



HAL
open science

La place de la modélisation dans l'enseignement : la compétence “ modéliser ”

Clara Brie

► **To cite this version:**

Clara Brie. La place de la modélisation dans l'enseignement : la compétence “ modéliser ”. Education. 2022. dumas-03792859

HAL Id: dumas-03792859

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-03792859>

Submitted on 30 Sep 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

Mémoire

Présenté pour l'obtention du Grade de

Master

« Métier de l'Enseignement, de l'Education et de la Formation »

Mention 2nd degré, Professeur des Collèges et des Lycées, Professeur de
Mathématiques

La place de la modélisation dans l'enseignement

La compétence « modéliser »

Présenté par :

Clara BRIE

Encadré par :

Monsieur Arnaud SIMARD

Année Universitaire 2021 – 2022

Remerciements

Je me permets d'adresser des remerciements aux personnes qui m'ont accompagnée dans la réalisation de ce mémoire.

Je tiens tout d'abord à remercier l'ensemble de mes collègues d'écoles élémentaires, Madame Mary BAUGEY et Monsieur Laurent BAILLY, de collègues Madame Sandra VIGNERON, Madame Elina ROMANET et Monsieur Olivier BRIE et enfin de lycée Madame Alexia BERTHOD, Madame Jocelyne PUTOD, Madame Laurence JEANNEROT, Monsieur Yann CAPELLI et Madame Jeanne FAHYS qui ont accepté de prendre du temps pour proposer à leurs classes mon problème de mémoire.

Je remercie l'ensemble des élèves de s'être impliqué dans l'activité.

Je remercie également mon tuteur Monsieur Stéphane BOURGEOIS d'avoir pris le temps nécessaire pour m'accompagner au mieux dans mes recherches.

Pour terminer, je tiens à remercier mon directeur de mémoire Monsieur Arnaud SIMARD pour l'aide qu'il m'a apporté pour l'élaboration de cet écrit.

Table des matières

Remerciements	2
Table des matières	3
Introduction	5
I. La modélisation en mathématiques	6
1. La modélisation d'un point de vue historique	6
2. Premières définitions	6
3. La place de la modélisation dans l'éducation	7
a) La place de la compétence « Modéliser » dans les programmes	7
b) La place de la modélisation dans le socle commun	8
4. La place de la modélisation dans l'enseignement	10
a) Les croyances des professeurs envers la modélisation	10
II. Mise en pratique	15
1. Présentation de l'activité	15
a) Présentation du problème proposé aux élèves	15
b) Présentation de la fiche de consignes	16
2. Analyse à priori de l'activité	17
a) Enoncé de l'activité proposée	17
b) Les différentes modélisations possibles	18
c) Déroulement de l'activité	22
3. Bilan et analyse à posteriori	22
a) Les profils variés des enseignants	22
b) Taux de réussite	23
c) Bilan global sur les méthodes utilisées	26
4. Principale modélisation utilisée : Proportionnalité	29
a) Les différentes représentations	30
b) Les erreurs commises	34
5. En utilisant la comparaison des valeurs	36
6. Les différentes étapes de la modélisation	37
a) Passage du monde réel, au monde mathématique	38
b) Passage de la solution mathématique à la solution réelle	39

Conclusion.....	41
1. Retour sur mes lectures et mon expérience	41
2. Apport de ce travail pour ma carrière professionnelle	42
Bibliographie.....	43
Annexe 1 : Problème proposé aux élèves.....	44
Annexe 2 : Fiche de consignes destinée aux enseignants.....	45
Résumé.....	46

Introduction

Je suis actuellement professeur stagiaire au collège Jean Jaurès à Damparis. J'ai en charge une classe de sixième et une classe de quatrième.

Les trois dernières années, j'ai eu l'occasion d'être « Étudiant Apprenti Professeur » (EAP) au collège Romé de l'Isle à Gray. Au cours de cet apprentissage, j'ai commencé à apprendre le métier d'enseignant et j'ai, entre autres, découvert l'évaluation par compétences. Je me suis alors questionnée autour de ce nouveau type d'évaluation et plus précisément sur la compétence « modéliser ». J'ai réalisé mon stage de première année de master au lycée Augustin Cournot à Gray. Durant cette période, j'ai une nouvelle fois observé des difficultés, pour les élèves, autour de la modélisation.

J'ai donc fait le choix d'orienter mon mémoire autour de la modélisation. Je souhaite observer l'évolution de l'acquisition de cette compétence. Pour couvrir une majorité du cursus scolaire, j'ai choisi de m'intéresser aux élèves des classes de CM2 à la seconde.

J'aimerais, à travers mon mémoire, apporter certaines réponses à mes interrogations mais également amorcer une réflexion sur les moyens d'intégrer cette compétence aux élèves lorsque je serai en poste.

J'ai donc décidé de structurer mon mémoire autour de la problématique suivante :

« Les méthodes d'enseignement actuelles permettent-elles aux élèves de développer la compétence modéliser ? »

Pour répondre à cette problématique, nous nous intéresserons tout d'abord à la modélisation d'un point de vue théorique. Nous regarderons les définitions de la modélisation, sa place au sein des programmes mais aussi la modélisation d'un point de vue historique. Dans une seconde partie, nous étudierons les réponses rédigées par les élèves sur un problème commun.

I. La modélisation en mathématiques

1. La modélisation d'un point de vue historique

L'histoire des mathématiques est étroitement liée à celle des autres disciplines et à divers problèmes intéressant les Hommes comme l'astronomie, la mécanique, le commerce mais aussi les jeux ou la probabilité. L'interaction entre les aspects internes et externes semble être le moteur le plus puissant dans les progrès des mathématiques.

Au XVII^e siècle est arrivée l'idée de « mathématisation ». La mathématisation est un processus, utilisé par l'Homme, qui consiste à utiliser des principes et des méthodes propres aux mathématiques pour décrire le monde.

C'est Galilée, grand physicien et astronome italien de la Renaissance, qui amène l'idée que tout ce qui s'annonce comme réel dans les qualités sensibles doit avoir son index mathématique dans les processus de la sphère de la forme. Il énonça cette célèbre phrase :

« La philosophie est écrite dans ce livre gigantesque qui est continuellement ouvert à nos yeux (je parle de l'Univers), mais on ne peut le comprendre si d'abord on n'apprend pas à comprendre la langue et à connaître les caractères dans lesquels il est écrit. Il est écrit en langage mathématique, et les caractères sont des triangles, des cercles et d'autres figures géométriques, sans lesquelles il est impossible d'y comprendre un mot. Dépourvu de ces moyens, on erre vraiment dans un labyrinthe obscur. ».

2. Premières définitions

Le verbe « Modéliser » signifie « Procéder à une modélisation » et est défini, par le dictionnaire Larousse comme l'« Établissement de modèles, notamment des modèles utilisés en automatique, en informatique, en recherche opérationnelle et en économie. »

La modélisation est une « méthode et processus de représentation d'une situation réelle, éventuelle ou imaginaire dans le but de mieux comprendre sa nature et son évolution [...] » (Legendre, 2005).

Il existe différents types de modélisation. Par exemple, la modélisation numérique consiste à construire un ensemble de fonctions mathématiques décrivant le phénomène. En modifiant les variables de départ, on peut ainsi prédire les modifications du système physique. Il existe également la modélisation analogique qui consiste à construire un système physique qui reproduit plus ou moins un phénomène que l'on souhaite étudier. L'observation du comportement du modèle permet de tirer des enseignements sur le phénomène d'intérêt.

La compétence « Modéliser » aborde de front le lien des mathématiques avec un monde extérieur à la discipline. La modélisation est un procédé utilisé pour décrire une situation quantitative réelle à l'aide de notions mathématiques. Cela consiste à élaborer un modèle, à représenter un phénomène à l'aide d'un système qui possède des propriétés analogues à ce phénomène.

On retrouve également ce processus dans d'autres disciplines, comme en physique ou en technologie.

Richard Cabassut, co-responsable du groupe de travail sur la modélisation au colloque international EMF (« Espace Mathématique Francophone ») de Paris en 2018, définit la modélisation mathématique comme « la résolution de problèmes reliés au monde réel, authentiques, complexes et ouverts, prenant appui sur la résolution d'un problème ».

3. La place de la modélisation dans l'éducation

a) La place de la compétence « Modéliser » dans les programmes

Sur le document officiel du site Eduscol qui présente la compétence « Modéliser », on nous explique que celle-ci se décompose en trois étapes :

- 1^{ère} étape : Reconnaître des formes géométriques dans des objets réels,
- 2^{ème} étape : Reproduire et transformer les figures obtenues,
- 3^{ème} étape : Confronter les résultats du modèle avec la réalité.

La compétence « Modéliser » apparaît dans les programmes à partir du cycle 2, puis se développe et se précise au fur et à mesure des cycles.

Au cycle 2, c'est principalement la première étape qui est travaillée, par exemple, un élève doit être capable de modéliser un terrain sur lequel on veut faire construire une maison par un rectangle. Les deux autres parties sont travaillées mais de manière très succincte.

C'est aux cycles 3 et 4 que les trois phases de modélisation vont pouvoir gagner en ampleur. Tout d'abord, la première phase devient un véritable choix. En effet, au fur et à mesure des années, de nouveaux modèles vont être découverts, une réflexion plus importante sera donc nécessaire pour choisir le modèle le plus pertinent. La deuxième phase va également gagner en ampleur car les modèles vont se complexifier. Par exemple, si l'on prend le rectangle, au cycle 2, on utilise uniquement les propriétés de la figure mais à partir du cycle 4, de nouvelles possibilités de calculs vont apparaître, comme le théorème de Pythagore.

Le programme du cycle 4 caractérise la modélisation comme le fait « d'utiliser un ensemble de concepts, de méthodes, de théories mathématiques qui vont permettre de décrire, comprendre et prévoir l'évolution de phénomènes externes aux mathématiques ». Cette définition est ensuite complétée dans le programme de lycée. Elle ajoute à la précédente l'utilisation et l'élaboration « d'une simulation numérique ou géométrique prenant appui sur la modélisation et utilisant un logiciel ».

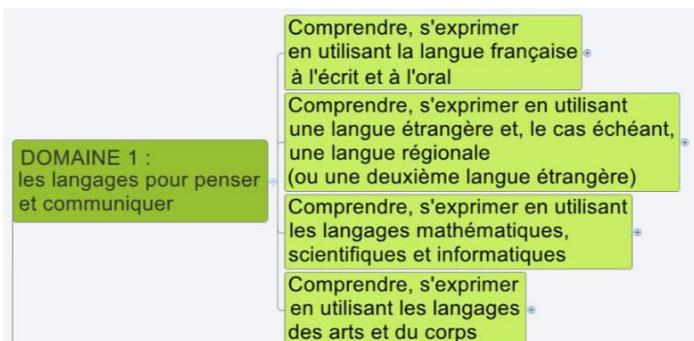
b) La place de la modélisation dans le socle commun

Si l'on regarde le bulletin officiel spécial n°6 du 28 août 2008 à propos des programmes de l'enseignement des mathématiques au collège, on nous explique l'importance de la modélisation dans l'enseignement. Il est écrit que « *A travers la résolution de problèmes, la modélisation de quelques situations [...], les élèves prennent conscience petit à petit de ce qu'est une véritable activité mathématique : identifier et formuler un problème, conjecturer un résultat en expérimentant sur des exemples, bâtir une argumentation, contrôler les résultats obtenus en évaluant leur pertinence en fonction du problème étudié, communiquer une recherche, mettre en forme la solution* ».

La compétence « Modéliser » permet, également, de développer les cinq domaines du socle commun :

- Domaine 1 : Les langages pour penser et communiquer

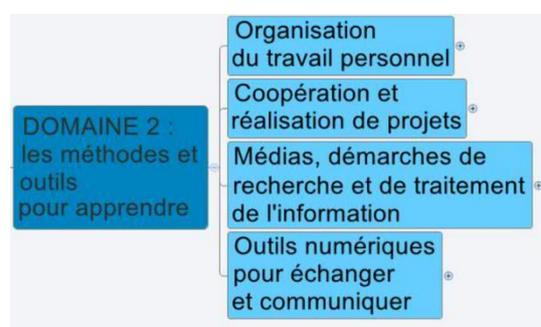
La modélisation permet de travailler, principalement, le 3^{ème} point de ce domaine. La lecture, la compréhension et la production de documents aident à passer d'une forme de langage courant à un langage scientifique ou technique et



inversement. Cette compétence « illustre la puissance du langage mathématique dans sa capacité de mise en ordre et de description du monde ».

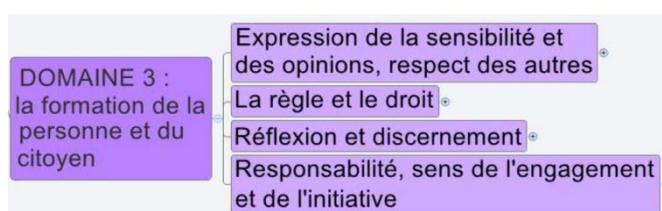
- Domaine 2 : Les méthodes et outils pour apprendre

La modélisation permet de développer le premier point de domaine. En effet, dans une tâche où il faut utiliser la modélisation, il est nécessaire de prendre le temps pour comprendre l'énoncé et faire le lien avec ses connaissances. La modélisation « constitue une mise en œuvre des méthodes mathématiques de raisonnement hypothético-déductif ».



- Domaine 3 : La formation de la personne et du citoyen

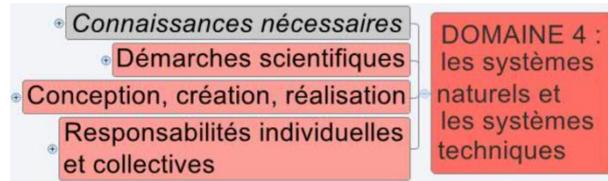
La modélisation participe à la formation d'un citoyen éclairé. Elle permet, également, de développer l'esprit critique. Si l'on regarde le socle, on peut lire « *Les mathématiques et la culture*



scientifique et technique aident à développer l'esprit critique et le goût de la vérité ; celle-ci permet d'évaluer l'impact des découvertes et innovations sur notre vie, notre vision du monde et notre rapport à l'environnement. ».

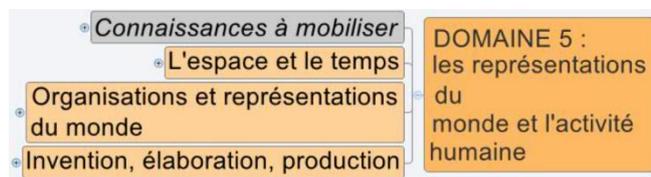
- Domaine 4 : Les systèmes naturels et les systèmes techniques

Lors d'une activité nécessitant une modélisation, ce domaine est clairement pris en compte à travers la « démarche scientifiques ». En effet, ce type d'exercice obligera à mener une démarche d'investigation. Celui-ci permet également de travailler des grandeurs variées (géométriques, physiques, économiques...) et/ou des situations de proportionnalité.



- Domaine 5 : Les représentations du monde et l'activité humaine

La modélisation représente, principalement au travers de la géométrie et des probabilités, un outil indispensable de compréhension de l'activité humaine. ».



4. La place de la modélisation dans l'enseignement

Tout d'abord, je pense que le travail de modélisation devrait occuper une place importante dans l'enseignement. En effet, très souvent, les mathématiques sont perçues par les élèves comme une matière très abstraite. Ils ne voient pas l'utilité des notions abordées en classe de mathématiques. Et je pense qu'à travers ce type d'activités, les enseignants peuvent donner une autre dimension aux mathématiques et espérer convaincre les élèves de la place importante de cette discipline dans le monde extérieur.

a) Les croyances des professeurs envers la modélisation

- *Présentation de l'étude*

En 2012, Richard Cabassut et Jean-Pierre Raoult ont rédigé l'article « *Un exemple d'analyse des croyances des enseignants envers l'enseignement de la modélisation* » que l'on

retrouve dans l'« Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21ème siècle » (pages 668 à 677). A travers cette étude, ils ont essayé de répondre à la question suivante : « Quelles sont les croyances des professeurs envers la modélisation ? Y a-t-il un lien entre ces croyances et leurs croyances envers l'enseignement des mathématiques ? ». Celle-ci est portée sur trois pays européens qui sont la France, l'Allemagne et l'Espagne. 79 enseignants de mathématiques ont été mobilisés pour cette étude. C'est une population variée constituée de différents types d'enseignants :

- enseignants de l'école primaire,
- enseignants du secondaire,
- enseignants avec plus ou moins d'ancienneté.

Dans cet article, les auteurs nous montrent que le « renouveau de l'enseignement de la modélisation » s'appuie principalement sur deux éléments (qui sont la base du socle commune en France) :

- Une recommandation du parlement européen pour « une formation de toute la vie » :

Comme on peut le lire sur le journal officiel de l'Union Européenne, lors du conseil du 16 décembre 2006, le parlement a recommandé « que les États membres intègrent les compétences clés pour tous dans leurs stratégies d'éducation et de la formation tout au long de la vie ». Le cadre de référence proposé est composé de huit compétences clés. C'est dans la troisième compétence, qui s'intitule « Compétences mathématiques et compétences de base en sciences et technologies », que l'on retrouve l'idée de modélisation. Pour cette compétence, il est demandé que l'individu ait « la capacité d'appliquer les principes et processus mathématiques de base dans la vie quotidienne, à la maison et au travail ».

- Les résultats des études PISA (Projet International de l'OCDE pour le Suivi des Acquis des élèves) :

Cette enquête évalue « dans quelle mesure les élèves en fin d'obligation scolaire ont acquis certaines des connaissances et compétences qui sont essentielles pour pouvoir participer pleinement à la vie de la société ». Cette étude se concentre sur trois domaines que sont la compréhension de l'écrit, les mathématiques et les sciences. Un des objectifs de cette enquête est de déterminer dans quelles mesures les élèves sont capables de se livrer à des explorations à partir de ce qu'ils ont appris et d'utiliser leurs connaissances dans diverses situations en rapport ou non avec l'école. D'après cette étude la mathématisation est le processus

fondamental utilisé pour résoudre des problèmes de la vie courante représentée par le cycle ci-contre :

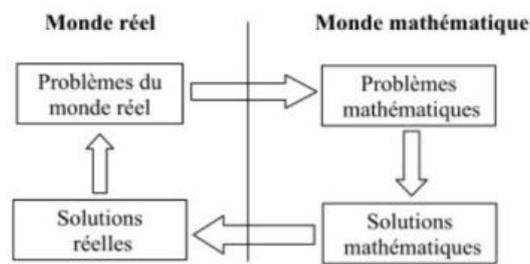


Figure 1 - cycle de modélisation

La première étape consiste à formuler le problème du monde réel sous la forme d'un problème mathématique. La seconde étape correspond à la résolution du problème mathématique. La troisième étape caractérise l'interprétation de la solution mathématique au problème initial du monde réel. Autrement dit, on recontextualise le résultat mathématique au problème réel. Enfin, la dernière étape revient à évaluer si le résultat obtenu est plausible avec le problème initial.

L'étude de Richard Cabassut repose sur un questionnaire composé de questions à choix multiples et de questions à réponses quantitatives. Pour avancer dans leurs recherches, ils ont séparé les questions en deux parties :

- les questions biographiques : biographie de l'enseignant (âge, pays, type d'école, niveau d'étude...)
- les questions actives : formation.

- *Les résultats observés*

À la suite de l'étude de ces questionnaires, ils ont distingué quatre groupes distincts.

Le premier groupe constitué de 13 professeurs ayant un avis positif envers l'enseignement de la modélisation, avec un esprit ouvert sur les croyances mathématiques. Ce groupe est, principalement, composé de jeunes enseignants et de professeurs français. Cependant, les enseignants hongrois (leur système scolaire est plus traditionnel), du secondaire (plus axé sur des contenus mathématiques déconnectés d'activités de modélisation) et ceux ayant de l'ancienneté sont très peu présents dans ce groupe. Pour ce premier ensemble de

population, les élèves créent ou recréent des parties des mathématiques. Ils pensent qu'il y a plus d'une façon de résoudre des tâches et des problèmes mathématiques, qu'il n'y a pas une procédure unique à connaître et à suivre qui détermine comment résoudre précisément une tâche. De plus, ils sont d'accord sur le fait que les élèves sont capables de résoudre des tâches de modélisation dans un temps limité. Mais ils sont aussi d'accord que la pensée mathématique à l'école ne repose pas seulement sur la mémorisation et l'application de définitions, de formules ou de faits.

Le second groupe est composé de 31 enseignants moins confiants pour enseigner la modélisation. Ce groupe est majoritairement composé d'enseignants du secondaire (plus axés sur le contenu mathématiques, pression institutionnelle), de professeurs allemands (idée nouvelle et directrice dans le nouveau programme donc ils sont moins confiants) et d'enseignants ayant de l'ancienneté (la modélisation correspond à un nouvel enseignement). Cependant, l'enseignants d'école primaire et les jeunes professeurs sont très peu représentés. Ils se sentent moins capables de concevoir des leçons de modélisation, moins capables d'évaluer les progrès ou encore moins capables de concevoir leurs propres tâches.

Le troisième groupe, quant à lui, est constitué de 14 enseignants assez « conservateurs » à propos des mathématiques à l'école. Il est, majoritairement, composé d'enseignants avec plus d'ancienneté, d'enseignants hongrois (enseignement traditionnel et théorique des mathématiques) et d'enseignants du secondaire. En opposition avec le premier groupe, ils sont en accord avec le fait que la pensée mathématique à l'école ne repose pas seulement sur la mémorisation et l'application de définitions, de formules ou de faits. Pour eux, ce ne sont pas les mathématiques qui vont aider les individus à devenir des citoyens critiques responsables.

Enfin, le quatrième groupe est composé de 21 professeurs qui sont très confiants pour enseigner la modélisation. Principalement composé de jeunes enseignants, de professeurs espagnols et d'enseignants du primaire, ce groupe se sent prêt à enseigner la modélisation. Contrairement au deuxième groupe, ils se sentent aptes à concevoir des leçons de modélisation, à concevoir différentes tâches de modélisation et à bien évaluer les progrès.

On peut donc constater que l'un des principaux facteurs, qui explique la réticence de l'enseignement de la modélisation, est le manque de confiance en soi. Et c'est cet argument que nous rappelle Jean-Yves Rochex, psychologue, chercheur et professeur de sciences de l'éducation à l'université de Paris 8, il nous dit que : « [...] la question n'est pas simplement de savoir si nous sommes en mesure de proposer des projets et des activités attractives pour les

élèves, mais aussi de savoir si ces activités sont productrices d'apprentissages et de dispositions durables, qui restent une fois le projet accompli, une fois le spectacle donné [...]. Comment veiller à ce que la réalisation d'un projet collectif ne se concrétise pas par une division sociale du travail entre élèves, qui spécialise les élèves les plus faibles dans les tâches les moins intéressantes sur le plan intellectuel, les élèves les plus performants dans les tâches les plus intéressantes ».

- *Les obstacles des enseignants*

Ce texte de Richard Cabassut, nous donne une des raisons qui explique la difficulté de l'enseignement. Dans un texte de Jean-Pierre Raoult, qui s'intitule « *La place de la modélisation dans l'enseignement des mathématiques : obstacles, perspectives et rôles des IREM* » (APMEP n°458) on va retrouver d'autres obstacles. Cet article nous dit qu'il y a principalement cinq obstacles :

- Obstacles conceptuels : cet obstacle caractérise le fait qu'il n'y a pas généralement un unique modèle.

- Obstacles culturels : « les études supérieures suivies par les futurs enseignants de mathématiques ne les mettent plus assez en contact avec d'autres disciplines, voire les en détournent, délimitant dans leur esprit un champ restreint des mathématiques ».

- Obstacles pédagogiques : c'est dans cet obstacle que l'on retrouve celui cité par le texte de Richard Cabassut, autrement dit que certains enseignants manquent d'assurance.

- Obstacles sociaux : la relation dans le triangle École / Élève / Famille est dominée par l'obsession de la réussite à l'examen.

- Obstacles institutionnels : la diminution des horaires de leur discipline et la baisse de l'audience qui était conférée à leur matière en tant que l'un des volets majeurs de la formation intellectuelle.

II. Mise en pratique

1. Présentation de l'activité

a) Présentation du problème proposé aux élèves

La fiche d'activité que j'ai proposée est composée de deux parties :

- Première partie : *Partie présentation et énoncé*

On peut déjà remarquer que le travail est anonyme. J'ai fait le choix de ne pas mettre le nom sur les copies afin que certains élèves ne soient pas gênés d'écrire leurs recherches. Cette remarque est, principalement, à prendre en compte pour mes classes ainsi que pour les élèves qui me connaissent. Le jugement peut-être un frein pour certains élèves.

Je demande uniquement la classe pour une question d'organisation dans l'analyse des résultats.

On retrouve ensuite l'énoncé du problème suivi de la question que nous étudierons dans la partie suivante.

- Deuxième partie : *Partie de recherches*

J'ai fait le choix de créer un espace dédié à la recherche et à la résolution du problème. J'ai voulu créer cet espace pour que tous les élèves commencent avec la même feuille. Cela sera donc un élément en moins à prendre en compte lors de l'analyse à posteriori. De plus, cela évitera que les élèves partent à la recherche d'une feuille et donc que les enseignants « perdent » un temps supplémentaire dans leur séance.

Pour commencer, cette partie est composée d'une zone blanche. J'ai fait ce choix afin que les élèves puissent organiser et écrire leurs idées comme ils le souhaitent.

J'ai ensuite fait le choix de mettre une zone avec des lignes pour aider les élèves ayant besoin d'une base pour organiser leurs idées mais également pour faciliter la rédaction du problème.

b) Présentation de la fiche de consignes

Cette fiche de consignes est découpée en trois parties : (voir annexe 1)

- Première partie : *Temps accordée aux élèves*

La première question sur cette fiche est le temps laissé aux élèves. J'ai fait le choix de ne pas mettre un temps identique pour toutes les classes car je pense que cela va dépendre du niveau concerné. Je n'ai jamais eu l'occasion d'observer une classe de CM2, il me semblait donc plus intéressant de laisser libre choix aux enseignants.

Ce temps de recherches pourra également être intéressant à prendre en compte lors de l'analyse à posteriori.

- Deuxième partie : *Avant l'activité*

Avant d'envoyer l'exercice, j'ai pris le temps d'expliquer à tous mes collègues l'objectif et les principales consignes. Cependant, pour être sûre que tous les enseignants aient les mêmes consignes à respecter, je pense qu'il est nécessaire de mettre l'ensemble par écrit.

- Troisième partie : *Déroulement de l'activité*

Il me semblait important de bien insister sur le fait que les élèves doivent résoudre le problème seul. J'ai fait ce choix afin d'avoir un maximum de raisonnements différents à analyser. Très souvent, lors d'un travail en binôme ou en groupe, c'est l'idée d'un ou deux élèves qui ressort. Ce choix d'individualisé le problème me semble donc judicieux afin que chacun puisse s'exprimer à sa manière.

Je précise également aux enseignants qu'il faut éviter de répondre aux questions des élèves et les laisser les élèves réfléchir par eux-mêmes. Je pense que « le risque » en répondant aux questions est de les amener sur une modélisation qui n'était pas leur idée au départ. Cependant, si une question revient plusieurs fois et bloque un grand nombre d'élèves alors l'enseignant pourra répondre mais dans ce cas, je souhaite que la question soit écrite sur la fiche de consignes. En effet, mon objectif est d'étudier les rendus des élèves or si tous bloquent à cause d'une question, cela sera moins intéressant.

Je demande également que les élèves n'effacent rien. Ils peuvent avoir besoin de plusieurs essais pour trouver la modélisation adéquate pour résoudre le problème. Il me

semble intéressant d'étudier les différentes étapes de la réflexion de l'élève. Je trouve que dans un problème le plus intéressant n'est pas la réponse en elle-même mais les essais, les erreurs et le raisonnement des élèves. Je souhaite donc pouvoir observer toutes ses étapes.

- Quatrième partie : *Questions pour m'aider à analyser les rendus*

Cette partie est composée de trois questions simples qui me permettront d'analyser les différents résultats obtenus. J'ai fait le choix tout d'abord de demander si les élèves sont habitués à ce type d'exercice. Cette question me semble pertinente car les élèves ne réagiront pas de la même manière s'ils n'y ont jamais été confrontés.

J'ai ensuite fait le choix de demander si les thèmes de la proportionnalité et des ratios ont été traités durant la première partie de l'année. Comme nous le verrons par la suite, il s'agit des deux principales modélisations possibles pour cette tâche.

2. Analyse à priori de l'activité

a) Enoncé de l'activité proposée

Au début de l'année scolaire 2021, un nouvel article a été publié sur Eduscol. Cet article se nomme « La résolution de problèmes mathématiques au collège ». On trouve, dans celui-ci, une trentaine de problèmes mathématiques divers et variés.

Mon objectif étant de proposer un même problème du CM2 à la seconde, mon référent et moi-même avons cherché, dans ce document, un problème pouvant convenir.

Mon choix s'est alors porté sur un problème d'arithmétique, il s'agit du problème 6 qui s'intitule « ça texte beaucoup ! ». L'énoncé initial est le suivant :

Lors d'un concours de rapidité d'envoi de SMS, quatre élèves sont en compétition.

— Le premier peut en envoyer 3 pendant que le deuxième en envoie 2.

— Le deuxième peut en envoyer 5 pendant que le troisième en envoie 6.

— Le troisième peut en envoyer 7 pendant que le quatrième en envoie 8.

Pendant la durée du concours, le deuxième a envoyé 70 SMS.

Quel est le vainqueur du concours ?

Cependant, j'ai fait le choix d'apporter quelques modifications à cet énoncé. Tout d'abord, pour faciliter la compréhension du problème et éviter certaines questions, j'ai modifié « le premier », « le deuxième », « le troisième » et « le quatrième » par des prénoms. En effet, cette modification évitera aux élèves de faire l'amalgame entre « le premier élève » et « le premier au classement » (voir annexe 2).

J'ai fait le choix de ne pas modifier les valeurs car les choix me semblaient intéressants. Tout d'abord, il s'agit de nombres entiers, peu élevés. Cet aspect peut avoir son importance surtout pour que les élèves des plus petites classes ne se braquent pas avant même de commencer l'exercice. Des nombres entiers et familiers peuvent avoir un côté rassurant. Maintenant ces valeurs sont, également, intéressantes pour les raisonnements et les erreurs qu'elles peuvent engendrer. Par exemple, lorsqu'on demande un classement, le bon sens invite à comparer les valeurs. Or, dans ce cas, l'énoncé est élaboré de sorte que cette méthode n'aboutisse pas. Nous verrons également que ce choix de valeurs est intéressant car le type de nombres obtenus évolue également en fonction des méthodes utilisées. Pour les méthodes accessibles dès le CM2, on obtient uniquement des nombres entiers et décimaux. Puis pour les méthodes étudiées plus tard dans la scolarité, on obtiendra également des nombres rationnels.

b) Les différentes modélisations possibles

- *La proportionnalité*

L'idée de proportionnalité est introduite dès l'école primaire. Cette modélisation peut donc être utilisée dès le CM2.

Cette modélisation n'est pas forcément évidente, il faut être attentif aux grandeurs qui vont être proportionnelles. Le risque est que les élèves ne s'aperçoivent pas que toutes les grandeurs ne sont pas proportionnelles et qu'il est nécessaire d'étudier les trois cas séparément.

La modélisation par la proportionnalité peut être représentée de différentes manières :

- 1^{ère} représentation : *Par ajouts successifs*

La première utilisation de la proportionnalité est accessible dès le primaire. On peut lire dans les attendus de fin de CM2, le paragraphe suivant :

- Il mobilise pour les traiter des formes de raisonnement spécifiques et des procédures adaptées : les propriétés de linéarité (additive et multiplicative), le passage à l'unité, le coefficient de proportionnalité.

Une première idée pourrait être de partir de 0 SMS puis d'écrire toutes les étapes jusqu'à arriver aux 70 SMS de Thomas. Cette méthode n'est pas la plus rapide mais à pour avantage de pouvoir reposer uniquement sur des additions successives. Cependant, cette méthode est rapidement longue et demande un grand nombre d'opérations ce qui peut engendrer des erreurs de calculs. Par exemple, pour trouver le nombre de SMS de Clémence il faudra 35 étapes.

Exemple pour trouver le nombre de SMS de Romane :

Thomas	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70
Romane	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84

Le tableau est annoté avec des arcs verts au-dessus de la ligne Thomas indiquant des ajouts de +5 à chaque étape, et des arcs verts au-dessous de la ligne Romane indiquant des ajouts de +6 à chaque étape.

- 2^{ème} représentation : *Coefficient de proportionnalité*

Le coefficient de proportionnalité peut être travaillé en CM2 mais il est principalement travaillé en 6^{ème} et en 5^{ème}.

On peut lire dans les attendus de fin de 6^{ème}, le point suivant :

- Il remobilise les procédures déjà étudiées pour résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité et les enrichit par l'utilisation du coefficient de proportionnalité.

Puis sur les attendus de fin de 5^{ème} on peut lire :

- Il résout des problèmes de proportionnalité dans diverses situations pouvant faire intervenir des pourcentages ou des échelles. Pour cela, il met en œuvre des procédures variées (additivité, homogénéité, passage à l'unité, coefficient de proportionnalité).

A l'aide d'un tableau de proportionnalité ou non, il est possible de trouver dans chaque cas le coefficient de proportionnalité. De plus, les valeurs sont choisies de sorte que tous les coefficients soient des nombres entiers, ce qui peut avoir un côté rassurant pour les élèves.

Exemple pour trouver le nombre de SMS de Clémence :

$$\begin{array}{r|l} 2 & 3 \\ \hline 70 & 3 \times 35 \\ & = 105 \end{array}$$

$\xrightarrow{\times 35}$ $\xrightarrow{\times 35}$

- 3^{ème} représentation : *Passage à l'unité*

Un autre aspect de la proportionnalité découvert en CM2 et approfondit en 6^{ème} est le passage à l'unité.

En ce qui concerne les deux premiers cas, on obtiendra des nombres décimaux. Mais le dernier cas pourra questionner car le rapport donnera un nombre rationnel.

Exemple pour trouver le nombre de SMS de Clémence :

Nombre SMS Clémence	3	1,5	105
Nombre SMS Thomas	2	1	70

$\xrightarrow{\div 2}$ $\xrightarrow{\times 70}$

- 4^{ème} représentation : *Produit en croix*

Cette méthode est amenée en classe de 4^{ème}, cette méthode peut être utilisée à l'aide d'un tableau de proportionnalité ou non.

Dans les attendus de fin de 4^{ème}, on peut lire :

- Il calcule une quatrième proportionnelle par la procédure de son choix.

Dans la fiche de consigne, j'ai fait le choix d'autoriser la calculatrice (notamment pour cette méthode). Même si les élèves peuvent poser tous les calculs, je sais qu'en classe ils ont très souvent droit à cet outil.

Exemple pour trouver le nombre de SMS de Romane :

Nombre SMS Romane	6	$\frac{6 \times 70}{5} = 84$
Nombre SMS Thomas	5	70

- *Les fractions*

La notion de fraction est amenée en CM2, les fractions égales peuvent être amenées en CM2 mais sont principalement travaillées en 6^{ème} et 5^{ème}. Je pense donc que cette méthode sera utilisée à partir du collège.

Dans les attendus de fin de CM2, on trouve le point suivant :

- Il connaît des égalités entre des fractions usuelles (exemples : $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$; $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$; $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$).

Puis dans les attendus de fin de 5^{ème}, on peut voir une évolution :

- Il reconnaît et produit des fractions égales.

On cherche $\frac{2}{70} = \frac{3}{?}$

$$\frac{2}{70} = \frac{2 \times 1}{2 \times 35} = \frac{1}{35}$$

$$\frac{1 \times 3}{35 \times 3} = \frac{3}{105}$$

Donc, $\frac{2}{70} = \frac{3}{105}$

- *Les ratios*

Apparue dans le dernier programme en rigueur du cycle 4, la notion de ratio amenée en 5^{ème} puis retravaillée en classe de 3^{ème}.

Dans les attendus de fin de 5^{ème}, on peut lire le point suivant :

- Il partage une quantité en deux ou trois parts selon un ratio donné.

Etant un nouveau point des programmes, je ne pense pas que cette méthode soit beaucoup utilisée. De plus cette notion est abstraite pour les élèves.

Clémence	Thomas	Romane	Lucas
3	2		
3 × 5	2 × 5	2 × 6	
3 × 5 × 7	2 × 5 × 7	2 × 6 × 7	2 × 6 × 8
105	70	84	96

c) Déroulement de l'activité

Tous les professeurs n'ont pas proposé l'activité au même moment de la séance, je n'avais donné aucune indication à ce sujet. Pour ma part, j'ai fait le choix de la proposer en début de séance après mon activité rituelle. J'ai choisi ce moment afin que les élèves soient en pleine capacité de chercher le problème et non fatigués d'une séance de cours.

Cependant, l'activité s'est déroulée de la même manière pour toutes les classes. Dans un premier temps, les enseignants ont expliqué les objectifs et le déroulement de l'activité. Les élèves ont ensuite eu un temps pour résoudre le problème, seul, en autonomie. Pendant ce temps de recherches, j'ai, personnellement, circuler dans les rangs pour observer les raisonnements des élèves. J'ai également pris un peu de recul pour observer les réactions des classes dans leur ensemble.

Après ce temps de recherches et après avoir ramassé les copies, il me semble important de faire un retour sur l'exercice. Cependant, je ne l'ai pas imposé à l'ensemble de mes collègues car je sais que pour certains le temps est compté pour arriver à finaliser l'ensemble du programme. Pendant, ce temps de synthèse j'ai choisi d'ouvrir différentes discussions afin que les élèves résolvent le problème tous ensemble. Dans un premier temps, nous avons échangé sur la compréhension de l'énoncé. Puis, une fois le lien avec les mathématiques compris et une modélisation choisie et comprise de tous, nous avons parlé de la résolution du problème mathématique. Enfin, nous avons essayé d'interpréter le résultat mathématique pour répondre au problème initial. Autrement dit, nous avons « décortiqué » le cycle de résolution d'un problème nécessitant une modélisation.

3. Bilan et analyse à posteriori

a) Les profils variés des enseignants

Avant d'analyser l'ensemble des résultats, il est important de rappeler que j'ai essayé d'obtenir des résultats de classes ayant des caractéristiques différentes et ce sur un nombre restreint de classes.

J'ai fait pour avoir sur chaque niveau, au minimum deux classes ayant des caractéristiques différentes, comme le type d'établissement, l'ancienneté de l'enseignant, le niveau des classes...

En ce qui concerne les classes de CM2, j'ai obtenu des résultats de deux écoles différentes et de deux enseignants différents. De plus, j'ai eu la chance d'avoir la participation d'une enseignante de CM2 ayant 5 ans d'ancienneté et un enseignant ayant davantage d'ancienneté.

Pour les classes de 6^{ème}, 5^{ème} et de 4^{ème}, nous analyserons les résultats de classes de stagiaires ainsi que ceux d'enseignant(e)s expérimenté(e)s. De plus, le public sera différent car certains élèves des classes sont issus d'un collège classé REP (« Réseau d'Education Prioritaire »).

Enfin, en 3^{ème}, nous aurons des classes issues de collèges « classiques » et classées REP. Les deux enseignants, ayant acceptés de soumettre mon exercice à leurs élèves, sont de la même génération. La différence sera sur la formation suivie et le diplôme détenu, nous avons un enseignant possédant le CAPES et un enseignant possédant l'AGREG.

En regardant la réponse à la première question destinée aux enseignants, j'ai pu observer que tous les enseignants ne proposaient pas régulièrement des exercices nécessitant une modélisation. Sur les onze professeurs participants à l'expérience, seul quatre ont répondu positivement à cette première question. Etrangement, malgré ce petit effectif, on peut retrouver les différents groupes de professeurs faits dans l'étude de Richard Cabassut développée dans la première partie de ce travail.

En effet, les deux enseignants de CM2 proposent régulièrement ce type d'exercices. Et à travers une réponse j'ai découvert la méthode de lecture MHM (« Méthode heuristique des mathématiques »), celle-ci amène donc, régulièrement, les élèves à faire des temps de recherches. Concernant les enseignants de collèges, je constate que seul ceux ayant le plus d'années d'expérience ont donné une réponse négative. Enfin, les deux enseignants de lycée ont également répondu négativement.

b) Taux de réussite

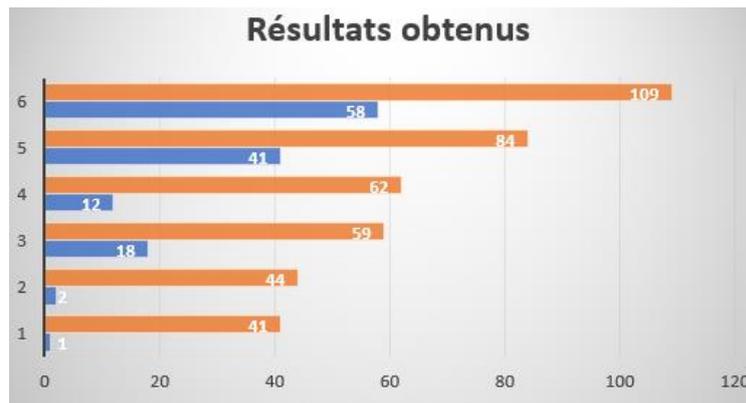
Grâce à des collègues volontaires, j'ai réussi à avoir au minimum deux classes pour chaque niveau, j'ai réussi à réunir 400 copies d'élèves au total. Il me semblait donc important,

pour commencer cette analyse, d'avoir une vue d'ensemble des résultats obtenus. Voici le bilan général :

- Bilan détaillé par classes et par niveaux :

	CM2	6ème	5ème	4ème	3ème	2nd	
1ère classe : Bonnes résolutions	1	1	7	6	6	15	
1ère classe : Nombre élèves	17	21	14	23	23	27	
2ème classe : Bonnes résolutions	0	1	4	4	5	7	
2ème classe : Nombre élèves	24	23	21	23	22	24	
3ème classe : Bonnes résolutions			7	2	13	21	
3ème classe : Nombre élèves			24	16	19	30	
4ème classe : Bonnes résolutions					17	15	
4ème classe : Nombre élèves					20	28	
TOTAL Bonnes résolutions	1	2	18	12	41	58	132
TOTAL NOMBRE ELEVES	41	44	59	62	84	109	399
POURCENTAGES	2,44 %	4,55 %	30,51 %	19,35 %	48,81 %	53,21 %	33,08 %

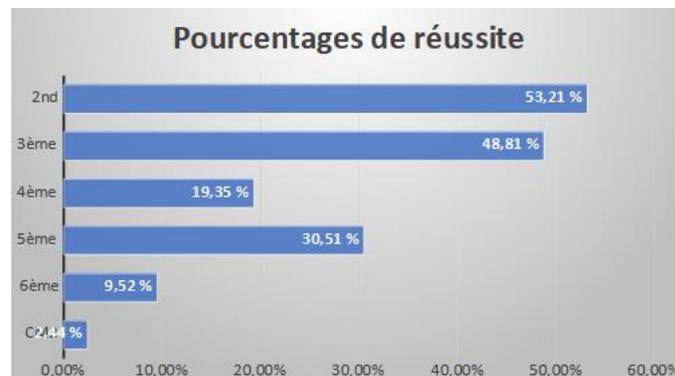
- Bilan général sous la forme d'un diagramme en barres :



Tout d'abord, on remarque que le nombre d'élèves pour chaque niveau n'est pas identique. Cet élément peut avoir un impact sur les résultats obtenus, il faut donc en tenir compte lors de l'analyse à postériori.

Afin d'étudier ces premiers résultats, il m'a semblé intéressant de regarder les pourcentages de réussites en fonction des niveaux. J'ai donc calculé pour chaque niveau, le pourcentage d'élèves ayant résolu l'exercice par rapport au nombre total d'élèves sur le niveau concerné.

Pour simplifier la lecture des données, j'ai fait le choix de m'intéresser aux pourcentages de réussite pour chaque niveau. Sur l'ensemble des 400 copies d'élèves, le pourcentage de réussite est d'environ 33 %. Voici les pourcentages de réussite par niveau :



En reprenant ses différentes interprétations des résultats, on observe une évolution croissante sur le taux de réussite au fur et à mesure des années. Une légère baisse est visible sur le niveau 4^{ème}. Deux hypothèses me viennent à l'esprit pour expliquer cette diminution :

- 1^{ère} hypothèse : L'effectif étudié est trop faible (seulement trois classes de 4^{ème}). Peut-être que ces trois classes ne sont pas représentatives de l'ensemble des élèves de 4^{ème} et qu'en augmentant le nombre de copies, cette diminution va s'atténuer.
- 2^{ème} hypothèse : Les programmes de 5^{ème} et 4^{ème} sont denses et riches en nouvelles connaissances. Les élèves découvrent donc diverses nouvelles notions mathématiques mais ne les maîtrisent pas encore correctement. Ils ont donc davantage de choix en terme de modélisation.

En ce qui concerne les classes de CM2 et 6^{ème}, je me doutais que les taux de réussites seraient faibles. En effet, les premières modélisations possibles sont découvertes en CM2 et en 6^{ème}. Je pense donc que les élèves n'ont pas assez de recul et de pratique sur les outils mathématiques pour les utiliser lors d'une modélisation.

Enfin, je suis étonnée de ne pas avoir un pourcentage de réussite plus important en classe de 2nd. Ce problème pouvant être résolu avec des connaissances étudiées tout au long du collège, je pensais, que ces élèves auraient l'avantage d'avoir plus de recul sur les outils mathématiques pour faire le lien avec des problèmes de la vie courante.

c) Bilan global sur les méthodes utilisées

Après un bilan sur le taux de réussite, j'ai pris le temps d'analyser chacune des copies pour répertorier chacune des modélisations utilisées. J'ai regroupé l'ensemble des modélisations dans le tableau à double entrées :

	CM2	6ème	5ème	4ème	3ème	2nd	Pourcentages
Méthodes ayant abouties							
Écrire toutes les étapes	0	0	1	0	1	0	1,60
Produit en croix (avec tableau)	0	0	0	0	7	10	13,60
Comparaison + Produit en croix (sans tableau)	0	0	0	1	0	0	0,80
Coefficient de proportionnalité (sans tableau) (2 x ... =70 et 70/2)	0	1	17	8	22	32	64,00
70/5=14 70+14	0	0	0	3	0	4	5,60
Passage à 1 SMS pour tous puis x70	0	1	0	0	7	8	12,80
Rapport + Comparaison rapidité	0	0	0	0	2	3	4,00
Pourcentage	1	0	0	0	0	0	0,80
Fractions égales	0	0	0	0	1	0	0,80
Tableau	0	0	0	0	0	1	0,80
Poser un temps de concours (SMS/sec)	0	0	0	0	1	0	0,80
Méthodes n'ayant pas abouties							
Feuille blanche	14	13	4	8	2	5	20,26
Tests et/ou mélange de méthodes	6	3	5	7	7	13	18,06
70,71,72	2	4	5	0	3	8	9,69
Partir de 0 et ajouter les SMS	1	1	0	0	1	0	1,32
Un seul tableau pour les produits en croix	0	0	0	0	3	0	1,32
Coefficient de proportionnalité : 35 (sans tableau)	0	0	2	0	1	1	1,76
Coefficient de proportionnalité : 14 (sans tableau)	0	0	1	8	3	4	7,05
Coefficient de proportionnalité (sans tableau) + erreur dernière étape	0	0	0	1	3	5	3,96
Produit en croix Mais ajout 3, 6 et 8	0	0	0	2	0	1	1,32
Multiplier 70 par les valeurs de l'énoncé	0	1	0	1	0	0	0,88
Multiplier par 10	8	9	14	5	4	2	18,50
Comparaison des valeurs de l'énoncé	3	9	8	9	5	8	18,50
Ajouter les valeurs dans l'énoncé (Thomas : 2+5, Romane : 6+7)	4	0	1	6	6	1	7,93
Multiplier les valeurs de l'énoncé (2x5, 6x7)	1	2	2	1	2	1	3,96
Ratios	0	0	0	0	0	1	0,44
Temps concours + rapidité	1	0	0	0	0	0	0,44
Tableau doubles entrées (ajout pour passer d'une ligne à l'autre et/ou produit en croix)	0	0	0	0	3	0	1,32
Moyenne	0	0	0	1	0	0	0,44
Calcul littéral	0	0	0	0	0	1	0,44
Total	41	44	60	61	84	109	399

Le premier constat que l'on peut faire est que le nombre de modèles utilisés est important. On retrouve les modélisations repérées en analyse à priori mais d'autres modélisations inattendues ressortent également. On peut également remarquer que certaines procédures, abouties ou non, ont été utilisées que par un seul élève du panel.

Je reviendrai sur la majorité des modélisations utilisées. En illustration, voici quelques rendus d'élèves présentant des modélisations peu utilisées et des erreurs :

Recherches :

L	C	T	R
8	3	2	5
			6
			7

5	8	8	3		2
-5	+8	+7	+3		+2
10	15	15	6	5	7
	15	20	9		+2
	16	28	12		17
	+8	34	15		+12
	40	47	18		+15
	+8	55	21		+17
	+08	63	24		+5
	56	80	24		+22
		+07	31		+24
		38	30		+5
		45	37		+29
		52	40		+02
		59	43		+07
		66	46		+05
		73	49		+02

C'est Clémence qui gagne le concours?

Elève de CM2

Je pense que cet élève a souhaité écrire toutes les étapes en additionnant les valeurs. Il y a cependant une erreur de modélisation. L'élève n'a pas clairement compris le problème de la vie réel, il n'a pas su donner le sens à chacune des valeurs de l'énoncé. Il a essayé de trouver un lien entre les valeurs. Pour Clémence et Lucas il n'a pas forcément été gêné, cependant il a dû trouver comment lier les deux valeurs concernant Thomas et les deux valeurs concernant Romane.

Recherches :

70 + 1 = 71
 Clémence envoie 71 message

70 + 1 = 71
 Romane envoie 71 message

71 + 1 = 72
 Lucas envoie 72 message

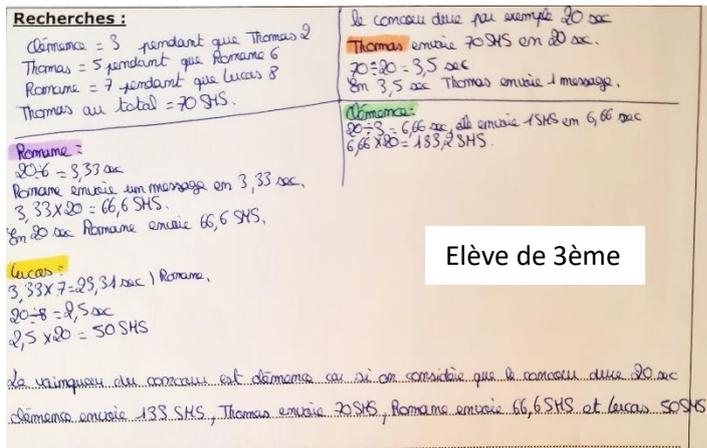
Lucas envoie 72 SMS ; pendant la durée du concours... Clémence... Romane... Thomas...
 Clémence et Romane envoient 71 SMS ; et Thomas envoie 70 SMS ; donc...
 Lucas et le vainqueur du concours envoient 72 SMS ensemble

Elève de 6^{ème}

Cette erreur est, étonnement, très souvent revenue du CM2 à la 2nd. Plus de 9 % des 400 élèves ont résolu le problème de cette manière. C'est l'une des cinq erreurs les plus commises. Une nouvelle fois, le passage du problème réel au problème mathématique pose un problème. Les élèves ne prennent pas le temps ou ne savent pas donner un sens réel au problème. Je pense que la réaction d'un élève devant un

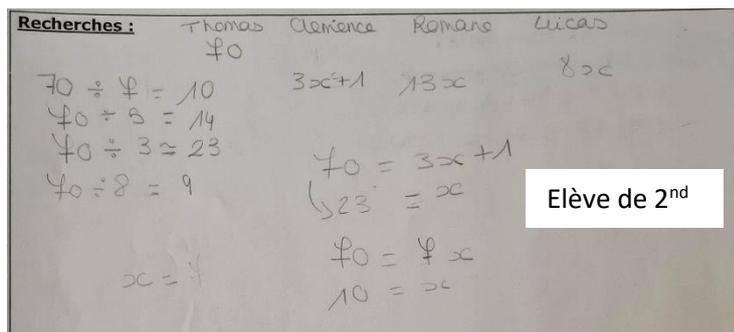
problème ouvert, se rapproche de : « C'est un problème de mathématiques, si je trouve un lien entre les valeurs de l'énoncé en faisant un calcul c'est bon ».

Effectivement, à chaque étape, pour passer d'une valeur à l'autre, on ajoute un. L'élève obtient, bien, un résultat mais ce résultat mathématique ne permet pas de répondre au problème de la vie réel proposé.



Elève de 3ème

Sur plusieurs copies d'élèves j'ai eu la remarque qu'il manquait des informations pour résoudre le problème. Et l'information qui m'a été très souvent demandée et le temps du concours. La majorité des élèves est bloquée à cette étape et n'a pas su continuer. Seulement quelques élèves ont pris l'initiative de poser un temps de concours. Par exemple, l'élève ci-contre a choisi de prendre 20 secondes comme durée de concours.

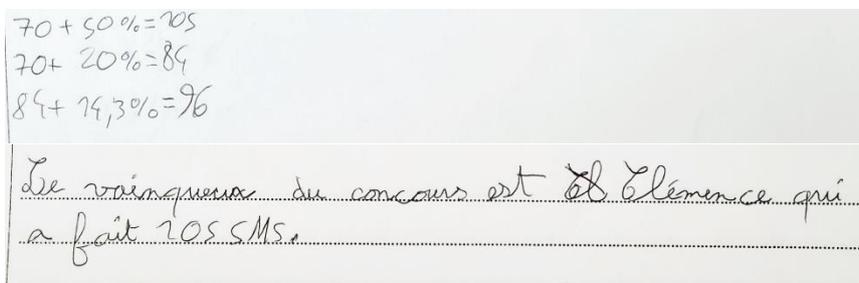


Elève de 2nd

Parmi les modélisations uniques, on peut observer celle-ci. Un élève de 2nd a voulu utiliser le calcul littéral et les équations pour résoudre le problème. Cependant, on peut remarquer que derrière le calcul littéral, cet élève a mélangé deux erreurs très souvent commises : l'erreur d'obtenir 70, 71 et 72 ainsi que l'erreur d'ajouter les valeurs de l'énoncé. Ce mélange est, entre autres, dû au fait que l'élève n'a pas clairement défini ce que représentait l'inconnue x , lors du passage au monde mathématiques. On peut observer l'impact de ce manque de rigueur sur ce rendu, car l'élève résout deux équations et obtient deux valeurs différentes pour x . De plus, on ne sait pas réellement ce que l'élève pense avoir trouver car il ne donne aucune interprétation de ses résultats. La question que je me pose est « Pour l'élève, l'inconnue a le même pour les trois cas ou a-t-il voulu poser un x différents pour chaque cas ? ». Le manque de rigueur et de communication est un problème qui revient très souvent sur les rendus de 2nd.

Même si la majorité des élèves a utilisé des méthodes auxquelles on pouvait s'attendre, certains ont fait des tests et mélangés des méthodes. Ce sont ces essais, que l'on ne peut pas réellement prévoir, qui peuvent rendre réfractaire certains professeurs. En effet, ces raisonnements sont parfois compliqués à comprendre, il faut donc être assez à l'aise et sûre de ses connaissances pour ne pas se retrouver démuni devant une copie d'élèves. Lors d'un exercice davantage guidé ou ciblé sur un thème, les procédures inattendues sont moindres. Cela a donc un côté rassurant pour le professeur. Il sait que ses connaissances seront, normalement, suffisantes pour l'exercice.

Par exemple, une modélisation unique et qui m'a énormément interrogée a été réalisée par un élève de CM2. Cet élève a utilisé les pourcentages pour résoudre le problème. Voici son travail :



Handwritten work showing calculations and a conclusion:

$$70 + 50\% = 105$$
$$70 + 20\% = 84$$
$$84 + 14,3\% = 96$$

Le vainqueur du concours est Eléonore qui a fait 105 SMS.

Tout d'abord, lors de mon analyse à priori, je n'avais pas pensé à cette modélisation et je pense qu'un enseignant de primaire n'attendra pas non plus à ce raisonnement.

De plus, comme on peut le voir sur l'image ci-dessus, l'élève n'a donné quasiment aucun détail sur son cheminement, cela demande donc un effort assez conséquent au professeur pour comprendre ce que l'élève a souhaité faire. En effet, il faut être capable de prendre du recul pour comprendre le raisonnement de l'élève puis valider ou non sa modélisation, en étant capable de justifier sa réponse.

4. Principale modélisation utilisée : Proportionnalité

En reprenant le tableau bilan sur les méthodes utilisées, de la partie précédente, on s'aperçoit rapidement que la modélisation la plus utilisée est la proportionnalité. Cependant, tous les élèves n'ont pas utilisé cette modélisation de la même manière.

a) Les différentes représentations

- Coefficient de proportionnalité

La majorité des élèves, ayant utilisée la proportionnalité, a déterminé le coefficient de proportionnalité. Plus de 60 % des élèves ont utilisé cette méthode.

Je me doutais que cette méthode reviendrait très souvent. Cependant, j'ai été étonné qu'aucun élève n'ait utilisé cette méthode à partir d'un tableau de proportionnalité. Je sais que la place du tableau dans l'apprentissage de la proportionnalité perd en importance, mais je pensais tout de même que certains élèves auraient réalisé un tableau. La question qui m'est alors venue est « Est-ce grâce aux nouvelles méthodes d'apprentissage ? Est-ce que les élèves ont réellement fait le lien avec la proportionnalité ou s'agissait-il pour eux, seulement, de bon sens ? ».

De plus, tous les élèves n'ont pas utilisé le coefficient de proportionnalité de la même manière, voici différents exemples :

Un que Thomas en envoi 2 pendant que Clémentine en envoi 3 est que à la fin Thomas en a envoyé 70 il faut faire $2 \times 35 = 70$ Donc pour Clémentine $3 \times 35 = 105$ sms pendant la durée du concours
Thomas en envoi 25 pendant que Romane en envoi 6 $5 \times 14 = 70$ Donc pour Romane $6 \times 14 = 84$
Clémentine envoi 84 sms pendant la durée du concours Lucas en envoi 8 pendant que Romane en envoi 7 Mais Romane en envoi 84 sms pendant toute la durée donc il faut faire $7 \times 12 = 84$
Donc pour Lucas $8 \times 12 = 96$ sms pendant toute la durée du concours
Thomas : 70 Clémentine : 105 Romane : 84 Lucas : 96
La vainqueur est Clémentine

Comme on peut le voir sur le rendu ci-dessus, certains élèves ont fait le choix de rédiger l'intégralité de leur raisonnement, en introduisant leurs calculs dans leurs phrases.

J'ai également remarqué que, plus on avance dans les niveaux, plus les explications sont amoindries.

Recherches :

Thomas = 70 SMS $70 \div 5 = 14 \rightarrow 14 \times 6 = 84$

Thomas = 70
Romane = 84

Thomas = 70 SMS $\rightarrow 70 \div 2 = 35$ ~~$70 \div 2 = 35$~~ \rightarrow Conclut de x
2 dans 70 $\rightarrow 35 \rightarrow 35 \times 3 = 105$

Clémence = 105 SMS
Romane 84 $\div 7 = 12$ 12×7 dans 84 $\rightarrow 12 \times 8 = 96$.

Lucas = 96 SMS

C'est Clémence qui a envoyé le plus de SMS.

Thomas = 70 SMS ^{4^{ème}}
Romane = 84 SMS ^{3^{ème}}
Clémence = 105 SMS ^{1^{ère}}
Lucas = 96 SMS ^{2^{ème}}

Elève de 3^{ème}

J'ai trouvé que les élèves de 3^{ème} avaient déjà énormément réduit la rédaction. Néanmoins, il y a encore une chronologie dans le raisonnement grâce à des morceaux de phrases ou des flèches, comme sur le rendu ci-contre. La seule phrase correctement rédigée est la phrase de conclusion.

Recherches :

$\frac{70}{5} = 14$ $6 \times 14 = 84$ $\frac{70}{2} = 35$ Clémence = $3 \times 35 = 105$
~~Romane~~
 Romane

$\frac{84}{7} = 12$ Lucas = $8 \times 12 = 96$

Thomas en a envoyé 70 pendant le concours
Romane a envoyé 84 SMS.
Clémence en a envoyé 105
Lucas en a envoyé 96

C'est Clémence qui a envoyé le + de message

Elève de 2nd

Enfin, en classe de 2nd, les explications apportées sont encore réduites. Il n'y a en général que les calculs et une phrase réponse.

J'ai également proposé mon problème à une classe de 1^{ère} CAP Horlogerie, j'ai fait le choix de ne pas introduire cette classe dès le début de mon mémoire afin de ne pas trop me disperser. Il me semblait important d'en parler à cette étape de ma réflexion. D'après le professeur, c'est une classe qui au début de l'année avait énormément de difficultés avec la proportionnalité. Il a donc fait le choix de travailler les 3 premiers mois de l'année ce thème et il a souhaité voir ce que pourraient faire les élèves sur mon problème de mémoire. Visiblement, aux vues des rendus des élèves, il a travaillé la proportionnalité, principalement, à partir de tableau. C'est donc la seule classe qui a utilisé le coefficient de proportionnalité à partir d'un tableau. J'ai alors pu remarquer que, sous cette forme, les élèves donnent beaucoup moins de sens à leurs calculs et commettent d'autres erreurs que celles observées sur les classes étudiées.

- Passage à l'unité

D'autres élèves ont utilisé le passage à l'unité. Cette méthode est principalement revenue en classe de 3^{ème} et 2nd.

La majorité de ces élèves n'ont pas réellement détaillé leur raisonnement. Ils ont fait les calculs sans réellement donner du sens à chacun d'eux.

Clémence: $\frac{3}{2} \times 70 = 1,5 \times 70 = 105$

Romane: $\frac{6}{5} \times 70 = 1,2 \times 70 = 84$

Lucas: $\frac{8}{7} \times 84 = 96$

Thomas: 70

Donc c'est Clémence qui a envoyé le plus de SMS et qui a gagné le concours.

Elève de 2nd

Seulement, trois élèves ont essayé d'interpréter les valeurs obtenues. Par exemple un élève de 3^{ème} a rendu ce travail :

Recherches : si Thomas en envoie 1 Clémence en envoie 1,5 car $2 \div 1 = 2$ $3 \div 2 = 1,5$

Thomas au cours du concours a fait 70 sms donc Clémence $70 \times 1,5 = 105$ Clémence envoie 105

Pour Romane $6 \div 5 = 1,2$ donc $1,2 \times 70 = 84$ Romane a envoyé 84 sms

Pour Lucas $8 \div 7 = 1,14$ par rapport à Romane donc $1,14 \times 84 = 96$

donc Lucas a fait 96 sms

celui qui a fait le plus de sms est Clémence avec 105 sms

Elève de 3^{ème}

Je trouve ce travail intéressant car pour le premier cas, cet élève a pris le temps d'interpréter ses résultats « Si Thomas en envoie 1 Clémence en envoie 1,5 ». Cette

interprétation permet de confirmer que cet élève valide la compétence « Modéliser » car, il s'est « jongler » entre le monde réel et le monde mathématique.

- *Produit en croix*

Enfin, 13,60 % des élèves ont utilisés le produit en croix, cette représentation a uniquement été utilisée en classe de 3^{ème} et 2nd. Cependant, une distinction se fait entre ces deux niveaux.

L'ensemble des élèves de 3^{ème} a utilisé un tableau pour appliquer le produit en croix. J'ai observé deux types de tableau. Certains élèves ont donné des noms aux lignes du tableau (copie à droite), d'autres ont seulement mis le nom correspondant au tableau (copie à gauche) et certains n'ont donné aucune information sur le tableau. En ce qui concerne les calculs réalisés, certains ont pris le temps d'écrire le calcul correspondant au produit en croix (copie à gauche) tandis que d'autres ont seulement dessiné « la croix » dans le tableau (copie à droite).

Recherches :

<p>Clemence:</p> $\begin{array}{r} 3 \mid 105 \\ 2 \mid 70 \end{array}$ $\frac{70 \times 3}{2} = 105$ <p>Thomas = 70 Clemence = 105 Romane = 84 Lucas = 96</p>	<p>Romane:</p> $\begin{array}{r} 5 \mid 70 \\ 6 \mid 84 \end{array}$ $\frac{70 \times 6}{5} = 84$	<p>Lucas:</p> $\begin{array}{r} 8 \mid 96 \\ 7 \mid 84 \end{array}$ $\frac{84 \times 8}{7} = 96$
--	---	--

Le vainqueur du concours est Clemence

Recherches :

<p>3 x 70 = 105 Clemence</p> <p>2 x 70 = 140 Thomas</p> <p>6 x 84 = 504 Romane</p> <p>7 x 84 = 588 Lucas</p>	<p>5 x 70 = 350 Romane</p> <p>8 x 96 = 768 Lucas</p>
--	--

Romane : 84 SMS
Thomas : 70 SMS
Clemence : 105 SMS
Lucas : 96 SMS

achat que Lucas a envoyé 96 SMS. Clemence a envoyé 105 SMS
Thomas a envoyé 70 SMS et Romane a envoyé 84 SMS
donc Clemence est la vainqueur du concours

Elèves de 3^{ème}

Certains élèves de 2nd ont directement fait le calcul du produit en croix sans passer par un tableau de proportionnalité. Certains élèves ont réussi à appliquer le produit en croix de cette manière comme on peut le voir sur le rendu ci-dessous. Je pense que les lycéens ne veulent plus rédiger et pensent gagner du temps en enlevant certaines étapes, comme le tableau dans ce cas. Or, cette rédaction minimale peut induire diverses erreurs de calculs et demande au cerveau une certaine gymnastique.

Recherches :

Thomas = ~~516~~ 70 SMS

Romane = ~~70~~ 6 x 70 : 5 = 84 SMS

Clemence = 3 x 70 : 2 = 105 SMS

Lucas = 84 x 8 : 7 = 96 SMS

Clemence vainqueur ?

produit en croix

Elève de 2nd

b) Les erreurs commises

- *Multiplication par 10*

Avant de proposer l'activité, j'ai essayé de lister l'ensemble des erreurs que les élèves pourraient commettre. Cependant, je n'avais pas pensé à ce raisonnement qui est revenu régulièrement sur tous les niveaux dès la 5^{ème}.

Les élèves ont essayé de mettre en lien toutes les valeurs concernant Thomas. Ils se sont alors rendu compte qu'en ajoutant les deux valeurs de comparaisons concernant Thomas (2 et 5) puis en multipliant le résultat par 10 ils obtenaient alors le nombre total de SMS envoyé par Thomas. Certes, dans ce cas, on peut faire le lien mais celui-ci n'a aucun sens mathématique. Les élèves, certains de leur relation, on fait de même pour les Clémence, Romane et Lucas.

Etonnamment, la majorité des élèves ayant utilisé ce raisonnement s'est interrogé sur le fait que Clémence et Lucas n'ont qu'une valeur contrairement à Thomas et Romane. Pour la majorité des autres raisonnements, les élèves se sont questionnés sur leur raisonnement car ils utilisaient des notions mathématiques non données dans l'énoncé. Mais je pense que, pour les élèves, dans un exercice de mathématiques il faut faire des liens entre les valeurs données. Ce lien étant, finalement, assez évident, ils ont validé leur hypothèse sans réellement s'interroger.

Voici quelques exemples de résolution :

Recherches :

Thomas : 70 SMS $7 \times 10 = 70$

Clémence : 30 SMS $3 \times 10 = 30$ SMS

Romane : 130 SMS $13 \times 10 = 130$ SMS

Lucas : 80 SMS $8 \times 10 = 80$ SMS

Thomas
Dans l'énoncé Thomas a envoyé 7 et on dit à la fin qu'il a envoyé 70 SMS.

- J'ai fait par exemple $5 + 2 = 7 \times 10 = 70$ SMS et 70 SMS c'est le nombre de messages qu'a envoyé Thomas.
- Romane : $7 + 6 = 13 \times 10 = 130$ SMS.
- Clémence : $3 \times 10 = 30$ SMS.
- Lucas : $8 \times 10 = 80$ SMS.

Le vainqueur du concours est Romane ou vainqueuse

Elève de 6^{ème}

Elève de 5^{ème}



Thomas envoie $2 + 5 = 7 \times 10 = 70$ SMS

Clémence $3 = 3 \times 10 = 30$ SMS

Romane $5 + 8 = 13 \times 10 = 130$ SMS

Lucas $8 = 8 \times 10 = 80$ SMS

Romane est la gagnante.

Seul quelques élèves ont essayé de comprendre le sens de la valeur 10. Par exemple, l'élève ci-dessous a émis l'hypothèse que ce nombre correspondait au temps pour envoyer un SMS. Cet élève essaye donc d'interpréter ses résultats dans le monde réel. Il y a donc toutes les étapes du cycle de la modélisation mais la première étape étant mathématiquement erronée, elle fausse toute la suite du raisonnement.

Recherches :

Clémence	Romane	Thomas	Lucas
3	6	2	8
7	5		

Thomas: $2 + 5 = 7$ | Clémence: $3 \times 10 = 30$ | Romane: $6 + 7 = 13$ | Lucas: $8 \times 10 = 80$
 $7 \times 10 = 70$ | $13 \times 10 = 130$ | 80

le 10 correspond à : il envoie un SMS tout les 10 sc.
 chiffres correspondent au nombre de message
 la gagnante est Romane car : elle a envoyé 130 messages tout les 10 sc en 2 mn et 10 sc.

C'est possible car le SMS peut contenir 1 lettre ou 2 mots.
 ↑ hypothèse

Elève de 4^{ème}

- *Multiplication par 14 et / ou 35*

Comme je m'en doutais, certains élèves ont bien fait le lien avec la proportionnalité mais n'ont pas distingué les différents cas. Une partie des élèves a utilisé uniquement le coefficient du premier cas, celui de Clémence. Autrement dit, ils ont utilisé pour les trois cas le nombre 35 comme coefficient de proportionnalité. D'autres élèves ont commencé par le cas de Romane. Ils ont donc eu un raisonnement similaire mais avec 14 pour coefficient de proportionnalité.

Par exemple, l'élève ci-dessous a réalisé les deux cas. Il me semblait intéressant de revenir sur ce rendu car l'élève réalise deux méthodes et obtient des résultats différents. Effectivement, dans les deux cas, Lucas semble être le vainqueur. Ce constat semble avoir convaincu l'élève en ce qui concerne la fiabilité de son raisonnement. Les valeurs différentes pour chaque personne et le classement complet différent suivant la méthode utilisée ne semble pas avoir perturbé l'élève. Maintenant, les questions que je me pose sont les suivantes

« A-t-il remarqué ces différences ? », « A-t-il fait le choix de ne pas en tenir compte ? », « A-t-il eu un raisonnement lui permettant d'être sûre de ses résultats ? ».

Qui est le vainqueur du concours ?
 $35 = \text{pour obtenir } 70 \text{ avec } 2$ $74 = \text{pour obtenir } 70 \text{ avec } 3$

Recherches :

Thomas $35 \times 2 = 70$	Thomas $5 \times 74 = 70$
Clémence $3 \times 35 = 105$	Clémence $3 \times 74 = 42$
Thomas $5 \times 35 = 175$	Romane $6 \times 74 = 84$
Romane $6 \times 35 = 210$	Romane $2 \times 74 = 98$
Romane $7 \times 35 = 245$	Lucas $3 \times 74 = 112$
Lucas $8 \times 35 = 280$	

dans tous les cas Lucas a le nombre le plus élevé par rapport aux autres.
 donc lucas est celui qui a le plus ~~envoyé~~ envoyé de SMS

Elève de 2nd

5. En utilisant la comparaison des valeurs

Je me doutais que certains élèves allaient comparer les valeurs données dans l'énoncé. Cependant, je pensais que les élèves

Une partie des élèves ont conclu et n'ont pas remarqué qu'il n'était pas possible de comparer Clémence et Lucas. Il me semblait important de revenir sur cette erreur puisqu'elle a été commise dès la classe de CM2 et ce jusqu'en classe de 2nd. J'ai eu l'occasion d'observer deux manières de rédiger ce raisonnement. Certains ont raisonné en utilisant les notations mathématiques et sont restés très succincts. Alors que d'autres, ont essayé de rédiger leur raisonnement.

Voici deux exemples :

Recherches :

Elève de CM2

$T < C$
 $T < R$
 $R < L$
 $C < L$

Le gagnant est Lucas

Elève de 5^{ème}

Le vainqueur du concours est Lucas parce que si Thomas s'a mais que Clémence et que romane en a plus que Thomas et si en plus romane en a moins que lucas, des que lucas est le vainqueur parce qu'il en a plus que tout le monde.

Seul un élève, de 4^{ème}, c'est aperçu du problème pour comparer Clémence et Lucas. Le raisonnement de cet élève est très intéressant, en effet, après avoir comparé les valeurs, il a clairement formulé le problème qui c'est alors présenter à lui « Où est Clémence ? ». Il a ensuite utilisé une nouvelle modélisation pour répondre à cette problématique. Pour cet élève, le cycle de la compétence « modéliser » est clairement acquis, le passage du monde réel au monde mathématiques se fait assez aisément.

Recherches :

Clémence est forcément au dessus de romane puisque si Thomas en envoie 4, Clémence en envoie 6 donc si Thomas en envoie 5, Clémence peut forcément en envoyer plus que 6. Maintenant, est-elle avant ou après Lucas ?

Thomas Problème : Où est Clémence ? 8,75

5,83333...	Romane	Lucas	Clémence
$5 = 6 \times 7 = 5,83333...$			$3 = 2 \times 5,833333333 = 8,75$

Clémence est la gagnante de ce concours d'envoi de SMS car elle en envoie 8,75 pendant que Lucas en envoie 8, Romane 7, et Thomas 5,83333333...

6. Les différentes étapes de la modélisation

Afin d'analyser au mieux la modélisation des élèves, reprenons le cycle de modélisation amené dans la première partie de ce travail :

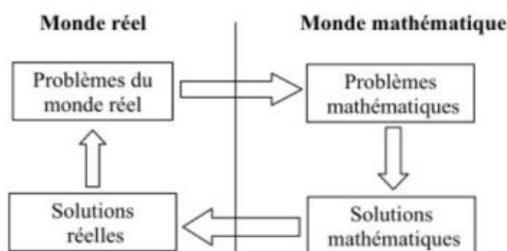


Figure 1 - cycle de modélisation

J'ai fait le choix de m'intéresser à deux étapes. Tout d'abord, nous nous intéressons au passage du monde réel au monde mathématique. Puis, dans une seconde partie nous analyserons

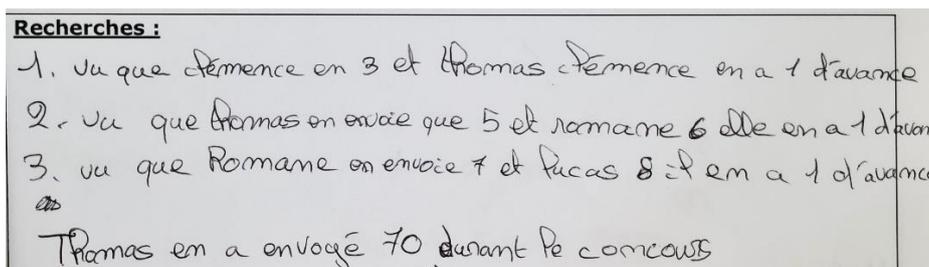
le passage du monde mathématique au monde réel. Je fais ses choix car les étapes nécessitant un « changement de monde » ne sont pas les plus évidentes et sont très intéressantes à analysées.

a) Passage du monde réel, au monde mathématique

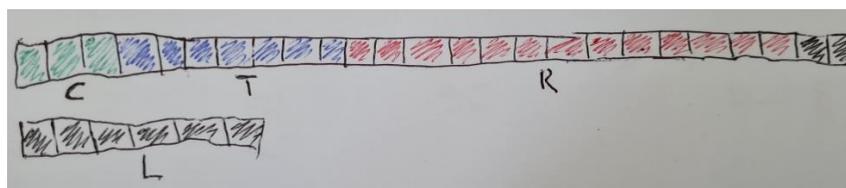
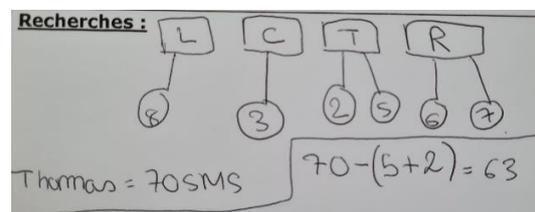
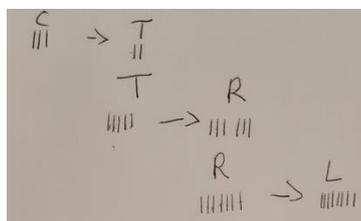
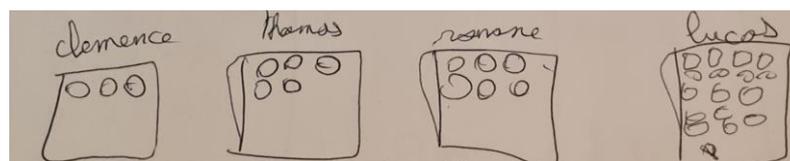
Cette première étape est loin d'être évidente. En effet, il faut être capable de faire le lien entre le problème de la vie quotidienne et une ou plusieurs notions mathématiques

Avant même de s'intéresser au cœur du problème, la majorité des élèves a repris les valeurs de l'énoncé. Cette étape permet, je pense, aux élèves de s'appropriier l'exercice. J'ai eu l'occasion d'observer diverses réinterprétations :

- Certains élèves ont simplement repris les valeurs de l'énoncé, soit en recopiant entièrement l'énoncé, soit en résumant.

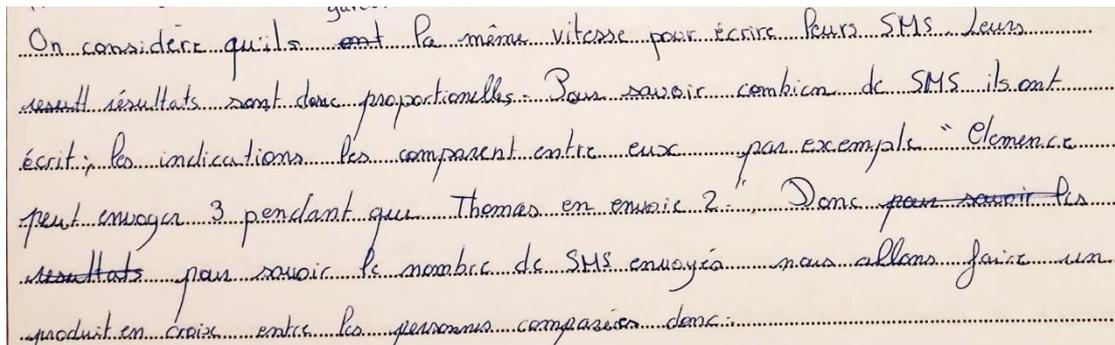


- D'autres élèves ont eu besoin de rendre plus visuel le problème. Voici quelques exemples :



Mais tous les élèves n'ont pas jugé nécessaire de justifier cette première étape. Comme on peut le voir sur la majorité des exemples déjà étudié, les élèves se sont directement lancés dans la résolution du problème mathématique.

En ce qui concerne cette première étape de la modélisation, quelques élèves ont pris le temps d'explicitier les hypothèses. Voici, un exemple d'un élève de 3^{ème} qui a commencé son travail avec ce paragraphe :



On considère qu'ils ^{ont} la même vitesse pour écrire leurs SMS. Leurs résultats sont donc proportionnels. Pour savoir combien de SMS ils ont écrit, les indications les comparant entre eux par exemple "Eloence peut envoyer 3 pendant que Thomas en envoie 2". Dans pour savoir les résultats pour savoir le nombre de SMS envoyés nous allons faire un produit en croix entre les personnes comparées dans :

b) Passage de la solution mathématique à la solution réelle

Après avoir obtenu une solution mathématique, l'interprétation de celui-ci dans le monde réel à quelque fois questionné les élèves.

Revenons sur l'erreur de la multiplication par 10. La majorité des élèves ont conclu sans se poser de questions mais certains élèves se sont interrogés sur la plausibilité des résultats. Par exemple, l'élève ci-dessous s'est questionné sur l'écart entre le plus grand et le plus petit résultat. Pour lui, avoir un écart aussi important est « impossible ». L'élève s'est arrêté à cette remarque et n'a pas forcément compris pourquoi cette méthode ne fonctionnait. Mais je trouve que réussir à prendre du recul pour s'interroger sur la fiabilité de ses résultats est une étape très importante dans le cycle de la modélisation.

Recherches : Clémence = 3 / thomas 2
 Thomas = 70, Lucas = 8 / romane = 7
 x SMS Thomas = 5 / romane = 6

8
 3
 $8 \times 10 = 80$
 $3 \times 10 = 30$
 $5 + 2 = 7$
 $7 \times 10 = 70$
 $6 + 7 = 13$
 $13 \times 10 = 130$

Clémence = 30 sms
 Lucas = 80 sms
 Romane = 130 sms
 Thomas = 70 sms

Dans ce cas là ce n'est pas romane
 mais c'est impossible que elle puisse
 en envoyer 130 alors que Clémence
 en a 30.

Elève de 5^{ème}

De plus, suivant la modélisation utilisée, il est possible d'obtenir un nombre décimal ou rationnel du nombre de SMS.

Par exemple, l'élève ci-dessous obtient un nombre décimal du nombre de SMS envoyé par Lucas. Cette valeur peut alors perturbée lors de l'interprétation du résultat au problème réel. En effet, dans le cas ci-dessous, il est difficile d'interpréter les 0,5 SMS.

On peut voir que l'élève a écrit « Pas sûr ! » avec une flèche pour montrer que cela concernait uniquement un cas. Je pense que l'élève a douté de son raisonnement, à ce moment, à cause de ce résultat qui n'est pas un nombre entier. L'élève n'a pas réussi à interpréter ce résultat au problème réel. On peut faire ce constat car dans la partie conclusion, l'élève prend le temps de revenir sur le nombre de SMS de Clémence et Romane mais il a volontairement oublié le cas de Lucas.

Recherches :

Thomas = 70 SMS	Clémence $70 \text{ sms} + 2 = 35$ $70 + 35 = 105$	Romane $70 + 5 = 14$ $70 + 14 = 84$
Clémence = 105 SMS	Lucas $84 \div 8 = 10,5$ $84 + 10,5 = 94,5$	
Romane = 84 SMS		
Lucas = 94,5		

pas sûr!

Clémence a envoyé $\frac{3}{2}$ des message de Romane car $70 \div 2 = 35$
 $2 \times 35 = 70$ donc $70 + 35 = 105$

Romane a envoyé 84 message car $14 \times 5 = 70$ $70 + 14 = 84$

Donc Clémence l'a inquiète.

Elève de 4^{ème}

Conclusion

1. Retour sur mes lectures et mon expérience

Les recherches et l'expérimentation qui m'ont permis de façonner ce mémoire ont été d'une grande richesse. Grâce à ce travail, j'ai pu avancer dans ma réflexion et amorcer une réponse à la problématique évoquée dans l'introduction : « *Les méthodes d'enseignement actuelles permettent-elles aux élèves de développer la compétence modéliser ?* ».

Tout d'abord, les recherches m'ont permises de prendre conscience que l'enseignement de la modélisation n'était pas uniquement un problème de temps mais également un problème de confiance. J'ai également découvert que, généralement, on peut dissocier quatre groupes de professeurs et que la répartition est loin d'être aléatoire. Enfin, grâce à l'étude des différents textes, j'ai pu élargir ma vision de cet enseignement à l'Europe. J'ai donc réalisé que, en ce qui concerne l'enseignement de la modélisation, le problème ne concerne pas uniquement la France. Il y a donc un réel travail à réaliser autour de ce type d'exercices, car ils ont qui permet de donner du sens au mathématiques. Ils permettent de répondre à la question très régulière des élèves « A quoi servent les mathématiques ? ».

Lors de l'analyse de la fiche de consigne, j'ai été d'autant plus surprise de voir naturellement se former les différents groupes avec seulement une dizaine d'enseignants. Cette fiche de consigne m'a également permis de découvrir des méthodes pour l'enseignement des mathématiques utilisées en classes de primaire. Ayant, une classe de 6^{ème}, je pense qu'il serait important de connaître ces méthodes afin d'assurer une continuité logique dans l'enseignement.

Proposer un problème ouvert de la classe de CM2 à la classe de seconde a été très bénéfique dans ma réflexion. L'analyse de chaque rendu fût très enrichissante. J'ai été surprise d'obtenir autant de raisonnements différents plus ou moins complexes. J'ai également été étonné de voir le manque de rédaction s'accroître à ce point au cours des années.

En discutant avec les enseignants, la remarque qui est très souvent revenue est, qu'étonnement, les élèves qui comprennent et réussissent à appliquer très rapidement sur des problèmes internes au modèle, n'ont pas été forcément les plus rapides sur cette tâche (principalement dans les classes où les enseignants ne proposent pas régulièrement des tâches de modélisation). Je pense que bloquer le raisonnement d'un élève sur un exercice entièrement guidé n'est pas lui rendre service. Je sais que je n'ai pas observé uniquement des modélisations

permettant de conclure mais je pense que vouloir faire penser l'élève « comme tout le monde » peut être un frein dans son apprentissage.

2. Apport de ce travail pour ma carrière professionnelle

D'un point de vue personnel, l'analyse des rendus, les discussions avec mes collègues et mes élèves m'ont conforté dans l'importance des exercices nécessitant une modélisation. Donner aux élèves du sens aux mathématiques est pour moi très important. Savoir utiliser une notion dans un exercice de mathématiques c'est bien mais savoir quand l'utiliser dans la vie courante est d'autant plus important et intéressant.

Avant de commencer mon mémoire, je savais qu'un exercice nécessitant une modélisation n'était pas une tâche facile pour des élèves. De plus, la complexification des modèles travaillés, au cours de la scolarité, complexifie cette tâche. Je pense donc qu'il est nécessaire de faire travailler les élèves sur des exercices internes au modèle pour en comprendre la logique et en maîtriser l'usage tout en introduisant au fur et à mesure de la modélisation. Je pense que la marche est trop haute pour passer d'un exercice interne au modèle à un exercice externe.

En ce qui concerne, la modélisation par la proportionnalité, je m'attendais à avoir davantage de tableau de proportionnalité. Or, j'ai remarqué que l'usage de cet outil n'est, généralement, que source d'erreurs, sauf pour l'application de la règle de trois. Ayant fait ce constat avant le cours sur la proportionnalité avec ma classe de 6^{ème}, j'ai pu adapter mes cours et j'ai alors proposé le tableau comme un outil possible sans jamais l'obliger. Et la réaction de mes élèves a été en accord avec la remarque faite. Durant cette année de stagiaire, j'ai essayé de proposer, de temps en temps, ce type d'exercices. Je pense cependant qu'il est nécessaire que je retravaille l'introduction à ces exercices et son évolution au cours de l'année pour aider au mieux les élèves.

Malgré tous ses constats, je reste frustrée de ne pas avoir eu le temps d'aller plus loin dans mes recherches, j'aurais aimé aller plus loin dans l'analyse des rendus, échanger avec davantage d'élèves pour avoir leurs ressentis face à ce type d'exercice, échanger avec davantage de professeur pour en découvrir le fond de leur pensée sur la place de la modélisation dans l'enseignement.

Bibliographie

Biblio Cabassut :

CABASSUT Richard | LISEC (lisec-recherche.eu)

Définition de la modélisation, éducol :

Eduscol.pdf Journal officiel de l'UE : LexUriServ.do (europa.eu)

Projet PISA :

39777163.pdf (oecd.org)

Bulletin officiel spécial n° 6 du 28 août 2008 :

Programme_math_33525.pdf (education.gouv.fr)

La place de la modélisation dans l'enseignement des mathématiques, Jean-Pierre Raoult (APMEP) :

Place modélisation.pdf

[Le nouveau socle commun en cartes heuristiques - Inspection de l'Education Nationale de Bonneville 1 \(ac-grenoble.fr\)](#)

Annexe 1 : Problème proposé aux élèves

Classe :

Qui est le vainqueur ?

Énoncé :

Lucas, Clémence, Thomas et Romane ont décidé de faire un concours de rapidité d'envoi de SMS.

On remarque que :

- Clémence peut en envoyer 3 pendant que Thomas en envoie 2.
- Thomas peut en envoyer 5 pendant que Romane en envoie 6.
- Romane peut en envoyer 7 pendant que Lucas en envoie 8.

Pendant la durée du concours, Thomas a envoyé 70 SMS.



Qui est le vainqueur du concours ?

Recherches :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Annexe 2 : Fiche de consignes destinée aux enseignants

FICHE DE CONSIGNES

Temps laissé aux élèves pour résoudre le problème :

Avant l'activité :

- Vous pouvez expliquer l'objectif de cet exercice :
 - C'est un exercice qui va être réalisé du CM2 à la seconde.
 - L'objectif est d'étudier les différents procédés en fonction de l'âge.
- Les élèves auront uniquement besoin du sujet et d'un stylo (noir de préférence pour que les scans soient lisibles ou crayon de papier bien appuyé).
 - Les élèves peuvent mettre des couleurs dans l'énoncé si besoin.
 - La calculatrice est également autorisée mais l'ensemble des calculs doivent être écrit sur le sujet.
- La classe de l'élève doit apparaître sur la copie.
- Les rendus peuvent être anonyme, ou non, dans tous les cas je ne citerai pas de nom.

Déroulement l'activité :

- Toutes les recherches doivent être faites sur la feuille (dans la partie « Recherches » et au dos si besoin).
 - Les élèves peuvent écrire sur la zone blanche et / ou sur les lignes.
 - Si les élèves ont besoin de plus de place ils pourront utiliser le dos de la feuille.
- RIEN ne doit être effacé ! Si un élève se trompe il peut barrer proprement ou écrire à côté « Faux ».
- Le professeur ne donne aucune indication sur une méthode à suivre.
 - Si les élèves manifestent une incompréhension, merci de la noter sur une feuille pour m'en faire part.

Questions pour m'aider à analyser les rendus :

- Proposez-vous régulièrement des exercices de recherches en autonomie aux élèves ?

.....
.....

- Avez-vous travaillé la notion de proportionnalité cette année ?

.....
.....

- Avez-vous travaillé la notion de ratio cette année ?

.....
.....

Résumé

Les compétences sont, aujourd'hui, au centre de notre enseignement. Tout au long de sa scolarité, l'élève doit développer ces six compétences. La compétence qui m'interroge le plus et qui interroge encore beaucoup d'enseignant est la compétence « Modéliser ». A travers ce mémoire, mon objectif est d'analyser l'évolution de la maîtrise de cette compétence au fil des années. Pour mener ce projet, j'ai proposé un même exercice de la classe de CM2 à la classe de 2nd. Et j'amorcerai une réponse à la question suivante : « *Les méthodes d'enseignement actuelles permettent-elles aux élèves de développer la compétence modéliser ?* ».

Mots clés :

Modélisation – Enseignement – Mathématiques – Problème ouvert – Ecole Primaire – Collège – Lycée

Abstract:

Today, Mathematic skills are in the center of teaching. During his schooling, pupil must develop there six skills.

The skill that questions me the most and questions many teachers is the "Model" skill. Through this thesis, my objective is to analyze the evolution of the mastery of this skill over the years. For this project, I proposed the same exercise from the elementary school (CM2 class) to the high school (2nd class). And I will begin an answer to the following question: "Do current teaching method class methods allow students to develop the skill "Model" ? ”

Keywords: Education – Mathematic – Open Problem – Elementary School – Middle School – High School