



HAL
open science

Quels enjeux se cachent derrière la compétence modéliser au cycle 4 ?

Giuseppe Stiavelli

► **To cite this version:**

Giuseppe Stiavelli. Quels enjeux se cachent derrière la compétence modéliser au cycle 4 ?. Education. 2022. dumas-03724144

HAL Id: dumas-03724144

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-03724144>

Submitted on 15 Jul 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Année universitaire 2021-2022

Master MEEF

Mention 2nd degré- parcours Mathématiques

2^{ème} année

QUELS ENJEUX SE CACHENT DERRIERE LA COMPETENCE MODELISER AU CYCLE 4 ?

**Mots Clefs : compétences de modélisation, métacognition, modèle, raisonnement
mathématique, esprit critique**

Présenté par : GIUSEPPE STIAVELLI

Encadré par : MADAME PASCALE NIKOLSKI

Sommaire

Résumé	2
1 Introduction	3
2 Réflexion théorique à partir d'un article de Katja Maaß	4
2.1 Cycle de modélisation	4
2.2 Compétences de modélisation et métacognition	7
2.2.1 Compétences de modélisation	7
2.2.2 Métacognition	9
2.3 Conclusion de la partie 2	10
3 Expérimentations en 5 ^{ème}	11
3.1 Expérimentation du 24 Janvier	11
3.1.1 Structure des deux séances	12
3.1.2 Présentation du problème	13
3.1.3 Phase d'exploration en groupes	13
3.1.4 Mise en commun : création d'un modèle	14
3.1.5 Travail mathématique, interprétation et validation	16
3.1.6 Conclusion de la partie 3.1	16
3.2 Expérimentation du 10 Mars	17
3.3 Remarque conclusive	20
3 Expérimentation en 4 ^{ème}	21
3.1 Déroulement prévu – Remarques	22
3.2 Déroulement et commentaires	22
3.2.1 Phase d'exploration en groupes	23
3.2.2 Mise en commun, création d'un modèle mathématique	24
3.2.3 Nécessité de faire certaines hypothèses et résolution mathématique	26
3.2.4 Interprétation et validation	28
3.3 Conclusion de la partie 3	29
4 Conclusion	31
Bibliographie et sitographie	33
Annexes	34
A Productions des élèves de 5 ^{ème} – Activité du 24 Janvier	34
A.1 Phase d'exploration en groupes	34
A.2 Modèle réel	36
A.3 Résolution mathématique	37
A.4 Interprétation	38
B Productions des élèves de 5 ^{ème} – Activité du 10 Mars	39
C Productions des élèves de 4 ^{ème} – Activité du 10 Mars	44

C.1 Phase d'exploration en groupes	44
C.2 Modèle mathématique.....	46
C.3 Liste des hypothèses	48
C.4 Résolution mathématique.....	48
C.5 Interprétation et validation	50

Résumé

La compétence *Modéliser* est l'une des six compétences à faire développer chez les élèves. Mais en quoi consiste exactement la modélisation ? Comment l'exploiter dans nos classes, et comment peut-elle sensibiliser les élèves au raisonnement ? Pour y répondre, dans un premier temps je commenterai l'article « What are modelling competencies ? » de Katja Maaß, dans lequel on explique quelles sont les sous compétences mobilisées par les élèves lors d'une séance de modélisation. Nous verrons en particulier que la métacognition peut jouer un rôle important. Dans un deuxième temps, j'analyserai des activités de modélisation mises en place dans mes deux classes, une 5^{ème} et une 4^{ème}. Enfin, je chercherai à examiner si et comment ces activités ont eu une influence sur les séances suivantes.

1 Introduction

Très souvent, les mathématiques sont considérées par les élèves (et plus en général par une bonne partie de la société) comme des sciences abstraites, sans aucune relation avec la vie quotidienne. Plusieurs fois certains élèves m'ont posé des questions du type : « Mais pourquoi on doit apprendre tout ça ? À quoi cela nous servira dans la vie ? ».

Et pourtant, les mathématiques sont toujours présentes autour de nous, comme le philosophe et mathématicien italien Galileo Galilei nous l'explique **[G23]** :

« La philosophie est écrite dans ce livre gigantesque qui est continuellement ouvert à nos yeux (je parle de l'Univers), mais on ne peut le comprendre si d'abord on n'apprend pas à comprendre la langue et à connaître les caractères dans lesquels il est écrit. Il est écrit en langage mathématique, et les caractères sont des triangles, des cercles, et d'autres figures géométriques, sans lesquelles il est impossible d'y comprendre un mot. Dépourvu de ces moyens, on erre vainement dans un labyrinthe obscur. »

Pour donner du sens aux mathématiques qu'on apprend au collège, et pour susciter de la curiosité chez les élèves, il devient alors nécessaire d'insister et d'explicitier ce lien entre mathématiques et nature, et plus en général entre mathématiques et vie courante. En effet, personnellement je pense que les mathématiques ne doivent pas être considérées comme une discipline détachée d'autres disciplines et du « monde réel », mais plutôt comme un « outil » pour développer et affiner le mode de raisonnement, pour se poser des questions, pour chercher à trouver des réponses dans des situations concrètes.

Pour analyser ces aspects des mathématiques, je trouve indispensable de travailler de manière approfondie l'une des six compétences qui sont à développer chez les élèves dès le cycle 3 : celle de *Modéliser*. En effet, comme précisé dans le document « Compétences travaillées en mathématiques : *Modéliser* », consultable sur le site d'Eduscol **[E16]** :

« La compétence *Modéliser* constitue pour l'élève de cycle 4 un enjeu qui rencontre les 5 domaines du socle : elle illustre la puissance du langage mathématique dans sa capacité de mise en ordre et de description du monde, elle constitue une mise en œuvre des méthodes mathématiques de raisonnement hypothético-déductif, elle participe à la formation d'un citoyen éclairé [...]. »

Mais quelles sont les sous-compétences qui « se cachent derrière » la modélisation, et qu'on demande de développer chez les élèves ? Et comment ces sous-compétences peuvent-elles sensibiliser les élèves, et les aider dans le raisonnement ?

Dans ce mémoire, je chercherai à apporter des éléments de réponses à ces questions. Dans un premier temps, j'analyserai l'article « What are modelling competencies ? » (2006) de Katja Maaß (University of Education, Freiburg) **[M06]**, dans lequel elle met en évidence les compétences mobilisées par les élèves lors d'une séance de modélisation, et explique comment on peut mettre en place des séances de modélisation dans des cours de mathématiques. Nous verrons en particulier que pour sensibiliser les élèves à la pratique du raisonnement, il est important de ne pas se limiter à la construction d'un modèle mathématique et de travailler dans celui-ci (comme souvent on se limite à faire), mais d'insister aussi sur l'interprétation des résultats obtenus dans le « monde mathématique ».

Dans un deuxième temps, j'expliquerai comment j'ai mis en place des séances de modélisation dans mes deux classes, une 5^{ème} et une 4^{ème}. Dans les deux cas, après avoir expliqué le choix de la tâche proposée aux élèves, j'analyserai le déroulement des activités mises en place dans les classes, en les commentant selon la problématique posée ci-dessus ; pour cela, je m'appuierai sur plusieurs productions des élèves. Enfin, j'essaierai d'examiner si et comment ces activités ont eu une influence sur les séances suivantes.

2 Réflexion théorique à partir d'un article de Katja Maaß

Dans l'introduction, nous avons vu que la compétence *Modéliser* est l'une des six compétences qu'un enseignant de mathématiques doit faire travailler à ses élèves. Mais en quoi consiste exactement la modélisation ? Comment l'exploiter dans nos classes ?

Une première réponse est donnée dans le document « Compétences travaillées en mathématiques : *Modéliser* » **[E16]** :

« [...] la modélisation fait intervenir un élément non mathématique au début et à la fin du processus. On peut en effet décrire de manière schématique le processus de modélisation en distinguant trois temps : la mise au point d'un modèle à partir du réel, le fonctionnement du modèle lui-même à l'intérieur des mathématiques, et la confrontation des résultats du modèle au réel. »

Donc dans ce document on décrit le processus de modélisation avec un schéma linéaire ; trois temps sont bien définis et distincts : un premier avec le choix d'un modèle, un deuxième avec un travail mathématique sur ce modèle, et enfin un troisième avec la confrontation des résultats au réel. Bien sûr, je suis d'accord qu'avec un tel processus on porte l'attention sur le lien entre monde réel et monde mathématique, et qu'on fait travailler les élèves sur les relations entre ces deux contextes. Par contre, avec un tel processus on suppose qu'il existe un seul modèle du phénomène ou de la situation qu'on veut modéliser (ou qu'on choisit tout de suite le meilleur modèle), et que donc on ne doit pas s'interroger sur la validité du modèle choisi après la troisième phase. Je trouve alors dommage l'absence de cette dernière phase, car celle-ci permettrait de s'interroger sur la validité du modèle choisi, et donc de se poser des questions, d'avoir un recul sur ce qui a été fait jusqu'à ce moment, d'avoir un esprit critique sur comment a été conduit le processus de modélisation : en d'autres termes, cette dernière phase permettrait, à mon avis, d'affiner le raisonnement mathématique.¹

Une des raisons pour lesquelles la phase d'interrogation du modèle n'est pas envisagée est peut-être la difficulté de mettre en place des séances de modélisation dans des classes de l'enseignement secondaire. En effet, la croyance de ne pas pouvoir mettre en place de telles séances est bien présente dans l'esprit des professeurs de mathématiques en France (voir par exemple l'article **[CV12]**), et donc un processus linéaire comme celui décrit dans le document d'Eduscol peut paraître un compromis sur comment faire travailler les élèves sur des tâches de modélisation.

Toutes ces thématiques sont reprises par Katja Maaß, professeur à l'University of Education, Freiburg, dans l'article « What are modelling competences ? » **[M06]**.

Dans cet article, tout d'abord l'auteur explique quelles sont les conceptions différentes sur le processus de modélisation, et quelles sont les compétences demandées aux élèves quand ils sont faces à des tâches de modélisation. Dans un deuxième temps, elle décrit la mise en pratique des études théoriques dans deux de ses classes (élèves de 13 ans), en analysant les résultats qu'elle a pu constater.

2.1 Cycle de modélisation

Katja Maaß prend en considération trois conceptions différentes par rapport au processus de modélisation.

- De Lange (**[DL89]**, page 101) considère que la « mathématisation » du problème est la phase strictement plus importante, car c'est dans cette phase que les élèves découvrent les notions mathématiques cachées dans le problème. La phase de retour au monde réel est beaucoup moins traitée.
- Galbraith **[G95]**, au contraire, donne une importance majeure aux phases d'interprétation et de validation, indispensables selon lui pour résoudre un problème issu du monde réel.

¹ Il faut quand même préciser que dans une note du document il est noté que : « Dans une version plus élaborée, cette dernière phase boucle sur la première, en construisant une version améliorée du modèle ».

- Blum ([B96], page 18) ne considère pas une phase plus importante qu'une autre, mais il considère l'entier processus de modélisation comme essentiel. Avec cette conception, on peut alors plutôt parler de cycle de modélisation (voir **Figure 1**).

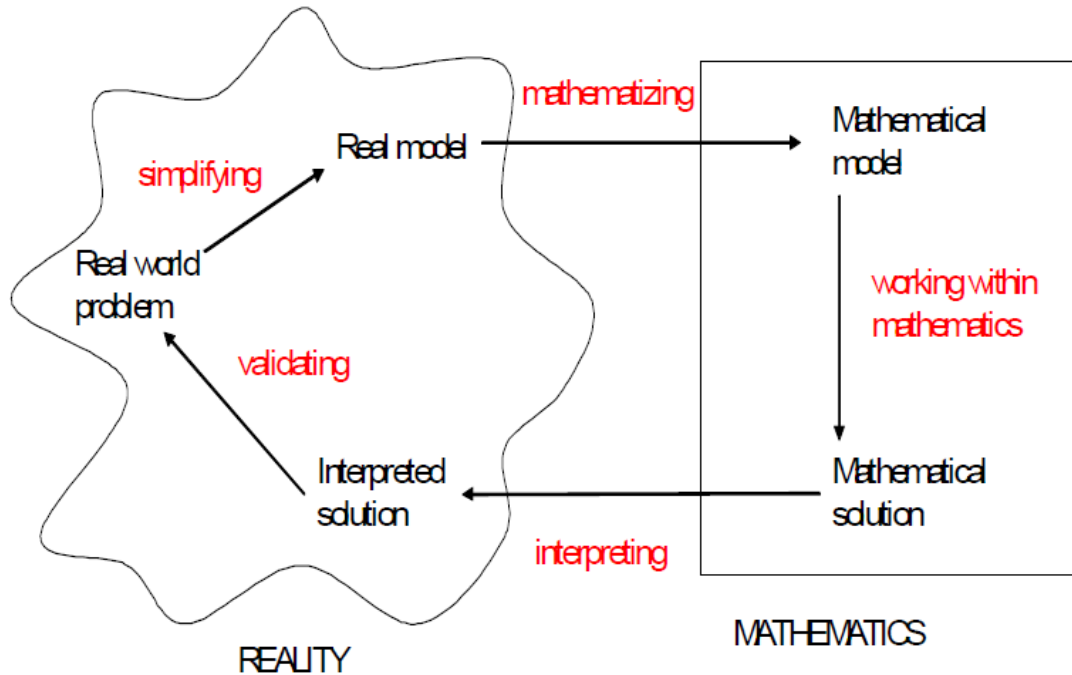


Figure 1 – Cycle de modélisation selon Blum

Le cycle de modélisation commence par un problème issu d'un contexte réel (*a real problem situation*, selon la terminologie utilisée par Blum et Niss [BN91], page 38). En le simplifiant, idéalisant et structurant (en faisant si nécessaire certaines hypothèses) on obtient un modèle réel du problème. Celui-ci contient les caractéristiques essentielles de la situation de départ, mais il est assez schématisé pour permettre une approche mathématique. On passe alors au monde mathématique, avec la « création » d'un modèle mathématique : les données, les hypothèses, les relations du modèle réel sont traduites en langage mathématique (phase de la « mathématisation »). Avec les connaissances et les compétences mathématiques dont on dispose, on travaille sur ce modèle, jusqu'à obtenir une solution mathématique. Cette solution doit être retraduite dans le monde réel : elle doit être interprétée en relation avec la situation originelle du problème. Une fois interprétée, on doit décider si valider le modèle choisi ou non : il peut arriver que la solution trouvée ne soit pas appropriée à la situation du problème, et que donc le modèle choisi ne corresponde pas à la situation (par exemple, parce qu'il est trop simplifié). Dans ce cas, on peut être amené à reproduire une partie (ou entièrement) du cycle de modélisation, en choisissant par exemple un modèle réel plus approprié...

Nous pouvons maintenant faire quelques remarques.

Dans son article, Maaß explique être d'accord avec la conception de Blum. Je la rejoins totalement : seulement en parcourant toutes les étapes du cycle on peut d'une part montrer aux élèves la puissance des mathématiques, et leur lien avec la vie quotidienne, et d'autre part permettre aux élèves d'utiliser différentes formes de compétences et de raisonnement (comme nous le verrons). En se focalisant sur la phase de mathématisation (vision de Lange) on risque de rester sur un plan trop abstrait, car on se concentre sur le modèle mathématique et sur les connaissances mathématiques nécessaires pour l'analyser. Dans ce cas, on ne donnerait pas la possibilité aux élèves d'avoir un esprit critique et un recul sur ce qui a été fait : on perdrait donc deux caractéristiques essentielles du raisonnement mathématique. Par contre, je trouve également important que les élèves eux-mêmes arrivent à proposer un modèle mathématique : dans cette phase, ils ont la possibilité de se poser des questions sur la situation réelle et de formuler certaines hypothèses.

Comme explicité par Maaß, il faut quand même remarquer que le cycle de modélisation ne doit pas être considéré comme un algorithme précis, qu'on fait fonctionner d'une manière linéaire, mais plutôt comme un schéma simplifié. Par exemple, nous verrons dans la partie expérimentation (prochains chapitres) comment souvent la construction du modèle réel est influencée par les connaissances mathématiques dont on dispose (ou des derniers sujets traités en classe).

Néanmoins, une chose est certaine : le point de départ du cycle est donné par un problème complexe, ouvert et authentique, en lien avec le monde réel. Maaß explique comment ce type de problèmes (*modelling problems*) se différencie des problèmes suivants (listés par Kaiser [K95]) : problèmes à formulation de tâches dans le langage quotidien (*word problems*), problèmes d'illustration de concepts, problèmes d'application des notions mathématiques. En effet, tous ces types de problèmes ne peuvent pas être considérés comme des problèmes de modélisation : souvent le modèle mathématique est déjà construit, et l'élève n'a qu'à utiliser ses connaissances en mathématiques pour donner une réponse valide dans le monde mathématique, sans se soucier de savoir quelles sont les répercussions de cette solution dans le monde réel.

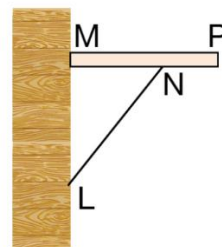
Pourtant, les manuels proposent souvent ce type de problèmes pour développer la compétence *Modéliser* chez les élèves. C'est à partir d'un problème de ce genre que je me suis vraiment posé les questions sur précisément quelles compétences on veut faire développer chez les élèves, sur les enjeux de la modélisation, et en quoi les tâches de modélisation peuvent aider les élèves dans d'autres situations.

Voici le problème en question ([T16], exercice page 193 N. 56) :

56 Sur un mur vertical, Valérie a posé une étagère. Voici les mesures qu'elle a effectuées :

$$MP = NL = 30 \text{ cm}, \quad NP = 12 \text{ cm}, \\ ML = 24 \text{ cm}.$$

L'étagère est-elle horizontale?



Quel est ici l'objectif de cet exercice ? Bien sûr travailler la réciproque du théorème de Pythagore. Quoi d'autre ? La question posée par l'exercice renvoie au monde réel (on ne demande pas, en fait, si le triangle LMN est rectangle). On note alors une tentative de se situer dans la phase d'interprétation du cycle de modélisation : on demande aux élèves d'analyser et de traiter un modèle mathématique déjà établi par l'énoncé, puis d'interpréter la solution mathématique trouvée avec le contexte de l'étagère. Voici alors quelques remarques par rapport à cet exercice.

- Étant donné que le modèle mathématique est déjà établi, le risque est que les élèves ne s'intéressent plus à la situation de départ, mais qu'ils soient focalisés seulement sur la représentation à droite : pour eux, il y a seulement un triangle MNL, extrapolé du réel, où on doit appliquer ce qui a été appris dans le cours. La situation du monde réel et le modèle réel, ainsi que la phase de mathématisation, sont complètement négligés par les élèves. Les copies suivantes montrent bien ce fait (voir **Figure 2**).
- Il semble y avoir une contradiction de base dans l'énoncé : soit cet exercice se propose comme un exercice de modélisation, soit comme un exercice géométrique. Dans le premier cas, il devrait laisser des initiatives à prendre aux élèves, et la représentation de la situation à droite, ainsi que la symbologie mathématique utilisée, sont regrettables. Que représentent exactement les points M, N et P ? Où sont-ils situés ? Que doit-on penser de l'épaisseur de l'étagère ? On peut donc s'interroger sur le choix du modèle mathématique fait par l'exercice (on ne comprend pas quel est le rôle de l'épaisseur de l'étagère). Dans le cas d'un exercice géométrique, il ne devrait pas considérer l'épaisseur de l'étagère.

- La phase d'interprétation reste très modeste. La seule observation demandée aux élèves est de traduire la perpendicularité mathématique dans un contexte d'horizontalité et de verticalité.

Si le rectangle MNL est rectangle en M : d'après Pythagore,

$$NL^2 = MN^2 + ML^2$$

$$30^2 = 18^2 + 24^2$$

$$900 = 324 + 576$$

$$900 = 900$$

MP - NP = MN
 $30 - 12 = 18$
 MN = 18 cm

L'étagère est horizontale.

Pour connaître la longueur [MN] on fait $MP - NP = 30 - 12 = 18$ cm.

Si on applique le théorème de la réciproque du théorème de Pythagore alors, le côté le plus grand serait $LN = 30$ cm et on calculerait :

$$LN^2 \text{ et } MN^2 = 30^2 \text{ et } 18^2 \text{ et pour savoir la } 3^{\text{ème}} \text{ longueur on fait } 30^2 - 18^2 = 900 - 324 = 576$$

Alors $324 + 576 = 900$ alors le triangle impique sur le schéma est rectangle alors l'étagère est horizontale.

Figure 2 – Deux copies d'élèves sur la résolution de l'exercice page 193 N. 56. On peut noter comment, dans la deuxième copie, l'élève se réfère seulement au « schéma » présenté par l'exercice.

Cette expérience m'a bien montré la nécessité de faire travailler autrement les élèves sur la modélisation, en identifiant bien quelles sont les compétences à leur faire développer pendant une tâche de modélisation, et comment celles-ci peuvent influencer le mode de raisonnement d'un élève. C'est pour cela que l'article « What are modelling competences ? » de Katja Maaß me semble très pertinent dans mes intentions sur le travail de modélisation. À présent, analysons plus dans le détail ces compétences.

2.2 Compétences de modélisation et métacognition

2.2.1 Compétences de modélisation

Katja Maaß reprend les travaux de Blum et Kaiser [BK97] pour décrire dans le détail quelles sont les compétences de modélisation. Elles sont listées dans le tableau suivant.

Comprendre le problème réel et établir un modèle basé sur la réalité	Établir un modèle mathématique du modèle réel	Résoudre les questions mathématiques à l'intérieur du modèle mathématique	Interpréter les résultats mathématiques dans la situation réelle	Valider la solution
Faire des hypothèses et simplifier la situation	Mathématiser des données et les relations entre elles	Utiliser des stratégies heuristiques ²	Interpréter les résultats mathématiques dans un contexte hors mathématique	Avoir un esprit critique sur les solutions trouvées
Reconnaître les quantités qui influencent la situation et identifier des « variables clés »	Réduire la complexité de certaines relations entre les données	Rapporter le problème à un problème analogue déjà rencontré	Généraliser des solutions déterminées dans un cas particulier	Revoir certaines phases du cycle (ou entièrement le cycle)
Construire des relations entre ces variables	Choisir une notation mathématique adaptée	Utiliser ses propres connaissances mathématiques pour résoudre le problème	Utiliser un langage adapté, en s'exprimant avec un maximum de rigueur et de clarté	Réfléchir à d'autres solutions possibles

² Par exemple, « découper » le problème en sous-problèmes, en sous-tâches.

<i>Différencier des informations pertinentes de celles non pertinentes</i>	<i>Représenter la situation avec un schéma simplifié</i>			<i>Se questionner sur le modèle choisi</i>
--	--	--	--	--

Donc, pour chaque phase du cycle de modélisation, il y a plusieurs sous-compétences à faire développer chez les élèves. Dans mes expérimentations en classe, je me concentrerai pour la plupart sur les sous-compétences écrites en italique. En effet, mon but principal est celui de « faire des mathématiques sans faire des mathématiques » : je suis intéressé de voir comment les élèves s’y prennent sur des situations hors-mathématiques, comment ils les élaborent, et en quoi leurs connaissances en mathématiques peuvent influencer leur raisonnement.

Maintenant que nous connaissons les compétences de modélisation dans le détail, il reste une question : comment favoriser le développement de ces compétences chez les élèves ? Il s’agit d’une question délicate, à laquelle Maaß cherche à donner des réponses en se basant sur des études passées.

Tout d’abord, l’élève doit être à l’aise avec les connaissances mathématiques qui se cachent derrière le problème. Il doit être en plus informé du cycle de modélisation, et de ses enjeux principaux. Le contexte dans lequel se situe le problème joue aussi un rôle principal : d’une part, il peut intriguer et motiver l’élève à chercher, à raisonner, pour trouver une réponse ; d’autre part, il peut le distraire, en causant par exemple une trop forte « connexion émotionnelle » au problème.

Maaß parle aussi de « sense of direction » (expression reprise de Treilibs [T79], page 97) : pour travailler correctement le cycle de modélisation, il vaut mieux avoir une vision globale et opérative dès le début, avec une idée claire d’où on veut arriver, plutôt que de procéder pas à pas, étape par étape.

Enfin, le travail en groupes pour travailler une tâche de modélisation apparaît très pertinent.

Comme précisé dans l’article par Maaß, celles que je viens brièvement de décrire sont des hypothèses sur comment favoriser le développement des compétences de modélisation chez les élèves. Personnellement, je suis d’accord avec certaines de ces hypothèses, et moins avec d’autres (mais, bien sûr, je n’ai pas la présomption de critiquer les travaux de chercheurs et didacticiens du passé : c’est juste un avis personnel).

Je suis parfaitement d’accord que le travail en groupes est pertinent : les élèves ont la possibilité d’échanger leurs idées entre eux, de comparer plusieurs formes de raisonnement, de travailler sur l’oral (compétence *Communiquer*). De même, le contexte dans lequel on travaille peut jouer un rôle fondamental, pour susciter la curiosité et l’intérêt de l’élève, en s’éloignant des exercices standards des cours (dans lesquels certains élèves ne voient pas de réel intérêt).

Par contre, je m’interroge sur les deux premiers points. Bien sûr, l’élève doit avoir des connaissances et des compétences mathématiques adaptées pour travailler la tâche en question. Mais est-il nécessaire que l’élève ait étudié auparavant tous les arguments mathématiques qui interviennent ? Ne peut-on pas donner à l’élève une tâche de modélisation dans laquelle, au moment de travailler dans les mathématiques, il lui manque une connaissance mathématique ? Dans ce cas on complexifierait une tâche qui est déjà assez compliquée en soi. Par contre, d’une part l’élève ne pourrait pas s’appuyer seulement sur les derniers chapitres étudiés, comme c’est souvent le cas (voir la remarque à la page 6, premier paragraphe), et d’autre part ce manque de connaissance inciterait l’élève à se poser encore plus de questions. Il faut quand même souligner que la connaissance manquante ne doit pas être trop importante, de façon à ce que les élèves puissent s’interroger sur « la pièce du puzzle manquante » (autrement la tâche ne serait pas adaptée).

Sur le point d’informer les élèves du cycle de modélisation avant de traiter le problème, je suis mitigé. Encore une fois, mon souhait est celui d’observer comment les élèves réagissent et comment ils s’y prennent face à un problème complexe. Je trouve extrêmement instructif si les élèves eux-mêmes arrivent à comprendre les différentes étapes (évidemment, avec l’aide du professeur, voir la partie expérimentation). Le but principal

n'est pas celui de trouver à tout prix un résultat, mais plutôt le raisonnement qui amène à un éventuel résultat, et le recul qu'on doit avoir par rapport à ce résultat (ceci par contre n'est pas évident à faire comprendre aux élèves).

C'est pour ces raisons que j'ai décidé de ne pas présenter le cycle lors des premières activités de modélisation testées dans mes classes.

2.2.2 Métacognition

En plus de tous les facteurs listés ci-dessus qui peuvent aider les élèves dans une tâche de modélisation, il y a une autre compétence à faire développer : celle de la métacognition.

Dans la littérature, il existe plusieurs définitions de métacognition. Nous nous alignons à la vision de Sjuts, reprise par Maaß, selon laquelle « metacognition is the thinking about one's own thinking and management of one's own thinking » ([S03], page 18). Autrement dit, la métacognition c'est « penser sur ses propres pensées », et elle consiste donc à avoir une activité mentale sur ses propres processus mentaux.

Mais pourquoi la métacognition peut jouer un rôle important dans une tâche de modélisation ? En fait, en reprenant l'expression utilisée par Baumert [B01], page 271, la métacognition peut être considérée comme « un apprentissage auto régulé » : la métacognition est l'habilité de l'apprenant à définir ses propres objectifs, à utiliser des méthodes et des techniques adaptées aux contenus et aux objectifs, à examiner et à juger son propre processus. Dans ce sens, la métacognition devient essentielle dans la résolution des tâches complexes. Par exemple, une procédure experte se différencie par une procédure débutante dans l'utilisation de la métacognition : si dans cette dernière on expérimente sans avoir une structure claire et en effaçant la procédure si celle-ci n'aboutit pas à un résultat, dans une procédure experte on structure la démarche avant de commencer à écrire ou à calculer, on cherche à savoir où on veut aller, et dans le cas où la procédure choisie n'aboutit pas au résultat espéré, on cherche à revoir sa propre stratégie à partir de ce qui a été fait.

Combien de fois assiste-t-on à des élèves qui, face à un problème mathématique, ont comme premier réflexe celui de prendre la calculatrice et de commencer à calculer « quelque-chose » ? Comme si faire des mathématiques signifie nécessairement calculer, trouver un résultat. Et alors on doit calculer, sans savoir toujours ce qu'on est en train de faire, et où on veut arriver. L'important est d'afficher un résultat sur la calculatrice, et peu importe si aucune trace du raisonnement n'est laissée (quand on peut parler de raisonnement). Dans ma vision, tout cela est exactement l'opposé de faire des mathématiques. Et donc voilà que la métacognition apparaît comme une compétence très utile à faire développer chez les élèves, pour leur faire comprendre que dans les mathématiques ce qui compte n'est pas seulement la fin, mais tout ce qu'il y a du début à la fin, sur les procédures et les stratégies utilisées, sur les outils adoptés, sur le questionnement personnel qu'on peut se poser par rapport au problème. Voilà mon objectif principal, en faisant travailler mes élèves sur des tâches de modélisation.

Pour développer la métacognition chez les élèves, de façon à ce qu'elle soit mobilisable pendant des problèmes de modélisation, ces méthodes peuvent aider.

- Discussion des différentes perceptions des élèves par rapport à un problème de modélisation.
- Importance des conceptions erronées des élèves : ouvrir dans la classe un débat par rapport à ces conceptions erronées, avec le but de s'autocorriger.
- Insister toujours sur quel est leur objectif, leur planning, et sur le pourquoi ils font ce qu'ils sont en train de faire. Sur ce point, le schéma du cycle de modélisation peut les aider.
- Comparaison des différentes solutions.
- Valorisation, de la part de l'enseignant, de toute piste de recherche et tentative de raisonnement.

À cette liste présentée par Maaß, j'ajoute un autre aspect à mon avis important à la fois pour faire développer certaines compétences de modélisation, aider les élèves dans leur raisonnement et faire développer aussi la métacognition. En effet, il ne faut pas oublier que les classes où j'ai mis en place des tâches de

modélisation sont une 5^{ème} et une 4^{ème}. Il s'agit donc d'élèves peu habitués à travailler en autonomie, sans la figure de l'enseignant qui répond à toutes leurs questions, qui valide leur travail ou qui leur montre les erreurs éventuelles en leur proposant une remédiation. En effet, comme j'expliquerai dans le détail dans les chapitres suivants, le seul moment où j'intervenais concrètement pour aider les groupes en difficulté était pendant le travail plus strictement mathématique ; par contre, pendant les autres phases (création d'un modèle réel ou mathématique, interprétation et validation) je cherchais à intervenir le moins possible : c'était aux élèves, en débattant dans le groupe ou devant la classe, d'expliquer la démarche.

Or la tentative de rendre les élèves le plus autonome possible se heurte à la difficulté de la tâche à laquelle ils n'étaient pas habitués. Pour leur simplifier en partie le travail, je trouve important de leur proposer de faire des petites expériences, qui d'une part permettraient aux élèves de mieux se projeter dans le contexte du problème, et qui d'autre part permettraient d'avoir une idée plus claire du modèle réel ou mathématique à choisir. Par exemple, la manipulation de certains objets pourrait enlever des conceptions erronées des élèves et faciliter l'émission d'hypothèses (sur la forme de l'objet, ou les dimensions, ou...). Ou encore, chronométrer quelqu'un qui marche sur une distance fixée à une vitesse plus ou moins constante permettrait aux élèves de se faire une idée de la vitesse moyenne d'une personne dans certaines conditions. Toutes ces expériences permettraient aussi le développement de la métacognition, car ce serait aux élèves (et non à l'enseignant) d'indiquer comment mettre en place de telles expériences, puis d'en discuter entre eux.

2.3 Conclusion de la partie 2

Après avoir traité les aspects théoriques que nous avons parcourus, Maaß présente le dispositif qu'elle a mis en place dans ses classes (élèves âgés de 13 ans, donc disons l'équivalent d'une classe de 5^{ème} en France) pour faire travailler les compétences de modélisation aux élèves. Il s'agissait d'un travail sur plusieurs mois, avec des tâches de différente nature (tests pour évaluer les compétences mathématiques, tests sur certaines phases de la modélisation, tests sur tout le cycle de modélisation). Par contre, l'autrice n'explique pas quelle était la place dédiée à ces tâches de modélisation par rapport au volume d'enseignement des mathématiques.

À la fin de la période d'étude, Maaß a pu constater que les élèves étaient en général capables de développer des compétences de modélisation, même si certaines difficultés restaient (par exemple, construction d'un modèle non adapté à la situation, interprétation absente ou mauvaise, focalisation sur des aspects inutiles à la modélisation, nécessité de trouver la solution sous la forme d'un nombre). De plus, une constatation faite par l'auteur est qu'il y a d'importants facteurs qui favorisent l'acquisition de compétences de modélisation, comme la métacognition, la structuration des faits (sense of direction), l'argumentation et une attitude positive.

Nous allons retrouver plusieurs de ces facteurs dans les deux prochains chapitres, où je décrirai d'abord les activités de modélisation mises en place dans mes classes, puis je les analyserai selon les aspects théoriques décrits dans ce chapitre. Faute de temps, j'ai décidé de présenter tout de suite des tâches complexes aux élèves, dans lesquelles on travaille entièrement le cycle de modélisation (et donc sans passer par des tests intermédiaires, comme Maaß l'avait fait).

3 Expérimentations en 5^{ème}

3.1 Expérimentation du 24 Janvier

Comme anticipé au chapitre précédent, je n'avais pas prévenu les élèves du fait qu'ils auraient à travailler sur une tâche de modélisation : je n'avais pas traité auparavant le cycle de modélisation.

Voici la tâche en question (ressource Lema [LEMA]) :

Le parti espagnol d'opposition a présenté au Congrès, le 25 avril 2006, 4 millions de signatures contre une nouvelle loi soutenue par le gouvernement.



Tous les journaux espagnols ont publié des photos des grandes caisses et des 10 camionnettes nécessaires pour transporter les feuilles de papier au Congrès. Pensez-vous qu'il y avait une intention politique derrière cette mise en scène ou bien croyez-vous que toutes ces caisses et ces camionnettes étaient vraiment nécessaires pour transporter ces 4 millions de signatures?

Le choix de ce problème est dû au fait qu'il s'agit d'une tâche de modélisation ouverte, avec une situation réelle et authentique ; toutes les compétences de modélisation sont ici mobilisées. De plus, la phase du travail à l'intérieur des mathématiques n'est pas trop riche (seuls quelques calculs arithmétiques sont nécessaires). Ceci m'a permis d'une part de tester ce problème dans une classe de 5^{ème}, et d'autre part de me concentrer sur les phases qui nécessitent un questionnement, raisonnement et esprit de critique plus grand (mathématisation, interprétation, validation).

Par contre, même si les connaissances et compétences mathématiques à mobiliser pour résoudre le problème ne sont pas très élaborées, je savais bien que cette tâche était très complexe pour des élèves de 5^{ème} ; notamment, la phase de la création d'un modèle réel (avec toute une série d'hypothèses à faire) pouvait les déstabiliser. C'est pour cette raison que j'avais apporté en classe des feuilles A4, des packs de feuilles et des boîtes : en cas de difficultés, j'aurais montré ces objets aux élèves, pour qu'ils puissent trouver des réponses à leurs questionnements en les manipulant.

De même, je savais que pour des élèves de 5^{ème} s'imaginer quel est l'espace disponible (en m^3) dans une camionnette pour stocker des boîtes ou des caisses pouvait vraiment être très compliqué. Pour prévenir cette difficulté, j'avais préparé la diapositive présentée à la page suivante, à afficher au tableau le moment venu.

Camionnette

Longueur/Hauteur L1-H1

Empattement 3 m

Longueur
chargement 2,65 m

Largeur
chargement 1,66 m

Hauteur
chargement 1,38 m

Porte-à-faux
arrière 1,05 m

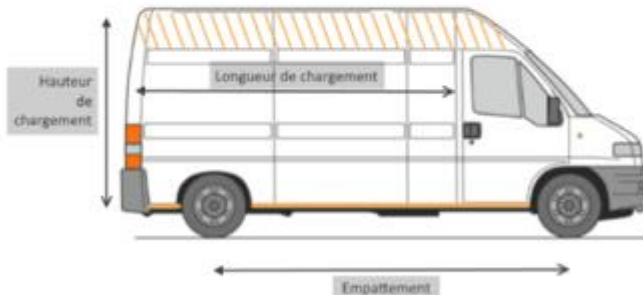


Figure 3 – Diapositive utilisée en classe lors de la séance de modélisation du 24 Janvier.

La structure d'une telle diapositive avait plusieurs objectifs. Tout d'abord, une image de l'intérieur d'une camionnette aide sûrement l'élève à mieux se projeter dans la tâche. De plus, à partir de ces représentations on pouvait se poser d'autres questions, auxquelles on n'avait pas forcément pensé avant ; par exemple, si tout l'espace à l'intérieur de la camionnette peut être utilisé pour charger les caisses (ou les boîtes). Enfin, ici on ne donne pas seulement les données nécessaires, mais l'élève doit identifier les informations pertinentes (celles qui permettaient d'estimer le volume de l'arrière de la camionnette). Donc toutes les sous-compétences sur « Comprendre le problème réel et établir un modèle basé sur la réalité » sont mobilisées (voir la première colonne du tableau à la page 7).

3.1.1 Structure des deux séances

J'ai mis en place cette activité le 24 Janvier, sur deux séances (de 10h à 10h55, puis de 12h10 à 13h05). Elle s'est déroulée par groupes de 4 élèves.

La structure des deux séances était la suivante.

- Présentation du problème à la classe : je me suis assuré de la compréhension de l'énoncé de la part de tout le monde. Par exemple, j'ai dû expliquer la signification de l'expression « intention politique ».
- Travail d'exploration : chaque groupe devait écrire leurs idées, leurs impressions, leurs problématiques sur une feuille, sans mon aide.
- Mise en commun de leurs idées et discussion. Accentuation de la nécessité de faire des hypothèses.
- Hypothèses sous la forme de questionnements, travail en groupes.
- Mise en commun : réécriture de leurs questionnements, puis choix collectif des réponses (par exemple, le choix de combien de signatures par feuilles, feuilles libres ou dans des ramettes, ou boîtes, ou caisses...). C'est dans cette phase qu'ils ont pu manipuler les boîtes, et qu'ils ont vu la diapositive ci-dessus pour se faire une idée du volume d'une camionnette.
- Résolution mathématique : avec les informations à disposition, chaque groupe a rédigé une solution en utilisant les outils mathématiques.
- Mise en commun : interprétation de leurs résultats, puis discussion.

Nous allons maintenant expliquer dans le détail et commenter le déroulement de cette tâche.

3.1.2 Présentation du problème

Une fois l'énoncé clarifié, plusieurs élèves ont immédiatement réclamé l'impossibilité de répondre au problème, vu un manque évident de données. En particulier, ils m'ont demandé combien de feuilles il y avait dans les caisses, combien de caisses il y avait dans les camionnettes, combien de m^3 il y avait dans les camionnettes, combien de signatures dans une feuille, quelle était la taille d'une caisse, et si chaque caisse était remplie. Pour tous, ma réponse était la même : je n'étais pas l'organisateur de cet événement, et donc je n'en avais aucune idée. Par contre, je les ai incités à écrire toutes leurs idées et tous leurs questionnements sur la feuille mise à leur disposition.

Nous pouvons alors faire tout de suite deux remarques. Même si les élèves étaient confrontés à une tâche complexe de modélisation pour la première fois, ils ont compris qu'ils ne pouvaient pas apporter une réponse au problème avec les seules informations disponibles dans l'énoncé : il était nécessaire de se poser certaines questions, et de « trouver un moyen » pour répondre à ces questions, vu que le professeur refusait de leur donner les réponses. Sans le savoir, les élèves étaient déjà en train de mobiliser les compétences de modélisation nécessaires pour établir un modèle réel (voir le tableau à la page 7), en cherchant à reconnaître les quantités qui influencent la situation décrite dans le problème, d'identifier des « variables clés » et de construire des relations entre ces variables (nombre de signatures dans les feuilles, nombre de feuilles dans les caisses, nombre de caisses dans les camionnettes...).

La deuxième remarque est par rapport aux élèves qui m'ont posé les questions : parmi eux, il y avait aussi des élèves mal à l'aise avec les mathématiques, ou encore des élèves souvent réservés, qui n'interviennent pas pendant le cours. Nous pouvons alors tout de suite confirmer ce qui a été remarqué dans le chapitre précédent (page 8) : le contexte dans lequel se situe le problème joue un rôle principal pour faire développer les compétences de modélisation aux élèves. En fait, ils ne le considèrent pas comme un problème mathématique (au moins, au début) ; le blocage que les élèves les plus en difficulté ont souvent sur une situation mathématique disparaît, et celui-ci laisse place à une envie d'intervenir, de s'exprimer, de donner une opinion au sein du groupe. Et voilà que nous avons la confirmation de la manière dont une tâche de modélisation peut aider les élèves à s'exprimer et à raisonner.

3.1.3 Phase d'exploration en groupes

L'implication des élèves était maximale ; tous ont participé, et leurs analyses étaient très riches. Cependant l'approche était différente pour chaque groupe. Une constatation valable pour tous les groupes : dans les copies nous ne retrouvons pas toutes les idées discutées par les élèves pendant l'activité. En fait, si d'une part tous les élèves étaient plus à l'aise pour s'exprimer oralement, d'autre part le fait de laisser une trace écrite de leur raisonnement, de leurs convictions était moins évident. Je comprends que laisser une trace écrite est plus fastidieux que s'exprimer à l'oral (surtout pour des élèves de 5^{ème}) ; mais je pense qu'ils avaient aussi peur de la pensée du professeur lorsqu'il lirait leurs travaux (par exemple, ils n'étaient pas enthousiastes quand je leur demandais leur brouillon). C'est dommage. Comment aurais-je pu faire pour les inciter à écrire toutes leurs pensées ? Je pense qu'il s'agirait d'un travail de longue durée, en cherchant à faire comprendre aux élèves que l'objectif de venir à l'école n'est pas celui d'avoir une bonne note, mais d'obtenir un bagage culturel pour faire face à la vie dans la société ; pour l'obtenir, une composante importante à travailler est celle liée au raisonnement. Je suis donc de l'avis que plusieurs tâches de modélisation dans l'année auraient aussi permis d'enlever en partie cette peur du jugement du professeur, en se sentant plus libre d'écrire leurs idées.

Nous allons brièvement décrire l'approche de chaque groupe, en analysant les copies d'élèves, voir **Annexe A.1**.

Le groupe A a fait une liste de questions qu'il s'est posé, puis il a utilisé le mot clé « hypothèse », même si celle écrite n'est pas vraiment une hypothèse (à la limite, nous pouvons dire qu'ils ont fait l'hypothèse que chaque camionnette contient le même nombre de feuilles). Est-ce que ce groupe a cherché à apporter des

réponses à leurs questions ? Dans la copie, il n'y en a aucune trace, mais je me rappelle bien qu'une élève a mesuré les dimensions des caisses visibles sur la figure, avec une règle.

Le groupe B est passé par une représentation de la situation (il a essayé d'aboutir à un modèle mathématique) : nous notons la schématisation des 10 camionnettes, et une simulation d'une feuille avec des signatures. Ce groupe a conjecturé les dimensions d'une camionnette, en représentant celle-ci comme un rectangle, et les dimensions d'une feuille. Toutes les données sont réalistes : on note comme ce groupe a bien réfléchi pour déterminer les dimensions voulues. Par contre, je ne comprends pas pourquoi une caisse contient environ 25000 signatures, et un camion 20 caisses. Notons que ce groupe n'a pas eu suffisamment de recul pour comprendre que leur réponse n'était pas plausible : il est improbable qu'une camionnette puisse contenir 20 caisses. Comme expliqué dans le chapitre précédent, les travaux sur la modélisation peuvent aider les élèves à acquérir ce recul.

Le groupe C a proposé une réponse originale par rapport aux autres groupes. Comme certaines données manquaient, il a eu l'idée de passer par le calcul littéral, sans passer par la phase des hypothèses. Il n'a pas réussi à arriver au bout de son raisonnement, vu la complexité de la tâche, et il y a des incohérences dans ce qu'il a écrit. Par contre ici, plus que l'enchaînement des étapes, je trouve intéressant le fait d'avoir recouru au calcul littéral, en se rappelant bien qu'on l'utilise pour avoir une réponse universelle, valide dans plusieurs cas. Autrement dit, ce groupe a cherché à rapporter cette situation à une situation analogue déjà rencontrée.

Le groupe D a cherché à estimer certaines grandeurs qui ne sont pas données dans l'énoncé. Remarquons que d'abord il a affirmé qu'une feuille A4 a une longueur de 29,8 cm (je me rappelle les avoir vu en train de mesurer avec une règle la longueur d'une feuille), puis il a compris qu'il pouvait l'arrondir à 30 cm : cette approximation n'était pas influente pour répondre au problème. Donc il a su réduire la complexité de certaines relations. De plus, par rapport à l'espace dans la camionnette, l'approche de ce groupe était différente des autres : il n'a pas cherché à estimer le volume, mais à comprendre combien de feuilles on peut disposer l'une après l'autre dans une camionnette, en comparant les longueurs de celle-ci et d'une feuille, et sans passer par les caisses.

Le groupe E a fait une analyse qualitative de la situation, en expliquant que transporter les feuilles sans les caisses serait plus difficile, mais permettrait d'économiser de la place dans les camionnettes. Il n'a pas donné une réponse, mais plutôt interprété la situation du problème. Il a terminé son raisonnement avec une remarque écologique : utiliser moins de camions, mais plus grands, aurait permis de moins polluer la planète. Donc ce groupe n'a pas su mobiliser les compétences de modélisation, mais il a quand-même explicité ses propres convictions.

Le groupe F a déterminé le nombre de signatures dans chaque camionnette, si une certaine hypothèse est vérifiée, puis il a établi une formule permettant de calculer « le nombre de feuilles par signatures » (je pense qu'il se référait plutôt au nombre de signatures par feuille).

La richesse des idées présentes dans ces copies me semble évidente. Je souligne encore une fois que, dans cette phase, je ne leur avais donné aucune indication : tout ce qui apparaît dans les copies est seulement le fruit de leur investissement, de leur raisonnement. Comme nous l'avons vu, plusieurs compétences de modélisation étaient déjà mobilisées par les élèves, même avant mon intervention.

3.1.4 Mise en commun : création d'un modèle

En interrogeant un groupe sur leur procédure, il a commencé à dire : « Nous avons supposé que... ». Après les avoir écoutés, j'ai demandé à la classe quel était le « mot clé » qu'ils ont dit, grâce auquel ils ont pu développer leur raisonnement. La classe n'a pas eu de difficulté à comprendre que c'était « supposer », et là un membre du groupe A a affirmé : « Il faut faire des hypothèses ». Une discussion rapide avec la classe a permis de clarifier ce point, mais mon intervention était vraiment minimale : les groupes ont directement donné quelques

exemples d'hypothèses à faire. Je leur ai alors laissé une dizaine de minutes pour écrire toute une série d'hypothèses, sous forme d'interrogations. En **Annexe A.2**, quelques copies des groupes.

Le moment où nous avons cherché à répondre collectivement aux questions posées a été le plus délicat, pour plusieurs raisons. Tout d'abord, après presque une heure où ils réfléchissaient, les élèves étaient moins motivés par la tâche, moins curieux. Ceci a eu comme conséquence quelques bavardages.

De plus, je me suis confronté à deux blocages de la part des élèves, par rapport au travail de modélisation qu'on était en train de faire. J'avais prévu le premier blocage : une difficulté à répondre aux questions qu'on s'était posé. Si certaines réponses ont été faciles à trouver (type de feuille, ses mesures...), ils ont eu du mal à avoir une idée du nombre de signatures par feuille, de la taille d'une caisse, de l'espace disponible dans une camionnette. J'ai alors mis en place ce que j'avais prévu : une pétition à signer, des boîtes à manipuler, la diapositive sur les dimensions d'une camionnette. C'est surtout dans cette phase que la métacognition a été mobilisée par les élèves. Par exemple, si certains groupes ont pris leur règle et ont commencé à mesurer les dimensions des boîtes, d'autres se sont exclamés que c'était inutile de mesurer, car toutes les informations étaient déjà écrites sur la boîte (voir figure ci-contre). Une discussion rapide s'est instaurée entre les groupes, pour comprendre quelles étaient les données dont ils avaient besoin ; un groupe est même arrivé à se demander s'il pouvait « faire confiance » aux données écrites sur la boîte, et donc il a voulu vérifier en mesurant ses dimensions. De même,



une discussion rapide s'est instaurée dans la classe pour savoir quelles données utiliser pour la camionnette. En fait, selon un groupe, une information était toujours manquante : la longueur totale de la camionnette. Sans que je dise un mot, d'autres élèves sont intervenus pour apporter leurs convictions et pour le corriger : comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, ceci est un moyen de mobiliser la métacognition chez les élèves.

En **Annexe A.2**, quelques réponses des groupes figurent. On note en particulier que seulement le groupe C a écrit « camionnette = pavé droit » : même si, évidemment, cette écriture est plus que discutable, on remarque le choix explicite d'assimiler (de modéliser) une camionnette à un pavé droit.

Le deuxième blocage était lié au sens de ce qu'on était en train de faire. En fait, une élève m'a demandé quel était le sens de chercher la réponse au problème, vu qu'on était en train « d'inventer » des nouvelles données ; autrement dit, pourquoi ne pas supposer directement la réponse finale du problème, plutôt que de faire mille hypothèses pour apporter une réponse qui dépendra de ces hypothèses. Ici le mot « inventer » utilisé par l'élève est significatif. Dans les travaux de modélisation, on cherche à estimer certaines données pour en déduire d'autres. Or l'estimation de ces données peut se faire soit par la détermination d'un ordre de grandeur (par exemple, pour évaluer une certaine longueur), soit par l'intuition (comme, par exemple, pour déterminer le nombre de signatures sur une feuille). Dans le premier cas, en général les élèves comprennent qu'une petite erreur d'estimation aura comme conséquence une petite erreur sur le résultat. Par contre, dans le deuxième cas il y a ce sens d'inventer des données, et donc peut-être de falsifier le résultat final. Comment infirmer cette idée des élèves ? Ici l'enjeu est de faire comprendre aux élèves que dans les travaux de modélisation, il n'existe pas nécessairement une seule solution : parfois plusieurs réponses peuvent être acceptées, sur la base des estimations faites. Ces estimations peuvent se baser sur l'expérience et l'intuition de chacun (on note alors le lien entre mathématiques et le monde qui nous entoure). Dans un deuxième temps (pendant la phase de validation), on peut discuter sur la plausibilité du modèle choisi. On comprend alors que, peut-être, informer les élèves du cycle de modélisation avant de traiter le problème (comme envisagé par Maaß) peut « rassurer » les élèves sur ce point. Je dois alors revoir mon propos personnel de ne pas informer la classe du cycle de modélisation, même si je suis encore convaincu que ceci a pour conséquence une plus grande prise d'initiative de la part de l'élève, et donc un plus grand questionnement et un effort majeur sur le raisonnement. En particulier, je pense que la seule possibilité pour « mixer » ces deux aspects est celle de répéter des activités de

modélisation le plus souvent possible pendant l'année : au début sans leur présenter le cycle, pour voir comment les élèves s'y prennent, puis dans un deuxième temps leur montrer les enjeux majeurs du cycle.

3.1.5 Travail mathématique, interprétation et validation

Après avoir uniformisé les réponses aux questions pour tous les groupes, les élèves ont cherché à répondre à la question du problème. En **Annexe A.3** quelques copies figurent. Analysons en particulier les productions des groupes A et B. Avec une rédaction très claire, le groupe A a expliqué que 8 boîtes par camionnette suffisent pour transporter 4 millions de signatures, donc il s'agissait bien d'une intention politique « car il restera beaucoup d'espace si on met seulement 8 boîtes ». Le groupe B n'est pas passé par le calcul du volume. En effet, il s'est juste limité à comparer la longueur de chargement de la camionnette avec la longueur d'une boîte ; pour cela, il a calculé la partie entière de $265 : 31$. Il n'a donc pas considéré la largeur et la hauteur de la camionnette, comme si la seule disposition possible des boîtes était en file indienne les unes derrière les autres. Enfin, le groupe a conclu son raisonnement de la manière suivante : si une camionnette contient 8 boîtes, 10 camionnettes en contiennent 80, et donc, comme chaque boîte contient 50000 signatures, de cette façon les dix camionnettes contiennent bien les 4 millions de signatures ; par conséquent, les 10 camionnettes sont nécessaires. On comprend alors pourquoi je m'attarde sur cette production : ici le type de raisonnement (mathématique) utilisé est erroné. En effet, le raisonnement du groupe était du type « Si les 10 camionnettes sont employées, alors on transporte 4 millions de signatures », plutôt que « Si 4 millions de signatures sont transportées, alors 10 camionnettes sont nécessairement employées ». Il s'agit d'une erreur classique des classes de secondaire (confusion entre raisonnement déductif et utilisation de la réciproque), tout à fait compréhensible en 5^{ème}. Néanmoins, avec cet exemple on montre bien que les tâches de modélisation peuvent aussi permettre la mobilisation de différents types de raisonnements mathématiques.

Le peu de temps qui restait n'a pas permis de traiter les phases d'interprétation et de validation avec l'attention qu'elles nécessitaient. C'est aussi pour ça que, quelques jours après, j'ai consacré une quinzaine de minutes pour retourner sur l'activité.

Le fait d'avoir trouvé une réponse au problème ne les a pas incités à continuer leur raisonnement : au plus, ils se sont limités à interpréter la solution trouvée à l'intérieur du monde mathématique par rapport à la situation initiale. Voir l'**Annexe A.4** pour un exemple. Par contre, moi j'aurais voulu aller plus loin : ouvrir une discussion sur les résultats trouvés. Seulement une remarque a été faite : au début on a parlé des caisses (même dans l'énoncé), sauf qu'à un certain moment on a considéré des boîtes dans les camionnettes, et non plus les caisses. La réponse au problème aurait-elle changé si on avait considéré des caisses ? Les élèves n'ont pas su vraiment répondre.

3.1.6 Conclusion de la partie 3.1

En considérant qu'il s'agissait de la première fois que les élèves étaient confrontés à une réelle tâche de modélisation, je pouvais être fier de leurs travaux. Les points que j'ai retenus, par rapport à la problématique que je me suis posée au début, sont les suivants.

- Une tâche de modélisation peut motiver les élèves, qui sont donc plus impliqués dans leur travail.
- Pour exploiter leurs idées et leurs raisonnements, un travail en groupes est recommandé ; il permet de développer la compétence *Communiquer*, même chez les élèves les plus réservés.
- La vraie nouveauté pour les élèves dans une tâche de modélisation n'est pas celle de se poser des questions, mais plutôt celle de répondre eux-mêmes aux questions : ici le professeur n'est plus la personne qui apporte les réponses à toutes leurs interrogations. C'est pour cette raison que, globalement, la classe était consciente de la nécessité de faire des hypothèses, mais elle a eu du mal à les faire vraiment (c'est-à-dire, à apporter des réponses à leurs questionnements).

- Pour aider les élèves à apporter certaines réponses, la manipulation d'objets ou la mise en place de petites expériences peuvent leur simplifier la tâche.
- Instaurer dans la classe un débat sur les différentes conceptions et/ou solutions des groupes aide au développement de la métacognition.
- On peut mettre en place une activité de modélisation sans prévenir les élèves du cycle : en général, les élèves arrivent à comprendre la nécessité de faire certaines hypothèses, pour se transposer à l'intérieur du monde mathématique. Par contre, la connaissance au préalable du cycle pourrait rassurer les élèves sur les hypothèses à faire. En plus, elle pourrait permettre le développement du « sense of direction » (voir page 8) : pour bien travailler une tâche complexe de modélisation, il convient de savoir dès le début où on veut arriver, plutôt que de procéder étape par étape (connaitre par exemple que la création d'un modèle est seulement une phase intermédiaire pour résoudre le problème, ou encore qu'on pourra mettre en discussion le modèle choisi pendant la phase de validation). Pour cela, plusieurs activités de modélisation dans l'année seraient recommandées.
- Les élèves sont habitués à déterminer un résultat lorsqu'ils résolvent un problème mathématique, sans se poser d'autres questions sur la solution trouvée. C'est exactement ce qui s'est passé dans l'activité de modélisation. Autrement dit, les phases de validation et surtout d'interprétation sont presque négligées, alors qu'un de mes objectifs principaux était celui d'observer leur esprit critique sur la solution.

Surtout en réponse à ce dernier point, j'ai décidé de mettre en place une autre séance sur la modélisation, mais différente de la première : si avec l'activité des pétitions je voulais tester le cycle entier de modélisation, avec la deuxième activité j'ai proposé des petits exercices, qui obligeaient les élèves à se concentrer uniquement sur les phases de mathématisation, d'interprétation ou de validation.

3.2 Expérimentation du 10 Mars

L'expérience a été mise en place en une seule séance, le 10 Mars. Les élèves étaient par groupes de trois. Le principe était simple : tous partaient du même exercice, puis quand un groupe avait fini de rédiger leur solution, je leur donnais un autre exercice. Je les avais prévenus que pour chaque exercice il n'y avait pas forcément la « bonne réponse » ou la « mauvaise réponse » : tout leur raisonnement pouvait être considéré comme exact, s'il était suffisamment bien expliqué. Je les ai donc invités à écrire toutes leurs pensées par rapport aux exercices. Néanmoins, je peux tout de suite dire que dans les copies on ne retrouve pas nécessairement toute la richesse de leurs conversations ; par exemple, parfois le groupe n'était pas d'accord sur la réponse à donner, mais plutôt que d'écrire les opinions de chacun, il a cherché à se mettre d'accord pour la « meilleure réponse ». C'est vraiment dommage. Il aurait fallu placer un enregistreur dans chaque groupe, pour ne rien perdre de leurs discussions.

Voici les énoncés des exercices. Les exercices 2 et 6 sont repris de l'article de Maaß.

Exercice 1

Pour une expérience en arts plastiques, on a décidé de peindre le mur à votre droite en bleu. En sachant que le mur a une longueur de 9,3 m et une hauteur de 4 m, et que la porte a une longueur de 95 cm et une hauteur de 2,05 m, combien de peinture bleue doit-on acheter ?

Exercice 2

Dans un article de presse, on lit :

« En moyenne, il y a 1,2 personnes dans une voiture dans le trafic quotidien ».

À votre avis, qu'est-ce que signifie cette affirmation ?

Exercice 3

Léa aime le jogging. Elle décide d'aller faire trois tours en courant autour du stade de sa ville. Elle met 4 minutes pour faire le premier tour, puis 5 minutes pour faire le deuxième.

À votre avis, en combien de temps fera-t-elle le troisième tour ?

Exercice 4

Sophie habite en campagne. Chaque matin, elle doit se rendre à l'arrêt de bus pour aller à l'école. Elle veut savoir quelle est la distance qui sépare la maison où elle habite de l'arrêt de bus. Déterminée à le savoir, elle décide de compter le nombre de pas qui sépare sa maison de l'arrêt : elle trouve 82.

« Il y a 82 pas entre la maison et l'arrêt de bus, et comme un pas vaut 47,6 cm, en faisant $82 \times 47,6$ je trouve qu'il y a une distance de 3903,2 cm, soit de 39,032 m. »

Que pensez-vous du raisonnement de Sophie ?

Exercice 5

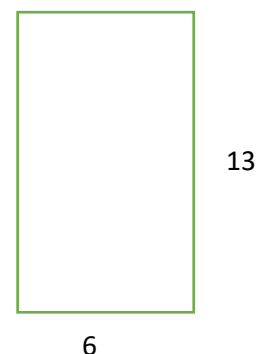
La figure ci-contre est la représentation du jardin rectangulaire du grand-père d'Albert. Albert s'exclame :

« Pour savoir l'aire du jardin, c'est facile ! Il suffit de multiplier 6 par 13 ! On obtient :

$$6 \times 13 = 78$$

Donc l'aire du jardin de mon grand-père vaut 78 cm^2 ! »

Que pensez-vous du raisonnement d'Albert ?



Exercice 6

Véronica fait une collection de coquillages. Elle pose trois d'entre eux sur une balance : il s'affiche 27 g. Après elle ajoute 2 autres coquillages sur la balance. Quel poids la balance affichera-t-elle ? Explique.

Faisons alors quelques commentaires sur les productions les plus significatives des élèves, qui figurent en **Annexe B**. Comme déjà dit, je me concentrerai sur les phases de mathématisation, d'interprétation et de validation ; en particulier, je ne commenterai pas d'éventuelles erreurs mathématiques (qui malheureusement sont bien présentes).

Par rapport à l'exercice 1, tout le monde a implicitement supposé que le mur et la porte étaient rectangulaires, alors que cette information n'était pas disponible dans l'énoncé. De même, personne n'a ni considéré qu'autour de la porte il y a une corniche, qu'on ne doit pas peindre, ni pensé à éventuellement plusieurs couches de peinture. En effet, les seules questions que les groupes se sont posées sont celles sur la conversion entre m^2 et litres, et sur le nombre de pots à acheter. Ici on assiste à plusieurs stratégies : certains se sont limités à calculer la valeur en m^2 , en expliquant qu'ils ne pouvaient pas savoir combien cela représente en litres, d'autres ont fait des hypothèses, comme $1 L = 1 m^2$, $1 cL = 1 cm^2$ ou encore « un pot de peinture peut recouvrir $5 m^2$ de surface ». On voit bien ici l'influence possible que l'activité des pétitions a eue sur le raisonnement de ces groupes.

L'exercice 2 était celui qui les a le plus déstabilisés. L'objectif était celui de les faire raisonner sur la donnée « 1,2 personnes », pour voir s'ils arrivaient à la contextualiser dans le problème. Des débats intéressants se sont instaurés. Par exemple, dans un groupe une élève était convaincue d'une erreur dans l'article (1,2 personnes n'a aucun sens), alors que pour une autre élève 1,2 personnes signifiait que dans chaque voiture il y avait soit une soit deux personnes. D'autres groupes ont proposé des solutions plus ou moins originales : on lit par exemple que 1,2 personnes signifie 1 personne et $2/10$ d'une personne démembrée, que 0,2 personnes signifie que sur dix voitures, il y en a deux avec plus d'une personne (on souligne en effet que 1,2 est seulement une moyenne), ou encore que les personnes ne font pas attention à la pollution dans le monde. En interrogeant ce

dernier groupe, il m'a expliqué son ressenti : comme en général chaque voiture peut contenir 5 personnes, et qu'en moyenne il y a seulement 1,2 personnes dans une voiture, cela signifie qu'on utilise plus de voitures que nécessaire. Contrairement à leur réponse écrite, leur réponse orale était claire, et ils étaient déterminés à défendre leur vision. Donc ici on assiste à la présence de plusieurs compétences listées dans le premier chapitre : celles liées à la métacognition (discussion en groupe, défense de son point de vue), mais aussi celles de modélisation, comme utiliser un langage adapté, en s'exprimant avec un maximum de rigueur et de clarté et avoir un esprit critique sur les informations à disposition.

Seulement un groupe a affirmé qu'on ne pouvait pas répondre au troisième exercice, parce qu'il faudrait considérer l'état de fatigue de Léa. Les autres groupes ont tous fait la même hypothèse de modélisation : au dernier tour elle sera plus fatiguée, et donc il lui faudra plus de temps. Pour trois groupes, elle mettra 6 minutes (hypothèse de « régularité » : une minute en plus à chaque tour), alors que pour un groupe elle mettra 7 minutes, parce qu'elle sera plus fatiguée qu'au premier tour et donc elle perdra plus de temps (le double, selon leur modèle). Donc on assiste ici à différentes modélisations du même problème (même si, peut-être, certains groupes n'ont pas réellement modélisé la situation, mais simplement répondu 6 minutes comme conséquence immédiate des 4 et 5 minutes de l'énoncé).

Par rapport aux deux résolutions de l'exercice 4, les deux groupes ont dit explicitement que le raisonnement de Sophie est correct. Par contre, ils ont reconnu que 47,6 cm est une mesure trop précise, et 50 cm serait plus appropriée. L'une des deux productions va plus loin, en affirmant que c'est impossible que tous les pas puissent mesurer « pile 47,6 cm », et que c'est important de savoir comment elle mesure la distance entre la maison et l'arrêt de bus. Ce groupe a donc su prendre du recul par rapport à la modélisation proposée par l'exercice, en la jugeant inadaptée à la situation.

On retrouve le même esprit critique de ce groupe également à l'exercice 5, où il n'a pas validé la solution proposée car aberrante, et a suggéré un modèle possible plus adapté à la situation, alors que l'autre groupe s'est seulement focalisé sur le calcul mathématique, sans interpréter le résultat trouvé par rapport au contexte. De même pour l'exercice 6, où ce groupe a pensé que les coquillages avaient la même masse, sans se poser d'autres questions (mais honnêtement ils n'avaient plus de temps pour bien réfléchir).

Quel bilan pour cette séance ? Une chose est sûre : plusieurs petits exercices, les uns après les autres, ont permis la mobilisation de tous les élèves, pendant l'heure entière. Tous ont participé au sein du groupe. Par contre, si pour certains élèves plusieurs compétences de modélisation sont bien développées, pour d'autres il y a encore une difficulté à se détacher de ses réflexes mathématiques habituels. Par exemple, je comprends bien la difficulté d'un élève à s'interroger sur la validité d'une réponse, alors que jusqu'à là il a été habitué à faire des calculs (souvent sans utiliser d'unités de mesure quand il s'agissait de grandeurs), puis d'attendre la validation de la part de l'enseignant, sans donc réfléchir à la plausibilité de sa réponse, et à quoi celle-ci correspond. Néanmoins, une constatation intéressante est la suivante. On pourrait penser que les élèves pour lesquels les compétences de modélisation sont plus développées sont ceux ou celles plus à l'aise avec les mathématiques. Et bien, cette expérimentation a montré que cela n'est pas nécessairement vrai : parfois, les élèves plus en difficulté en mathématiques arrivent à mieux se projeter dans la situation, et donc à modéliser et à interpréter (d'ailleurs, j'ai remarqué à peu près le même aspect pour ma 4^{ème}, voir la section 3.2.1 à page 23). Par exemple, dans le groupe qui a fait la « remarque écologiste » sur l'exercice 2, l'élève le plus à l'aise dans l'argumentation était l'exemple classique de l'élève peu impliqué dans les travaux quotidiens, avec plusieurs difficultés en mathématiques. Signal que les tâches de modélisation sont bien adaptées pour faire travailler tout le monde.

3.3 Remarque conclusive

Lors de la séance du 11 Mars, j'ai donné les exercices suivants aux élèves, avec le seul but de travailler l'arithmétique (j'admets ne pas avoir réfléchi au lien entre ces exercices et la modélisation). Il s'agit de deux exercices repris dans le manuel Transmath de 4^{ème} ([T16], exercices page 15 N. 27 et page 16 N. 43).

27 À chaque saut une sauterelle avance de 24 cm. Il lui manque 16 cm pour parcourir 100 m. Combien de sauts cette sauterelle a-t-elle effectués ?

43 Le film Vice-Versa dure 5 700 secondes. Si la séance débute à 20 h, à quelle heure se terminera-t-elle ?



Après la correction du premier exercice, un élève s'est exclamé : « Mais Monsieur, l'exercice est mal posé ! Comment est-il possible qu'une sauterelle fasse tous les sauts exactement de 24 cm ? ». Et voici une remarque très pertinente, sur la modélisation déjà faite par l'exercice. Le fait qu'un élève l'ait remarqué m'a fait énormément plaisir : il ne s'est pas concentré uniquement sur le contexte mathématique du problème (comme je l'avais fait, en préparant la séance), mais il s'est posé la question sur la formulation du problème. Autrement dit, il a eu du recul par rapport à l'énoncé : c'était exactement l'un des objectifs principaux des séances sur la modélisation.

Influencés peut-être par la remarque de cet élève, après avoir donné le deuxième exercice à faire, certains élèves m'ont demandé si 5700 secondes était la durée réelle du film Vice-Versa. J'ai renvoyé la question à la classe, en leur demandant comment on pourrait faire pour le découvrir. « On cherche sur Internet ! » a été la réponse d'une élève. J'ai continué : « Vous êtes sûr que sur Internet on trouvera combien de secondes dure le film ? ». Là la classe a compris : il fallait d'abord convertir 5700 secondes en heures et minutes, puis confronter le résultat trouvé avec les informations disponibles sur Internet. Et voilà que les élèves avaient trouvé une motivation en plus pour résoudre l'exercice (encore une fois, le contexte du problème est essentiel pour faire travailler correctement la classe). Une fois établi que $5700\text{ s} = 1\text{ h }35\text{ min}$, une petite discussion s'est instaurée dans la classe. Certains élèves se sont contentés d'une analyse qualitative, en affirmant que c'était tout à fait plausible qu'un film d'animation comme Vice-Versa puisse durer 1h 35 min. D'autres élèves voulaient quand même vérifier sur Internet. Par contre, deux élèves ont vraiment eu un réel esprit critique par rapport à la réponse au problème : ils ont affirmé que c'était étrange d'avoir une durée précise à la minute. Donc ces élèves avaient compris qu'il s'agissait plutôt d'une approximation à la minute près, comme on en a discuté tout de suite après. Et en effet, en cherchant l'information sur Wikipédia [WIK], nous avons trouvé 94 minutes pour la durée du film.

On voit alors bien comment, avec ces petits exercices, les compétences de modélisation sur l'interprétation des résultats mathématiques dans la situation réelle et la validation des solutions ont été mobilisées, surtout par rapport au fait d'avoir un esprit critique sur ce qu'on peut lire dans un manuel et sur une solution qu'on peut trouver. Une petite victoire par rapport à la problématique de ce mémoire, et plus en général la constatation que les raisonnements mobilisés en classe (en particulier, prendre du recul par rapport à ce qu'on est en train de faire) peuvent être réinvestis dans la vie courante.

3 Expérimentation en 4^{ème}

Voici l'énoncé du problème donné en 4^{ème}, le 10 Mars :

Jade, 14 ans, se trouve sur la terrasse de la tour Montparnasse. Elle observe la tour Eiffel, et elle se demande quelle distance (à vol d'oiseau) la sépare de la tour Eiffel. Pour cela, elle mesure la hauteur de la tour avec une règle : elle trouve 7,3 cm.

Peux-tu aider Jade à répondre à sa question ?

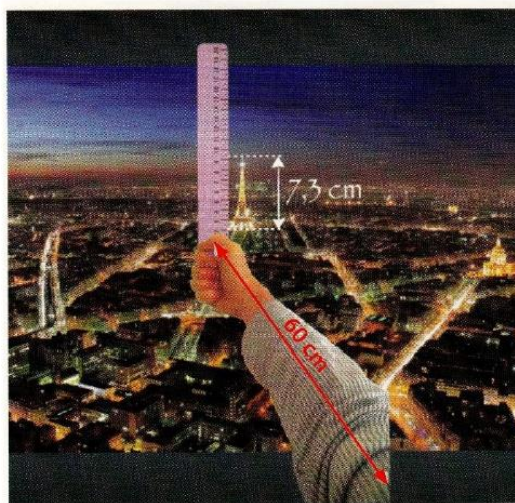
Le choix de ce problème est dû encore une fois à sa richesse : il permet de parcourir toutes les étapes du cycle de modélisation, avec une attention particulière portée aux phases de la création d'un modèle (réel et mathématique) et de validation et d'interprétation. De plus, il permet de montrer la puissance et l'utilité du théorème de Thalès.

Je me suis inspiré d'un exercice trouvé sur Internet, faisant partie d'un DM pour une classe de 3^{ème} [DM3] ; le voici :

Exercice 2 : (6 points)

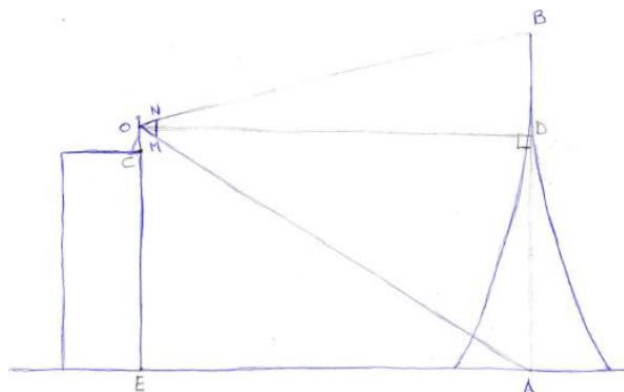
Jade se trouve sur la terrasse de la tour Montparnasse, à 210 mètres de haut. Elle observe la tour Eiffel, qui fait 320 mètres de haut.

Donner une valeur approchée de la distance à vol d'oiseau entre la tour Montparnasse et la tour Eiffel.



Pourquoi ai-je modifié l'énoncé du problème ? Tout d'abord, toujours dans le but d'observer comment raisonnent les élèves face à un problème ouvert, je ne voulais pas leur donner l'indication de la photo : celle-ci aurait empêché un questionnement profond sur la situation et l'effort de se projeter dans le contexte. De plus, avec la photo, la marge de manœuvre des élèves était limitée : la situation est bien définie, et les hypothèses à faire pour créer un modèle réel sont restreintes. Par exemple, on voit tout de suite que le bras de Jade est complètement tendu, alors qu'en réalité on pourrait faire la même mesure en le pliant. En outre, on donne la distance entre l'épaule et la main de Jade.

En fait, je pense que le seul objectif mathématique de l'exercice était l'application du théorème de Thalès. En réalité, on peut se questionner si ce théorème suffit pour déterminer la distance voulue. Par exemple, je rapporte ci-contre la schématisation mathématique faite par moi-même avant de donner le problème à la classe. En connaissant les longueurs MN, AB et OM (cette dernière correspond à l'hypothèse à faire sur la distance entre l'épaule et la main), on peut calculer OA avec Thalès (bien entendu, si on suppose que (MN) et (AB) sont parallèles). Par contre, est-ce que OA est la distance des deux tours ? En général non : cette distance est plutôt la longueur OD, qu'on peut déterminer en utilisant le théorème de Pythagore en connaissant OA et AD. Or, si on suppose que la hauteur de



la tour Montparnasse est négligeable par rapport à la distance entre les deux tours (comme si Jade se trouve en bas de la tour Montparnasse), alors la longueur OA devient une bonne approximation de la distance entre les deux tours. D'ailleurs, en analysant la photo, il semble que la règle soit perpendiculaire au bras (c'est-à-dire, il semble que les droites (OA) et (MN) sont perpendiculaires). Donc avec la nouvelle formulation de l'exercice j'ai cherché à généraliser le plus possible la situation proposée par le problème (de plus, cette nouvelle formulation nécessite une autre hypothèse, la hauteur jusqu'au buste de Jade, c'est-à-dire la longueur OC dans le schéma, pour pouvoir déterminer AD).

3.1 Déroulement prévu – Remarques

J'ai proposé cette activité à la classe le 10 Mars, sur deux séances (de 9h à 9h55, puis de 12h10 à 13h05). Elle s'est déroulée en groupes de 4 élèves.

De nouveau, je n'avais pas prévenu les élèves des enjeux du cycle de modélisation avant cette activité. D'ailleurs, en préparant le déroulement des deux séances, j'ai été confronté à une nouvelle difficulté.

Nous avons vu les principales étapes du cycle de modélisation proposé par Bloom (voir **Figure 1** à la page 5) : d'abord on simplifie le problème, en faisant certaines hypothèses, puis on crée un modèle mathématique. Or l'activité de modélisation proposée en 4^{ème} m'a fait réfléchir sur ce point : comment les élèves peuvent comprendre quelles hypothèses sont à faire, sans passer par une schématisation de la situation ? J'ai comme l'impression qu'ici on puisse compléter la « liste des hypothèses à faire » au fur et à mesure, en analysant le modèle mathématique créé et en cherchant à comprendre quelles sont les données nécessaires (et d'ailleurs, c'est exactement ce que j'ai fait lors de ma résolution du problème). Voici alors une autre raison pour ne pas informer les élèves du cycle de modélisation : dans cette situation particulière, il convient de parcourir un « cycle modifié », avec des allers-retours sur les différentes étapes. Par exemple, c'est extrêmement difficile d'avoir tout de suite l'idée que la hauteur de Jade jusqu'au buste peut être utile : c'est seulement dans un deuxième temps, quand on travaille à l'intérieur des mathématiques, qu'on peut s'interroger sur cette donnée.

Nous comprenons donc que la phase de la création d'un modèle mathématique devient cruciale dans la situation proposée. D'où la nécessité d'aider concrètement les groupes les plus en difficulté, qui n'arrivaient pas à représenter la situation. J'ai opté pour la mise en place d'une petite expérience : comme la salle de classe donne sur la cour, je pouvais faire sortir deux groupes, puis leur proposer de mesurer avec une règle la hauteur du bâtiment en face (voir la photo ci-contre). De cette manière, d'une part les élèves se sentent plus concernés, en se projetant dans le contexte, et d'autre part l'expérience peut permettre de se faire une idée sur la schématisation à faire. De plus, les élèves qui font l'expérience vont instinctivement tenir la règle et le bras d'une certaine manière pour faire la mesure : ce fait pourrait les aider dans un second temps.



3.2 Déroulement et commentaires

Plusieurs remarques déjà constatées en 5^{ème} restent valides : la nature différente de la tâche a motivé tous les élèves, même ceux qui ne travaillent pas régulièrement. Leur première réaction était celle prévue : ils ont tout de suite affirmé l'impossibilité d'aider Jade, parce qu'ils n'avaient pas assez d'informations. Je les ai incités à écrire toutes leurs pensées, même s'ils n'arrivaient pas à aboutir à un résultat. Malheureusement, encore une

fois, dans leurs copies on ne retrouve pas toutes leurs idées : la peur d'écrire quelque chose de faux a prédominé.

3.2.1 Phase d'exploration en groupes

Tous les groupes, les uns après les autres, m'ont demandé les hauteurs des deux tours. Donc on peut déjà constater que tous ont su repérer une information importante pour le reste du travail (sous compétence « Reconnaître les quantités qui influencent la situation et identifier les variables clés »).

En **Annexe C.1** les copies des groupes figurent. En général, trois faits peuvent être remarqués. D'abord, le groupe B a continué d'affirmer l'impossibilité de répondre au problème : le manque d'informations ne permettrait pas de développer un raisonnement mathématique. Cet aspect est repris par le groupe A, qui au début a admis l'impossibilité d'aider Jade (« car c'est une histoire de perspective », j'avoue ne pas trop savoir ce que cela signifie), mais qui ne s'est pas laissé abattre par la difficulté de la tâche, contrairement au groupe B. En fait, on assiste ici à l'explicitation du « contrat professeur – élève » : le groupe A avait bien compris que, si le professeur avait donné ce problème à la classe, cela signifiait implicitement qu'il pouvait être résolu. Ainsi, même si au premier abord le problème semblait impossible à résoudre, il devait y avoir sûrement une manière pour l'affronter : donc le groupe s'est appuyé sur le peu d'informations disponibles pour trouver une réponse mathématique.

On est ici à l'opposé de l'idée du « sense of direction » : on analyse les données à disposition, et avec celles-ci on regarde ce qu'on peut calculer ; peu importe si ces calculs ne permettent pas de donner une réponse au problème. Et alors voilà que le groupe a déterminé (en se trompant) le rapport d'agrandissement entre la hauteur de la tour mesurée par Jade et la hauteur réelle de la tour. De plus, le résultat trouvé représente mal la situation (trop de chiffres après la virgule).

L'idée de calculer le rapport d'agrandissement est reprise par plusieurs groupes : même les groupes E et F se sont limités à calculer ce rapport, comme si c'était la seule information à pouvoir déterminer avec les données disponibles.

Seulement deux groupes ont cherché à représenter la situation avec un schéma. Le groupe C a représenté les deux tours de la même hauteur, et surtout n'a pas considéré la hauteur de la tour Eiffel perpendiculaire au sol. Remarquons aussi que la tour a été schématisée par un triangle isocèle, sans prendre en compte qu'en réalité elle a un profil curviligne. Donc ce groupe a peut-être fait implicitement la double hypothèse qu'on peut modéliser le profil de la tour Eiffel par un triangle isocèle, et que la hauteur de la tour est environ la même que l'un des deux côtés.

Le groupe D a réalisé plusieurs schémas : d'abord une représentation presque artistique, puis des représentations de plus en plus schématisées, avec une introduction du codage mathématique. Notons en particulier le bras plié de Jade, et la position « un peu étrange » de sa règle. Cette position est peut-être justifiée par la mauvaise compréhension de la donnée de 7,3 cm (distance entre les deux « sommets » des deux tours). Ce groupe n'a donc pas eu suffisamment de recul pour comprendre l'impossibilité de ce qu'ils ont écrit. Par contre, il est intéressant de noter comment ce groupe a parcouru différentes étapes du cycle de modélisation : il a schématisé le problème complexe, introduit les données à disposition, puis cherché à apporter une réponse en travaillant à l'intérieur des mathématiques (ils étaient en train d'appliquer Pythagore quand je les ai stoppés).

À part ce que les copies des groupes laissent apparaître, la richesse de leurs discussions était indiscutable. L'exemple le plus significatif est celui du groupe C. Après quelques minutes de réflexion, un membre de ce groupe, Solal, m'a appelé en me demandant quelle était la distance entre les deux tours. Là une discussion s'est instaurée entre les élèves du groupe, sans que je dise un mot. Un élève, Ledell, a tout de suite répliqué : « Mais il ne va pas te le dire, autrement il te donne la réponse au problème ! ». Solal a répondu, en me montrant leur schéma : « Mais non, ce n'est pas vrai ! On doit calculer cette distance (i.e., celle entre les pieds de deux tours, appelons-la « distance inférieure » pour nous fixer les idées), ou celle-ci (i.e., celle entre les deux sommets des tours, appelons-la « distance supérieure ») ? ». Ledell : « C'est pareil ! ». Solal a répliqué : « Mais non, tu vois

bien, la distance supérieure est plus grande que celle inférieure. ». Ledell a hoché la tête : « Cette petite longueur (i.e., la distance entre un pied de la tour Eiffel et son milieu) ne compte pas, elle est trop petite par rapport au reste, elle n'est pas importante ! Donc c'est pareil. ». Là ils se sont tous tus et ils m'ont regardé : ils attendaient une réponse de ma part. Réponse que je n'ai pas donnée, mais je les ai félicités pour la discussion intéressante qu'ils ont eu. Par contre, j'ai eu comme l'impression que Solal était presque convaincu par la thèse de Ledell.

Pourquoi ai-je rapporté cette petite anecdote ? Ledell est un élève à besoins particuliers, avec d'énormes difficultés pour lire, écrire, compter. Son implication dans les travaux quotidiens est souvent limitée. Et pourtant, devant un problème ouvert comme celui-ci, avec des aspects moins mathématiques, son envie d'apporter sa contribution était remarquable : il ne s'est pas limité à écouter les idées des autres membres du groupe, mais il a proposé ses idées, il a su défendre ses convictions, face à Solal, l'un des élèves les plus performants de la classe en mathématiques. Et Ledell avait raison. Alors plusieurs points peuvent être remarqués :

- les tâches de modélisation suscitent en général de l'intérêt pour les élèves, qui sont donc plus impliqués dans leurs travaux ;
- les tâches de modélisation peuvent permettre aux élèves les plus en difficultés, ou les plus réservés, de s'exprimer, de prendre la parole, au moins au sein du groupe ;
- le travail en groupes s'avère être un « terrain fertile » pour faire développer la métacognition (qui, comme déjà expliqué, permet à son tour de mieux travailler les compétences de modélisation) : discussion entre les élèves, échanges d'idées, défense de ses propres convictions, valorisation du raisonnement ;
- il peut arriver que les élèves les plus performants aient une vision plus mathématique de la situation (comme Solal), sans prendre en compte différents aspects du problème, alors que les élèves plus en difficultés (comme Ledell) peuvent avoir un esprit plus ouvert, plus critique, et mieux se projeter dans la tâche ;
- certaines compétences de modélisation étaient déjà visibles dans certains groupes, comme celle de créer un modèle mathématique, ou encore reconnaître les quantités qui influencent la situation et identifier des « variables clés », et réduire la complexité de certaines relations entre les données.

3.2.2 Mise en commun, création d'un modèle mathématique

À ma question « En général, comment peut-on s'y prendre face à un problème complexe, de façon à le rendre plus accessible ? », certains élèves ont bien répondu l'importance de réaliser un schéma. Ils ont alors cherché à réaliser une schématisation de la situation. Leurs productions figurent en **Annexe C.2**. Dans toutes les copies, une notation mathématique est introduite ; par contre, pour la plupart des groupes, cette notation a été apportée seulement dans un deuxième temps.

C'est pendant cette phase que j'ai mis en place la petite expérience, avec le groupe F. Pour dire vrai, elle ne s'est pas révélée très utile aux élèves, comme je l'espérais. La seule remarque intéressante a été faite au début, quand l'élève qui faisait la mesure m'a demandé comment il devait tenir son bras. Par contre, je ne suis pas certain que cette expérience leur ait permis de mieux s'imaginer la situation de Jade. La preuve est leur représentation initiale : le groupe a simplement représenté les principaux éléments du problème (la tour Eiffel, la tour Montparnasse, Jade et la règle), sans se poser un questionnement profond sur les relations entre ces éléments. Par exemple, la règle (exagérément grande par rapport à la taille de Jade) est complètement décontextualisée, et ne reflète pas la réalité. Même la représentation de la tour Eiffel est indicative : elle est plutôt détaillée par rapport au but du problème. Ainsi, ce schéma ne permet pas de comprendre quel argument mathématique utiliser dans la phase suivante (la configuration de Thalès, avec des triangles emboîtés, n'est pas du tout évidente).

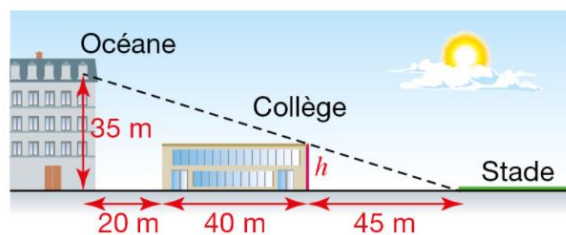
La représentation du groupe A, au contraire, est très schématisée, sans la présence de Jade. Le codage indique que la tour Montparnasse est perpendiculaire au sol : il s'agit en fait d'une hypothèse implicite de l'énoncé, explicitée par le groupe. Mais la remarque la plus intéressante est celle qui explique leur type de représentation. En fait, après quelques minutes de réflexion, ce groupe m'a appelé, en disant qu'il s'agissait de la même situation qu'un autre exercice sur Thalès. En effet, comme exercices d'application sur le théorème de Thalès, je leur avais donné une feuille avec toute une série d'exercices, dont celui ci-contre ([T21], exercice page 239 N. 24). Cet exercice n'avait pas été traité précédemment. Leur représentation s'explique alors de cette manière, en cherchant à se rapporter à la situation de l'exercice. Bien sûr, le contexte des deux problèmes est différent ; la représentation faite par le groupe A ne respecte pas les indications du problème (le petit triangle rectangle sur la tour Montparnasse, dont P est l'un des sommets, n'a aucune signification dans la réalité). Néanmoins, plusieurs éléments clés de la situation sont bien repérés, dont le principal est celui d'avoir compris la possibilité d'une configuration de Thalès. Il s'agit d'un effort remarquable : ce groupe a su mobiliser la compétence de modélisation « Rapporter le problème à un problème analogue déjà rencontré », voir le tableau à la page 7.

Les représentations des groupes C et D sont les plus convaincantes : elles sont suffisamment schématisées, elles représentent bien la situation, et tous les éléments importants sont présents. De plus, ces deux groupes ont introduit tout de suite leur notation mathématique (sans attendre mes indications aux phases suivantes), et ils ont tracé le segment perpendiculaire aux deux tours, représentant la distance à calculer.

Comme le groupe C a réalisé le schéma assez rapidement, il a utilisé le temps à sa disposition pour essayer de donner une réponse au problème. Il a alors mis en place une petite expérience, en la rapportant sur leur feuille. Tous les membres du groupe (Ledell compris) étaient actifs et participaient à la réalisation de cette expérience. Tout d'abord, un élève a mesuré la taille d'un doigt d'un autre élève du groupe : il a trouvé 9 cm. Ensuite, il a mesuré la taille du même doigt à un mètre de distance, en trouvant 2 cm. Ils ont enfin cherché à élaborer ces données avec les mathématiques, en présentant un tableau de proportionnalité, mais ils se sont très vite rendu compte que cette stratégie ne leur aurait pas permis de trouver une réponse.

On comprend bien comme le manque de la donnée de la distance entre l'épaule de Jade et la main avec laquelle elle tient la règle (donnée essentielle pour appliquer le théorème de Thalès) a mis en difficulté ce groupe (et les autres). Le fait qu'il s'agissait de la première fois qu'on mettait en place une tâche de modélisation ne les a pas aidé (je me rends compte que la nécessité de faire des hypothèses explicites n'était pas un réflexe pour les élèves). Néanmoins, ce groupe ne s'est pas laissé décourager, et il a cherché des moyens pour dépasser cette difficulté. Encore une fois, le travail en groupes et la collaboration entre eux a joué un rôle important. Je trouve géniale l'idée de transposer la situation du problème à un contexte réalisable : ils ont su faire abstraction du problème, tout en conservant ses enjeux principaux. Ici la métacognition est bien présente ; en reprenant l'expression de Baumert (voir page 9), on assiste ici à « un apprentissage auto régulé » : le groupe a tout de suite compris l'objectif final (le calcul de la distance), et pour l'atteindre il a cherché à utiliser des méthodes et des techniques adaptées à la situation. Dans un deuxième temps, il a eu du recul par rapport à ce qu'il était en train de faire (il a su examiner son processus), en comprenant qu'un tableau de proportionnalité n'aurait pas apporté de réponses à leur questionnement. Tout cela a été fait par tout le groupe, toujours en discutant entre eux et en échangeant leurs propres perceptions.

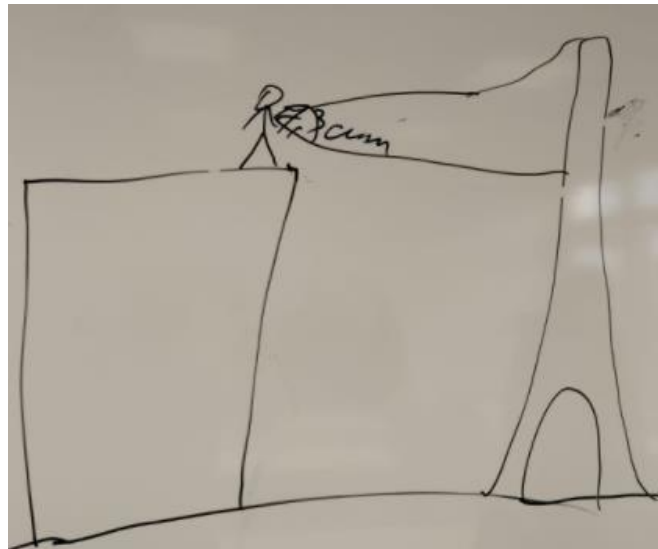
24 Océane peut, malgré le collège, voir de sa fenêtre le stade dans son intégralité.



On considère que les murs verticaux sont parallèles.

- Expliquer pourquoi $\frac{h}{35} = \frac{3}{7}$.
- En déduire la hauteur h du collège.

Malheureusement, toujours par rapport à la discussion au sein du groupe, il faut signaler des aspects moins positifs. Ce n'est pas un hasard si le schéma du groupe B ne figure pas : en effet, les membres de ce groupe avaient des idées différentes, et ils n'ont pas réussi à se mettre d'accord. En particulier, deux élèves avec un caractère fort, Oskar et Louis, ont eu un débat vivace. L'aspect positif de cela est l'implication du groupe sur la tâche de modélisation ; par contre, ici le débat a dégénéré, et la discussion s'est de plus en plus transformée en échanges de provocations. Le résultat est qu'ils n'ont pas réalisé leur schéma. Pour compenser ce fait, et pour élargir le débat au reste de la classe, j'ai appelé Louis au tableau pour nous montrer son idée sur la situation. En sachant déjà que sa vision était erronée, mon but était celui d'ouvrir un mini-débat dans la classe, avec les élèves qui corrigeaient eux-mêmes la représentation de Louis, tout en valorisant son travail (autrement dit, développer la métacognition des élèves). La conception de Louis figure ici à droite : selon lui, Jade ne pouvait pas voir toute la tour Eiffel, mais seulement la partie supérieure ; donc Jade pouvait mesurer seulement cette partie avec sa règle.



La réaction de la classe a été positive : deux élèves ont expliqué pourquoi c'était faux, et Louis écoutait attentivement. Le problème a été quand Oskar a voulu montrer qu'il avait raison, en provoquant encore plus Louis, qui a répondu...

Aurais-je pu affronter cette tension différemment ? Je pense qu'avoir appelé Louis au tableau était une bonne idée (discussion des conceptions erronées des élèves) ; j'ai en plus valorisé son idée et cherché à « remettre à sa place » Oskar, mais le travail de ce groupe a énormément baissé avec le temps. Dans tous les cas, cet imprévu est plus dû au caractère des deux élèves qu'au travail sur la modélisation.

3.2.3 Nécessité de faire certaines hypothèses et résolution mathématique

J'ai mis en valeur la représentation de Louis, en affirmant qu'avec son schéma il a fait implicitement deux hypothèses, c'est-à-dire qu'il a fait des choix qui n'étaient pas explicités dans l'énoncé. Silence total dans la classe. J'ai dû les guider : « Où se trouve précisément Jade ? ». Là un élève a répliqué : « Monsieur, mais la terrasse se trouve à 210 m de hauteur ? ». « Beh oui forcément, la terrasse est tout en haut » lui a répondu un élève. C'était un bon début pour discuter sur la nécessité d'expliciter certaines informations non disponibles dans l'énoncé. Par contre, j'ai dû les guider encore plus pour leur faire dire que Jade se trouvait « le plus proche possible » de la tour Eiffel, selon leurs représentations. J'ai donc traité l'importance de faire des hypothèses, mais là les élèves étaient plus perplexes : pour eux la position de Jade était évidente, et donc il n'était pas nécessaire de l'expliciter. J'ai eu une plus grande contestation quand je leur ai demandé pourquoi ils ont tracé la règle parallèle à la tour Eiffel : leur expérience commune permettait directement de conclure sur la direction de la règle, sans besoin de se poser d'autres questions. Il n'y a pas eu un vrai débat : tous étaient d'accord sur l'évidence de la direction de la règle.

C'était un moment délicat de la séance. Pour la première fois, c'était plus moi qui ai traité la question plutôt que les élèves : ils ne croyaient pas qu'ils avaient le droit « d'inventer de nouvelles conditions », en utilisant leur expression. On voit bien ici l'un des aspects négatifs de ne pas les avoir informés sur le cycle de modélisation : ils ne pouvaient pas penser à expliciter toutes les informations non disponibles dans l'énoncé.

Néanmoins, j'ai cherché à les inciter à faire une petite liste des hypothèses à faire ; en **Annexe C.3**, les copies les plus significatives. Il faut remarquer que les groupes complétaient cette liste au fur et à mesure qu'ils progressaient dans la tâche.

Le groupe C a travaillé complètement en autonomie ; leur production est de grande qualité. Pendant qu'il cherchait à résoudre le problème avec les outils mathématiques, il ajoutait une hypothèse s'il s'apercevait qu'il en avait besoin. Pour le faire, encore une fois, les membres de ce groupe discutaient entre eux et simulaient sur eux-mêmes : c'est de cette manière qu'ils ont estimé à 60 cm la distance entre l'épaule et la main, et à 1,25 m la hauteur jusqu'au buste de Jade. Cette longueur de 60 cm était la donnée qui leur manquait : après avoir compris qu'il pouvait faire certaines hypothèses, ce groupe n'a pas eu plus d'autres difficultés, et il a réussi à résoudre mathématiquement le problème, de manière très rigoureuse ; sa production figure en **Annexe C.4**.

Faisons quelques remarques par rapport au travail de ce groupe. Je trouve son travail accompli impressionnant (je répète que je ne lui ai donné aucune aide, ni par rapport aux hypothèses, ni par rapport à la résolution mathématique) ; le seul reproche mathématique qu'on peut lui faire est sur l'utilisation des unités de mesure. Pendant toute la résolution, le groupe a su utiliser l'ordre de grandeur le plus correct : il a bien compris que, par exemple, il était inutile de donner des longueurs au centimètre près. Je trouve que les tâches de modélisation permettent bien de faire travailler les élèves sur cet aspect, en les entraînant à avoir un recul sur ce qu'ils sont en train de faire (et d'ailleurs, le choix de l'ordre de grandeur le plus adapté participe au développement de la métacognition). Autrement dit, les élèves ne doivent pas seulement être focalisés sur le processus mathématique, mais toujours avoir en tête, à chaque étape, la signification d'un résultat trouvé par rapport au problème.

L'erreur dans l'application du théorème de Pythagore (où il a calculé 663^2 à la place de 2663^2) peut être classifiée comme une erreur d'inattention. Néanmoins, cette fois le groupe ne s'est pas posé la question sur la plausibilité de leur réponse : il s'est limité à terminer les calculs, sans expliquer ce que 628 m représentait, et s'il s'agissait d'un résultat satisfaisant.

Une dernière remarque par rapport au groupe C. Jusqu'à la phase des hypothèses, tous les membres étaient actifs et impliqués, comme déjà expliqué. Au moment où un travail plus mathématique était demandé, le groupe s'est divisé en deux : les deux élèves avec plus de difficultés en mathématiques (dont Ledell) ont commencé à se désintéresser de l'activité, leur participation était beaucoup plus faible, et des bavardages se sont instaurés. Donc on comprend bien que le problème de l'enrôlement des élèves reste central. De même, les deux élèves les plus forts en mathématiques (dont Solal) n'ont plus cherché de stimuler les deux autres élèves, comme si, arrivés à ce point, ils parlaient deux langages trop différents. Ici la phase de communication au sein du groupe a échoué. Il faudrait alors apporter des « corrections » au cycle de modélisation pour que tous les élèves puissent s'investir du début à la fin.

La constatation faite pour le groupe C est encore plus valable pour les autres groupes (à l'exception du groupe D) : la phase de la résolution mathématique s'est déroulée dans l'agitation, les élèves n'étaient plus enrôlés dans la tâche, les éléments les plus perturbateurs ont créé une ambiance inadaptée au travail ; en général, seuls les élèves les plus performants en mathématiques ont continué dans la résolution du problème. En effet, cette phase s'est déroulée la deuxième heure, et proposer le même problème pendant deux heures peut causer une perte d'enthousiasme et de concentration ; de plus, il s'agissait d'un travail plus mathématique, donc moins original par rapport au début.

La question qui se pose est donc naturelle : quelles améliorations apporter pour éviter ces débordements ? Si on veut travailler entièrement le cycle de modélisation, deux heures sont nécessaires. On pourrait proposer deux heures sur des journées différentes, de façon à ce que les élèves soient plus concentrés aussi la deuxième heure. Autrement, on est obligé de ne pas insister sur tout le cycle de modélisation, mais de faire travailler les élèves seulement sur des phases précises, selon l'exigence du moment. Il s'agit bien de la recommandation qu'on retrouve dans le document « Compétences travaillées en mathématiques : *Modéliser* » **[E16]** :

« Face à ces deux difficultés, deux possibilités s'offrent [...]. La première piste consiste pour l'enseignant à prendre en charge une partie de la modélisation en présentant une situation déjà simplifiée, voire en partie modélisée. Cette possibilité a l'avantage de diminuer fortement le temps nécessaire pour appréhender la situation et de proposer un cadre où l'on sait que l'élève a les moyens d'effectuer un travail de modélisation. »

On voit bien que la proposition du document d'Eduscol est celle de « privilégier » la phase du travail à l'intérieur des mathématiques, par rapport à la création du modèle, qui doit être en partie donné par l'enseignant. Nous sommes ici dans une situation en partie différente de ma vision de modélisation, mon objectif principal étant celui de faire travailler « le sens pur » des mathématiques aux élèves : raisonnement, questionnement de la situation, prise de recul sur les résultats. Je me demande alors si on peut mettre en place une situation similaire à celle décrite dans le document d'Eduscol, mais en échangeant les phases : un travail autonome (en groupes) pour la création du modèle, puis un travail collectif, avec l'aide du professeur, pour la résolution mathématique du problème, enfin retour au travail autonome pour l'interprétation et la validation. Dans tous les cas, mettre en place de telles séances reste compliqué, et cela demande beaucoup d'organisation et la prise en compte des différents profils dans la même classe.

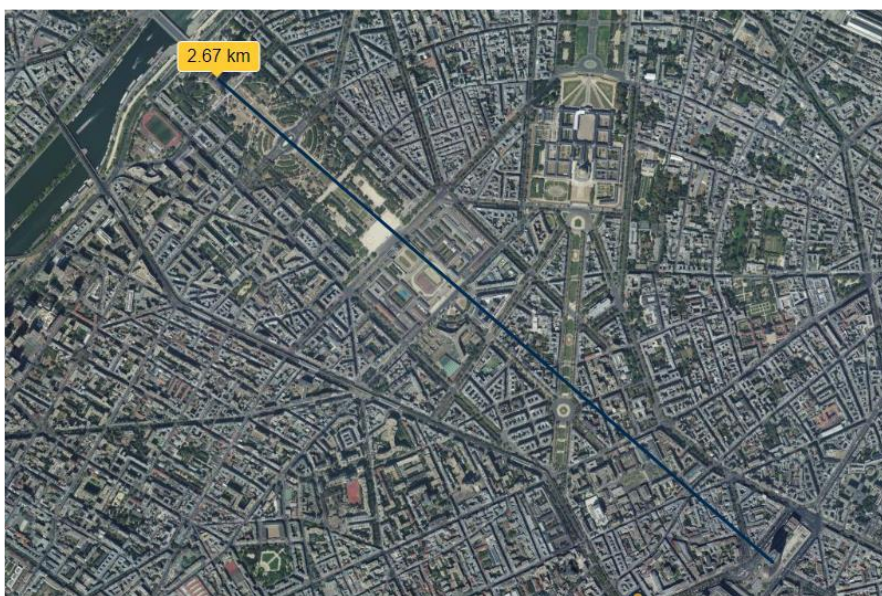
Après cette digression sur comment améliorer les tâches de modélisation, retournons sur le travail du groupe D. On note bien comment ce groupe n'a pas compris le sens de faire des hypothèses ; en effet, on retrouve ici plusieurs questionnements que le groupe s'est posé pour résoudre le problème (par exemple, doit-on appliquer le théorème de Thalès ?). En particulier, l'hypothèse 5 de ce groupe est « Nous sommes dans une configuration de Thalès ». On assiste alors à la confusion entre hypothèses à faire pour créer un modèle et hypothèses mathématiques pour appliquer un théorème. Il s'agit d'une confusion légitime, que je n'avais pas prévue. Néanmoins, la résolution mathématique est quasiment parfaite, voir **Annexe C.4**. Dans ce groupe aussi, la mesure de 1,35 m a été déterminée avec une petite expérience : l'une des élèves a mesuré avec un mètre la hauteur jusqu'au buste d'une autre élève.

Par rapport à la résolution mathématique, je rapporte en **Annexe C.4** une autre production (celle du groupe E), pour la comparer avec les deux précédentes. Au niveau strictement mathématique, la résolution est à peu près correcte ; ce groupe ne s'est pas posé le problème de la hauteur de Jade, mais il a divisé par 2 la hauteur de la tour Eiffel pour avoir la longueur OC (se référer au schéma du groupe D pour la notation mathématique). Par contre, si les groupes C et D ont eu suffisamment de recul sur les grandeurs trouvées, le groupe E a décidé de représenter les résultats avec plusieurs chiffres après la virgule. Ces résultats deviennent alors incohérents par rapport au contexte, car on ne peut pas donner la distance entre deux tours au centième de millimètre près. Autrement dit, les élèves n'ont pas su mobiliser la compétence d'interpréter correctement le résultat mathématique trouvé dans le monde réel (voir aussi **Annexe C.5**).

3.2.4 Interprétation et validation

Presqu'à la fin de la deuxième heure, j'ai demandé à la classe comment pourrions-nous savoir si l'estimation de la distance trouvée par les groupes était acceptable. Dans la confusion, ils m'ont répondu qu'on pourrait utiliser Google Maps. Je leur ai montré alors rapidement la distance fournie par le site géoportail [GEOP], voir la figure ci-contre.

En **Annexe C.5** j'ai aussi rapporté la production de deux groupes (B et F) par rapport à la validité de la réponse trouvée. Le groupe B s'est contenté de dire que son résultat était satisfaisant



« grâce à l'application de géoportail ». Le point est que ce groupe n'avait pas trouvé une réponse mathématique au problème. Donc, en fait, je pense que leur raisonnement était du type : « 2,67 km est une réponse valable

pour le problème, car c'est géoportail qui nous dit cela ». Nous sommes ici loin de faire des mathématiques : penser qu'un résultat est vrai parce que quelqu'un nous le dit n'a rien à voir avec la mobilisation des propres compétences pour chercher à apporter une réponse, une solution.

Au contraire, le groupe F a affirmé explicitement qu'un résultat trouvé en suivant les étapes du cycle de modélisation est forcément faux, car trop de suppositions ont été faites. Par exemple, le groupe a expliqué oralement qu'on ne connaissait pas la hauteur de Jade, et toute hypothèse faite sur cette donnée aurait falsifié la réponse : les filles de 14 ans peuvent avoir des tailles très différentes. On constate alors une difficulté à comprendre que le résultat trouvé n'est pas la valeur exacte de la distance entre les deux tours (et d'ailleurs, il n'existe pas un seul résultat précis, car la valeur de la distance dépend d'où on commence à mesurer cette distance), mais seulement une approximation de celle-ci, plus ou moins bonne selon le modèle créé. L'hypothèse que la hauteur de Jade jusqu'au buste soit 1,20 m, ou 1,30 m ou 1,40 m n'influe pas alors sur l'approximation que l'on recherche.

Bien évidemment, il s'agit d'une difficulté tout à fait compréhensible : les élèves sont habitués à avoir toujours toutes les informations nécessaires dans l'énoncé. Comme déjà constaté avec les travaux en 5^{ème}, plusieurs tâches de modélisation et la connaissance au préalable du cycle de modélisation permettraient peut-être de clarifier ce point avec les élèves. En particulier, un travail régulier sur les problèmes de modélisation pendant l'année permettrait de mieux travailler les phases finales du cycle (surtout celle sur la validation du modèle). En effet, dans ce cas aussi ce travail n'a pas pu s'effectuer, faute de temps et de concentration. Même quand nous avons repris brièvement le problème quelques jours plus tard, aucun élève n'a pensé pouvoir simplifier le modèle avec l'hypothèse que la hauteur de la tour Montparnasse est négligeable par rapport à la distance des deux tours.

3.3 Conclusion de la partie 3

Quelles conséquences cette activité a-t-elle eu pour les séances suivantes ? Difficile de répondre à cette question. Une constatation est la suivante : l'application du théorème de Thalès est devenue plus automatisée. En effet, j'ai bien constaté l'effort de la classe d'analyser d'abord si une configuration de Thalès est présente, avant d'utiliser le théorème. C'est exactement ce qui ne s'était pas passé avec le théorème de Pythagore : dans ce cas, si un triangle semblait rectangle (mais sans avoir les informations nécessaires pour l'affirmer), souvent les élèves appliquaient directement l'égalité de Pythagore. Avec le théorème de Thalès, au contraire, j'ai bien remarqué l'effort des élèves d'analyser si les deux droites sont parallèles : ils n'appliquent pas directement les égalités des rapports, si les deux droites semblent parallèles.

Difficile de dire si cela est dû seulement à plusieurs exercices faits en classe, ou aussi à l'activité de modélisation. Néanmoins, une chose est sûre : en général, la classe applique plus facilement le théorème de Thalès pour calculer une longueur, plutôt que la réciproque de Thalès.

Quelques séances plus tard, j'ai voulu faire une petite digression sur le personnage de Thalès ; en particulier, je leur ai demandé comment, à leur avis, il aurait pu mesurer la hauteur de la pyramide de Cheope. Certains élèves ont fait le lien avec l'activité de modélisation : en fait, selon eux, il aurait pu faire comme Jade, sauf qu'ici la longueur manquante était la hauteur de la pyramide, et non la distance entre Thalès et le centre de la pyramide (distance facilement calculable, comme ils m'ont expliqué). Ici on assiste donc à une transposition de la tâche de modélisation à un contexte similaire (mais non identique, car la longueur à calculer était différente), pour résoudre un problème différent. Je le trouve génial.

De même, lors d'une activité pour introduire les grandeurs quotients, j'ai posé cette question à la classe : Les dimensions du terrain rectangulaire du Parc des Princes sont 105 m et 68 m. Dernièrement le gazon a été réinstallé, et la société a dépensé 1785 €. Quel est le prix du gazon, au m^2 ?

Qu'est-ce qu'a à voir cet exercice avec la modélisation ? En fait, si on le résout rapidement, comme l'aire du terrain vaut $105\text{ m} \times 68\text{ m} = 7140\text{ m}^2$, on trouve que le prix du gazon est de $\frac{1785\text{ €}}{7140\text{ m}^2} = 0,25\text{ €/m}^2$.

Or, à ma grande surprise, plus de la moitié de la classe a calculé le quotient $\frac{7140}{1785} = 4$, en trouvant donc 4 € au m^2 . Au moment de la correction, plusieurs élèves se sont opposés : « Mais monsieur, au début j'avais trouvé 0,25, mais comme c'est un résultat absurde (seulement 25 centimes au mètre carré ?!), j'ai opté pour un autre résultat ! ». Bingo ! Il s'agit d'un exemple sur le questionnement des élèves sur la phase d'interprétation du résultat : après avoir effectué le calcul, ils ont su contextualiser leur réponse par rapport au problème. Dans ce cas spécifique, le recul qu'ils ont eu les ont amené à une mauvaise réponse ; néanmoins, je les ai félicités pour l'esprit critique qu'ils ont eu sur la réponse du problème et sur l'énoncé de l'exercice.

4 Conclusion

Comme précisé à plusieurs reprises, mettre en place des séances de modélisation nécessite beaucoup d'organisation de la part de l'enseignant, qui doit bien anticiper tous les blocages possibles, permettre des débats au sein du groupe ou devant la classe et faire attention à ne pas trop guider les élèves dans les différentes phases (les idées doivent toujours venir d'eux, pour leur faire développer la métacognition). Néanmoins, faire travailler les élèves sur des tâches de modélisation a deux répercussions concrètes (sans considérer celles « un peu plus abstraites », comme leur montrer l'utilité des mathématiques dans différents domaines) :

- leur faire développer des compétences qui caractérisent les mathématiques et qui sont nécessaires pour la résolution de problèmes : analyse de l'énoncé, création d'un modèle, questionnement sur les données, prise de recul et esprit critique sur les résultats trouvés, validation des solutions, métacognition ;
- consolider des notions mathématiques travaillées auparavant.

Les exemples présentés à la fin des sections sur les expérimentations en 5^{ème} et en 4^{ème} (voir les pages 20 et 29) témoignent bien ces aspects.

Par contre, même si je suis satisfait en général du travail fait par les deux classes, la question déjà posée à la page 27 reste d'actualité : comment modifier les tâches de modélisation pour que les élèves soient intéressés tout au long de l'activité ? Quelques éléments de réponses ont été donnés : problèmes qui ne nécessitent pas de travailler entièrement le cycle de modélisation (comme la deuxième activité décrite pour la classe de 5^{ème}), ou intervention directe de l'enseignant pour accélérer certaines phases. Une autre possibilité est celle de « préparer le terrain au préalable », en donnant par exemple comme devoir à la maison un petit questionnaire (qui peut faire suite au visionnage d'une vidéo) : le but serait celui de faire entrer progressivement les élèves dans la tâche de modélisation, et de gagner du temps sur certaines phases (en fait, le rôle de ce questionnaire serait similaire à celui des questions flash en début de séance).

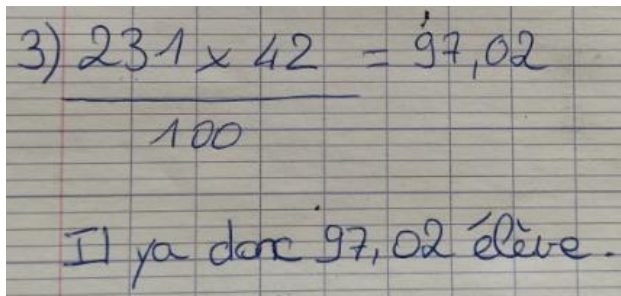
Tout au long de ce mémoire, je n'ai jamais parlé d'un outil qui en fait peut se révéler très utile dans les activités de modélisation et qui, peut-être, permettrait de capter l'attention des élèves plus longtemps : l'utilisation du numérique. Faute de temps, je n'ai pas pu tester des activités dans lesquelles l'utilisation de GeoGebra ou du tableur aurait facilité la création d'un modèle, ou la formulation de certaines hypothèses. Bien évidemment, si d'une part le fait d'être en salle informatique pourrait stimuler encore plus les élèves dans la tâche, d'autre part il pourrait causer des amusements plus importants, et donc des débordements. Il deviendrait alors nécessaire d'être encore plus vigilants lors d'activité complexes en salle informatique.

Une autre question que je me pose est la suivante. J'ai expliqué pourquoi il est important de mettre en place des tâches de modélisation. Néanmoins, faut-il les évaluer ? Et si oui, comment ? J'avoue qu'il s'agit d'une question que je ne m'étais pas posé au début, mais seulement après les premières expérimentations. Honnêtement, je n'ai pas la réponse. Ce que je peux dire est que je valorise au maximum des petites traces du raisonnement qu'on mobilise pendant les activités de modélisation. Par exemple, dans un contrôle un élève avait trouvé 74 heures pour parcourir un trajet (en montée) d'environ 600 m. À côté de son résultat, il avait ajouté qu'il s'était probablement trompé, car il faut évidemment beaucoup moins de temps pour parcourir 600 m. Et voilà qu'on retrouve une forme de raisonnement mobilisé pendant les tâches de modélisation. Je l'ai récompensé en lui donnant un point bonus.

Enfin, une remarque est nécessaire. Je n'ai pas la présomption de penser qu'une ou deux tâches de modélisation permettent de faire développer toutes les compétences déjà listées chez les élèves, et qu'elles empêchent certaines erreurs sur la conception du résultat. En effet, dans les sections précédentes j'ai rapporté uniquement des exemples positifs ; néanmoins, certaines visions erronées restent, comme la copie suivante d'un élève de 4^{ème} le montre bien (il s'agit d'un extrait d'un exercice donné comme devoir sur table).

3. Dans un collège, 231 élèves sont externes, soit 42 % des élèves du collège.

Combien d'élèves y a-t-il dans ce collège ? Explique.


$$3) \frac{231 \times 42}{100} = 97,02$$

Il ya donc 97,02 élève.

Je reste par contre convaincu qu'un travail régulier sur les problèmes de modélisation permettrait d'écarter des visions erronées des élèves de plus en plus. L'année prochaine, je suis donc déterminé à les mettre en place dès le début de l'année, pour mieux voir quel impact ils auront eu sur les élèves à la fin de l'année.

Bibliographie et sitographie

- [G23] Galilei G. (1623). *Il saggiaiore*. Traduction française de Christiane Chauviré, L'essayeur, Les Belles-Lettres, Paris, 1980.
- [E16] Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche (2016). Éduscol, *Compétences travaillées en mathématiques, Modéliser*, <https://eduscol.education.fr/document/17218>.
- [M06] Maaß K. (2006). *What are modelling competencies ?* Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, Vol. 38 (2), pp. 113-142.
- [CV12] Cabassut R. et Villette J.-P. (2012). *Un exemple d'analyse des croyances des enseignants envers l'enseignement de la modélisation*. In « Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21^{ème} siècle », pp. 668-677, Université de Genève, <https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/ACF/ACF12061/ACF12061.pdf>.
- [DL89] De Lange J. (1989). *Trends and Barriers to Applications and Modelling in Mathematics Curricula*. In « Modelling, applications and applied problem solving », pp. 196-204, Chichester : Ellis Horwood.
- [G95] Galbraith P. (1995). *Modelling, Teaching, Reflecting – What I have learned*. In « Advances and perspectives in the teaching of mathematical modelling and applications », pp. 21-45, Yorklyn : Water Street Mathematics.
- [B96] Blum W. (1996). *Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht – Trends und Perspektiven*. In « Schriftenreihe Didaktik der Mathematik », Vol. 23, pp. 15-38.
- [BN91] Blum W. et Niss M. (1991). *Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – State, trends and issues in mathematics instruction*. In « Educational Studies in Mathematics », pp. 37-68.
- [K95] Kaiser G. (1995). *Realitätsbezüge im Mathematikunterricht – Ein Überblick über die aktuelle und historische Diskussion*. In « Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht ».
- [T16] Transmath 4^{ème} (2016). Sous la direction de Malaval J. Édition Nathan.
- [T21] Transmath 4^{ème} (2021). Sous la direction de Malaval J. Édition Nathan.
- [BK97] Blum W. et Kaiser G. (1997). *Vergleichende empirische Untersuchungen zu mathematischen Anwendungsfähigkeiten von englischen und deutschen Lernenden*. « Unpublished application to Deutsche Forschungsgesellschaft ».
- [T79] Treilibs V. (1979). *Formulation processes in mathematical modelling*. Thèse présentée à l'Université de Nottinham, Master de Philosophie.
- [S03] Sjuts J. (2003). *Metakognition per didaktischsozialem Vertrag*. Journal für Mathematikdidaktik, Vol. 24 (1), pp. 18-40.
- [B01] Baumert J., Klieme E., Neubrand M., Prenzel M., Schiefele U., Schneider W. (2001). *Pisa 2000, Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich*. Opladen : Leske + Budrich.
- [LEMA] <http://espe-formation.unistra.fr/lema/french/lessons.html>
- [WIK] [https://fr.wikipedia.org/wiki/Vice-versa_\(film,_2015\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Vice-versa_(film,_2015))
- [DM3] <file:///C:/Users/pc/Downloads/20db85dab4733d711c062c0c562ef41c.pdf>
- [GEOP] <https://www.geoportail.gouv.fr/>

Annexes

A Productions des élèves de 5^{ème} – Activité du 24 Janvier

A.1 Phase d'exploration en groupes

Faites apparaître toute piste de recherche, même non abouties. Cherchez à donner une réponse argumentée au problème. Si besoin, vous pouvez vous aider par des dessins ou des schémas.

Groupe A

Questions: combien y a-t-il de caisses? Combien de feuilles peut-on mettre dans une caisse? Combien peut il y avoir de caisses ^{maximum} dans une camionnette.

hypothèse: 4 millions : 10 = 400.000 donc il y a 400.000 feuilles dans un camion.

Questions: quels est le volume d'une caisse et d'une camionnette

Si ce n'est une intention politique les camions ne sont forcément pas remplis

Faites apparaître toute piste de recherche, même non abouties. Cherchez à donner une réponse argumentée au problème. Si besoin, vous pouvez vous aider par des dessins ou des schémas.

Groupe B

1 caisse \approx 25 mille signatures

10 camion 1 camion peut contenir 20 caisses

5 m
2,20 m

perda michel X 4 millions signatures

5 m x 2,20 m

~~10~~

11

1 feuille \approx 30 x 22 cm

X 10 camion

Faites apparaître toute piste de recherche, même non abouties. Cherchez à donner une réponse argumentée au problème. Si besoin, vous pouvez vous aider par des dessins ou des schémas.

Groupe C

x caisse = x m³ x m³ = y m³

10 camionette = y m³

x m³ = (L x l x h) x 2 pour haies = y m³. (L x l x h) = 20 pour camionette

400000 = x m³ = volume dans une caisse

volume d'une camionette = 20 caisses

Faites apparaître toute piste de recherche, même non abouties. Cherchez à donner une réponse argumentée au problème. Si besoin, vous pouvez vous aider par des dessins ou des schémas.

Groupe D

On essaye de prendre une feuille A4 comme la feuille de signature (29,8 cm) et 1 millimètre d'épaisseur. On cherche à trouver la mesure du camion (une question capital) puisque nous ne le s'avons pas on veut prendre 1,5 mètres de hauteur sans compter les roues et 3 mètres de longueur : on arrondi la longueur de la feuille à 30 cm $30 \times 10 = 300 \text{ cm} = 3 \text{ mètres}$ donc la longueur du camion peut composer 10 stacks de feuilles du côté de la longueur mais si on

Faites apparaître toute piste de recherche, même non abouties. Cherchez à donner une réponse argumentée au problème. Si besoin, vous pouvez vous aider par des dessins ou des schémas.

Groupe E

Si on met les grandes ^{causes} dans les camionnettes ça prendrait plus de place mais si on met un support au bas et les grandes causes on peut pas forcément remplir. Alors que si on met les feuilles qui contiennent les grandes ça prendrait moins de place car les feuilles mesurent 1 mètre de hauteur. La problème est que si on met que les feuilles c'est difficile de les transporter au gouvernement mais peut être qu'il y a plus de camionnettes pour mettre la pression au gouvernement et pour montrer leur désaccord. Il y a peut être des membres au gouvernement qui'ils ont pas tout le pouvoir du pays. Mais tous les camionnettes n'ont pas beaucoup polluer la planète alors si on met que les feuilles c'est difficile à transporter mais ça ne pollue pas. On pourrait prendre de plus grand camion pour moins polluer et pour avoir plus de places.

Faites apparaître toute piste de recherche, même non abouties. Cherchez à donner une réponse argumentée au problème. Si besoin, vous pouvez vous aider par des dessins ou des schémas.

Groupe F

1) X avait-il plusieurs feuilles pour chaque signataire?

Dans chaque camionnette il y a 400 000 ^{signatures} feuilles par si le nombre de feuilles est proportionnel dans chaque camionnette

n des signatures = nombre de camionnettes = par 1 des signataires = nombre (s) de feuille(s) par signataire

A.2 Modèle réel

Faites une liste des hypothèses qu'on doit faire pour chercher à répondre à la question du problème (sous la forme d'interrogation).

Groupe A

1. Le nombre de caisses?
2. Caisse max dans une camionnette?
3. La taille et le nombre de feuilles?
4. $L \times l \times h$ du camion?
5. Combien de feuilles dans une caisse?
6. Combien de caisses dans un camion?
7. Combien de camions utilisés?
8. Combien de caisses utilisées?
9. Est-ce qu'il y a vraiment des signatures dans les caisses?
10. Est-ce qu'il y a vraiment des caisses dans les camionnettes?
11. Combien de signatures dans une caisse et non des feuilles?
12. Est-ce que le gouvernement a reçu les signatures?

Faites une liste des hypothèses qu'on doit faire pour chercher à répondre à la question du problème (sous la forme d'interrogation).

Groupe B

1. Un camion peut contenir combien de caisses?
2. Une caisse peut contenir combien de feuille
3. Une ~~feuille~~ feuille peut contenir combien de signature.
4. Un camion mesure combien?
5. Une caisse mesure combien
6. Une feuille mesure combien
7. Combien y'a-t-il de caisses

Faites une liste des hypothèses qu'on doit faire pour chercher à répondre à la question du problème (sous la forme d'interrogation).

Groupe C

1. Quelle est le volume d'une camionnette?
2. Quelle est le volume d'une caisse?
3. Combien y'a-t-il de caisses?
4. Quel type de feuille sont-elles?
5. Combien y'a-t-il de feuille dans une caisse?
6. Combien y'a-t-il de signature dans une feuille?

Réponses aux questions précédentes :

Groupe D

1. 20 signatures
2. Recto
3. Feuilles A4, 29,7 cm x 21 cm
4. Même nombre de signatures par feuille
5. Dimensions boîtes : 31 cm x 21,5 cm x 23,5
6. 2500 feuilles
7. Longueur chargement = 2,65 m
8. Largeur chargement = 1,66 m
9. Hauteur chargement = 1,38 m

Réponses aux questions précédentes :

Groupe C

1. 20 signatures par feuille
2. Recto
3. Feuilles A4, 29,7 x 21
4. Longueur chargement : 2,65 m ; Largeur chargement : 1,66 ; Hauteur chargement : 1,38 m
5. Boîte = $31 \times 21 \times 23,5 = 15208,5 \text{ cm}^3 = 0,0152085 \text{ m}^3$
6. camionnette = parallépipède = $2,65 \times 1,66 \times 1,38 = 6,07062 \text{ m}^3$

A.3 Résolution mathématique

En utilisant les éléments de réponses de la phase précédente, faites les calculs nécessaires pour répondre au problème posé.

Groupe A

Dimensions volume boîtes : $31 \times 23,5 \times 21,5 = 15662,75 \text{ cm}^3$
volume camionnette : $2,65 \times 1,66 \times 1,38 = 6,07 \text{ m}^3$ signatures par feuille
 $4000000 =$ le total de signatures donc $4000000 = 20 = 200000$
 $200000 \div 2500 = 80$ donc il y a 80 boîtes en tout.
 $80 \div 10$ (le nombre de camions) = 8 donc il y a 8 boîtes par camion donc c'est une intention politique car il restera beaucoup d'espace si on met seulement 8 boîtes

En utilisant les éléments de réponses de la phase précédente, faites les calculs nécessaires pour répondre au problème posé.

Groupe B

Donc on a besoin de 20 camions. Pour savoir combien de caisses on peut mettre dans un camion on a fait 20×2500 car il ya 20 signatures par feuille. $20 \times 2500 = 50000$ signatures. Pour savoir combien de caisses peut-on mettre on a converti 2,65 m en cm, c'est égal à 265, et on a divisé $265 \div 31 = 8$. 8×10 caisses = 80 caisses donc on peut mettre 8 caisses par camion ce qui fait $80 \times 50000 = 4000000$ donc on a besoin des 10 camions.

En utilisant les éléments de réponses de la phase précédente, faites les calculs nécessaires pour répondre au problème posé.

Groupe E

$4000000 : 20 = 200000$ feuilles
 $200000 : 2500 = 80$ boîtes
 $2,65 \text{ m} = 265 \text{ cm}$ $1,66 \text{ m} = 166 \text{ cm}$ $1,38 \text{ m} = 138 \text{ cm}$
 $265 \text{ cm} \times 166 \text{ cm} \times 138 \text{ cm} = 6070620 \text{ cm}^3$ (V. camion)
 $23,5 \times 31 \times 21,5 = 15662,75 \text{ cm}^3$ (V. boîte)
 $6070620 : 15662,75 \approx 388$ boîtes/camion. Donc 1 camion suffit car il n'y a que 80 boîtes alors que le camion peut transporter 388 boîtes.

A.4 Interprétation

Interprétez le résultat obtenu à la phase précédente avec le contexte du problème. Répondez ainsi à la question posée dans le problème.

Groupe A

C'était une intention politique car il restera beaucoup d'espace si on met seulement 8 boîtes dans les camionnettes.

B Productions des élèves de 5^{ème} – Activité du 10 Mars

Exercice 1

On ne sait pas combien un pot de peinture ^{de} de litres, et on ne sait pas non plus combien de m² peut-on peindre par litres.
Mais on sait la mesure du mur et celle de la porte, donc on doit soustraire la surface du mur par la surface de la porte, car on ne va pas peindre la porte.

surface de mur: $9,3 \times 4 = 37,2 \text{ m}^2$

surface de la porte: $95 \text{ cm} = 0,95 \text{ m}$ $2,05 \times 0,95 = 1,9475 \text{ m}^2$

$$\begin{array}{r} 37,2000 \\ - 1,9475 \\ \hline 35,2525 \end{array}$$

Donc la surface de mur à peindre est $35,25 \text{ m}^2$ peu près.

Mais on ne sait pas le nombre de pot qui'il faut acheter, mais sur le pot il devrait y avoir écrit combien de m² peut-on peindre avec ce pot. Donc le nombre de pot qui'il faut acheter dépendra de la marque et de la quantité du pot: si c'est trop peu on rajoute un pot même si c'est trop.

Exercice 2

On peut dire que dans le trafic quotidien, dans une voiture il y a ^{souvent qu'} au moins une personne (le conducteur) et le 0,2 signifie peut-être que sur dix voitures il y en a deux où il y a plus d'une personne. Cette phrase représente une moyenne du trafic quotidien.

Exercice 3

Elle a mis 4 minutes pour faire le 1^{er} tour car elle était pas vraiment fatiguée car elle n'avait pas commencé, mais le 2^{ème} tour l'a pris 5 minutes car elle est beaucoup plus fatiguée, et on pense qu'elle va prendre 6 minutes ou plus pour le 3^{ème} tour car elle est encore plus fatiguée.

Exercice 4

Le n'est ni faux ni vrai, car ses pas ne peuvent pas faire pile ^{tout} 47,6 cm et si elle fait des zigzags sa ne sera pas pareil qu'en ligne droite, elle peut-être perdue l'équilibre entre-temps. Mais son raisonnement peut marcher.

Exercice 5

On pense que le raisonnement d'Albert est vrai, mais il a commis une faute fatale, ~~car~~ il a utilisé les mauvaises unités de mesure, un jardin ne peut pas faire 6 cm et 13 cm, ça devrait être en m.

Exercice 1:

1 pot de peinture: $1L = 1m^2$

$9,5m = 9,5m^2 =$ longueur de la porte

$9,3m = 9,3m^2 =$ longueur de mur

$4m = 4m^2 =$ la hauteur du mur

$2,05m = 2,05m^2 =$ hauteur de la porte.

$$9,5 + 9,3 + 4 + 2,05 = 19,85$$

$$9,5 + 2,05 = 11,55$$

$$19,85 - 11,55 = 8,3$$

On a besoin de 9 pots de peinture pour recouvrir tout le mur.

Exercice 2:

On pense que cela signifie qu'il y a "1 à 2" personnes dans une voiture dans le trafic quotidien.

Exercice 3:

Comme Léa est de plus en plus fatiguée elle met 1 minutes plus à chaque tour. Donc on en conclut que pour son troisième tour elle fera 6 minutes.

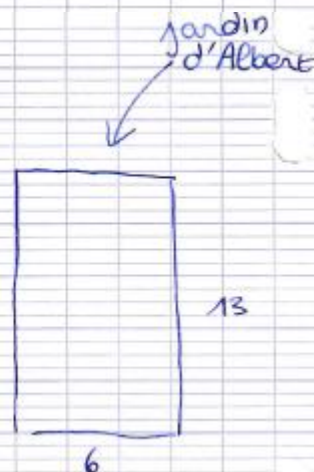
Exercice 4:

Le raisonnement de Sophie est juste. mais elle pourrait arrondir à 50 cm pour que le calcul soit plus simple.

Exercice 5:

Le raisonnement d'Albert est très bon. On sait que le jardin d'Albert vaut $78cm^2$. Mais on peut convertir $78cm^2$ en $7,8m^2$.

$$\frac{78}{10} = 7,8$$



Exercice 6:

$$27 \div 3 = 9$$

3 coquillages valent 27g puis elle dit qu'elle en ajoute 2 et on sait que un coquillage vaut 9. on fait $9 \times 2 = 18$ donc on ajoute 18 à 27 ce qui fait 45.

Donc 5 coquillages valent 45g.

Exercice 1

$$9,3\text{m} = 930\text{cm}$$

$$4\text{m} = 400\text{cm}$$

$$2,05 = 205\text{cm},$$

$$930\text{cm} \times 400\text{cm} = 372000\text{cm}$$

$$205 \times 95 = 19475\text{cm}$$

$$372000 - 19475 = 352525\text{cm} \rightarrow 352525\text{cl}$$

Donc il faudrait acheter 352525cl de peinture bleu

Exercice 2

1,2 personnes = 1 personne et $\frac{2}{10}$ d'une personne démembrer.

Donc il ya un meurtrier ou une cannibale qui rapporte une personne du dark web au pas

Exercice 3

Pour le 3^{ème} tour, Léa va prendre 6min

Ex 2:

Cette affirmation signifie que les personnes ne sont pas attentives à la pollution dans le monde.

Exercice 2

Nous devons d'abord calculer l'aire du mur puis l'aire de la porte. Ensuite, il faut soustraire l'aire de la porte à l'aire du mur pour trouver les m^2 de peinture qu'il nous faut.

$$95 \text{ cm} = 0,95 \text{ m}$$
$$(9,3 \times 4) - (2,05 \times 0,95) = 37,2 - 1,9475 \approx 35,26 \text{ m}^2$$

Donc, nous avons $35,26 \text{ m}^2$ à peindre, Maintenant nous devons savoir combien de litre de peinture il nous faut pour peindre 1 m^2 .

Enfin nous demandons aux personnel du magasin le nombre de litre que nous avons besoin pour $35,26 \text{ m}^2$.

Exercice 2

Cette affirmation donne une idée sur le nombre de personnes qui il y a dans chaque voiture. Pour trouver cette moyenne ils ont d'abord calculé le nombre de personnes qui il ya dans toute les voitures, ensuite ils divisent par le nombre de voiture.

Grâce à cela ils ont trouver la moyenne 1,2.

Exercice 3

Le nombre de minutes qu'elle prendra pour faire le transition tout va varier selon son état de fatigue.

Exercice 1:

La superficie du mur est:

$$A = L \times l$$

$$A = 9,3 \times 4$$

$$A = 37,2 \text{ m}^2$$

Un pot de peinture pouvant recouvrir 5 m² de surface et qui

372		50
350		7,44
220		
200		
000		

Il faut acheter 8 pots de peinture

Exercice 2:

Cette article nous fait comprendre qu'il y a un peu plus de personnes que de voitures

Exercice 3:

On ne peut pas savoir mais on peut penser que Léa va mettre 7 min car elle est plus fatiguée qu'au deuxième tour

C Productions des élèves de 4^{ème} – Activité du 10 Mars

C.1 Phase d'exploration en groupes

Faites apparaître toute piste de recherche, même non abouties. Cherchez à donner une réponse argumentée au problème.

Groupe A

D'abord on sait dit que c'est impossible car c'est une histoire de perspective et qu'on a pas d'échelle. Après on a essayé de voir si on peut trouver l'échelle. On sait dit que si on divise la hauteur de la tour Eiffel par 7,3 cm on trouverai l'échelle. finalement pour trouver On a d'abord convertit les cm en m car la tour Eiffel = 324 m. Et ça a fait $324000 \div \text{par } 7,3$ et ça a fait 44383,56164

Faites apparaître toute piste de recherche, même non abouties. Cherchez à donner une réponse argumentée au problème.

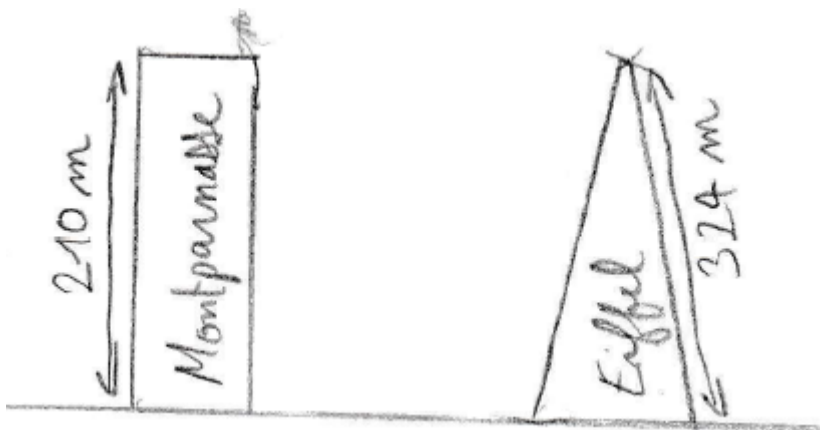
Groupe B

Quelle est la hauteur de la tour montparnasse : 210 m
on peut pas dire. J'ai précisé car nous n'avons pas assez d'information a contrario on peut conjecturer exemple : la hauteur de la tour eiffel avec une règle depuis la tour montparnasse est : 7,3 cm

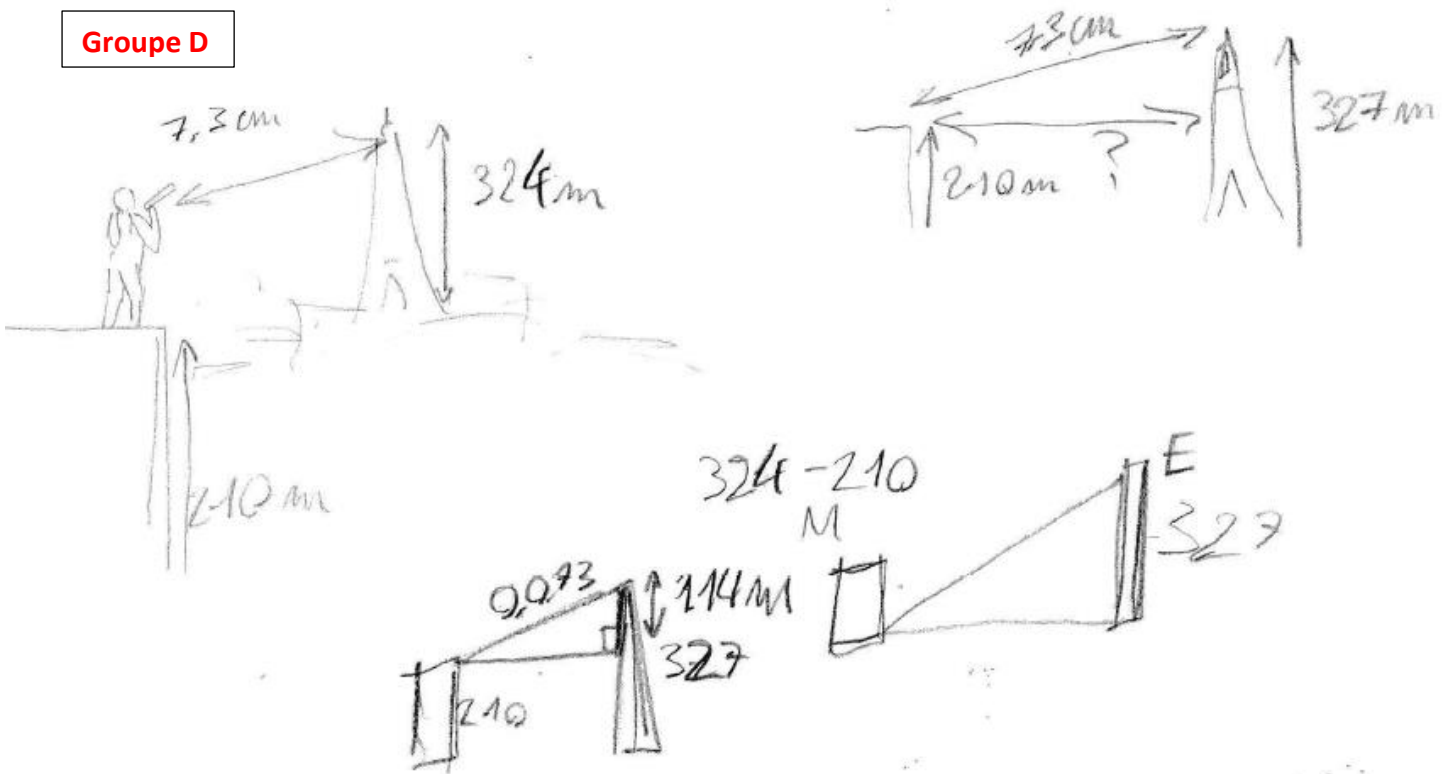
Faites apparaître toute piste de recherche, même non abouties. Cherchez à donner une réponse argumentée au problème.

Groupe C

La tour Montparnasse mesure 210 m de hauteur.
La tour Eiffel mesure 324 m de hauteur.
 $324 \times 210 \div 0,073 = 932054,7945$ parce que $7,3 \text{ cm} = 0,073 \text{ m}$
 $932054,7945 \text{ cm} = 9,3205$



Groupe D



Faites apparaître toute piste de recherche, même non abouties. Cherchez à donner une réponse argumentée au problème.

Groupe E

La Tour Eiffel mesure ~~un peu~~ ^{environ} 320 mètres donc 7,3 cm est une échelle réduite de la Tour Eiffel. On a donc une échelle de $\frac{7,3}{320000}$. Donc ~~4 millimètre~~ est égal à $\frac{1}{4383}$.
 $320000 \div 7,3 = 4383,567644$. Donc $\frac{7,3}{320000}$ est égal à $\frac{1}{4383}$.

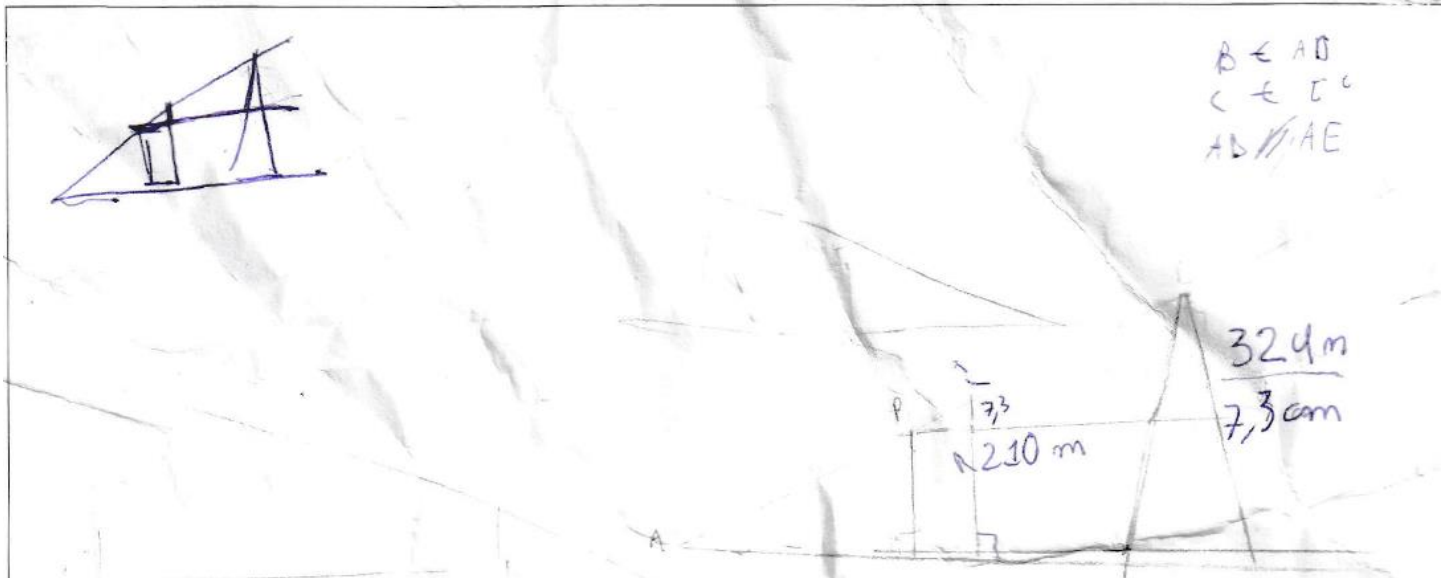
Faites apparaître toute piste de recherche, même non abouties. Cherchez à donner une réponse argumentée au problème.

Groupe F

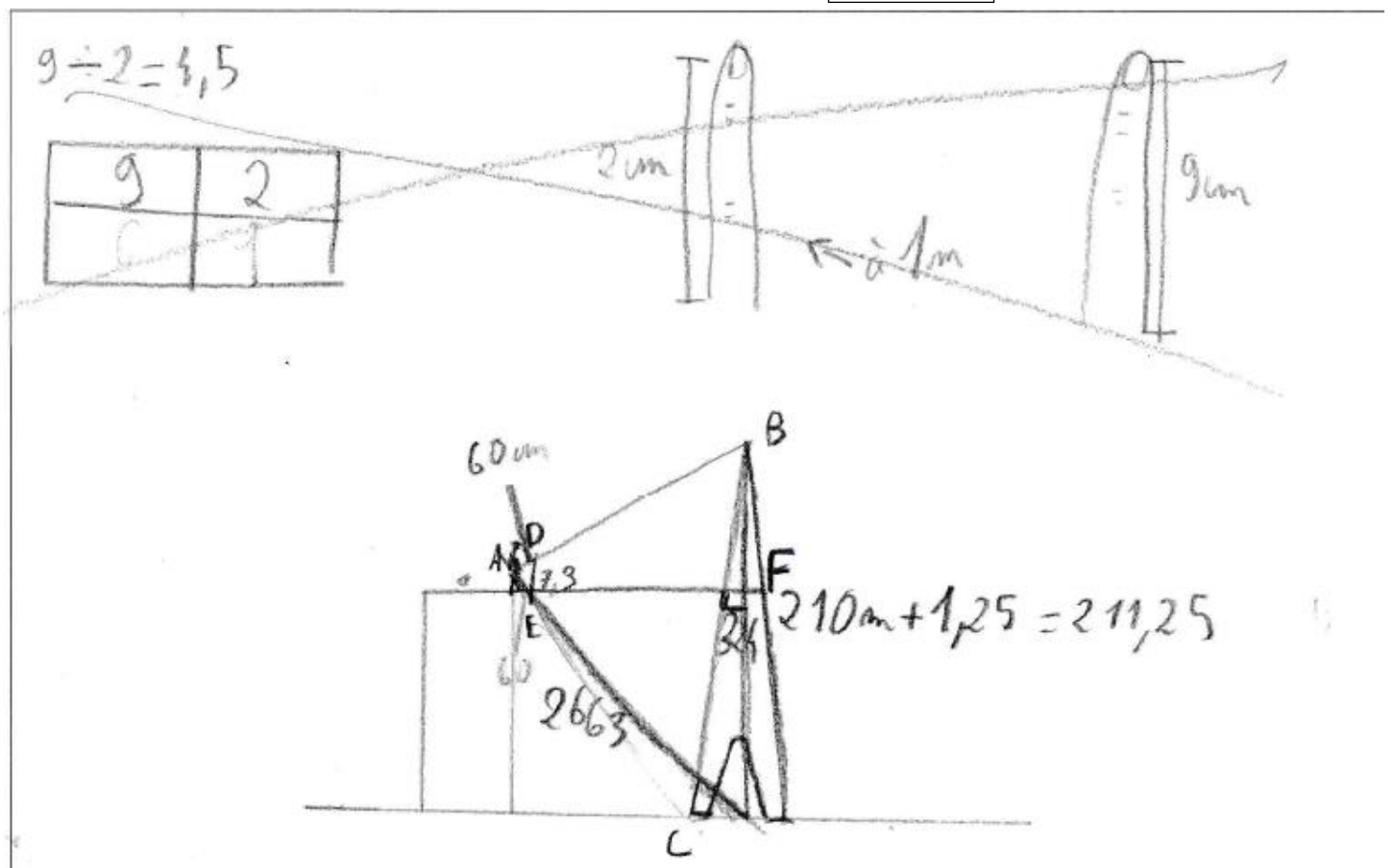
Taille de la tour eiffel : 324 m
 Taille vu de Jade : 7,3 cm
 $324 \text{ m} = 32400 \text{ cm}$ $\frac{32400}{7,3} = 4438,35676 \text{ cm}$
 $4438,35676 \div 1000 = 4,438 \text{ Km}$

C.2 Modèle mathématique

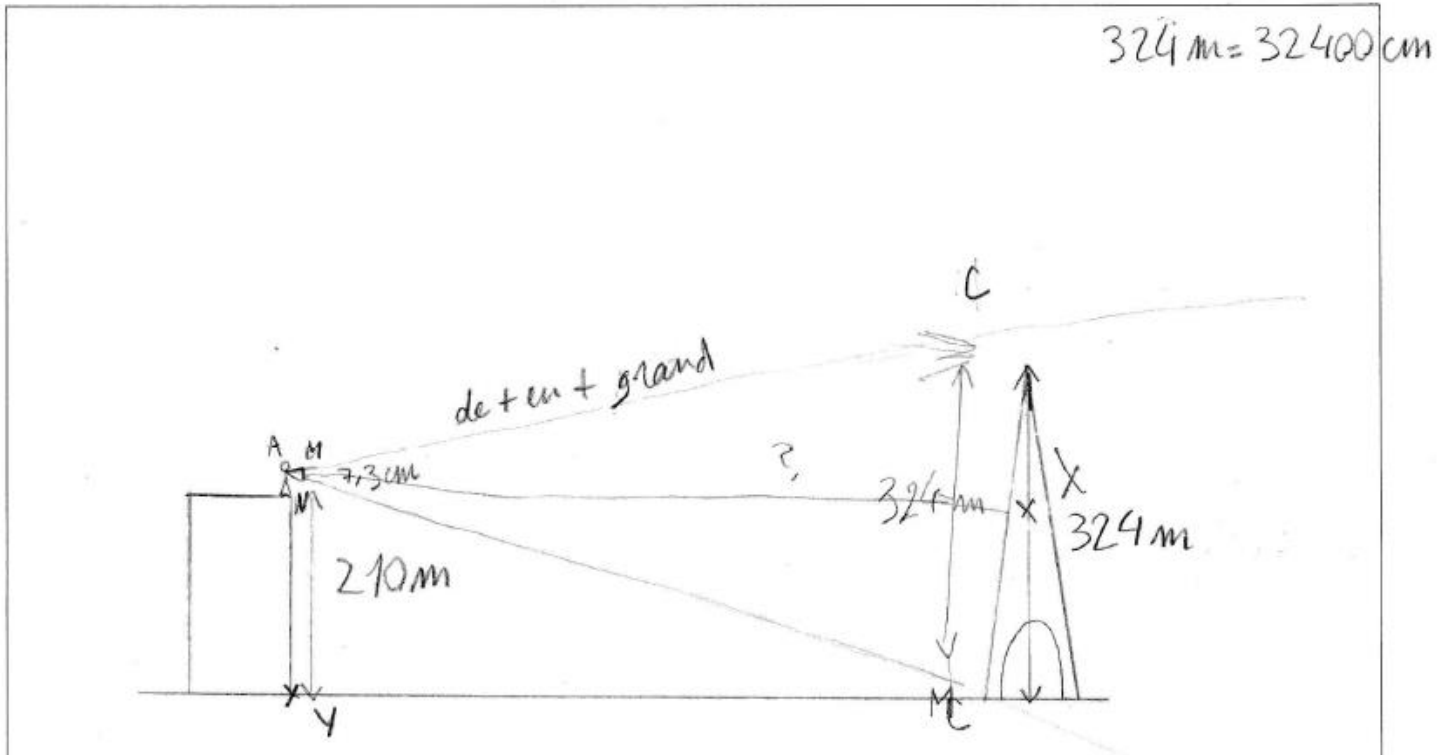
Dans le cadre ci-dessous, faites un schéma représentant la situation. Écrivez les données que l'on connaît ; pour le faire, introduisez une notation mathématique adaptée. **Groupe A**



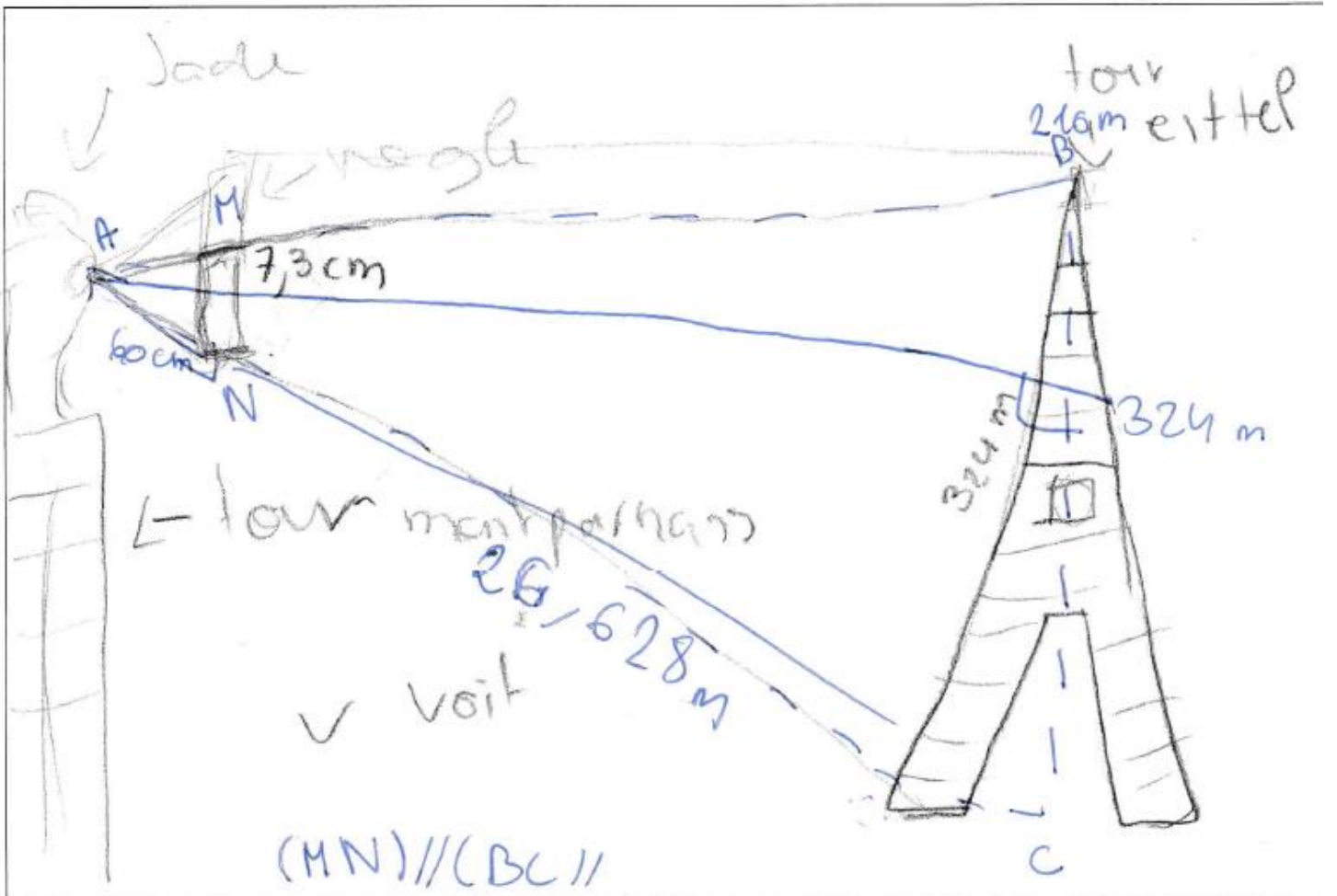
Dans le cadre ci-dessous, faites un schéma représentant la situation. Écrivez les données que l'on connaît ; pour le faire, introduisez une notation mathématique adaptée. **Groupe C**



Dans le cadre ci-dessous, faites un schéma représentant la situation. Écrivez les données que l'on connaît ; pour le faire, introduisez une notation mathématique adaptée. **Groupe D**



Dans le cadre ci-dessous, faites un schéma représentant la situation. Écrivez les données que l'on connaît ; pour le faire, introduisez une notation mathématique adaptée. **Groupe F**



C.3 Liste des hypothèses

Faites une liste des hypothèses qu'on doit faire pour chercher à répondre à la question du problème.

1. la position de Jade (210 m au bord)
2. comment elle tient la règle (parallèle à la tour)
3. la taille des ses bras (60 cm)
4. la hauteur de ses bras (125 cm)

Groupe C

Faites une liste des hypothèses qu'on doit faire pour chercher à répondre à la question du problème.

1. passer de 7,3 cm à 324 m ? rapport ? proportionnalité ?
2. Ou est jade
3. THALES ?
4. Sa règle est parfaitement verticale
5. Nous sommes dans une configuration de Thalès
6. Son bras fait 60 cm

Groupe D

C.4 Résolution mathématique

En utilisant vos hypothèses et le schéma de la phase précédente, utilisez vos connaissances et compétences mathématiques pour chercher à apporter une réponse au problème.

Groupe C

$M \in (AB)$ $(DE) \parallel (BC)$
 $E \in (AC)$

On a une configuration de Thalès donc on utilise le théorème de Thalès :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$$

$$\frac{7,3}{32400} = \frac{60}{AC} \quad AC = 60 \times 32400 \div 7,3 = 1944000 \div 7,3 \approx 266301 \text{ cm} = 2663 \text{ m}$$

Le triangle AFC est rectangle en F, on utilise le théorème de Pythagore, on a :

$$FC = 210 + \text{taille Jade} = 210 + 125 = 211,25$$

taille jusqu'aux bras

$$AF^2 = AC^2 - FC^2 = 2663^2 - 211,25^2 \approx 439509 - 44574 = 394935$$

$$AF = \sqrt{394935} \approx 628 \text{ m}$$

En utilisant vos hypothèses et le schéma de la phase précédente, utilisez vos connaissances et compétences mathématiques pour chercher à apporter une réponse au problème.

Groupe D

Hypothèse: nous sommes dans une configuration de Thalès. (voir schéma!)

On a $M \in (AB)$, $N \in (AC)$ et $MN \parallel BC$ d'après le th. de Thalès:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \quad \frac{AM}{AB} = \frac{60}{32400} = \frac{7,3}{AC} \quad AC = 60 \times 32400 = 1944000$$

$$AC = 1944000 \div 7,3 \approx 266301 \text{ cm}$$

$$AC \approx 2663 \text{ m}$$

$CZ = h +$ Montagne + bas du corps de Jade

Hypothèse: bas du corps de Jade $\approx 1 \text{ m } 35$

$AZ = CZ$ car AVZ est un carré

$$CZ = 210 + 1,35 \quad CZ = 211,35 \text{ m}$$

AZC est un triangle rectangle

$$AC^2 - CZ^2 = AZ^2 \quad 2663^2 - 211,35^2 = 7046900 \approx 2654 \text{ m}$$

$$2654 \text{ m} \approx 2,654 \text{ km}$$

En utilisant vos hypothèses et le schéma de la phase précédente, utilisez vos connaissances et compétences mathématiques pour chercher à apporter une réponse au problème.

Groupe E

Pour calculer AC , on doit utiliser le théorème de Thalès.

$(MN) \parallel (BC)$, $M \in (AC)$, $N \in (AB)$

$$AN = 60 \text{ cm}$$

$$MN = 7,3 \text{ cm}$$

$$BC = 32400 \text{ cm}$$

le rapport d'agrandissement est de $\frac{32400}{7,3} \approx 4438 \text{ mm}$

$$AN \times 4438 + AN = 60 \times 4438 + 60 = 266340 \text{ cm} = 2663,4 \text{ m}$$

Comme la règle est vertical: On utilise pythagore

AOC est un triangle rectangle en O , d'après Pythagore:

$$AC \text{ est l'hypoténuse} \quad AC^2 - OC^2 = AO^2 \quad AC = 2663,4 \text{ m}$$

$$OC = 324 \text{ m} \div 2 = 162 \text{ m}$$

$$AO^2 = 2663,4^2 - 162^2 = 7093699,56 - 26244 = 7091075,16$$

$$AO = \sqrt{7091075,16} = 2662,905$$

C.5 Interprétation et validation

Interprétez le résultat obtenu à la phase précédente avec le contexte du problème. Répondez ainsi à la question posée dans le problème.

Groupe E

AE est la distance à vol d'oiseau entre les deux forêts et se mesure
2643,619402

Est-ce que votre réponse peut se considérer valide ? Si non, pourquoi à votre avis ? D'autres remarques sur comment vous avez « schématisé » le problème dans les mathématiques ?

Groupe B

Oui la réponse peut se considérer valide grâce à l'application géo.parc!

Est-ce que votre réponse peut se considérer valide ? Si non, pourquoi à votre avis ? D'autres remarques sur comment vous avez « schématisé » le problème dans les mathématiques ?

Groupe F

On ne le considère pas valide car on a tout supposé.