



HAL
open science

Efficacité d'un rituel de numération autour des fractions et nombres décimaux au cycle 3

Myriam Ringard

► **To cite this version:**

Myriam Ringard. Efficacité d'un rituel de numération autour des fractions et nombres décimaux au cycle 3. Education. 2022. dumas-03813586

HAL Id: dumas-03813586

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-03813586v1>

Submitted on 13 Oct 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

MASTER 2 MEEF

Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation

Mention **Premier degré**

Année universitaire 2021 - 2022

DOSSIER UE C.2

SEMESTRE 4

SESSION 1

Efficacité d'un rituel de numération autour des fractions et nombres décimaux au cycle 3

Prénom et Nom de l'étudiant : Myriam Ringard

Site de formation : Arras

Section : Section 6

Nom de l'enseignante : MAGIANTE Christine

Sommaire

Introduction	3
1. Cadre théorique	5
1.1. Construire la fraction et le nombre décimal.....	5
1.1.1. Considérer les nombres décimaux comme des nouveaux nombres.....	5
1.1.2. Construire le nombre décimal à partir de la fraction pour donner du sens.....	5
1.1.3. Mettre en lien les diverses écritures des nombres décimaux.....	6
1.1.4. S'appuyer sur diverses représentations des nombres décimaux.....	6
1.1.5. S'appuyer sur une oralisation des fractions et décimaux porteuse de sens.....	7
1.1.6. S'appuyer des représentations iconiques.....	7
1.1.7. S'appuyer sur les unités de numération et leurs relations.....	7
1.2. Évaluer la compréhension du nombre décimal.....	8
1.2.1. Comparer les décimaux : un indicateur de la compréhension des décimaux... ..	8
1.2.1. Le calcul en ligne : révélateur de la compréhension du nombre décimal.....	9
1.3. Le rituel de numération : apports de la littérature scientifique et professionnelle....	10
1.3.1. Le rituel pour automatiser les apprentissages.....	10
1.3.2. Le rituel de numération dans les documents institutionnels.....	10
1.3.3. Le rituel de numération : créer des modalités favorables à l'apprentissage....	11
1.4. Formulation d'hypothèses et problématique au regard du cadre théorique.....	11
2. Méthodologie de recueil et d'analyse de données	12
2.1. Description du rituel.....	12
2.1.1. Un rituel suivant les recommandations institutionnelles et des didacticiens... ..	12
2.1.2. Contexte de mise en place du rituel.....	13
2.2. Recueil de données et méthodologie d'analyse.....	14
2.2.1. Mesurer les progrès des élèves au cours du rituel.....	14
2.2.2 Vérifier la compréhension des décimaux avec une tâche de comparaison.....	15
2.2.3. Vérifier l'automatisation des connaissances : résolution de problèmes et calcul	16
3. Analyse des données et résultats	16
3.1. Analyse des progrès des élèves lors du rituel.....	16
3.1.1. Analyse de l'évolution de la quantité de représentations correctes.....	17
3.2. Analyse de la réussite dans les tâches de comparaison, calcul et résolution de	

problème.....	25
3.2.1. Tâche de comparaison.....	26
3.2.2. Tâche de calcul en ligne.....	27
3.2.3. Résolution de problème.....	29
Conclusion.....	33
Bibliographie.....	36
Annexes.....	38

Introduction

Les connaissances sur le système de numération décimal et positionnel sont des pré-requis pour de nombreuses tâches en mathématiques que ce soient la résolution de problèmes, ou le calcul. C'est ce que souligne le guide « Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP » : « *Or, la compréhension de ce qui doit devenir pour eux deux systèmes de numération [NDRL : le système de numération écrite et orale] conditionne en particulier toutes les connaissances sur le calcul* ». Dès lors, il semble important de permettre aux élèves de comprendre ce système de numération. Lors d'un stage, la modalité de l'enseignement de la numération par le rituel avait retenu mon attention. Il s'agissait d'un rituel de numération « Chaque jour compte » qui consiste à compter le nombre de jours d'école. Il était mis en place, dans une classe de CP ainsi que dans une autre classe de CE1, chaque jour. En effet, un rituel se caractérise par sa régularité. Selon les docteurs en sciences de l'éducation Amigues et Zerbato-Poudou (2000), un rituel est caractérisé, entre autres, par sa grande régularité la répétitivité des gestes qui le composent. Pour le rituel de « Chaque jour compte », cela consistait en classe de CP à ajouter un élément à une collection représentant le nombre de jours d'école, puis d'incrémenter de 1 un compteur du nombre de jour d'école. Le nombre était ensuite prononcé à l'oral. En classe de CE1, les élèves décomposaient, en plus de cela, le nombre de diverses manières. J'avais trouvé particulièrement intéressant les tâches de décomposition des nombres dans le rituel de CE1. Les programmes de cycle 2 (2018) recommandent les tâches de décomposition qui permettent, entre autres, « *l'étude de relations internes aux nombres* », et ainsi de mieux comprendre le système de numération. Je me suis alors questionnée sur l'efficacité du rituel comme modalité didactique de l'enseignement des deux systèmes de numération, oral et écrit, au cycle 2 lors de mon travail de recherche en Master 1.

En tant que professeur des écoles stagiaire, j'ai été affectée dans une classe de CM2. Ce travail de recherche s'est donc réorienté sur le cycle 3. Le travail sur le système de numération écrite et orale, commencé en cycle 2, se poursuit au cycle 3 avec l'étude des grands nombres. Là encore, les tâches de composition et de décomposition, ainsi qu'un travail sur les relations entre les unités sont essentiels selon le didacticien des mathématiques Tempier (2016). À la numération entière, s'ajoute l'apprentissage des

fractions et des décimaux. Tout comme la numération entière conditionne le calcul et la résolutions de problèmes avec des entiers, plusieurs enjeux résident dans la compréhension des fractions et des nombres décimaux. L'ouvrage « Le nombre au cycle 3 » (2012) mentionne le fait que le développement de certaines compétences soient conditionnées par les connaissances en numération: « *La connaissance des nombres entiers et une bonne représentation des nombres décimaux sont essentielles pour la construction des compétences du socle commun et pour l'ensemble de la scolarité* ». Une bonne compréhension des nombres décimaux et fractions est également nécessaire pour que les élèves « *comprennent pleinement les données numériques exprimées avec des fractions ou sous forme décimale, et puissent mobiliser ces nombres dans la résolution de problèmes* » comme l'indique le document d'accompagnement des programmes de cycle 3 « Fractions et nombres décimaux au cycle 3 » (2016). L'ouvrage « Le nombre au cycle 3 » (2012) rappelle la nécessité d'automatiser certains savoirs et connaissances à propos des fractions et des décimaux pour pouvoir les avoir à disposition dans lors de résolutions de problèmes : « *Comme tous les automatismes, ceux qui sont souhaités visent à libérer l'esprit des élèves. Ils aident à une disponibilité cognitive en vue de la réflexion sur la situation proposée et ses enjeux, l'exécution des tâches « techniques » n'étant plus ni coûteuse ni hasardeuse.* » Le rituel serait une modalité qui créerait les automatismes selon Amigues et Zerbato-Poudou (2000) de par sa répétitivité et son cadre stable. De ce fait, on peut se demander s'il pertinent d'utiliser un rituel de numération pour construire et stabiliser les connaissances sur les fractions et nombres décimaux ?

Pour ce faire, nous allons d'abord nous intéresser à des références institutionnelles et didactiques concernant la numération et les rituels à partir desquelles formuler une problématique et des hypothèses de recherche. Sera ensuite abordé comment a été construit le rituel et la méthodologie de recueil des données et d'analyse pour évaluer la pertinence du dit rituel. L'efficacité du rituel sera discuté au travers de l'analyse des données récoltées.

1. Cadre théorique

Le cadre théorique porte sur les recommandations des didacticiens pour l'enseignement de la numération ainsi que sur le rituel et ses intérêts en termes d'apprentissages.

1.1. Construire la fraction et le nombre décimal

1.1.1. *Considérer les nombres décimaux comme des nouveaux nombres*

Le document d'accompagnement des programmes de 2016 « Fractions et nombres décimaux » décrit la construction des décimaux « *en continuité et en rupture par rapport aux nombres entiers* ». Comme le rappelle Tempier (2016), le système de numération entière s'appuie les principes décimal (10 unités d'un ordre forment une unité d'ordre immédiatement supérieur) et positionnel (chaque unité est associée à une position dans l'écriture chiffrée). Ces principes restent valables pour l'écriture chiffrée des décimaux : en cela, il existe une continuité entre entiers et décimaux. Toutefois, les nombres décimaux ne sont pas introduits en prolongement des entiers mais en rupture avec eux : « *Les fractions puis les nombres décimaux apparaissent comme de nouveaux nombres introduits pour pallier l'insuffisance des nombres entiers, notamment pour mesurer des longueurs, des aires et repérer des points sur une demi-droite graduée.* »

1.1.2. *Construire le nombre décimal à partir de la fraction pour donner du sens*

Introduire les fractions et les décimaux comme de nouveaux nombres permet de « *donner plus de sens à l'écriture décimale en la rapprochant du fractionnement de l'unité.* » explique les didacticiens Anselmo et Zucchetta (2018). Ainsi, cela permet de limiter la conception erronée du nombre décimal comme deux entiers séparés par une virgule. Le document d'accompagnement « *Fractions et nombres décimaux* » explicite la progression dans l'enseignement des fractions et des nombres décimaux: sont abordés les fractions dites simples (l'unité est découpée en un petit nombre de parts) puis les fractions décimales (l'unité est découpée en un nombre de parts égal à une puissance de 10) et enfin les nombres décimaux. Cette progression construit le nombre décimal à partir de la fraction : « *L'écriture à virgule est présentée comme une convention d'écriture d'une fraction décimale ou d'une somme de fractions décimales.* » comme le précisent les programmes de 2018 de cycle 3.

1.1.3. *Mettre en lien les diverses écritures des nombres décimaux*

Le document d'accompagnement « Fractions et nombres décimaux » indique que l'écriture

fractionnaire n'est pas abandonnée au profit de l'écriture à virgule, elle constitue au contraire un point d'appui. Diverses compétences des programmes de cycle 3 prescrivent la mise en relation de diverses écritures fractionnaires et ou décimales dont notamment : « *Connaître et utiliser diverses désignations orales et écrites d'un nombre décimal (fractions décimales, écritures à virgule, décompositions additives et multiplicatives).* » Des leviers pour mettre en lien ces différentes écritures sont présentés dans les points suivants.

1.1.4. *S'appuyer sur diverses représentations des nombres décimaux.*

Les diverses représentations du nombre décimal sont des aides à la construction de ce nombre pour les élèves. Coulange et Train (2018), didacticiens en mathématiques, font l'hypothèse que des « *désignations multiples d'un même objet, le nombre décimal, dans différents registres de représentations jouent un rôle essentiel dans la conceptualisation de ces nombres.* » Ils distinguent plusieurs registres (voir tableau)

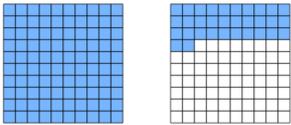
Type de registre	Représentation(s) associée(s) à ce registre	Exemple
Registre symbolique	Écritures fractionnaires	$\frac{132}{100}$
	Écritures décimales	1,32
	Sommes associées à ces écritures	$\frac{100}{100} + \frac{30}{100} + \frac{2}{100}$; 1 + 0,3 + 0,02
Registre discursif	Représentation faisant intervenir des unités de numération	cent-trente-deux-dixièmes
Registre mixte	Mélange entre registre symbolique et discursif	1 unité + 3 dixièmes + 2 centièmes Tableau de numération
Registre matériel ou iconique	Représentation visuelle	

Tableau - Registres de représentations des décimaux d'après Coulange et Train (2018)

À ces registres, peut s'ajouter la représentation sur une demi-droite graduée. Le document d'accompagnement « Fractions et nombres décimaux » considère le repérage sur une demi-droite graduée comme « *une forme de représentation qui participe à la compréhension des différentes notions travaillées.* »

1.1.5. *S'appuyer sur une oralisation des fractions et décimaux porteuse de sens*

L'oralisation des fractions et des nombres décimaux, c'est à dire le registre

discursif, est importante dans la conceptualisation du nombre décimal chez les élèves. Pour Coulange et Train (2018), l'oralisation des fractions à l'aide des unités de numération (par exemple $\frac{1}{100}$ lu « un centième ») facilite la comparaison et le calcul fractionnaire . Le document d'accompagnement « *Fractions et nombres décimaux* » souligne aussi l'importance de l'oralisation des nombres décimaux en s'appuyant sur les unités de numération : « *2,4 se lira « deux et quatre dixièmes » plutôt que systématiquement « 2 virgule 4 »* » pour ne pas induire la conception erronée du nombre décimal comme deux entiers séparés par une virgule chez les élèves.

1.1.6. S'appuyer des représentations iconiques

Coulange et Train (2018) considèrent les représentations iconiques comme des points d'appui pour « *faciliter la mise en relation d'écritures symboliques (fractionnaires, décimales...) des nombres décimaux* ». Une des situations proposées dans les annexes du document d'accompagnement « *Fractions et nombre décimaux (2016)*, nommée « *Construction des nombres* », s'appuie sur des représentations iconiques de fractions décimales pour mettre en lien les diverses écritures d'une fraction décimale. Cette activité a également pour objectif de consolider le sens donné aux dixièmes et aux centièmes en leur associant une représentation imagée.

1.1.7. S'appuyer sur les unités de numération et leurs relations

Dans sa thèse Desmet (2012) met en évidence l'importance des connaissances sur les entiers et le système positionnel et décimal dans la compréhension des nombres décimaux et, ce plus encore que les connaissances sur les fractions. Les programmes de cycle 3 (2018) soulignent la proximité entre l'écriture chiffrée d'un entier et d'un décimal: « *Le lien à établir avec les connaissances acquises à propos des entiers est essentiel. Avoir une bonne compréhension des relations entre les différentes unités de numération des entiers (unités, dizaines, centaines de chaque ordre) permet de les prolonger aux dixièmes, centièmes, etc.* ». Tempier (2016) souligne également l'importance du travail sur les relations entre les unités de numération dans la compréhension du système de numération pour les nombres entiers, et ce au travers de tâches de décomposition. Il note que ce travail se prolonge dans la numération décimale avec les décompositions des écritures fractionnaires permettant de faire le lien entre écriture fractionnaire et écriture décimale.

Chambris (2017), chercheuse en didactique, rejoint ce constat, elle identifie le travail sur les relations entre les unités comme un levier pour améliorer la compréhension des nombres décimaux. Le document d'accompagnement des programmes de cycle 3 « *Fractions et nombres décimaux* » met également en avant le travail sur les relations entre unités de numération qui « *permet de faire le lien entre différentes écriture d'un même nombre décimal* »

1.1.8. S'appuyer sur la manipulation

Bruner (1973), psychologue américain, décrit trois modes de représentation par lesquelles s'expérimente le savoir:

- Le mode énonciatif qui correspond à l'action (ici à la manipulation)
- Le mode iconique est la capacité à se créer des images mentales
- Le mode symbolique: "*Le système symbolique représente les choses par des symboles qui sont déconnectés et arbitraires.*" (ici l'écriture chiffrée)

La manipulation en numération permet de d'accéder à la symbolique du système de numération chiffrée. Le document d'accompagnement des programmes « *Fractions et nombres décimaux* » (2016) met en avant l'importance de la manipulation, notamment avec des unités divisées en 10 ou en 100 ou 1000 pour comprendre les unités de numération que sont les dixièmes, centièmes ou millièmes et les relations qui les lient.

Toutefois Briand (2019) indique que la manipulation seule ne suffit, elle doit s'accompagner « *d'une activité mathématique, c'est-à-dire une activité au cours de laquelle les élèves ont à produire un modèle (par une représentation ou un écrit)* »

1.2. Évaluer la compréhension du nombre décimal

1.2.1. Comparer les décimaux : un indicateur de la compréhension des décimaux

Dans leur ouvrage Anselmo et Zuchetta (2018) évoquent des erreurs courantes des élèves:

- le nombre décimal est considéré comme deux entiers accolés et séparés par une virgule.
- appliquer des propriétés uniquement valables pour les entiers aux décimaux, par exemple penser qu'un décimal a un successeur.

Ces erreurs révèlent une mauvaise compréhension de la numération des nombres décimaux. Ces conceptions erronées peuvent être mises en lumière au travers d'erreurs lors de tâche de comparaison. Les travaux (1981) de Grivard et Léonard ont permis d'identifier des règles-élèves quant à la comparaison de nombres décimaux.

	Règle 1	Règle 2	Règle 3
Règle implicite	Appliquer la règle de comparaison des entiers à la partie décimale du nombre	Considérer le plus petit nombre comme celui dont la partie décimale a le plus de chiffres	Considérer le plus petit des nombres comme celui dont le premier chiffre après la virgule est un zéro
Exemple d'erreur	$4,3 < 4,06 < 4,249$ (car $3 < 6 < 249$)	$4,3 < 4,06 < 4,249$	$4,06 < 4,3 < 4,249$ Application de la règle 3 puis de la règle 1

Tableau 2 Règles implicites de comparaisons de décimaux selon Grivard et Léonard(1981) et exemple d'erreurs

Si l'élève applique la règle 1, cela sous-entend que l'élève conçoit le nombre décimal comme deux entiers séparés par une virgule et applique les règles de comparaison des entiers aux parties décimales. Pour les trois règles-élèves, en appliquant ces règles, l'élève ne prend pas en compte la valeur positionnelle des chiffres de la partie décimale et ne comprend le symbolisme de l'écriture chiffrée d'un nombre décimal.

Roditi (2008), didacticien des mathématiques, confirme, au travers d'une recherche expérimentale, le lien entre la tâche de comparaison et compréhension des nombre décimaux :

La capacité à comparer des décimaux dépend aussi de la qualité de la connaissance de ces nombres : non seulement les élèves qui savent changer de registre de représentation des nombres décimaux les comparent sans se tromper, mais ceux qui ne savent pas bien le faire se trompent beaucoup plus souvent. (Roditi 2008)

La diversité des représentations du nombre décimal et leur disponibilité pour l'élève est donc nécessaire pour comprendre le nombre décimal et réaliser des tâches de comparaison.

1.2.1. Le calcul en ligne : révélateur de la compréhension du nombre décimal

Comme l'indique le document d'accompagnement aux programmes de cycle 3 « Le calcul en ligne au cycle 3 » (2016), le calcul en ligne fait travailler les différentes écritures d'un nombre et permet d'évaluer la compréhension des nombres décimaux : « *Le calcul en ligne repose sur la compréhension de la notion de nombre, du principe de la numération décimale de position et des propriétés des opérations. [...] L'élève est ainsi amené à « faire parler » les nombres, c'est à dire à en envisager diverses écritures, des décompositions*

additives, multiplicatives ou utilisant les unités de numération. »

1.3. Le rituel de numération : apports de la littérature scientifique et professionnelle

1.3.1. Le rituel pour automatiser les apprentissages

Selon les docteurs en sciences de l'éducation Amigues et Zerbato-Poudou (2000) , un rituel est caractérisé, entre autres, par sa grande régularité et la répétitivité des gestes qui le composent. Elles en évoquent les intérêts pour les apprentissages : *« La répétition et la stabilité du cadre engendrent des dispositions psychiques chez les élèves qui se traduisent par une prise d'initiative plus grande, une attention mieux focalisée ainsi qu'une automatisation des procédures »* Les neurobiologistes Eustache et Guillery-Girard (2016) s'accordent également sur ce point : *« La répétition des épisodes d'apprentissage pour un même concept permet d'effacer progressivement les souvenirs spécifiques des épisodes pour ne conserver que le concept ou la connaissance. »*

1.3.2. Le rituel de numération dans les documents institutionnels

Dans les programmes de cycle 3 ou dans les documents d'accompagnement, le mot rituel n'apparaît pas toutefois le terme question flash est visible dans les documents d'accompagnement de cycle 3. La question flash est ainsi définie dans le document d'accompagnement en mathématiques du cycle 4 « Types de tâches » (2016) :

La pratique de questions « flash » vise à renforcer la mémorisation de connaissances et l'automatisation de procédures afin de faciliter un travail intellectuel ultérieur par leur mise à disposition immédiate. Une tâche de ce type relève d'une activité mentale attendue sur un temps court (quelques minutes). [...] Pour être efficaces, les questions flash doivent être proposées de façon régulière. (MEN, 2016)

Les caractéristiques du rituel apparaissent donc dans les questions flash à savoir la régularité, et la mémorisation et le renforcement des automatismes. Le document d'accompagnement des programmes de cycle 3 « Introduction de l'écriture à virgule » fait mention de questions flash, qui visent le réinvestissement et l'automatisation des différentes écritures fractionnaires et décimales.

1.3.3. *Le rituel de numération : créer des modalités favorables à l'apprentissage*

Divisa et Al (2019), membres de l'IREM de Grenoble et enseignantes formatrices, ont observé des classes de CP et de CE1 utilisant le rituel « Chaque jour compte ». Elles ont noté des limites à ce rituel : tous les élèves ne sont pas engagés activement, le rituel reste le même toute l'année. Elles ont mis en place dans une classe de CP un rituel avec des modalités qui leur paraissaient plus pertinentes. Le rituel a été pensé de façon à ce que :

- chaque élève soit actif : les élèves doivent produire diverses représentations et décompositions du nombre.
- le rituel soit différencié : les élèves produisent autant de représentations qu'ils le peuvent. Les représentations sont libres : divers registres et décompositions diverses. Les élèves qui en ont le besoin peuvent s'aider de matériel de numération, ou des référant avec qui répertorie certaines décompositions.
- le rituel soit évolutif : il suit la progression des apprentissages en numération. L'objectif du rituel est de travailler les différentes représentations du nombre et les décompositions. Le travail de Divisa et Al (2019) rend compte de l'importance des modalités didactiques pour créer et mettre en œuvre un rituel efficace.

1.4. Formulation d'hypothèses et problématique au regard du cadre théorique

L'apprentissage de la numération demande de mettre en lien diverses connaissances, représentations du nombre. Ces connaissances sur les fractions et les nombres décimaux doivent être facilement mobilisables pour le calcul ou en situation de problème. L'élève doit avoir à sa disposition plusieurs représentations, diverses écritures du nombre décimal, ce qui demande d'avoir automatisé les relations entre les écritures d'un même nombre. De ce fait, l'apprentissage doit être régulier pour développer ces automatismes. Or le rituel se caractérise par sa régularité. On peut donc penser qu'un rituel de numération serait un moyen pertinent pour enseigner la numération au cycle 3 et les nombres décimaux. Le travail de Divisa et Al (2019) souligne l'importance du choix des modalités didactiques du rituel pour l'apprentissage des élèves. On peut donc émettre les hypothèses suivantes:

- H1 : Un rituel de numération, faisant travailler différentes écritures et représentations du nombre décimal, permettrait une meilleure compréhension des fractions et des nombres décimaux.
- H2 : Un rituel de numération permettrait développer des automatismes, quant aux

différentes écritures des fractions et des nombres décimaux, qui seraient utiles dans d'autres tâches de numération.

Dès lors la problématique suivante peut être formulée: dans quelle mesure un rituel de numération, s'appuyant sur les recommandations des didacticiens, est-il efficace pour l'enseignement des fractions et des nombres décimaux ?

2. Méthodologie de recueil et d'analyse de données

2.1. Description du rituel

L'objectif de ce rituel est d'automatiser progressivement les diverses écritures des fractions et des nombres décimaux. Lors du rituel, les élèves proposent différentes écritures de la fraction ou du nombre décimal proposé. S'en suit une phase de mise en commun avec la production d'une carte mentale collective regroupant diverses écritures du nombre.

L'annexe 2 est un exemple de la carte mentale issu de la mise en commun.

2.1.1. Un rituel suivant les recommandations institutionnelles et des didacticiens.

Le rituel s'appuie sur les recommandations des didacticiens et des instructions officielles pour mettre en lien les différentes écritures d'une fraction ou d'un nombre décimal, c'est-à-dire :

- faire appel à des représentations iconiques des fractions et nombres décimaux
- oraliser les fractions et les nombres décimaux avec les unités de numération ($152/100$ prononcé comme «cent-cinquante-deux-centièmes» et $1,52$ prononcé comme « un cinq dixièmes et 2 centièmes)
- mettre en valeur les relations entre unités de numération aux travers des diverses écritures d'un même nombre ($26/100 = 20/100 + 6/100 = 2 \times 10/100 + 6/100 = 2/10 + 6/100$)
- Décomposer additivement les écritures fractionnaires ($125/100 = 1 + 25/100$ ou $125/100 = 1 + 2/10 + 5/100$)
- Mettre en lien les écritures fractionnaires et l'écriture décimale d'un nombre
- Utiliser la demi-droite graduée pour repérer ou placer des fractions et des décimaux.

Pour suivre les recommandations des didacticiens, deux points sont importants :

- le choix du nombre à partir duquel les élèves doivent trouver d'autres écritures
- la phase de mise en commun.

La phase de la mise en commun permet de présenter aux élèves des écritures et une oralisation du nombre en accord avec les recommandations. Les divers nombres proposés

aux élèves ont été choisis de manière à ce que ces nombres fassent appel à différents registres (Coulange et Train 2018). Sont ainsi proposés des fractions décimales (par exemple $\frac{26}{10}$), des décompositions de fractions décimales (par exemple $3 + \frac{6}{10} + \frac{9}{100}$), des représentation iconographiques, des nombres décimaux (par exemple 2,38)....

Par ailleurs, les nombres proposés devaient aussi mettre en avant les principes positionnel et décimal de la numération. Certains nombres proposés nécessitent de faire des conversions entre unités de numération (par exemple $\frac{21}{10} + \frac{8}{100}$ où $\frac{20}{10}$ correspond à deux unités) et font donc travailler le principe décimal. D'autres nombres ne contiennent pas de dixièmes pour mettre en avant le rôle du zéro et l'aspect positionnel de notre numération (par exemple une représentation iconographique de 2 unités et 5 centièmes). Les huit nombres proposés lors des huit jours de rituel sont disponibles en annexe 1.

2.1.2. Contexte de mise en place du rituel

Le rituel s'est déroulé durant deux semaines dans une classe de CM1-CM2 dans une école rurale. La classe est composée de huit CM2 et de onze CM1. Chaque jour, une fraction ou un nombre décimal a été proposé aux élèves. Les élèves devaient donner un maximum de représentations différentes de ce nombre. Ainsi, durant le rituel, huit nombres ont été proposés aux élèves sur les huit jours du rituel.

Avant la mise en place du rituel, le nombre décimal n'avait pas encore été introduit pour les CM1, ou réintroduit pour les CM2. A la période précédente, avait été travaillée la fraction décimale. Le nombre décimal a été introduit en classe dans une activité indépendante du rituel lors de la deuxième semaine du rituel. Ainsi, le nombre décimal a été introduit au cinquième jour du rituel lors de la mise en commun. Au sixième jour a été donné aux élèves un nombre sous son écriture décimale pour qu'ils en donnent diverses représentations.

2.2. Recueil de données et méthodologie d'analyse

La problématique concerne l'efficacité d'un rituel de numération. Pour y répondre, les impacts du rituel sur la compréhension des fractions et des décimaux doivent être évalués. Ainsi, il s'agit de suivre l'évolution des performances des élèves durant les huit jours de rituel. On pourrait considérer le rituel de numération efficace s'il permet à tous les élèves de progresser, quelque soient leurs connaissances et compétences initiales en numération. Le recueil des données doit essayer de confirmer ou d'infirmer les hypothèses à savoir :

- H1 : Un rituel de numération, faisant travailler différentes écritures et représentations du nombre décimal, permettrait une meilleure compréhension des fractions et des nombres décimaux.

- H2 : Un rituel de numération permettrait développer des automatismes, quant aux différentes écritures des fractions et nombres décimaux, qui seraient utiles dans d'autres tâches de numération.

Le tableau ci-dessous détaille les dispositifs de recueil des données et les types de données recueillies pour valider ou non les deux hypothèses sus-citées.

Hypothèse testée	Dispositif de recueil de données	Données recueillies
H1	Rituel de numération	Productions des élèves de CM1 et CM2 sur les huit jours de rituel
H1 et H2	- Tâches de comparaison de décimaux	- Productions des élèves de CM2 avant la mise en place du rituel - Productions des élèves de CM2 après la mise en place du rituel
H2	- Tâche de calcul en ligne	- Productions des élèves de CM2 avant la mise en place du rituel - Productions des élèves de CM2 après la mise en place du rituel
	- Résolutions de problèmes nécessitant d'utiliser diverses écritures de la fraction ou du nombre décimal.	

Tableau Dispositifs de recueil des données pour chaque hypothèse.

2.2.1. Mesurer les progrès des élèves au cours du rituel

Pour chaque jour du rituel, à l'issue de la phase de recherche individuelle, les productions individuelles des élèves sont ramassées. L'analyse des productions a pour objectif de mesurer les progrès des élèves au cours du rituel. Pour ce faire, sera analysée l'évolution des représentations que proposent les élèves. L'évolution sera évaluée sous deux aspects : un aspect quantitatif et un aspect qualitatif.

	Aspect quantitatif de l'évolution	Aspect qualitatif de l'évolution
Indicateur(s) associé(s)	- Nombre de représentations correctes du nombre - Pourcentage de représentations correctes	- Diversité des types de représentations
Analyse de l'indicateur	Une augmentation du nombre de représentations au cours du rituel signifierait que l'élève a progressé.	Une augmentation de la diversité des représentations signifierait que l'élève progresse.

Tableau Indicateurs retenus pour l'analyse du recueil des données

L'analyse des données se fera également à deux échelles :

- à l'échelle de l'ensemble de la classe
- à l'échelle individuelle en sélectionnant des élèves avec divers niveaux initiaux (un élève en dessous de la moyenne de la classe, un élève dans la moyenne de la classe et un élève au dessus de la moyenne de la classe).

2.2.2 Vérifier la compréhension des décimaux avec une tâche de comparaison.

L'hypothèse H1 concerne la compréhension du nombre décimal et des fractions. Les tâches de comparaison, comme mentionné dans le cadre théorique, permettent d'évaluer la compréhension du symbolisme de son écriture décimale et notamment de la valeur positionnelle des chiffres. Par ailleurs, Roditi (2008) fait le lien entre la disponibilité pour l'élève de diverses représentations du nombre décimal et la réussite dans la tâche de comparaison. L'hypothèse H2 porte sur le fait que le rituel puisse faire développer aux élèves des automatismes sur les représentations du nombre et les réutiliser dans d'autres tâches. Si les élèves réussissent mieux les tâches de comparaison, on peut supposer que le rituel est efficace car il permet d'acquérir des connaissances sur les représentations du nombre décimal et de les transférer à d'autres tâches.

Pour mesurer l'efficacité du rituel, il faut pouvoir comparer le taux de réussite dans les tâches de comparaison avant et après la mise en place du rituel. Seuls les CM2 réaliseront ces tâches. Les nombres décimaux ont déjà été abordés en CM1 pour les élèves de CM2. De ce fait, ils peuvent réaliser des tâches avec les nombres décimaux sans les avoir réintroduit avec eux. La tâche de comparaison réalisée par les élèves est disponible

dans l'annexes 3 et 4.

L'analyse des productions portera sur la réussite ou non à la tâche et classera les productions selon la typologie des erreurs de Grivard et Léonard (1981). Le nombre d'élèves ayant réussi la tâche avant le rituel sera comparé à au nombre d'élèves ayant réussi après le rituel.

2.2.3. Vérifier l'automatisation des connaissances : résolution de problèmes et calcul

Dans l'introduction, a été abordée l'importance de faire développer des automatismes chez les élèves autour les différentes écritures du nombre décimal pour faciliter le calcul et la résolution de problèmes.

Pour vérifier l'hypothèse H2, portant sur le transfert des connaissances acquises lors du rituel à d'autres tâches, une tâche de calcul et de résolution de problème seront proposées aux élèves de CM2 avant et après la mise en place du rituel. Les tâches que les élèves ont réalisées sont disponibles dans l'annexes 3 et 4.

Le problème donné aux élèves nécessite d'avoir à disposition différentes représentations d'un nombre pour le résoudre. Les élèves doivent en effet additionner un nombre décimal à deux fractions décimales de numérateurs différents. Les élèves, qui ont facilement à disposition ces équivalences, auront plus mémoire de travail disponible pour se concentrer sur la résolution du problème en tant que telle.

L'analyse des résultats portera sur la réussite comparative des tâches de calcul en ligne et de résolution avant et après la mise en place du rituel. Les types d'erreurs seront également analysés.

3. Analyse des données et résultats

3.1. Analyse des progrès des élèves lors du rituel

Pour mesurer les progrès des élèves, les représentations produites par les élèves au cours du rituel sont analysées sous deux angles :

- la quantité de représentations justes
- la diversité des représentations justes

3.1.1. Analyse de l'évolution de la quantité de représentations correctes

L'indicateur retenu est le nombre de représentations correctes. Le pourcentage de représentations correctes est un indicateur secondaire.

Evolution, à l'échelle de la classe, du nombre de représentations correctes

Pour mesurer l'évolution globale à l'échelle de la classe, le nombre moyen de représentations correctes par jour a été calculé. L'évolution de ce nombre moyen est visible sur le graphique ci-dessous :

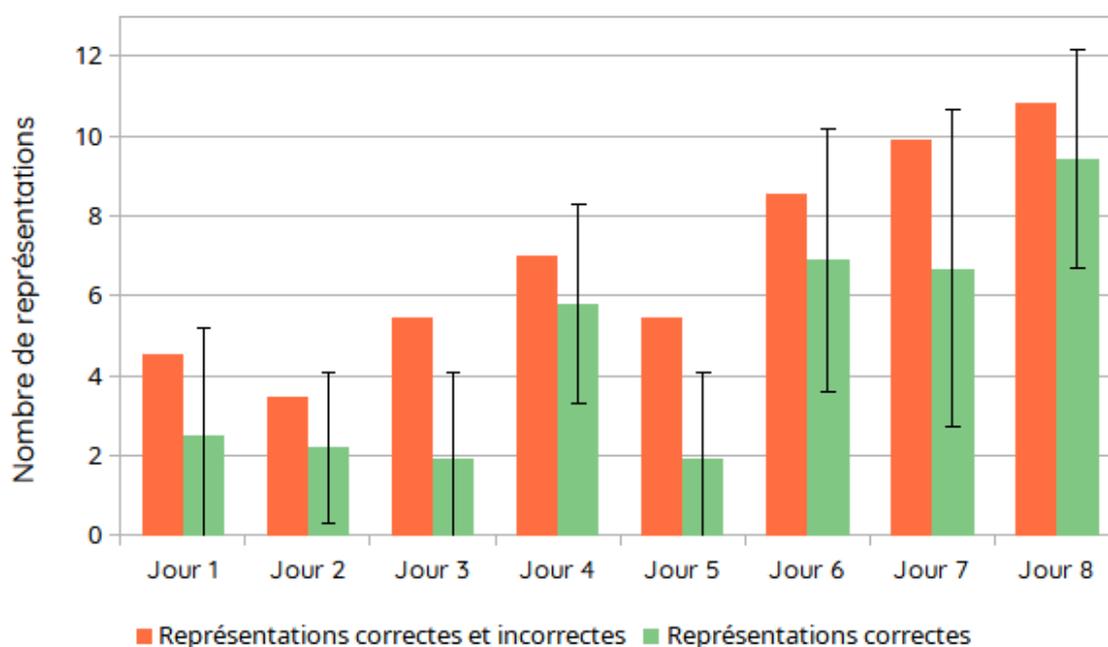


Figure: Evolution du nombre moyen de représentations correctes par jour à l'échelle de la classe

Au fur et à mesure du rituel, les élèves proposent de plus en plus de représentations. Le nombre moyen de représentations correctes augmente au cours du rituel comme l'indique le graphique. En moyenne, les élèves ont proposé deux représentations correctes le premier jour contre neuf le dernier jour. Les écarts-types sont très importants : cela témoigne d'une certaine disparité entre les productions d'élèves.

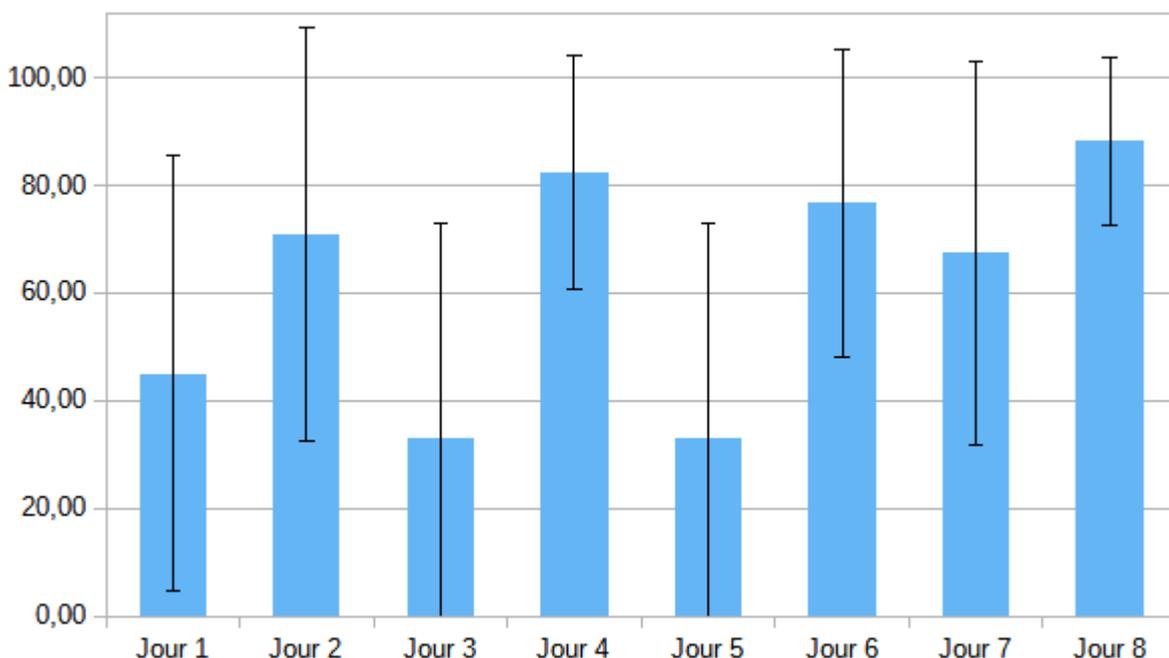


Figure : Evolution du pourcentage de représentations correctes par jour à l'échelle de la classe

Pour ce qui est du pourcentage de représentations correctes, il double entre le premier et le dernier jour. Toutefois, il reste plus ou moins stable à partir du deuxième jour en variant entre 70 et 85 %. Toutefois, on peut noter deux exceptions que sont les jours 3 et 5. Les obstacles rencontrés par les élèves étaient l'absence d'unité au rang des dixièmes pour le jour 3, et les conversions entre les unités pour le jour 5. Lors du troisième jour, une représentation imagée de deux unités et de cinq centièmes était donnée. Entre un tiers et la moitié des élèves ont associé à cette représentation à la fraction $25/100$ au lieu de $205/100$. Ils donnaient alors des représentations de la fraction de $25/100$ qui étaient dans la plupart des cas justes. Lors du jour 5, une erreur commune était d'associer à $21/10 + 8/100$ la fraction décimale $29/100$. Là encore, les autres représentations erronées étaient des représentations de la fraction $29/100$.

Lors du jour 7, une représentation similaire à celle du jour 3 a été donnée. En comparant les résultats entre les jours 3 et 7, une nette progression est visible comme le résume le tableau ci-dessous. En outre lors des jours 4 et 8, le chiffre des dixièmes était également nul, et là encore, par rapport au jour 3, les indicateurs montrent une amélioration.

	Jour 3	Jour 4	Jour 7	Jour 8
Représentation donnée aux élèves	Représentation imagée de deux unités et de 5 centièmes	508/100	Représentation imagée de deux unités et de 7 centièmes	4,07
Nombre moyen de représentations justes	1,9 (\pm 2,1)	5,8 (\pm 2,5)	6,7 (\pm 4)	9,4 (\pm 2,7)
Pourcentage de représentations justes	33 %	82 %	67 %	88 %

Tableau : Evolution des indicateurs pour des nombres avec une absence d'unité au rang des dixièmes

La quantité de représentations augmente lors du rituel. Par ailleurs, une erreur commune au jour 3 n'est plus qu'une erreur anecdotique au jour 7. A l'échelle de la classe, les élèves progressent au cours du rituel, ce qui indique une certaine efficacité du rituel.

Evolution, pour des élèves de niveaux initiaux divers, du nombre de représentations

Le nombre moyen de représentations correctes au premier jour permet de repérer des élèves avec des niveaux initiaux variables. Ainsi seront ici étudiés les productions de :

- deux élèves avec un nombre de représentations correctes inférieur à la moyenne de la classe au jour 1
- une élève avec un nombre de représentations correctes environ égal à la moyenne de la classe au jour 1
- un élève avec un nombre de représentations correctes environ supérieur à la moyenne de la classe au jour 1

Les graphiques suivants présentent l'évolution du nombre de représentations correctes pour les élèves de divers niveaux initiaux.

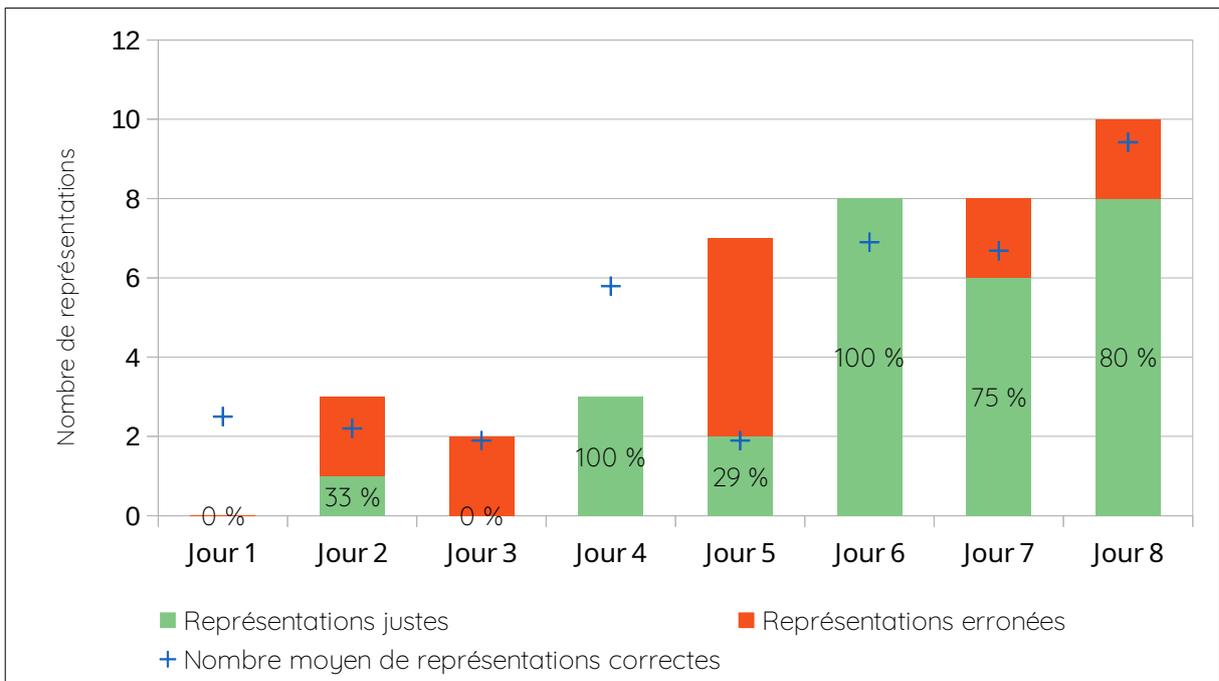


Figure : Nombre de représentations par jour pour un élève de CM1 avec un niveau initial inférieur à la moyenne de la classe

Pour cet élève, une nette amélioration est visible à partir du jour 6, tant au niveau du nombre de représentations correctes que pour le pourcentage de représentations correctes. A partir du jour 5, il est dans la moyenne de la classe.

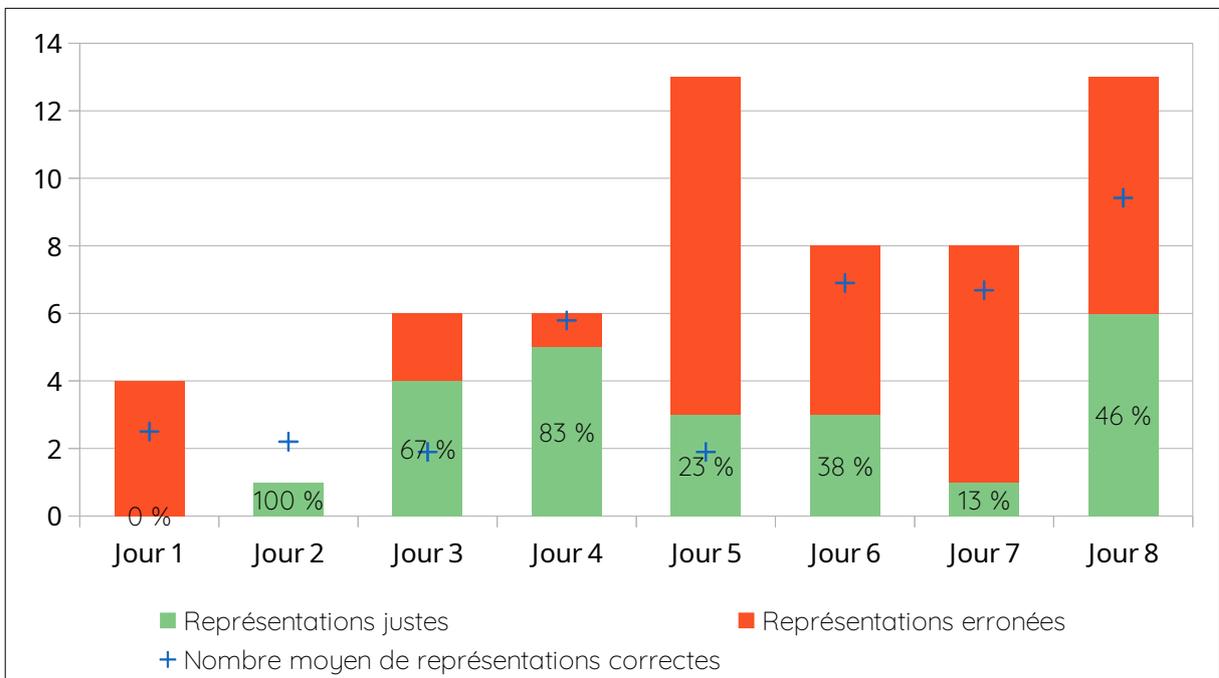


Figure : Nombre de représentations par jour pour une élève de CM2 avec un niveau initial inférieur à la moyenne de la classe

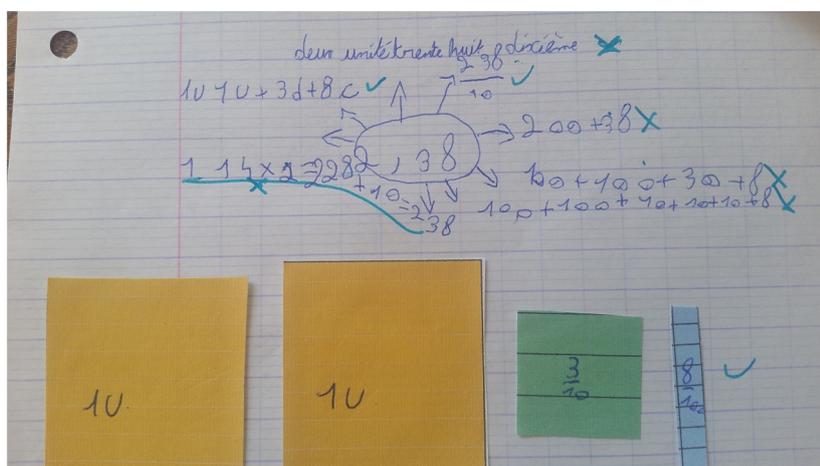
Cette élève propose de plus en plus de représentations correctes jusqu'au jour 4. Au jour 3, elle propose deux fois plus de représentations que la moyenne de la classe. Au jour 4, elle propose cinq représentations correctes soit environ la moyenne de la classe. Mais au-delà du jour 4, même si le nombre de représentations augmente, le nombre de représentations correctes oscille entre 1 et 5, ce qui est bien inférieur à la moyenne de la classe.

Malgré l'absence d'unité au rang des dixièmes pour le jour 3, elle ne commet pas l'erreur que la plupart des élèves commettent, à savoir ne pas marquer le rang des dixièmes par un zéro. Pourtant elle commet cette erreur au jour 7, là où la plupart des élèves ne font plus cette erreur. La comparaison entre ces deux jours est décrite dans le tableau suivant :

	Jour 3	Jour 7
Représentation donnée aux élèves	Représentation imagée de deux unités et de 5 centièmes	Représentation imagée de deux unités et de 7 centièmes
Fraction décimale proposée par l'élève	205/100	35/100 (au lieu des 305/100 attendus)
Nombre de représentations justes de l'élève	4 (contre 1,9 pour la classe)	1 (contre 6,7 pour la classe)

Tableau : Comparaison de la réussite de deux jours du rituel avec des représentations similaires pour une élève de niveau initial inférieur à la moyenne

En outre, dans ses productions des jours 5 à 8, les décompositions de fractions décimales qu'elle propose sont des décompositions du dénominateur et non de la fraction décimale. Par exemple, pour le jour 5, à partir de la représentation $21/10 + 8/100$, elle retrouve la fraction décimale $218/100$, mais écrit des décompositions de 218 comme « $100+100+10+8$ ».



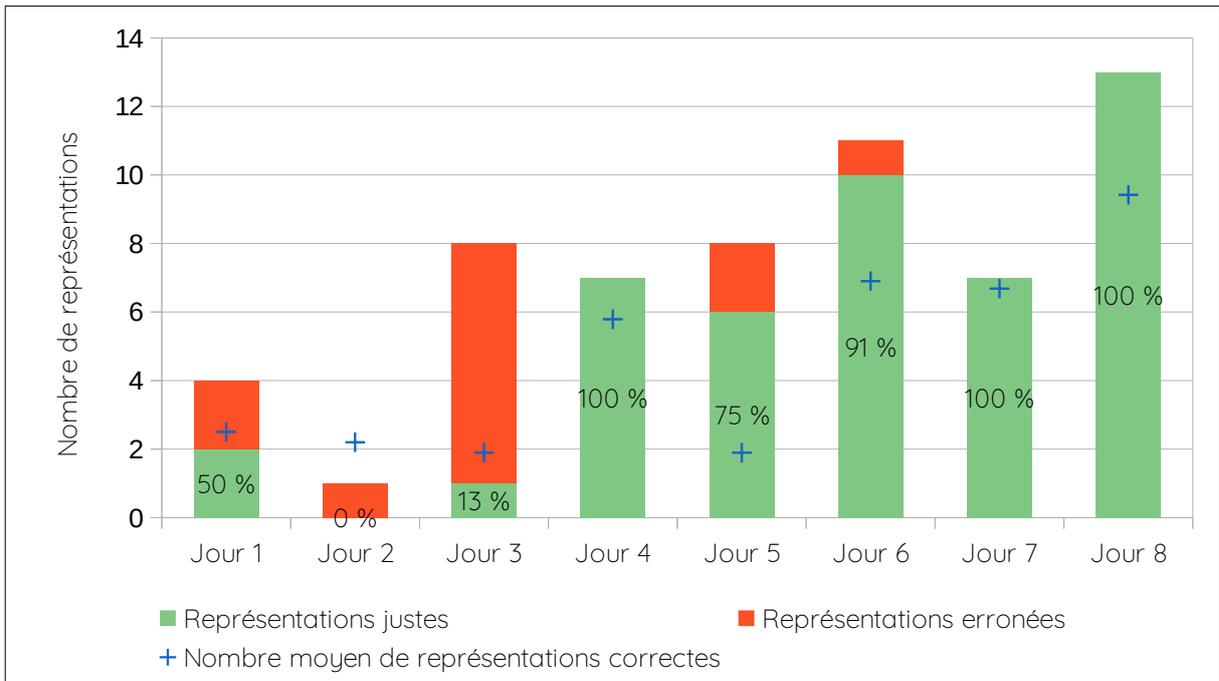


Figure : Nombre de représentations par jour pour une élève de CM2 avec un niveau initial dans la moyenne de la classe

On constate pour cette élève, une amélioration à partir du quatrième jour, aussi bien en termes de nombre de représentations correctes que de pourcentage de justesse. Des jours 4 à 8, elle se situe même au dessus de la moyenne de la classe.

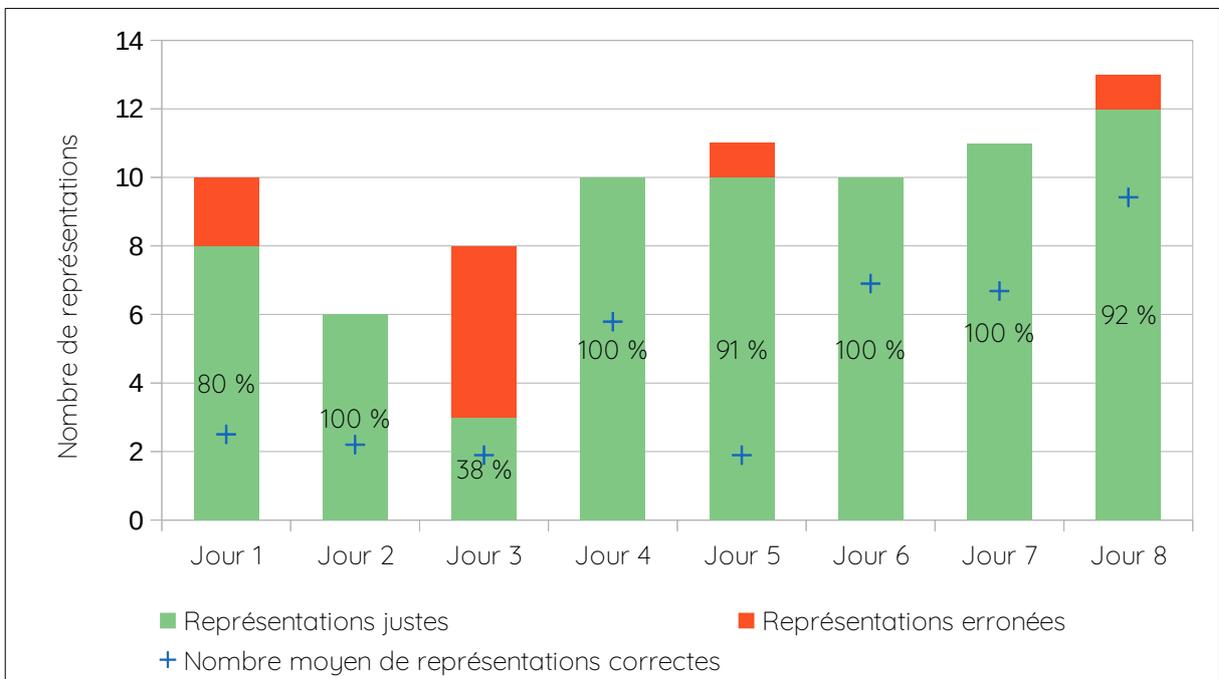


Figure : Nombre de représentations par jour pour une élève de CM2 avec un niveau initial supérieur la moyenne de la classe

Cet élève produit tout au long du rituel, plus de représentations justes que la moyenne de la classe. On observe une augmentation du nombre de représentations au cours du rituel à partir du jour 4.

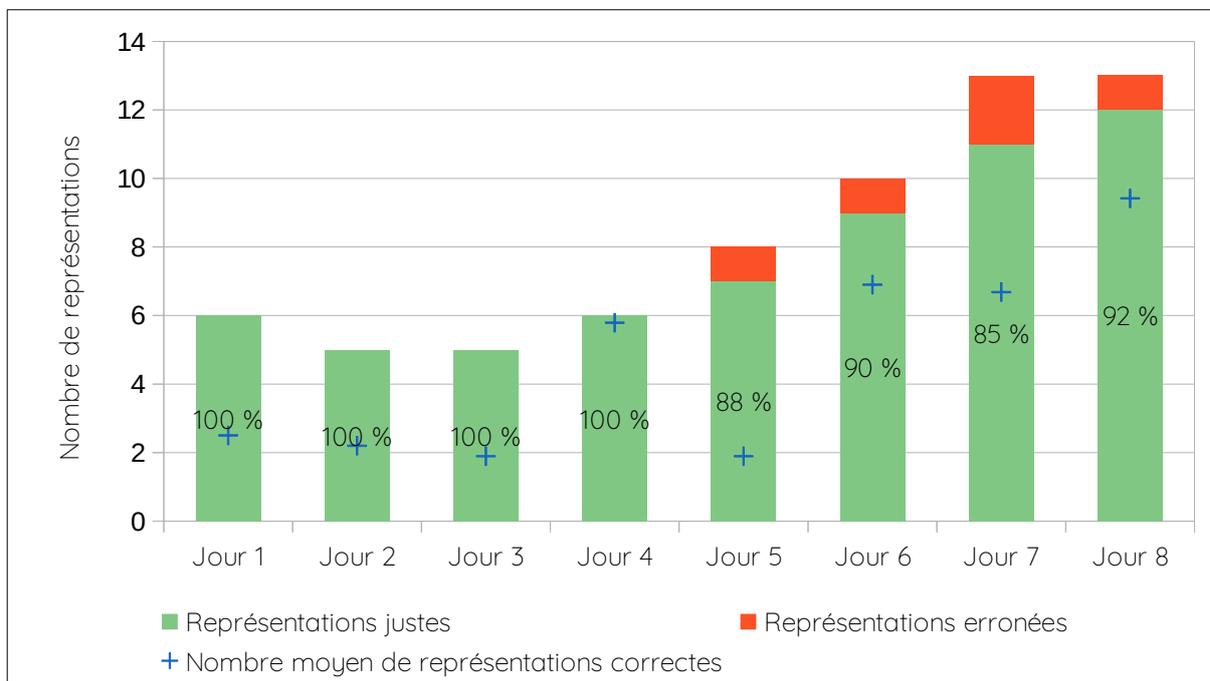


Figure : Nombre de représentations par jour pour une élève de CM1 avec un niveau initial supérieur la moyenne de la classe

Cet élève commet très peu d'erreurs dans les représentations qu'il propose (entre 0 et 2 erreurs par jour). Il propose plus de représentations que la moyenne de la classe. Son nombre de représentations correctes augmente à partir du jour 5. Le premier jour, il donne une représentation intéressante de $26/10$ comme « $2U,6$ » bien que le nombre décimal n'ait pas été abordé auparavant pour lui car il est en CM1.

3.1.2. Analyse des types de représentations

En plus du nombre de représentations correctes, le type de représentation est un autre indicateur qui permet de se rendre compte de l'évolution des productions des élèves.

Chaque jour, ont été totalisées les représentations correctes données par l'ensemble des élèves pour chaque type de représentation. Cela donne ainsi, à l'échelle de la classe, la répartition des types de représentations par jour. Les graphiques ci-dessous témoignent de l'évolution de cette répartition.

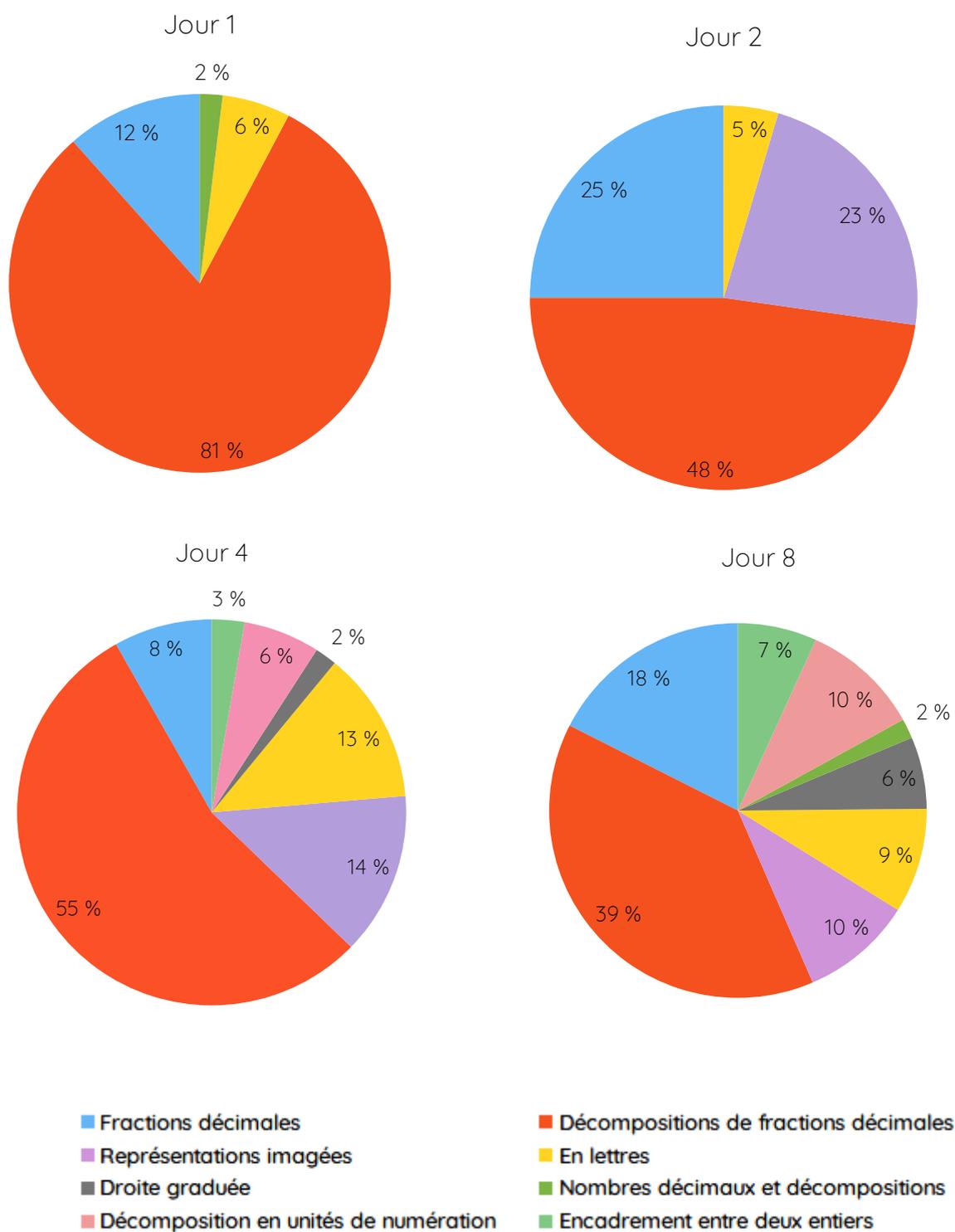


Figure : Répartition des types de représentations pour les jours 1 ; 2 ; 4 et 8

Ces graphiques témoignent de l'augmentation de la diversité des représentations proposées par les élèves. Durant les premiers jours du rituel, les représentations proposées sont essentiellement des fractions décimales et des décompositions de fractions décimales. Si

ces deux types de représentations restent majoritaires lors des derniers jours du rituel, leur part diminue quelque peu pour laisser place à d'autres types de représentation.

Ainsi, au jour 3 (non présent sur la figure) apparaît la décomposition en unités de numération (par exemple 2U 5c). Au jour 4, l'encadrement entre deux entiers ainsi que la représentation sous forme de droite graduée apparaissent. Au jour 5 est introduit le nombre décimal comme une nouvelle représentation d'une fraction décimale. Le nombre décimal apparaît au jour 1 dans la production d'un élève mais n'est pas retrouvé dans les productions des élèves des jours 2 à 4. A partir du jour 5, de nombreuses productions l'intègrent.

Cette diversité plus importante des types de représentations indique donc que les élèves savent mettre en relation différents types de représentations du nombre décimal. Ces différents types de représentations du nombre décimal enrichissent la compréhension que les élèves ont de celui-ci comme le soulignent Coulange et Train (2018)

Toutefois, dans les représentations données par les élèves, peu de représentations mettent en avant les conversions entre unités. Par exemple, pour le nombre 4,07, aucun élève ne propose la décomposition en quarante dixièmes et sept centièmes. Les élèves ne proposent qu'une représentation imagée alors que d'autres sont possibles et mettent en évidence les conversions entre unités. Un outil récapitulatif avait été donné à l'issue du jour 6 (voir annexe 5) et mettait en évidence ces conversions d'unité, mais les élèves ne se sont pas saisis pour les jours 7 et 8.

3.2. Analyse de la réussite dans les tâches de comparaison, calcul et résolution de problème

Trois tâches sont proposées aux élèves avant et après le rituel pour voir l'impact du rituel sur la réussite de ces tâches. Ces tâches sont :

- la comparaison de nombres décimaux
- l'addition et soustraction en ligne de nombres décimaux
- un problème nécessitant des conversions d'écritures entre fractions décimales et nombres décimaux.

Ces tâches sont uniquement proposées aux élèves de CM2, puisque les élèves de CM1 n'avaient pas encore abordé le nombre décimal avant la mise en place du rituel.

3.2.1. Tâche de comparaison

Les deux séries de nombres données aux élèves sont construites de telle façon à pouvoir mettre en évidence certaines conceptions erronées des élèves quant aux nombres décimaux comme l'explique le tableau ci-dessous.

Erreur possible	Conception de l'élève
$8,4 < 8,7 < 8,06 < 8,21 < 8,95$	L'élève compare les nombres décimaux comme des nombres entiers : plus le nombre contient de chiffres plus il est grand.
$8,4 < 8,06 < 8,7 < 8,21 < 8,95$	L'élève considère les nombres décimaux comme des entiers séparés par une virgule : il compare la partie entière puis, en cas d'égalité, compare la partie décimale.
$8,06 < 8,21 < 8,95 < 8,4 < 8,7$	L'élève pense que tout nombre contenant des centièmes est plus petit qu'un nombre contenant uniquement des dixièmes, puisque les dixièmes sont plus grands que les centièmes.

Tableau : Analyse a priori de la tâche adaptée de la typologie des erreurs de Grivard et Léonard (1981)

Comme le montre le graphique suivant, la tâche de comparaison n'est pas mieux réussie à la suite des huit jours de rituel : trois élèves avant le rituel contre deux élèves après le rituel. Un des élèves ayant réussi avant le rituel, se trompe à la suite du rituel.

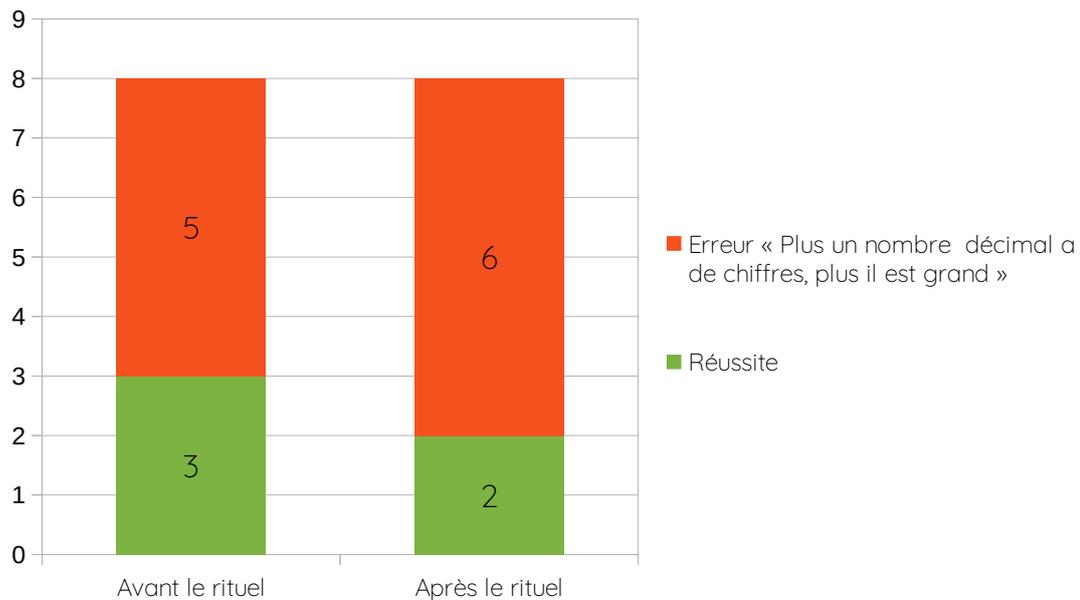


Figure : Nombre d'élèves en réussite et ayant commis une erreur à la tâche de comparaison

Ces résultats montrent que la plupart des élèves ne comprennent pas encore la valeur positionnelle des chiffres du nombre décimal. Le rituel n'a donc pas d'effet positif sur la compréhension du système de numération décimal et positionnel. Plusieurs explications, hypothèses peuvent être avancées quant à ce résultat :

- le rituel n'est pas un dispositif efficace pour améliorer la compréhension des élèves sur le nombre décimal et le système positionnel décimal.
- le nombre décimal a été réintroduit trop récemment, lors la deuxième semaine du rituel. Les élèves n'ont donc pas encore construit une compréhension du nombre décimal. Un temps plus important pourrait améliorer les performances.
- les élèves n'arrivent pas à transférer les connaissances sur le nombre décimal acquises lors du rituel à la tâche de comparaison. Ils ne font pas de lien entre ses deux tâches. Leurs connaissances autour du nombre décimal ne sont peut être pas encore assez automatisées.

3.2.2. Tâche de calcul en ligne

Deux calculs en ligne avec décimaux, une addition et une soustraction, ont été proposés aux élèves. Ces calculs devaient pouvoir mettre en évidence des conceptions erronées des décimaux.

Erreur possible	Conception de l'élève
« $3,07 + 71,4 = 74,11$ »	L'élève considère le nombre décimal comme deux entiers séparés par une virgule et additionne les parties entières et parties décimales indépendamment
« $3,07 + 71,4 = 1021$ » ou « $3,07 + 71,4 = 10,21$ » ou « $3,07 + 71,4 = 1,021$ »	L'élève additionne les nombres décimaux comme des entiers en commençant par le chiffre le plus à droite. Il place ou non la virgule.

Tableau : Analyse a priori des erreurs possibles des élèves

Le graphique ci-dessous répertorie les performances des élèves à cette tâche de calcul en ligne. Il y a peu de différences entre avant et après le rituel : deux élèves réussissent la tâche avant le rituel et trois après le rituel. Pour les élèves ayant commis des erreurs d'inattention, ces élèves ont réussi un calcul mais ont fait une addition au lieu de la soustraction demandée pour le second calcul. Ils additionnent correctement deux nombres décimaux. Cette erreur n'est donc pas due à un manque de compréhension de la signification de l'écriture chiffrée du nombre décimal.

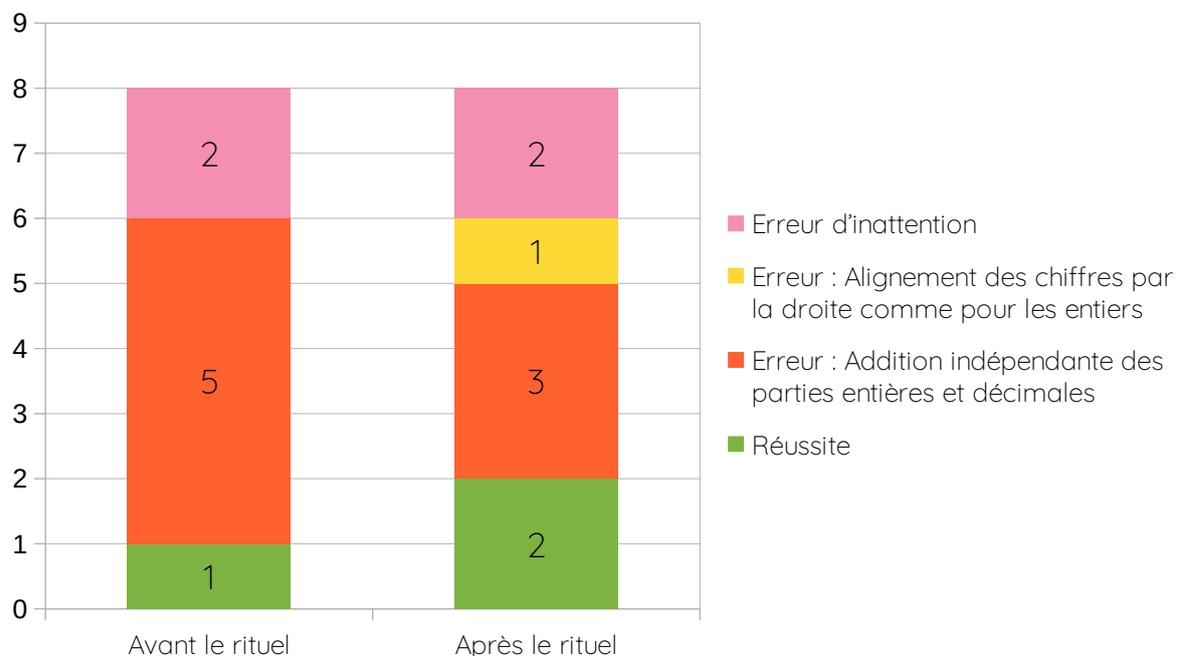


Figure : Nombre d'élèves en réussite et ayant commis une erreur à la tâche de calcul en ligne

Le rituel semble avoir peu d'influence sur les performances des élèves et sur la compréhension de l'écriture chiffrée du nombre décimal. Pour expliquer cela, différentes hypothèses peuvent être avancées. Elles sont les mêmes que pour la tâche de comparaison :

- le rituel n'est pas une modalité adaptée ou pertinente
- les élèves n'ont pas encore eu le temps de bien construire la compréhension du nombre décimal et de sa symbolique lors du rituel. Le nombre décimal a été introduit lors de la deuxième semaine de rituel.
- les élèves n'arrivent pas à transférer leurs connaissances dans un contexte autre.

3.2.3. Résolution de problème

Deux problèmes très similaires ont été donnés aux élèves, un avant et un autre après la mise en place du rituel. Ces problèmes nécessitent de passer d'une écriture fractionnaire à une écriture décimale, et inversement. L'objet du rituel est justement de faire le lien entre différentes représentations du nombre décimal. Il s'agissait ici de voir si les élèves étaient capables de réaliser cette tâche mais dans le contexte de la résolution de problème.

Tous les élèves ayant proposé une résolution ont compris qu'il s'agissait d'un problème additif, et ce même avant la mise en place du rituel. La difficulté qu'ont rencontrée les élèves se situait donc dans la manipulation des fractions et des nombres décimaux : passer d'une représentation à l'autre et additionner des nombres décimaux ou des fractions décimales.

Le tableau suivant donne des exemples de productions d'élèves et classifie leur type d'erreur. Dans le problème, il fallait additionner $3/10$ avec $15/100$ et $0,4$.

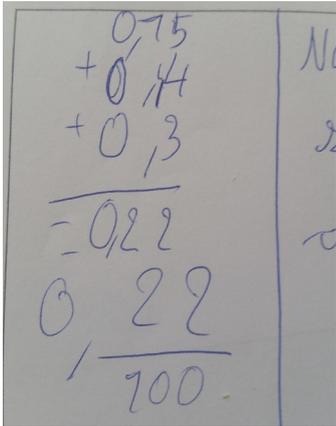
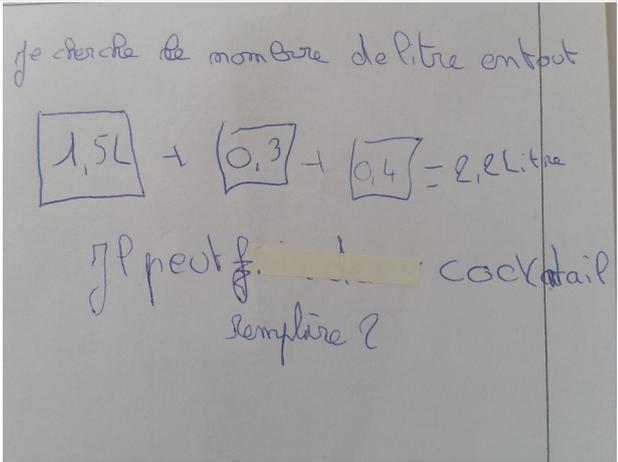
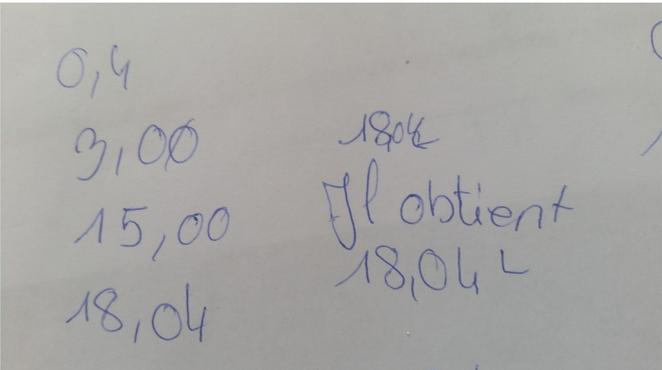
<p>Passage de l'écriture fractionnaire à l'écriture décimale correct mais erreur(s) de calcul</p>	
<p>Erreurs de conversion entre fraction et nombre décimal</p>	 <p style="text-align: center;">15/100 est transformé erronément en 1,5</p>
<p>Addition de numérateurs et accollement du nombre décimal</p>	

Tableau : Exemples de productions d'élève

Le tableau suivant regroupe les performances des élèves et les types d'erreurs qu'ils ont pu réaliser avant et après le rituel.

	Avant le rituel	Après le rituel
Réponse correcte	0	2
Passage de l'écriture fractionnaire à l'écriture décimale correct mais erreurs de calculs	0	2
Erreurs de conversion entre fraction et nombre décimal	4	2
Addition de numérateurs et accollement	2	2
Absence de réponse	2	0

Tableau : Nombre d'élèves en réussite et ayant commis une erreur à la résolution de problème

Suite au rituel on note des améliorations dans les performances des élèves, et ce pour plusieurs raisons :

- avant la mise en place du rituel, aucun élève n'avait réussi à résoudre le problème. Ils sont deux après la mise en place du rituel.
- suite au rituel quatre élèves sont capables de passer correctement de fractions décimales à des nombres décimaux ou inversement. Sur ces quatre élèves, deux arrivent au résultat escompté, et deux font des erreurs de calcul. L'une de ses erreurs de calculs est toutefois due à un mauvais alignement des nombres décimaux lors d'une addition posée, ce qui témoigne d'une certaine mécompréhension de la numération positionnelle.
- Certaines erreurs importantes (« $45/110 = 45,110$ » ou encore « $125/100 + 0,6 = 125/100,6$ ») ne se retrouvent plus après la mise en place du rituel.

Pour autant, les erreurs de passage de la fraction décimale au nombre décimal subsistent après la mise en place du rituel. Par ailleurs, certains élèves ne savent pas additionner des fractions décimales entre elles, alors qu'ils savent décomposer une fraction décimale en une somme de fractions décimales lors du rituel. Ils additionnent les numérateurs entre eux. Par exemple, additionner $3/10$ avec $15/100$ et $0,4$ revient pour eux à additionner 3 avec 15 et à accoler une virgule et 04 ce qui leur donne 18,04.

On note ainsi une amélioration à la suite du rituel, mais cela reste toutefois à relativiser. Certains élèves sont capables de remobiliser leurs connaissances et compétences, acquises lors du rituel, dans une tâche de résolution de problème. Par contre, si certains élèves sont capables de passer de la fraction décimale au nombre décimal (ou inversement) lors du rituel, ils ne semblent pas être capable de transférer leurs aptitudes dans le contexte de la résolution de problème. On peut ainsi proposer deux explications à ce résultat :

- le rituel de numération ne construit pas des automatismes assez ancrés pour qu'ils soient directement utilisables dans une tâche plus complexe qu'est la résolution de problème.
- le rituel de numération à lui seul ne peut être suffisant . Comme le document d'accompagnement du cycle 4 le précise, les questions flash ou rituels, doivent être inscrit dans une démarche d'enseignement plus globale. Ainsi, il est important de réinvestir les compétences acquises dans le rituel à d'autres contextes et notamment à la résolution de problèmes.

Le rituel de numération ne semble pas améliorer les performances de calcul en ligne et de comparaison de nombres décimaux. Pour ce qui est de la résolution de problème, une amélioration est visible, quoique relative. Les nombres décimaux ont été introduits lors de la deuxième semaine du rituel qui a duré deux semaines. De ce fait, la semaine de rituel avec les nombres décimaux était peut être un temps trop court pour que les élèves comprennent la symbolique de l'écriture du nombre décimal. Le rituel n'est donc pas, dans les conditions de sa mise en place, efficace pour construire des automatismes autour du nombre décimal transférables à d'autres tâches . L'hypothèse H2 ne peut donc être validée à la suite de l'expérimentation.

Conclusion

Ce travail de recherche avait pour objectif de répondre à la problématique suivante : *dans quelle mesure un rituel de numération, s'appuyant sur les recommandations des didacticiens, est-il efficace pour l'enseignement des fractions et des nombres décimaux ?*

Les deux hypothèses émises étaient alors les suivantes :

- H1 : Un rituel de numération, faisant travailler différentes écritures et représentations du nombre décimal, permettrait une meilleure compréhension des fractions et des nombres décimaux.

- H2 : Un rituel de numération permettrait développer des automatismes, quant aux différentes écritures des fractions et des nombres décimaux, qui seraient utiles dans d'autres tâches de numération.

Le rituel, par sa régularité aussi bien temporelle que dans son déroulement, semblait être un dispositif d'enseignement de la numération à même de développer des automatismes. La conception et le déroulement de ce rituel ont été pensés de manière à suivre les recommandations institutionnelles et celles des didacticiens. Ces recommandations mettent notamment l'accent sur le fait de mettre en relation diverses représentations du nombre décimal, faisant appel à divers registres. La construction du nombre décimal doit se faire à partir des fractions décimales, d'où l'intérêt de proposer un rituel qui les met en lien. Les principes décimaux et positionnels sont aussi mis en avant par les diverses décompositions et écritures possibles du nombre. Ces deux principes sont nécessaires pour comprendre le symbolisme de l'écriture chiffrée du nombre décimal.

Au cours du rituel, la quantité et la diversité de représentations des fractions et des nombres décimaux produites par les élèves a augmenté. La totalité de la classe, hormis deux ou trois élèves, a progressé. Les élèves sont donc capables de mettre en lien diverses représentations du nombre décimal. L'hypothèse H1 sur une amélioration de la compréhension des fractions et nombres décimaux semble être validée. Il faut toutefois nuancer avec les résultats des élèves dans les tâches décontextualisées du rituel.

Pour évaluer la pertinence du rituel, il semblait intéressant de comparer les performances des élèves, avant et après le rituel, dans un contexte autre que le rituel. Ainsi, les élèves de CM2, ayant déjà des connaissances sur le nombre décimal, ont réalisé des tâches de comparaison et de calcul en ligne de décimaux ainsi que la résolution d'un problème. Ce

problème nécessitait de passer de fractions décimales à des nombres décimaux ou inversement et donc de convoquer diverses représentations du nombre décimal, ce qui était justement l'objet du rituel. La tâche de comparaison permettait d'évaluer notamment si les élèves prenaient en compte la valeur positionnelle des chiffres du nombre décimal. Le rituel ne semble avoir aucun effet positif dans la réussite à ces tâches de comparaison et de calcul en ligne de nombres décimaux. Quant à la résolution de problème, une légère amélioration est visible.

Ainsi l'hypothèse 2, selon laquelle le rituel crée des automatismes utilisables dans d'autres tâches est invalidée. L'hypothèse H1 portant sur le fait que le rituel améliore la compréhension des nombres décimaux, est en partie remise en cause par les performances des élèves à la tâche de comparaison. L'aspect positionnel de l'écriture chiffrée du nombre décimal n'est pas perçue par les élèves.

D'une part les élèves progressent dans le cadre du rituel, mais d'autre part les élèves ont des difficultés à utiliser les connaissances acquises lors du rituel dans des contextes différents. Quelques éléments d'explication pourraient être avancés quant aux résultats en demi-teinte :

- le temps d'expérimentation du rituel était trop court. Il s'est étalé sur huit jours et le nombre décimal a été introduit le cinquième jour. Peut-être un temps plus long aurait permis de meilleurs résultats dans les tâches de numération hors rituel.
- la verbalisation lors de la mise en commun ne portait peut-être pas assez sur la symbolique de l'écriture chiffrée du nombre. Les diverses représentations n'étaient peut-être pas assez mises en lien pour expliquer cette symbolique.
- les élèves produisaient peut-être des représentations de façon mimétique par rapport aux cartes mentales des jours précédents, sans en comprendre le sens.

Il est difficile de tirer une conclusion ferme et définitive sur l'efficacité du rituel avec les données acquises. Diverses conclusions peuvent être esquissées :

- soit le rituel est inefficace en tant que tel
- soit le rituel ne peut être efficace à lui seul et doit s'accompagner d'activités où les connaissances acquises sont utilisés dans d'autres contextes.
- soit le rituel est efficace mais il doit avoir lieu sur un temps plus long

Il semble toutefois plus probable de dire que le rituel est efficace dans une certaine mesure mais ne peut à lui seul permettre de construire une compréhension de la numération décimale. Le rituel développe certaines compétences mais pour que celles-ci soient disponibles et automatisées, il faut qu'elles soient utilisées dans divers contextes. Par ailleurs, c'est aussi le lien entre les diverses activités qui doit être permettre de développer la compréhension des nombres décimaux. Le travail mené dans le rituel pourrait être un support d'explication pour d'autres tâches.

Bibliographie

- **Articles et Ouvrages**

- ANSELMO B., ZUCHETTA H. (2018). *Construire les nouveaux nombres au cycle 3*, Canopé
- AMIGUES R., ZERBATO-POUDOU M.-T. (2000). *Comment l'enfant devient élève. Les apprentissages à l'école maternelle*, Retz.
- BRIAND, J. (2019). Manipuler en mathématiques...oui mais . *Au fil des maths*, 530
- BRUNER J. S. (1973). *The relevance of education*, New York, Norton.
- DESMET, L. (2012) L'apprentissage des nombres décimaux, des nombres rationnels représentés par le système décimal de position. Thèse de l'université catholique de louvain. belgique.
- EUSTACHE F., GUILLERY-GIRARD B. (2016). *La neuroéducation – la mémoire au cœur des apprentissages*, Odile-Jacob.
- Le nombre au cycle 3 Apprentissages numériques, (2012). CNDP-CRD
- GRISVARD, C. & LEONARD, F. (1981). Sur deux règles implicites utilisées dans la comparaison de nombres décimaux positifs . *Bulletin vert APMEP*, 327, 47-60.
- RODITI, E. (2008). La comparaison des nombres décimaux. Comprendre les difficultés, aider à les surmonter. dans *Le Bulletin Vert, Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP)*, 479-483
- TEMPIER, F. (2016). Composer et décomposer : un révélateur de la compréhension de la numération chez les élèves. *Grand N*, 98, 67-90.

- **Sources institutionnelles**

- Ministère de l'Éducation Nationale (2016). Mathématiques. Documents d'accompagnement des programmes de 2015. Calcul en ligne au cycle 3.
https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Nombres_et_calculs/00/2/RA_16_C3_MATH_calcul_ligne_c3_N.D_601002.pdf

- Ministère de l'Éducation Nationale (2016). Mathématiques. Documents d'accompagnement des programmes de 2015. Fractions et nombres décimaux au cycle 3.

https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Fractions_et_decimaux/60/1/

[RA16_C3_MATH_frac_dec_doc_maitre_V2_681601.pdf](https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Fractions_et_decimaux/60/1/RA16_C3_MATH_frac_dec_doc_maitre_V2_681601.pdf)

- Ministère de l'Éducation Nationale (2016). Mathématiques. Documents d'accompagnement des programmes de 2015. Types de tâches

https://cache.media.eduscol.education.fr/file/ressources_transversales/93/8/

[RA16_C4_MATH_types_de_taches_547938.pdf](https://cache.media.eduscol.education.fr/file/ressources_transversales/93/8/RA16_C4_MATH_types_de_taches_547938.pdf)

- Ministère de l'Éducation Nationale (2020). Programmes d'enseignement. BOEN spécial n°31 du 30 juillet 2020.

https://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?pid_bo=39771

Actes de colloques et conférences

- CHAMBRIS, C. (2017) « Questions sur l'enseignement des nombres, notamment décimaux, au cycle 3 » Colloque Mathématiques en cycle 3., Poitiers 2017

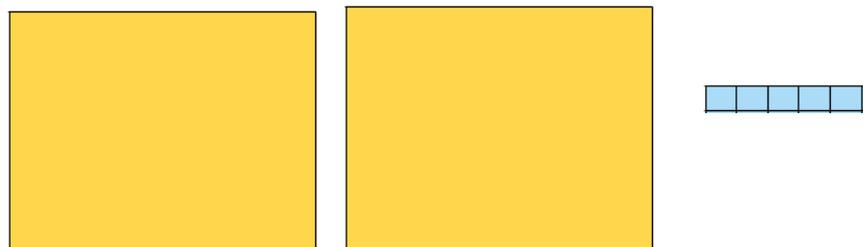
- COULANGE, L., TRAIN, G. (2018) Enseigner les nombres décimaux et les fractions – Transitions (ou ruptures?) Primaire-Secondaire , Espace Mathématique Francophone, Paris, pp. 1490-1499

- DIVISIA A, MASTROT G, (2018) Quelles modalités pour construire un rituel de numération efficace au cycle 2 ?, Actes de la COPIRELEM - Blois 2018, 514-529.

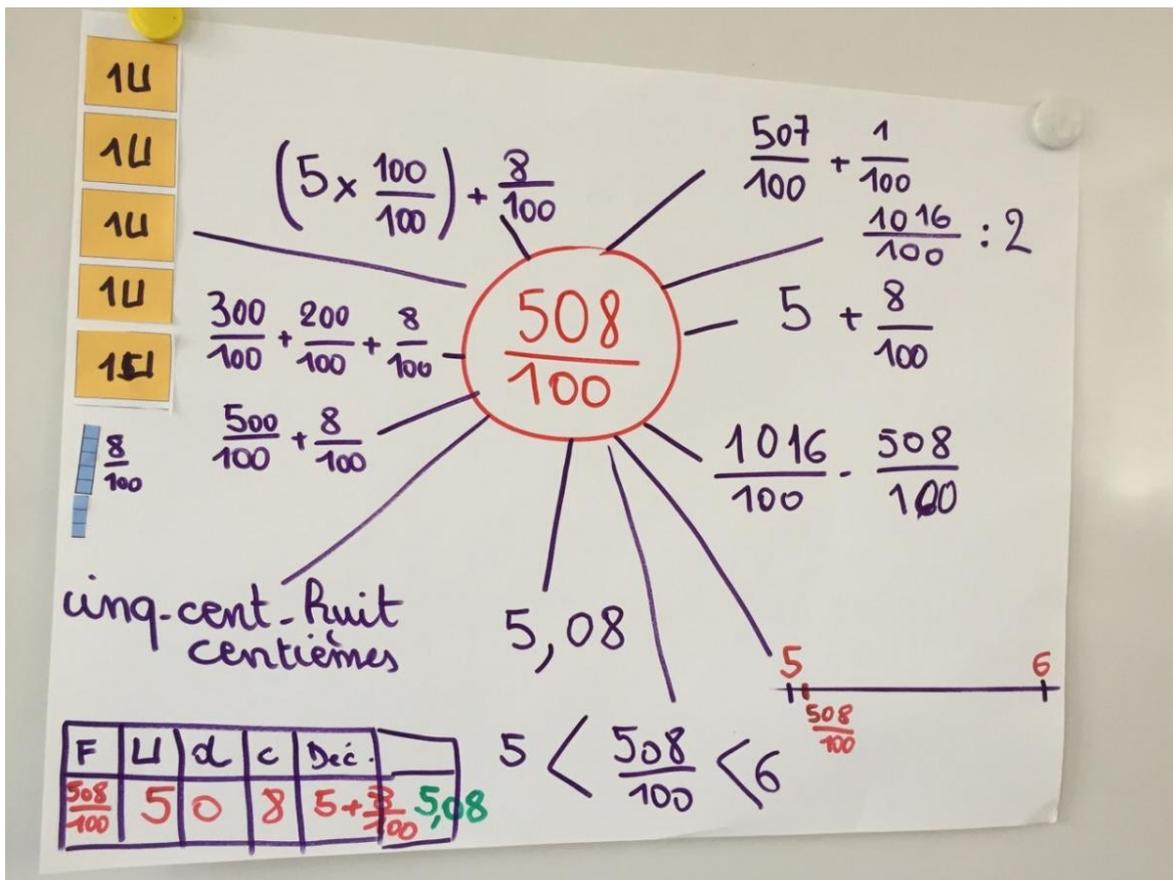
Annexes

Annexe 1 : Nombres donnés aux élèves au cours du rituel.

	Nombre du jour
Jour 1	$\frac{26}{10}$
Jour 2	$3 + \frac{6}{10} + \frac{9}{100}$
Jour 3	Représentation imagée de 2 unités et 5 centièmes
Jour 4	$\frac{508}{100}$
Jour 5	$\frac{21}{10} + \frac{8}{100}$
Jour 6	2,38
Jour 7	Représentation imagée de 3 unités et 5 centièmes
Jour 8	4,07



Annexe 2 : Exemple de carte mentale issue de la mise en commun



Annexe 3 : Tâche de comparaison, de calcul en ligne et de résolutions de problèmes avec des décimaux avant la mise en place du rituel

Exercice 1 – Range les nombres dans l'ordre croissant (du plus petit au plus grand)

17,3 17,12 17,72 17,07 17,5

< < < <

Exercice 2 – Calcule en ligne

$$7,05 + 12,4 =$$

$$22,48 - 10,3 =$$

Exercice 3 – Résous le problème suivant

Mona veut faire une citronnade. Pour ce faire, elle suit la recette suivante :

0,6 L d'eau pétillante

$\frac{1}{10}$ L de sirop de menthe

$\frac{25}{100}$ L de jus de citron

Mona mélange les liquides selon les quantités de la recette. Obtient-elle un litre de citronnade ?

Annexe 4 : Tâche de comparaison, de calcul en ligne et de résolutions de problèmes avec des décimaux après la mise en place du rituel

Exercice 1 – Range les nombres dans l'ordre croissant (du plus petit au plus grand)

8,4 8,21 8,95 8,06 8,7

	<		<		<		<	
--	---	--	---	--	---	--	---	--

Exercice 2 – Calcule en ligne

$$3,07 + 71,4 =$$

$$36,74 - 16,3 =$$

Exercice 3 – Résous le problème suivant

Ayoub veut préparer un cocktail. Pour ce faire, il suit la recette suivante :

0,4 L de jus d'orange

$\frac{3}{10}$ L de jus d'ananas

$\frac{15}{100}$ L de sirop de grenadine

Ayoub mélange les liquides selon les quantités de la recette. Obtient-il un litre de cocktail?

Annexe 5 : Outil récapitulatif donné à la fin de la mise en commun du jour 6

