



HAL
open science

Étude de l'impact du matériel de manipulation sur la résolution de problèmes en grande section

Théo Greyl

► **To cite this version:**

Théo Greyl. Étude de l'impact du matériel de manipulation sur la résolution de problèmes en grande section. Education. 2021. <dumas-03696154>

HAL Id: dumas-03696154

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-03696154v1>

Submitted on 15 Jun 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Année universitaire 2020-2021

**Diplôme universitaire *Métiers de l'enseignement, de l'éducation
et de la formation***

Mention *Premier degré*

**Etude de l'impact du matériel de
manipulation sur la résolution de
problèmes en grande section.**

Présenté par Théo GREYL

Écrit scientifique réflexif encadré par Mme Anne DIVISIA

Sommaire

Introduction.....	1
1- Cadre théorique.....	2
1.1- L’impact du matériel mathématique sur les apprentissages.....	2
1.2- La place de la résolution de problèmes.....	7
1.3- La place de l’institutionnalisation et de la verbalisation.....	10
2- Problématique et hypothèses.....	11
3- Méthodologie.....	12
3.1- Déroulement.....	12
3.2- Participants.....	13
3.3- Mise en œuvre matérielle.....	15
4- Résultats et analyse.....	17
4.1- Statistiques descriptives.....	17
4.2- Tests de l’hypothèse.....	20
5- Discussion.....	24
5.1- Réponse à la problématique et vérification des hypothèses : nature du dispositif.....	24
5.2- La résolution de problèmes.....	27
5.3- Institutionnalisation et explicitation.....	28
Conclusion.....	32
Bibliographie.....	33
Annexes.....	34

Introduction

En observant et en revenant a posteriori sur les ateliers proposés à mes élèves de grande section, je me suis aperçu que les travaux relatifs à la résolution de problèmes ne possédaient qu'une place minime dans mon enseignement. Ce dernier était dispensé de manière éparse, ne présentant pas d'objectifs établis et explicites. La place de l'institutionnalisation des savoirs et la mise en place de procédures efficaces, réutilisables, transférables pour les élèves n'était également que très peu abordé et généralement non structuré. Or cette phase m'a semblé apparaître comme faisant partie des gestes didactiques « essentiels » pour aider mes élèves à progresser dans leur représentation du nombre.

Au sein des quelques problèmes proposés, les élèves ont été confrontés à des situations très imagées, très narrées. Ils ont par exemple eu l'occasion de travailler sur la décomposition du nombre cinq. A travers la mise en scène de cinq petits lapins qui jouaient dans le jardin puis rentraient dans leur terrier les élèves ont atteints les objectifs fixés de manière mitigée. Ainsi je me suis demandé, à la suite de cette séquence, si l'utilisation d'un matériel plus épuré, avec une mise en scène moindre et se focalisant sur les faits numériques leur permettraient d'atteindre, de manière plus efficiente, les objectifs fixés. Les élèves de cycle 1 ont également tendance à jouer avec le matériel de manipulation. Il paraît donc légitime de se demander si le matériel de la classe pourrait détourner les élèves de leurs apprentissages mathématiques. De plus, les enquêtes nationales et internationales mettent régulièrement en avant les difficultés des élèves français à développer les compétences nécessaires à la résolution de problèmes.

Pour répondre à ces différents questionnements, nous aborderons l'impact du matériel mathématique sur les apprentissages des élèves avant d'aborder la place de la résolution de problèmes puis celle de l'institutionnalisation et de la verbalisation.

1- Cadre théorique

1.1- L'impact du matériel mathématique sur les apprentissages

Il n'existe pas d'entrée « mathématiques » à l'école maternelle. Le nombre est découvert comme un outil puissant dont les utilisations sont progressivement découvertes et que l'on étudie à travers de premières propriétés. La mise à distance de la manipulation a une importance primordiale dans l'élaboration des concepts. Elle aide l'élève à se construire des images mentales et facilite, notamment, l'accès à l'abstraction. Les situations proposées devront avoir un sens pour les jeunes élèves et prendre appui sur le quotidien de la classe.

« La manipulation consiste à agir sur des objets tangibles (par exemple des cubes) ou symboliques (par exemple des nombres). Cette étape de l'apprentissage passe par l'action. Pour l'élève qui n'a qu'une expérience encore limitée des objets mathématiques, il s'agit d'apprendre « par le faire » dans des situations qui mobilisent du matériel. » (Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP, 2020). Dans son dictionnaire de la langue pédagogique, Foulquié (1971) définit le matériel de manipulation comme « un ensemble d'objets (en particulier cubes, cylindres de grandeurs différentes) conçus pour l'éducation des sens, des comparaisons, des constructions, des opérations diverses, y compris des opérations arithmétiques ». D'après Bruner, nous disposons de trois modes de représentation pour appréhender les informations. L'un de ceux-ci est le mode énonciatif ou sensori-moteur. L'information passe par l'action. Le jeune enfant ayant une expérience encore limitée examinera les éléments qui l'entourent par ses cinq sens. Il s'agit d'apprendre "par le faire".

Dans le domaine des mathématiques, cette définition est complétée par la littérature. « Objets fabriqués pour représenter explicitement et concrètement des situations mathématiques abstraites. Par matériel de manipulation, nous entendons qu'il s'agit d'objets visuels et tactiles, qui peuvent être manipulés par les élèves pour faire des mathématiques. » (Moyer, 2001, p.2).

Lorsqu'on évoque le matériel mathématique la littérature aborde la notion de manipulation. Celle-ci peut être définie comme une action, réelle, sur des objets concrets, matériels. L'utilisation de matériel permettant d'aborder les mathématiques sous une forme concrète et ludique s'est démocratisée. De nombreuses études et de nombreuses pédagogies vantent les mérites du matériel de manipulation. Ainsi de nombreux praticiens, et particulièrement en cycle 1, se sont emparés de cette forme d'enseignement puisqu'approuvée et recommandée par la littérature.

Carbonneau et al. proposent « Une méta-analyse de l'efficacité de l'enseignement des mathématiques à l'aide de manipulations concrètes ». Cette méta-analyse regroupe 55 études comparant « l'enseignement avec du matériel de manipulation à une situation de référence où les mathématiques n'étaient enseignées qu'à l'aide de symboles abstraits » et apporte un regard général de l'état de la recherche sur le sujet de l'enseignement des mathématiques à l'aide de manipulations concrètes ou non. Tout d'abord, l'enseignement avec du matériel de manipulation facilite les apprentissages en :

- soutenant le développement du raisonnement abstrait chez les élèves les plus jeunes.
- stimulant la connaissance du monde réel en mettant à disposition des objets concrets en relation avec des objets connus : être en lien avec le monde connu de l'élève.
- donnant à l'élève l'opportunité de transposer ces manipulations. En effet, de nombreuses séquences d'apprentissage invitent les élèves à manipuler dans un premier temps avant de transposer ce travail à des fiches dans un second. Il semble important, pour que cette transposition soit efficace, de proposer des supports écrits en relation avec le matériel utilisé antérieurement.
- permettant aux élèves d'explorer par eux-mêmes.

D'après les théories sur le développement de l'enfant la période de 3 à 6 ans est une période centrale du développement conceptuel (Fouquet, N. & Megalakaki, O. ,2013). Par conséquent, les élèves de cycle 1 semblent être plus enclins à recevoir un enseignement basé sur la manipulation que sur la représentation symbolique et l'abstraction : la manipulation d'objets concrets répondrait à un réel besoin chez les jeunes enfants. Un questionnement émerge alors :

comment aider les élèves à passer à l'abstraction si on les cantonne à des manipulations concrètes ?

Au sein des classes de grande section les élèves sont amenés à manipuler régulièrement avec le matériel, hétérogène, à disposition. Les enseignants utilisent le matériel qui s'y trouve pour faire des mathématiques et développer la connaissance du nombre. Certains vont exploiter un matériel dit habillé : des petits personnages, voitures, jouet, quand d'autres vont se servir d'un matériel dit épuré : jetons, cubes. La question du choix des objets se veut légitime : existe-t-il des situations plus propices à un matériel ou un autre ? Quel matériel est le plus propice à l'apprentissage des élèves ainsi qu'à l'abstraction des concepts.

Le choix des objets dans les situations de manipulation est une étape clé. Un objet de manipulation avec une grande richesse perceptive, que nous appellerons donc matériel habillé dans la suite de cet écrit, peut amener les apprenants à s'éloigner du concept ciblé. Pour illustrer ce propos, une situation classique en grande section. Lors de l'apprentissage des différentes décompositions du nombre cinq les élèves sont amenés à manipuler des lapins évoluant entre leur terrier et leur jardin. Lors de ce travail les élèves sont amenés à compter le nombre de lapins cachés dans le terrier. Dans un premier temps, (figure 1) chacun des lapins sont placés sur un chou du jardin. Cette situation permet aux élèves de se familiariser avec la situation et de faire naître les décompositions du nombre cinq : « on voit trois choux avec trois lapins, il y a deux choux vides donc deux lapins dans le terrier ». Dans un second temps, (figure 1) le jardin est vidé de ses choux et les élèves doivent retrouver le complément à cinq à l'aide d'une nouvelle procédure. Le matériel de manipulation proposé va pousser certains élèves à utiliser d'autres manières que celle prévues par l'enseignant. Certains vont par exemple faire sauter les lapins dans le jardin pendant que d'autres les feront se balader dans le terrier. Cette situation concrète détourne les élèves de l'objectif fixé par l'enseignant : celui de compter les choux n'ayant pas de lapins attirés.



Figure 1 : Photos de la situation « des lapins ».

Le matériel de manipulation semble également devoir être utilisé comme étant une étape pour acquérir le concept mathématique en lui-même : « le simple fait d’agir sur du matériel de manipulation n’est sans doute pas suffisant pour promouvoir l’apprentissage ». De nombreux autres facteurs sont alors nécessaires pour assoir la notion abordée. Un de ces derniers est l’étayage langagier de l’enseignant. Sans ce dernier l’élève aura des difficultés à faire le lien entre manipulation et concept mathématique.

Ensuite, certaines études citées dans la méta-analyse de Carbonneau et al. suggèrent qu’apporter un guidage pédagogique plus important, en proposant une aide plus explicite, s’avérerait plus efficace dans la construction des concepts étudiés qu’une liberté d’action laissée à l’élève.

Les résultats de la méta-analyse de Carbonneau et al sont inconsistants et ne permettent pas de statuer sur l’efficacité de la manipulation et sur un matériel plutôt qu’un autre. En plus du peu d’études récentes (3 études postérieures à 2008) et d’une unique étude sur la maternelle (Kindergarten) datant de 1977 portant sur un échantillon de 26 élèves, la méta-analyse dit notamment :

- que les plus jeunes ne bénéficient pas de la manipulation.
- qu’un guidage élevé aide les élèves à sélectionner les informations pertinentes mais qu’un guidage faible facilite l’autonomie.

D'autres limites plus pragmatiques, liées à l'environnement de la classe, aux contraintes de l'école et à l'organisation peuvent être mises en lumière :

- Ce matériel se doit de répondre à l'hétérogénéité des élèves. Il est donc nécessaire d'avoir un matériel varié à disposition dans la classe pouvant représenter un coût non négligeable.
- La gestion de la manipulation en classe, pour atteindre l'objectif d'apprentissage fixé, nécessite une manipulation efficace, ciblée sur ce dernier.

Des recherches supplémentaires, ainsi qu'une investigation en classe semblent donc nécessaires.

Cette notion de manipulation efficace est par ailleurs une notion clé. Margolinas et Laparra y consacrent un article (2017) qui relate l'observation d'élèves en train d'effectuer des activités mathématiques. Dans cette observation, chaque élève d'une classe de grande section se voit confier la tâche suivante : dessiner des clochettes de mugets (9,12 et 14) sur trois brins différents. En plus d'être fastidieuse cette énumération nécessite de repérer le nombre sur la frise numérique, de le garder en mémoire, les dénombrer pour vérifier, etc. Finalement la situation proposée détourne les élèves de leur objectif : ils font du dessin au lieu de faire des mathématiques. Cette situation est emblématique puisque nous l'avons tous déjà vécue.

Ainsi, le matériel de manipulation mathématique présente avantages et inconvénients pondérés par de nombreux facteurs pédagogiques. Celui-ci s'est intégré naturellement au sein des classes puisque les programmes de l'école maternelle préconisent l'utilisation de matériel de manipulation. « Ils (les enseignants) constituent un répertoire commun de pratiques, d'objets et de matériels (matériels didactiques, jouets, livres, jeux) pour proposer au fil du cycle un choix de situations et d'univers culturels à la fois variés et cohérents. ». Cependant, au sein du domaine quatre, construire les premiers outils pour structurer sa pensée, les termes « matériel » ou encore « manipulation » sont absents, il est donc laissé aux enseignants une certaine liberté pédagogique pour aborder et enseigner la résolution de problèmes.

Si les élèves doivent manipuler et que l'on doit tester le matériel utilisé, sur quelle compétence les faire travailler ?

1.2- La place de la résolution de problèmes

La résolution de problèmes n'est, traditionnellement, que peu pratiquée par les jeunes élèves. Au cycle 1, elle peut être vue comme un pari dans un cycle d'enseignement où les programmes ne font pas référence à la discipline mais invitent les enseignants à faire apprendre en résolvant des problèmes. Cette absence de référence explicite permet d'ouvrir une piste de réflexion quant à l'apprentissage de la résolution de problèmes avant l'entrée en cycle 2.

« La résolution de problèmes, au centre de l'activité mathématique, engage les élèves à chercher, émettre des hypothèses, élaborer des stratégies, confronter des idées pour trouver un résultat. Qu'elle soit proposée individuellement ou collectivement en invitant les élèves à collaborer avec leurs pairs, la tâche de résolution de problèmes permet aux élèves d'accéder au plaisir de faire des mathématiques. » (BO spécial numéro 3 du 5 avril 2018). De nombreuses études se sont attardées sur les problèmes additifs et soustractifs impliquant une opération permettant de développer une typologie des problèmes. Celle qui a été choisie pour cette étude est celle de Vergnaud. Le présent écrit se focalisant sur des élèves de cycle 1, seuls les problèmes de transformation d'état avec recherche de l'état final ou initial ont été choisis. La typologie des problèmes de Vergnaud est la plus usitée dans les pays francophones. Elle répond à la question du sens des opérations et classe les problèmes basiques selon la complexité des raisonnements en jeu. Par exemple, un problème de transformation avec recherche de l'état final se révélera moins complexe et plus intuitif qu'un problème de transformation avec recherche de l'état initial. La résolution de problème de ce dernier type n'apparaît d'ailleurs qu'en milieu de cycle 2. Un questionnement est apparu naturellement, des élèves de grande section peuvent-ils parvenir à résoudre ce type de problème ?

La résolution de problèmes peut s'envisager historiquement selon deux approches : l'approche socioculturelle et l'approche traditionnelle. Dans la première, les théoriciens considèrent que l'apprentissage humain est en grande partie un processus social. Ainsi, en mathématique, les

élèves ont une place active dans la construction des concepts et des symboles. Les démarches informelles vont-elles être le levier de l'apprentissage de ces symboles (Fagnant, 2013). Dans la deuxième, le matériel de manipulation est utilisé pour rendre accessible et concret des problèmes mathématiques abstraits. Par la suite, les symboles mathématiques (possédant une signification figée) et leur utilisation sont introduits par l'enseignant. C'est donc à ce dernier d'appliquer des symbolisations apprises antérieurement ou bien de les faire émerger par les élèves. Fagnant explique également que la manipulation est nécessaire avant la mise en place de la symbolisation. Il semble donc particulièrement important de la travailler en GS : « travailler au départ des symbolisations informelles produites par les élèves pour les aider à développer une meilleure compréhension des concepts et tendre progressivement vers des symbolisations mathématiques plus conventionnelles qu'ils devraient ainsi mieux intégrer » (Fagnant, 2013).

La résolution de problèmes permet le développement de deux grandes compétences, modéliser et calculer. Ces deux compétences sont les plus grandes sources de difficultés pour les élèves. Pour la première, l'élève peut ne pas comprendre le sens de l'énoncé ou avoir des problèmes à faire le lien entre l'énoncé et sa résolution. Pour la deuxième, elle relève de calculs erronés, liés soit à des techniques algorithmiques ou des faits numériques mal maîtrisés.

Ainsi, les enquêtes nationales et internationales, notamment les résultats de 2019 du Programme International pour le Suivi des Acquis des élèves (PISA), mettent régulièrement en avant les difficultés des élèves français dans ces compétences et dans ce domaine, comparativement aux autres pays de l'OCDE (Organisation de coopération et de développement économiques). Les problèmes présentant plusieurs étapes apparaissent comme étant les plus difficiles à résoudre pour les élèves. D'après le bulletin officiel spécial numéro 3 du 5 avril 2018, « la résolution de problèmes doit être au cœur de l'activité mathématique des élèves tout au long de la scolarité obligatoire ». Or, on observe que « en 1ère primaire (CP-cycle 2), la résolution de problèmes constitue la situation la moins fréquente de rencontre des notions d'addition et de soustraction : ce sont les décompositions additives, les calculs et autres situations classiques qui priment » (Fagnant, 2013). Ce manque de pratique accentue et développe le manque de confiance des élèves dans leur capacité à résoudre des problèmes de mathématiques. De plus, « un tiers des enseignants seulement déclare appuyer dès le début de l'année l'apprentissage des opérations sur la résolution de problèmes verbaux. La plupart postpose la résolution de problèmes au 2e

semestre, en fin de 1^{ère} année, voire en 2^e année ou au cycle suivant, estimant généralement que certains prérequis (comme des compétences en lecture et une certaine maîtrise des techniques opératoires) sont nécessaires » (Fagnant, 2013). La résolution de problèmes serait donc enseignée de manière à illustrer et à imaginer les opérations formelles plutôt que comme un levier pour la compréhension de ces dernières. Elle sert à construire le sens des opérations. Il apparaît donc fondamentale de commencer sa pratique dès le cycle 1.

« Les opérations arithmétiques consistent à manipuler des symboles en respectant des règles plutôt que de réaliser des transformations sur les quantités concrètes associées à ces symboles. A l'issue des manipulations symboliques réalisées, le résultat obtenu doit correspondre à celui auquel aurait abouti la manipulation effective des entités concrètes » (Fayol, 2013). La manipulation concrète peut également servir de vérification des résultats des opérations arithmétiques effectuées. C'est un autre avantage de la manipulation s'ajoutant à celui de représenter le problème. Ainsi, la résolution d'addition simple du type $a+b=c$ équivaut à la manipulation concrète et à la réunion d'une quantité a avec une quantité b . La manipulation revient à l'application concrète des transformations opératoires manipulant des symboles. « Si on se base sur la méthode socioculturelle, résoudre un problème sollicitera plus qu'une seule connaissance des opérations. La formulation de l'énoncé (présence de mots inducteurs ou non), les nombres utilisés, leur taille mais aussi l'âge et le passif des élèves sont à prendre en compte » (Fayol, 1990).

L'utilisation de matériel manipulable et de stratégies informelles permet aux élèves de résoudre de nombreux problèmes. Ils se retrouvent généralement en difficulté lors de l'utilisation d'un symbolisme mathématique conventionnel. Les élèves présentent donc des difficultés pour passer de leurs démarches informelles au symbolisme mathématique (Fagnant, 2013). Comme évoqué précédemment, la maîtrise des techniques opératoires n'est pas nécessaire à la résolution de problèmes. L'enseignement de la résolution de problèmes permettrait de « donner du sens aux opérations arithmétiques et aux symbolisations liées en s'appuyant sur les démarches informelles et spontanées des élèves. » (Fagnant, 2013). Bien évidemment, en cycle 1, il est impossible d'opérer. La résolution de problème s'apparente alors à une simulation via la manipulation. La manipulation est la première étape vers l'abstraction et le symbolisme évoqué précédemment. L'abstraction est une opération intellectuelle (mentale) qui consiste à

isoler par la pensée l'un des caractères de quelque chose et à le considérer indépendamment des autres caractères de l'objet. Pouvoir raisonner de manière abstraite est un long processus. Avec la manipulation, la représentation -symbolique- et la verbalisation sont des points de passage importants. Au cycle 1 les problèmes sont définis comme « des situations dans lesquelles la réponse n'est pas d'emblée disponible » ; ils doivent permettre de « trouver une quantité donnée d'objets, [de donner] le nombre nécessaire d'objets pour compléter une boîte dont le nombre de cases est donné ou connu [...] Les activités d'apprentissage proposées s'appuient sur un matériel varié [...] permettant la manipulation de quantités tangibles » (BOEN du 29 mai 2019). Ainsi le guide mathématique « Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP » préconise un vaste usage du matériel de manipulation. Suite à ces premières étapes un travail de représentation puis de verbalisation sont nécessaires.

1.3- La place de l'institutionnalisation et de la verbalisation

Comme évoquée précédemment, la démarche de résolution de problèmes s'appuie sur différents moments : manipulation active, verbalisation, représentation de la situation. Ces moments participent à la modélisation du problème. La phase de verbalisation semble primordiale puisqu'elle permet aux élèves de décrire les procédures utilisées afin de résoudre le problème proposé. Ce moment permet également de déboucher sur l'institutionnalisation. L'institutionnalisation est « une situation qui se dénoue par le passage d'une connaissance de son rôle de moyen de résolution d'une situation d'action, de formulation ou de preuve, à un nouveau rôle, celui de référence pour des utilisations futures, personnelles ou collectives. » (G. Brousseau, 1998).

Pour des exercices de résolution de problèmes, la phase d'institutionnalisation est l'occasion d'explicitier les différentes procédures utilisées par les élèves. Le guide « pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP » développe le fait qu'il est nécessaire de s'attarder oralement sur les procédures spontanées des élèves. Cet oral explicite ce qui a été appris et ce qu'il faut retenir en vue d'un réinvestissement dans d'autres situations. Cette synthèse permet de mettre à disposition de l'élève une ou plusieurs procédures réutilisables, transposables à d'autres problèmes. En cycle 1, la verbalisation répétée soutient la

mémorisation des procédures. Cette observation va dans le sens d'une fréquentation très soutenue de problèmes pour ancrer les procédures.

L'objectif au cycle 1 est de pousser les élèves à se tourner vers la résolution de problèmes en leur présentant des situations simples où les moments de langage à plusieurs sont intenses. Les programmes ont pour ambition d'amener les plus grands à « proposer des solutions dans des situations de résolution de problèmes » afin de pouvoir partager et discuter des procédures utilisées.

Résoudre des problèmes permet de développer des compétences propres chez les élèves, mais développe également des compétences transversales comme la mémorisation.

2- Problématique et hypothèses

La présente étude s'intéresse à l'impact du matériel de manipulation sur les apprentissages mathématiques et plus précisément sur la question suivante : Est-ce que le matériel de la classe pourrait détourner les élèves de leurs apprentissages mathématiques ?

Notre problématique formalise deux hypothèses issues de la littérature et de nos observations en classe.

La première hypothèse mise en avant est celle selon laquelle la situation épurée permet d'aller à l'essentiel et ceux dans un temps imparti. Le savoir en jeu est alors plus accessible du côté de l'élève. La situation épurée oriente l'attention sur la caractéristique pertinente, ici le nombre. Cette situation pousse l'enseignant à être plus clair et explicite sur le savoir en jeu. L'institutionnalisation se trouvera alors à un niveau moins contextualisé. De ce fait, le savoir acquis sera plus facile à transférer à de nouvelles situations.

Cette première hypothèse nous amène à en développer une seconde. Les élèves, contrairement à ce que nous avons pu décrire précédemment, atteindraient les objectifs fixés plus facilement à l'aide d'une situation habillée. Cette situation habillée permettrait notamment d'attirer l'intérêt des élèves et leur permettrait par la suite de transférer les connaissances apprises.

Pour résumer :

- L'utilisation d'un matériel épuré lors de la phase de manipulation d'une situation problème permet de se concentrer sur l'apprentissage du nombre.
- La verbalisation de l'enseignant et l'institutionnalisation du savoir permettent un transfert des connaissances à d'autres situations.
- L'utilisation d'un matériel habillé faciliterait l'entrée des élèves dans la tâche.

Ces hypothèses sont décrites dans la suite de l'écrit. Afin de vérifier ou réfuter ces hypothèses, un recueil de données (pré et post-test) ainsi qu'une intervention construite précisément sont mis en place.

3- Méthodologie

3.1- Déroulement

Pour commencer, il est nécessaire de voir le projet dans sa globalité. Celui-ci se déroule en trois temps, comme décrit sur la figure ci-dessous.

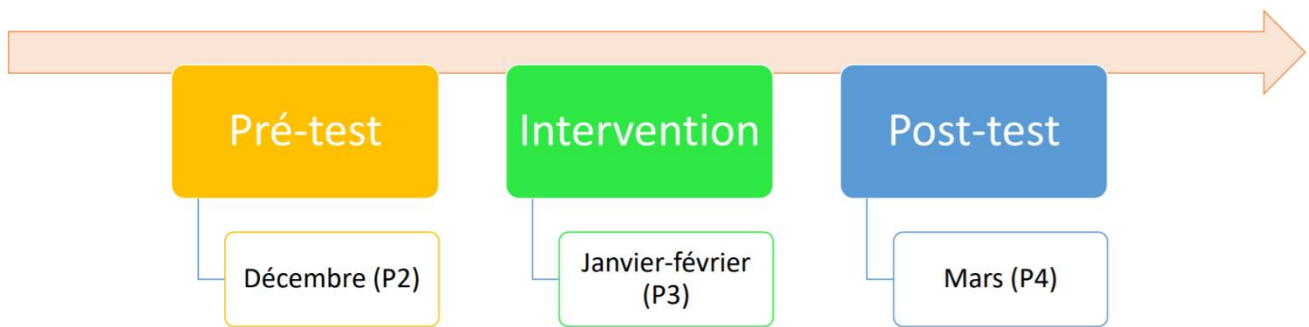


Figure 2 : Chronologie de l'étude.

Le premier temps était voué à la passation des pré-tests (Annexe 3). Ces tests ont été effectués individuellement. Ils consistaient, pour les élèves, à la résolution de six problèmes. Un premier problème d'ajout était posé aux élèves (A1). Le deuxième était un problème de retrait (R1). La troisième et quatrième questions étaient des problèmes de la même nature mais à deux étapes (A2 et R2). Enfin, les deux derniers problèmes portaient sur la recherche de l'état initial (EI).

Le deuxième temps de cette étude s'est déroulé en troisième et quatrième période, réparti sur six semaines. Ce temps était consacré à l'intervention (cf. mise en œuvre matérielle). L'intervention a été menée sur les élèves inclus dans le projet mais également sur les autres élèves de la classe.

La troisième partie de cette étude a consisté à la passation des post-tests. Ce dernier recueil de données est en tout point identique au premier effectué.

Les résultats de cette expérimentation sont présentés dans la partie « Résultat ».

3.2- Participants

Au total, 130 élèves ont été inclus dans l'étude. Ces 130 élèves peuvent se diviser en deux groupes selon leur niveau de classe : moyenne section et grande section. Dans cet écrit, nous nous intéresserons particulièrement aux élèves de grande section. En effet, les pré-tests et post-tests réalisés auprès des élèves de moyenne section ont été adaptés à leur âge et à leur connaissance du nombre. Les résultats présentés sont donc le fruit de dix classes ayant participé à l'expérimentation.

Au sein de ces classes, les élèves choisis pour mener à bien l'étude ont été sélectionnés au hasard avec l'aide d'un tiers. Cependant, des critères d'exclusions, définis avant le début de l'expérimentation, ont été mis en place. Les critères d'exclusions sont des critères conduisant à ne pas inclure une personne au sein d'une étude. L'intérêt majeur de ces derniers est d'obtenir un ensemble d'élèves représentatifs de la population scolaire afin de permettre l'extrapolation (relative) des résultats de la présente étude. De plus, l'expérimentation décrite par la suite ne propose pas de différenciation pédagogique permettant de répondre aux différents besoins des élèves c'est pourquoi ces critères semblent alors nécessaires.

Les critères d'exclusions de l'étude sont les suivants :

- Elève avec RASED ou prise en charge extérieure au milieu scolaire avérée pour difficultés importantes (difficultés qui auraient nécessité une réelle adaptation des supports des pré-tests et post-tests).
- Elève allophone, présentant une absence de maîtrise du français ou qui ne se serait pas exprimé pendant les pré-test ou durant l'intervention.
- Elève à Haut Potentiel (avéré, pas uniquement une supputation de la famille ou de l'enseignant.e).

Enfin, nous ne prenons pas en compte dans les données :

- Les élèves qui auraient raté le pré-test ou le post-test et qui n'auraient pas pu les rattraper.

- Les élèves ayant manqué plus de 2 séances d'entraînement (donc ceux qui auraient manqué entre 3 et 6 séances d'entraînement) et qui n'auraient pas pu les rattraper.

Ainsi, après application des critères d'exclusions, l'étude regroupe 108 élèves de grande section présentant les caractéristiques suivantes :

- 46 filles, 62 garçons.
- Age moyen des élèves de l'étude : 5,45 ans (soit 5 ans 5 mois et 12 jours).
- Age des élèves compris entre 4,97 ans et 5,96 ans.
- La répartition des élèves prenant part à l'étude est la suivante :

Numéro de classe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Nombre	10	12	8	14	10	11	11	13	11	8	108

Tableau 1 : Répartition des élèves par classe.

Enfin, lors de cette étude, les élèves ont été divisés en trois groupes. Un premier groupe dit « contrôle » n'ayant pas suivi la phase d'intervention. Un deuxième dit « habillé » ayant suivi l'intervention « habillée ». Un troisième dit « épuré » ayant suivi l'intervention « épurée ». Ces deux interventions seront détaillées dans la partie « mise en œuvre matérielle ». Les élèves ont été répartis comme selon le tableau ci-dessous.

Modalité	Nombre d'élèves GS
Contrôle	19
Epurée	38
Habillée	51

Tableau 2 : Répartition des élève selon leur modalité d'apprentissage.

3.3- Mise en œuvre matérielle

La mise en œuvre matériel s'attachera à décrire l'intervention auprès des élèves. Au total, 99 élèves de grande section ont suivi une intervention épurée (38 élèves) ou habillée (51 élèves). Le script de l'intervention sous la modalité habillée est disponible en annexe 1. Elle se réfère au livre de jeunesse La famille souris et le potiron de Kazuo Iwamura, utilisé comme situation déclencheur. Le script de l'intervention sous la modalité épurée est disponible en annexe 2.

Dans le cadre de cet écrit, les élèves sont confrontés à quatre types de problème quel que soit la nature de l'intervention. Pour ma part, j'ai mené, auprès de mes élèves, l'intervention selon le modèle épuré. Les différents problèmes sont décrits en annexe 1 et 2. Chaque semaine un nouveau type de problème est présenté tout en revenant sur les procédures de résolution vues la semaine précédente. Les quatre premières séances ont été menées durant la période 3. Les deux dernières lors de la période 4. Ainsi, voici l'évolution de l'intervention au cours des six semaines, quatre problèmes sont présentés aux élèves lors de chaque séances :

- Semaine 1 : problèmes additif et de retrait (A1 et R1).
- Semaine 2 : problèmes additif et de retrait en deux étapes (A2 et R2).
- Semaine 3 : révision des problèmes de type A2 et R2 puis problèmes additifs portant sur la recherche de l'état initial (EI+).
- Semaine 4 : révision des problèmes de type EI+ puis problèmes soustractifs portant sur la recherche de l'état initial (EI-).
- Semaine 5 : révisions des problèmes de type A1, A2 et R1, R2.
- Semaine 6 : révisions des problèmes de type EI+ et EI-.

Suite aux pré-tests réalisés en deuxième période, l'intervention a commencé dès la première semaine de la période trois. Elle s'est étendue sur six semaines comme décrit précédemment. Les post-tests ont été réalisés moins de trois semaines après l'intervention. Quinze de mes élèves ont pris part au dispositif, c'est-à-dire que seulement quinze de mes vingt-cinq élèves ont participé aux pré et post-tests. Cependant, l'ensemble de mes élèves ont suivi l'intervention.

A titre personnelle, j'ai d'ailleurs fait passer le post-test aux élèves n'étant pas inclus dans le dispositif, en guise d'évaluation.

L'intervention a donc été menée sur l'ensemble de mes élèves. Chaque semaine, chacun de mes quatre groupes se voyaient confrontés aux quatre problèmes programmés, suivant l'évolution de l'intervention présenté en Annexe 2. Chacun des groupes étaient composés de six à sept élèves. Ces groupes ont été construits de manière à obtenir une certaine hétérogénéité. L'ensemble de mes groupes ont suivis l'intervention le jeudi ou vendredi matin. Les modalités des contenus des séances et des procédures sont détaillés en Annexe 2.

4- Résultats et analyse

Nous nous intéresserons dans un premier temps aux statistiques descriptives des deux tests. Nous nous pencherons ensuite sur les tests de l'hypothèse évoqué précédemment.

4.1- Statistiques descriptives

Les statistiques descriptives pour le pré-test et post-test pour chaque condition sont détaillées ci-après. Il est à noter que ces deux tests ont été notés sur 12 points de la manière suivante :

- 2 points sont attribués si la bonne réponse est donnée sans répétition de l'énoncé.
- 1 point est attribué si la bonne réponse est trouvée après répétition de l'énoncé.
- 0 point si une mauvaise réponse est donnée après répétition de l'énoncé.

La moyenne (et l'écart type) de l'étude englobant l'ensemble des élèves de grande section (GS) pour les différentes modalités décrites précédemment :

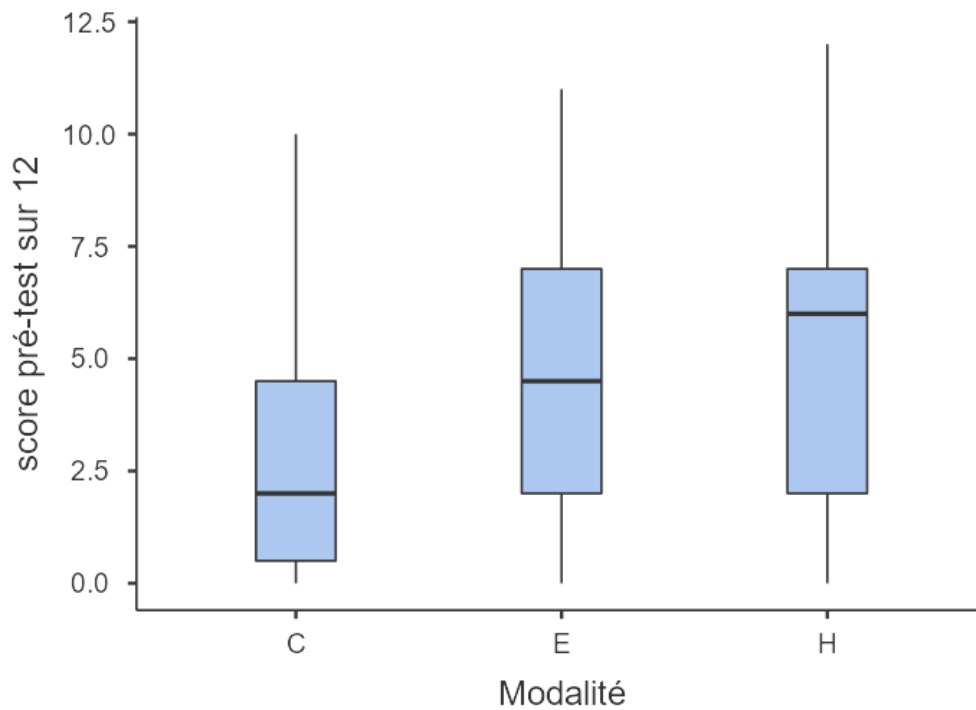
	GS	Contrôle	Epurée	Habillée
Prétest (sur 12)	4.67 (3.17)	3.16 (3.13)	4.63 (2.90)	5,25 (3.24)
Posttest (sur 12)	7.12 (3.26)	4,95 (2.91)	7.92 (3.26)	7.33 (3.08)

Tableau 3 : Résultat des élèves aux deux tests (tableau).

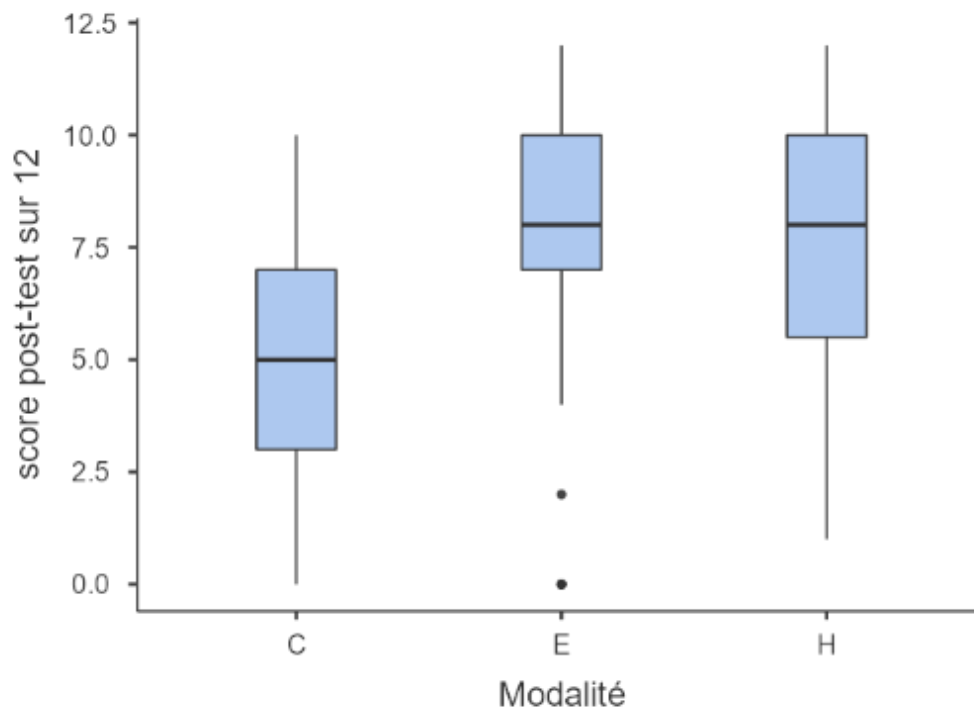
La moyenne est l'indicateur le plus simple pour résumer l'information fournie par un ensemble de données statistiques : elle est égale à la somme de ces données divisée par leur nombre. Pour le premier test la moyenne de l'ensemble des groupes (contrôle, épuré, habillé) est, d'après le tableau 3, de 4.67/12 points. Pour le deuxième test, réalisé environ 4 mois après le premier, cette moyenne a augmenté de 2.45 points pour atteindre 7.12/12 points. L'écart-type (noté entre parenthèse dans le tableau 3) sert à mesurer la dispersion, ou l'étalement, d'un ensemble de valeurs autour de leur moyenne. Plus l'écart-type est faible, plus la population est homogène. Pour l'ensemble des élèves de grande section, l'écart type est de 3.17. La majorité des données se situe donc entre (4,67-3,17) et (4,67+3,17). Cet écart-type est donc assez grand et indique l'hétérogénéité des valeurs récoltées lors du pré-test. L'écart-type est de même très élevé pour le deuxième-test. Ainsi, d'après ces données, nous pouvons voir une certaine évolution, relative et pondérable, dans la résolution de problèmes chez les élèves participant au projet que nous détaillerons dans la partie « discussion ».

Pour le groupe contrôle (n'ayant pas suivi d'intervention, noté C dans les graphiques 1 et 2) le score au pré-test est de 3,16/12 points. Tout comme la tendance générale, le score au post-test a augmenté. Il est passé à 4.95 points soit une augmentation de 1.79 points. Pour le groupe ayant suivi l'intervention suivant la modalité épurée, (noté E dans les graphiques 1 et 2) le résultat au pré-test est de 4.63 points. Les post-tests selon cette modalité révèlent le résultat le plus haut avec une moyenne de 7.92 points sur 12 soit une augmentation de 3.29 points. Enfin, pour le groupe ayant suivi l'intervention selon la modalité habillée, (noté H dans les graphiques 1 et 2) le résultat au pré-test est de 5.25 points. Cette moyenne est la plus élevée sur l'ensemble des groupes pour les pré-tests. Les post-tests selon cette modalité donnent un score moyen de 7.33 points sur 12 soit une augmentation de 2.08 points.

Afin d'analyser ces résultats de manière approfondie, voici deux graphiques. Le premier image les résultats des pré-tests et le deuxième ceux du post-tests.



**Graphique 1 : Score des pré-tests sur 12 points en fonction de la modalité d'intervention.*



Graphique 2 : Score des post-tests sur 12 points en fonction de la modalité d'intervention.

Les diagrammes en boîte présentés ci-dessus figure le profil des différentes séries. Les rectangles figurent le premier quartile, (plus petite valeur de la série telle qu'au moins 25% des valeurs sont inférieures ou égales à q_1) la médiane (nombre qui sépare la série ordonnée en deux groupes de même effectif) ainsi que le troisième quartile (plus petite valeur de la série telle qu'au moins 75% des valeurs sont inférieures ou égales à q_3). Ainsi, 50% des données sont intégrées dans ces boîtes. Cette représentation permet de mettre en avant l'importance de l'étendue des résultats.

Moyenne et médiane jouent un rôle similaire dans la compréhension de la tendance centrale d'une série de chiffres. La moyenne est une mesure populaire d'un point central dans un ensemble. Elle a cependant l'inconvénient d'être influencée par des valeurs qui sont très inférieures ou supérieures au reste des valeurs. De ce fait, la médiane est une meilleure mesure centrale pour les cas où un petit nombre de valeurs aberrantes peut considérablement fausser la moyenne. Dans le cadre de notre étude les diagrammes en boîte nous permettent d'approcher la médiane afin de la comparer avec les moyennes présentées dans le tableau 3.

Dans le cadre des pré-tests, la médiane du groupe contrôle (C) est inférieure à la moyenne. Celle du groupe à la modalité est épurée (E) est similaire et celle de la modalité habillée (H) est supérieure. Dans le cadre des post-tests, médiane et moyenne sont similaires pour l'ensemble des groupes.

4.2- Tests de l'hypothèse

L'analyse de la covariance (ANCOVA) est une méthode statistique visant à tester, par un modèle linéaire général, l'effet sur une variable dépendante continue d'une ou plusieurs variables indépendantes catégorielles, indépendamment de l'effet d'autres facteurs quantitatifs continus, dits covariables.

Dans notre étude nous avons une variable dépendante : ce sont les scores des élèves obtenus au post-test aux six questions. Nous avons donc mené une ANCOVA pour savoir si les élèves

ayant bénéficié des entraînements habillés et épurés obtenaient au post-test des résultats plus élevés que les élèves ayant bénéficié d'aucun entraînement. Une analyse, afin de savoir si les élèves de la condition épurée obtiendraient des scores différents que les élèves de la condition habillée, a également été menée.

Afin d'assurer que les éventuelles variations des scores aux post-tests soient imputables aux différentes conditions et non à d'autres facteurs pouvant entrer en jeu, nous avons contrôlé dans les analyses suivantes ces autres facteurs : l'âge ainsi que les résultats obtenus aux pré-tests. Pour cette étude, l'ANCOVA permet donc de tester l'effet de la condition sur les résultats aux post-tests tout en tenant compte des résultats des pré-tests (voir de l'âge).

Les conditions d'applications pour réaliser les tests de l'ANCOVA sont les suivantes :

- Les groupes sont indépendants et tirés au hasard de leur population respective
- Les valeurs des populations sont normalement distribuées : le test de Shapiro-Wilk n'était pas significatif ($p > 0,05$), on peut donc supposer une normalité des résidus.
- Les variances des populations sont égales : le test de Levene confirme que les variances sont les mêmes pour tous les groupes.
- L'homogénéité de la variance des résidus pour tous les groupes suppose une variance constante.

Pour répondre et interpréter les résultats d'un test ANCOVA il convient de comprendre la notion de seuil de significativité (noté p). Le p nous indique si l'effet est significatif. L'indice p est compris en 0 et 1.

On admet que :

- Lorsque p est compris entre 0 et 0.05, l'effet est significatif.
- Lorsque p est compris entre 0.05 et 0.10, l'effet est tendanciel.
- Lorsque p est supérieur à 0.10, l'effet n'est pas significatif.

Le p nous indique donc la probabilité de nous tromper en affirmant ce qu'on avance. Par exemple, si j'affirme que les tomates sont en moyenne plus rouges que les aubergines et que $p = 0.02$, cela veut dire que j'ai 2% de chance de me tromper quand j'affirme que les tomates sont en moyenne plus rouges que les aubergines. Si en revanche j'affirme que les hommes sont meilleurs que les femmes en sciences et que mon $p = 0.23$, cela veut dire que j'ai 23% de chances de me tromper en affirmant cela. Or, 23% est supérieur à 10, (soit à $p=0.10$) l'effet ne peut donc pas être considéré comme significatif. Il est alors impossible d'affirmer que les hommes sont meilleurs que les femmes en sciences. De ce fait, l'effet du sexe sur la réussite en sciences n'est pas significatif. Dans le cadre de cet écrit, la formalisation du p se fait par une ou plusieurs astérisques que l'on adosse au coefficient OR .

Voici les seuils de significativité utilisés pour notre étude et qui sont généralement utilisés ainsi dans la littérature scientifique : $+p < .10$, $*p < .05$, $**p < .01$, $***p < .001$. Par exemple, 3.27^* signifie que $OR = 3.27$ et que p est inférieur à 5%.

Voici les résultats de l'analyse de covariance pour cette étude. Nous nous intéresserons à la dernière colonne mettant en évidence le seuil de significativité de chacune des variables :

	Somme des carrés	Différence	Moyenne des carrés	F	p
Score pré-test sur 12	382.15	1	382.15	64.231	<0.001
Age	3.53	1	3.53	0.594	0.443
Modalité	55.46	2	27.73	4.661	0.012
Résidus	612.81	103	5.95		

Tableau 4 : Résultats aux test de l'ANCOVA suivant les trois variables.

Pour les scores aux pré-tests, sur 12 points, le seuil de significativité est < 0.001 . Un effet significatif des scores des élèves au pré-test sur les scores des élèves de grande section aux post-tests (indépendamment des conditions dans lesquelles ils sont assignées) est observé.

Pour l'âge, le seuil de significativité est de 0.443. Ce seuil, p , est supérieur à 0.1. Nous ne pouvons donc pas affirmer que l'âge des élèves présentent un effet significatif sur les scores des élèves de grande section aux post-tests (indépendamment des conditions dans lesquelles ils sont assignées).

Enfin, pour les modalités d'intervention, le seuil de significativité est de 0.012. Ce dernier est compris entre 0 et 0.05, un effet significatif des modalités sur les scores des élèves aux post-tests est observé. Pour cette dernière variable, il semble nécessaire de prendre en compte les différentes modalités d'intervention explicitées précédemment. Nous proposons de décomposer l'effet suivant de deux manières :

- Pour tester si les élèves des conditions H et E obtiennent des scores plus élevés que les élèves de la condition C, nous avons testé l'effet d'un contraste orthogonal.
- Pour tester si les élèves de la condition E obtiennent des scores plus ou moins élevés que les élèves de la condition H, nous avons testé l'effet du contraste orthogonal "H vs E".

Voici les résultats permettant de répondre à ces deux hypothèses :

	p
H - E	0.067
C - E, H	0.014

Tableau 5 : Résultats aux tests de l'ANCOVA pour les différentes modalités d'interventions.

Pour les différentes modalités d'intervention, (habillée et épurée) en comparaison des groupes contrôles, le seuil de significativité est de 0.014. Un effet significatif de l'intervention, quel que soit sa modalité, sur les scores des élèves aux post-tests est observé.

Enfin, une autre questions se pose : un effet significatif d'une des conditions d'intervention à laquelle les élèves de GS étaient assignés sur les scores des élèves aux post-tests est-il observé ? Pour cette question, le seuil de significativité est de 0.067. Ce seuil est compris entre 0.05 et 0.10. Un effet tendanciel est donc observé quant à l'avantage d'une des modalités d'intervention par rapport à une autre.

5- Discussion

5.1- Réponse à la problématique et vérification des hypothèses : nature du dispositif

L'analyse des réponses des élèves a fait l'objet d'un recueil minutieux et exploitable afin de diagnostiquer le dispositif le plus efficace pour permettre la construction du nombre dans le cadre de la résolution de problèmes. Il est à rappeler que d'après les résultats de la méta-analyse de Carbonneau et al (2013), on ne peut statuer sur l'efficacité de la manipulation et sur un matériel au détriment d'un autre.

La première hypothèse émise était que la situation épurée permet d'aller à l'essentiel et de mettre en avant le savoir en jeu, devenant plus accessible pour les élèves. Ils se retrouvent, de plus, confrontés à une phase d'institutionnalisation plus abstraite que les élèves ayant suivi la séquence selon la modalité habillée. Cette hypothèse se confirme si l'on se penche sur les résultats bruts présentés précédemment. Les post-tests selon cette modalité révèlent le résultat le plus haut avec une moyenne de 7.92 points sur 12 soit une augmentation de 3.29 points. Il est à noter que cette augmentation est la plus élevée sur l'ensemble des trois groupes.

La deuxième hypothèse énoncée soulignait le fait que les élèves, contrairement à ce que nous avons pu décrire précédemment, atteindraient les objectifs fixés plus facilement à l'aide d'une situation habillée. A première vue, cette hypothèse ne semblerait pas se confirmer. En effet, les

résultats obtenus sont inférieurs à ceux de la méthode épurée : le groupe ayant suivi l'intervention suivant la modalité épurée obtient un résultat au pré-test de 4.63 points contre 7.33 aux post-tests. Il est cependant primordial d'interpréter ces résultats indépendamment de la première hypothèse. Les résultats montrent donc une évolution de 2.7 points, inférieurs au dispositif épuré, mais significatif.

Ces deux réponses nous amènent à émettre l'hypothèse suivante : les deux dispositifs sont intéressants et démontrent des qualités certaines. L'efficacité d'un matériel par rapport à l'autre est, comme détaillé dans la section précédente, tendancielle. Il serait donc probable que l'efficacité d'une intervention auprès des élèves augmenterait, non en séparant ces dispositifs mais bien en les associant. L'objectif étant d'utiliser les avantages de chacun des dispositifs décrits dans la partie « Problématique et hypothèses » tout en gommant les limites de chacune de ces deux méthodes. Les limites, biais et avantages liés à la nature du dispositif présenté aux élèves sont décrits par la suite. Je tenais par ailleurs à rappeler que j'ai mené l'intervention selon le modèle épuré à mes élèves.

Un intérêt majeur de ce travail, dans cette période particulière, a été les échanges possibles entre pairs et avec nos tuteurs. Nous avons pu débattre sur les points forts et les points à revoir de chacun des dispositifs. Je pense toutefois pouvoir admettre avoir un plus grand recul sur le dispositif épuré puisque c'est celui que j'ai utilisé pendant six semaines pour mener à bien cette intervention sur la résolution de problème. Tout d'abord, le dispositif épuré présente un avantage très pragmatique par rapport au dispositif habillé : le temps de préparation. Ce dernier a nécessité de la part de mes collègues un travail plus important dans la mise en place de l'intervention, tant d'un point de vue matériel que didactique. Comme on peut le voir en Annexe 1, l'intervention habillée utilise comme élément déclencheur un livre de jeunesse. L'ensemble des questions posées aux élèves par la suite se doit d'être imagées et théâtralisées afin de garder leur attention. Ce point se révèle d'ailleurs très intéressant puisqu'un des questionnements majeur, évoqué lors de la préparation de l'intervention, était le suivant : qu'en est-il de l'engouement et de la motivation des élèves par rapport à l'un ou l'autre des dispositifs ? Lequel serait pour eux le plus attrayant ? Il s'avère que c'est, pour ma part, une des limites du dispositif épuré. Même si celui-ci semble mieux fonctionner, après les trois premières séances j'ai pu recueillir plusieurs remarques et ressentis d'élèves :

- « Oh non ! Pas les problèmes ! »
- ou encore : « J'aime pas trop, j'y arrive pas ! »

Une certaine forme de lassitude s'est donc installée au fil des séances. Ce découragement a été repéré chez la majorité des enseignants du dispositif épuré. A l'inverse, cette tendance ne s'est que très peu remarquée chez les groupes à la modalité habillée. Le temps de préparation des séances était évoqué précédemment, le temps de passation de l'intervention s'est révélé lui aussi plus court pour le dispositif épuré. Un dernier avantage de ce dispositif est également à souligner. Les élèves, ayant suivi l'intervention selon la modalité épurée, n'ont eu aucun mal à transposer le savoir acquis durant les séances lors des questions du post-test. Ils ont, pour une majorité, réinvesti les différentes procédures étudiées en amont (comptage, surcomptage principalement). A l'inverse, suite aux différents échanges, les enseignants ayant utilisés la modalité habillée lors de leur intervention, se sont rendus compte que lors de la passation des post-tests, certains élèves n'arrivaient pas à transposer leur savoir. Pour nombre d'entre eux, le travail effectué avec des graines de potirons n'avait rien à voir avec les questions du test. Cette observation permet de mettre en avant une des grandes limites de ce dispositif, en tout cas chez de jeunes élèves.

Cette expérience nous a permis d'utiliser un matériel de manipulation varié et surtout efficace pour l'enseignement des mathématiques. Les deux dispositifs ont permis la découverte de la résolution de problème pour des élèves peu habitués à ce type d'exercice. Nous pouvons, de plus, tirer plusieurs conclusions comme évoquées précédemment. Chaque dispositif présente avantages et limites. Pour le dispositif épuré, la limite se situe au niveau de la lassitude des élèves, l'avantage au niveau du transfert de connaissance de par l'abstraction de la situation initiale. Pour le dispositif habillé, l'attention des élèves est captée plus aisément et ce découragement est beaucoup moins présent, cependant, la grande limite se retrouve au niveau du transfert des connaissances. Ainsi, suite à cette étude, il serait sûrement intéressant de mélanger ces deux modalités au sein d'une même intervention. Afin d'obtenir l'attention des élèves, une entrée par la littérature jeunesse dans l'intervention serait logique. Suite à cela, un travail sur des graines de potirons se transformant progressivement en jetons n'ayant aucune représentation symbolique semble être une piste cohérente. Ce type de dispositif pourrait, semble-t-il, palier les limites des deux modalités, tout en regroupant leurs points forts.

5.2- La résolution de problème

L'évolution significative des résultats des élèves ayant participé aux interventions appuie le réel effet du travail effectué durant cette expérience. Nous pouvons affirmer que l'intervention a été bénéfique pour les élèves puisque dans la partie « résultat » la conclusion est la suivante : « pour les différentes modalités d'intervention, (habillée et épurée) en comparaison des groupes contrôles, le seuil de significativité est de 0.014. Un effet significatif de l'intervention, quel que soit sa modalité, sur les scores des élèves aux post-tests est observé ». Nous pouvons donc affirmer que les élèves ayant suivi l'intervention ont progressé de manière significative, en comparaison du groupe contrôle (C) ne l'ayant pas reçue. Ainsi, comme évoqué dans la partie « La place de la résolution de problèmes », la résolution de problèmes constitue la situation la moins fréquente de rencontre des notions d'addition et de soustraction au cycle 2, entraînant des résultats peu flatteurs lors des évaluations internationales. La présente expérience permet donc d'appuyer le fait qu'il est possible et probablement bénéfique d'enseigner des résolutions de problème dès le cycle 1.

Plusieurs points sont encore à discuter. Tout d'abord, les trois groupes ont passé les deux batteries de test selon un intervalle de trois à quatre mois. Le groupe contrôle a, malgré l'absence d'une intervention construite, progressé (le score au pré-test est de 3,16/12 points, le score au post-test a augmenté, il est passé à 4.95 points soit un accroissement de 1.79 points). Les élèves ont donc grandi durant ce laps de temps tout comme leur représentation du nombre. De plus, nous n'avons pu contrôler les apprentissages dispensés aux élèves du groupe contrôle. En cycle 1, la connaissance du nombre est travaillée de manière régulière voir journalière lors des rituels. De nombreuses activités comme le comptage des absents et des présents peuvent être présentés sous forme de problèmes. De plus, durant ces trois mois, il est important de noter que ces élèves ont été confrontés à d'autres activités mathématiques développant et faisant évoluer leur construction du nombre. Ces deux éléments, l'âge et les activités « transverses », favorisent et permettent d'expliquer l'évolution du groupe contrôle. Nous pouvons également revenir sur un autre point lié à la passation des tests. Lors de la passation des pré-tests, j'ai été confronté à un phénomène inattendu, presque systématique, lors de la première question : « Denis a 2 billes. Il en gagne 2. Combien de billes a-t-il en tout ? », les élèves me regardaient et étaient très surpris. Ils n'avaient jamais été confrontés à ce genre de problème et la situation

duelle qu'implique la passation des tests, associée à l'envie des élèves de me faire plaisir les ont déconcertés. De ce fait, j'ai obtenu énormément de réponses erronées alors que cette première question était à leur portée. Cette tendance s'est confirmée puisque dès la deuxième question les élèves ont assimilé ce qui était attendu en répondant, de manière générale, positivement. Les élèves ayant suivi l'intervention aux post-tests se sont donc habitués à ce type de questions au fil des six semaines de travail. On peut donc admettre que l'un des biais de cette étude serait que la meilleure réussite des élèves ayant suivi l'intervention serait liée, en partie, à l'accoutumance des sujets à ce type de question.

Le sentiment général suite à cette expérience reste tout de même très positif. Les différents problèmes abordés sont accessibles pour des élèves de grande section. Les problèmes visant à la recherche de l'état initial sont abordables avec des élèves de cette âge même si la notion reste majoritairement à consolider. La modalité épurée n'est pas forcément très ludique pour les élèves, cependant les progrès sont assez facilement observables. Les élèves s'approprient aisément plusieurs procédures étudiées, décrites par la suite.

5.3- Institutionnalisation et explicitation

Lors des phases d'institutionnalisation de chaque séance nous nous sommes attachés à proposer différentes procédures mises en lumière par la littérature et observables en cycle 1. « Les enfants perçoivent et comprennent très précocement et facilement les effets des transformations affectant la quantité (ajout, retrait, partage). Ces réussites laissent souvent penser à tort qu'ils maîtrisent ou au moins comprennent très précocement les opérations (addition, soustraction, multiplication, division). » (Fayol, 2013). Les enfants vont s'approprier, au fil de leur développement et de leurs compétences, un éventail de procédures pour résoudre des problèmes sans n'avoir jamais recours aux additions ou aux soustractions. Dès la petite section ils vont manipuler des collections d'un cardinal donné, les réunir puis les dénombrer pour répondre à des questions de transformation additive. En grandissant ils vont s'approprier des techniques comme celles décrites ci-dessous (notamment les différentes formes de comptage, sur les doigts puis progressivement mental) pour simuler les situations-problèmes présentées.

Le premier problème est un problème de transformation additive. On connaît l'état initial et la transformation positive, on recherche l'état final (noté A1 ou A2 selon le nombre d'étape par la suite). Nous nous attendions à rencontrer les procédures suivantes, exemple A1 : $4+5=a$:

- Réponse directe (exacte ou non) sans manifestation extérieure de la procédure utilisée : procédure mentale.

- Comptage sur les doigts (à une ((je commence sur la même main) ou deux mains ((je commence sur l'autre main)) puis recomptage des doigts levés ou reconnaissance de la constellation. Le premier terme, 4 est compté sur les doigts : 1, 2, 3, 4 puis le deuxième, 5 est compté à partir de la même main ou sur l'autre : 1, 2, 3, 4, 5. L'élève donne le résultat final en recomptant tous ses doigts ou par reconnaissance de la constellation.

- Surcomptage avec les doigts. Je mets 4 dans ma tête puis j'ajoute 5 avec les doigts : 5, 6, 7, 8, 9.

- Surcomptage à l'aide de la bande numérique. Je trouve 4 sur la bande numérique puis j'ajoute 5 : 5, 6, 7, 8, 9.

- Dessin modélisant la situation (plus ou moins schématique).

Ensuite, un problème de transformation soustractive, on connaît l'état initial et la transformation négative, on recherche également l'état final (noté R1 et R2), exemple R1 : $9-4=a$:

- Réponse directe (exacte ou non) sans manifestation extérieure de la procédure utilisée : procédure mentale.

- Décomptage sur les doigts : on rabat autant de doigts que de jetons enlevés. Le premier terme, 9 est compté sur les doigts : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 puis le deuxième, 4 est décompté : 8, 7, 6, 5 ou enlevé directement.

- Décomptage à l'aide de la bande numérique. Je trouve 9 sur la bande numérique puis je retire 4 : 8, 7, 6, 5.

- Dessin modélisant la situation (plus ou moins schématique).

Troisièmement, un problème de transformation où l'on connaît la transformation et l'état final. On recherche ici l'état initial (noté EI+). Exemple : $a+5=9$:

- Réponse directe (exacte ou non) sans manifestation extérieure de la procédure utilisée :
procédure mentale.

- Comptage sur les doigts à deux mains (je commence le comptage sur l'autre main). Ils posent la transformation sur leurs doigts : 5 puis comptent la différence en les levant un par un : 4 pour atteindre l'état final : 9.

- Comptage sur les doigts à une main (je commence le comptage sur la même main). Ils posent la transformation sur leurs doigts : 5 puis compte la différence : 4 en les levant un par un pour atteindre l'état final : 9.

- Décomptage sur les doigts. L'état final : 9 est posé sur les doigts, la transformation : 4 est décomptée pour atteindre l'état initiale recherchée : 4.

- Dessin modélisant la situation (plus ou moins schématique).

Enfin, un dernier problème de transformation où l'on connaît la transformation et l'état final. On recherche ici l'état initial (noté EI-). Exemple : $a-4=5$

- Réponse directe (exacte ou non) sans manifestation extérieure de la procédure utilisée :
procédure mentale.

- Comptage sur les doigts. L'état final : 5 est posé sur les doigts, la transformation : 4 est comptée pour atteindre l'état initiale recherchée : 9.

- Dessin modélisant la situation (plus ou moins schématique).

Suite aux travaux de recherches liés à chacune des séances, une des différentes procédures décrites précédemment était institutionnalisées :

- Procédure recomptage à deux mains.

- Procédure recomptage à une main.

- Procédure de surcomptage.

- Procédure mentale.

Lors des post-tests, j'ai pu observer que les élèves réinvestissaient systématiquement une des procédures que nous avons étudiées. Lorsqu'ils n'utilisaient pas de procédures mentales (principalement pour les question 1 et 2) ils mettaient à contribution des procédures utilisant les doigts : comptage et surcomptage principalement. Les élèves de cycle 1 semblent d'ailleurs mieux maîtriser cette première. La procédure de surcomptage engendre souvent des erreurs tels que j'ai pu l'observer :

- l'oubli en cours de comptage du nombre à ajouter
- ou l'erreur au début du comptage.

Au cycle 1, utiliser ces deux procédures semblent assez bénéfique pour les élèves qui les utilisent déjà de manière informelle. De plus, l'utilisation des doigts est en cohérence avec le stade de développement de l'enfant ainsi que les programmes de maternelle qui insistent sur la maîtrise des décompositions des nombres jusque 10.

Conclusion

L'objectif premier de ce mémoire était de rendre compte de l'impact, et de l'importance, d'aborder la résolution de problème en cycle 1. Le deuxième était de réfléchir sur l'efficacité d'une manipulation selon une modalité épurée par rapport à une modalité habillée. Pour ce faire, un dispositif en trois étapes (comme détaillé dans la partie « déroulement ») avait été proposé. Nous voulions trouver lequel de ces deux dispositifs était le plus profitable pour les élèves. Nous avons donc mis en place un premier recueil de données, dont nous avons discuté des résultats précédemment et avons conçu une séquence pédagogique visant à faire évoluer la réflexion des élèves. Un deuxième recueil de données a été ensuite réalisé.

Il s'est avéré que ces résultats nous ont permis de conclure que les élèves sont capable de se confronter à des situations de résolution de problèmes. Au vu de ces résultats nous pouvons également affirmer qu'il serait exagéré de prétendre qu'une des modalités d'apprentissage détaillées précédemment soit plus efficace que l'autre. Au contraire, ces dernières semblent se compléter.

Par ailleurs, le présent écrit s'est attaché à décrire les intérêts d'assurer une place plus importante à l'enseignement de la résolution de problème au cycle 1. Cet apprentissage se veut être une piste intéressante pour pallier aux difficultés rencontrées par de nombreux élèves dans ce domaine dans la suite de leur scolarité.

Bibliographie

Carbonneau, KJ. Marley, S. & Selig JP. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, 105, pp.380-400.

Cobb, P. (2000). *Symbolising and communicating in mathematics classrooms*. Mahwah, N.J., Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

ERMEL-INRP, (2003). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes GS*. Paris, Hatier.

Fagnant, A. (2013). Opérations arithmétiques et symbolisations variées. Partir des démarches informelles des élèves pour donner du sens aux apprentissages. *Education et Formation*, 1, pp.23-38.

Fayol, M. (1990). *L'enfant et le nombre*. Paris : Delachaux & Niestlé.

Fayol, M. (2012). *L'acquisition du nombre*. Presses universitaires de France, Que sais-je ?

Fouquet, N. & Megalakaki, O. (2013). Construction et compréhension des catégories taxonomiques des animaux, végétaux et objets fabriqués chez des enfants de 3 à 6 ans. *Enfance*, 2(2), 117-137.

Moyer, P. (2001). Are We Having Fun Yet? How Teachers use Manipulatives to Teach Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 47, pp. 175-197.

Sherman, J. (2009). Equivalence in symbolic and non-symbolic contexts: Benefits of solving problems with manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, 101, pp. 88-100.

Laski, E. Jordan, JR. Daoust, C. & Murray, AK. (2015). What makes mathematics manipulatives effective? Lessons from cognitive science and Montessori education. *SAGE Open*, 2.

Annexes

Annexe 1 : Intervention habillée.

Intervention GS habillé

A1: Cric crac, la saison a changé, il y a des graines à compter! C'est l'été, il fait beau et l'un de nos potirons est déjà mûr. Nous allons pouvoir le manger et mettre ses graines à l'abri dans notre coffre. Pour le moment, regardez, il y a 2 graines dans le coffre. Maintenant, Grand-père souris ajoute les 2 graines du potiron mûr. Vous devez me dire combien il y a de graines maintenant dans notre coffre. Il faut bien penser à ce qu'il s'est passé dans le coffre.

R1: Cric crac, la saison a changé, il y a des graines à compter! C'est l'hiver, les souris commencent à planter les graines dans leur potager pour obtenir des beaux potirons. Pour le moment, regardez, nous avons 4 graines dans notre coffre. Grand-père souris en enlève 2 pour aller les planter. Vous devez me dire combien il y a de graines maintenant dans notre coffre. Il faut bien penser à ce qu'il s'est passé dans le coffre.

A2: Cric crac, la saison a changé, il y a des graines à compter! C'est l'automne, le temps des récoltes, nous avons ramassé 2 potirons mûrs. Nous allons pouvoir les manger et mettre leurs graines à l'abri dans notre coffre. Pour le moment, regardez, il y a 2 graines dans le coffre. Grand-père souris ajoute les 2 graines d'un potiron. Puis, il ajoute 1 graine de l'autre potiron. Vous devez me dire combien il y a de graines dans notre coffre. Il faut bien penser à ce qu'il s'est passé dans le coffre.

R2: Cric crac, la saison a changé, il y a des graines à compter! C'est le printemps, le temps des plantations, Cousin souris demande qu'on lui donne quelques graines pour son champs. Pour le moment, regardez nous avons 4 graines dans notre coffre. Grand-père souris en enlève 2 pour les donner à Cousin Souris, puis il en enlève encore 1 pour la planter dans le potager. Vous devez me dire combien il y a de graines maintenant dans notre coffre. Il faut bien penser à ce qu'il s'est passé dans le coffre.

EI + : Cric crac, la saison a changé, il y a des graines à compter! C'est l'automne, Grand-père souris vérifie le contenu du coffre. Il y a des graines dans le coffre. Il ajoute les 3 graines qui lui restaient dans la poche. Maintenant il y a 5 graines dans le coffre. Mais grand-père souris ne se rappelle plus combien il y en avait au début. Peux-tu l'aider et lui dire combien il y avait de graines dans le coffre au début ? Il faut bien penser à ce qu'il s'est passé dans le coffre.

EI - : Cric crac, la saison a changé, il y a des graines à compter! C'est l'hiver, Grand-père souris vérifie le contenu du coffre. Il y a des graines dans le coffre. Il enlève 4 graines pour pouvoir les planter. Maintenant il reste 2 graines dans le coffre. Mais grand père souris ne se rappelle plus

combien il y en avait au début. Peux-tu l'aider et lui dire combien il y avait de graines dans le coffre au début ? Il faut bien penser à ce qu'il s'est passé dans le coffre.

Période 3					Période 4	
S 1	S 2	S 3	S 4	S5	S 1	S 2
A1 : 3 + 3 A1 : 2 + 4 R1 : 5 - 3 R1 : 6 - 5	A2 : 4 + 2 + 2 A2 : 3 + 3 + 2 R2 : 7 - 2 - 2 R2 : 8 - 4 - 2	A2 : 4 + 3 + 2 R2 : 8 - 3 - 3 EI+ : ? + 3 = 5 EI+ : ? + 5 = 7	EI+ : ? + 4 = 8 EI- : ? - 4 = 2 EI- : ? - 3 = 7 EI- : ? - 2 = 5		A1 : 6 + 3 A2 : 3 + 5 + 1 R1 : 8 - 3 R2 : 7 - 3 - 2	EI+ : ? + 3 = 8 EI+ : ? + 6 = 9 EI- : ? - 6 = 3 EI- : ? - 4 = 7
Procédures à expliciter : chaque semaine une procédure au minimum mais plus si d'autres apparaissent						
Procédure recomptage à 2 mains	Procédure recomptage à 1 main	Procédure surcomptage	Procédure mentale		Révisions des procédures vues en P3 (en particulier le surcomptage !)	
Recomptage à deux mains avec les doigts : je mets 3 doigts sur une main. Je mets 3 doigts sur une <i>autre</i> main. Je recompte tous les doigts : 1, 2, 3, 4, 5 et 6. Au total ça fait 6. ----- Décomptage	Recomptage sur une main avec les doigts: je mets 4 doigts sur une main. Je mets 2 (je commence sur la <i>même</i> main) puis encore 2. Je recompte tous les doigts : 1, 2..8. Au total ça fait 8. (On peut utiliser les doigts au fur et à mesure de l'énoncé du problème)	Surcomptage avec les doigts : je mets 4 dans ma tête, j'ajoute 3 avec les doigts: 5, 6, 7. Et encore 2 : 8, 9. Au total ça fait 9. ----- Adaptez la procédure pour EI à vos élèves.	Procédure(s) mentale(s) à expliciter (connaissance du fait numérique ou on imagine les graines dans sa tête)			

Intervention GS épuré

A1: *Dans ma boîte je mets 3 jetons. Regardez, il y en a 3. Maintenant j'ajoute 1 autre jeton. Je ferme la boîte. Vous devez me dire combien il y a de jetons maintenant dans la boîte. Vous devez repenser à ce qu'il s'est passé dans la boîte.*

R1: *Dans ma boîte je mets 3 jetons. Regardez, il y en a 3. Maintenant je retire 1 jeton. Je ferme la boîte. Vous devez me dire combien il y a de jetons maintenant dans la boîte. Vous devez repenser à ce qu'il s'est passé dans la boîte.*

A2: *Dans ma boîte je mets 1 jeton. Regardez, il y en a 1. Maintenant j'ajoute 2 autres jetons et j'en ajoute encore 2. Je ferme la boîte. Vous devez me dire combien il y a de jetons maintenant dans la boîte. Vous devez repenser à ce qu'il s'est passé dans la boîte.*

R2: *Dans ma boîte je mets 5 jetons. Regardez, il y en a 5. Maintenant je retire 2 jetons et j'en retire encore 2. Je ferme la boîte. Vous devez me dire combien il y a de jetons maintenant dans la boîte. Vous devez repenser à ce qu'il s'est passé dans la boîte.*

EI+: *Dans ma boîte je mets des jetons sans vous dire combien et sans vous les montrer. Maintenant j'ajoute 2 autres jetons. Je ferme la boîte. Il y a maintenant 4 jetons dans la boîte. Vous devez me dire combien il y avait de jetons au début dans la boîte, avant que j'en ajoute. Vous devez repenser à ce qu'il s'est passé dans la boîte.*

EI-: *Dans ma boîte je mets des jetons sans vous dire combien et sans vous les montrer. Maintenant je retire 2 jetons. Je ferme la boîte. Il reste maintenant 2 jetons dans la boîte. Vous devez me dire combien il y avait de jetons au début dans la boîte, avant que j'en retire. Vous devez repenser à ce qu'il s'est passé dans la boîte.*

Période 3					Période 4	
S 1	S 2	S 3	S 4	S5	S 1	S 2
A1 : 3 + 3 A1 : 2 + 4 R1 : 5 - 3 R1 : 6 - 5	A2 : 4 + 2 + 2 A2 : 3 + 3 + 2 R2 : 7 - 2 - 2 R2 : 8 - 4 - 2	A2 : 4 + 3 + 2 R2 : 8 - 3 - 3 EI+ : ? + 3 = 5 EI+ : ? + 5 = 7	EI+ : ? + 4 = 8 EI- : ? - 4 = 2 EI- : ? - 3 = 7 EI- : ? - 2 = 5		A1 : 6 + 3 A2 : 3 + 5 + 1 R1 : 8 - 3 R2 : 7 - 3 - 2	EI+ : ? + 3 = 8 EI+ : ? + 6 = 9 EI- : ? - 6 = 3 EI- : ? - 4 = 7
Procédures à expliciter : chaque semaine une procédure au minimum mais plus si d'autres apparaissent						
Procédure recomptage à 2 mains	Procédure recomptage à 1 main	Procédure surcomptage	Procédure mentale		Révisions des procédures vues en P3 (en particulier le surcomptage !)	
Recomptage à deux mains avec les doigts : je mets 3 doigts sur une main. Je mets 3 doigts sur une <i>autre</i> main. Je recompte tous les doigts : 1, 2, 3, 4, 5 et 6. Au total ça fait 6. ----- Décomptage	Recomptage sur une main avec les doigts: je mets 4 doigts sur une main. Je mets 2 (je commence sur la <i>même</i> main) puis encore 2. Je recompte tous les doigts : 1, 2..8. Au total ça fait 8. (On peut utiliser les doigts au fur et à mesure de l'énoncé du problème)	Surcomptage avec les doigts : je mets 4 dans ma tête, j'ajoute 3 avec les doigts: 5, 6, 7. Et encore 2 : 8, 9. Au total ça fait 9. ----- Adaptez la procédure pour EI à vos élèves.	Procédure(s) mentale(s) à expliciter (connaissance du fait numérique ou on imagine les jetons dans sa tête)			

Fiche élève GS

Nom prénom		N° Anonymat
Date de naissance		
Sexe		
Date de passation		
Heure de passation		

Compétence testée : Savoir résoudre des problèmes additifs

Matériel : Fiche élève, stylo, feuille de consigne

Durée : 3 minutes par problème

S'installer en face ou à côté de l'élève (selon le lieu). Faire en sorte que l'élève ne voit ni ce que vous notez ni les énoncés. Lui lire les problèmes dans l'ordre proposé.

La répétition d'un énoncé de problème est possible une seule fois, à la demande de l'élève ou s'il n'a manifestement pas été concentré à la première lecture. Dans ce cas, l'énoncé doit alors être représenté dans sa totalité. Inscrire X dans la colonne R.

Consignes de la passation

[Leur dire : "Aujourd'hui, je vais te dire quelques petits problèmes. Tu dois essayer de les résoudre comme tu penses. Prends bien le temps de réfléchir avant de me donner ta réponse. Il y a des choses que tu sauras et des choses que tu ne sauras pas, c'est normal/ ce n'est pas grave."]

Énoncé	Réponse correcte	R	Réponse de l'élève	Commentaire
A1- Denis a 2 billes. Il en gagne 2. Combien de billes a-t-il en tout ?	4			
R1- Jean a 4 cerises. Il en mange 1. Combien de cerises lui reste-t-il ?	3			
A2- Lyna a 2 billes. Elle en gagne 1. Puis elle en gagne encore 2. Combien de billes a-t-elle en tout ?	5			
R2- Lou a 6 billes. Elle en perd 1. Puis elle en perd encore 2. Combien de billes lui reste-t-il ?	3			
EI- Au début, Léo a des billes. Il gagne 2 billes. A la fin, Léo a 6 billes. Combien en avait-il au début ?	4			
Elbis- Julie a des œufs dans son panier. Elle en casse 3. Maintenant, il lui reste 2 œufs. Combien Julie avait-elle d'œufs dans son panier avant d'en casser ?	5			

A Ajout – R Retrait – EI Etat Initial

Année universitaire 2020-2021

Diplôme universitaire *Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation*

Mention Premier degré

Titre de l'écrit scientifique réflexif : Etude de l'impact du matériel de manipulation sur la résolution de problèmes en grande section.

Auteur : Théo GREYL

Résumé :

Tout en s'appuyant sur la littérature scientifique, le présent écrit questionne l'impact du matériel de manipulation en résolution de problèmes chez des élèves de grande section. Il s'intéresse également à la question du choix des objets : quelle modalité (épurée ou habillée) serait la plus propice à l'apprentissage des élèves ainsi qu'à l'abstraction des concepts. Les résultats de deux situations d'apprentissage suivant des modalités dites épurées et habillées sont comparées. Ces derniers montrent l'intérêt de travailler la résolution de problèmes dès le cycle 1 ainsi que de varier les modalités proposées aux élèves.

Mots clés : Grande section, Résolution de problèmes, Manipulation, Matériel habillé, Matériel épuré.

Abstract:

This writing talks about the manipulation material's impact in problem solving at year 1 (kindergarten). It also questions item choice : what way (dressed or clean) would be the most efficient for the pupil's learning. We compare the results of two situations regarding clean and dressed modalities. They show us the interest of working on problems solving since year 1 and of diversifying modalities offer to children.

Keywords: Kindergarten, Problem solving, Manipulation, Clean materiel, Dress material.