



HAL
open science

Étude des interventions de deux professeurs lors d'une situation de recherche en classe

Clémentine Huet, Eva Pirot

► **To cite this version:**

Clémentine Huet, Eva Pirot. Étude des interventions de deux professeurs lors d'une situation de recherche en classe. Education. 2022. dumas-03713113

HAL Id: dumas-03713113

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-03713113>

Submitted on 4 Jul 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Master MEEF

« Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation »

Mention second degré

Mémoire

**Étude des interventions de deux professeurs lors d'une
situation de recherche en classe**

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de master

soutenu par

Clémentine HUET et Éva PIROT

le 6 mai 2022

en présence de la commission de soutenance composée de :

Nadia Zebiche, directrice de mémoire

Magali Hersant, membre de la commission

Sommaire du mémoire

Sommaire	1
Introduction	2
1. Apports théoriques sur la mise en place d'une situation de recherche en classe	5
1.1 Résolution de problèmes	5
1.1.1 Prescriptions institutionnelles	5
1.1.2 Qu'est-ce que faire des maths d'après Douaire ?.....	6
1.1.3 Un exemple de situation de recherche : les situations de recherche pour la classe (Grenier, 2007).....	8
1.2 Les concepts de la TSD pour analyser une situation de recherche pour la classe	10
1.2.1 Situations didactiques, non didactiques et adidactiques	10
1.2.2 Contrat et milieu	12
1.2.3 Dévolution et institutionnalisation	16
1.2.4 Effets Topaze et Jourdain	18
1.3 Formulation d'une question de recherche	19
2. Expérimentation	21
2.1 Présentation des enseignants	21
2.2 Choix de la situation de recherche.....	21
2.3 Analyse a priori.....	23
2.3.1 Analyse épistémologique	23
2.3.2 Analyse didactique	28
2.4 Mise en oeuvre	32
2.5 Recueil de données.....	33
2.5.1 Nature et protocole de recueil	33
2.5.2 Protocole d'analyse.....	34
2.6 Analyse a posteriori	35
2.6.1 Analyse de la séance de Marc	35
2.6.2 Analyse de la séance de Clémentine	38
2.6.3 Retour sur la question de recherche	42
Conclusions (de Clémentine puis d'Eva)	45
Bibliographie	53
Annexes	54
4^{ème} de couverture	109

Introduction

Nous sommes deux enseignantes agrégées stagiaires en lycée cette année. Eva enseigne au lycée Gabriel Touchard-Washington au Mans et Clémentine au lycée Douanier Rousseau à Laval. Le lycée Gabriel Touchard-Washington compte environ 1700 élèves. Une particularité est la constitution des classes de Seconde : il y a 18 classes de 22 à 25 élèves. Le lycée Douanier Rousseau est un lycée de centre-ville, avec environ 1100 élèves et de nombreux internes. Eva a en charge deux classes de Seconde tandis que Clémentine a en charge une classe de Seconde, et une de Première STMG.

Débutant dans ce métier, nous avons toutes les deux dès le début d'année des questionnements concernant la posture de l'enseignant, la gestion de sa classe et la transmission des connaissances aux élèves. Un point nous questionnait particulièrement : comment faire vivre une situation à prise d'initiative en classe ? Cette dernière propose une question ouverte, permettant plusieurs démarches. Ce type de tâche est en effet au cœur de la démarche mathématique ; un de ses objectifs phares est l'acquisition d'une autonomie de la part de l'élève à produire un raisonnement.

Les programmes invitent les professeurs à proposer des problèmes à prise d'initiative à leurs élèves ; cependant, le livre du maître n'existe pas dans le second degré et la dimension de la mise en œuvre d'une telle tâche est occultée des manuels. Cela implique que pour une même situation de recherche, deux professeurs ayant le même niveau de classe ne s'y prendront peut-être pas du tout de la même façon. Par conséquent, les apprentissages générés seront potentiellement différents.

De nouveaux questionnements, plus affinés, apparaissent. Où trouver un problème de recherche consistant et adapté à notre niveau de classe et nos objectifs ? Comment gérer une hétérogénéité que nous avons toutes les deux remarquée dans nos classes ? D'excellents élèves s'ennuient parfois pendant le cours car le rythme de ce dernier est trop lent pour eux, tandis que pour d'autres, chaque nouvelle notion peine à être comprise, notamment parce que des connaissances des classes antérieures ne sont pas encore acquises. D'autres élèves se découragent vite face à une difficulté, ne veulent pas faire d'efforts car s'estiment mauvais en mathématiques. Face à ces profils différents, comment

constituer les groupes de travail que nous envisageons de créer ? Sans doute de façon hétérogène, de sorte à ce que les élèves puissent s'entraider. Mais dans ce cas, comment faire pour que chaque élève s'implique dans la résolution du problème posé ? Certains peuvent se laisser porter par les autres. Or il est impératif que chaque élève fasse des mathématiques durant cette séance, s'investisse. Puis, si l'élève brillant réussit immédiatement et donne la réponse, comment réagir ? Ou au contraire, si les élèves nous proposent des résultats que nous n'avions pas anticipés, comment s'adapter ? Ces questionnements liés à la situation de recherche en elle-même et aux attitudes des élèves s'étendent également à l'enseignant : quelle posture doit-il adopter lors de ces temps de recherche ? Doit-il plutôt rester en retrait, leur donner des pistes, les guider ? Que peut-il s'autoriser de dire ou ne pas dire pour ne pas casser toute activité de recherche de l'élève ?

Afin de nous éclairer autour de la question de la posture de l'enseignant et ses interventions dans une situation de recherche, nous avons mobilisé des concepts de la *Théorie des situations didactiques (TSD)* de Guy Brousseau (1998), notamment à travers divers écrits, dont ceux d'Alain Kuzniak, *La théorie des situations didactiques de G. Brousseau* (2005) ; de Claire Margolinas, *Le milieu et le contrat, concepts pour la construction et l'analyse de situation d'enseignement* (1998) ; et de Magali Hersant, *Le couple (contrat didactique, milieu) et les conditions de la rencontre avec le savoir en mathématiques : de l'analyse de séquences ordinaires au développement de situations pour les classes ordinaires & Empirisme et rationalité à l'école élémentaire, vers la preuve au cycle 3* (2010). Nous nous sommes également appuyées sur le Bulletin Officiel de la classe de Seconde, Eduscol (2019), les travaux de Jacques Douaire, *Faire des maths en classe ? Didactique et analyse de pratiques enseignantes* (2003), pour comprendre ce qu'est faire véritablement des mathématiques et l'influence de l'enseignant sur l'activité des élèves ainsi que sur les travaux de Denise Grenier, *Des Situations de Recherche en mathématiques pour une formation à la démarche scientifique* (2007).

Dans un premier temps, nous nous intéresserons à la résolution de problème à travers les textes institutionnels, les travaux de Douaire (2003) et nous développerons ce que nous appelons les Situations de Recherche en Classe (SiRC) sur la base des travaux de Denise Grenier (2007). Ensuite nous nous appuyerons sur des concepts de la *Théorie des situations didactiques* pour éclairer

notre questionnement autour de la place du professeur lorsqu'il veut faire vivre une situation de recherche. Dans un deuxième temps, nous ferons état de notre expérimentation d'une SiRC proposée dans deux classes, celle de Clémentine et celle d'un professeur expérimenté, que nous appellerons Marc, afin de comparer les différentes approches et manières de faire vivre cette SiRC, puis nous analyserons les données recueillies au regard de notre question de recherche.

1. Apports théoriques sur la mise en place d'une situation de recherche en classe

1.1 Résolution de problèmes

1.1.1 Prescriptions institutionnelles

Nous nous intéressons, pour commencer, au statut donné aux situations de recherche dans les textes officiels.

À la première lecture du Bulletin Officiel (BO) de mathématiques de la classe de Seconde (2019), nous constatons qu'il n'y a pas de paragraphe entièrement dédié aux situations de recherche, qui nous semblent pourtant être le cœur de la démarche scientifique et mathématique. Nous relevons tout de même une phrase explicite sur ce point : « La résolution de problèmes est un cadre privilégié pour développer, mobiliser et combiner plusieurs [des six compétences : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer] » (BO, 2019). Cette phrase, aussi courte soit-elle, révèle la portée qu'une situation de recherche peut avoir auprès des élèves dans l'apprentissage et l'acquisition des compétences mathématiques.

Nous remarquons tout de même que ce type de tâche est un fil conducteur du programme et que de nombreux attendus en classe de Seconde sont liés à l'acquisition de capacités qui visent à rendre les élèves autonomes face à une situation de recherche. Le Bulletin Officiel (2019) met alors en avant la place de l'oral en mathématiques et son intérêt pour « l'appropriation des notions mathématiques et la résolution de problèmes » (BO, 2019). L'institution incite les professeurs à faire verbaliser et reformuler les élèves dans différentes situations, de façon soit à « préciser [leur] pensée » (BO, 2019) ou bien à argumenter toujours dans le but de « faire évoluer [leur] pensée, [...], pour accéder progressivement à la vérité par la preuve » (BO, 2019). L'institution encourage également les professeurs à proposer des « problèmes motivants et substantiels », « favorisant la prise d'initiative » afin de pouvoir « inciter [l'élève] à s'engager dans une recherche mathématique [...], et à développer sa confiance en lui » (BO, 2019).

Si les situations de recherche sont citées dans le BO, avec les objectifs visés dans l'apprentissage des élèves, la lecture de l'ouvrage *Faire des maths en classe?*

Didactique et analyse de pratiques enseignantes de J. Douaire nous permet de comprendre plus en profondeur les véritables enjeux de telles situations dans la construction d'un savoir solide des élèves.

1.1.2 Qu'est-ce que faire des maths d'après Douaire ?

La question principale que soulève l'ouvrage de Douaire est la suivante : « Pour un élève ou un étudiant, qu'est-ce que faire *véritablement* des mathématiques ? » (Douaire, 2003, p.13). La réponse qu'il tente d'apporter et les éléments de théorie qui en découlent sont éclairants pour ce mémoire, dans la mesure où notre expérience consiste à mettre des élèves en situation de recherche et à essayer de les accompagner au mieux pour qu'ils fassent *réellement* des mathématiques.

Tout d'abord, Douaire dénonce « le paradoxe fondamental de l'enseignement des mathématiques » (Douaire, 2003, p.13). D'une part, les mathématiques sont « ce qui peut et doit par excellence être enseigné à l'école par un maître qui expose et explique à ses élèves tout ce qu'il n'est pas pensable qu'il puisse réinventer dans le temps court de l'étude » (Douaire, 2003, p.13). D'autre part, les questions à chercher sont toujours imposées, les réponses attendues reposent sur le savoir déjà enseigné et la validation respecte « le principe de certification classique de l'école » (Douaire, 2003, p.14) instauré par le contrat didactique classique de l'école. On se rend compte que cette manière de faire est « profondément contraire à l'esprit même des mathématiques, lequel réclame pour se développer d'adopter une posture curieuse, têtue, désintéressée. » (Douaire, 2003, p.14) Et les situations de recherche semblent justement être une bonne alternative pour éveiller de nouveau la curiosité et laisser davantage de liberté dans la prise en main de la question posée par les élèves eux-mêmes.

Douaire affirme que les « pratiques mathématiques [qui] peuvent le plus sûrement introduire l'élève à une culture scientifique qui s'approfondisse d'année en année » (Douaire, 2003, p.15) sont les actions d'émettre des conjectures, puis de les confirmer ou de les infirmer. Ici encore, les situations de recherche en classe apparaissent comme propices à une activité mathématique des élèves durable dans le temps, puisqu'ils apprendraient de leurs propres découvertes et de leurs erreurs.

Dans les termes de Douaire, « le sujet élève doit pouvoir se placer en position d'auteur » afin de pouvoir « assumer une forme de responsabilité scientifique » (Douaire, 2003, p.15).

Un autre aspect du contrat didactique classique dont le professeur et les élèves doivent essayer de s'éloigner, et pour lequel les situations de recherche en classe paraissent favorables, est la conception de leurs positions didactiques : l'élève ne doit pas se contenter de comprendre et d'appliquer et le professeur ne doit pas systématiquement se porter « garant du vrai » et rectifier les erreurs. Douaire complète ses propos : « Dans [le cadre de l'apprentissage scientifique à l'école], l'élève doit, principalement pour satisfaire des contraintes de temps, s'initier à une démarche d'esprit en majeure partie d'écoute et d'imitation, alors que pour en préserver le sens il devrait pouvoir s'en imprégner progressivement, essentiellement par l'expérimentation et la recherche » (Douaire, 2003, p.25). L'élève s'aventure alors dans une véritable réflexion scientifique que le professeur va tenter d'encadrer et de motiver.

Cette expérimentation est décrite plus précisément par Douaire comme le fait qu' « il faut donner une place aux essais et tâtonnements, il faut autoriser les "mal dit", les erreurs, les rapprochements et les retours en arrière indispensables à la maturation des concepts et à la transformation de la pensée » (Douaire, 2003, p.25). Pour cela, le professeur doit se garder de donner trop tôt la "bonne solution", au risque d'empêcher les élèves d'imaginer les démarches erronées mais constructives desquelles on s'est mis à l'abri et de les perdre avec un formalisme apparaissant trop rapidement dans leur réflexion, un peu comme par magie. Une autre condition pour construire un tel savoir est que les élèves devraient pouvoir s'adresser à leurs pairs pour défendre ou contester un point de vue « sans chercher la caution du professeur » (Douaire, 2003, p.35), qui comme on l'a déjà dit, doit abandonner peu à peu son rôle de rectification.

Enfin, Douaire met également en garde contre la « trop grande confiance du professeur en [la] construction rationnelle a priori du déroulement de sa classe » (Douaire, 2003, p.48). Cette dernière le contraint à « une certaine rigidité » (Douaire, 2003, p.48) le poussant à considérer certaines propositions d'élèves comme gênantes à l'avancement de son cours pour atteindre son objectif initial. Au contraire, « l'expérience montre que ce que le professeur réorganise et tente de

structurer en abandonnant son projet initial pour suivre l'impulsion de quelques élèves est alors le plus souvent très pertinent et prend beaucoup de sens. » (Douaire, 2003, p.48)

Cette lecture nous fait nous rendre compte que le fait que des élèves fassent véritablement des mathématiques repose non seulement sur le statut occupé par ces élèves, qui sont alors chacun chargé d'une part de la responsabilité scientifique mise en jeu dans la résolution de la situation de recherche, mais aussi et surtout sur l'attitude adoptée par le professeur tout au long de la recherche, le rôle qu'il se donne et sa manière de prendre en compte toutes les interactions avec les élèves qui arrivent, qu'elles soient anticipées ou non.

1.1.3 Un exemple de situation de recherche : les situations de recherche pour la classe (Grenier, 2007)

Il s'agit désormais de définir précisément ce qu'est une situation de recherche en classe (SiRC), pour s'assurer qu'une telle tâche permettrait effectivement d'atteindre les objectifs visés par le BO et pour confirmer qu'il s'agit bel et bien d'un outil pour parvenir à faire véritablement des mathématiques, au sens de Douaire notamment.

Dans son article, Denise Grenier définit, à partir d'un article de Grenier et Payan (2003), les SiRC comme une situation où il y a une « problématique de recherche » (Grenier, 2007, p.2), c'est-à-dire que « la question [...] n'est pas nécessairement close » (Grenier, 2007, p.2), qu'elle est « facile d'accès à des niveaux différents » (Grenier, 2007, p.2), qu'il y a « des stratégies initiales » mais qu'elles « ne résolvent pas (complètement) la question » (Grenier, 2007, p.2). « Plusieurs stratégies dans la recherche et plusieurs développements sont possibles » (Grenier, 2007, p.2) et « une question résolue peut renvoyer à une nouvelle question » (Grenier, 2007, p.2). De plus, « une SiRC est caractérisée par des variables de recherche, à disposition de l'enseignant mais laissées aussi à disposition des élèves » (Grenier, 2007, p.2) ; le choix de ces variables doit être réfléchi.

Plus concrètement, la mise en place du modèle SiRC doit respecter les effets suivants :

- les énoncés sont accessibles à tous niveaux, donc assez peu mathématisés, ce qui permet une dévolution immédiate ;
- des stratégies initiales se mettent facilement en place et font avancer la résolution ;
- des hypothèses émergent mais « le travail expérimental est nécessaire pour faire des conjectures plus générales » ;
- certaines preuves sont accessibles, suivant le niveau scolaire auquel la SiRC a été proposée.

Enfin, Grenier prévient que la mémoire du travail est un élément essentiel : il est donc nécessaire de poursuivre le travail sur plusieurs séances pour ancrer les apprentissages, les réexploiter, les appliquer, les questionner.

Si les SiRC sont des problèmes étudiés en classe, rencontrant alors les contraintes que cela implique (temps limité, données du problème fixes, utilisation de toutes les hypothèses nécessaires, résolution possible par des propriétés déjà rencontrées, ...), Grenier insiste tout de même sur le fait qu'elles doivent s'inspirer de situations proches de celles que rencontre un chercheur en mathématiques. « Evidemment, les problèmes de recherche ne peuvent être dévolus tels quels » (Grenier, 2007, p.4), précise-t-elle. Malgré tout, il faut « inventer des situations spécifiques » (Grenier, 2007, p.4), adaptées de situations réelles rencontrées par les chercheurs, faisant alors apparaître les différentes tâches suivantes : « l'expérimentation, l'étude de cas particuliers, l'énoncé et l'étude de conjectures, la modélisation, l'élaboration et l'écriture de preuves » (Grenier, 2007, p.2). Les élèves doivent se confronter aux questions que se pose un chercheur, afin de développer des savoir-faire « constitutifs de la démarche expérimentale en sciences » (Grenier, 2007, p.2) et ne doivent pas être réduits à appliquer des techniques ou méthodes.

La mise en place d'une SiRC, quant à elle, doit prendre en compte les aspects suivants. Tout d'abord, le problème doit être posé de sorte à ce que chaque élève se sente concerné et assume sa part de responsabilité scientifique, notamment en s'adressant aux autres élèves et à l'enseignant comme à des pairs. Dans ce cas, le professeur doit accepter cette passation de rôle mais aussi

l'organiser « de façon à ne pas être institutionnellement l'unique auteur de tout ce qui s'énonce mathématiquement en classe » (Douaire, 2003, p.15). Par ailleurs, tenir compte des difficultés et réflexions moins directes permet de mieux comprendre le savoir apporté voire de l'approfondir ; il paraît donc intéressant d'exploiter toutes les propositions.

1.2 Les concepts de la TSD pour analyser une situation de recherche pour la classe

Afin de comprendre les enjeux de la relation professeur-élève et certains principes dans cette relation qui favorisent l'apprentissage des élèves et le fait de « faire des mathématiques » (Douaire, 2003), nous avons étudié les travaux de Claire Margolinas, ceux de Magali Hersant et ceux d'Alain Kuzniak. Ces derniers regroupent principalement les concepts de la TSD de Guy Brousseau.

1.2.1 Situations didactiques, non didactiques et adidactiques

À la lumière de nos lectures apparaissent trois types de situations que peut proposer l'enseignant : les situations didactiques, non didactiques et adidactiques. « L'ensemble des circonstances dans lesquelles une personne se trouve, et des relations qui l'unissent à son milieu » (Kuzniak, 2005, p.21) est la définition de Brousseau d'une situation, que Kuzniak reprend dans son ouvrage. Le milieu dont il parle est un concept propre à la TSD de Brousseau et a été étayé par Margolinas (1998) et Hersant (2010). Nous nous intéresserons à ses propriétés et à son impact sur l'apprentissage des élèves dans un second temps. Revenons aux situations.

Les situations didactiques sont des situations mises en place par le professeur pour les élèves dans le but d'acquérir une compétence précise et de viser une connaissance. On y voit « la volonté d'enseigner » (Kuzniak, 2005, p.21). Kuzniak explique que « la situation didactique englobe tout l'environnement de l'élève et notamment l'enseignant. » (Kuzniak, 2005, p.27).

En opposition à ce type de situation, il y a la situation non didactique. C'est « la situation rencontrée par le mathématicien ou l'utilisateur des mathématiques lorsqu'il doit résoudre un problème dont la finalité première n'est pas l'apprentissage d'une quelconque notion mathématique » (Kuzniak, 2005, p.21).

Enfin, Brousseau définit un troisième type de situation, la situation adidactique pour l'élève. C'est une situation où « l'élève s'approprie la situation proposée par le professeur non pas en faisant son travail d'élève mais plutôt celui d'un "mathématicien en herbe" préoccupé par la seule résolution du problème posé. » (Kuzniak, 2005, p.22). Il y a une intention d'enseigner dans ce type de situations, contrairement aux situations non didactiques, mais celle-ci est détournée. Le but est que l'élève participe « à l'élaboration de ses connaissances de manière active » (Kuzniak, 2005, p.22) et pour cela il faut laisser à l'élève la possibilité de prendre des initiatives. On dit alors d'une situation didactique qu'elle est « à fort potentiel d'adidacticité » (Kuzniak, 2005, p.22) lorsque la partie déléguée à l'élève, c'est-à-dire la partie adidactique, lui permet d' « interagir avec un milieu presque non didactique, où il peut et doit ignorer les intentions didactiques du professeur. » (Kuzniak, 2005, p.27).

La finalité de l'École est de réussir à se détacher du contexte d'apprentissage pour être en mesure de réutiliser chacune des connaissances acquises à des moments propices. Margolinas reprend Brousseau dans son article en disant que l'élève « n'aura véritablement acquis cette connaissance que lorsqu'il sera capable de la mettre en œuvre de lui-même dans des situations qu'il rencontrera en dehors de tout contexte d'enseignement et en l'absence de toute indication intentionnelle » (Margolinas, 1998, p.4). D'après Brousseau, chaque professeur devrait proposer des situations à potentialités adidactiques, car elles permettent à l'élève de s'approprier au mieux le savoir. En effet, il réussit avec toutes les connaissances dont il dispose à s'approprier le problème puis tente de le résoudre. L'élève n'a pas conscience que ce qu'il va apprendre en travaillant est une connaissance visée par le professeur et donc ne l'associe pas à un contexte particulier. Il sera alors en mesure de la réutiliser dans d'autres situations. De plus, ces connaissances sont issues de son travail et pas seulement apportées par le professeur. Nous pouvons ainsi affirmer que dans ce type de situation, les élèves "font des maths", en référence au questionnement de Douaire dans le paragraphe précédent.

Brousseau concentre son analyse principalement sur les situations adidactiques. Il énonce trois types de situations permettant à l'élève de « préciser les connaissances utilisées pour résoudre un problème » (Kuzniak, 2005, p.30). La première situation est celle d'action. C'est une situation où « le sujet est confronté à un milieu qui interagit avec lui » (Kuzniak, 2005, p.30), et ce milieu permet à l'élève d'ajuster ses réponses, ses propositions et donc d'apprendre. Ensuite, des situations de formulation sont proposées aux élèves pour qu'ils puissent mettre en mots leurs connaissances en dialoguant avec un pair. Cette étape permet aux élèves de consolider l'apprentissage qu'ils ont fait lors de la situation d'action. Enfin, il faut une situation de validation : « il ne s'agit plus simplement d'échanger des informations mais de coopérer avec un partenaire pour rechercher la vérité. » (Kuzniak, 2005, p.30).

Grâce à ces différents types de situations, on commence à comprendre que les propositions faites par les enseignants n'impliquent pas forcément les mêmes apprentissages potentiels. De plus, les actions de l'enseignant sur le milieu de la situation impactent les actions des élèves. Intéressons-nous alors au milieu et ses propriétés, ainsi qu'au contrat liant le professeur et l'élève.

1.2.2 Contrat et milieu

Margolinas souhaite, à travers son écrit (1998), montrer l'importance des concepts de milieu et de contrat pour la construction et l'analyse de situations d'enseignement. Ces concepts proviennent de la TSD et nous allons les présenter dans cette partie afin de mieux saisir les enjeux des situations didactiques et adidactiques.

Margolinas reprend l'idée que la finalité de l'acquisition de connaissances chez les élèves est qu'ils soient capables d'utiliser ces connaissances dans des situations non didactiques. Mais pour cela, il faut qu'ils aient été confrontés à des situations didactiques et adidactiques. Au regard de nos lectures et de nos interprétations, nous comprenons que les situations à potentialités adidactiques

constituent un idéal vers lequel tendre mais que les situations didactiques ne sont pas à proscrire non plus car elles permettent d'acquérir un savoir.

C'est le contrat didactique qui permet le passage de situation didactique à adidactique. Il lie le maître à l'élève et est régi par des règles implicites qui peuvent bouger. Brousseau donne une définition plus précise, que Kuzniak reprend dans son article : « ces habitudes (spécifiques) du maître attendues par l'élève et les comportements de l'élève attendus par le maître, c'est le contrat didactique » (Kuzniak, 2005, p.30).

Des connaissances émergent de ces situations didactiques et du contrat, mais Margolinas y voit un inconvénient : ces connaissances « relèvent du "métier" d'élève et, si elles lui permettent de donner des réponses correctes, elles ne sont donc pas un objectif d'enseignement » (Margolinas, 1998, p.6). Ce contrat didactique peut amener à des dérives. Margolinas en donne deux exemples dans son article. Le premier apparaît lorsque le professeur donne un problème à résoudre à ses élèves, avec des données inutiles à la résolution de celui-ci, mais que les élèves effectuent tout de même un calcul avec les données fournies alors que celles-ci ne concernent pas la question posée. Ils sont piégés par le contrat les liant au professeur car n'imaginent pas ce dernier leur donner un exercice non résoluble. Un autre type de dérive est le fait de poser un exercice d'algèbre (exemple donné dans l'article de Margolinas) et qu'il y ait une uniformité dans les réponses des élèves, mais que ces réponses ne soient pas celles attendues par le professeur. L'exemple pris ici est, dans le cas d'un rectangle de côtés de longueurs respectives $a + c$ et b , de donner l'aire de la partie hachurée ($a \times b$) qui est rectangulaire. Les élèves répondent $l \times L$; ce n'est pas faux, mais ils n'ont pas compris qu'il fallait utiliser les variables données dans l'exercice. Ceci doit faire partie du contrat didactique. Si le professeur n'a pas conscience de ces dérives, cela peut avoir un « impact sur l'apprentissage » (Margolinas, 1998, p.8). Par conséquent, un contrat didactique « est nécessaire à l'établissement d'une situation didactique » (Margolinas, 1998, p.8) mais il faut expliciter les connaissances requises du contrat.

Ainsi, nous avons compris que le professeur est lié à l'élève par un contrat didactique, qui doit être explicité pour éviter toute dérive. Les dérives apparaissent lors de situations didactiques, puisque l'élève sait que le professeur a la volonté d'enseigner et, par conséquent, il joue son rôle d'élève. Tandis que dans des

situations adidactiques, ces dérives ont moins de chance d'apparaître, car la volonté d'enseigner est détournée. C'est en partie pour cela que Brousseau souhaiterait que les professeurs tendent vers ce type de situations.

Lorsque nous avons défini les situations adidactiques, nous avons évoqué le "milieu" d'une situation, qui est un concept étroitement lié. Nous allons le détailler maintenant en nous appuyant sur les travaux de Margolinas, mais également sur ceux de Hersant, pour définir certaines propriétés de ce milieu.

Brousseau parle de situations adidactiques comme de situations « dans lesquelles l'élève se retrouve en interaction avec un milieu qui aura été le plus possible épuré des intentions didactiques du professeur » (Margolinas, 1998, p.4). Le milieu didactique est la partie de la situation d'enseignement avec laquelle l'élève est mis en interaction, définie par des aspects matériels (instruments, documents, organisation spatiale, ...) et la dimension sémiotique associée (que faire avec, pourquoi faire avec, comment faire avec...).

Margolinas oppose la notion de milieu allié à celle de milieu antagoniste. Dans un milieu dit allié, les élèves n'ont pas d'indicateurs sur leurs erreurs potentielles, il leur suffit de « "lire" ou "reconnaître" dans ce milieu les connaissances qu'il s'agit d'acquérir » (Margolinas, 1998, p.9). On dit aussi que le milieu est fictif. Au contraire, un milieu est dit antagoniste s'il résiste et s'il présente des rétroactions, permettant l'apprentissage solide des connaissances par les élèves, déjà relaté par Douaire. En effet, l'élève interagit dans ce cas avec un milieu lui permettant de se rendre compte d'une réponse inadéquate et de faire en sorte de se corriger pour aboutir au résultat voulu. Ainsi, on prend conscience que le professeur doit veiller à faire en sorte que le milieu soit adapté à ce qu'il souhaite mettre en place : une situation plutôt adidactique ou didactique. Une situation adidactique nécessite par définition un milieu antagoniste.

Toujours dans le but de laisser une part aux élèves dans la construction de leurs connaissances, Margolinas énonce que « le sujet apprend en s'adaptant à un milieu qui est producteur de contradictions, de déséquilibres » (Margolinas, 1998, p.4). Il faut donc réussir « à construire des situations dans lesquelles le sujet peut apprendre en s'adaptant à un milieu » (Margolinas, 1998, p.4). Elle s'appuie sur la

théorie de Piaget et cela s'appelle « l'apprentissage par adaptation » (Margolinas, 1998, p.4). Dans ce type d'apprentissage, le professeur « doit choisir les situations didactiques les plus adaptées » (Margolinas, 1998, p.5) et réussir à « établir et maintenir la relation des élèves avec la situation didactique choisie » (Margolinas, 1998, p.5). Brousseau parle de processus de dévolution, mais nous reviendrons sur ce concept plus tard. Il est donc important que le professeur connaisse le milieu didactique des élèves, qui ne porte pas que sur du matériel mais aussi sur des présupposés, une culture. Or ce n'est pas toujours le cas. C'est pourquoi, quand il le peut, le professeur « doit organiser le milieu pour permettre une interaction élève-milieu » (Margolinas, 1998, p.9), c'est-à-dire d'obtenir un milieu antagoniste. Seulement, en général, les professeurs ne construisent pas que des situations didactiques, donc le milieu n'a pas été choisi d'une manière particulière. Cela soulève certaines questions, comme les suivantes que se pose Margolinas : « est-ce que le professeur peut quand même contrôler le milieu avec lequel l'élève interagit ? », « quelles sont les connaissances du professeur nécessaires à l'interaction avec le milieu ou produites par cette interaction ? » (Margolinas, 1998, p.6). Finalement, pour que l'élève soit acteur de son apprentissage, nous comprenons, à la lumière de ce texte, que le professeur ne doit rien laisser au hasard : ni la situation proposée, ni la construction du milieu pour l'élève. Alors, comment enseigner au mieux le savoir visé ?

Dans son article *Problème pour chercher, Des conduites de classe spécifiques*, paru dans la revue *Grand N* n°81 en 2008, Hersant s'intéresse à l'étude de deux conduites de classes différentes pour un même problème au niveau CM1-CM2 : quels sont les nombres pouvant s'écrire comme la somme de trois entiers consécutifs ? Elle étudie les façons de faire des deux enseignants ayant des expériences différentes et cela a inspiré notre expérimentation. Son but est « d'analyser les effets des gestions observées sur l'activité mathématique potentielle des élèves à partir des contrats didactiques instaurés dans les classes [...] et des tâches que les enseignants proposent aux élèves » (Hersant, 2008, p.57). Elle s'appuie donc sur les concepts de la TSD que nous avons décrits précédemment, et ceux qui vont suivre.

Dans *Le couple (contrat didactique, milieu) et les conditions de la rencontre avec le savoir en mathématiques : de l'analyse de séquences ordinaires au développement de situations pour les classes ordinaires*, 2010, Hersant complète les propriétés du milieu qui permettent à l'élève de s'approprier le problème, comme suivant. Le caractère rétroactif du milieu est « sa capacité de renvoyer à l'élève des rétroactions qui lui permettent de valider ou invalider ses propositions » (Hersant, 2010, p.43). Sans cela, il n'est pas possible de laisser à la charge des élèves la validation, car « sans milieu antagoniste, il n'y a pas de "tri" possible des propositions des élèves sans intervention de l'enseignant » (Hersant, 2010, p.43).

Le milieu doit également avoir la propriété de proactivité, qui garantit que « les connaissances nécessaires pour entrer dans la situation sont disponibles chez les élèves » (Hersant, 2010, p.43). Cela semble évident mais ce n'est pas le cas dans toutes les situations. Hersant explique que c'est pour cela que « les enseignants ont recours à la correction-cours dialogué », leur permettant de « s'assurer que ces connaissances nécessaires à l'action sont disponibles au niveau de la classe ou de les rendre disponibles » (Hersant, 2010, p.43).

Enfin, le milieu doit être contraignant, c'est-à-dire qu'il doit « permettre l'apparition de la connaissance souhaitée tout en contraignant l'activité des élèves de façon à éviter la dispersion des connaissances (correctes ou erronées) » (Hersant, 2010, p.44). Cette caractéristique est directement reliée au « degré d'ouverture/fermeture du problème » (Hersant, 2010, p.44).

Il s'agira alors de veiller à ce que la SiRC choisie permette au milieu de vérifier ces trois propriétés, afin de faciliter la validation des réponses proposées, de permettre la dévolution et ceci dans le temps qui nous est imparti, celui d'une séance d'une heure.

1.2.3 Dévolution et institutionnalisation

Nous allons, dans cette partie, nous intéresser à deux phases que l'enseignant doit mettre en place avec ses élèves pour qu'ils s'approprient au mieux la connaissance. Pour cela, revenons aux écrits de Kuzniak sur la théorie de

Brousseau. Pour que la connaissance vive chez les élèves, le professeur doit, dans un premier temps, « personnaliser et contextualiser le savoir grâce à des situations qui le mettent en œuvre » (Kuzniak, 2005, p.31). Cela permet à l'élève d'avoir une première compréhension de la connaissance. Cependant, nous avons vu que cette approche ne suffisait pas à ce que l'élève en maîtrise tous les enjeux et soit capable de la réutiliser à d'autres moments ; sinon les situations didactiques suffiraient. Il s'agit donc ensuite de « décontextualiser et dépersonnaliser cette connaissance pour lui redonner son caractère universel de savoir non relié à une connaissance spécifique » (Kuzniak, 2005, p.31). On distingue alors deux temps et c'est ce que Brousseau appelle « dévolution » et « institutionnalisation ». Précisons ces deux termes.

Kuzniak définit la dévolution comme « l'acte par lequel le professeur obtient que l'élève accepte, et peut accepter, d'agir dans une situation didactique » (Kuzniak, 2005, p.31). L'élève « accepte les conséquences de ce transfert, en prenant le risque et la responsabilité de ses actes dans des conditions incertaines. » (Kuzniak, 2005, p.31). L'idée de cette phase est que le professeur livre à l'élève un problème et s'assure que l'élève se sente responsable de la résolution de celui-ci. L'élève le prend à sa charge et ainsi, le professeur ne doit plus le guider vers la solution, mais le laisser maître de son raisonnement, son cheminement vers le résultat. C'est un processus qui est contradictoire puisque le but du professeur est à la fois de mener l'élève au résultat souhaité (donc il peut avoir envie de l'aiguiller), mais en même temps, il faut que l'élève ne tienne « la réponse que de lui-même » (Kuzniak, 2005, p.30). Parfois aussi, la dévolution est la phase de motivation, d'entrée dans l'activité.

Etudions maintenant l'institutionnalisation : « L'institutionnalisation est le passage pour une connaissance de son rôle de moyen de résolution d'une situation d'action, de formulation ou de preuve, à un nouveau rôle : celui de référence pour des utilisations futures, collectives ou personnelles » (Kuzniak, 2005, p.31). C'est le passage obligatoire pour passer d'un savoir contextualisé à un savoir décontextualisé et pour que l'élève soit en mesure de réutiliser ce qu'il a appris dans un autre cadre.

Ces deux phases sont donc essentielles lors d'une situation mise en place par le professeur et nous y serons attentives dans l'analyse de notre expérience.

1.2.4 Effets Topaze et Jourdain

En classe, comme lors de la mise en place de notre SiRC par exemple, durant laquelle les savoirs mis en jeu ne seront pas explicités, le rôle du professeur est d'« établir puis maintenir la relation des élèves avec la situation adidactique choisie » (Margolinas, 1998, p.5). Margolinas détaille plusieurs actions que doit faire le professeur pour amener l'élève à une certaine autonomie dans son apprentissage : expliquer à l'élève la nécessité de chercher pour résoudre le problème seul, « gérer l'avancement du travail » (Margolinas, 1998, p.5) en observant les élèves travailler et grâce aux observations, « prendre des décisions sur l'opportunité d'introduction d'une nouvelle valeur de variable dans la suite des situations, ou, plus généralement, de l'opportunité d'une nouvelle situation » (Margolinas, 1998, p.5). Il peut aussi « constituer une mémoire de travail des élèves » (Margolinas, 1998, p.5), c'est-à-dire prendre appui sur cette situation lors d'un autre travail pour leur rappeler les « difficultés rencontrées » et « la façon de les dépasser » (Margolinas, 1998, p.5).

Cependant, pour arriver à tous ces objectifs et pour que les élèves réussissent, dans le temps imparti, à résoudre un problème donné, le professeur peut être tenté de leur fournir de l'aide. Il doit toujours prendre garde à ses interventions pour ne pas, sans le vouloir, dévoiler la réponse. Magali Hersant, dans son article, pointe du doigt tout l'enjeu du contrat didactique et de la difficulté de celui-ci lors de situations en classe où « le maître veut que l'élève ne tienne la réponse que de lui-même, mais en même temps il veut, il a le devoir social de vouloir, que l'élève donne la bonne réponse. Il doit donc communiquer ce savoir sans avoir à le dévoiler » (Hersant, 2010, p.10). Cette difficulté, relevée dans plusieurs articles de recherche, était d'ailleurs apparue dans nos questionnements pour mettre en place une situation de recherche en classe. Et dans cette quête, Brousseau invite à prendre garde à deux effets : l'effet Topaze et l'effet Jourdain. Il détaille cela dans son ouvrage *Théorie des situations didactiques* et Kuzniak reprend ses idées dans son ouvrage.

L'effet Topaze est l'idée que le professeur met tout en œuvre pour que l'élève donne la réponse qu'il attend, à tel point qu'il finit par prendre « à sa charge l'essentiel de l'acte d'apprentissage » (Kuzniak, 2005, p.32). « Cet effet apparaîtra à travers la gestion des questions que peut poser le professeur à l'élève pour guider l'élève vers la solution » (Kuzniak, 2005, p.32). Certes, le professeur peut être satisfait que l'élève ait bien répondu, puisque c'est l'un de ses buts comme Magali Hersant l'a écrit. Cependant, il n'a pas forcément conscience que pour atteindre ce but, il a créé un milieu propice pour l'élève à donner cette réponse et donc ne le laisse pas autonome dans sa réflexion. C'est un effet duquel il faut être très méfiant lorsque l'on cherche à aider les élèves, car les conséquences s'opposent à une véritable activité mathématique des élèves, au sens de Douaire. En effet, dans ce type de situation, même si ce n'est pas le maître qui prononce la bonne solution, c'est lui qui a amené l'élève sur la voie sans autres choix possibles. L'élève n'est donc sans doute pas capable de réutiliser la connaissance dans un autre contexte puisqu'elle ne vient pas vraiment de lui.

Le deuxième effet, appelé effet Jourdain, auquel il faut être vigilant, est le fait que « le professeur admet reconnaître l'indice d'une connaissance dans les comportements ou les réponses de l'élève bien qu'elles soient en fait motivées par des causes banales » (Kuzniak, 2005, p.32).

Finalement, nous avons identifié en théorie quelles étaient les situations les plus favorables à l'apprentissage, comment les choisir en fonction des propriétés du milieu de la situation et quels écueils éviter.

1.3 Formulation d'une question de recherche

La lecture des différents ouvrages que nous avons pu citer précédemment nous a permis de prendre conscience que tout ce que dit ou ne dit pas, et tout ce que fait ou ne fait pas le professeur, agit sur le milieu de la situation et impacte l'activité mathématique de l'élève. Ce dernier sera-t-il acteur ou non de son apprentissage ? Va-t-il pouvoir s'approprier correctement des éléments du savoir ?

Cela nous permet de formuler la question de recherche suivante : en quoi la nature des actions de l'enseignant sur le milieu de la situation impacte l'activité mathématique des élèves ?

2. Expérimentation

2.1 Présentation des enseignants

Clémentine est, comme nous l'avons dit en introduction, stagiaire dans un lycée. Avec Eva, nous avons toutes les deux choisi la SiRC à faire vivre en classe, avant de procéder à une analyse a priori assez poussée, en nous appuyant sur les expériences du groupe IREM de Grenoble relatées dans leur article *Situations de recherche pour la classe, pour le collège et le lycée ... et au-delà* (2017). Cette étude nous a permis de bien nous imprégner de la situation, d'anticiper certaines erreurs d'élèves auxquelles nous n'aurions peut-être pas pensé si nous avions juste eu l'énoncé et également de trouver des éléments de mise en œuvre en classe de cette situation (comment la faire vivre en classe, quels écueils éviter, etc).

Cette partie concernant les choix didactiques dans la mise en œuvre n'a pas été présentée à Marc, deuxième professeur à mener cette situation pour notre expérience. Nous avons fait ce choix dans le but de voir quelle lecture un professeur expérimenté avait de la situation et quels choix personnels de mise en œuvre il avait. Marc est un professeur agrégé, ayant travaillé 2 ans au collège et 21 ans au lycée. Son expérience lui permet de faire du lien entre les programmes de chaque année et de chaque série, car il a enseigné à tous les niveaux. Il a entrepris plusieurs travaux de groupes dans ses classes, mais leur réussite dépend du profil de ces dernières. Il s'aperçoit qu'il a dû modifier ses méthodes d'enseignement au cours des années, observant une baisse de motivation chez les élèves face à une difficulté et un goût de l'effort moins important.

2.2 Choix de la situation de recherche

Afin d'observer et d'étudier les interventions lors d'un problème de recherche de deux professeurs n'ayant pas la même expérience, il nous a fallu trouver une situation dont nous étions sûres qu'elle pouvait fonctionner avec des élèves de Seconde. Nous avons donc décidé de nous tourner vers des travaux d'IREM, notamment l'IREM de Grenoble et les travaux de Denise Grenier, dont nous avons parlé lors de la présentation des SiRC.

Nous avons choisi parmi les SiRC proposées dans *Situations de recherche pour la classe pour le collège et le lycée ... et au-delà*, (2017) écrit par le groupe « Logique, raisonnement et SiRC » de l'IREM de Grenoble. La première contrainte à guider notre choix était le temps, car nous recherchions une situation pouvant être réalisée sur une séance d'une heure. Ensuite, nous voulions que les élèves soient capables de comprendre la démonstration du problème au niveau Seconde et ne pas se contenter d'expérimentations et de preuves incomplètes. Nous avons alors choisi la situation suivante :

On se donne un carré de taille quelconque.
Pour quelles valeurs de n peut-on paver ce carré en n carrés?

Deux énoncés différents ont été proposés aux élèves. Marc a proposé l'énoncé original proposé par l'IREM de Grenoble :

Fiche-élève

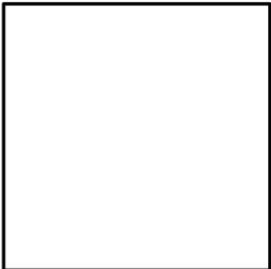
maths à modeler

irem
UNIVERSITÉ
Grenoble
Alpes

Partition d'un carré en n carrés

Question. Pour quelles valeurs de n est-il possible de partager (paver) un carré quelconque en n carrés ?

Exemple
Sauriez-vous partager le carré ci-dessous en 6 carrés ? En 7 carrés ? En 8 carrés ?



Matériel : papiers et crayons

Situations de Recherche pour la Classe – édition revue et augmentée – IREM de Grenoble 12

Clémentine a proposé le suivant, qui est une version modifiée de celui proposé par l'IREM de Grenoble :

Problème

On se donne un carré de taille quelconque. Pour quelles valeurs de n peut-on paver ce carré en n carrés ?



Nous étudierons dans l'analyse a priori ce qu'implique, en termes d'apprentissage, de donner un énoncé plutôt qu'un autre.

2.3 Analyse a priori

2.3.1 Analyse épistémologique

Cette situation étant proposée par Denise Grenier, elle s'inscrit dans la définition d'une SiRC. Étudions en quoi elle répond à la définition donnée.

- L'énoncé de ce problème est accessible à tous niveaux : de la 6^{ème} à la Terminale, et au-delà (d'après l'analyse du groupe IREM). En effet, c'est une question qui invite à chercher, et dont les éléments mathématiques du problème ne sont pas difficiles à comprendre a priori : partager un carré en n carrés. Ce problème peut donc être appréhendé en particulier par des élèves de Seconde.
- Des stratégies initiales se mettent facilement en place car les élèves peuvent rapidement visualiser un cas où le pavage est possible ($n = 4$) et s'apercevoir qu'une démarche est possible d'abord en réalisant des tracés, en expérimentant pour d'autres cas petits. Ce problème va alors leur sembler accessible, ce qui permettra certainement à chaque élève de s'impliquer dans la recherche de cas possibles, au moins au départ. Il y aura donc des

expérimentations réalisées jusqu'à trouver plusieurs n pour lesquels le pavage est possible. Ces expériences amèneront à formuler des conjectures et à se faire une intuition sur la réponse à la question, sans nécessairement avoir réussi immédiatement à le prouver. Quelques tests ne suffisant pas pour répondre à la question, la situation s'inscrit donc bien dans la définition de SiRC sur ce point.

- Il n'y a pas une seule façon de résoudre ce problème. Nous allons montrer par la suite deux manières de faire, en mettant en évidence que divers pavages pourraient mener au même résultat.

On retrouve ainsi les quatre points que nous avons détaillés lors de la définition d'une Situation de Recherche pour la Classe.

Un dernier point évoqué lorsqu'on parle d'une SiRC est le fait qu'une question résolue peut renvoyer à une nouvelle question et qu'il y a la possibilité de proposer des variantes à ce problème. Ici, on observe que les partages ne sont pas uniques. On pourrait se poser la question du nombre de pavages différents (carrés en tailles et en nombres différents) possibles pour chaque n , ou bien de l'unicité du pavage pour certains n . Une extension du problème pourrait être aussi de ne plus travailler avec des carrés mais des triangles équilatéraux : paver un triangle équilatéral en n triangles équilatéraux. Les tracés seront plus difficiles à effectuer par contre et il y aura peut-être moins de rétroaction qu'avec le carré car il sera plus difficile de voir ici si un tracé est correct ou non. Le résultat est plus complexe et à partir des tests pour des n petits, la généralisation est sans doute plus difficile à exhiber. Nous ne proposerons pas cette extension aux élèves car nous estimons que sur une séance d'à peine une heure, il va déjà être difficile de clore le problème sur les carrés.

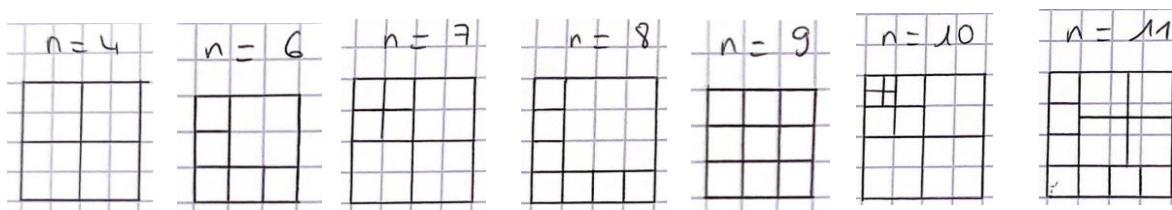
Analysons à présent les connaissances et compétences en jeu.

- Cette situation permet un travail sur le raisonnement inductif et par disjonction de cas. Les élèves trouvent des pavages pour des cas particuliers, $n = 4$, $n = 6$, $n = 7$, $n = 8$ par exemple et peuvent essayer, à partir de ces cas, d'en déduire le pavage d'un carré pour un entier n pair ou n impair ou bien pour un entier de la forme $n = 3k$, $n = 3k + 1$, $n = 3k + 2$

avec k un entier naturel. Nous nous attendons à ce que les deux possibilités soient évoquées, même si les élèves vont peut-être avoir plus facilement le réflexe de séparer les cas en entiers pairs et impairs. Seulement, dans le cas des entiers pairs, la méthode de pavage est toujours la même, tandis que dans le cas des entiers impairs, il faut tout de même distinguer les cas. Nous détaillerons plus tard les preuves mathématiques attendues.

- Ils travaillent également la construction algorithmique de solutions et une des capacités attendues dans le BO est atteinte par ce problème de recherche : « modéliser et résoudre des problèmes mobilisant les notions de multiple, diviseur, nombre pair, nombre impair » (2019).
- La compétence “Représenter” est ici travaillée, car à partir d’une situation géométrique dans laquelle on peut raisonner sur des n petits, on choisit un cadre algébrique pour généraliser les observations à des n plus grands. La compétence “Raisonner” est également développée, car les élèves doivent trouver et démontrer que l’on peut paver un carré en n carrés pour tout n supérieur ou égal à 6 et $n = 1, n = 4$ mais que pour $n = 2, 3, \text{ ou } 5$ ce n’est pas possible. “Chercher” est aussi une des compétences visées ici, car les élèves expérimentent à l’aide de constructions géométriques et des instruments (papier, crayon, règle). Enfin, la dernière compétence travaillée dans cette situation est la compétence “Communiquer”, car les élèves doivent expliquer leur démarche pour convaincre, valider ou invalider les résultats des autres groupes pendant les phases de synthèse.

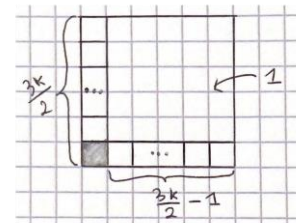
Nous allons à présent détailler les stratégies possibles de résolution. Tout d’abord, des tests de pavage pour des n petits sont nécessaires pour révéler une régularité entre les différents cas. Voici différents pavages possibles pour les cas $n = 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11$.



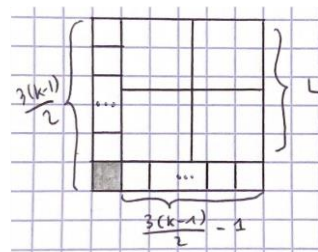
Voici une première piste de résolution possible. En observant les cas $n = 4$, $n = 7$ et $n = 10$, on peut distinguer une régularité dans le pavage. En partageant en quatre carrés un carré dit pavant, on obtient au total trois carrés supplémentaires. Pour passer de 4 à 7, nous avons partagé le carré « en haut à gauche » du pavage pour $n = 4$ en quatre carrés. Pour obtenir 10 carrés, nous avons à nouveau partagé le carré « en haut à gauche » du pavage pour $n = 7$ en quatre carrés. Cette méthode permet de trouver tous les nombres n s'écrivant sous la forme $3k + 1$ avec k un entier positif. Il s'agit à présent de prouver que tous les entiers n de la forme $3k$ et $3k + 2$, avec k supérieur ou égal à 2, sont des entiers répondant au problème posé.

Étudions les n de la forme $n = 3k, k > 1$. Si ce n est pair, alors on peut partager le carré à la manière du cas $n = 6$: en réalisant une sorte de L avec une bande verticale de $\frac{3k}{2}$ carrés et une bande horizontale de $\frac{3k}{2}$ carrés.

Il reste un grand carré. En dénombrant le nombre de carrés pavant que nous venons de construire, il y en a effectivement $3k$. Un carré est compté deux fois (celui grisé sur la figure ci-contre).



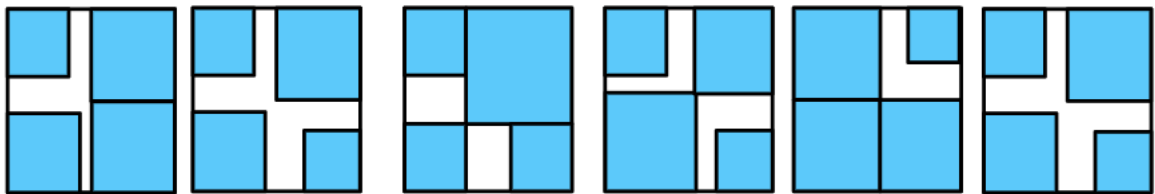
Si n est impair, on reproduit le même pavage en enlevant un petit carré sur chaque bande du L et en découpant le grand carré restant en 4 carrés, comme ci-dessous.



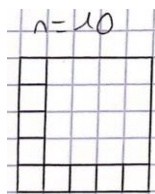
Étudions maintenant les n de la forme $n = 3k + 2, k > 1$. On distingue, de la même façon que pour les n de la forme $n = 3k$, les cas pairs ($n = 8$ par exemple) des cas impairs ($n = 11$ par exemple). Les types de pavage sont les mêmes que pour les n de la forme $n = 3k$, seul le nombre de carrés sur les bandes verticale et horizontale est modifié.

Il s'agit ensuite de prouver que pour les cas $n = 2, 3$ ou 5 , ce n'est pas possible. Pour cela, nous nous appuyons sur une propriété importante : s'il y a deux sommets initiaux formant deux sommets d'un carré pavant, alors ce carré pavant

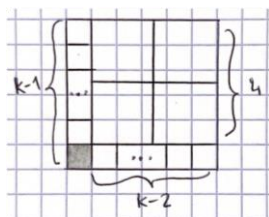
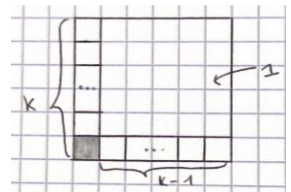
est égal au carré initial. Donc pour chaque carré pavant, soit un seul de ses sommets est un sommet du carré initial, soit aucun de ses sommets. Ainsi, le cas $n = 2$ est impossible car les deux potentiels carrés pavant auraient alors deux sommets qui seraient des sommets du carré initial. Pour $n = 3$, il y a seulement trois carrés pavant donc un des carrés doit avoir pour sommets deux sommets du carré initial : c'est impossible. Enfin, pour $n = 5$, il y a forcément un des carrés pavant qui n'a aucun de ses sommets qui est un sommet du carré initial. Le cinquième carré doit alors être la zone non couverte par les quatre premiers carrés pavant. Or cette zone n'est pas un carré. On retrouve les différentes configurations suivantes (à des symétries près). C'est donc impossible.



Une deuxième piste de résolution est de distinguer les n pairs des n impairs. En étudiant les régularités entre les pavages des cas $n = 6$, $n = 8$ et un autre pavage pour $n = 10$ (voir ci-dessous), on peut exhiber la régularité suivante.

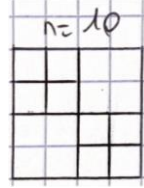
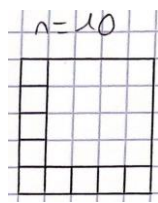


Pour les cas $n = 2k$, $k > 1$, on peut partager en effectuant les deux bandes verticale et horizontale de k carrés formant le L comme nous l'avons décrit plus haut.



Pour les cas $n = 2k + 1$, $k > 1$, il y a le pavage ci-contre en forme de L et en séparant en 4 le grand carré.

Les différents types de pavages que nous avons énoncés permettent une démonstration mais n'excluent pas d'autres types de pavages. Pour $n = 10$ par exemple, il y a au moins trois pavages différents, c'est-à-dire utilisant des carrés en tailles et nombres différents.



Nous avons ici proposé deux stratégies possibles de résolution se basant sur les pavages réalisés pour des n petits. Selon ce que feront les élèves comme pavage pour certains n petits, ils ne s'engageront peut-être dans aucune des voies proposées ou en choisiront une plutôt qu'une autre.

2.3.2 Analyse didactique

En travaillant sur la TSD, nous avons compris que pour qu'une situation soit à potentialités adidactiques, il faut qu'elle laisse à l'élève la possibilité de prendre des initiatives. Le milieu doit être rétroactif, proactif et contraignant pour que l'élève puisse s'engager seul dans une démarche de recherche, sans le professeur, et que l'élève ignore les intentions didactiques du professeur. Puis trois types de situations au sein même de la situation proposée doivent apparaître : une situation d'action, de formulation et de validation. Étudions, à travers ces divers éléments, en quoi notre SiRC est à potentialités adidactiques.

- Le problème donné aux élèves est une question ouverte, laissant la place à l'expérimentation, à la prise d'initiative. En première lecture de la question, les élèves ne savent pas exactement les savoirs et compétences mathématiques qu'ils vont travailler, cela dépendant également de leur avancement dans le raisonnement (notamment en fonction du niveau de la classe).
- Cette situation répond bien aux propriétés du milieu que Magali Hersant a décrites conditionnant la dévolution.

Tout d'abord, le milieu est proactif. En effet, en creusant les prérequis nécessaires pour cette situation, nous avons identifié les notions géométriques autour des carrés et rectangles (longueurs des côtés et angles, relevant du programme de cycle 3), ainsi que des notions d'arithmétique à propos des nombres pairs, impairs, sur les multiples et la division euclidienne si on exige une démonstration assez complète de leur part. Or, en classe de Seconde, ils sont tous capables de distinguer un carré d'un rectangle quelconque et ont travaillé sur les notions d'arithmétique en début d'année.

Le milieu est également rétroactif car par leurs tracés précis, les élèves peuvent vérifier, avec leurs instruments, si le pavage qu'ils ont tenté de réaliser est possible, s'ils obtiennent bien des carrés et non des rectangles quelconques.

Enfin, le milieu est contraignant, car la tâche est très spécifique donc les élèves ne peuvent pas utiliser des connaissances en mathématiques qui ne sont pas en lien avec les contenus utilisés pour établir la démonstration de ce problème.

- Analysons à présent le problème à travers le découpage en trois situations : action, formulation, validation.

Le fait que le milieu soit rétroactif permet la situation d'action. Les élèves ont la possibilité de se corriger eux-mêmes par leurs tracés géométriques notamment.

C'est également une situation de formulation car dans la mise en œuvre proposée par Denise Grenier, les élèves échangent entre eux, formulent leurs hypothèses, expliquent leurs démarches pour faire avancer le groupe classe vers la solution.

Et cet objectif final mène en fait à une situation de validation, puisque les élèves s'entraident dans le but de chercher la vérité, de trouver la solution et de répondre au problème. Concernant la validation en tant que tel, cela dépend vraiment de comment la situation est mise en œuvre en classe : le professeur peut aussi bien laisser aux élèves la charge de valider ou au contraire prendre tout à sa charge, auquel cas l'élève ne retiendra peut-être pas aussi bien les apprentissages construits lors de cette situation car il ne tiendrait pas la solution que de lui-même.

Nous allons maintenant analyser les erreurs possibles, les déclencheurs d'interventions envisagés et la gestion de la séance. Cette analyse reprend l'analyse de Denise Grenier dans *Situations de recherche pour la classe, pour le collègue et le lycée... et au-delà* (2017) mais également notre analyse faite avant que Clémentine fasse vivre la situation en classe. Nous n'avons pas eu accès à celle de Marc.

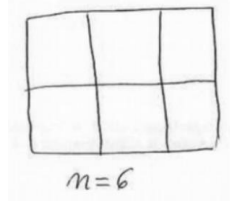
Une première difficulté anticipée est la suivante : si on avait donné la situation à des élèves avec un carré tracé sur du papier quadrillé, les élèves auraient eu tendance à découper le carré suivant les lignes du quadrillage et n'auraient pas forcément pensé à découper entre les lignes. Cela aurait donc exclu certains cas de leurs recherches et les élèves auraient peut-être considéré des cas comme impossibles, simplement dû au fait qu'avec le papier quadrillé, ils ne visualisent pas comment réaliser le pavage en question. Marc et Clémentine ont donc distribué en énoncé un carré tracé sur une feuille blanche, vierge. Clémentine a modifié l'énoncé donné par l'IREM de Grenoble dans le but que les élèves aient plusieurs carrés pour qu'ils puissent faire plusieurs expériences sans avoir à retracer un nouveau carré à chaque fois. D'une part, c'est un gain de temps pour les élèves. D'autre part, les élèves ne vont pas aller chercher leur cahier quadrillé pour continuer leurs expérimentations puisqu'ils auront de quoi travailler. De plus, en enlevant la phrase « Exemple. Sauriez-vous partager le carré ci-dessous en 6 carrés ? En 7 carrés ? En 8 carrés ? », Clémentine voulait laisser les élèves libres d'aller dans une direction plutôt qu'une autre. Elle ne souhaitait pas les inciter à aller vers les n petits dès le départ.

Une deuxième difficulté serait que les élèves s'obstinent sur les cas $n = 2$, $n = 3$, $n = 5$. Dans ce cas, nous avons pensé à leur demander « Pourriez-vous partager ce carré en 6 carrés ? ». Ainsi, Clémentine revient à la question enlevée mais la donne à un moment propice. Le but avec cette intervention est de les orienter vers des cas possibles qu'ils puissent déjà valider par leur tracé.

Nous imaginons aussi que les élèves pavent au départ le carré avec uniquement des carrés tous de même taille. Dans ce cas, ils ne parviendront pas à trouver les cas 6, 7, 8 par exemple. Leur demander alors quelle hypothèse ils font

sur les carrés et si cette hypothèse est mentionnée dans l'énoncé les amènera à changer leur vision du pavage et à réfléchir à d'autres possibilités.

Il est également possible qu'ils réalisent ce genre de pavage pour $n = 6$. On pourrait alors les inviter à vérifier leur construction à l'aide de leurs instruments, leur demander ce qu'attend l'énoncé pour les amener à vérifier la cohérence de leur pavage avec les propriétés géométriques des carrés qu'ils connaissent.



Nous pensons également que le passage de l'expérimentation à la généralisation va être difficile pour les élèves. Les tests vont certainement être faits de manière très isolée au départ, sans voir le lien entre les différents cas et donc sans observer de régularité entre les pavages. On pourrait alors demander, dans le but de généraliser, à partir d'un pavage du même type que pour $n = 6$, d'obtenir d'autres n . Peut-être qu'ils penseront alors à distinguer les n pairs des n impairs, ou bien à distinguer les cas de la forme $n = 3k$, $n = 3k + 1$, ou $n = 3k + 2$, $k > 1$. On peut également leur demander s'ils sont capables de dire si pour n très grand, le pavage est possible ou non. Cela va leur faire prendre conscience que l'expérimentation ne suffit plus et qu'il faut passer à une géométrie abstraite.

Si aucun des groupes ne se lance dans la généralisation au bout d'une demi-heure, nous organiserons une plénière afin que chaque groupe vienne compléter le tableau ci-dessous. Avec tous les tests effectués, il va certainement y avoir des types de pavage très différents qui pourront inspirer les autres élèves. De plus, en notant ceux qu'ils pensent impossibles, ils vont confronter leurs idées.

Valeurs de n possibles	Pavage associé	Valeurs de n impossibles

La preuve des cas impossibles va certainement être difficile à formaliser pour les élèves. Nous pouvons alors leur proposer de raisonner sur les sommets du carré initial en leur posant la question : « Deux sommets du carré initial peuvent-ils appartenir à un même carré pavant ? ».

2.4 Mise en œuvre

Nous allons détailler ici les deux façons de mener la séance : celle de Clémentine et celle de Marc.

Comme précisé précédemment, Clémentine avait lu les précisions sur la mise en œuvre de la SiRC écrites par le groupe IREM mené par Denise Grenier. Elle avait donc des idées sur la façon de mener la séance et les déclencheurs d'interventions possibles.

Phases	Objectifs	Action du professeur	Déclencheurs d'intervention
1. Présentation de l'activité (environ 5 min)	Compréhension de l'enjeu du problème Phase rapide pour que personne ne dévoile un début de réponse	Échange oral entre le professeur et le groupe classe	Explication du mot pavage
2. Recherche individuelle (environ 5 min)	Prise en main du problème par chaque élève	Circulation dans les rangs pour répondre à d'éventuelles questions	
3. Recherche en groupes (environ 15 min)	Réalisation des premiers tests et propositions à l'issue de cette phase des n possibles, impossibles et de différents pavages	Circulation dans les rangs pour répondre à d'éventuelles questions	Peut-on paver ce carré en 6 carrés ? Pavage avec des carrés pouvant être de tailles différentes
4. Plénière (environ 10 min)	Les élèves exposent les différents pavages trouvés au sein de leur groupe au tableau → Modification du milieu des élèves par les autres élèves et confrontation des différents points de vue Échanges sur les cas possibles, impossibles	Réalisation du tableau récapitulatif (cf 2.3.2) Distribution de la parole Premier pas vers la généralisation en essayant de trouver des similitudes entre les différents cas	A partir d'un pavage du même type que pour $n = 6$, peut-on obtenir d'autres n et si oui, quels sont-ils ?

5. Recherche en groupes (environ 10 min)	Généralisation	Circulation dans les rangs pour répondre à d'éventuelles questions	Inciter les élèves à réfléchir pour des n très grands pour lesquels le tracé n'est plus réalisable
6. Plénière (environ 10 min)	Bilan sur les généralisations obtenues Échanges sur les cas impossibles et la preuve de l'impossibilité	Organisation de la plénière Guide dans la démonstration des cas impossibles	Deux sommets du carré initial peuvent-ils appartenir à un même carré pavant ?

Marc n'a pas eu accès au document de mise en œuvre de Denise Grenier. Voici la façon dont il a pensé le déroulement de la séance.

Phases	Objectifs	Action du professeur
1. Présentation de la situation (en prenant le temps)	Compréhension et appropriation du problème par les élèves	Illustrations de pavages projetées au vidéoprojecteur
2. Aller-retours entre la recherche en groupes et la plénière	Aller le plus loin possible dans la résolution du problème Modification du milieu des élèves par les élèves en inscrivant au tableau les pavages obtenus	Instauration d'une compétition entre les différents groupes en construisant un tableau à trois colonnes : n , figure, numéro du groupe. Distribution de la parole
3. Bilan	Traitement des cas impossibles et idée de démonstration	Organisation de la plénière Guide dans la démonstration des cas impossibles

2.5 Recueil de données

2.5.1 Nature et protocole de recueil

Nous avons pris le parti de nous intéresser essentiellement aux interventions des deux professeurs : la nature de celles-ci, le cadre (en plénière ou au sein d'un

groupe) et l'impact potentiel sur le milieu des élèves. On a relevé également certaines actions d'élèves lorsque celles-ci modifient le milieu des autres élèves.

Nous avons décidé d'enregistrer la séance : un dictaphone pour le professeur, un dictaphone par groupe et une caméra au fond de la classe afin de voir les interventions écrites du professeur au tableau. Nous avons retranscrit l'enregistrement audio du professeur uniquement, même si nous avons également enregistré les élèves au sein du groupe dans le cas où les échanges élèves-professeur ne seraient pas audibles.

Nous avons également relevé des productions écrites d'élèves. Clémentine les a ramassées immédiatement à la fin du cours, tandis que Marc a demandé un compte-rendu que ses élèves ont pu rendre quelques jours plus tard.

2.5.2 Protocole d'analyse

Afin d'analyser les interventions du professeur, nous reprenons les phases des tableaux de mise en œuvre. Pour chaque phase, nous relevons :

- le timing effectif ;
- de nombreuses interventions du professeur et certaines interventions d'élèves, et nous analysons en quoi elles impactent le milieu des élèves ;
- les éléments indiquant s'il y a dévolution de la situation de recherche ;
- la répartition de la validation.

Grâce au timing relevé concernant chaque phase de recherche des élèves, nous pouvons déduire si le professeur est plutôt dans un processus de dévolution ou s'il prend à sa charge une grande partie du problème.

En relevant les retranscriptions et les travaux des élèves, nous pouvons analyser la façon dont les connaissances liées à la situation ont été institutionnalisées. Les productions écrites des élèves de Clémentine ayant été immédiatement ramassées, elles permettent également d'illustrer l'activité mathématique durant la séance.

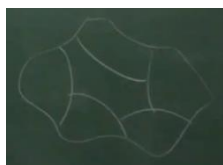
Avec une vision globale de la façon dont chaque professeur a mené sa séance, nous pouvons émettre des hypothèses sur l'activité mathématique des élèves, sur leur compréhension générale du problème et le raisonnement à mener pour arriver à la solution, et sur ce qu'ils en retiendront.

2.6 Analyse a posteriori

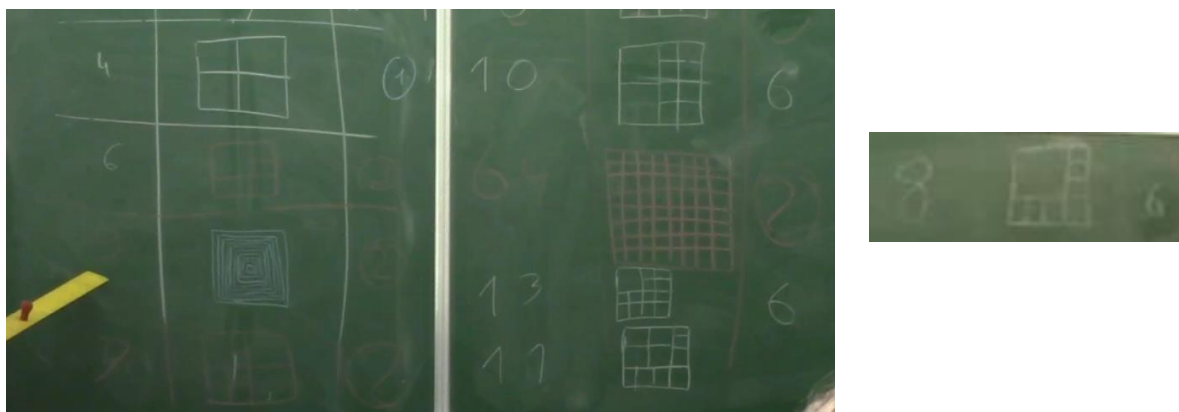
2.6.1 Analyse de la séance de Marc

Nous avons d'abord analysé chaque phase de la séance de Marc et regroupé les interventions dans un tableau [Annexe 3].

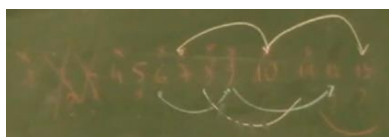
Nous nous intéressons à présent à ce qui a été inscrit au tableau. Lors de son explication du mot pavage, Marc dessine l'exemple suivant au tableau :



Voici les différents pavages proposés par les groupes lors des plénières :

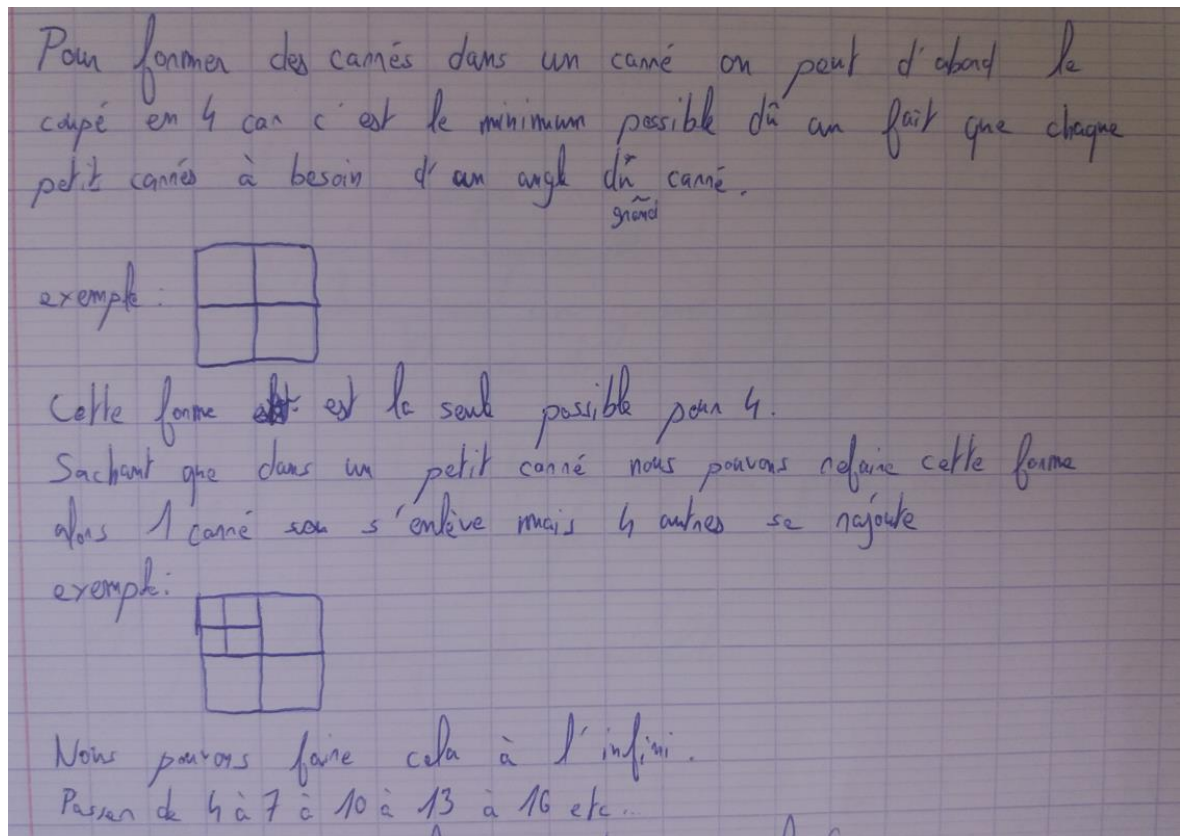
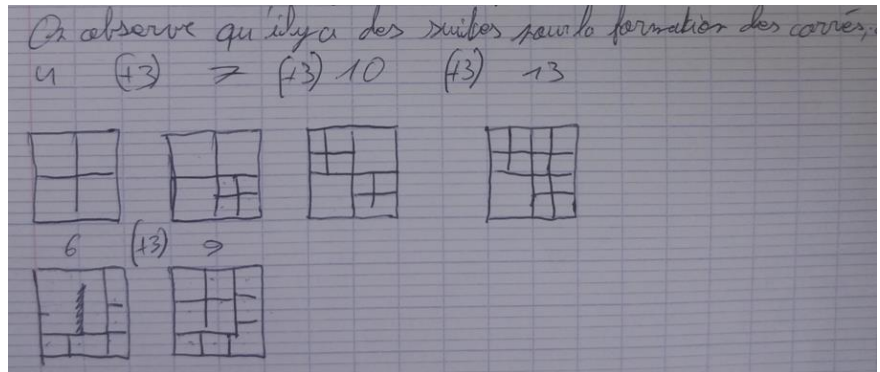


Voici la suite des nombres de 1 à 15 et les familles (blanc, pointillés blancs...) qui ont été créées :



Nous avons relevé différentes productions d'élèves. Il s'agit de bilans réalisés par les élèves sur ce qu'ils avaient retenu de la séance. N'apparaît alors aucun test mais directement des tentatives de généralisation et d'explication des cas impossibles.

Productions n°1 et 2 : Début de généralisation arithmétique des cas de la forme $3k$ et $3k + 1$.

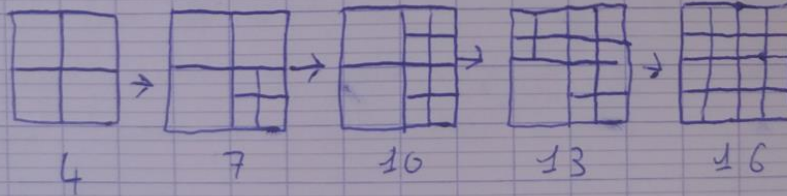


Production n°3 : Généralisation arithmétique des cas de la forme $3k$ et $3k + 1$ un peu plus approfondie. On remarque que pour les cas présents dans les productions n°1 et 2, les pavages sont sensiblement les mêmes. Si toutes les copies rapportent l'impossibilité des cas $n = 2$, $n = 3$ et $n = 5$, seule cette production d'élève propose une démonstration par un tracé pour le cas $n = 5$.

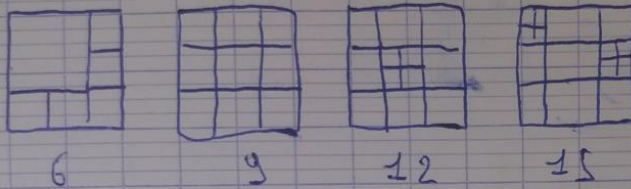
Pour diviser un carré en 4 il faut que chacun des carrés occupent un sommet. Ce qui donne la figure ci contre



Ainsi cette figure permet d'en créer d'autre



on peut en déduire par cette propriété toutes les figures possible de créer. Il suffit d'avancer de +3.



certaines figures comme en 5 sont impossible



L'espace restant ne nous permet pas de former un cinquième carré

C'est aussi impossible pour les carrés 2 et 3 car la pièce de base comportant 4 sommets il faut au minimum 4 carré.

La séance de Marc a permis aux élèves de traiter l'ensemble du problème : c'était son objectif. Pour l'atteindre, il a essayé de mettre en place un processus de dévolution, en motivant les élèves à se lancer dans la recherche du problème en leur assurant que ce dernier est à leur portée et en instaurant une compétition entre les groupes. Les nombreuses motivations de Marc proviennent certainement de son observation sur le fait que les élèves ont de plus en plus tendance à baisser les bras à la moindre difficulté.

Marc a cependant très vite mené les élèves vers une première approche du problème en leur proposant une question fermée pour débiter et les inciter à faire des tests. On remarque, d'après le tableau, que tout au long de la séance, il a guidé ses élèves pas à pas vers la solution et leur a laissé peu de temps de recherche en groupe. Il a préféré une résolution collective avec une interaction continue en envoyant les élèves au tableau.

A partir des cas où n est petit, exposés au tableau, Marc a insisté pour que les élèves voient des similitudes entre certains cas et constituent des familles. La façon de passer d'un n à un autre en partageant un des carrés en 4 a d'ailleurs été bien retenue par les élèves, qui sont parvenus à en rendre compte dans leurs bilans écrits, pour les familles de la forme $3k$ et $3k + 1$.

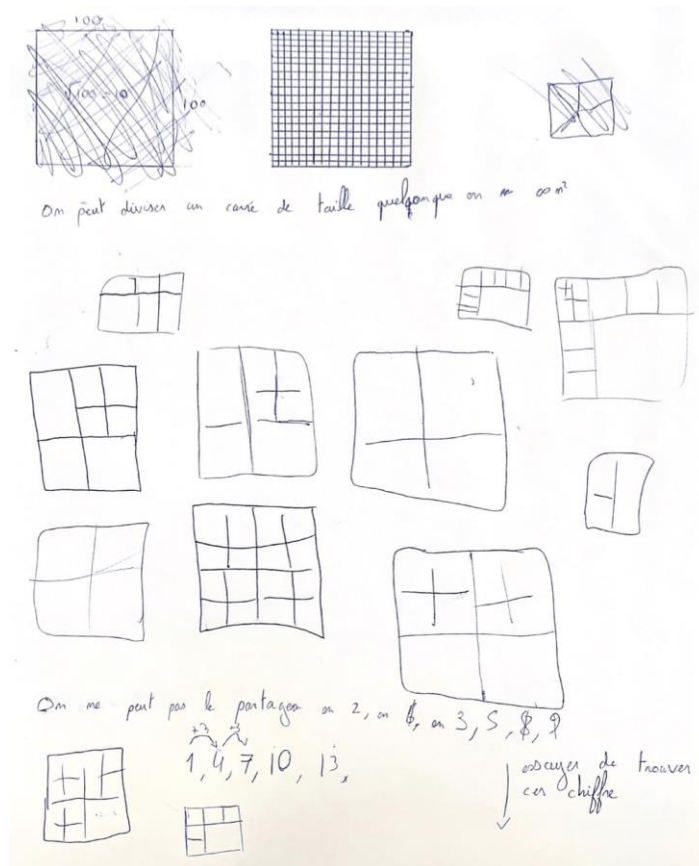
On constate que les élèves ont réussi à invalider les propositions des autres, mais qu'il leur était plus difficile de les valider par eux-mêmes. Alors Marc prenait souvent la charge de la validation ou la partageait avec les élèves. Pour arriver au but, il a parfois été amené à raisonner par un jeu de questions-réponses avec les élèves, de sorte à ce que les réponses qu'il attendait émergent : à ces moments, on peut penser que Marc a cédé à l'effet Topaze. De ce fait, le groupe classe est allé assez loin dans le raisonnement en abordant la récurrence entre les différents n et la démonstration des cas impossibles mais pas de manière autonome.

2.6.2 Analyse de la séance de Clémentine

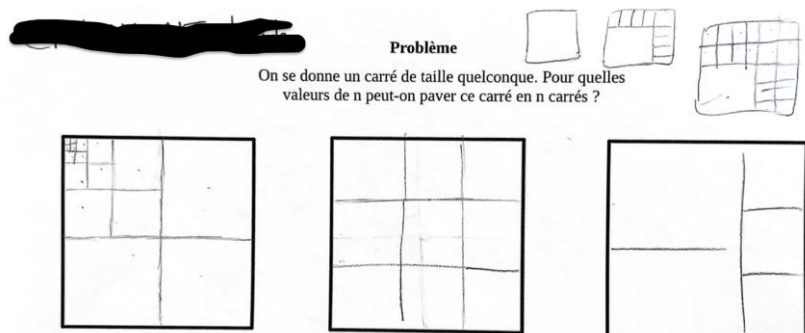
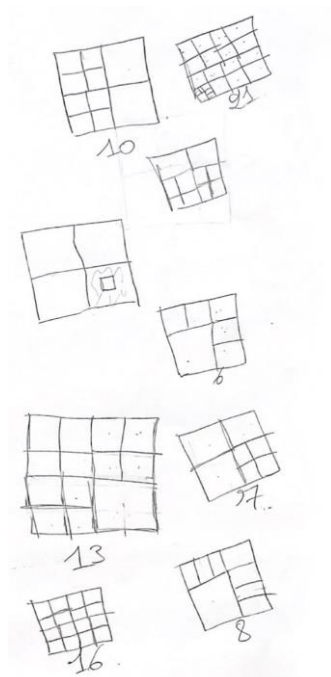
De la même façon que pour Marc, nous avons analysé chaque phase de la séance de Clémentine et regroupé les interventions dans un tableau [Annexe 4].

Nous nous intéressons à présent à ce qui a été inscrit au tableau. On remarque différents types de pavages possibles inscrits au tableau, presque tous ceux présentés dans l'analyse épistémologique.

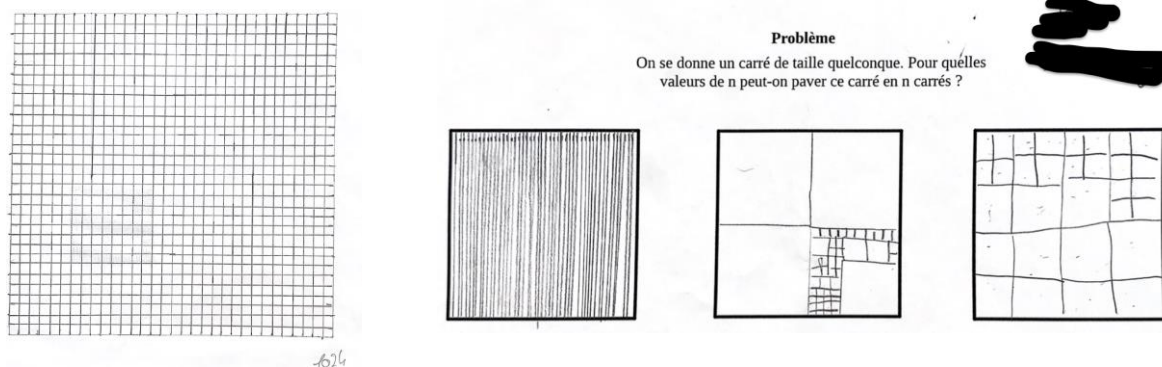
Production n°2 : Une généralisation arithmétique est proposée en remarquant qu'on ajoute 3 pour passer d'un pavage au suivant quand on partage un carré en 4.



Productions n°3 et n°4 : On observe à nouveau dans ces deux groupes différents pavages et de nombreux tests.



Production n°5 et n°6 : Certains élèves ne voulaient pas passer à la généralisation et restaient bloqués sur le fait d'obtenir un pavage pour le plus grand n possible.



La séance de Clémentine a permis aux élèves de prendre le temps de faire des tests et de rechercher des bribes de solutions au problème posé, de manière autonome. Les élèves ont été assez actifs, et cela a été possible grâce à un long temps de recherche par petits groupes. Cependant, ils n'ont pas eu le temps d'aller au bout du problème, de formaliser les généralisations faites à l'oral et de construire eux-mêmes le raisonnement pour les cas impossibles.

Voulant laisser aux élèves la plus grande prise en charge possible du problème sans leur donner d'indications, Clémentine n'a pas passé beaucoup de temps sur la présentation de la situation. Cela a engendré de nombreuses questions dans chacun des groupes, et celles-ci étaient similaires. Par conséquent, la compréhension de l'enjeu du problème a pris du temps. Clémentine a donc dû, à un moment donné, inciter certains groupes à faire des tests (pour $n = 6$ par exemple). Le fait de ne pas donner d'indications à tous les groupes au même moment a permis aux élèves d'aborder le problème sous différents angles, avec différentes stratégies et de nombreux cas possibles ont été proposés, notamment pour de grandes valeurs de n . On remarque que les élèves ont eu du mal à généraliser et se sont concentrés sur certains cas, avec certains types de pavages possibles.

Clémentine a choisi certains élèves pour aller présenter leurs résultats au tableau parce qu'elle avait en tête l'idée d'exposer les différents types de pavages relatés dans l'analyse épistémologique et de travailler à partir de ceux-ci pour généraliser. Cela se ressent dans les productions des élèves : certains groupes ont

formé des “familles” de nombres à partir d’un type de pavage (voir production d’élève n°1 notamment).

Tout au long de la séance, Clémentine a été attentive à essayer de ne pas valider automatiquement, mais d’amener les élèves à la réponse par de nouvelles questions ou grâce aux productions des autres groupes. On remarque que certains d’entre eux ont réussi à valider leur proposition et pas seulement à les invalider, ce qui est généralement plus facile. Vers la fin de la séance, elle a tout de même voulu accélérer pour avancer avec tous les élèves dans la résolution de la situation et a cédé une fois à l’effet Jourdain en reconnaissant une récurrence dans le raisonnement d’un élève alors qu’il n’y en avait pas. Clémentine a pris en charge la démonstration des cas impossibles.

2.6.3 Retour sur la question de recherche

Les sujets donnés aux élèves n’étaient pas exactement les mêmes et ont influencé la prise en main du problème. Marc, avec l’exemple donné dans son sujet et sa première question orale fermée (paver en quatre carrés) a incité les élèves à commencer par des tests pour des n petits. Par conséquent, la plupart d’entre eux ont testé les mêmes cas ; le plus grand cas testé a été $n = 64$ et a été réalisé par un seul élève. Clémentine ayant laissé une totale liberté dans l’entrée du problème, la diversité des tests effectués était beaucoup plus importante (des puissances de quatre ont été évoquées, des carrés parfaits, ...). Puis le cas $n = 6$ a été suggéré, entraînant des tests pour des n petits. De ce fait, la première différence notable entre les deux pratiques est que les élèves de Marc ont tout de suite été menés dans un raisonnement partant des n petits pour généraliser pour des n grands, tandis que les élèves de Clémentine ont été beaucoup plus autonomes dans la manière d’aborder le problème et donc ont fait de nombreux tests mais se sont un peu éparpillés.

Concernant le temps de recherche accordé aux groupes, celui-ci était beaucoup plus important dans la séance de Clémentine que dans celle de Marc. Les élèves avaient donc, chez Clémentine, plus à leur charge la recherche du problème ; il y a eu plus de dévolution que chez Marc. Cependant, Marc les ayant beaucoup guidés, le groupe classe est allé plus loin dans la généralisation des

solutions et cela se ressent dans la manière de présenter les différents cas dans les productions écrites finales.

En effet, les élèves de Marc ont donné un compte-rendu lors de la séance suivante et ont donc pris le temps de généraliser et d'institutionnaliser ce qui a été travaillé lors de la séance. La classification des différents cas a été plus facile puisque Marc avait amorcé le travail en faisant apparaître au tableau les liens entre différentes "familles" de nombres. De son côté, Clémentine n'a pas institutionnalisé avec les élèves ce qui a été dit en classe, elle n'a pas pris le temps de laisser une trace écrite au tableau. Puisque les élèves ont rendu leurs travaux dès la fin de l'heure, ils n'ont pas eu à organiser leurs connaissances ; on peut alors se demander ce qu'ils ont retenu de cette séance. Ainsi, les mises en œuvre effectives de la séance par Marc et Clémentine sont vraiment différentes et ont donné lieu à des productions écrites plus ou moins abouties par les élèves.

Les élèves de Clémentine ayant été la plus grande partie du temps en recherche par groupes et ce travail étant assez nouveau pour eux, ils se sont tous investis dans la recherche du problème et ont tous été actifs tout au long de la séance, à des degrés d'approfondissement divers. Par exemple, certains élèves ont préféré partager leur carré en le plus grand nombre possible de carrés, sans vraiment chercher à généraliser pour trouver la solution. Les nombreuses plénières de la séance de Marc ont motivé quelques élèves à participer et à se challenger alors que d'autres se sont laissés porter ; ils n'étaient pas tous continuellement en activité mathématique. De plus, cela a favorisé la déconcentration de certains. C'est pourquoi, pour capter de nouveau leur attention et les raccrocher au problème, Marc a dû faire appel à son humour et à sa facilité de communiquer avec les élèves (utilisation d'accents, voix robotisée, etc).

Concernant la validation, les élèves de Marc ont réussi à invalider les propositions entre eux, mais lorsqu'il s'agissait de valider une proposition, cela leur était plus compliqué et Marc prenait cela davantage à sa charge. Par des renvois aux travaux d'élèves et des questions plus ouvertes, les élèves de Clémentine ont réussi à la fois à invalider des propositions mais également à en valider certaines. On remarque que les rôles tenus par Marc et Clémentine sont très différents : Marc est plutôt au centre de la séance en organisant les étapes du raisonnement à mener et l'intervention des élèves dans ce raisonnement ainsi qu'en validant régulièrement

alors que Clémentine s'est mise plus en retrait pour que les élèves construisent un raisonnement eux-mêmes. Elle a eu une attitude similaire à Marc en essayant de les guider souvent par des échanges, mais seulement au sein des petits groupes.

On peut expliquer toutes ces différences par l'expérience des deux enseignants. Marc a voulu emmener les élèves vers la résolution complète du problème et les apprentissages liés à celui-ci en donnant un rythme assez rapide à sa séance et en prévoyant une institutionnalisation. Clémentine avait plutôt la volonté que les élèves s'engagent pleinement dans la recherche et en a délaissé tout bilan sur les connaissances de cette séance. Cela peut être lié à son statut de stagiaire.

Conclusion de Clémentine

La question qui nous a occupé tout au long du mémoire a été de savoir comment faire vivre au mieux une situation à prise d'initiative dans nos classes. La grande hétérogénéité et le manque de documents accompagnateurs de ces situations ne rendent pas la tâche facile, et pourtant, les documents institutionnels insistent sur la nécessité de proposer ce type d'activités dans nos classes pour développer l'autonomie des élèves dans la construction de leurs connaissances.

En tant que stagiaires, nous avons alors voulu expérimenter cela dans nos classes et nous avons été confrontées à certaines difficultés : nos questions ne dévoileraient-elles pas une partie de la réponse ? À quel moment intervenir auprès des élèves ? Comment faire en sorte que chaque élève s'implique malgré des niveaux très différents ?

Nous avons pris conscience que certaines situations à prise d'initiative pouvaient être résolues très rapidement et donc ne favorisent pas la prise en main par tous les élèves de la classe puisque les bons élèves peuvent donner une réponse très rapidement. De plus, une astuce peut parfois permettre de résoudre un problème et la démarche de recherche est ainsi moins présente. La situation choisie est alors primordiale et nous avons donc voulu comprendre quelles étaient les situations les plus adaptées pour que les élèves fassent réellement des mathématiques.

Nous avons choisi de faire vivre à deux classes de Seconde une même situation de recherche. Cette Situation de Recherche en Classe (SiRC) a été élaborée par un groupe mené par Denise Grenier (2017) et répond aux différents points de la Théorie des Situations Didactiques de Brousseau (1998) pour que ce type de situation à prise d'initiative permette aux élèves d'être acteur de leurs apprentissages :

- elle favorise la dévolution car la formulation du problème est accessible à tous, courte, et suscite la curiosité ;
- elle nécessite une démarche expérimentale et le milieu de la situation est rétroactif, l'élève peut alors avancer dans sa recherche de manière autonome ;
- dans la mise en œuvre proposée par Grenier (2017), les élèves sont par groupe et échangent entre eux. Chaque groupe propose ses solutions afin

d'éviter que la validation ne soit que du côté du prof et cela favorise l'échange entre pairs.

Les deux enseignants, Marc, expérimenté, et Clémentine, stagiaire, n'ont pas mené la séance de la même manière.

Les interventions de Marc guidaient les élèves dans la démarche à suivre pour arriver aux résultats et ainsi ne favorisaient pas vraiment la dévolution. En effet, les élèves avançaient pas à pas suite à des questions fermées du professeur, mais ils n'étaient pas maîtres de leur raisonnement. Marc a tout de même réussi à faire participer les élèves dans la recherche et à faire en sorte qu'ils modifient eux-mêmes le milieu des autres élèves en proposant des solutions de pavage. Cependant, la validation se trouvait souvent du côté du professeur. Marc a institutionnalisé avec ses élèves ce qui a été travaillé en classe en leur proposant de réaliser un compte-rendu du travail, à remettre quelques jours plus tard. Cela, d'après Brousseau, permet aux élèves de décontextualiser le savoir afin d'utiliser les connaissances acquises dans d'autres contextes.

Quant à moi, j'ai fait en sorte que les élèves s'emparent du problème, sans les guider. Mais cela a pris du temps et le groupe d'élève n'a pas pu aller au bout de la recherche. Mon objectif était de m'effacer le plus possible afin de voir émerger différentes stratégies chez les élèves et qu'ils parviennent à valider et invalider entre eux leurs réponses ou bien qu'il y ait de la co-validation avec moi. Cet objectif a été atteint. Cependant, j'en ai oublié l'institutionnalisation et, malgré un travail de recherche durant toute la séance, les élèves n'ont certainement pas pu identifier quels étaient les savoirs acquis durant cette heure et comment les réutiliser dans d'autres contextes.

Cette expérience et l'analyse de celle-ci à travers nos recherches théoriques, m'ont permis de prendre conscience de l'importance du choix de la situation pour que nos élèves fassent réellement des mathématiques. Certains problèmes ne permettent pas à tous les élèves de mener une démarche de recherche, en expérimentant, en formulant des conjectures qu'il faut ensuite tenter de démontrer. De plus, la posture de l'enseignant joue un grand rôle dans la façon dont les élèves vont appréhender le problème et s'impliquer dedans. La dévolution est une phase très importante, qu'il ne faut pas négliger et nous nous sommes rendus compte que, même avec de l'expérience, on peut penser laisser réfléchir nos élèves mais

finalement ils ne sont pas autonomes dans cette réflexion. Marc a fait le choix de les guider et cela lui a permis d'emmener tous ses élèves au même but, avec une démarche claire, explicitée et qui a pu être retranscrite sur leur compte-rendu. Le temps d'une heure et son expérience lui ont certainement fait faire le choix de guider les élèves pour ne pas perdre de temps mais les élèves n'ont pas joué le rôle de mathématicien durant cette séance. Au contraire, j'ai voulu laisser une grande liberté de raisonnement aux élèves mais cela m'a empêché de procéder à une institutionnalisation et de finir le raisonnement sur tous les cas possibles. Or l'institutionnalisation est une phase aussi importante que la dévolution d'après Brousseau.

Si je devais recommencer, je pense que je minuterai plus la séance, en laissant de la même façon une autonomie dans la recherche pour les élèves, mais en mettant en commun plus rapidement. Cela me permettrait de reprendre avec eux le déroulé du raisonnement et de la démonstration et cela laisserait éventuellement quelques minutes pour laisser une trace écrite de ce raisonnement. Cependant, l'idée de faire rédiger un compte-rendu aux élèves, comme l'a fait Marc, m'a beaucoup plu et je pense que je leur proposerais de faire cela pour fixer leurs idées en y revenant un peu plus tard. Je pourrais également revenir sur la séance le lendemain avec les élèves pour faire un bilan de ce qui a été fait, afin de rédiger un compte-rendu ensemble, s'ils n'ont pas à le faire à la maison.

Ce travail m'a permis, en classe, de veiller à laisser la place aux élèves dans la recherche mathématique et de ne pas tout valider. Depuis, dans ma pratique quotidienne, j'essaie d'instaurer certains débats entre les élèves pour que la réponse se construise par les élèves et qu'ils réussissent à se convaincre, sans que je sois amenée à me positionner. Ce travail n'est pas évident, par soucis de temps je peux vouloir valider seule ou bien co-valider avec les élèves. Je suis aussi attentive au milieu d'une situation et au milieu des élèves. Ce concept, découvert dans ce mémoire, me fait réfléchir sur les consignes que je distribue, sur la façon dont j'énonce les questions. J'ai pris conscience que parfois, certaines questions que je posais, en soulignant un mot par exemple, pouvaient suggérer aux élèves une certaine piste de résolution.

Les éléments théoriques découverts dans ce mémoire sont très riches pour avoir un moyen d'analyser a posteriori mes propres séances et me serviront dans ma carrière.

Nous avons tout de même relevé certaines limites et certains prolongements possibles à ce travail. Nous avons voulu analyser l'impact des interventions des professeurs sur le milieu des élèves, du point de vue de la dévolution, de la validation aussi. Cependant, ces expérimentations, sur seulement deux classes, permettent d'observer des différences dans les pratiques mais ne permettent pas de tirer de conclusions sur l'activité des élèves, nous avons seulement pu émettre des hypothèses sur leur activité mathématique puisque nous ne les avons pas questionné après. Nous aurions aimé avoir le temps d'analyser les retranscriptions des élèves, être assez nombreux dans les classes pour observer en direct l'impact des interventions du professeur sur les actions des élèves. Nous avons pensé réaliser de courtes interviews d'élèves à la fin de la séance pour qu'ils expliquent leur cheminement dans le raisonnement, les interventions qui les ont aidés à avancer, mais cela n'était pas faisable dans le temps imparti d'une heure de cours et concernant la quantité de données à analyser par la suite.

À travers nos apprentissages cette année à l'INSPE, nous avons pensé à un moyen de palier au problème de ne pas avoir accès au cheminement de la pensée des élèves : la narration de recherche. Peut-être qu'en initiant nos élèves très tôt dans l'année à la narration de recherche, nous aurions pu relever à la fin de cette séance des compte-rendus bien plus aboutis sur la façon dont ils ont procédé pour répondre à ce problème. Ils auraient peut-être eu le réflexe de décrire leurs premières pistes, pourquoi ils ont continué dans telles directions et en ont abandonné d'autres, etc. Cela nous aurait permis alors de ne plus émettre des hypothèses mais de s'appuyer sur les travaux d'élèves pour conclure sur l'impact des interventions du professeur sur leur activité mathématique dans ce cadre.

Nous avons ici analysé les interventions du professeur dans le cadre de situations de recherche. Pour aller plus loin, il serait intéressant d'analyser ses interventions dans n'importe quel cadre au sein de la classe afin d'améliorer notre pratique et de faire en sorte que les élèves, peu importe la situation, soient acteurs de la construction de leurs connaissances.

Conclusion d'Eva

Le binôme que Clémentine et moi-même formons et le choix du sujet de notre mémoire ont été motivés par une posture commune que nous adoptons au début de cette année scolaire : celle de, en tant que jeunes professeures stagiaires n'ayant eu jusqu'alors aucune formation de didactique ou pédagogie, se poser constamment beaucoup de questions sur comment enseigner de la meilleure manière possible pour les élèves.

Cela nous a menées à nos premières lectures *Faire des maths en classe ? Didactique et analyse de pratiques enseignantes*, Douaire (2003) et *La théorie des situations didactiques de Brousseau*, Kuzniak (2005). Ces dernières nous ont fait prendre conscience de l'impact des interventions du professeur sur l'activité mathématique des élèves (ce dernier point, flou au départ, semblait être un critère phare, notamment aux yeux de nos formateurs et inspecteurs), nous ont rappelé le caractère indispensable de la recherche par soi-même pour une construction solide des connaissances et nous ont ouvert la voie vers les premiers concepts de didactique associés.

L'opportunité d'étudier la mise en œuvre d'une activité de recherche en classe (qui reste intimidante, notamment dû au fait que les professeurs sont peu guidés par les manuels scolaires ou le Bulletin Officiel), nos lectures plus approfondies sur les concepts de didactique amorcés, dont les travaux de Magali Hersant et Claire Margolinas, et notre désir de confronter deux pratiques enseignantes, l'une débutante et l'autre expérimentée, nous ont finalement amenées à formuler notre question de recherche.

Pour notre expérimentation, les travaux de Denise Grenier nous ont permis de choisir un énoncé répondant aux critères exigibles d'une SiRC et à notre goût, Marc nous laissant libre choix et prêt à s'adapter quels que soient les apprentissages visés. Même si, pour chacune des séances de Clémentine et Marc, j'assurais uniquement les enregistrements, la séance de Clémentine était pour nous deux plus préoccupante, dans le sens où nous étions responsables de sa préparation, son déroulement et sa "réussite", alors que j'ai pu davantage être

attentive aux actions du professeur et réactions des élèves lors de la séance de Marc, puisque j'étais simplement observatrice.

L'analyse a posteriori de l'expérimentation s'est révélée être une des étapes de notre travail de recherche la plus laborieuse. Notre projet de départ était d'effectuer l'analyse des enregistrements du professeur et ceux des élèves pour lier le plus possible les interactions de chacun, mais nous nous sommes rapidement rendus compte que cela demanderait un énorme travail et que la corrélation directe entre les interventions du professeur et celles des élèves serait difficile à évaluer. Nous voulions également quantifier les prises de paroles et faire un tableau d'analyse commun pour les deux professeurs. Cependant, en essayant de le faire, nous avons compris que cela avait peu de sens, étant donné que les manières de mener la séance et d'intervenir au cours de celle-ci de Clémentine et Marc étaient complètement différentes. C'est pourquoi nous avons procédé à deux analyses indépendantes, avant de les confronter.

Finalement, ce que nous pouvons retenir de notre expérimentation est, que l'on soit un professeur stagiaire ou expérimenté, la mise en œuvre d'une SiRC et le respect de la théorie didactique associée à un apprentissage durable par les élèves sont complexes et difficilement tous atteignables en temps limité. Nous avons pu remarquer que les deux professeurs observés se sont donné deux objectifs majeurs très différents : Marc a semblé privilégier les connaissances visées par la SiRC, se concentrant plutôt sur l'avancée dans le problème et l'institutionnalisation des savoirs, alors que Clémentine s'est appliquée à privilégier l'autonomie de ses élèves, favorisant ainsi la validation par les élèves eux-mêmes et la dévolution du problème. Ainsi, chacune des deux pratiques a favorisé certains aspects très importants de didactique des mathématiques, mais par conséquent en a délaissé d'autres. C'est pourquoi, quelle que soit son expérience, un professeur doit continuer de questionner sa pratique, de réévaluer son rôle dans l'apprentissage de ses élèves et de l'adapter de sorte à leur donner davantage de responsabilités dans la prise en main du problème et de libertés dans la validation, de trouver des activités qui permettent une construction plus active du savoir. Il faut aussi prendre conscience qu'en plus de s'appuyer sur la théorie que nous avons étayée, il faut aussi savoir s'adapter au profil et au niveau de la classe enseignée ; cela demande

de nombreuses expérimentations en classe, au cours des années, et sans doute des échecs sur lesquels il faut rebondir pour parvenir à des réussites.

Nos lectures et notre expérimentation nous ont donné les éléments de réponse à notre question de recherche suivants.

Aujourd'hui, un des rôles du professeur est de permettre à ses élèves de revenir à l'essence même des mathématiques : être curieux, se poser des questions et tenter d'y répondre à l'aide de ses propres connaissances et expériences. Une bonne alternative est la mise en œuvre d'une SiRC, à condition qu'au cours de celle-ci, selon Jacques Douaire, le professeur réévalue sa position didactique et celle de ses élèves. Nous avons pu observer que d'un côté, Marc a plutôt conservé son rôle de guide, de garant du savoir et de rectificateur, si bien que ses élèves se sont appliqués à répondre à des "questions-étapes", ayant peu de responsabilités dans l'avancée de la recherche. De l'autre côté, Clémentine s'est montrée moins rigide sur la tenue de sa séance et a essayé d'occuper un rôle de pair pour ses élèves, en leur laissant souvent le rôle de la validation et en dévoluant le problème.

De plus, pour une construction durable des savoirs, les élèves doivent réaliser le travail d'un chercheur en mathématiques, ce qui, selon Denise Grenier, est favorisé par les SiRC. Par le choix d'une telle situation, et plus particulièrement de notre énoncé, nous avons veillé à ce que Clémentine et Marc construisent un milieu rétroactif, proactif et contraignant, qui sont trois propriétés facilitant l'appropriation du problème par les élèves d'après Magali Hersant. Nous avons pu observer que, les élèves, encore très peu confrontés à ce type d'énoncé, sont généralement parvenus à se lancer dans la recherche par le tracé et se sont mis en activité mathématique pour trouver un pavage pour le plus grand n possible. Cependant, la généralisation des résultats leur semblait encore hors de portée pour la plupart, dans le temps limité et de manière autonome. Malgré tout, les manières de Clémentine et de Marc d'interagir avec leurs élèves ont toutes les deux donné beaucoup d'importance à la situation de formulation, qui selon Guy Brousseau est un aspect important d'une situation adidactique – et une SiRC en est une.

En fin de séance, Clémentine s'étant concentrée sur la recherche, n'a pas eu le temps d'institutionnaliser les savoirs rencontrés, contrairement à Marc. Cela se ressent d'ailleurs dans les productions écrites des élèves, dans lesquelles ressortent principalement les points sur lesquels Marc a beaucoup insisté ("familles")

de nombres et de pavages, cas impossibles). La décontextualisation du savoir par l'institutionnalisation étant décrite par Alain Kuzniak et Guy Brousseau comme un passage obligatoire pour un apprentissage durable, si la séance que nous avons préparée avec Clémentine était à refaire, il faudrait intégrer cette étape. Dans ce cas, on pourrait envisager d'organiser la SiRC sur plusieurs séances.

Nous travail de recherche rencontre certaines limites, dont les suivantes. Notre analyse des enregistrements n'a pas pris en compte l'impact en direct et progressif des interventions du professeur sur la manière de raisonner des élèves (du fait que nous n'ayons pas analysé les enregistrements des élèves et que nous n'ayons pas relevé leurs travaux à plusieurs temps de la séance). Par ailleurs, sans interview des élèves sur leur sentiment sur la séance, les interprétations de leurs actions dans nos tableaux d'analyse ne sont que des hypothèses. Une solution à ce problème qui pourrait être proposée sur un temps plus long est la narration de recherche, qui, bien réalisée, donnerait accès à l'évolution de leur pensée. De plus, en règle générale, les cours que nous dispensons à nos élèves ne sont pas tous construits sur ce modèle : il s'agirait alors de recommencer ce travail sur une séance "plus classique".

Ce mémoire m'aura fait découvrir les concepts de didactiques qui se cachent derrière les activités de recherche, très encouragées par le BO mais qui m'intimidaient au début. Observer deux collègues m'a prouvé que nous avons chacun des points forts et des points sur lesquels il faut rester vigilant, quel que soit le nombre d'années d'expérience ; cela est rassurant et me pousse à mettre en place ce type d'activité malgré les risques que cela fait prendre. En fait, j'ai pris conscience d'à quel point, en tant que professeur, j'ai le pouvoir, par les activités que je choisis, par la position didactique que je me donne au cours d'une séance, par mes interventions, par le milieu que je construis, d'influer positivement la construction du savoir par et pour les élèves. Respecter tous ces éléments de théorie me semble encore difficile, mais je sens déjà que je remets davantage en question ma pratique : je donne beaucoup d'importance à la formulation par les élèves, j'essaie de temps en temps de m'effacer de mon rôle de rectificatrice, j'appréhende mieux le temps de recherche à laisser au cours d'un exercice et en saisis l'importance.

Nos expérimentations ont donné naissance à quelques interrogations supplémentaires. Le programme de la classe de Seconde est très dense ; on peut se demander comment concilier plusieurs temps de recherche en classe et le parcours de l'entièreté du programme. Cependant, on peut penser que les premières mises en œuvre sont laborieuses car nouvelles, mais que si elles sont répétées, les élèves comme le professeur prennent des habitudes, redéfinissent leur contrat didactique et par conséquent deviennent plus rapides et efficaces dans ces pratiques. De plus, les SiRC proposées sont encore rares et les apprentissages visés ne balayent pas beaucoup le contenu du programme. On peut alors se demander, dans ce cas, quels supports seront les plus propices à l'élaboration du savoir par les élèves eux-mêmes. Il faudrait envisager la diversité des activités possibles : narrations de recherche, problèmes ouverts, activités d'introduction en autonomie...

Bibliographie

Brousseau, G. (1986). La relation didactique : le milieu. *Actes de la IVème École d'Été de didactique des mathématiques*, 54-68. IREM Paris 7.

Brousseau, G. (1990). *Le contrat didactique : le milieu. Recherches en Didactique des Mathématiques, La Pensée Sauvage*, 9 (9.3), 309-336. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00686012>

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Éditions Pensée sauvage.

Douaire, J. (2003). *Faire des maths en classe ? Didactique et analyse de pratiques enseignantes*. Editions INRP.

Grenier, D. (2007). Des Situations de Recherche en mathématiques pour une formation à la démarche scientifique. *IREM Grenoble*.

Grenier, D et al (2017). Situations de recherche pour la classe pour le collège et le lycée... et au-delà. *IREM de Grenoble groupe Logique Raisonnement et SiRC. Grenoble 2^{ème} édition*.

Hersant, M. (2008). "Problèmes pour chercher" Des conduites de classe spécifiques. *Grand N*, 81, 57-75. *IREM Grenoble*.
https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/81n5_1554715246771-pdf

Hersant, M. (2010). *Le couple (contrat didactique, milieu) et les conditions de la rencontre avec le savoir en mathématiques : de l'analyse de séquences ordinaires au développement de situations pour les classes ordinaires & Empirisme et rationalité à l'école élémentaire, vers la preuve au cycle 3. Éducation. Université de Nantes*. <https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01777604>

Kuzniak, A. (2005). La théorie des situations didactiques de Brousseau. *Repères IREM*, 61, 19-35.

Margolinas, C. (1998). Le milieu et le contrat, concepts pour la construction et l'analyse de situation d'enseignement. *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques. Actes de l'Université d'été. IREM de Clermont-Ferrand* (p. 3-16).
https://www.univ-irem.fr/IMG/pdf/analyse_des_pratiques_univ_d_ete_la_rochelle.pdf

Ministère de l'Éducation Nationale, de la Jeunesse et des Sports. (2019). *Bulletin officiel spécial n°1. Programme d'enseignement de mathématiques de la classe de seconde générale et technologique*. Récupéré sur le site du ministère :
https://cache.media.education.gouv.fr/file/SP1-MEN-22-1-2019/95/7/spe631_annexe_1062957.pdf

Annexe 1 : Retranscription de la séance de Marc

Description :

On note P pour Professeur (ici, Marc) et E pour Elève (on distinguera parfois E1, E2, etc pour désigner différents élèves durant l'échange si ce détail semble important ; sinon, deux élèves différents peuvent être désignés par E).

P1 : Alors, je vous donne la petite activité. Donc le texte est succinct. Par contre, la richesse de ce que vous allez faire... Je vous demande d'être le plus coopératif possible, ok ? De montrer que des élèves de seconde d'un lycée standard sont capables de se mettre au travail, d'être efficace et d'avoir des réflexions qui sont, heu, dignes de votre niveau. Ok ? Vous pouvez tout prendre : calculatrice, règle, tout ça, tout est possible, d'accord ? L'idée c'est vraiment d'intégrer tout ce qu'on a... Attends. Est-ce que vous savez ce que c'est qu'un pavage ?

E1 : Un quoi ?

P2 : Un pavage ? Alors le temps que ça se mette en route je vais vous expliquer un p'tit, un p'tit heu... ce qu'on appelle un pavage.

On n'est pas sur un problème de maths, hein, on n'est pas sur un... on n'est pas sur un niveau, là. On est sur quelque chose de... un élève de CM2 peut faire ça, un élève de seconde peut faire ça, un élève de terminale peut faire ça, un prof de maths peut faire ça. C'est-à-dire que l'énoncé est adaptable au niveau. Alors évidemment la réponse attendue n'est pas la même pour un élève de CM2, d'accord ? On est d'accord, c'est pas la même chose. Mais l'attente qu'on a, vous, c'est voir un p'tit peu comment vous réagissez, d'accord ? Alors, est-ce que vous avez déjà vu, enfin entendu parler le mot heu, le mot du nom « pavage » ?

Ah, c'est quoi un pavage ? Dis-moi ?

E2 : C'est une figure qui s'reproduit, qui s'reproduit, qui s'reproduit...

P3 : C'est ça, on peut faire ça. Alors, est-ce que vous avez déjà entendu le mot « partition » ?

E3 : En musique oui !

P4 : Alors en musique c'est particulier. L'idée c'est en fait, alors vous allez avoir par exemple une figure, donc n'importe laquelle, d'accord ? *Dessine une figure quelconque au tableau à la craie.* Et l'idée c'est de heu, décomposer cette figure en figures comme ça, par exemple... *Partitionne la figure de manière quelconque sur le tableau à la craie.* Que toutes les figures soient... votre figure complète soit composée par une, deux, trois, quatre, cinq, six. Donc c'est comme si vous aviez un puzzle et qu'on définissait six petites heu... pièces, pour former le puzzle complet. Est-ce que c'est très clair ?

Donc le jeu, j'avais vous laisser déjà lire l'information...

Alors j'avais vous expliquer le principe.

Alors l'idée c'est de construire un puzzle avec des pièces. Alors évidemment, est-ce que dans un puzz... puzzle les pièces se chevauchent ?

E4 : Oui ! Enfin non, elles heu... s'assemblent.

P5 : Elles s'assemblent bien, donc elles s'assemblent bien, on est bien d'accord. Donc on est sur quelque chose qui s'assemble. On n'est pas sur quelque chose qui se chevauche, on est d'accord. *Projette un exemple de pavage au vidéoprojecteur.* Là j'vous ai proposé un sch-, un voilà, vous avez quelque chose... ici c'est un pavage. Donc vous avez un dessin et puis à l'intérieur plein de figures, rien ne se chevauche, c'est clair ? Ok. Alors là, on va déjà... Alors j'avais expliquer un p'tit peu c'qu'on attend d'vous. Donc ça c'était comprendre c'que c'était qu'un pavage. On

va vous donner un carré. Donc jusque-là un carré, heu... ça doit être heu... ça doit être facile.

Ok. Alors le carré il est présenté ici. Vous le voyez bien ? Pas d problème, il est là. D'accord ? Par contre vous avez une petite consigne. Et c'est la consigne qui va nous faire heu... réfléchir un tout p'tit peu sur heu... comment vous gérez ça. Alors, pour quelles... Qui veut nous lire le texte là ? Qui nous lit le texte ? On y va avec E ? Vas-y.

E5 : *lit la consigne.*

P6 : Ah, alors déjà faut comprendre c'que ça veut dire. Donc j'veais peut-être aiguiller un p'tit peu pour pas qu'on perde trop d'temps. Donc vous avez un carré qu'est basique ici, d'accord ? Jusque-là rien d'nouveau. L'idée c'est, est-ce que, c'est de faire heu... Ça c'est comme si c'était votre puzzle, complet et l'objectif c'est de faire des p'tites pièces, mais ces p'tites pièces ce n'sont que des p'tits carrés. *Montre la figure dessinée précédemment au tableau.* Donc là évidemment ça peut pas aller hein, ils n'ont pas la même forme. D'accord ? Vous n'avez l'droit qu'à des p'tits carrés. De grandeurs plus ou moins différentes, ça c'est pas, c'est pas ça qui est important. C'qui est important c'est, est-ce que vous êtes capables de me faire cette figure là et de la partager en n petits carrés ? D'accord ? Et le n va prendre plusieurs valeurs. Alors on va... j'veais déjà vous laisser réfléchir à ça. J'veais vous aiguiller un p'tit peu au début, heu... vous allez essayer par exemple, êtes-vous capables de m'décomposer ce carré, donc ce grand puzzle, en quatre carrés ? De façon à ce que ça se chevauche pas.

E6 : Oui.

P7 : J'veais laisse réfléchir déjà. Est-ce que ça déjà tout l'monde peut l'faire sur sa feuille ? Juste pour voir sur votre feuille.

S'adresse à un élève en particulier. Mais tu vas v'nir nous l'faire après, tu vas l'faire après. Y'a pas d'soucis. Mais déjà avec quatre. Avec quatre. On attend un peu que tout l'monde ait bien réfléchi et compris le principe.

Alors, donc l'idée c'est, est-ce que vous êtes capables de m'donner un carré vous-mêmes, de l'décomposer en quatre petits carrés, de façon à c'que le carré final soit heu... donc heu... l'assemblage des quatre carrés qu'vous avez. Donc c'est pas... *Regarde quelques productions d'élèves.* On est d'accord ? Dans l'esprit... C'est faisable, bravo, bravo. E, c'est ça.

E7 : *fait la remarque qu'une fois le grand carré pavé en quatre petits carrés, on a 5 carrés au total.*

P8 : J'suis d'accord. Ah oui alors là j'ai pas tout compris, là. Là y'a une bonne, bonne remarque. Mais alors attention. Faut comprendre le texte. L'idée... alors vous avez tous fait ça ? Vous avez bien vu ? *Trace un grand carré au tableau.* Vous avez tous été bons ? Alors la première idée c'est d'faire quoi ? Quatre carrés.

E8 : On fait une croix là comme ça.

P9 : Une croix c'est-à-dire ? On... ?

E9 : On sépare.

P10 : Voilà. *Trace le pavage en quatre carrés du grand carré précédemment dessiné au tableau.*

E10 : On trace la perpendiculaire.

P11 : C'est bon hein ? C'est bon pour tout l'monde ? Ok, donc on imagine que ça vous fait vos quatre carrés.

E11 : Ouais mais nan, parce qu'en fait ça fait cinq.

P12 : D'accord. Après on m'dit y'en a cinq. Mais attention. Moi je dis que ça c'est ma figure complète et j'ai besoin de, pour cette figure complète, combien de pièces de puzzle ? Je compte que les pièces de puzzle. Je compte pas le nombre de carrés qu'il y a sur la figure, je compte uniquement les pièces de puzzle : une, deux, trois,

quatre, ça roule ? Donc là on a répondu, on a répondu positivement, on a ...le challenge est réglé, d'accord ? Ma question est... Maintenant j'dis plus rien. Est-ce que vous êtes... Et là vous travaillez par groupe. Et heu... est-ce que vous êtes capables de partager votre carré en six ? En sept ? En huit ? Et toujours, avec comme heu... problématique, que ça soit que des carrés. Et qu'au final, quand j'les assemble d'une certaine manière, j'arrive à mon carré final. C'est très clair ? Essayez d'le faire en six. Essayez d'le faire en sept. Alors c'qu'on va faire c'est qu'j'vais faire un p'tit tableau, et celui qu'a trouvé, le groupe qu'a trouvé... Alors y'a deux choses hein : par groupe, heu, vous allez m'faire un p'tit bilan, c'est-à-dire que vous allez m'faire pour n égal tant j'ai fait ça comme figure, pour n égal tant j'ai fait ça pour figure, et cetera et cetera, donc une sorte de rapporteur. J'vais récupérer pour chaque groupe une feuille, très clair ? Qui va répertorier un p'tit peu tous les cas qu'vous avez considérés. Et on va voir le groupe qui peut aller l'plus loin possible. Alors, pour aider tout l'monde, j'vais faire ici, heu... j'vais mettre ici heu... un p'tit tableau, donc mon tableau ça va être quelque chose comme ça. *Dessine un tableau à la craie sur le tableau.* D'accord ? Ici j'vais donner la valeur de n et on va voir si ça marche. Donc pour n égal quatre, on avait vu... vous avez fait ça, c'est ça ? *Dessine de nouveau le pavage en quatre carrés dans le tableau précédemment dessiné.* Donc là on a réussi. D'accord ? Donc on va dire que c'est l'groupe de E qu'a trouvé ça. Donc à chaque fois qu'vous aurez trouvé quelque chose, vous m'appellez, j'vais r'garder, et si j'valide, vous viendrez faire votre figure. On va voir jusqu'ou on peut aller. C'est très clair ? Mais par contre, il faut la figure qui va avec. C'est clair ? Et vous avez la valeur de n . Alors, essayez pour six. Essayez pour sept. Essayez pour cinq. Essayez pour trois. Essayez pour deux. Essayez pour tout. Et dès qu'j'ai donné l'feu vert, le rapporteur lui, il fait ça sur sa feuille et à la fin d'l'heure, toc, j'récupère toutes les feuilles des six groupes. C'est bon ? J'vous laisse réfléchir ? Nous on va circuler et on va voir un peu c'que ça donne.

P13 : Faites, faites, faites, cherchez, cherchez.

Donc l'idée c'est : j'donne pas d'indications. Le groupe, en gros, le groupe qu'a trouvé le plus de cas possibles bah déjà heu... c'est le groupe qu'a un p'tit peu gagné, on va dire. Et après on va essayer d'voir si c'est possible.

C'qu'on n'peut pas toucher, écoutez bien chut, c'qu'on n'peut pas toucher c'est la figure initiale. Ça veut dire qu'elle est imposée. C'est pas vous qui faites le carré. C'est... vous avez c'carré là, débrouillez-vous pour m'en faire... me l'décomposer en six p'tits carrés par exemple.

E12 : Entre les carrés on peut effacer c'qu'on a fait avant ?

P14 : Ah bah... c'est-à-dire ?

E13 : Bah, là on a fait ça. On peut l'effacer ?

P15 : Ah bah oui ! Là, maintenant, j'peux effacer ça. J'suis pas obligé de raisonner là-dessus. *Efface les quatre petits carrés du premier pavage dessiné au tableau.* J'peux raisonner sur une nouv... sur la même figure mais avec cinq carrés, six carrés... et cetera.

On va voir celui qui travaille le plus, le groupe qui travaille le plus ! Allez go !

P circule dans les rangs.

P16 : *S'adresse à un groupe en particulier.* Là t'en as combien ? Très bien, sept, ouais sept, sept, ouais c'est bien ! Donc après moi c'que j'veux, faites pour sept, faites pour neuf. Voilà après, posez-vous la question, plus loin, plus loin, toujours plus loin et voir un p'tit peu si on peut... trouver une sorte de... Ouais, de propriété ou de choses équivalentes. Là vous avez déjà... vous êtes déjà forts là hein...

S'adresse au groupe classe. Y'en a déjà qu'ont trouvé le groupe sept, heu qu'ont trouvé le sept, le neuf. Le six c'est bien. Alors après...

E14 : *demande une validation sur un de ses tracés.*

P17 : *A propos de la production d'un élève.* Attention, hé, non non, non non. Regarde le problème : c'est que tu découpes... là tu découpes quoi ? C'que je veux c'est : tu mets tes... tous tes carrés, alors si t'en as onze, tu mets tes onze petits carrés et tu mets tes onze petits carrés et ton voisin, hop, il les ajuste et il obtient bien l'carré final. Là il va y avoir des superpositions. Tes figures ça va pas être des... tes pièces... C'est l'principe du puzzle, on fait un puzzle hein, on fait un puzzle de carrés ! Un puzzle de carrés (*avec l'accent anglais*). Ça pourrait être compliqué mais tu vas y arriver ok ? (*toujours avec l'accent anglais*).

Vous avez la possibilité d'aller à combien : dix, quinze, vingt, trente ? Trente petits carrés c'est peut-être possible ! Faut essayer de trouver une sorte de logique !

E15 : *questionne sur la taille des carreaux*

P18 : On s'en fiche, aucune importance ! Par contre, oui mais par contre heu... là heu... est-ce que t'es sûre qu'c'est un carré ?

S'adresse au groupe classe. Attention hein, hé le principe du carré, on l'a revu hein. Le principe du carré c'est ? *Réponse des élèves.* Quatre côtés égaux hein ! Donc ça veut dire que quand j'impose... Juste un p'tit truc. Ouais, ouais, ouais, ça paraît évident ! Mais, si je fais un p'tit carré qu'est comme ça, regardez-bien hein, que ça soit bien clair pour tout l'monde. *Illustre ses propos sur le carré de départ dessiné au tableau : trace en rouge le premier côté d'un des carrés pavants.* Y'a une contrainte pour le côté supplémentaire, le côté consécutif. Il est forcément d'la même longueur. C'que j'dis est évident. Tout l'monde dit « bah oui c'est évident ». Sauf que, le premier carré il pose jamais problème, c'est l'deuxième ou l'troisième où la contrainte elle va finir par être heu... bah oui mais c'est plus possible. Donc faites attention : on a dit carré, on n'a pas dit rectangle hein.

A propos de la production d'un élève. Alors, neuf, tu viens m'le mettre ? *Pointe le tableau.*

Est-ce qu'il y avait un groupe qui avait trouvé six ? Vous avez trouvé six ? Vous allez m'le faire ? Après nous on va regarder si c'est juste.

A propos de la production d'un élève. Là on est à combien ?

E16 : 16.

P19 : 16 ?

E17 : Et là j'ai 13 et 10.

P20 : Ouais. Attention.

S'adresse au groupe classe. On va essayer de trouver une logique ! Celui qu'est malin... on peut faire des sortes de p'tites familles. Mais j'vous laisse réfléchir.

Allez E, à fond hein !

E18 : Cette figure-là elle marche ?

P21 : Alors, elle marche pour combien ? Alors est-ce que c'est des carrés ?

E19 : Oui.

P22 : Alors, attention attention. Si c'est des carrés, j'ai... là y'en a combien, six ?

E20 : Oui, six.

P23 : Ok, heu... un tiers, un tiers, un tiers, un tiers, ouais c'est bon. Alors après, le problème c'est que, c'est quand même des rectangles là, vrai ou pas ? Ça veut dire que comment j'fais pour être sûr d'avoir un carré ?

E21 : *demande s'il peut noter au tableau le cas $n = 64$.*

P24 : Alors 64 ? Oui oui, 64. Alors 64 tu vas peut-être pas les faire mais j'vais regarder ta figure. 64 ça s'ra pas lisible. Mais là on n'est pas mal. Là on est à neuf et cetera. Alors on va essayer d'être... Dans l'ordre, heu... Est-ce qu'on peut faire

sept par exemple ? Réfléchissez, est-ce que vous pouvez faire sept ? *Continue de poser les questions suivantes en réaction aux réponses du groupe classe.* Est-ce que vous pouvez faire, heu, dix ? Neuf ? Est-ce que vous pouvez faire sept ? Est-ce que vous pouvez faire neuf ? C'est fait ? Est-ce que vous pouvez faire dix ? Déjà ça serait pas mal ceux-là. D'accord, alors quelqu'un a trouvé 64 ? C'est bien ! 64 c'est un peu grand déjà mais c'est bien !

Alors essayez de trouver une logique. En fait, faut être un p'tit peu malin !

Donc déjà essayez d'me faire sept. Le sept il est pas facile à trouver hein !

E22 : Moi j'l'avais trouvé l'sept !

P25 : Bah refais-le moi alors ! Alors après t'es obligé de le faire... alors voilà ! Hé, sept on l'a ! Tu m'fais ça E ? *Observe le dessin de l'élève tracé au tableau.* Là on n'est pas mal ! Ok, bien joué, ah c'est bien joué là !

P26 : Attend attends, on est à combien ? Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept. Et bah tu l'as ! Bravo !

E23 : Bah oui mais c'est déjà marqué.

P27 : C'est pas grave, c'est pas non plus heu... T'inquiète pas.

S'adresse au groupe classe. Heu sept, ceux qu'ont trouvé sept tant mieux ! A partir de sept, vous pouvez créer quelque chose encore ! Réfléchissez bien !

P28 : Alors ?

E1 24 : On peut trouver quarante-neuf à partir de sept, non ?

P29 : Pourquoi quarante-neuf ? Ah parce que sept fois sept quarante-neuf ?

E2 25 : Parce que si dans un carré on arrive à le recasser en sept.

P30 : Heu et bah... Si chaque ca- Aaaaaaaaah, c'est joli ça ! Est-ce que c'est possible ?

E2 26 : Ça marche avec tout normalement.

P31 : Bah oui ça marche avec tout ! Vous commencez à sentir des trucs là, c'est... c'est sûr ! Donc là vous l'mettez, parce que les autres ils vont pas trouver, ça hein.

E2 27 : Oui et avec le six on peut faire trente-six du coup ?

Silence.

P32 : Donc en fait on est capable de faire les .. ? Comment ça s'appelle, les .. ?

E28 : Les carrés parfaits !

P33 : Ah, ah oui c'est vrai, les carrés parfaits !

E29 : J'ai trouvé seize !

P34 : Seize ? Seize. Heu c'qui m'f'rait plaisir c'est le dix !

P35 : *S'adresse à un groupe en particulier et fait l'état des cas déjà trouvés.* Est-ce qu'à partir de dix vous pouvez créer encore autre chose ?

E30 : Nan. Peut-être.

P36 : Réfléchissez bien ! A partir de dix.

S'adresse au groupe classe. En fait l'idée c'est que, vous comprenez bien que dans un carré, y'a pas de fin ! Parce que chaque carré ... ?

E1 31 : Y'a encore des carrés dedans.

P37 : Bah trop fort ! Puisqu'un carré ça peut se redécomposer en carrés puisque vous venez d'le faire !

S'adresse de nouveau au groupe. Donc à partir de là essayez d'me trouver une logique...

E2 32 : On peut faire à l'infini si on a un assez grand carré.

P38 : J'suis d'accord. Ouais, même si... Oui, oui, oui j'suis d'accord !

E2 33 : Bah c'est pas compliqué alors.

P37 : Ah j'ai jamais dit ça !

P38 : Treize ? Très bien, treize. Est-ce que tu l'as fait à partir d'une figure ?

E1 34 : Oui, à partir de dix.

P39 : Voilà ! *S'adresse au groupe classe.* Y'a des élèves qui ont trouvé que c'était... le treize on le trouve à partir d'un certain type de figure. Vous voyez c'que j'veux dire ? Y'a toute une logique là-dedans !

E2 35 : Et si j'fais ça, j'trouve seize.

P40 : J'suis d'accord, et après, et après, et après. Alors essayez d'me trouver un truc général.

E2 36 : C'est infini.

P41 : C'est infini mais les nombres c'est pas au hasard quand même hein.

E2 37 : Bah ça double non ?

P42 : Je sais pas, bah je sais pas trop moi. Je ne maîtrise pas trop ce truc-là mais heu... J'ai pas tout trouvé moi hein.

E3 38 : Ah bon ?

P43 : Ah non hein.

E3 39 : Ah ouais.

P44 : Alors après, à un moment, j'vois bien qu'vous avez compris. Hé tout le monde écoute bien ? Est-ce que vous pouvez trouver plutôt une méthode générale plutôt que... parce qu'à un moment... Regardez le problème de la figure : hyper intéressant ! *Montre au groupe classe le sujet d'un élève.* Ho ho, tout le monde regarde ? Mais ça évidemment, on peut le rediviser, vrai ou pas ? J'peux le rediviser mais au bout d'un moment on va plus rien voir. Donc faut plutôt trouver une sorte de stratégie. On dit « ah oui c'est logique et j'suis capable de trouver une sorte de formule », vous voyez c'que j'veux dire ? Donc c'est-à-dire que certains ont été très bons... bon les gars, vous avez fini là ? *Le groupe classe se déconcentre un peu.* J'vous sens pas mal là, j'vous sens pas mal. Ma question est... *L'élève au tableau demande une validation, que Laurent lui donne en aparté.* Alors est-ce que vous sentez qu'y'a des familles ? Est-ce que vous sentez qu'y'a des familles de carrés qui vont presque ensemble ? Alors j'vous laisse réfléchir. Sans les faire maintenant, est-ce qu'il y'a certains groupes qui peuvent faire sans les faire ? Ça veut dire quoi ? Sans faire le dessin, être capable de voir qu'il suffit de faire quelque chose pour en avoir encore une série... une série de... carrés supplémentaire. Parce qu'au bout d'un moment, on va pas pouvoir tout mettre au tableau hein. Et, la problématique elle est quand même au tableau hein. Est-ce que c'est vrai pour tous les n ? ... Est-ce que c'est vrai pour tous les n ? Ça veut dire que j'vous donne un n au pif, genre dix-sept, est-ce que quelqu'un est capable de m'le faire en dix-sept carrés ? Est-ce que quelqu'un est capable de m'le faire en dix-huit carrés ? J'prends n'importe quoi. Est-ce que quelqu'un est capable de m'le faire en trois-cents-vingt-deux carrés ? Alors évidemment, on peut s'amuser à chercher. L'idée c'est, par rapport à tout c'que vous avez fait, vous avez été bons pour l'instant, est-ce que vous êtes capables de voir qu'y'a une petite logique, une petite problématique et on va s'en sortir ? J'vous laisse réfléchir à ça. Et... d'accord ? Et ma question c'est, est-ce que quelqu'un... on a tout de suite commencé à quatre parce que c'est ce qui paraissait le plus vite, plus rapide.

E1 40 : E tu t'es trompé, pour le dix y'a pas dix carrés.

Marc vérifie le dessin de E au tableau. Il constate que le pavage comporte seulement neuf sous-figures.

E1 41 : En plus c'est même pas un carré.

E se corrige.

E1 42 : Voilà, j' préfère.

P45 : Voilà, on est bien, on est à neuf.

P46 : Donc ça veut dire que pour l'instant, si je récapitule, on a fait quoi ? Si j'énumère tous les nombres qui existent : un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, dix, on est d'accord ? Onze, douze, treize et cetera. *Écrit en même temps au tableau la suite des nombres qu'il énumère.* Lesquels a-t-on fait de manière certaine ? On a réussi...

E43 : Quatre.

P47 : On a réussi le quatre.

E44 : Le un !

P48 : On a réussi le quatre, on a réussi le...

E45 : Six.

P49 : Six.

E46 : Sept.

P50 : Sept.

E47 : Le un on n'a rien besoin de changer.

P51 : Alors le un, le un est évident. La question c'est : tiens tiens, on pourrait plutôt que d' regarder les valeurs très grandes on pourrait aussi regarder les valeurs plus p'tites. Est-ce que vous pouvez m'le faire en deux ? Est-ce que vous pouvez m'le faire en trois ? Attention (avec l'accent anglais).

E48 : Deux non parce que...

P52 : Je sais pas ! Alors, si vous êtes capables de m'dire que c'est deux, c'est pas possible, ou trois c'est pas possible et cetera, faut m'expliquer. C'est pas parce que vous ne trouvez pas, que c'est expliqué. Par contre si vous êtes capables de m'trouver une explication qui dit « c'est pas possible parce que », on n'est plus pareil, vrai ?

E49 : Ça d'vient compliqué.

P53 : Ah bah c'est un p'tit peu plus dur. Donc la problématique elle est où ? Essayez d'm'expliquer, si vous trouvez pas pour deux... J'dis pas qu'c'est pas possible moi hein, je... je conclus pas. Mais c'est peut-être possible quand même hein, heu... essayez d'le faire en deux ! Essayez d'le faire en trois ! Celles-là, c'est des cas qu'ont pas été traités ! D'accord ? Le huit a été traité ou pas ?

Groupe classe 1 : Oui !

P54 : Donc le huit c'est fait. Le neuf ?

Groupe classe 2 : Oui !

P55 : Ok ! Donc y'a quand même une question pour le cinq. Y'a quand même question pour deux, et pour le trois. Dix ç'a été fait, j'l'ai vu. Ok, onze ç'a été fait ?

E50 : Tout en bas.

P56 : Ok, douze ç'a été fait ?

E51 : Non.

P57 : Alors la question c'est, on va pas comme ça s'étaler à l'infini, c'est, est-ce que c'est faisable ? Evidemment là encore c'qui va compter c'est le : pourquoi. C'est très clair ? Alors j'vous laisse vous débrouiller. Essayez pour deux, essayez pour trois.

Après une discussion sur la production d'un groupe de deux élèves ayant trouvé parmi d'autres les cas suivants sept, douze, dix-sept et leur validation par Marc, ils se questionnent sur le cas $n = 18$. Marc s'adresse alors au groupe classe.

P58 : En fait... *Très long silence.* Est-ce que quelqu'un a trouvé autrement... est-ce que quelqu'un a trouvé autrement le neuf ? C'qui y'a au tableau c'est parfait hein. Est-ce que quelqu'un l'a fait autrement ? Je... ça m'intéresserait de... alors c'est

bon hein, donc on sait qu'c'est bon ! Est-ce que quelqu'un l'a fait autrement de manière... voilà, complètement différente ? Oui ?

E1 52 : Est-ce qu'on peut faire des carrés dans des carrés ?

P59 : Bah oui !

E1 53 : Aaaaaaah.

P60 : Le principe de, des poupées russes. Ça vous fait pas penser aux poupées russes ? On en ouvre une y'en a une autre ! Vas-y, tu vas m'faire le neuf ? Est-ce que tu peux m'faire le neuf d'une autre manière ?

L'élève s'approche du tableau.

P61 : Le neuf d'une autre manière.

Pendant que l'élève fait son dessin, Marc se dirige vers un autre groupe. A propos du dessin de l'élève au tableau :

E2 54 : C'est pas possible, ça fait pas des vrais carrés !

E1 55 : Oui mais j'ai pas fait des carrés heu...

E2 56 : Non, non, c'est pas possible.

Le débat attire l'attention de Marc.

P61 : Ah, ah ! Alors...

E2 57 : Ça marche pas.

P62 : Attention ! E...

E1 58 : Nan mais j'ai pas fait des carrés carrés...

P63 : Oui, bah, tss. *Laisse échapper un petit rire.* Le principe c'est d'faire des carrés. Est-ce qu'on est dans l'esprit de c'qu'on attend ?

E2 59 : Non !

E1 60 : Bah en fait pour le deux ça marchait mais pour le neuf...

P64 : Là le problème c'est que c'est pas... les pièces ce sont pas des carrés. Vous êtes d'accord ? Ce sont pas des carrés. Donc on peut faire quelque chose, un puzzle avec ça... mais les pièces ne sont pas des carrés.

L'élève au tableau tente de proposer une autre solution.

P65 : Alors si tu réussis E, si t'y arrives pas, on... a des solutions mais bien joué !

E1 61 : J'peux aller faire le deux ?

P66 : Lequel ?

E1 62 : Le deux.

P67 : Ah oui le deux, ouais, j'adore ! Tu m'fais le deux ?

E2 63 : Mais Monsieur est-ce qu'on peut les superposer ?

P68 : Ah non ! Hé ! Un puzzle ça s'superpose pas hein !

E2 64 : A part si on en fait deux en même temps.

P69 : Ah non hein, on est que sur un puzzle, on est sur heu... Hé vous rentrez chez vous ce soir, vous dites on a fait un puzz-, un carré à mille pièces, de mille pièces, est-ce que c'est possible ?

Groupe classe 3 : Oui.

P70 : Bah va falloir m'expliquer mais c'est possible.

Au sein d'un groupe en particulier.

E1 65 : Est-ce que ça fait neuf ? Regardez : un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf.

P71 : Oui, mais est-ce que t'es sûr que ça c'est des carrés ?

E1 66 : Oui.

P72 : Comment tu sais qu'c'est des carrés ?

E1 67 : Parce qu'ils font la même taille.

E2 68 : Attends.

P73 : Ouais mais attends-ttends-ttends, j'voudrais être sûr que ce côté-là est égal à ce côté-là, est-ce que c'est vrai ? J'ai pas dit qu'c'était faux, j'ai dit : est-ce que c'est vrai ? Ça tu l'as divisé en combien ? Réfléchis bien. Ça paraît simple comme ça... tu vois ?

E2 69 : C'est pas possible parce que regarde, ça c'est divisé par deux, au total la longueur, là ici c'est divisé par trois du coup.

P74 : Tu vois ? *S'adresse au groupe classe.* Attention ! J'vous ai dit des carrés pas des rectangles ! Et j'vous ai dit les contraintes sur les rect-, sur les carrés, c'est des vraies contraintes hein ! C'est-à-dire que quand vous avez une longueur, vous avez quatre fois la même longueur, vous l'savez tous ! *Se dirige vers le tableau.* Mais, alors pour $n = 3$... alors pour $n = 2$, donc là on a une solution et j'adore. *Observe le tableau.* Ah, très bien, très bien, on va voir si c'est bon. On va voir si c'est bon. D'accord, on va voir si c'est bon. Alors, on regarde tous ensemble ?

E3 70 : Là ça se superpose !

Elève au tableau 71 : C'est bon ?

P75 : Je sais pas. Ah bah je sais pas, moi j'ai pas les solutions hein ! Alors, on r'garde deux trois trucs ? Tout le monde lève la tête là ? Et, on donne notre feu vert ou pas ! Donc, on est d'accord, expliquez pour moi, est-ce que vous pouvez m'expliquer, tout l'monde regarde ? Est-ce que vous pouvez m'expliquer pourquoi le six là c'est jouable ? *En pointant le cas $n = 6$ dessiné au tableau.* Pourquoi là c'est bon ? J'ai bien, si j'découpe, j'découpe avec ma paire d'ciseaux, j'ai combien ? Un, deux, trois, quatre, cinq, six. Six morceaux, vrai ? Qui vont pas se chevaucher ? Vrai. Et est-ce que la dernière contrainte est respectée, c'est-à-dire est-ce que ce sont des... ?

E72 : Carrés.

P76 : Carrés ? La réponse elle est ?

E73 : Oui.

P77 : Oui, donc là, j'adhère. Excellent. *Passe au cas $n = 9$ dessiné au tableau.* Là je découpe. Alors j'en découpe un paquet là hein. D'accord ? J'vais devoir en découper neuf, visiblement, ça doit être ça hein. Est-ce que quand j'les découpe c'est des carrés ?

Elève au tableau 67 : Bah oui !

E2 74 : Non.

P78 : Ah bah non mais l'problème c'est qu'ils s'chevauchent là. Parce que dans ton, dans ton gros carré, enfin ton deuxième carré là, t'as l'ptit carré ?

E1 75 : Bah y'a d'autres carrés encore.

P79 : Bah oui mais ça remplit pas les consignes qu'étaient données. Est-ce que t'en es consciente ?

E1 76 : Ah ouiiiiii ok.

P80 : Bah oui ! Je n'dois voir que des carrés ! Donc là c'est un bon truc ça, c'est vrai, mais ça ne répond pas à la problématique qu'on veut donc on ne peut pas considérer que ça c'est jouable. Ok, le suivant le sept là, est-ce qu'il est bon ? On regarde, la contrainte est respectée, parfait ! Si on regarde maintenant celui-là. *Montre le cas $n = 2$ dessiné au tableau.* On regarde ? Est-ce que j'me retrouve avec deux carrés ?

E77 : Bah non.

P81 : Bah non.

E78 : Déjà y'en a trois.

P82 : Alors déjà, on est d'accord...

E3 79 (élève qui a dessiné ce cas au tableau) : Bah non y'en a deux.

P83 : Y'en a deux ? Alors tu les voyais comment ?

E3 80 : Bah le petit qu'est plus foncé et le deuxième. Mais en fait c'est parce que y'a l'bord...

P84 : Bah oui, mais le bord c'est pas ... ?

E81 : Une pièce.

P85 : Alors est-ce que quelqu'un a pu m'le faire en deux ou en trois ? E, t'as trouvé ?

E1 82 : Justement en fait j'pense que c'est impossible en deux ou en trois.

P86 : Oui, j'suis d'accord. Alors maintenant j'peux vous aider, c'est impossible, bravo ! Par contre, il est où le why ? Il est où le why ? C'est pourquoi c'est pas possible ? Oui ?

E1 83 : Heu moi j'ai trouvé qu'si par exemple on avait un carré de quatre, pour le transformer en seize, on avait juste divisé les quatre grands carrés par quatre petits carrés.

P87 : Ça c'est facile. C'est... Certains ont dit ça, ils ont dit seize, ils ont dit heu... exactement ça, oui !

E1 84 : Pour faire le deux, ça serait la même logique sauf qu'en fait on peut retirer aucun des traits du... du quatre, pour obtenir le deux.

P88 : Oui. Et puis... et puis si on analyse ? Je reprends quatre, vous êtes tous d'accord avec moi ? Regardez bien hein. Les quatre. Forcément, qu'est-ce que je remarque ? Le numéro un, le numéro deux, le numéro trois, le numéro quatre. *En pointant au tableau les quatre carrés pavants*. Vous avez combien de sommets sur votre carré de départ ?

E85 : Quatre.

P89 : Quatre. Est-ce que vous êtes d'accord que si vous faites quatre carrés à l'intérieur, forcément y'aura quoi ?

E86 : 16 sommets.

P90 : Nan nan, réfléchissez bien. Vous comprenez c'que j'veux dire ? Là en fait, quand j'fais mon dessin, quand j'fais mon dessin, si on est tous d'accord, vous avez votre figure d'origine, d'accord ? L'idée c'est essayer d'comprendre pourquoi avec trois ça va être chaud, avec quatre on est bien. Vous avez votre... votre carré de départ. A l'intérieur j'veux faire des p'tits carrés, d'accord ? J'voudrais en faire combien ? Trois. Quand j'en fais quatre, qu'est-ce que je remarque ? Que chaque carré va passer par un sommet. Est-ce que ça c'est obligatoire ? Est-ce que ça vous l'sentez ? Ça c'est fin ça. Est-ce que y'a un autre moyen ? On est obligé, forcément, d'avoir un carré, chacun des carrés doit correspondre à un sommet. Obligé, vous êtes d'accord là-dessus ? Si j'applique cette technique là pour trois. Donc je fais mon carré. Voilà. Je fais mon carré. Déjà j'vais faire un carré, mon carré d'base. J'en fais un. Alors j'le fais au pif au départ. Ok, vous êtes d'accord ? Après qu'est-ce qui va se passer ? Faut qu'j'fasse un deuxième et un troisième, et ça doit être fini. Mais forcément le deuxième va prendre qui ? J'vais être obligé d'le prendre avec... y'en a un qui va forcément utiliser ce sommet là, vrai ou pas ? Vrai ou pas ? D'accord. Donc ici pareil. Donc forcément, chaque sommet du grand carré va forcément être utilisé par qui ?

E87 : Un carré.

P91 : Un carré. Différent ou le même ?

E88 : Différent.

P92 : Ah ! Pourquoi pas le même ?

E89 : Bah parce que sinon ça fait le grand carré.

P93 : Trop fort, ça fait le carré de départ. Vrai ou vrai ? Regardez bien, si j'veux, si j'veux prendre ce sommet là avec ce car-, ce p'tit carré là, ça c'est clair, ok ? Si j'me dis « bon, j'vais faire un deuxième carré qui va prendre forcément au moins un des trois sommets », ok donc si j'fais ça, forcément, il faut qu'cette distance-là

corresponde à cette distance-là. Donc forcément vous aurez un truc comme ça. Là on va avoir du mal à faire des carrés. Donc forcément, les sommets vont forcément utiliser... les quatre sommets vont forcément être utilisés par chacun des carrés intérieurs. Ok ? Et si je prends un même carré pour deux sommets, ça veut dire que l'côté fait ça ! Et comme ç'a été dit, bah forcément ça va utiliser tout l'carré de départ. Donc c'est pas possible de l'faire en trois carrés. Super dur ! C'est pas possible en trois, est-ce que c'est possible en deux ?

E90 : Non plus.

P94 : Bah non plus, non plus ! Pourquoi ?

E91 : Parce que c'est impossible...

P95 : Parce que si j'en fais un, ça veut dire que le reste sera un carré, vrai ou vrai ? J'en fais un au pif, aidez-moi ! Hop, hop, c'est un carré. Donc forcément ça et ça c'est un carré. Donc forcément c'qui restera, et on voit bien, ça s'ra jamais... ?

E92 : Un carré.

P96 : Un carré ! Puisqu'il reste plus qu'ça. Donc j'suis obligé... Ça marchera pas ! Donc pour deux j'peux pas l'faire. Maintenant on sait pourquoi j'peux pas l'faire. C'est clair ? J'peux pas l'faire pour deux, j'peux pas l'faire pour trois. Donc j'peux, hop, exclure ces deux cas-là, c'est très clair ? Le job c'est pour cinq. J'vous laisse réfléchir. J'vous ai aidé un p'tit peu, j'dis plus rien ! Est-ce que c'est faisable pour cinq ? Peut-être que oui, hein ! Peut-être que non, j'en sais rien. Essayez d'réfléchir par rapport à c'qu'on a dit. Et je répète : ne pas trouver, ça veut pas dire qu'y'en a pas. Parce que peut-être que parmi vous y'en a qu'ont pas trouvé dix-sept, et dix-sept c'est possible. Alors, là ça vaut l'coup d'chercher pour cinq hein.

E93 : J'pense que j'ai trouvé.

P s'adresse à un groupe d'élèves.

P97 : Ça va ? Est-ce que vous avez réussi pour cinq ?

Pas de réponse.

Est-ce que vous avez réussi par exemple pour dix ? Vous avez réussi à trouver pour dix ou pas ? Ouais pour dix c'est fait. Est-ce que à partir du dix vous avez pu trouver autre chose ?

E94 : Bah le onze et le treize.

P98 : Ouais, à partir de dix ?

E95 : Ah non.

P99 : Ah pas à partir de... A partir de dix vous êtes capables de... Tu peux m'refaire le... E, tu peux m'refaire le dix là ?

E96 : Il est au tableau.

P100 : Oui, oui mais le refaire. Et on va regarder par rapport à ce dix c'qu'on peut créer derrière. D'accord E ?

P101 : T'as trouvé pour cinq ?

E97 : Baaaaaaaah on a trouvé...

P102 : Bah c'est bien ! Et bah j'adore ! Donc on a dit que pour deux, donc ça évidemment ça c'était pas possible. Mais fallait s'en rendre compte, hein ! Donc pour cinq on a une solution. On a un groupe de ténors ! Les costauds sont d'retour ! A vous !

L'élève vient au tableau en se frappant le torse avec fierté.

Ouais, enfin après, faut l'prouver, faut l'prouver !

E98 : Ok ok ok ok.

P103 : Ouais ouais.

P continue avec le groupe précédent.

P104 : Voilà, là à partir de là... Là on est à combien ?

E99 : Dix.

P105 : D'accord, à partir des six on peut tracer quoi ? Très facilement ? On peut rediviser... Voilà ! Là on en a créé combien ? Quand j'ai fait ça ?

E1 100 : Quatorze.

E2 101 : Dix, onze, douze, treize, ...

P106 : Voilà, faut pas qu'on s' fasse avoir. Dix, en fait, vous en enlevez un. Mais celui-là, grâce à lui... Vous l'enlevez, vous pouvez pas l'recompter, mais vous l'divisez par... quatre, donc ça veut dire, vous en enlevez un, vous étiez à combien... on était à dix. On en a enlevé un, ça faisait plus qu'neuf. Mais on en a rajouté... quatre nouveaux. C'est très clair ou pas ? Est-ce qu'à partir de celui-là, E, tu peux encore m'en faire un autre ? En fait, en fait on peut s'amuser à faire... décomposer. Voilà, limite, limite tu peux l'rediviser là !

P s'adresse au groupe classe.

P107 : Alors... Aaaaaaaaah, on l'a en cinq ! J'suis rassuré, j'suis rassuré ! Heuuuu, on regarde ensemble quand même. Parce que là je crois que j'vais peut-être mettre 20. Euh vous avez vu qu'le conseil est passé donc j'vais peut-être mettre 20. Pour le prochain...

E102 : Quoi ?!

P108 : Mais on va quand même vérifier ensemble, d'accord ? Faut pas s'emballer. Faut pas s'emballer ! D'accord, donc, on regarde ensemble, chut ! Est-ce que quelqu'un n'est pas d'accord avec le fait que ça soit des carrés ?

E103 : Euh c'est faux, les trois p'tits c'est des rectangles.

P109 : Pourquoi ?

E104 : Parce qu'ils occupent la même hauteur que... les autres carrés.

E2 105 : Mais ça c'est un dessin !

P110 : Bah non c'est bon ! (*en employant un ton pour faire réagir la classe*) Alors attends, attends, on va l'faire précisément... *Prend la craie pour refaire le dessin de l'élève avec des codages.* J'pense que c'est bon ! A moins que E... E il est lucide, hein, sur les carrés c'est un costaud, hein. Donc on y va. La première idée c'est : il divise en trois, c'est ça hein ? Regardez comment j'fais si j'applique c'que dit E et par rapport à c'qui a été fait. Donc je divise en trois. Heu, question : qui m'appelle comment on divise par trois quand on n'a pas de règle graduée ? Est-ce que vous vous souvenez comment on peut diviser par trois un segment sans règle graduée ? Oui ?

E106 : Avec le compas ?

P111 : Ouais, comment ?

E107 : Bah on prendre euh... bah une mesure, ah non en fait ça marche pas.

P112 : On a déjà... on en a parlé d'ça. Est-ce que vous vous en souvenez.. ? Bon c'est pas l'but d'aujourd'hui... Vous vous en souvenez ou pas ?

On entend des « oui » et « non » disparates de la part de l'ensemble des élèves.

Si on s'fait un p'tit Thalès, c'est faisable ?

E108 : Wouaaaaaaaah.

P113 : Bon, c'est pas très grave. Alors on imagine qu'on l'a divisé en trois. Donc on imagine qu'il faisait six centimètres, donc on a fait... jusque-là, pas d'problème. Jusque-là, ça va, vrai ? J'applique c'qui a été fait ici. Donc E tu m'as dit : hop hop, vrai ou pas ?

E109 : C'est vrai.

P114 : Ça c'est un carré, c'est terminé pour lui, on est content. Là, forcément, y'a pas de doute non plus, ça sera un carré, vrai ou pas ?

E110 : Oui.

P115 : Là, c'est un carré, donc là on peut rien reprocher. Donc là c'est qui reste... Là, on est à un tiers, un tiers de la grande longueur, vrai ou vrai ? E, j't'écoute : là on est à ?

E111 : Deux tiers.

P116 : Vrai ou pas ? Donc si j'suis à deux tiers, ça veut dire que mon prochain carré... et bah il est là ! Vrai ou vrai ? Alors moi j'suis complètement perdu avec les carrés... J'suis forcément à deux tiers ici, et deux tiers ici. Vrai ou vrai ? Toujours ok E ? E2, t'es toujours d'accord ? *En imitant l'élève* : « Ouaaaaais, alors j'ai fait un truc à l'arrache et tout ça. » Et là, c'est quoi ça ? Un, deux, trois, quatre, bravo, cinq, oui mais ! C'est pas un carré ! Il m reste un tiers ici, deux tiers ici. Bien joué E ! Bah tu l'as là ! Donc ça montre bien qu'il n'est pas possible en cinq ! Vrai ou vrai ! Enfin c'est pas possible... en tout cas la proposition qu'est au tableau n'est pas juste ! C'est... vous avez tous compris ou pas ?

E112 : Ouais.

P117 : En fait, j'vous ai dit hein, un carré c'est... c'est compliqué un carré hein ! Un carré c'est c'qu'il y a d plus régulier. Mais plus c'est régulier, plus ça impose de contraintes ! Vous êtes tous d'accord ? Deux tiers, deux tiers... et bah j'en n'ai pas assez là hein ! Alors faites le moi en cinq. Mais c'est pas grave, c'est pas perdu, vas-y !

P118 : Heuuuu, ma question est, chut, oh oh, ma question est : c'est pas possible en cinq. Est-ce que quelqu'un peut m'expliquer pourquoi c'est pas possible en cinq ? J'ai fait déjà une première... une esquisse d'explication.

E113 : Parce que... déjà, pour commencer, faut faire par quatre. Et sauf que pour avoir cinq, faut diviser un carré par deux et ça on a vu c'est pas possible.

P119 : Heuuuuuuuuuuuu... Oui, c'est-à-dire que... l'idée c'est de partir de quatre pour passer à cinq, c'est ça ?

E114 : Oui.

P120 : Et donc forcément de casser celui-là en deux. C'est une possibilité. Alors, ça veut dire que... C'est pas tout à fait vrai c'que tu dis. C'est qui est vrai... Mais c'est qui est vrai, c'est que j'peux pas passer de quatre à cinq, avec cette figure-là ! D'accord ? Et regardez bien là, regardez bien : on a presque fini quelque chose de bien hein, franchement. Là, regardez bien. Est-ce qu'on peut passer de six... Donc ça c'est pas bon hein ! Est-ce qu'on peut passer de six à neuf ?

E115 : Oui.

P121 : Qu'est-ce qu'il suffit de faire ? Tout le monde est avec moi ? E ?

E116 : Heu diviser, bah là sur la figure, le carré qu'est en haut à gauche par quatre.

P122 : Voilà. Regardez c'qu'il s'passe. J'fais la figure de départ, vrai ? J'fais la figure de six. Ecoutez, c'est très important. Vous regardez ? Six... En fait l'idée, qui s'cache derrière, vous m'écoutez ? Oh oh. J'vais réexpliquer pourquoi pour cinq c'est pas possible et j'vais surtout expliquer, si j'vous donne par exemple, si j'vous donne trente-neuf. Qui est capable dans la classe de m'trouver très très vite le trente-neuf ? Alors, on va essayer de trouver une logique... Trente-neuf c'est pas évident hein, trente-neuf... et puis si vous êtes si fort j'vous dit deux-cents-cinquante-deux. Donc en fait, comment j'vais pouvoir tracer deux-cents-cinquante-deux carrés ? Regardez comment on peut faire. On analyse. On regarde le six ? Vous êtes tous d'accord ? De six, j'suis passé à neuf. Regardez bien hein... Qu'est-ce qu'il s'est passé ? Bah là j'suis toujours à six, et j'ai enlevé de ce six, j'ai décomposé un p'tit carré, comme on a fait tout à l'heure. Par exemple c'est la proposition que certains on fait... hop hop, vrai ou pas ? *Sépare un petit carré en quatre*. Ça veut dire que j'en ai... j'en avais six. J'en ai enlevé un, le p'tit blanc qu'était là, et j'en ai créé, grâce à ce blanc...

E117 : Quatre.

P123 : Quatre. Donc j'suis passé de six à ..? Aidez-moi ! J'suis passé de six à cinq, auxquels j'ai rajouté quatre. Donc j'suis passé de six à neuf, est-ce que vous êtes ok ? Donc si vous comprenez bien, j'peux passer d'six à neuf, vrai ? Mais j'peux passer d'six à neuf... après ça serait quoi ? J'pourrais passer de neuf à combien ?

E118 : Bah douze.

P124 : Qu'est-ce qui suffit qu'je fasse pour passer à douze ? Qu'est-ce qui suffit de faire ? Oui, E ?

E119 : Bah on enlève un carré et on en met quatre.

P125 : Bah exactement. J'enlève un carré. Alors, j'enlève un carré, lequel ? Soit un p'tit bleu, que j'enlève et que je redécoupe, ou alors un autre blanc. Et regardez bien... Donc j'suis passé de six à neuf, et je peux passer comme ça, de là à là, là regardez bien, j'en ai bien douze. On compte ensemble ? Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, dix, onze, douze. Ça marche ? Donc j'en ai douze. C'est très clair ? Donc si j'comprends tout, j'suis passé de six à ... Aidez-moi !

E120 : Douze.

P126 : Nan nan.

E121 : A neuf, à neuf !

P127 : J'suis passé de six à neuf. De ?

E122 : Neuf à douze.

P127 : On passerait facilement de ?

E123 : Trop fort ! De douze à quinze ?

P128 : Ok, réfléchissez si on peut pas avoir des familles comme ça !

E124 : Mais si ! A chaque fois on fait plus quatre, plus quatre, plus quatre.

P129 : Nan ! Plus quatre, plus quatre, plus quatre ?

E125 : Nan, plus trois, plus trois, plus trois !

P130 : Plus trois, plus trois, plus trois plutôt. Alors j'ai la famille de six ! Alors, eh, c'est hyper intéressant parce que si j'ai la famille de cinq, j'vais pouvoir faire cinq, après j'vais pouvoir faire huit, et cetera. Mais, si vous regardez bien, par rapport à la sept, si j'commence par sept, j'peux créer quoi avec sept ? Regardez le sept, il est là le sept ! Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept. Est-ce que ce sept... j'peux l'changer en quoi ?

E126 : En dix.

P131 : En dix ! Ça veut dire qu'en fait, si vous suivez bien encore, j'peux passer de sept à dix. Et même de dix à ?

E127 : Treize.

P132 : Treize. Bah c'est intéressant ça ! Le huit, est-ce qu'on l'a trouvé le huit ? ... Le huit on l'a trouvé ! Est-ce que j'peux faire quelque chose avec ce huit ? J'peux créer quoi ?

E128 : Onze !

P133 : Onze ! Donc en fait, quand on regarde ça, regardez bien ! Le huit, le onze ! Donc on sent bien, que par exemple, j'vais l'faire en pointillés, quand j'vous dis j'vous donne trente-trois, trente-trois ça serait dans quelle famille ? Famille pointillés blanc ? Famille bleue ? Famille blanc ?

E129 : Pointillés blanc.

P134 : J'sais pas, j'en sais rien ! Vous comprenez ? J'pars de six, j'vais de trois en trois. J'pars de sept, j'vais de trois en trois. J'pars de huit, j'vais de trois en trois. J'vais arriver à combien ? J'vais arriver à ? Trente-trois. Comment j'obtiens trente-trois ?

E130 : En faisant... onze fois trois.

P135 : Onze fois trois ? Donc ça veut dire que j'suis parti duquel ?

E131 : Bah des pointillés.

P136 : Eh ouuuuui, il est où l'pointillé c'est lequel : c'est le huit. Ça veut dire que c'est énorme, si vous saisissez c'que j'raconte ! Je pars du huit. Le huit vous l'avez ou pas ? Le huit il est là. *Toc toc toc sur le tableau*. Si j'me débrouille, expliquez-moi comment j'fais trente-trois, à partir du huit là ? *Silence*. Oh oh, à partir du huit... on lâche pas ! Est-ce que quelqu'un... mettez-le sur votre feuille, est-ce que quelqu'un est capable de m'expliquer comment à partir du huit j'peux créer l'trente-trois ?

E132 : Euh...

P137 : Ah nan nan, faut réfléchir ! Huit ? C'est c'que vous m'avez dit hein, c'est possible ou pas ?

E133 : On divise par quatre chaque carré.

P138 : Ouais mais combien d'fois ? En fait, vous comprenez ? Je sais qu'on va y arriver, parce que ça va faire huit, après l'coup d'après ça va faire ? Aidez-moi.

E134 : Onze.

P139 : Onze, après ?

E135 : Quatorze.

P140 : Quatorze. Après ?

E136 : Ah non c'est douze j'crois.

P141 : Je sais pas ! Donc en fait ça veut dire qu'il faut en faire quoi ? Il faut casser ? Faut faire ? J'vous laisse réfléchir à ça. Est-ce qu'il y a un groupe qui peut m'faire trente-trois. Trente-trois sans faire trente-trois. C'est trop long !

E137 : Trente-trois sans faire trente-trois ?

P142 : T'as trouvé ? E est chaud, hein, il est chaud. Vas-y. Un, deux, trois, quatre cinq, six, sept.

E138 : Huit ici et heu... ici dix-huit.

P143 : Très bien, donc le trente-trois il est faisable. Le trente-trois est faisable ! Et la façon dont j'vous l'ai donné, c'est largement faisable avec les pointillés là. Est-ce qu'on est d'accord ? *S'arrête quelques instants et regarde le tableau*. Trente-trois en partant de huit... En partant de huit ? Non, pas en partant de huit ! C'est en partant de combien ?

E139 : Onze ?

P144 : Ah bah... c'est pareil ! Trente-trois si on revient en arrière, aidez-moi, trente ? Après ? Aidez-moi, aidez-moi !

E140 : Faudrait partir de neuf, donc de six.

P145 : Donc de six ! Ça veut dire qu'il faut partir de six là. Pour avoir le trente-trois vous êtes sûrs que six, après, neuf, après ? Douze, quinze, dix-huit, aidez-moi. *Compte de trois en trois jusqu'à trente-trois avec les élèves*. Donc ? Donc ?

E141 : C'est possible.

P146 : C'est possible mais en partant de qui ?

E142 : De six.

P147 : De six. Je reviens sur le cinq. Avant qu'ça s'arrête là. Est-ce que vous pouvez me confirmer qu'avec cinq c'est pas possible ? C'est un p'tit peu la même idée que ça. Est-ce que vous pouvez me montrer des figures ? Avec cinq ? Regardez bien. Faites-moi un truc sympa. Chacun l'fait, chaque groupe peut le faire. Montrez-moi qu'avec cinq ça passe pas. J'en fais un, qu'est-ce qui m'reste. J'en fais deux... Pour en faire cinq, faut déjà en faire ?

E143 : Six.

E2 144 : Quatre.

P148 : Faut déjà en faire quatre. Et après, regardez c'qu'il reste, comme place. Allez-y, essayez d'me montrer qu'avec cinq c'est pas possible. Allez, on lâche pas.

E145 : On en a déjà quatre.

P149 : Quatre. Mais là le problème, c'est que quand vous faites quatre comme ça... bonne remarque ! Y'en a qui m'disent, on a déjà quatre. *Dessine au tableau une production d'élève.* Bah oui mais j'veux en faire cinq. Alors quand j'en ai quatre j'ai plus d'place pour le cinquième.

E146 : Bah oui c'est pas logique.

P150 : Donc ça veut dire que faut pas qu'j'aille si loin qu'ça.

E147 : D'accord.

P151 : D'accord ? Donc faut faire quatre pe..., quatre carrés, mais pas aussi gros. Et regardez c'qu'il reste. *Se penche au-dessus d'un élève.* Aaaaaaaaah on l'a. On l'a ou on l'a pas ? On l'a ou on l'a pas ?

E148 : Il est chaud.

P152 : Il est chaud, il est chaud, il est chaud ! *Mesure sur la feuille de l'élève avec ses doigts.* Un tiers, la moitié : perdu !

E149 : Ouch.

P153 : *Avec une voix « robotisée »* : Je veux des carrés, je ne veux pas des rectangles. T'es d'accord ? *Réexplique à l'élève à voix basse.* J'trouve ça super dur comme exercice. Mais c'est intéressant ! *Silence. Retourne au tableau. La classe commence à se dissiper.* Alors, c'est juste pour vous montrer, regardez bien. Pour cinq, vous regardez bien ? Hop, hop, j'fais un carré, d'accord ? Mon premier. Dans ma figure, si j'ai cinq carrés, forcément il faut que les quatre sommets soient utilisés, vrai ? Utilisés par un carré. Donc là j'peux faire un carré. Vous m'suivez là ? Oh oh, chhhhhhhhhut. Regardez bien. Premier carré, deuxième carré. J'fais un troisième carré. J'fais un quatrième carré. Que se passe-t-il ?

E150 : Ça bloque !

P154 : Ça bloque, pourquoi ?

E151 : Bah parce que y'a pas la place d'en mettre un autre.

P155 : D'accord, alors est-ce que j'peux augmenter... y'a un p'tit peu d'jour là. D'accord, ce jour va m'empêcher d'avoir un carré, vrai ou pas ? Est-ce qu'il y'a moyen de ne plus avoir ce jour à c'niveau là, au niveau d'la bande là ?

E152 : Oui !

E2 153 : Non !

P156 : J'sais pas, essayez d'faire ! Si j'arrive à avoir cette contrainte là j'vais peut-être réussir à avoir mes cinq carrés ! Essayez d'me faire cinq carrés, c'est important !

E154 : Mais cinq carrés j'sais pas mais... pour plus qu'y'ait le p'tit jour là...

P157 : Bah oui oui, mais ça veut dire que moi c'que j'voudrais c'est cinq carrés dans un grand carré.

La sonnerie retentit.

Un élève expose à Marc sa production sur les cinq carrés et désigne l'espace qui reste par « le p'tit qu'est là qui traîne ».

P158 : Bah oui mais là c'est plus un carré là, c'est très dur, vous voyez ?

E155 : Mais au moins ici y'a plus d'jour !

P159 : Oui, mais la contrainte c'est qu'il y ait plus d'jour puisqu'on veut un puzzle complet sinon il manque une pièce, *inspire bruyamment*, et y'a pas de SAV hein ! Une fois qu'c'est vendu c'est vendu hein, donc il est vendu complet l'puzzle ! Donc y'a pas d'trou. Mais si y'a pas de trou ça veut dire qu'il faut s'assurer qu'c'est possible. Et en fait, c'est pas possible.

P demande aux élèves de faire un compte-rendu de ce qu'ils ont retenu pour la fin de semaine.

P160 : Pourquoi pour deux c'est pas possible ? Pourquoi pour trois c'est pas possible ? Pourquoi pour cinq c'est pas possible ? Et pourquoi pour tous les autres... Finalement, pour tous les autres ça marche ! De proche en proche, ok ?

P161 : C'est bon, c'est bien E ! T'as été bon là sur l'coup c'est pas possible. Mais tu vois, faut qu'tu sois capable de l'expliquer. Nan ?

E156 : Ouais ouais.

P162 : Mais tu vois t'as dit : « Ahhh c'est pas possible parce que ». Mais là est-ce que mon dessin est plus clair ? Clairement c'est pas jouable d'avoir l'carré. C'est quand tu l'as expliqué, j'pense qu'ils l'ont pas pas intégré c'que tu faisais. Tu comprends ?

Annexe 2 : Retranscription de la séance de Clémentine

Description :

Clémentine va passer dans les groupes pour les guider et/ou répondre à leurs questions. Dans la retranscription nous allons distinguer les groupes ainsi :

→ **Début groupe 1** par exemple

On désignera par C Clémentine et par E1, E2, E3 les différents élèves au sein du groupe.

C1 : « Bonjour à tous, alors aujourd'hui je vais toujours avoir mon portable avec moi parce que j'ai besoin de m'enregistrer donc vous étonnez pas, il sera dans ma poche, hop, comme ça. Euh ... vous je vais vous demander d'allumer votre dictaphone [blabla sur comment allumer le dictaphone]

31'

C2 : « et je vais vous distribuer un énoncé, on va le lire ensemble.

Tiens pose ton sac par terre

[blabla pour aider les élèves à allumer + distribution des énoncés]

Enlève ton manteau

1'16

C3 : « Ok, donc vous pouvez, euh tous vos dictaphones sont allumés ? ... C'est bon ? Vous pouvez appuyer sur REC, c'est le petit bouton rouge et là ça va commencer à enregistrer [blabla sur les dictaphones encore]

1'37

C4 : « Alors, quelqu'un me lit le problème ? ... M, pose le dictaphone. T'as appuyé sur REC ? »

E : ...

C5 : « Tiens lis moi le problème M, l'énoncé »

E 1 : « Problème : On se donne un carré de taille quelconque. Pour quelles valeurs de n peut-on paver ce carré en n carrés ? »

C6 : « Alors, qu'est-ce que vous devez faire ? ... Oui A ? »

E 2 : « Savoir pour combien de n carrés on peut le diviser »

C7 : « on peut diviser quoi ? »

E3 : « Le carré »

C8 : « Le carré. Est-ce que tout le monde a compris l'enjeu du problème ? ... M non ? ... Alors est-ce que quelqu'un peut reformuler ça ? ... Y a des mots qui vous posent problème ? ... Ouai P ? »

E4 : « le verbe paver »

C9 : « paver. Paver c'est partager , ok ? Donc on peut reformuler le problème : pour quelles valeurs de n peut-on partager ce carré en n carrés ? Ok ? Donc je vous laisse pour l'instant travailler se...vous avez trois minutes où vous travaillez tout seul et après vous échangez au sein de votre groupe. C'est parti !... Euh toutes les feuilles blanches que vous avez, vous devrez me les rendre, c'est pour voir vos traces de recherche, d'accord ? Et à la fin vous devrez me faire un compte rendu donc ce que je vous propose c'est de faire des recherches et à la fin vous écrirez euh « on a fait telle ou telle démarche » et comme ça, hummm, vous pourrez faire référence, ben, « on a fait telle chose, regardez page 1 », comme ça vous n'avez pas à refaire tous vos tracés, ok ? C'est parti ! »

3'17

C10 : « Donc pour l'instant vous travaillez seul »
 3'28 → **Passage que avec le groupe 4**
 E1 5: « Madame ... »
 C11 : « Ouai ? »
 E1 6: « Quand vous dites euh « on donne la taille n au carré », c'est quoi qu'est taille n ? Genre c'est le côté ? C'est l'aire ? C'est ... »
 C12 : « Alors, relis la question. ... Juste relis-là »
 ...
 C13 : « nan mais tout fort pour qu'on en discute »
 E1 7: « Ah ! On se donne un carré de taille quelconque [finit la question] »
 C14 : « Ok donc c'est lequel, montre moi ? » [l'élève désigne un carré dessiné sur l'énoncé]
 « Voilà, par exemple celui-ci. Et ensuite ? »
 E1 8: « Pour quelles valeurs de n peut-on paver ce carré en n carrés ? »
 C15 : « Qu'est-ce qu'on cherche alors ? »
 E1 9: « à le diviser ? »
 C16 : « Ouai »
 E2 10: « le nombre de carré qu'on peut faire »
 [en même temps]
 E1 11: « bah on fait euh ... taille quelconque diviser par taille quelconque »
 C17 : « M elle propose .. donc tu dis le nombre de carrés qu'on peut faire, c'est ça ? »
 E2 12: « oui »
 C18 : « Donc le nombre de carrés qu'on peut mettre Du coup ... Donc là on veut paver, paver vous vous rappelez on a dit que c'était quoi comme synonyme ? »
 E2 13: « Partager »
 C19 : « partager, c'est-à-dire qu'on a un carré ici .. et on veut le partager en un certains nombres de carrés. Et nous on demande toutes les valeurs de n pour lesquelles c'est possible »
 E1 14: « hum »
 C20 : « toutes les valeurs.. »
 E1 15: « ça peut être long ! »
 C21: « ouai ça peut être long ... »
 E1 16: « toutes les valeurs ça peut aller jusqu'à.. »
 C22 : « mais vous pouvez tester pour l'instant ... » [en même temps que E1]
 E1 17: « jusqu'à loin... »
 C23 : « Pour quelles valeurs on pourrait partager ce carré ? »
 E1 18: « 2 »
 C24 : « bah essaye ! Montre-moi »
 E1 19: « on le divise en 2 »
 inaudible
 C25 : « montre moi. Fais des tests. Vous avez des carreaux »
Fin groupe 4
 5'06
 C26 à tout le monde : « donc là vous pouvez commencer à échanger dans votre groupe »

Groupe 5
 C27 : « t'as pas compris A ? »
 E1 20: « non »
 C28 : « Alors, qu'est-ce qui te pose problème ? »

E1 21: « j'sais pas, j'comprends pas, faut faire quoi ? ... Genre faut trouver combien de carrés je peux faire dans un carré ? »

C29 : « Alors, on veut.. donc là, on a un carré qui est de taille quelconque, on s'en fiche, et on demande toutes les valeurs possibles de n »

E1 22: « hum »

C30 : « pour paver, paver on a dit que c'était quoi comme ... »

E1 23: « diviser »

C :

E1 24: « partager »

C31 : « partager, oui. Ça veut dire qu'on veut partager ce carré en un certain nombre de carré et on demande ... tout ... quand on partage, quels sont les partages possibles, ça veut dire combien de carrés on aura à l'intérieur de notre partage. »

E1 25: « et euh y a pas qu'une seule réponse, si ? »

C32 : « non, fin y a pleins de valeurs de n, il y en a plein »

E1 26: « donc là ça peut être 4 comme 8 »

C33 : « ouai mais alors montre moi comment tu partages ce carré en 4, montre moi comment tu partages ce carré en 8 »

E1 27: « si je trace là, mes tracés c'est bon ? »

C34 : « ouai ! Fais des, fais tes tracés, essayez, et après vous allez essayer de trouver toutes les valeurs pour lequel on peut partager ».

6'11 → **Fin du groupe 5**

C35 : « Y ? »

6'14

Début groupe 3

E1 28: « c'est impossible madame »

C36 : « qu'est-ce qui est impossible ? »

E1 29: « bah parce que y a trop .. on peut trop décomposer par autant de carrés. Au final on y arrivera jamais... on pourra avoir autant de carrés dedans »

C37 : « tu penses qu'il peut y en avoir combien ? »

E1 30: « j'sais pas.. euh.. des millions »

C38 : « des millions ? Ok »

E1 31: « non euh pas des millions ... » (inaudible)

C39 : « est-ce que tu penses qu'il y a des ... [là C entend ce qui est inaudible de la part de l'élève] ok alors essaye déjà des valeurs, des ... au lieu de commencer par des millions de carrés, commencer par des ... par un nombre de carrés petit pour voir. »

E1 32: « mais.. mais oui mais faut que je les trace du coup ! »

C40 : « ouai ! Essaye de les tracer, c'est pas grave vous avez pleins de feuilles blanches pour essayer et vous avez en tout 9 carrés là qui sont déjà dessinés donc n'hésitez pas à faire vos tracés là-dessus »

E1 33: inaudible

6'55

Fin groupe 3

6'59

Début groupe 2

E1 34: « euh, quand vous dites euh « peut-on diviser ce carré ? », euh comment ça ce carré ? Son aire ? Son périmètre ? Juste un côté ? »

C41 : « alors est-ce qu'on a parlé d'aire et de périmètre dans l'énoncé ? »

E2 35: « non »

C42 : « non. Ok donc ça pour l'instant on oublie, on n'a pas parlé d'aire ni de périmètre. Alors par contre, nous on veut paver ce carré en plusieurs carrés. N carrés par exemple. »

E2 36: « ah j'ai compris ! »

C43 : « alors dis... »

E2 37: « on veut diviser le carré en plusieurs carrés en fait »

E1 38: « x au carré divisé par n au carré »

E2 39: « donc jusqu'à combien de carrés on peut le diviser, c'est ça ? »

C44 : « par exemple. Donc est-ce que tu as des idées ? »

E2 40: « donc combien de carrés tu peux mettre dedans. Bah ... faudrait trouver une v... »

C45 : « alors faut le partager hein ! Ça veut dire.. Montre moi.. Fais ce que tu faisais là, fais le au crayon de bois ce que tu montrais avec ta règle. »

...

E1 41: « combien on peut mettre dedans quoi. C'est ça à peu près ? »

C46 : « mais en partageant ! C'est-à-dire que ... »

E1 42: « qu'ils soient égaux »

C47 à E2 : « ok donc là t'as une idée en faisant ça, et si tu fais ça t'en trouves combien de carrés ? »

E2 43: « bah on en trouve 16 »

C48 : « là t'en as trouvé 16 ok, donc t'as réussi à partager un carré en 16 carrés. Tu sais que pour n, n=16 ici, c'est possible ! T'as réussi à le faire. ... Bon faudrait que ce soit plus précis, mais on sait que ça c'est possible. Et faut trouver toutes les valeurs de n pour lesquelles c'est possible. ... Ok ? »

E2 44: « ah ouai » (inaudible)

E1 45: « hm ok, on a fait un truc comme ça ... »

8'30 → **Fin du groupe 2**

8'32

C49 : « j'arrive, j'avais pas vu que ... »

8'38 **Groupe 5**

E1 46: « est-ce que ça existe 4 puissance infini ? Genre ... moi je pense que c'est juste que tous les ... genre à chaque fois on divise par 4 du coup c'est 4 au carré, 4 au cube, 4 puissance 4 ... »

C50 : « alors tu divises quoi par 4 ? »

E1 47: « bah le carré. À chaque fois un carré je le divise par 4. »

C51 : « ah tu voudrais rediviser chaque carré par 4 ? »

E1 48: « voilà »

C52 : « ah c'est une bonne idée. Alors bah faut que tu cherches comment euh, comment on pourrait ... toi ce que tu veux c'est généraliser, en fait »

E1 49: « ouai »

C53 : « comment tu pourrais faire ça ? »

E1 50: « eh ben je fais avec, euh, j'fais une puissance sur le 4. »

C54 : « Ok. »

E1 51: « à chaque fois ça ... »

C55 : « discutez-en entre vous pour voir quelle puissance faire, comment faire... »

E1 52: « à chaque fois ... »

C56 : « peut-être faites des tests »

E1 53: « dans tous les cas à chaque fois, je ne sais pas comment dire, je peux le rediviser par 4 à l'infini. »

C57 : « ah ça c'est sûr »

E1 54: « eh ben alors comment on le note ? »
 C58 : « ah ben justement, ça je ne vais pas vous donner d'indications de comment on note ça »
 E1 55: « et la réponse c'est comment on le note ? »
 C59 : « nan mais en faisant ce partage là, et en séparant toujours en 4, vous allez trouver certaines valeurs de n, mais peut-être pas toutes »
 E1 56: « Ah ! »
 C60 : « est-ce que là, en faisant comme ça, est-ce que là t'es capable de partager ce carré en 6 carrés ? »
 E1 57: « non »
 C61 : « Alors.. »
 E1 58: « faut qu'ils soient égaux ? »
 C62 : « qu'est-ce qui doit être égaux ? »
 E1 59: « bah les carrés »
 C63 : « est-ce que c'est une hypothèse qu'on a faite dans l'énoncé ? »
 E1 60: « non »
 C64 : « non. »
 E1 61: « donc là si, je peux en faire 6 là en tout »
 C65 : « ah bah alors je veux bien savoir comment. Essayez. »
 10' → **Fin du groupe 5**

[Blabla car une élève est arrivée en retard donc C la fait entrer et lui dit où s'installer]

10'30 → **Groupe 1**

C66 : « Oui N ? »
 E1 62: « mais ... [inaudible] ça peut aller loin du coup »
 C67 : « alors ça peut aller loin, ok. Vous avez cette intuition là. »
 E1 63: « oui »
 C68 : « mais quels pavages là vous avez fait ? vous vous êtes dit comment on fait ? »
 E2 64: « on a divisé le carré en 4 »
 C69 : « en 4 carrés, ok. Est-ce que cette méthode là elle peut vous amener à partager ce carré en 6 carrés ? »
 E1 65: « bah oui du coup »
 C70 : « alors montrez-moi comment vous partagez ce carré en 6 carrés »
 E2 66: « c'est impossible »
 E1 67: « ah non bah en fait on peut pas, c'est pas possible »
 C71 : « pourquoi c'est pas possible ? »
 E3 68: « ça fera des rectangles »
 (inaudible)
 E3 69: « à chaque fois on divise un carré par 4 »
 E1 70: « bon 8 du coup c'est bon »
 C72 : « là vous partez de quelle hypothèse ? Là y a une hypothèse que vous faites... »
 E1 71: « que dans un carré il y a 4 carrés »
 C73 : « ouai et surtout ... comment vous avez séparé ça ? Qu'est-ce que vous avez pris à chaque fois ici comme longueur ? »
 (inaudible)
 C74 : « ouai mais c'est quoi le lien entre tous les carrés ? ... Entre tous les carrés que vous avez là, c'est quoi le lien ? »
 E3 72: « ils sont égaux »

C75 : « ils sont égaux. Est-ce que c'est une hypothèse qu'on a faite dans l'énoncé ? »

E2 73: « non »

C76 : « non »

E2 74: « c'est-à-dire qu'on peut faire des carrés qui sont pas égaux»

C77 : « ouai, ça veut dire que.. qu'il y a pas l'hypothèse de dire .. dans l'énoncé on n'a pas demandé pour quelles valeurs de n peut-on paver ce carré en n carrés égaux ? Y a pas le mot égaux.... Donc ça veut dire que vous pouvez réfléchir aussi avec des carrés qui sont pas égaux, ok ? »

(inaudible)

C78 : « donc déjà vous avez cette intuition là. »

12'10 → **Fin groupe 1**

12'25 → **Début groupe 3**

C79 : « Alors, vous avez des idées ? »

E1 75: « j'ai mesuré le carré, il fait 4,8... genre le côté »

C80 : « Lequel ? »

E1 76: « le côté des carrés »

C81 : « hum hum »

E1 77: « et du coup je me suis dit un carré si on prend un millimètre, ça fait 48 carrés et du coup 48 fois 48 ça fait 2304 carrés »

C82 : « ok. Donc là t'as réussi à faire quoi ? »

(inaudible)

C83 : en rigolant « et là t'es en train de les faire ? » (l'élève partage son carré en 2304 carrés)

E3 78: « oui »

E1 79: « ah oui ! »

(inaudible)

C84 : « bah c'est que ça va être long ! »

E1 80: « bah là j'ai déjà fait ça, après faut que je fasse »

C rigole

C85 : « ok. Nan mais c'est ... c'est ... c'est juste que si tu trouves.. si par exemple tu ne partages plus pour 1 millimètre mais pour 0,5 millimètres»

E1 81: « bah là c'est plus possible... »

C86 : « là euh.. »

E1 82: « c'est difficile de le faire en vrai »

C87 : « voilà c'est difficile de le faire en vrai. Et regarde ce qu'on a mis dans l'énoncé. On se donne un carré comment ? »

E3 83: « de taille quelconque ? »

C88 : « de taille quelconque donc est-ce que la taille elle nous importe ? »

E2 84: « non »

C 89 : « non. Ca veut dire que là t'as trouvé une valeur, une valeur qui fonctionne Y, pas de soucis, mais nous on veut quelque chose de plus général ... Toutes les valeurs qui fonctionnent. Et celles qui fonctionnent pas... »

E1 85: « du coup... »

C90 : « Celle pour lesquelles on peut pas paver ce carré.. Est-ce qu'on peut paver ce carré pour n'importe quelles valeurs de n ? »

E1 86: « ok ok »

C91 : « et là vous avez fait quoi comme carrés là ? Vous êtes partis de quelle hypothèse vous ? »

E3 87: « que ceux qui se voient »

C92 : « comment ? »
E3 88: « ceux qui se voient à ... »
C93 : « ouai ceux qui se voient déjà. Et autre chose. Vous avez fait quoi comme type de carrés là ? »
(inaudible)
C94 : « ils sont comment vos carrés les uns par rapport aux autres ? »
E1 89: « quelconque »
C95 : « quelconque ... mais surtout ... ? »
E3 90: « égaux non ? »
C96 : « Égaux ! Exactement K, ils sont égaux. Et est-ce que c'est une hypothèse qu'on a faite dans l'énoncé ? »
E3 91: « non »
C97 : « non, on n'a pas fait cette hypothèse là. »
E1 92: « s'ils sont pas égaux y en aura qui sont plus gros et y en aura qui sont plus petits alors (inaudible) »
E3 93: « ah ouai c'est trop galère en fait »
C98 : « mais est-ce que ici par exemple, est-ce qu'en faisant cette méthode là, en prenant que des carrés égaux, vous serez capable de partager ce carré en 6 carrés ? ... Est-ce que vous pourriez faire ça ? ... Alors essayez ! »
E3 aux autres du groupe : « si tu fais 3 fois 2 »
C99 : « Essayez »
14'42 → **Fin du groupe 3**

14'45 **Début groupe 4**

C100 : « Alors, vous avancez ? »
E1 94: « oui on était en train de faire un truc avec pleins de carrés »
(inaudible)
E3 95: « n égal infini »
inaudible
E1 96: « Ah ! Ah ! Du coup tu prends la réponse, tu dis que la réponse, tu disais tout à l'heure ouai c'est nul ce que B il a dit mais là tu récupères sa réponse »
C101 : « Et t'as dit quoi B ? »
E3 97: « Les carrés sont pas obligés d'être égaux »
C102 : « Ils sont pas obligés d'être égaux, ok »
E1 98: « bah moi je suis en train de faire des égaux »
C103 : « donc est-ce que vous pourriez partager ce carré en 6 carrés ? »
E3 99: « oui »
[en même temps que E1]
E1 100: « non on peut pas »
C104 : « alors montrez-moi comment vous faites. »
E1 101: « ah bah attendez ... »
C105 : « Essayez »
E1 102: « là j'en ai un tout propre »
15'30 → **Fin du groupe 4**

15'30 **Début du groupe 5**

E1 10 : « Dans celui là je peux faire 30 carrés, fin j'crois j'ai compté du coup c'est peut-être pas ça, mais du coup c'est quoi la réponse là ? »
C106 rigole : « tu veux que je te donne la réponse de quoi ? »
E1 104: « bah, c'est quoi qu'il faut trouver ? Le nombre de carrés que je peux faire dans un carré ? »

C107 : « on veut savoir si on prend ce carré là, comment on peut paver les carrés, c'est-à-dire comment on peut les disposer. Est-ce que par exemple vous êtes capable de partager ce carré en 6 carrés ? Est-ce que vous en êtes capables ? »

E1 105: « non, j'crois pas »

C108 : « pourquoi ? »

E1 106: « bah parce que sinon c'est pas des carrés c'est des rectangles »

C109 : « t'en es sûr ? »

E1 107: « bah, fin là, j'en compte 5, fin j'crois, le grand et les 4 petits et après là j'en compte 30 mais après... »

C110 : « là t'en comptes 30 ici ? »

E1 108: « ouai »

C111 : « alors toi t'en comptes combien E ? »

E2 109: « là ? »

C112 : « ouai »

E2 110: « euh .. » (inaudible)

C113 : « 31 si on les compte comme ça ? »

E1 111: « là y en a 16 »

C114 : « 16 »

E1 112: « plus les 4 là, les 4 là, les 4 là .. »

C115 : « Ah non ! Ok, on compte pas ceux-là. »

E1 113: « Ah ouai ?! »

C116 : « ouai »

E1 114: « donc c'est ... »

C117 : « là on compte juste ceux... ça ça fait un carré mais ça ça fait pas un carré. »

E1 115: « ah d'accord »

C118 : « d'accord ? On compte juste... »

E1 116: « donc en tout là y en a 17 ? »

C119 : « là y en a 16 »

E1 117: « ah on compte pas le grand non plus ! »

C120 : « en fait on a partagé ce grand carré en 16 petits carrés »

E1 118: « ok »

C121 : « là c'est en 4 du coup, 1, 2, 3, 4.. »

E1 119: « Et faut trouver, comment on fait pour savoir si c'est possible de trouver ou pas alors ? »

C122 : « alors... »

E1 120: « si on nous donne un chiffre, faut qu'on soit capable de dire si .. »

C123 : « voilà, par exemple si je vous donne 6, est-ce que vous pensez qu'on peut partager ce carré en 6 carrés ? »

E1 121: « la réponse c'est quoi du coup ? .. c'est pas non ou oui c'est .. »

C124 : « si, c'est oui ou non. Est-ce qu'on peut ? Oui ou non »

E1 122: « et à la question ? »

C125 : « ah à la question ! On va demander pour quelles valeurs de n on peut paver ce carré en n carrés, c'est-à-dire pour quelles valeurs ça marche ? Est-ce que pour 2 ça marche ? »

E1 123: « faut trouver tous les 5, et 30 quoi... »

C126 en parallèle : « est-ce que pour $n=2$ ça marche ? »

E1 124: « ah oui d'accord. »

C127 : « est-ce que pour $n=3$ ça marche ? 4, 5, 6, 7 ? Et puis après 1000. Si je vous donne 3000, est-ce que vous pensez que ça marche ? ... Et ça est-ce que ça marche ? »

E1 125: « non »

C128 : « pourquoi ça marcherait pas ? »

E1 126: « c'est pas des carrés »

C129 : « ouai. Ici on peut le vérifier, c'est pas un carré, donc faut trouver une autre façon de faire. Ok ? »

17'40 → **Fin du groupe 5**

17'47 **Début groupe 1**

C130 : « alors, ça avance ? »

E3 127: « ça coince un peu »

C131 : « ça coince. Sur quoi ça coince ? ... Comment ? »

E3 128: « (inaudible) y a certaines valeurs pour lesquelles on ne pourrait pas mais ... »

C132 : « alors lesquelles on ne peut pas ? ... Tiens trouvez-les moi ! Essayez de trouver lesquelles, pour lesquelles, fin le nombre de ... quoi ? »

E3 129: « on ne peut pas diviser un carré en 2 carrés »

C133 : « ok, déjà vous avez ça. Pourquoi on ne peut pas ? »

E1 130: « ça fera des rectangles »

C134 : « ouai, ok. Donc là vous avez déjà une intuition pour $n=2$, vous pensez qu'on ne peut pas. $N=3$? »

E2 131: « Pas pour 6 du coup »

C135 : « 6 est-ce que ça marche ? »

E1 132: « non »

E2 133: « non ça ne marchera pas »

C136 : « Non ? Pourquoi ça marche pas ? »

E 134: « euh... »

C137 : « essayez ! »

E1 135: « ça fait des rectangles ! »

C138 : « ayez à l'idée, on en a parlé tout à l'heure ensemble, là y avait pas écrit égaux sur l'énoncé. Déjà vous pouvez faire des carrés qui ne sont pas égaux... d'accord ? Essayez de partager en 6 »

18'47 → **Fin du groupe 1**

18'50 → **Début du groupe 2**

C139 : « alors... »

E2 136: « 1, 2, 3, 4, 5, 1, 2, 3, 4, 5 »

E1 137: « mais là c'est 5 fois 5 »

E3 138: « ouai ça ça marche »

E1 139: « et ça fait 25 »

C140 : « alors du coup vous en êtes où ? »

E1 140: « ça fait pas 10 »

C141 : « ça va K, t'as pris en cours de route ? » (élève en retard)

E3 141: « euh oui ça va »

C142 : « c'est bon ? »

E2 142: « du coup 25 ça marche hein ! »

E1 143: « 25 c'est bon ! »

[Aparté car le dictaphone du groupe n'a pas été lancé]

C143 : « c'est pas grave on vous entend aussi par la caméra donc y a pas de soucis. Alors du coup ? »

E1 144: « 1, 4, 9, 25 c'est bon »

C144 : « donc 1, 4, 9, 25 vous avez trouvé ? »

E1 145: « pour l'instant c'est bon »

E2 146: « après 25 c'est pas trop ce dont on voulait.. On voulait savoir si pour 10 ça marchait. Mais j'ai fait n'importe quoi j'ai fait 5 et 5 en disant que ça allait faire ... j'suis complètement con »

C145 : « là vous vous êtes ... comment vous trouvez cette suite là ? ... 1, 4, 9, 25, qu'est-ce que vous avez fait à chaque fois ? »

E3 147: « on a tracé des carrés »

C146 : « vous avez tracé des carrés. Vos carrés ils sont comment les uns par rapport aux autres ? »

E2 148: « ils sont pareils »

C147 : « ouai, ils sont égaux. Est-ce que c'est une hypothèse que l'on a faite dans l'énoncé ? »

E2 lit 149: « on se donne un carré de taille quelconque »

C148 : « alors ça c'est le carré de base qui est de taille quelconque, ça veut dire que ça sert à rien de mesurer sa longueur, on s'en fiche, c'est pas important pour nous, d'accord ? ... Mais nous on demande pour quelles valeurs de n peut-on paver ce carré en n carrés. Est-ce qu'il y a écrit en n carrés égaux ? »

E1 150: « non »

C149 : « non, donc vous pouvez envisager cette hypothèse, c'est que cette méthode de tracé bah c'est pas mal, ça permet de récupérer certaines valeurs, mais est-ce que vous êtes capables avec cette méthode de tracer de partager ce carré en 6 carrés ? »

E2 151: « en 6 carrés là ? »

C150 : « oui »

E1 152: « bah s'ils sont pas égaux du coup on peut faire, oui, on peut peut-être faire quelque chose. »

C151 : « ouai, alors essayez. »

C152 : « alors t'en penses quoi de ton tracé là M ? »

E2 153: « bah c'est pas précis ça fait des rectangles »

C153 : « ah ! Ok. Donc faut essayer de trouver quelque chose de plus précis. »

20'45→ **Fin du groupe 2**

20'48 **Début du groupe 3**

E2 154: « Madame »

C154 : « bah dis donc c'est beau ça ! »

E2 155: « en gros c'est.. en gros c'est juste pour ... »

C155 : « ah c'est intéressant, ok ! ... Donc là tu fais +3 ? Vous avez fait ...? »

E2 156: « on a regardé sur 10 tous ceux qu'on pouvait diviser »

C 156: « ok »

E2 157: « du coup bah à chaque fois, en fait on fait 1 puis on fait 10.. »

C157 : « donc vous êtes partis de quels euh, du quel pour avoir l'idée ? ... Celui-ci ?... Alors le 1 du coup c'est la base, le 4 vous avez fait ça, ensuite pour trouver 7 ? »

E2 158: « c'est euh .. lui »

C158 : « ok, ensuite ? »

E3 159: « bah c'est celui-là »

C159 : « ok. Et toi comment tu fais K ? C'est quoi ton idée ? »

E3 160: « euh bah du coup en fait de base j'ai commencé à diviser de plus en plus pour avoir plusieurs carrés »

C160 : « ok, et est-ce qu'on retrouve la même chose ici et là ? Est-ce qu'on peut trouver des choses similaires ? ... entre vos deux carrés »

E3 161: « comment ça ? »

C161 : « bah est-ce que euh... là par exemple vous avez réussi à le partager en 7 c'est ça ? Ici ça c'était en 7. Est-ce que toi un moment donné tu as réussi à le partager en 7 ? »

E3 162: « bah oui, là ! »

E2 163: « il est partagé en 16 »

C162 : « ouai il est même partagé en plus »

E2 164: « en plus (inaudible) »

C163 : « ouai, donc là vous avez trouvé.. vous avez réussi à trouver quoi ? Si.. Vous avez réussi à trouver quelle méthode là ? Est-ce que vous avez trouvé une méthode pour laquelle ça marchait tout le temps ? »

E2 165: « bah oui du coup »

E1 166: « une hypothèse »

C164 : « ouai une hypothèse qui vous permet de faire quoi ? Est-ce que si je vous donne euh.. si je vous donne 31, est-ce que vous êtes capables ? »

E2 167: « non »

C165 : « pourquoi ? »

E2 168: « parce que c'est pas un multiple de 3 »

C166 : « 13 c'est un multiple de 3 ? »

E2 169: « non, non mais c'est pas .. ah non !... je sais pas »

C167 : « dites moi, 31 est-ce que vous êtes capables ? »

22'40 → **Fin du groupe 2**

22'43 **Début du groupe 4**

C168 : « alors »

E1 170: « madame, moi j'ai fait 4 fois 4, ça fait 16 »

C169 : « oh mais ça me semble intéressant ça »

E1 171: « bah moi j'ai fait comme ça »

E3 172: « mais là t'as fait des rectangles ! »

E1 173: « non pas ça pas ça pas ça »

C170 : « mais ça est-ce que ça peut être 2 carrés ? »

E1 174: « mais oui mais c'est juste pas ... pas égaux »

C171 : « ok »

C172 : « Et est-ce que ça ça peut être ... Ici là tu vois tu sépares, là tu sépares en 2 cette longueur, là tu la sépares en combien ? »

E1 175: « en 3 »

C173 : « est-ce que du coup si tu sépares en 3 et si tu sépares en 2, est-ce que ça ça peut être des carrés ? »

E1 176: « non »

C174 : « non. Ah ! Bah t'as réussi M »

E2 177: « hum hum »

C175 : « ok ! Donc là tu l'as partagé en 6 »

E1 178: « moi aussi je l'ai partagé en beaucoup : 256 »

C176 : « et est-ce que c'est possible euh... Essayez en 7, en 8. Avancez comme ça, petit à petit. »

E1 179: « moi je l'ai partagé en 256 !! 16 fois 16, en fait j'ai fait 4 par 4 (inaudible) puis 256 divisé par 4, ça fait 64 »

C177 : « mais ça c'est très bien M, tu peux trouver avec cette méthode de pavage, tu peux en trouver plein des n, tu peux partager ... »

E1 180: « j'pense qu'on peut continuer encore. »

C178 : « bah après est-ce que le faire c'est utile ? »

23'48 → **Fin du groupe 4**

23'54 Plénière

C179 : « alors, est-ce que... Donc regardez par ici. Ce que je vais vous demander de faire c'est de venir chaque groupe. Ici, on va regarder, on va faire trois colonnes, ici ça va être les n pour lesquels vous avez réussi à trouver que c'était possible. Vous allez indiquer le pavage que vous avez fait. Alors euh y en a qui ont trouvé un pavage pour $n=256$, me faites pas un pavage.. montrez-moi pour une valeur plus simple d'accord ? Parce que sinon vous allez vous embêter à faire pleins de carrés... Et ici vous allez me mettre si vous avez trouvé que pour un certains n c'est impossible. Ok, donc allez-y, un de chaque groupe vient me faire ça. »

Les élèves se déplacent pour aller noter leurs résultats au tableau

[aparté sur un microphone]

C180 : « Allez ! Vous venez en noter un ?! »

C181 : « vous avez eu des bonnes idées pour l'instant ! »

E 181: « je finis juste parce que j'ai peut-être avec 5. Avec 6 et 6 ça marche pas. »

C182 : « alors notez des choses que vous avez déjà faites. »

E 182 : « 6 ça marche pas parce que là j'ai fait même avec des vraies mesures. »

C183 : « alors je reviens vers vous après »

C184 : « tiens K tu viens ? Ou un de vous vient noter une de vos propositions ? Ça ça me semble intéressant, ou ça ! »

E 183: « je vais marquer moi »

C185 : « Vous venez nous montrer votre proposition pour 6 par exemple ?

E 184: « Moi je peux vous montrer ma proposition pour 256 »

E 185: « bah c'est lui qu'avait eu l'idée de base »

C186 : « Tu montres ça B ? »

E 186: « Ouai je le fais à main levé hein ? »

C187 : « oui bien sûr »

C188 : « allez-y, quand je vous ai donné un crayon vous y allez hein ! »

E 187: « je le mets dans quoi, je le mets dans pavage ? »

C189 : « bah, tu mets le n possible donc là ça va être 6, tu montres le pavage que t'as fait et après tu mets si t'as trouvé que pour un n c'est impossible. Je vous laisse y aller aussi, mettez une de vos idées. »

E 188: (inaudible) « ... fin si on a des idées mais .. »

C190 : « mais peut-être que les idées des autres elles vont vous aider pour avancer après, d'accord ? Donc allez mettre vos idées ! .. Oui oui allez-y, vous prendrez le crayon de Y ou.. »

[déplacement des élèves pour aller noter au tableau, interventions sur le fait qu'on va aller prendre des photos de leur production]

E 189: « Est-ce que la réponse c'est juste n'importe quel nombre, un nombre quelconque à la puissance d'un autre nombre quelconque ? »

C191 : « alors en effet de mettre les puissances ça permet de repartager, ça je suis d'accord. Donc là tu vas pouvoir attraper pleins de nombres. Mais pour l'instant, tu n'as pas réussi à attraper 6. »

E 190: « parce que 6 on peut le faire ? »

C192 : « Regarde. Ils ont réussi à le faire derrière. »

E 191: « ah oui »
 C193 : « tu vois ? »
 E 192: « ah oui ok ! »
 C194 : « donc il y a d'autres façons. Ça cette façon là c'est super, ça te permet d'en attraper pleins des n, fin vous avez réussi à partager en pleins de nombres, mais pas en tous. Est-ce que c'est possible en tous déjà, c'est une question ? Est-ce qu'il y a des n impossibles.... »
 E 193: « ah ouai ... »
 C195 : « ok ? »
 E 194: « en fait c'est plus simple de trouver les n impossibles que les n possibles non ? »
 C196 : « baaaah c'est vrai que si on trouve tous les n impossibles, après on se dit que les autres sont possibles mais les autres, Si on trouve les n impossibles et qu'on a réussi à prouver que tous les autres sont possibles.. »
 E 195: « bah non mais même on sait que les autres sont possibles »
 C197 : « ah est-ce qu'on le sait ? Faut le prouver aussi ! »
 27'39 → **fin aparté avec A pendant que les autres écrivent au tableau**

C198 à Y qui écrit au tableau : « est-ce que tu peux indiquer aussi en faisant, tu fais la même chose mais avec la méthode de K ? »
 E 196: « Mais K, c'est quoi sa méthode ? »
 C199 : « tu sais, elle fait comme ça là, elle les sépare de plus en plus petit »
 E 197: « ah ouai »

...

C200 : « non je crois que là elle continue même à faire lui là, le plus petit, bon là c'est trop petit mais on pourra indiquer ça après. »
 C201 : « t'as mis 1, 3 et 5 toi ? Tu penses ? »
 E 198 : « non là c'est 2 »
 C202 : « euh 2, 3, 5 »
 E 199: « 6, 7, 8 »
 C203 : « ok »
 [discussion autour de la colonne impossible] 28'40

28'56 Plénière

C204 : « alors, regardez par ici, on va en discuter. Donc les n que vous avez trouvé, les possibles. Bon bah 1, y a rien à partager, c'est le carré. 6 y en a qu'ont réussi. Comment vous avez fait le groupe de B ? »
 E 200: « On a pris des carrés qui sont pas égaux »
 C205 : « qui sont pas égaux, ok. Donc là vous avez partagé en 3, ici, en trois parties égales, ici en trois mais au lieu de faire la croix ici, ils ont laissé un grand carré. Ça fait 1, 2, 3, 4, 5, 6. Donc là on a réussi à partager en 6. Donc est-ce que c'est impossible 6 ? »
 E 201: « non ! »
 C206 : « non. On a vu que c'était possible. »
 E 202: « en fait rien n'est impossible ici. »
 C207 : « ah ! Alors qu'est-ce qui est impossible ? Alan tu dis quoi ? »
 E 203: « bah les nombres premiers j'ai l'impression qu'ils ne sont pas faisables. »
 C208 : « donc 2 vous pensez ... Les nombres premiers ? C'est pas faisable ? »
 E 204: « non les nombres impairs »
 C 209: « euh, alors A dit les nombres premiers, toi les nombres impairs, A ... »
 E 205: « nan nan nan, 9 c'est impair »

C210 : « 9 c'est impair et vous avez réussi à trouver. Donc est-ce qu'on peut en déduire que tous les nombres impairs c'est impossible ? »

E 206: « non »

C211 : « non. Ok, donc on élimine cette hypothèse. Y a des nombres impairs.. on a trouvé pour lesquels c'était possible. Ici on a trouvé pour 9, donc pour 9 vous avez fait comme ça. Qui est-ce qui a fait ça ? ... Ok E, donc pour 9 vous avez fait comme ça. Euh .. donc ça c'est quoi ? Qui est-ce qui a fait ça ? »

E 207: « c'est moi »

C212 : « tu l'as indiqué où ? »

E 208: « j'ai pas mis »

C213 : « c'est 16 »

E 209: « c'est 16 oui »

C214 : « ok. Ici euh Y explique nous, Y, A, K, expliquez-nous votre façon de faire. »

E 210: « bah en gros on fait un carré de 4 et après à chaque fois on va faire un carré de 4 dans un carré de 4 et du coup ça fait + 3 à chaque fois. »

C215 : « alors eux ce qu'ils ont trouvé c'est que quand on prend un carré de 4 et qu'on resépare avec un carré de 4, on fait +3, donc là on en avait 4 et maintenant on en a 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Alors est-ce qu'il est impossible 7, M ? »

E 211: « j'vois pas »

C216 : « regarde, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. ça c'est la méthode de K, A et Y. »

E 212: « bah non parce que si on compte, 6 ça marche, 7 ça marche aussi. »

C217 : « 7 ça marche aussi. »

E 213: « ouai »

C218 : « ok. Donc 7 ça marche aussi. Et après K a eu l'idée de séparer toujours en haut à gauche le petit carré, ou alors ils ont refait des carrés dans les carrés, ils ont séparé en 4 et ils trouvent que si on fait +3 à chaque fois, on réussit à partager le carré, c'est ça ? Donc vous avez eu cette idée là. Donc ça veut dire qu'on peut attraper pleins de nombres. »

E 214: « moi j'ai fait 1024 »

C219 : « 1024 ça marche ? »

E 215: « oui »

C220 : « ok, t'as fait comment M ? »

E 216: inaudible

C221 : « ok. Alors 2, est-ce que c'est impossible ? (réponses de la classe inaudibles mais sentiment d'approbation) Pourquoi ce serait impossible 2 ? »

E 217: « ça fait des rectangles »

C222 : « oui ça fait des rectangles dit P. OK. 3, est-ce que y en a qui ont réussi à partager en 3 ? »

... : « non »

C223 : « pour l'instant on n'a pas réussi. Mais en fait c'est pas parce qu'on ne réussit pas qu'on ne prouve pas que c'est impossible. »

E 218: « je pense qu'on peut faire 3. » (tout bas)

C224 : « 5 c'est pareil, on n'a pas réussi mais on n'a pas prouvé que c'était impossible. »

E 219: « madame ? »

C225 : « et 8 ? Est-ce qu'on peut pas..euh... Vous êtes sûr qu'on ne peut pas faire 8 ? »

E 220: « moi je pense qu'on peut faire 3. »

C226 : « alors je vous laisse essayer, essayez 3, essayez 8 et puis essayez de trouver quelque chose de plus général, c'est-à-dire que là vous avez fait des cas particuliers. Alors, au fond, vous avez essayé de généraliser en vous disant à chaque fois qu'on fait +3, on trouve, en faisant la même méthode on trouve. Essayez

de faire quelque chose de plus général et inspirez vous des pavages des autres. Il y a pleins de choses différentes ici donc ça peut vous inspirer pour essayer de trouver pour d'autres nombres.

... Donc essayez par exemple de partager un carré en 8. Et puis essayez de trouver des généralisations. »

33'12

[aparté pour l'expérience : leur dire de noter sur les feuilles blanches leurs essais, leur démarche, etc.]

33'35

E 221: « madame, est-ce que pour 3 on peut faire comme ça ? C'est pas précis du tout mais ... »

C227 : « Là en effet, tu as 3 carrés. Mais est-ce que tu l'as partagé en 3 carrés ce carré là ? »

E 222: « mais pour 8 on ne peut pas madame, parce que j'ai essayé avec... »

C228 : « K, va le faire au tableau. Vas-y, dis-moi. »

E 223: « j'ai pris la technique au tableau, fin j'ai rassemblé deux techniques, celle de faire le carré là et celle de K à rajouter les carrés. Et si on prend 8, là par exemple ça fait 1, 2, 3, 4, 5,6,7 et si j'en rajoute un, ça veut dire que j'en rajoute un là et ça fait que là c'est un rectangle. »

C229 : « donc cette façon de paver là ne te permet pas de trouver 8. »

E 224: « oui »

C230 : « mais là apparemment K a trouvé une façon pour trouver 8. »

34'20

E 225: « j'ai trouvé 230400 »

C231 : « bah c'est pas mal Y mais là tu trouves que des très grands nombres mais au lieu de trouver des très grands nombres, essaye de trouver une généralisation. C'est-à-dire est-ce que vous pensez que pour tous les nombres c'est possible ? Que pour certains c'est impossible ? Si vous pensez que pour tous les nombres c'est possible, ou à partir d'un certain nombre, comment vous pouvez le prouver ? Déjà vous avez une bonne démarche, avec +3 vous pouvez en trouver plein des nombres. »

E 226: « mais il a trouvé 8 du coup ! »

C232 : « ouai.

→ à la classe

C233 : « Alors regardez, 8 il n'est pas impossible, ils ont réussi au fond à trouver 8. Ils ont fait 4, ... 5,6,7,8. »

qqun : « ah je vais faire pareil ! »

C234 : « alors, donc là ce que je vous propose .. Regardez. On a des méthodes différentes. On a des méthodes comme ça là, un peu en L, en L à l'envers. Avec ces méthodes là, essayez de trouver quels nombres on peut attraper, c'est-à-dire se dire si on fait ce même type de pavage, quels sont tous les nombres que l'on va pouvoir attraper, ensuite, avec ce type de pavage, quels sont les nombres, et avec ce type de pavage là, quels sont les nombres que l'on va pouvoir attraper. Et est-ce qu'on va pouvoir attraper tous les nombres ? Sauf 2, 3, 5, on s'est dit pour l'instant que ce n'était pas possible. Peut-être qu'il y a un groupe qui peut se concentrer là-dessus : est-ce que c'est possible ou impossible 2, 3, 5 ? Parce que vous avez bien conscience que la question...qu'est-ce qu'elle suggère la question ? La question elle nous dit « pour quelles valeur de n peut-on paver ce carré en n carrés ? ». Là vous avez trouvé des valeurs de n mais vous les avez pas toutes trouvées. Mais ce

problème, il suggère de dire quelles sont les valeurs de n possibles mais aussi impossibles. Faut dire les 2, et prouver les 2, ok ? Donc y a un groupe si vous voulez qui peut se concentrer sur les n impossibles, comment on peut prouver que ce n'est pas possible et puis les autres qui peuvent essayer à partir de cette méthode là, quels sont les n que l'on peut trouver, celle-ci, quels sont les nombres, celle-là quels sont les nombres, etc. Ok ? »

36'54 Groupe 5

C235 : « Bon ça va les gars? Ok.. donc là vous avez ? »

E1 227: « on a rien. »

C236 : « si, vous savez déjà qu'à chaque fois que vous partagez comme ça... »

E1 228: « c'est une puissance de 4 »

C237 : « alors comment on pourrait écrire ça ? Ça veut dire que là, là vous avez partagé en carrés égaux en fait. Vous avez partagé en carrés égaux ? »

E1 229: « oui »

C238 : « et du coup, c'est quoi ça si vous comptez ? C'est 8 fois 8. Vous pourriez faire ensuite 9 fois 9 ? »

E1 230: « ah ouai ? »

C239 : « séparer en 9 carrés. »

E1 231: « ah ouai ? Ouai.. ok »

C240 : « ah tu n'avais pas eu cette idée ? Je pensais que c'était ça ton idée. »

E1 232: « à chaque fois on peut rajouter un.. donc là ils sont tous possibles »

C241 : « bah oui parce que le carré est de taille quelconque, donc on pourrait très bien l'agrandir »

E1 233: « donc ils sont tous possibles à partir de 4. »

C242 : « alors 5 est-ce que c'est possible ? Pour l'instant on n'a pas trouvé que c'était possible 5. »

E1 234: « 5 ? »

C243 : « 4 on a trouvé que c'était possible mais 5 on n'a pas trouvé que c'était possible pour l'instant, peut-être que c'est possible, peut-être que ce n'est pas possible. Si ce n'est pas possible, faut le prouver. Si c'est possible, faut le prouver. D'accord ? Mais à partir de 6, on a trouvé 6,7,8,9, on l'a trouvé 9. 10 est-ce qu'on peut le trouver ? »

E1 235: « oui »

C244 : « et après... 10 t'as trouvé ? »

E1 236: « bah comme ça, faut juste à chaque fois... En fait pour moi, ça c'est tous les multiples de 2 à partir de 4 parce qu'à chaque fois on rajoute un en haut là, comme ça hop.. »

C245 : « eh bah tiens, note-le. Notez ça sur votre feuille. Pourquoi vous pensez, comment vous faites pour vous dire... ça si vous avez tous les multiples de 2 ça veut dire que vous avez quoi ? »

E2 237: « tous les nombres pairs. »

C246: « tous les nombres pairs. Vous imaginez ? »

E1 238: « à partir de 4 »

C247 : « vous imaginez, là vous savez que tous les nombres pairs c'est possible. Sauf 2. 2 on l'a pas encore prouvé. Fin on a dit que ce n'était pas possible car sinon ça faisait des rectangles. Donc ça écrivez-le, c'est intéressant. »

38'40 → **Fin groupe 5**

38'48 Groupe 4

C248 : « est-ce que vous avez d'autres idées ? Dis-moi B. »

E 239: « c'est tous les nombres premiers qui sont impossibles. »

C249 : « alors.. »

E 240: « et 2 en plus. »

C250 : « donc 2 plus tous les nombres premiers... alors.. les nombres premiers.. si je te donne 11. Un nombre premier.. alors non je ne vais pas te donner 11. Si je te donne 13. C'est un nombre premier, et pourtant dans le groupe là-bas, ils ont réussi à le trouver. »

E 241: « hum hum »

E 242: « c'est une guerre des groupes en fait »

C251 : « c'est une guerre des groupes exactement, c'est une petite compétition. Essayez avec... regardez les pavages qu'il y a eu, prenez les inspirations. Là K, Y et A ils ont eu une idée de pavage, ça leur a permis d'obtenir 13. Donc plutôt que de chercher tous ceux qui sont impossibles, peut-être chercher tous ceux que vous avez pu attraper. »

E 243: « 1024. »

39'48 → **Fin du groupe 4**

39'50 **Groupe 3**

C252 : « oui K ? »

(inaudible)

C253 : « alors qu'en pensez-vous ? »

E 244: « lui il dit c'est des rectangles mais.. »

C254 : « comment tu peux prouver que c'est un rectangle ou que c'est un carré ? Qu'est-ce que vous avez fait comme séparation là ? »

E 245: « bah en fait là j'ai fait ça : j'ai partagé en 2 puis en 3. »

C255 : « donc là pour que ce soit un carré, t'es d'accord, qu'est-ce qu'il faut ? »

[aparté : élève en retard]

41'48

E 246: « mais du coup madame ? »

C256 : « oui. Du coup, on a dit un carré, quelles sont ses propriétés ? »

E 247: « coté fois coté »

C257 : « ça nous donne l'aire »

E 248: « les côtés sont égaux. »

C258 : « Les côtés sont égaux, ok. Alors du coup ici, pour que ce côté... pour que ça ça fasse un carré faut que ce soit quoi ? Qu'est-ce que t'as fait comme... ? Ici t'as partagé en combien cette longueur ? »

E 249: « en 3 »

C259 : « en 3 donc ici, faudrait que ça ce soit ... »

E 250 : « bah en fait.. euh faudrait diviser par 3 »

C260 : « celle-ci c'est aussi divisé par 3. Donc ici ça fait $\frac{2}{3}$, alors qu'ici ça fait ... »

E 251: « un demi »

C261 : « 1 sur 2. Tu vois ? Donc là ça fait bien un rectangle. Donc là ça ne marche pas. »

E 252: « madame, de 2 à 5 c'est impossible. »

C262 : « on a trouvé 4. »

E 253: « les chiffres premiers en fait »

E 254: « on a trouvé 4 ? »

C263 : « bah oui 4, vous vous souvenez ? »

E 255: « bah oui 4 »

E 256: « ah oui oui oui »

C264 : « donc 2, 3, 5 vous pensez que c'est pas possible mais 7 vous avez trouvé ? »

E 257: « oui on a trouvé »

C265 : « donc c'est pas les nombres premiers »

E 258: « ah non »

E 259: « au début il pensait que c'était ça mais il avait oublié que 7 c'était un nombre premier. »

C266 : « ah oui. Alors, essayez de rédiger parce que là vous avez écrit pleins de choses intéressantes donc essayez de rédiger. À partir de cette méthode, tous les nombres que l'on peut obtenir ? Ou à partir de celle-ci, tous les nombres qu'on peut obtenir. Celle-ci, quels sont les nombres que l'on peut obtenir ? »

43'12 → **Fin groupe 3**

[aparté sur penser à rédiger]

43'30 **Groupe 1**

E 260: « madame ? J'ai trouvé un truc pour 5 mais... »

C267 : « alors.. c'est ça ? »

E 261: « ouai. »

C268 : « alors, qu'en pensez-vous ? »

E 262: « c'est un peu des rectangles. »

E 263: « ouai c'est un peu des rectangles. »

C269 : « comment vous pouvez prouver que c'est un rectangle ici ? »

E 264: « parce que les côtés ne sont pas égaux. »

C270 : « ouai. Ici, on sépare en combien ? »

E 265: « en 3 »

C271 : « ouai en 3. Alors qu'ici t'as séparé en combien ? »

E 266: « en 2. »

C272 : « oui en 2. Donc ça déjà on sait que c'est un rectangle. ... Ok, 5 ça semble difficile à obtenir. »

E 267: « non c'est pas possible »

C273 : « ça semble difficile. »

E 268: « j'ai trouvé pour 13 »

C274 : « t'as trouvé pour 13 ? »

E 269: « 13 ça marche. Il y a peut-être un peu des rectangles quand même ... »

C275 : « alors j'ai l'impression qu'il y a des rectangles parce que ici tu sépare en... à quoique... »

E 270: « j'sais pas »

C276 : « pour 13 t'as voulu adopter quel pavage.. t'as voulu prendre quel méthode de base ? »

E 271: « le L à l'envers »

C277 : « lui ? Et puis après t'as refait des.. ? »

E 272: « non... ouai après j'ai refait une ligne au-dessus. »

C278 : « donc 1,2,3.. Ah t'as refait une ligne comme ça ? »

E 273: « ouai »

C279 : « bah après ça veut dire qu'il faut que tu les sépare tous comme ça parce que là tu vois si tu sépare tu prends 1 sixième donc euh.... Ça semble un peu bizarre. ... alors est-ce que il y a une méthode de pavage qui permette là...quels sont les nombres que l'on peut obtenir par exemple avec ce pavage là ? Là on a obtenu 1,2,3,4,5,6, là on a obtenu 8.. »

E 274: « on peut faire 10 »

C280 : « 10, comment ? »

E 275: « bah on divise le grand carré en 4 encore. »
 C281 : « alors, ici si on le divise en 4 ça fait 9. Si on divise ici en 4, ça fait combien ? »
 E 276: « on peut faire 24 »
 C282 : « 24 tu penses ? »
 E 277: « en prenant celle du haut, en faisant une ligne sur les trois carrés d'en haut comme ça »
 C283 : « ok »
 E 278: « après en faisant.. voilà comme ça. Après sur les trois de droite comme ça en .. »
 C284 : « en vertical ? »
 E 279: « ouai. Et après on sépare le grand carré en ... »
 C285 : « en 4. Donc en fait finalement on a fait un truc un peu comme ça, c'est juste que y a des fois on n'a pas partagé. Ok donc, est-ce que vous pensez... là vous avez trouvé par 24, vous avez trouvé pour 8, 6, 10... est-ce que vous ne pouvez pas trouver une généralisation ? Ça c'est quoi comme nombre ? ... »
 45'48 → **Fin du groupe 1**

45'50 **Groupe 2**

E 280: « est-ce qu'il peut faire des sauts ? »
 C286 : « ça veut dire quoi des sauts ? »
 E 281: « par exemple, fin.. quand j'ai commencé j'ai dit avec 1 c'est bon. On fait des sauts de $3 + 1$ à chaque fois.. »
 C287 : « $3+1$? »
 E 282: « à chaque fois ouai. Donc pour 1 c'est bon. $+3$, 4 c'est bon. $+1$, 5 c'est non attendez. »
 C288 : « alors du coup tu fais 1, $+3$ ça fait 4, $+3$ ça fait 7. T'as trouvé 7 ? »
 E 283: « oui »
 E 284: « oui 7 c'est bon »
 C289 : « ok. $+3$, ça fait 10. Est-ce que vous avez trouvé 10 ? »
 E 285: « oui »
 E 286: « $+8$ aussi.. euh... $+8$ aussi oui. Si on fait $+1$ ça fait 8 aussi. »
 C290 : « ah ok. Donc tu cherches si tu fais $+1$, ou $+3$, c'est ça ? »
 E 287: « non mais systématiquement. Par exemple euh... »
 C291 : « ouai mais si tu fais $4+1$, là ça fait 5. Est-ce qu'on a trouvé pour 5 ? »
 E 288: « ah y a un $+3$... »
 C292 : « tu vois y a un truc... alors je vais faire un point au tableau. »
 46'44 → **Fin du groupe 2**

46'44 **Plénière**

C293 : « euh.. alors dites-moi, est-ce qu'il y en a ici qui ont trouvé des généralisations, c'est-à-dire qui se sont dit « on pense que certains nombres sont possibles » ? A ? »
 E 289: « tous les multiples de 2 à partir de 4 »
 C294 : « c'est-à-dire tous les nombres.. t'as dit E ? »
 E 290: « pairs »
 C295 : « pairs. Ce groupe là pense que tous les nombres pairs sont possibles à partir de 4, c'est-à-dire que là 2 on peut pas. 2 on s'est dit que si on sépare en 2, peu importe où on le sépare, ça fait des rectangles, 2 on sait qu'on ne peut pas. Donc, est-ce que vous êtes d'accord avec ça que à partir de 4, tous les pairs sont possibles ? »
 « oui », « oui »

C296 : « alors par quelle méthode de pavage ? »
E 291: « eh ben.. celle de.. »
E 292: « celle du haut »
E 293: « celle du haut en rajoutant un carré de chaque côté »
C297 : « ok, ça veut dire que là, au lieu de séparer.. »
E 294: « bah on prend.. »
C298 : « on sépare en 4, puis du coup ici en 4, ou alors en 5 puis en 5, et à chaque fois et du coup ça ça permet de trouver tous les nombres pairs. Donc ici, cette méthode de pavage elle permet de trouver tous les nombres pairs. ... Et les nombres impairs ? Est-ce qu'on peut tous les trouver ? Si oui, à partir de quel nombre ? Ouai A ? »
E 295: « eh ben, à partir de 5. »
C299 : « 5 vous pensez que ce n'est pas possible ? »
E 296: « non »
C300 : « ok, alors on en discutera après. Donc tu penses qu'à partir de 7 tous les nombres impairs c'est possible ? »
E 297: « oui »
C301 : « alors avec quelle méthode ? »
E 298: « bah la même que l'autre mais en rajoutant un seul carré sur une seule ligne. »
C302 : « celle-ci mais t'en rajoutes qu'un ? »
E 299: « ouai c'est ça, mais pas sur l'autre »
C303 : « est-ce que c'est possible ça? »
E 300 : « bah oui, non ? Comme ça il y en a 4 à droite là ...»
C304 : « ça veut dire que là je fais ça, vous en pensez quoi ? »
E 301: « ah bah non je suis con ! »
E 302 : « ça va faire un rectangle »
C305 : « ça va faire un rectangle parce que là on sépare en 4 donc c'est 1 quart et ça c'est combien ?.. »
E 303: « et si on fait des plus petits carrés ? »
C306 : « oui mais est-ce qu'on peut rajouter que d'un côté et pas de l'autre ? Y ? »
E 304: « mais on peut rediviser un peu le rectangle..(inaudible)
C307 : « lui ? »
E 305: « oui, on laisse un carré, nan pas en 2 »
C308 : « alors je le remets comme il était »
E 306: « eh ben comme il était avant »
C309 : « comme ça ? »
E 307: « non comme avant ... là c'était bien le (inaudible)
C310 : « ça ? Bah là ça fait un rectangle. »
E 308: « oui mais on le divise en 3 »
C311 : « ouai mais ici on aura toujours un rectangle, on a ce problème là »
E 309: « ah bon ? »
C312 : « oui parce que là on divise une longueur par 5 tandis que là on la divise par 4. Donc c'est pas possible. Mais on ne s'est pas assez appuyé sur cette méthode là là. Vous vous avez trouvé, à chaque fois qu'on fait +3 ça marche, c'est ça ? »
E 310: « oui »
C313 : « donc déjà on peut en avoir pleins. Des nombres impairs, on a quoi comme autre possibilités ? Est-ce que vous avez trouvé pour 11 ? »
(inaudible)
C314 : « t'as trouvé A ? »
E 311: « oui »
C315 : « comment tu fais ? »

(inaudible)

C316 : « comment on fait pour 11 ? Bon l'heure elle tourne, donc il reste 3 minutes donc je vous donne une indication pour prouver, fin pour.. comment on peut prouver que c'est impossible. Je vais vous donner une question. Deux sommets du carré initial, est-ce que ces deux sommets du carré initial peuvent appartenir à un même carré pavant ? Pavant c'est-à-dire que ça c'est un carré pavant parce que il pave, il partage le carré. Est-ce que deux sommets du carré initial peuvent appartenir à un même carré pavant ? »

E 312: « non »

E 313: « non »

C317 : « pourquoi non ? »

E 314: « parce que sinon ça fait un rectangle. »

C318 : « bah soit ça fait le grand carré, sinon ce sera un rectangle en effet. Si y a ce sommet et celui-ci, ben après on risque d'avoir un rectangle, c'est sûr. Donc à part pour 1 carré, le partager en 1, sinon deux sommets ne peuvent pas appartenir au même carré pavant. Donc 2 on sait que c'est pas possible parce que pour 2 il y aura forcément 2 sommets. Pour 3. Est-ce que 3 c'est possible ? »

E 315: « non. »

C319 : « pourquoi ? »

E 316 : « parce que sinon y aurait 2 sommets sur un même carré. »

C320 : « ouai. Parce que 3 bah y aura un carré qui contiendra ce sommet là, un carré qui va contenir ce sommet là et puis après bah ce sera pas un carré puisqu'il va contenir ces deux sommets. Donc 3 on sait que ce n'est pas possible par cette réflexion là. Donc ça c'est vrai c'est pas possible. 3 c'est pas possible. Et 5, est-ce que c'est possible ? ... Alors 5, du coup on a 4 carrés qui vont contenir les 4 sommets, on est d'accord ? Et si on fait un petit carré là ? Et si on fait un grand carré par exemple, ici un petit carré, là un autre petit carré, bah on a des trous. On va avoir des trous en fait. Alors ça c'était 6 pardon.. mais on va avoir des trous sur notre carré, dans notre carré on n'aura pas réussi à le partager en 5. »

E 317: « et en plus au milieu c'est pas des carrés donc.. »

C321 : « bah voilà, c'est ça notre problème, c'est qu'au milieu ça ne fait pas des carrés. Donc tout ça c'est impossible. Et alors qu'en pensez-vous du reste ? »

E 318: « le reste c'est possible »

E 319: « c'est à partir d'ici que c'est possible »

C322 : « à partir d'ici c'est possible. Pour l'instant vous vous avez réussi à prouver que pour les pairs c'était possible, on a prouvé que pour certains impairs c'était possible mais en fait, on pourra en reparler mais en fait il y a deux façons de faire pour prouver que les impairs c'est possible. Il y a la méthode du groupe du fond et on sépare comme ça et on trouve tous les +3, donc on les appelle les $3k+1$ mais on en discutera plus tard, et puis il y a cette méthode là où on utilise le carré là de 8, on a séparé en 8, et on peut re séparer ici en 4. Ça vous y avez peut-être pas pensé. Ça nous fait 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11. Et en fait en faisant ces deux méthodes ça permet d'obtenir tous les nombres impairs, ok ? » *Sonnerie en même temps*

[aparté sur les dictaphones]

Annexe 3 : Tableau d'analyse a posteriori de la séance de Marc

Phase + timing	Actions de P sur le milieu (ses interventions, ce qu'il a écrit, ce qu'il ignore, ...)	Interventions des élèves	Processus de dévolution	Responsabilité dans la validation
<p>Phase 1 : Présentation de la situation 0min - 9min45</p>	<p>P1 : les élèves savent que tout matériel et toute connaissance sont utilisables donc ils doivent faire appel à tout ce qu'ils connaissent et ne pas se restreindre au chapitre en cours.</p> <p>P2 : "un élève de CM2 peut faire ça, un élève de seconde peut faire ça, un élève de terminale peut faire ça, un prof de maths peut faire ça. C'est-à-dire que l'énoncé est adaptable au niveau" : les élèves savent que ce problème est à leur portée.</p> <p>P4-P5 : les élèves disposent maintenant de la connaissance du mot pavage grâce à la définition et à une représentation.</p> <p>P5 : "Alors, pour quelles... Qui veut nous lire le texte là ?" : P se ravise de lire la consigne en proposant aux élèves de le faire.</p> <p>P6 : les élèves savent qu'ils peuvent faire des carrés de grandeurs différentes, et s'engagent dans le problème en réalisant des tests pour une petite valeur. Cela les pousse à réaliser des tests ou des essais.</p>		<p>P2 : P motive les élèves pour s'investir dans la situation.</p> <p>P4 : "c'est comme si vous aviez un puzzle et qu'on définissait six petites heu... pièces, pour former le puzzle complet" : des mots plus simples sont employés pour que les élèves comprennent mieux le problème.</p> <p>P5 : P commence à impliquer les élèves dans la recherche du problème.</p> <p>P6 : "vous allez essayer par exemple, êtes-vous capables de m'décomposer ce carré, donc ce grand puzzle, en quatre carrés ?" : P prend en charge l'entrée dans le problème en leur proposant une question fermée pour débiter la</p>	<p>P4 : P prend à sa charge la définition du mot pavage.</p>

	<p>P12 : "est-ce que vous êtes capables de partager votre carré en six ? En sept ? En huit ? Et toujours, avec comme heu... problématique, que ça soit que des carrés" : P les guide sur les tests à réaliser mais rappelle également les contraintes.</p>	<p>E9-E10 : la classe sait à présent comment paver un carré en 4 carrés.</p>	<p>résolution du problème.</p> <p>P12 : P impose une façon d'entrer dans le problème.</p> <p>P13 : "Le groupe, en gros, le groupe qu'a trouvé le plus de cas possibles bah déjà heu... c'est le groupe qu'a un p'tit peu gagné" : P instaure une petite compétition entre les groupes pour les motiver à chercher.</p>	<p>E9-E10 : prise en charge du tracé par les élèves E9 à P11 : débat conclu par la validation de P</p>
<p>Phase 2 : première phase de recherche en petits groupes 9min45 - 19min</p>	<p>P16 : "posez-vous la question, plus loin, plus loin, toujours plus loin et voir un p'tit peu si on peut... trouver une sorte de... Ouais, de propriété ou de choses équivalentes" : les élèves sont encouragés à trouver une répétition d'un pavage entre les différents cas (n petit).</p> <p>P18 : peut inciter les élèves à réfléchir à un pavage réalisé carré après carré.</p>	<p>Des élèves volontaires proposent au tableau un</p>	<p>P16 : P donne une ligne directrice sur la façon d'aborder le problème.</p> <p>P18 : "Y'a une contrainte pour le côté supplémentaire, le côté consécutif. Il est forcément d'la même longueur. " : P fait prendre conscience aux élèves d'une certaine manière de faire un pavage et rappelle à nouveau les contraintes.</p>	<p>P16 : validation par P du cas $n = 7$ dans un groupe</p> <p>P75-E66 : co-validation entre élève et P</p>

	<p>P20 : "on peut faire des sortes de p'tites familles" : les élèves peuvent essayer de trouver des similitudes entre les différents pavages réalisés d'après ce que dit P.</p> <p>P36-E1 31 : "dans un carré, y'a pas de fin ! Parce que chaque carré ... ?" : les élèves comprennent qu'ils peuvent à nouveau découper chaque carré en d'autres carrés.</p>	<p>pavage pour $n = 9$ et $n = 6$.</p>	<p>P20 : P guide de nouveau les élèves sur un raisonnement à mener.</p> <p>P36 : P anticipe une manière de paver pour les élèves.</p>	<p>P22-23 : "c'est quand même des rectangles là, vrai ou pas ?" : P invalide une figure d'un élève.</p> <p>P27 à P33 : échange où il y a co-validation entre le petit groupe d'élèves et P</p>
<p>Phase 3 : Plénière 19min - 27min25</p>	<p>P44 : "Sans faire le dessin, être capable de voir qu'il suffit de faire quelque chose pour en avoir encore une série... une série de... carrés supplémentaire." : les élèves comprennent que les tests ne suffiront pas à répondre au problème.</p> <p>P58 : "est-ce que quelqu'un a trouvé autrement le neuf ?" : P suggère qu'il n'y a pas unicité du pavage.</p> <p>P70 : les élèves savent que pour $n = 1000$ c'est possible sans que personne n'ait proposé de pavage.</p>		<p>P44 : P oriente les élèves à ne plus faire de tests mais à généraliser.</p> <p>P51 : P stoppe la tentative de généralisation pour tenter de trouver les cas impossibles.</p>	<p>E1 40 - E1 42 : invalidation d'un élève en corrigeant un autre</p> <p>E2 54 : invalidation par un élève car ce ne sont pas des carrés faits au tableau</p> <p>P70 : "Bah va falloir m'expliquer mais c'est possible." : P valide $n = 1000$.</p>
<p>Phase 4 : Recherche en groupes 27min25 - 28min44</p>				<p>E2 69 : invalidation par un élève au sein d'un groupe</p>

<p>Phase 5 : Plénière au tableau 28min44 - 34min30</p>	<p>P86 : "Alors maintenant j'peux vous aider, c'est impossible, bravo !" : les élèves découvrent des cas impossibles.</p>		<p>P88 à P96 : P prend à sa charge la démo de l'impossibilité en intégrant les élèves par questions-réponses.</p>	<p>P78 : P invalide un pavage à cause d'un chevauchement.</p> <p>E77 à P86 : co-validation sur les cas impossibles 2 et 3</p>
<p>Phase 6 : Recherche en groupe 34min30 - 36min</p>				
<p>Phase 7 : Plénière 36min - 46min25</p>	<p>P118 : "Est-ce que quelqu'un peut m'expliquer pourquoi c'est pas possible en cinq ?" : les élèves découvrent que $n = 5$ n'est pas possible.</p> <p>P120 : "Est-ce qu'on peut passer de six à neuf ?" : P induit le fait qu'il y ait une répétition entre les cas $n = 6$ et $n = 9$ car ne propose pas 6-7 ou 6-8.</p> <p>P123-P133 : P déroule une démonstration pour passer d'un pavage à un autre (de 6 à 9) et par imitation, les élèves trouvent comment passer de 9 à 12, de 7 à 10, puis à 13.</p>	<p>E103 – E104 : élève doué qui invalide un pavage, peut influencer l'avis des autres élèves sur ce pavage</p>	<p>P122 : P prend en charge l'idée de récurrence entre les cas</p> <p>P123 - P133 : les élèves sont totalement guidés et ne répondent qu'à des questions fermées et souvent orientées.</p>	<p>E103 à P116 : co-invalidation entre P et un élève</p> <p>P118 : validation prise en charge par P sans donner la démo</p> <p>P129 : P invalide une proposition</p>

	P133 : P note les cas de 1 à 15 au tableau et réalise des flèches pour constituer des familles de nombres. Les élèves visualisent davantage le processus de démonstration.			d'un élève qui se corrige lui-même.
Phase 8 : Plénière sur les cas impossibles 46min25 - 50min	P147 : "Est-ce que vous pouvez me confirmer qu'avec cinq c'est pas possible ?" : les élèves ont l'information que $n = 5$ n'est pas possible.		P147 : les élèves ayant connaissance du résultat sont invités à chercher la démonstration.	P147 : P donne le résultat sans la preuve. P152 : "Un tiers, la moitié : perdu !" : P invalide la figure d'un élève. P155 - P159 : impossibilité du cas $n = 5$ avéré par P

Annexe 4 : Tableau d'analyse a posteriori de la séance de Clémentine

Phase + timing	Actions de P sur le milieu (ses interventions, ce qu'il a écrit, ce qu'il ignore, ...)	Interventions des élèves	Processus de dévolution	Responsabilité dans la validation
<p>Phase 1 : Présentation de la situation 0 min 31 - 3 min 17</p>	<p>C5 : « Tiens lis moi le problème M, l'énoncé » : l'élève se sent concerné dès l'entrée dans le problème.</p> <p>C9 : les élèves disposent désormais de la définition de "paver".</p>	<p>E2 : « Savoir pour combien de n carrés on peut le diviser » et E3 : l'élève modifie le verbe "paver" par "diviser".</p>	<p>C5 : volonté de C d'intégrer les élèves dans la recherche du problème dès le début</p> <p>C6 : « Alors, qu'est-ce que vous devez faire ? » : reformulation par un élève</p> <p>C9 : « Donc on peut reformuler le problème : pour quelles valeurs de n peut-on partager ce carré en n carrés ? » : des mots plus simples sont utilisés pour que les élèves comprennent mieux</p>	<p>C9 : C prend en charge la définition de pavage.</p>

<p>Phase 2 : Recherche individuelle au sein des groupes 3 min 17 - 5 min 06</p>	<p>C12 : « Alors, relis la question. ... Juste relis-là » : C montre à l'élève que la réponse à sa question se tient dans l'énoncé.</p> <p>C17 : « M elle propose .. donc tu dis le nombre de carrés qu'on peut faire, c'est ça ? » : C montre à l'élève qui se pose des questions sur le problème qu'il peut s'appuyer sur ce que dit M (très bonne élève).</p> <p>C19 : « on a un carré ici .. et on veut le partager en un certains nombres de carrés. Et nous on demande toutes les valeurs de n pour lesquelles c'est possible » : nouvelle formulation du problème qui suggère aux élèves qu'il y a plusieurs valeurs possibles pour paver le carré</p> <p>C22 : « mais vous pouvez tester pour l'instant ... » : le verbe "tester" suggère qu'on peut essayer avec des n petits.</p> <p>C25 : « montre-moi. Fais des tests. Vous avez des carreaux » : pour chercher ce problème, C invite à utiliser papier, crayon pour faire des tests.</p>	<p>E1 19: "on le divise en 2" : un élève propose à son groupe un premier essai à effectuer.</p>	<p>C12 : l'élève est invité à chercher par ses propres moyens en continuant à réfléchir seul.</p> <p>C15 : « Qu'est-ce qu'on cherche alors ? » : volonté de s'assurer qu'après sa recherche personnelle l'élève a compris l'enjeu du problème</p> <p>C22 : C guide les élèves vers une piste d'entrée dans la résolution du problème.</p>	<p>C17 : C suggère que la réponse de M est une piste à suivre sans la valider.</p> <p>C19 : C prend en charge une nouvelle formulation de la question, posant problème aux élèves.</p> <p>E1 19 et C25 : le cas $n = 2$ est proposé comme cas possible et C n'invalide pas cette proposition mais invite plutôt à essayer de le démontrer.</p>
<p>Phase 3 : Recherche en petits groupes 5 min 06 - 23 min 48</p>		<p>E1 21 : « j'sais pas, j'comprends pas, faut faire quoi ? ... Genre faut trouver combien de carrés je peux faire dans un carré ? » : tentative de reformulation du problème par l'élève</p>		

	<p>C29 : « Alors, on veut.. donc là, on a un carré qui est de taille quelconque, on s'en fiche, et on demande toutes les valeurs possibles de n » : C reformule le problème à la portée de l'élève qui n'est pas sûr de lui.</p> <p>C32 : « non, fin y a plein de valeurs de n, il y en a plein » : C répond à E1 (25) en lui donnant une piste de réponse.</p> <p>C33 : « ouai mais alors montre moi comment tu partages ce carré en 4, montre moi comment tu partages ce carré en 8 » : l'élève comprend qu'à chaque proposition faite, une démonstration doit être apportée.</p> <p>C34 : « ouai ! Fais des, fais tes tracés, essayez, et après vous allez essayer de trouver toutes les valeurs pour lesquelles on peut partager » : C suggère que ce problème peut se résoudre grâce à des tracés.</p> <p>E1 48 à C40 : E1 propose de partager le carré en des millions de carrés et C39 lui dit : «au lieu de commencer par des millions de carrés, commencer par des ... par un nombre de carrés petit pour voir. » : C suggère que la résolution du problème se fait progressivement, c'est plus facile de commencer par des n petits.</p>	<p>E1 25: « et euh y a pas qu'une seule réponse, si ? »</p> <p>E1 26: « donc là ça peut être 4 comme 8 »</p>	<p>C33 : P s'appuie sur ce que lui dit E1 26 et l'encourage à poursuivre dans cette voie</p> <p>C34 : C invite à raisonner sur ce problème en commençant par effectuer des tracés.</p> <p>L'élève a une bonne intuition de la réponse au problème mais ne sait pas comment s'y prendre, C le guide vers un début de raisonnement.</p>	<p>C29 : C prend en charge une nouvelle formulation de la question.</p> <p>C32 : C valide ce que E1 25 a dit.</p> <p>C33 : C valide le fait qu'il y a existence des cas $n = 4$ et $n = 8$.</p> <p>C41 : « alors est-ce qu'on a parlé d'aire et de périmètre dans l'énoncé ? » :</p>
--	---	--	---	--

	<p>E1 53 et C57 : l'élève sait à présent qu'un pavage est possible en divisant chaque carré par 4 à l'infini.</p> <p>C60 : « est-ce que là, en faisant comme ça, est-ce que là t'es capable de partager ce carré en 6 carrés ? » : C suggère que les cas ne sont pas tous accessibles par une puissance de 4.</p> <p>C69 : « en 4 carrés, ok. Est-ce que cette méthode-là elle peut vous amener à partager ce</p>		<p>C58 : « ah ben justement, ça je ne vais pas vous donner d'indications de comment on note ça » : C montre à l'élève que lui seul doit résoudre le problème.</p> <p>C60 : C guide l'élève vers une autre piste que sa puissance de 4 dans laquelle il est un peu enfermé.</p> <p>C63 : « est-ce que c'est une hypothèse qu'on a faite dans l'énoncé ? » : l'élève est invité à s'appuyer sur l'énoncé seulement plutôt que sur son professeur pour qu'il prenne totalement en charge le problème.</p> <p>C69 : C anticipe le cas $n = 6$ avant même que les élèves n'en parlent à la suite de leur solution pour $n = 4$.</p>	<p>C répond à une question d'un élève par une autre question, voulant qu'il tienne la réponse que de lui-même mais la question formulée ainsi suggère quand même un non.</p> <p>E2 43 et C48 : co-validation sur le cas $n = 16$</p> <p>E1 46 à C57 : co-validation sur l'idée de rediviser chaque carré par 4 pour obtenir un nouveau pavage</p>
--	---	--	--	--

	<p>carré en 6 carrés ? » : C invite les élèves à se questionner sur le fait qu'il peut y avoir différentes façons de paver.</p> <p>C85 : « ok. Nan mais c'est ... c'est ... c'est juste que si tu trouves.. si par exemple tu ne partages plus pour 1 millimètre mais pour 0,5 millimètres » : les élèves prennent conscience que les cas où n est très grand ne sont plus accessibles par le dessin.</p> <p>C 89 : « non. Ça veut dire que là t'as trouvé une valeur, une valeur qui fonctionne Yoni, pas de soucis, mais nous on veut quelque chose de plus général ... Toutes les valeurs qui fonctionnent. Et celles qui fonctionnent pas... » : prise de conscience par les élèves d'une nécessité de généraliser et de l'existence de cas impossibles</p> <p>C98 : même chose que C69 pour un autre groupe</p> <p>C115 : « Ah non ! Ok, on compte pas ceux-là. » : réexplication du sens du pavage à l'élève</p> <p>C127 : « est-ce que pour $n = 3$ ça marche ? 4, 5, 6, 7 ? Et puis après 1000. Si je vous donne 3000, est-ce que vous pensez que ça marche ? ... » : C réexplique l'objectif du problème.</p> <p>C129 : « ouai. Ici on peut le vérifier, c'est pas un carré, donc faut trouver une autre façon de faire. Ok ? » : P, sur le cas $n = 6$, fait comprendre à</p>	<p>E1 82: « c'est difficile de le faire en vrai »</p> <p>E1 126: « c'est pas des carrés » : rétroaction du milieu, le tracé est invalidé</p>	<p>C70 à C78 : les élèves ont à leur charge le problème car C veut intervenir le moins possible.</p> <p>C89 : C guide les élèves vers la généralisation.</p> <p>C127 : C propose une démarche à suivre pour répondre au problème.</p>	<p>C70 à C78 : échange dans lequel C se refuse de valider ou invalider par lui-même une proposition des élèves (C71 : « pourquoi c'est pas possible ? »)</p> <p>C89 : validation par C des pavages réalisés par l'élève</p> <p>C115 : invalidation par C d'une méthode de comptage d'un élève</p>
--	--	--	---	---

	<p>l'élève qu'il y a un pavage possible.</p> <p>C138 : même idée que C129 mais pour un autre groupe.</p> <p>C148 : comme pour C138 et C129, C suggère de sortir des pavages en carrés égaux pour trouver le pavage en 6 carrés.</p> <p>C160 : « ok, et est-ce qu'on retrouve la même chose ici et là ? Est-ce qu'on peut trouver des choses similaires ? ... entre vos deux carrés » : C suggère que certains tracés sont similaires et veut inviter les élèves à faire des "familles" de cas.</p> <p>C166 : « 13 c'est un multiple de 3 ? » : C invite les élèves à se questionner sur les cas trouvés et déjà validés. Ils veulent généraliser en disant que ce sont les multiples de 3 et ce cas leur donne un contre-exemple.</p>	<p>E1 144: « 1, 4, 9, 25 c'est bon » : les élèves savent comment paver en 1,4,9,25 carrés.</p>	<p>C160 : C invite les élèves à confronter leurs pavages.</p> <p>C176 : « Essayez en 7, en 8. Avancez comme</p>	<p>E3 129 à C134 : co-validation sur l'impossibilité du cas $n = 2$. C approuve les arguments des élèves.</p> <p>C136 : « Non ? Pourquoi ça marche pas ? » : C n'invalidé pas la proposition d'impossibilité pour le cas $n = 6$ par certains élèves.</p> <p>E1 144 à E1 145 : les élèves valident eux-mêmes et n'attendent rien du professeur, ils sont sûrs d'eux.</p> <p>C166 : C répond à une question des élèves par une autre question dont la réponse leur permet de s'invalider eux-mêmes.</p> <p>C173 : « est-ce que du coup si tu sépares en 3 et si tu sépares en 2, est-ce que ça ça peut être des carrés ? » : C donne un moyen à l'élève pour invalider son tracé.</p> <p>C174 : C valide un tracé exact d'une élève.</p>
--	---	--	---	---

			ça, petit à petit. » : C guide sur la procédure à adopter pour la suite.	
Phase 4 : Plénière 23 min 54 - 33 min 12	C184, C186, C198 : C ne choisit pas au hasard les élèves envoyés au tableau : ce sont des élèves qui ont produit des pavages qui vont être utiles au reste du groupe pour la généralisation.			E190, C192 : « Regarde. Ils ont réussi à le faire derrière. » : C s'appuie sur les productions d'élèves pour valider.
	C194 à C197 : échange en aparté avec un élève sur la démonstration du problème : il faut démontrer les cas impossibles et les cas possibles C214 : « expliquez-nous votre façon de faire. » : C interroge exprès un groupe d'élèves pour faire avancer le groupe classe. C223 : « pour l'instant on n'a pas réussi. Mais en	E203 à E206 : interactions entre les élèves sur les cas impossibles pour le reste de la classe : « bah les nombres premiers j'ai l'impression qu'ils ne sont pas faisables. », « non les nombres impairs », « nan nan nan, 9 c'est impair »	E203 - E206 : Les élèves débattent entre eux sur des cas impossibles et C adopte un rôle de médiateur plutôt que de détenteur du savoir. C214 : volonté de C de faire formuler une généralisation par les élèves	C205, C206 : « On a vu que c'était possible. » : co-validation de la classe et de C à partir d'un tracé d'élève pour $n = 6$ E203-E206 : invalidation entre les élèves C215 : Un élève invalide sa propre proposition grâce au pavage d'autres élèves. E217 et C22 : co-validation de l'impossibilité de cas $n = 2$

	<p>fait c'est pas parce qu'on ne réussit pas qu'on ne prouve pas que c'est impossible. » : C explique aux élève ce que signifie "démontrer" et ce qu'on attend d'eux dans ce problème.</p> <p>C226 : « Essayez de faire quelque chose de plus général et inspirez-vous des pavages des autres. » : C suggère que les pavages sont corrects.</p>		<p>C226 : C invite à présenter les élèves à tester pour de nouveaux cas ou à généraliser.</p>	
<p>Phase 5 : Recherche en groupe 33 min 35 - 46 min 44</p>	<p>C234 (à la classe) : « Avec ces méthodes-là, essayez de trouver quels nombres on peut attraper, c'est-à-dire se dire si on fait ce même type de pavage, quels sont tous les nombres que l'on va pouvoir attraper, ensuite, avec ce type de pavage, quels sont les nombres, et avec ce type de pavage là, quels sont les nombres que l'on va pouvoir attraper. Et est-ce qu'on va pouvoir attraper tous les nombres ? [...] » : C désigne les pavages sur lesquels s'appuyer pour généraliser. On comprend qu'à chaque pavage correspond une "famille" de cas possibles.</p>	<p>E1 236 : un élève réussit à prouver que tous les nombres pairs à partir de 4 sont</p>	<p>C238 à C241 : « ah tu n'avais pas eu cette idée ? Je pensais que c'était ça ton idée. » : léger effet Jourdain où C pense que l'élève a effectué une certaine méthode de pavage alors que non et donc lui donne une méthode possible.</p>	<p>C230 : « mais là apparemment K a trouvé une façon pour trouver 8. » : validation par une production d'élève</p>

		possibles, en s'appuyant sur le pavage fait par un autre élève.		<p>C250 : « et pourtant dans le groupe là-bas, ils ont réussi à le trouver. » : invalidation d'une proposition d'un élève par C, en s'appuyant sur ce qu'ont fait d'autres groupes</p> <p>E242 et C251 : stimulation en instaurant une compétition entre les groupes</p> <p>C254 à C261 : C veut faire invalider par l'élève sa proposition par des questions mais il finit par valider.</p> <p>C268 à C272 : contrairement à l'échange précédent, le jeu de questions réponses pour invalider un résultat permet à l'élève de se valider.</p> <p>C288 : C invalide un raisonnement d'élève en l'éloignant de sa fausse piste et en le guidant plutôt vers une autre qui fonctionne.</p>
<p>Phase 6 : Plénière 46 min 44 - 53 min</p>	<p>C288 : « alors du coup tu fais 1, +3 ça fait 4, +3 ça fait 7. T'as trouvé 7 ? » : C montre à l'élève, en abandonnant l'idée de +1, que seul le +3 est intéressant dans cette suite de nombres.</p> <p>C293 : Choix de C d'interroger un (bon) élève parce que sa réponse va faire avancer le groupe.</p> <p>C296 : P veut inciter les élèves à associer une famille de nombres à un type de pavage.</p>			<p>C298 à E302 : « ah bah non je suis con ! », « ça va faire un rectangle » : par questions-réponses, l'élève invalide lui-même sa proposition.</p>

	<p>C318 : les élèves ont la preuve de l'impossibilité du cas $n = 2$.</p> <p>C320 : les élèves ont la preuve de l'impossibilité du cas $n = 5$.</p>	<p>E316 : « parce que sinon y aurait 2 sommets sur un même carré. » : l'élève, par imitation du cas $n = 2$, justifie que pour $n = 3$ c'est impossible.</p> <p>E 317 : « et en plus au milieu c'est pas des carrés donc.. » : les élèves restent actifs lors de la démonstration de l'impossibilité du cas $n = 5$.</p>	<p>C312 : « Mais on ne s'est pas assez appuyé sur cette méthode-là là. Vous vous avez trouvé, à chaque fois qu'on fait +3 ça marche, c'est ça ? » : C veut revenir sur une méthode et les guide vers celle-ci pour arriver à la solution du problème.</p> <p>C316 : P engage la démonstration de l'impossibilité des cas.</p> <p>C320 : C prend en charge la solution du cas $n = 5$.</p> <p>C322 : C conclut sur le problème même si tout n'a pas été démontré.</p>	<p>C312 : « oui parce que là on divise une longueur par 5 tandis que là on la divise par 4. Donc c'est pas possible. » : C valide.</p> <p>C318 : C valide pour $n = 2$.</p>
--	---	---	---	--

4^{ème} de couverture

Résumé : Un des enjeux de l'enseignement est de rendre les élèves autonomes dans leurs apprentissages pour que les connaissances s'ancrent durablement. *La Théorie des Situations Didactiques* de Brousseau montre que, pour cela, le professeur doit proposer des situations à potentialités adidactiques, notamment en faisant en sorte que le milieu de l'élève soit propice à l'émergence de nouvelles connaissances. Cependant, beaucoup de problèmes sont proposés dans les manuels scolaires mais jamais leur mise en œuvre effective. Ainsi, deux enseignants peuvent proposer la même situation sans engendrer les mêmes apprentissages chez les élèves, selon la façon dont ils ont choisi de mener la séance. Clémentine et Eva ont alors analysé deux mises en œuvre d'une même Situation de Recherche en Classe, celles d'un professeur stagiaire et d'un professeur expérimenté, afin d'émettre des hypothèses sur l'activité mathématique des élèves dans chacune des classes.

Mots clés : théorie des situations didactiques, activité mathématique des élèves, milieu, Situation de Recherche en Classe, étude de deux pratiques.

Summary: What is at stake in teaching is to empower pupils in their learning, so that their knowledge is maintained over time. To achieve this goal, Brousseau's *Théorie des Situations Didactiques* shows that teachers must aim for situations with adidactic potential, including to make sure that there is a students' environment that favours the emergence of new knowledge. However, lots of problems are suggested in textbooks but there never is any implementation. Therefore, two teachers can offer the same situation without generating the same learning for the students, depending on the way they decided to organise their session. This is why Clémentine and Eva have analysed two implementations of the same Classroom Research Situation: one by a trainee teacher and one by an experienced teacher, in order to make assumptions about the students' mathematical activity in each class.

Key words: theory of didactic situations, students' mathematical activity, (learning) environment, Classroom Research Situation, study of two practices.