre de centaines alors que Gabriel a entouré 935. Ce dernier est sûr à 7/10. Les enfants associent le mot « nombre de » à sa conversion en unités.

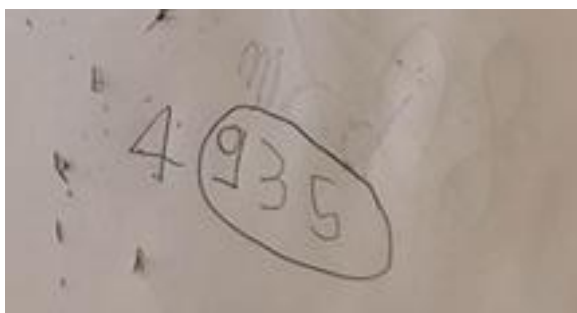


Figure 18 - Production de Gabriel

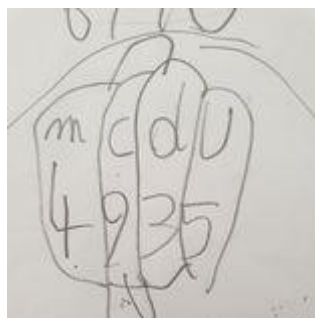


Figure 19 - Production de Léo

Pour la dernière partie c) de l'exercice 2, les enfants répondent très vite aux questions sans prendre vraiment le temps de réfléchir. Dans cet exercice, il faut entourer le nombre de centaines en bleu et souligner le chiffre des centaines pour les nombres : 320 – 4350 – 9427.

c) **Entoure** le nombre de centaines en bleu, puis souligne le chiffre des centaines pour chaque nombre.

③20 - 4③50 - 9④27

Figure 20 - Exercice 2 c) expérimentation

Dans sa production, Pierre n'a pas fait de distinction entre « chiffre » et « nombre », il a entouré et souligné le même chiffre : 3 dans le nombre 320, 3 dans le nombre 4350 et 4 dans le nombre 9427. Les enfants recopient les 3 nombres sur une feuille et obtiennent le même résultat que Pierre. Ils ne font pas de distinction entre chiffre et nombre. Ils reviennent donc à leur idée de départ, à savoir que « chiffre » et « nombre » veulent dire la même chose. Ils semblent sûrs de leurs réponses (8/10 et 10/10 respectivement sur l'échelle).

3.3- Description et mise à plat de l'exercice 3

Pour le troisième et dernier exercice de l'expérimentation, les enfants doivent écrire en chiffres un nombre à partir de son écriture en unités de numération. Sept calculs leur sont proposés et nous leur demandons de travailler dans un premier temps individuellement pour que chacun puisse prendre le temps de réfléchir sans être influencé. Nous mettons à disposition des enfants le matériel de numération qu'ils peuvent manipuler s'ils en ressentent le besoin. Lorsque les enfants ont terminé ce travail individuel, nous leur proposons de confronter leurs résultats et de les justifier.

Exercice 3 : Composition – 10 minutes

Ecris en chiffres le nombre à partir de son écriture en unités de numération.

a) 1 centaine + 9 dizaines + 3 unités =

b) 7 unités + 4 centaines =

c) 2 dizaines + 15 unités =

d) 21 dizaines + 1 centaine =

e) 6 centaines + 18 dizaines + 12 unités =

f) 10 unités + 3 centaines + 15 dizaines =

Figure 21 - Exercice 3 expérimentation

Cette phase de travail individuel a permis d'observer que deux procédures très différentes étaient mises en place par les enfants. On peut signaler également que le matériel de numération n'a pas été réellement utilisé comme aide par les enfants durant cet exercice. Léo s'en servait

pour le plaisir de manipuler et Gabriel l'utilisait pour visualiser le résultat qu'il avait trouvé par calcul mental.

Gabriel réalise rapidement l'exercice sans l'aide du matériel de numération. Il effectue le travail en réfléchissant et raisonnant à haute voix. Sa procédure est la suivante : il repère l'unité de numération de rang le plus élevé qu'il écrit en premier (à gauche), par exemple pour le e) où 6 centaines + 18 dizaines + 12 unités est proposé, Gabriel repère les centaines et écrit 6 sur sa feuille, il repère ensuite les 18 dizaines et voit que cela forme une centaine supplémentaire, il efface donc le 6 précédemment marqué pour le remplacer par un 7, ensuite sans parler il écrit 9 à la place des dizaines et 2 pour les unités. Nous ne savons pas à ce moment de l'expérimentation comment il a procédé, s'il a converti les 8 dizaines restantes en 80 unités auxquelles il a ajouté 12 pour obtenir 92 ou bien s'il a ajouté une dizaine supplémentaire aux 8 dizaines restantes lorsqu'il a analysé les 12 unités. Lors de la confrontation des résultats entre les deux enfants, il apparaît que Gabriel a souvent privilégié la conversion des différentes unités de numération en nombre (ex. : 4 centaines, c'est 400) pour calculer et obtenir le résultat. Gabriel réalise correctement les sept calculs proposés.

Exercice 3 : Composition

Consigne : « Écris en chiffres un nombre à partir de son écriture en

- a) 1 centaine + 9 dizaines + 3 unités = 193
- b) 7 unités + 4 centaines = 407
- c) 2 dizaines + 15 unités = 35
- d) 21 dizaines + 1 centaine = 310
- e) 6 centaines + 18 dizaines + 12 unités = 792
- f) 10 unités + 3 centaines + 15 dizaines = 460

Figure 22 - Production de Gabriel avant échanges

Léo effectue l'exercice rapidement également en utilisant toujours la même procédure qui va fonctionner pour le a) mais pas pour la suite de l'exercice. Il répond aux différentes propositions en ordonnant les unités de numération de gauche à droite du rang le plus élevé au rang le moins élevé. Ainsi, pour le a) (1 centaine + 9 dizaines + 3 unités), il nous explique qu'il met d'abord

le 1 car c'est une centaine, puis le 9 car on met les dizaines après et enfin le 3 car on place les unités après les dizaines. Sa réponse est donc correcte puisqu'il trouve 193. Pour le b), (7 unités + 4 centaines), il note la réponse 47. Léo sait que les centaines se placent avant les unités, c'est pourquoi il met le 4 avant le 7. L'aspect positionnel et le rôle du zéro ne sont pas totalement acquis. Pour le c) (2 dizaines + 15 unités), Léo a écrit comme réponse 215 en suivant toujours la même logique : il repère l'unité de numération de rang le plus élevé et la place en premier (ici le 2 des dizaines), puis il place le 15 des unités car cela vient après les dizaines. Il accole les unités de numération selon leur rang pour construire le nombre sans faire de groupements à partir de dix objets de même rang. Pour le e) (6 centaines + 18 dizaines + 12 unités), Léo semble perturbé par le résultat trouvé : 61812. Il nous dit alors : « Je trouve qu'il y a beaucoup de chiffres.... C'est bizarre. Je sais que les centaines c'est en premier donc je mets 6, les dizaines c'est après, donc je mets 18 et les unités c'est encore après alors je mets les unités après ». Il semble avoir compris qu'en juxtaposant tous les chiffres, cela conduit à un nombre trop grand (qu'il n'a pas encore rencontré dans le programme de CE2 qui s'arrête aux nombres à 4 chiffres), sans pouvoir pour autant changer de procédure à ce moment. Nous proposons alors à Léo d'utiliser le matériel de numération comme appui mais il a beaucoup du mal à identifier que les sachets représentent des centaines et que les fagots représentent des dizaines. Il essaie à plusieurs reprises mais se mélange et décide d'abandonner en nous disant : « C'est trop compliqué ». Néanmoins, il nous dit qu'il est sûr de son résultat (61812) même s'il n'arrive pas à lire ce nombre et trouve que celui-ci est trop long.

Tout au long de cet exercice, Léo juxtapose les chiffres associés aux différentes unités de numération dans l'ordre de leur rang. Il sait que l'on met d'abord les milliers, puis les centaines, les dizaines et enfin les unités dans cet ordre. Il procède de la même façon tout au long de l'exercice, il raisonne ici mentalement.

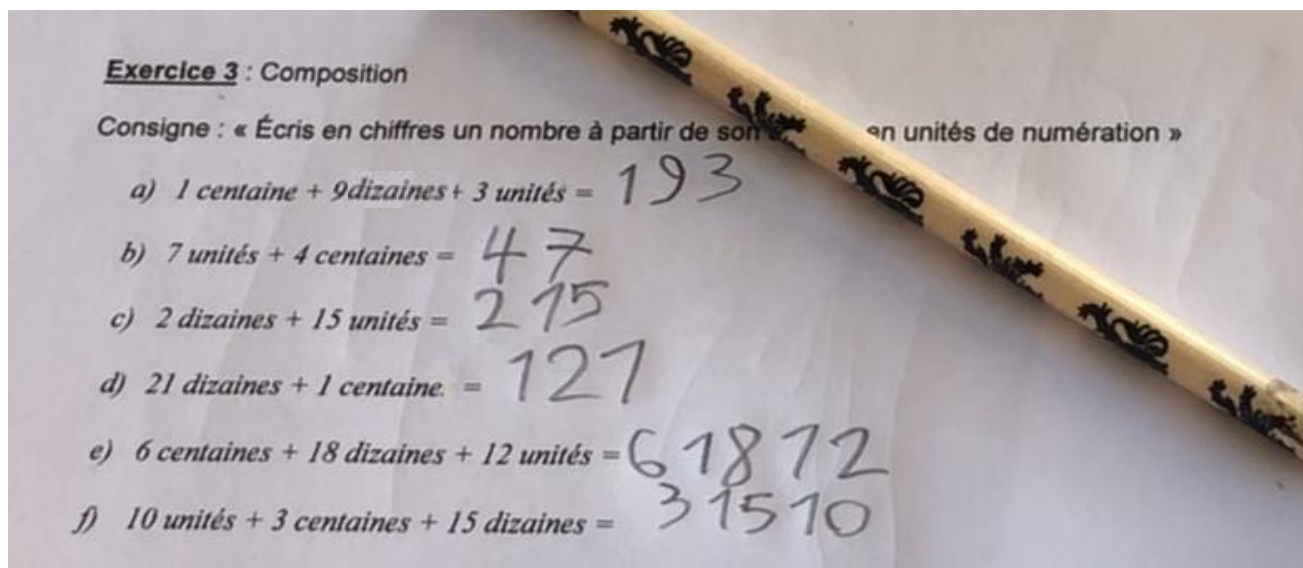


Figure 23 - Production de Léo avant échanges

Une fois que les deux enfants ont terminé cette phase de travail individuel, nous les invitons à se rapprocher et à comparer les résultats.

Pour l'exercice a) (1 centaine + 9 dizaines + 3 unités), les deux enfants ont trouvé le même résultat : 193. C'est Léo qui prend la parole pour justifier ce résultat : « J'ai mis les centaines, les dizaines et les unités dans l'ordre ; ça fait 193 ». Gabriel est d'accord.

Pour l'exercice b), les résultats trouvés sont différents. L'un des enfants a indiqué sur sa fiche 47 et l'autre 407. Nous avons retranscrit une partie des échanges.

Léo : - « Là je ne comprends pas ce que tu as fait Gabriel. »

Gabriel : - « Non mais regarde, c'est 4 centaines ici. »

Léo : - « Mais les centaines, c'est en premier. »

Gabriel : - « Oui, ce sont des centaines, donc tu en as 400, tu prends 4 sachets et il y a 7 unités donc tu mets après le 4 un 0 et après un 7. On met un 0 parce que c'est 400 et pas 40 ».

Pour expliquer à Léo que c'est 407 et non 47, Gabriel s'appuie sur l'oral en indiquant que 4 centaines, c'est 400 et que l'on entend « quatre cents » et pas « quarante ». Il ne raisonne pas sur la position et sur le fait que le zéro est nécessaire ici pour donner au chiffre 4 son rang de centaine.

Pour l'exercice c) (2 dizaines + 15 unités) les résultats sont différents. Léo a indiqué 215 et Gabriel 35. Nous avons retranscrit leur conversation.

Léo : - « Les dizaines, c'est en premier donc c'est le 2 et les unités c'est en dernier 15, donc ça fait 215. »

Gabriel : - « Non, ça fait 35. 2 dizaines, ça fait bien 20, t'es d'accord ? »

Léo : - « Oui. »

Gabriel : « Plus 15 unités. Tu ajoutes 15 à 20, ça fait 35. »

Gabriel tente une nouvelle explication pour convaincre Léo.

Gabriel : - « 2 dizaines, tu sais que ça fait 20 unités, plus 1 dizaine qui est là (il montre le 1 de 15 unités) ça fait 30, plus 5 unités encore, ça fait 35. J'ai pris une dizaine dans les unités comme c'était 15 unités, ça fait donc $30 + 5$ unités, ce qui fait 35. »

Gabriel convertit systématiquement les unités de numération en nombre d'unités pour calculer le résultat.

Pour la partie d) (21 dizaines + 1 centaine), Léo a trouvé 121 et Gabriel 310. Nous avons recopié leurs échanges.

Léo : - « J'ai fait les centaines car c'est en premier, alors je mets le 1 de la centaine d'abord et les dizaines c'est après les centaines alors je mets 21. Cela fait 121. »

Gabriel, lui, transforme les écritures en les convertissant : « 20 dizaines, c'est 200 unités donc ça fait 200, plus 1 centaine ça fait 300 et comme il reste 1 dizaine je la place ici et ça fait 310 ». Léo répond : « Ah oui, tu as raison, je me suis trompé ».

Léo et Gabriel n'obtiennent pas non plus la même réponse pour l'exercice e). Léo trouve 61812 et Gabriel 792. Les deux enfants appliquent toujours leur procédure respective. Ils argumentent de la façon suivante :

Léo : - « Les centaines, c'est le 6, donc je l'ai mis en premier, les dizaines c'est après donc je mets 18 après et les unités je les mets derrière ».

Gabriel : - « Regarde, 6 centaines c'est 600 ; 10 dizaines ça fait 100 donc on arrive à 7 centaines. Après il reste 8 dizaines, ça fait 80 et comme il y a 12 unités, j'ai ajouté 1 dizaine, ça fait 90 et avec les 2 unités restantes, on obtient 792 ». On peut noter ici que Gabriel utilise deux procédures différentes pour parvenir au résultat : la conversion des unités de numération en unités et la numération décimale (groupement de dix objets de même rang).

Enfin, pour l'exercice f) (10 unités + 3 centaines + 15 dizaines), Léo obtient 31510, et Gabriel 460. C'est Gabriel qui explique sa procédure : « Alors je commence toujours par les centaines, il y a 3 centaines et avec les 15 dizaines, ça fait une centaine de plus donc 4 centaines ; il reste 5 dizaines et comme il y a 10 unités, ça forme une autre dizaine, ce qui fait 6 dizaines. J'obtiens donc 460 ». Gabriel combine deux méthodes pour parvenir au résultat, comme précédemment.

Léo applique quant à lui toujours la même procédure. En écoutant les explications données par Gabriel tout au long de cet exercice, il se rend compte de lui-même que ses réponses sont

erronées et décide de les barrer. Lorsqu'on lui demande pourquoi il a barré ses résultats, il nous répond qu'il pense que c'est Gabriel qui a raison.

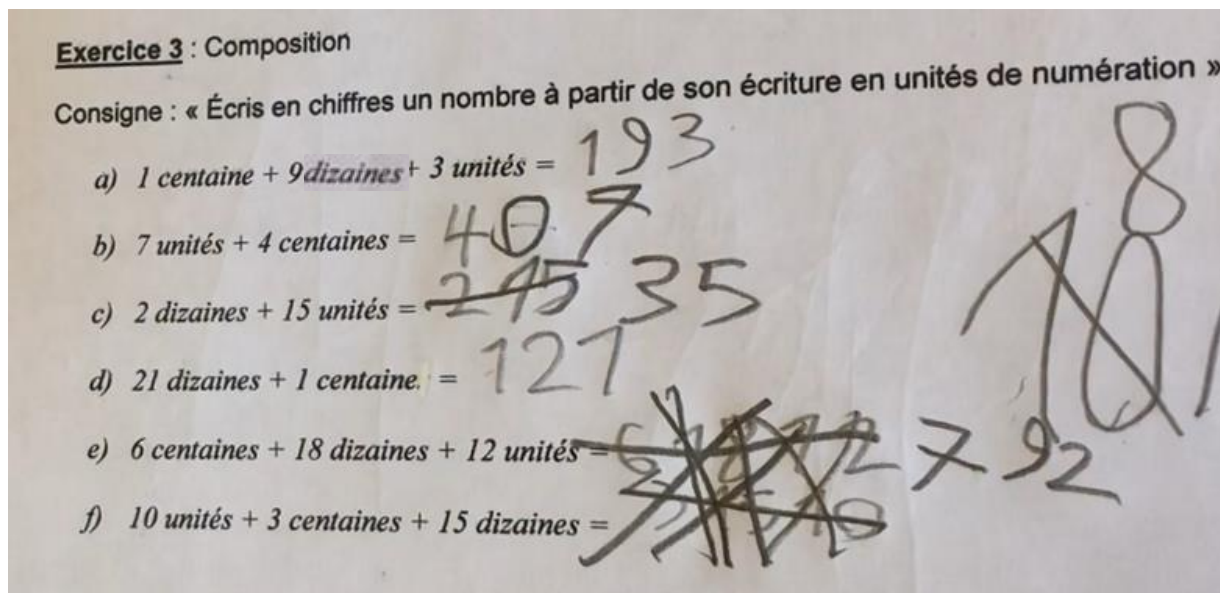


Figure 24 - Production de Léo après échanges

Nous finissons l'entretien en demandant aux deux enfants s'ils ont trouvé ces exercices difficiles. Gabriel répond spontanément que non ce n'était pas du tout difficile ; Léo est plus dubitatif et répond « Si un petit peu difficile quand même ».

4- Analyse de l'expérimentation

4.1- Remarques sur la réalisation de l'expérimentation

Au niveau du protocole expérimental, il nous semble qu'avec le recul, il aurait été préférable d'interroger séparément les deux enfants lors du questionnement initial (exercice 1). En effet, nous avons constaté lors de cette phase une forte influence de Léo sur Gabriel, qui monopolisait la parole et entravait la prise de son cousin. Lorsque Gabriel amorçait une explication, Léo l'interrompait pour redonner sa réponse, l'empêchant de s'exprimer et d'arriver, nous le croyons, au bout de sa réflexion. Nous pensons qu'en interrogeant les enfants séparément lors de cette première partie, nous aurions pu récolter davantage d'explications de la part du deuxième enfant. À noter que cette influence a été inversée lors du troisième exercice où cette fois-ci, c'est le deuxième enfant qui a pris davantage l'ascendant sur le premier.

D'autre part, réalisant pour la première fois un travail de recherche, nous avons bien conscience de nos maladresses lors des entretiens. Il a été compliqué à certains moments de l'expérimentation de rester impartiales dans notre rôle de chercheuses, particulièrement lorsque

les sujets sont les membres de l'entourage d'une des chercheuses. En visionnant les vidéos de l'expérimentation, nous avons relevé des interventions peu judicieuses qui ont pu biaiser quelquefois les réponses des enfants.

Enfin, toujours au niveau du protocole d'expérimentation, nous nous sommes rendu compte qu'il aurait été préférable de faire travailler les enfants avec un stylo plutôt qu'un crayon de papier afin de garder traces des différentes étapes de leur cheminement. En effet, lors de la phase de confrontation des résultats, les deux enfants étaient amenés à modifier leurs réponses et à gommer ce qu'ils avaient écrit initialement. La vidéo nous a heureusement permis de retrouver les différentes étapes d'écriture de chaque enfant.

4.2- Définition des chiffres et des nombres pour nos sujets

Au niveau du contenu de l'expérimentation maintenant, nous pouvons retenir tout d'abord que les deux enfants ont donné des définitions très intéressantes des termes « chiffre » et « nombre » au début de l'entretien. Il apparaît dans leurs réponses que le chiffre représente un symbole servant à écrire un nombre (même s'ils ne le formulent pas exactement de cette façon), comme les lettres le sont pour coder l'alphabet (« Un chiffre, c'est comme une lettre » dit Gabriel). Le mot « nombre » est spontanément assimilé à la notion de quantité par un des enfants. La troisième question « Est-ce qu'un chiffre et un nombre c'est pareil pour toi ou bien est-ce que c'est différent ? » semble avoir créé une certaine confusion dans l'esprit des enfants. Ils évoluent dans leur raisonnement : l'un d'eux pense à présent que les nombres commencent à partir de 10 et l'autre qu'il n'y a pas de distinction entre les deux termes alors qu'ils avaient donné quelques instants plus tôt une définition assez distincte de ces deux mots. L'influence de Léo a fait obstacle à la poursuite de l'échange sur ce sujet, et sur le cheminement de Gabriel. On note que les différentes questions et exercices proposés lors de cette expérimentation ont amené les élèves à modifier leurs « croyances » sur « chiffre » et « nombre ». Ainsi lors de l'exercice 2, les enfants ont une nouvelle fois changé d'avis et ont expliqué le mot « nombre » différemment. Ils ont associé le mot « nombre » de centaines ou de dizaines à son équivalent en unités, à savoir que dans 1 432 par exemple, si le chiffre des dizaines est 3 alors le nombre c'est 30 car 3 dizaines correspond à 30 unités. Les enfants n'ont pas raisonné ici en termes de quantité de centaines ou de dizaines présente dans le nombre donné dans la consigne mais en termes de conversion dans l'unité de référence.

4.3- Gabriel : un cas de procédure de conversion

Le troisième exercice de l'expérimentation a été particulièrement riche d'enseignements et nous a permis d'observer deux procédures distinctes mises en place par les enfants par rapport à leurs connaissances respectives de la numération. Gabriel convertit les unités de numération pour ensuite les additionner tandis que Léo accole les différentes unités de numération en les classant selon leur rang. Si l'une des procédures s'est avérée efficace pour la situation proposée (celle de Gabriel), la procédure utilisée par Léo a permis de révéler qu'une connaissance de l'ordre des unités de numération n'était pas suffisante pour comprendre la numération décimale et la construction du nombre.

4.4- Utilisation du matériel de numération par les sujets

Il nous semble important de signaler que les enfants n'ont pas ou peu eu recours au matériel de numération et lorsqu'ils l'utilisaient ce n'était pas à des fins de groupements, dégroupements, et d'échanges. L'un des enfants le manipulait plus dans l'optique d'une découverte du matériel, et l'autre s'en servait pour visualiser ce que représentait le résultat qu'il avait déjà calculé mentalement. Cette observation nous permet d'émettre l'hypothèse que l'utilisation de ce type de matériel n'est pas ou peu proposée pour procéder à des groupements ou dégroupements et/ou des échanges. Le matériel de numération est plus souvent utilisé dans les manuels afin de visualiser un nombre.

4.5- Procédures des deux sujets

Cette expérimentation nous a permis d'identifier deux procédures, stratégies mises en place par les enfants pour parvenir au résultat. Une procédure qui permet d'aboutir au bon résultat en transformant chaque unité de numération en nombre pour simplifier le calcul de l'addition et ainsi convertir chaque unité de numération dans l'unité de référence. Cette procédure reflète une bonne connaissance de la valeur de position du chiffre dans le nombre. Elle n'utilise pas en revanche les relations entre unités que Gabriel mobilise cependant à plusieurs reprises au cours de l'exercice 3 quand il dit par exemple : « Pour $10u + 3c + 15d$, je commence toujours par les centaines, il y a 3 centaines et avec les 15 dizaines, ça fait une centaine de plus donc 4 centaines ; il reste 5 dizaines et comme il y a 10 unités, ça forme une autre dizaine, ce qui fait 6 dizaines. J'obtiens donc 460 ». Il a donc une connaissance des relations entre les différentes unités de numération qu'il utilise correctement dans cet exercice lorsqu'il explique certains de ses résultats.

4.6- Léo : un cas de juxtaposition ordonnée des chiffres en fonction de l'ordre des unités de numération

La procédure utilisée par Léo est révélatrice de la compréhension incomplète qu'il a de l'écriture chiffrée de position. En effet, l'enfant connaît le vocabulaire associé aux différentes unités de numération et leur ordre selon leur rang. Il sait ranger les unités de numération par ordre décroissant : l'unité de numération de rang le plus élevé se place à gauche, puis celle de rang inférieur à sa droite et ainsi de suite jusqu'aux unités. Il sait ordonner les unités de numération sans pour autant accorder une réelle signification aux mots « centaines » ou « dizaines » en termes de valeur puisque lorsque l'écriture mathématique ne relève pas de l'organisation d'une collection en base dix, il continue de juxtaposer les nombres. Par exemple lorsqu'il lui est proposé $2d + 15u$, il écrit comme résultat 215 au lieu de 35. Les connaissances de Léo lui permettent de trouver le bon résultat pour l'exercice 3 a) qui met en jeu l'ordre de chaque unité de numération mais sa stratégie échoue lorsque les exercices impliquent des unités de numération qui ne sont plus organisées en base dix. Pour 7 unités + 4 centaines qui appelle l'introduction d'un 0, nous constatons que l'aspect positionnel et le rôle du 0 n'est pas compris par l'enfant puisqu'il écrit 47 comme réponse. Léo sait remettre en ordre les unités de numération et produire l'écriture chiffrée d'un nombre lorsque l'écriture mathématique relève d'une collection organisée en base dix. En revanche, il ne sait pas produire l'écriture chiffrée d'un nombre lorsque l'écriture mathématique ne relève pas d'une collection organisée en base dix. L'aspect décimal n'est donc pas intégré. Cela est confirmé dans les autres exercices nécessitant des échanges, par exemple 2 dizaines + 15 unités, l'enfant accole le 2 et le 15 pour construire le nombre 215, sans procéder à aucun groupement ni échange entre les unités. L'aspect décimal de la numération n'est pas intégré pour cet élève et cela met en évidence que la simple connaissance des unités de numération n'est pas suffisante pour appréhender le sens de la numération décimale. Durant l'expérimentation, nous avons constaté que Léo utilisait à de nombreuses reprises le tableau de numération avec colonnes pour s'aider (exercice 2). Il utilise ce tableau de numération en le faisant sur une feuille mais il l'utilise aussi mentalement en visualisant les différentes colonnes et l'unité de numération correspondant (exercice 3).

Chapitre 6 : Conclusion

Cette expérimentation a permis d'identifier des difficultés que pouvaient rencontrer des élèves de CE2 sur la numération décimale et sur les procédures qu'ils mobilisaient en s'appuyant sur

leurs connaissances ; connaissances probablement enseignées au cours de leur scolarité. Nous ne pouvons bien entendu pas faire de généralisation, l'expérimentation ne concernant que deux élèves de CE2 dans ce contexte précis. Nos observations semblent néanmoins rejoindre celles des études lues dans le cadre de ce mémoire qui soulignaient que l'enseignement courant de la numération en primaire n'était pas assez axé sur la construction du sens de la numération et la notion de groupements (aspect décimal).

Il paraît donc essentiel de développer chez les élèves une série d'actions matérielles qui permet de faire des groupements et des groupements de groupements afin de donner du sens à ce que représente 1 dizaine, 1 centaine, 1 millier et ainsi mieux comprendre la valeur de chaque chiffre dans un nombre et les relations qui existent entre les différentes unités de numération. Pour mettre les élèves en situation d'action, il est important de les faire manipuler du matériel de numération (batonnets, allumettes), de les faire grouper dix objets de même rang puis échanger contre une unité de rang supérieur. Les situations d'écriture mathématique ne relevant pas de l'organisation d'une collection en base dix doivent vivre suffisamment longtemps pour que les élèves construisent durablement le sens.

Les élèves appliquent bien souvent des règles ou des procédures rencontrées dans leur manuel de mathématiques ou bien dictées par leur enseignant. Le matériel de numération ne semble pas assez utilisé dans les écoles et les manuels sur lesquels s'appuient les enseignants passent très vite au tableau de numération ou à des règles « toutes faites ». Cela risque de faire perdre la compréhension des élèves les plus fragiles s'ils sont introduits trop tôt dans l'apprentissage de la numération décimale. Il convient de garder à l'esprit que ce que l'on enseigne, les enfants l'apprennent. Le tableau de numération est un outil intéressant mais s'il est introduit trop précocement ou de manière trop systématique, il peut éloigner les élèves des relations qui existent entre les différentes unités de numération. Le résultat pourra être alors correct sans que l'élève n'ait compris pour autant son fondement, ce qui peut le conforter à employer une mauvaise stratégie qui pourra fonctionner dans certains cas.

La lecture d'articles scientifiques et de manuels dans le cadre de ce mémoire nous a fait prendre conscience que dans les classes, l'ordre des unités de numération était généralement davantage travaillé que l'aspect décimal dans la numération. Notre expérimentation tend à confirmer ce point : la connaissance des unités de numération et leur ordre semblent acquis, les relations entre les unités de numération paraissent plus fragiles en revanche, surtout pour un des enfants. Si cet enfant connaît l'ordre de chaque unité de numération les unes par rapport aux autres, il n'a pas compris ici la numération décimale et les relations entre les unités de numération.

Il est important de travailler sur les deux aspects de la numération (positionnel et décimal) et de varier les situations d'apprentissage pour ne pas induire les élèves en erreur et s'assurer de la bonne compréhension de l'élève. Par exemple, si l'enseignant interroge un élève en posant la question : « Quel est le nombre de dizaines dans 154 ? ». L'enfant qui utilise un tableau de numération peut répondre correctement 15 car il aura isolé les deux premiers chiffres de gauche (selon une procédure apprise en classe) sans pour autant en avoir compris le sens. Si cette question lui était posée différemment : « Combien puis-je faire de paquets de 10 avec 154 allumettes ? », l'enfant pourrait être mis en difficulté. Il apparaît donc essentiel de proposer différentes situations aux élèves pour construire le sens de la numération décimale et aussi permettre à l'enseignant de mieux évaluer où en sont les élèves dans l'apprentissage de la numération. Il serait intéressant de travailler sur des exercices de recomposition et décomposition des nombres et ne pas proposer systématiquement des exercices de recomposition avec les unités de numération toujours classées dans le bon ordre, mais aussi de manière désorganisée ; surtout lorsqu'il s'agit de matériel type cubes, barres, plaques de cubes. L'ordre des unités de numération n'a aucune importance à partir du moment où on connaît sa valeur, son unité.

Enfin, cette expérimentation a aussi mis en évidence que même si les deux enfants de l'étude ont déjà été sensibilisés durant leur année de CE2 à la distinction entre « chiffre » et « nombre de », ils n'ont pas assimilé leur définition. De ce fait, l'exercice 2 n'était pas réalisable pour eux. À ce niveau, il semble indispensable en tant qu'enseignant de bien faire comprendre cette distinction aux élèves et d'être très vigilant à l'utilisation d'un vocabulaire précis en classe pour désigner un chiffre ou un nombre.

Références

Bednarz, N., Janvier, B. (1984). La numération : les difficultés suscitées par son apprentissage, *Grand N*, 33, 5-31.

Bramand, P., Bramand, N., Delsalle, S., Lafont, E., Maurin, C., Peynichou, D., & Vargas, A. (2020a). *Pour comprendre les maths CE2 - Guide du manuel - Ed. 2020 (Pour comprendre les mathématiques, 85) (French Edition)*. Hachette Educ.

Bramand, P., Bramand, N., Delsalle, S., Lafont, E., Maurin, C., Peynichou, D., & Vargas, A. (2020). *Pour comprendre les maths CE2 - Manuel élève - Ed. 2020 (Pour comprendre les mathématiques (85)) (French Edition)*. Hachette Educ.

Ministère de l'Éducation Nationale de la Jeunesse et des Sports (2008). *Bulletin officiel hors-série n° 3 du 19 juin 2008*.

Ministère de l'Éducation Nationale de la Jeunesse et des Sports (2015). *Bulletin officiel spécial n°11 du 26 novembre 2015*.

Charnay, R., Dussuc, M., Combier, G., Madier, D., & Anselmo, B. (2017). *CAP Maths CM1 Éd. 2017 - Nombres et calculs - livre élève non vendu seul (French Edition)*. Hatier.

Charnay, R., Madier, D., Dussuc, M., Combier, G., & Anselmo, B. (2017). *CAP Maths CM1 Éd. 2017 - Guide pédagogique + CD-Rom (French Edition)*. Hatier.

J'enseigne au cycle 2. (2020). éduscol | Ministère de l'Éducation nationale, de la Jeunesse et des Sports - Direction générale de l'enseignement scolaire.

Ministère de l'Éducation Nationale de la Jeunesse et des Sports (2008). *Programmes 2008 - programmes 2008, programmes officiels, compétence, progression*.

Tempier, F. (2016). Composer et décomposer : un révélateur de la compréhension de la numération chez les élèves. *Grand N*, 98, 67-90.

Attestation de non-plagiat

Je, soussigné Florence MICHARD-CAUBEL

N° carte d'étudiant : 21912170

déclare avoir pris connaissance de la charte des examens et notamment du paragraphe spécifique au plagiat.

Je suis pleinement conscient(e) que la copie intégrale sans citation ni référence de documents ou d'une partie de document publiés sous quelques formes que ce soit (ouvrages, publications, rapports d'étudiant, internet etc...) est un plagiat et constitue une violation des droits d'auteur ainsi qu'une fraude caractérisée.

En conséquence, je m'engage à citer toutes les sources que j'ai utilisées pour produire et écrire ce document.

Fait le 30 avril 2021

Signature :



Attestation de non-plagiat

Je, soussigné : SCHUTT Mathilde

N° carte d'étudiant : 21600674

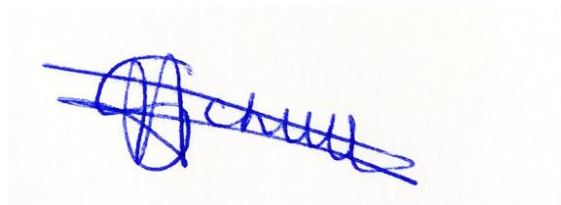
déclare avoir pris connaissance de la charte des examens et notamment du paragraphe spécifique au plagiat.

Je suis pleinement conscient(e) que la copie intégrale sans citation ni référence de documents ou d'une partie de document publiés sous quelques formes que ce soit (ouvrages, publications, rapports d'étudiant, internet etc...) est un plagiat et constitue une violation des droits d'auteur ainsi qu'une fraude caractérisée.

En conséquence, je m'engage à citer toutes les sources que j'ai utilisées pour produire et écrire ce document.

Fait le 30 avril 2021

Signature :



Résumé

L'apprentissage de la numération fait partie intégrante du parcours scolaire des élèves de l'école primaire. L'acquisition et la maîtrise, par ces élèves, de connaissances et de compétences relatives à la numération constituent un enjeu capital. En effet, la numération constitue la base pour construire les autres apprentissages dans le champ des mathématiques. L'idée de ce mémoire est venue d'une difficulté observée chez un enfant de CE2, en lien avec les notions de « chiffre de » et « nombre de » dans un nombre. Ces deux termes sont d'ailleurs très souvent confondus dans les usages de la vie quotidienne. Afin de mieux comprendre les difficultés de cet enfant, nous avons décidé d'étudier deux articles scientifiques relatifs à la compréhension de la numération et d'analyser deux manuels pour mieux concevoir l'apprentissage de la numération au travers des activités proposées. Cette expérimentation a permis d'identifier certaines difficultés rencontrées par des élèves de CE2 sur la numération. Nous avons pris conscience que certaines activités devaient être renforcées dans les classes pour mieux construire la numération et les relations entre unités.

Mots-clés : base dix, chiffre, matériel de numération, nombre, numération décimale, numération de position, ordre des unités de numération, relation entre unités, unités de numération.