



**HAL**  
open science

## La géométrie fractale

Suzon Gaborieau

► **To cite this version:**

| Suzon Gaborieau. La géométrie fractale. Linguistique. 2022. dumas-03842481

**HAL Id: dumas-03842481**

**<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-03842481>**

Submitted on 7 Nov 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

ESIT – Université Sorbonne Nouvelle

## **La géométrie fractale**

Suzon Gaborieau

Sous la direction de Madame Marie-Paule Chamayou

Mémoire de Master 2

Mention : traduction et interprétation

Parcours : traduction éditoriale, économique et technique  
chinois-français

Session de septembre 2022



« Demain, quelqu'un qui n'est pas familiarisé avec les fractales ne pourra être considéré comme  
scientifiquement instruit. »

John Archibald Wheeler

## Remerciements

Je souhaite tout d'abord remercier ma directrice de mémoire Mme Chamayou pour son accompagnement tout au long de la rédaction du présent mémoire, pour sa patience et ses précieuses corrections.

Je tiens également à remercier M. Saës d'avoir accepté de devenir mon spécialiste référent, d'avoir pris le temps de répondre à mes nombreuses questions d'ordre technique et terminologique et d'avoir corrigé la traduction du texte-support.

Un grand merci aussi à M. Nottale de m'avoir apporté des éléments de réponse importants à mes questions.

Je n'oublie pas Zhou Jian, Liu Jialiang, Wei Lan, ainsi que l'ensemble de mes amis et camarades chinois pour leurs corrections et précisions linguistiques.

Je remercie également mes proches pour leur soutien et en particulier ma mère pour la relecture, ainsi que ma sœur pour les réponses apportées à certaines questions sur des notions mathématiques.

Je porte l'entière responsabilité des éventuelles erreurs du présent mémoire.

# Table des matières

<b>EXPOSÉ</b> .....	6
<b>Introduction</b> .....	7
<b>I – Définition et propriétés des fractales</b> .....	8
1) L'autosimilarité .....	8
2) Géométrie euclidienne et dimension fractale .....	11
3) La rugosité .....	14
4) La lacunarité .....	14
<b>II – Les fractales dans la nature</b> .....	15
1) Des végétaux fractals.....	15
2) Des organes fractals dans le corps humain .....	16
3) Les L-Systèmes .....	18
<b>III – L'ensemble de Mandelbrot</b> .....	19
1) Les nombres complexes .....	19
2) Les suites .....	20
3) L'ensemble de Mandelbrot : construction et propriétés .....	21
4) Les ensembles de Julia .....	22
5) La théorie du chaos.....	24
<b>IV – Quelques applications concrètes de la géométrie fractale</b> .....	25
1) La longueur des côtes : comment mesurer l'infini ?.....	25
2) Prédire les risques financiers .....	26
3) Distinguer une œuvre d'art authentique d'une copie.....	27
4) La détection de l'ostéoporose .....	28
5) Les fractales lisses : d'autres découvertes à l'horizon.....	29
<b>Conclusion</b> .....	31
<b>TEXTE SOURCE ET SA TRADUCTION</b> .....	32
<b>STRATÉGIE DE TRADUCTION</b> .....	60
<b>I – Choix et présentation du texte support</b> .....	61
<b>II – Problèmes terminologiques</b> .....	62
1) 操作 <i>caozuo</i> .....	62
2) 层次 <i>cengci</i> .....	63
3) 始操作长度 <i>shi caozuo changdu</i> .....	64
4) 盒维数算法 <i>he weishu jisuanfa</i> .....	65
5) 妖魔曲线 <i>yaomo quxian</i> .....	66
<b>III – Respecter le <i>Skopos</i> : opter pour le correspondant ou vulgariser ?</b> .....	67

1) Les types de balances .....	67
2) Isotrope et anisotrope .....	69
3) Règle.....	69
<b>IV – Problèmes de phraséologie : s’exprimer comme un mathématicien.....</b>	<b>70</b>
1) Décrire les étapes de construction d’une figure et expliquer à quoi correspondent les inconnues d’une équation .....	70
2) Faire preuve de rigueur et de précision : quelques corrections apportées par mon spécialiste référent.....	71
<b>V – Traduire les spécificités de la langue chinoise.....</b>	<b>72</b>
1) Le chinois classique.....	72
2) La « concentration sémantique » et l’implicite.....	74
3) Les répétitions .....	76
4) L’emploi de la première personne du pluriel.....	77
<b>ANALYSE TERMINOLOGIQUE .....</b>	<b>79</b>
<b>I - Fiches terminologiques.....</b>	<b>80</b>
<b>Fiche n°1 chinois .....</b>	<b>81</b>
<b>Fiche n°1 français .....</b>	<b>82</b>
<b>Fiche n°2 chinois .....</b>	<b>83</b>
<b>Fiche n°2 français .....</b>	<b>84</b>
<b>Fiche n°3 chinois .....</b>	<b>85</b>
<b>Fiche n°3 français .....</b>	<b>86</b>
<b>Fiche n°4 chinois .....</b>	<b>87</b>
<b>Fiche n°4 français .....</b>	<b>88</b>
<b>Fiche n°5 chinois .....</b>	<b>89</b>
<b>Fiche n°5 français .....</b>	<b>90</b>
<b>II – Glossaire.....</b>	<b>91</b>
<b>III - Lexique chinois-français .....</b>	<b>103</b>
<b>IV - Lexique français-chinois .....</b>	<b>110</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE CRITIQUE ET SÉLECTIVE.....</b>	<b>116</b>
<b>Sources en français .....</b>	<b>117</b>
<b>Sources en chinois.....</b>	<b>127</b>
<b>Sources en anglais.....</b>	<b>129</b>
<b>INDEX .....</b>	<b>132</b>
<b>ANNEXES.....</b>	<b>136</b>

# EXPOSÉ

## **Avertissement au lecteur :**

Les termes faisant l'objet d'une fiche terminologique sont indiqués en caractères gras, sauf dans le titre des parties.

Les termes figurant dans le glossaire sont soulignés.

Les termes figurant dans le lexique sont suivis d'un astérisque.

Pour faciliter la lecture, seule la première occurrence pertinente de ces termes est indiquée.

## Introduction

Créé à partir du mot latin *fractus* signifiant « brisé », le terme « fractale » a été introduit par Benoît Mandelbrot (1924-2010) en 1975 lors de la sortie de son ouvrage intitulé *Les objets fractals*. Le « père des fractales », comme il sera surnommé, y décrit des objets géométriques « infiniment morcelés [...] qui présentent des irrégularités<sup>1</sup> à toutes les échelles » : les fractales. Ce polytechnicien passionné par l'aspect visuel des mathématiques et dont la découverte marquera un tournant dans le monde scientifique, donnera son nom à une célèbre fractale appelée « ensemble de Mandelbrot ». De l'Antiquité au XIX<sup>e</sup> siècle, de nombreux « **monstres mathématiques** » ou « Objets mathématiques non identifiés » (OMNI) étaient restées inexplicées. Benoît Mandelbrot établira un lien entre ces curiosités à partir de sa découverte des objets fractals. Le chercheur commencera alors à regarder la nature sous un angle nouveau et révolutionnaire, pas toujours bien accueilli par certains mathématiciens très attachés à la géométrie euclidienne, c'est-à-dire à la géométrie élémentaire classique décrivant notamment les

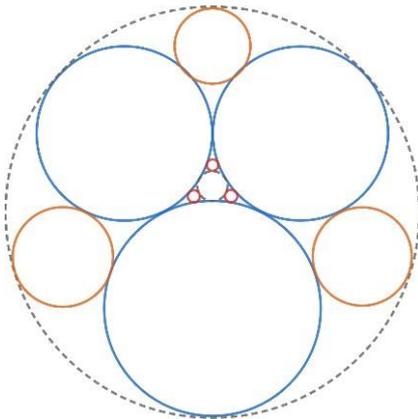


Figure 1 La Baderne d'Apollonius tracée sur le logiciel Géogébra

notions, de droite, de plan de longueur et de superficie, établie à partir des *Éléments*, traité écrit par le mathématicien grec Euclide au IV<sup>e</sup> siècle avant notre ère.

Les fractales sont observables dans la nature. La première fractale a ainsi été découverte au III<sup>e</sup> siècle avant notre ère ; il s'agissait de la baderne d'Apollonius\* (Figure 1). Depuis, la géométrie fractale n'a cessé de fasciner et peut désormais être modélisée grâce aux nombres complexes<sup>2</sup>.

Elle est aujourd'hui appliquée dans des domaines aussi divers que la médecine, la géographie urbaine, la finance, l'art, la météorologie, l'astronomie, la biologie ou encore la linguistique, et les spécialistes ne cessent de lui trouver de nouvelles applications.

À travers cet exposé, nous établirons tout d'abord la définition des fractales, puis en décrirons les propriétés, que nous illustrerons par quelques objets fractals connus. Puis, nous évoquerons la présence des fractales dans la nature. Ensuite, nous présenterons l'ensemble de Mandelbrot. Enfin, nous aborderons quelques applications concrètes de la géométrie fractale.

<sup>1</sup> Ces irrégularités sont similaires à chaque échelle, c'est-à-dire que, comme l'explique le mathématicien Adrien Douady une fractale est un objet régulier dont l'irrégularité est la même à toutes les échelles et en tous les points.

<sup>2</sup> Un nombre complexe est un nombre pouvant être représenté par une paire ordonnée de nombres réels et pouvant être exprimé sous la forme  $a + ib$  où  $a$  et  $b$  sont des nombres réels et  $i$  est un nombre imaginaire qui vérifie  $i^2 = -1$ . Cf. chapitre II – 1) Les nombres complexes

## I – Définition et propriétés des fractales

D'après Benoît Mandelbrot, il est difficile de donner une définition claire et précise des fractales. Néanmoins, à la fin de son ouvrage <sup>3</sup>, il écrit : « FRACTAL : Se dit d'une figure géométrique ou d'un objet naturel qui combine les caractéristiques que voici. A) Ses parties ont la même forme ou structure que le tout, à ceci près qu'elles sont à une échelle différente et peuvent être légèrement déformées. B) Sa forme est, soit extrêmement irrégulière, soit extrêmement interrompue ou fragmentée, quelle que soit l'échelle d'examen. C) Il contient des "éléments distinctifs" dont les échelles sont très variées et couvrent une très large gamme. » La géométrie euclidienne actuelle ne permet pas de décrire les objets fractals, trop irréguliers pour être décrits à l'aide d'objets euclidiens. La géométrie fractale résout ces problèmes. Intéressons-nous donc aux principales propriétés des fractales.

### 1) L'autosimilarité

La principale particularité des fractales réside dans leur **autosimilarité**. Un objet est dit autosimilaire lorsqu'il est identique à toutes les échelles ou que le tout est identique à une ou plusieurs parties de cet objet. Cependant, tous les objets fractals ne sont pas autosimilaires. L'autosimilarité peut être :

- stricte (ou déterministe) dans le cas des attracteurs de systèmes de fonctions itérées, c'est-à-dire le résultat de la répétition à l'infini d'une certaine opération mathématique ou géométrique (le tapis de Sierpinski, l'ensemble triadique de Cantor, la courbe de Van Koch que nous allons présenter) ;
- statistique (ou stochastique) dans le cas des objets naturels (la fougère, le flocon de neige, les paysages fractals...) dont l'autosimilarité n'est plus observable au-delà d'une certaine échelle ;
- mathématique dans le cas des fractales formées à partir de la relation entre les points d'un plan (l'ensemble de Mandelbrot que nous allons également évoquer).

Lorsque l'autosimilarité est stricte, on parle « d'invariance d'échelle » ou de « loi d'homothétie interne » ; dans ce cas, peu importe le facteur d'agrandissement utilisé, la figure sera toujours parfaitement autosimilaire localement et globalement. Les objets naturels, quant à eux, ne sont pas autosimilaires à toutes les échelles, mais seulement à l'échelle de l'observation humaine, c'est pour cette raison que l'on parle d'autosimilarité statistique.

---

<sup>3</sup> MANDELBROT Benoît, *Les objets fractals*, Champs Flammarion, Paris, 1995, p. 154.

Le tapis de Sierpinski est un exemple de fractale autosimilaire stricte. Waclav Sierpinski (1882-1969) était un mathématicien polonais. Il a pris un carré (l'initiateur) dont il a divisé l'intérieur en neuf autres carrés identiques puis a retiré le carré central (générateur). Il a répété l'opération à l'infini avec chaque carré obtenu. La représentation globale rappelle un tapis, d'où le nom de « tapis de Sierpinski ». On dit que le tapis de Sierpinski est l'attracteur de la famille de contractions (AFC) composée de ces huit carrés. Il y a quelques années, certains composants électroniques avaient la forme du tapis de Sierpinski : on le retrouvait notamment à l'intérieur de certains téléphones portables pour les GPS car son autosimilarité permettait de capter différentes fréquences (Figure 2).

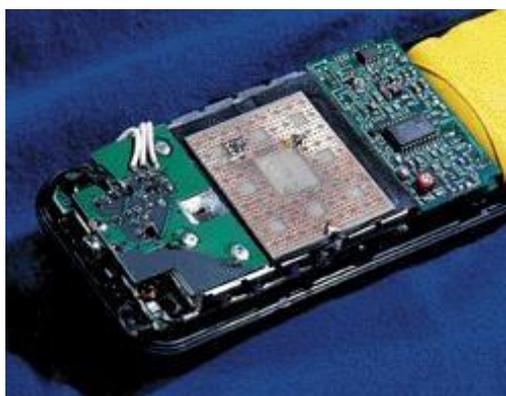


Figure 2 Un composant électronique en forme de tapis de Sierpinski, Blog enseignant des maths, « Le tapis de Sierpinski », disponible sur < <https://mathix.org/linux/archives/5295> >, consulté le 17/06/2022

Si l'on part d'un cube et non plus d'un carré pour visualiser le tapis de Sierpinski, on obtient alors l'éponge de Menger (Figure 3), du nom du mathématicien autrichien Karl Menger qui la décrit pour la première fois. L'éponge de Menger est constituée d'une infinité de trous de plus



Figure 3 L'éponge de Menger, Wikipédia, « Éponge de Menger », disponible sur < [https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89ponge\\_de\\_Menger](https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89ponge_de_Menger) >, consulté le 17/06/2022

en plus petits. En zoomant sur l'objet, on observe que toutes les parties du cube sont une copie du cube entier. Si l'on prend l'un des cubes de l'éponge de Menger, on s'aperçoit qu'il est semblable au cube tout entier. Autrement dit, si nous appelons A l'éponge de Menger et B l'un de ses cubes,  $B \in^4 A$ , et  $B=A$ . La figure est donc autosimilaire et est l'AFC de ces cubes 1/3 plus petits.

<sup>4</sup>  $B \in A$  pour « B appartient à A ».

Il en va de même du triangle de Sierpinski (Figure 4). Prenons un triangle équilatéral. Partageons ensuite l'intérieur de ce triangle équilatéral en quatre nouveaux triangles équilatéraux, puis retirons le triangle central. L'opération est répétée à l'infini dans les triangles. On observe que chaque petit triangle est une copie du grand triangle. Le triangle Sierpinski possède donc une autosimilarité stricte.

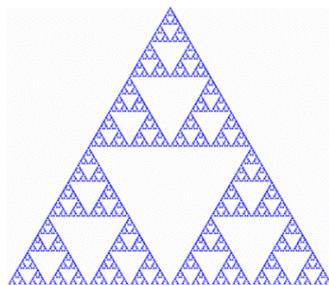


Figure 4 Le triangle de Sierpinski, « Triangle de Sierpinski », disponible sur < [https://stringfixer.com/fr/Sierpinski\\_triangle](https://stringfixer.com/fr/Sierpinski_triangle) >, consulté le 17/06/2022

Enfin, il nous semble important d'évoquer l'autosimilarité de l'ensemble triadique ou poussière de Cantor (Figure 5), découvert en 1883 par Georg Cantor, mathématicien allemand. Pour construire l'ensemble, il prend tout d'abord un segment délimité sur l'intervalle  $[0, 1]$  nommé  $C_0$  comme initiateur. Ensuite, il partage ce segment en trois segments égaux et retire le tiers central : il obtient alors 2 intervalles de longueur  $1/3$  soit le segment  $C_1$  tel que  $C_1 = [0/3, 1/3] \cup [2/3, 3/3] = [0, 1/3] \cup [2/3, 1]$ . Il redécoupe les deux segments obtenus en trois parties et réitère l'opération  $n$  fois. Au bout de  $n$  fois, les segments sont devenus aussi petits que des grains de poussière. L'ensemble triadique de Cantor est autosimilaire. En effet, si l'on zoomait dessus peu importe l'échelle, chaque « morceau » serait une reproduction du tout.

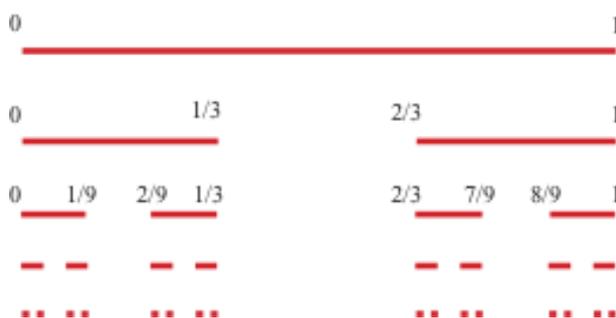


Figure 5 L'ensemble triadique de Cantor, Accromath, « Les fractales », disponible sur < <https://accromath.uqam.ca/2006/07/les-fractales/> >, consulté le 17/06/2022

<sup>5</sup> En mathématiques, « U » signifie « union », c'est-à-dire l'ensemble des éléments qui appartiennent aux deux segments.

## 2) Géométrie euclidienne et dimension fractale

Les objets géométriques que sont les fractales présentent une dimension spécifique : la **dimension fractale**. Dans son ouvrage *Les Objets fractals*, Benoît Mandelbrot définit la dimension fractale comme « un nombre qui quantifie le degré d'irrégularité et de fragmentation d'un ensemble géométrique ou d'un objet naturel et qui se réduit, dans le cas des objets de la géométrie usuelle d'Euclide, à leurs dimensions usuelles ». Il existe plusieurs dimensions fractales (dimension de Hausdorff, dimension de Minkowski, ...), c'est pourquoi il est très important d'indiquer systématiquement de laquelle nous parlons. Nous nous intéresserons ici à la dimension de Hausdorff et à la dimension topologique. En géométrie euclidienne, enseignée à l'école, la dimension des figures (le nombre de composantes nécessaires pour décrire une figure) est exprimée par un nombre entier :

- un point est de dimension 0 ;
- une ligne, une droite, ou une « courbe standard »<sup>6</sup> est de dimension 1 ;
- une surface ou un plan est de dimension 2 ;
- un volume est de dimension 3.

En géométrie fractale, la dimension des figures peut ne pas être un nombre entier mais une fraction voire un nombre irrationnel\* (un nombre réel qui ne peut pas s'écrire sous la forme d'un rapport  $\frac{a}{b}$  où  $a$  et  $b$  sont des nombres entiers et  $b \neq 0$ )<sup>7</sup>.

Certaines fractales, telle la courbe de Peano, ont la particularité de posséder une aire finie (le « motif ») mais un périmètre infini (ce motif se reproduit à l'infini). Comme nous venons de le préciser, en géométrie euclidienne, un point est de dimension 0 et une droite est de dimension 1. C'est pourquoi une droite ne peut pas remplir tout l'espace, qui lui est de dimension 2. En 1890, le mathématicien Giuseppe Peano a démontré le contraire : il existerait des courbes coloriant tous les points d'un carré (Figure 6). Ces courbes sont appelées « courbes de Peano » ou « courbes de remplissage » :

- 1- on part d'un « motif 0 » en forme de « S » renversé ;
- 2- on imagine un quadrillage de neuf cases et on copie le motif dans chaque case ;
- 3- on retourne un « S » sur deux en miroir ;

---

<sup>6</sup> Pour reprendre l'expression de Benoît Mandelbrot.

<sup>7</sup> Scolab, lexique des mathématiques, <<https://lexique.netmath.ca/nombre-irrationnel/>>, consulté le 15/05/2022

4- on relie tous les « S » obtenus à certains endroits précis du quadrillage : on obtient ainsi le motif 1 que l'on recopie à son tour dans chaque case et on réitère les opérations 3 et 4. On obtient alors le motif 2. En continuant à l'infini, on observe que notre carré se remplit de plus en plus. On n'obtient plus une ligne mais une surface. Bien que formée d'une ligne, cette courbe est de dimension 2.

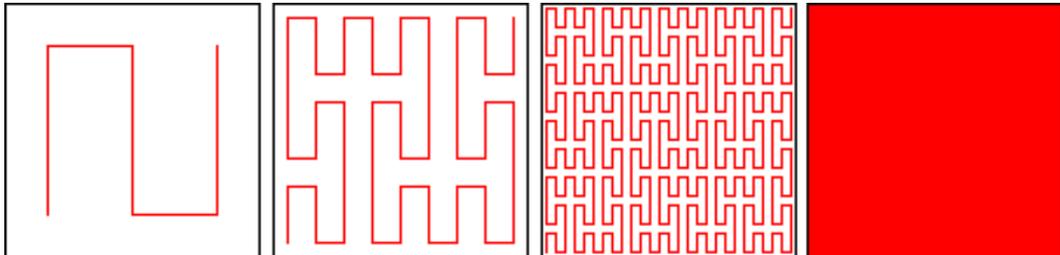


Figure 6 La courbe de Peano, « La nuit des courbes monstres », Canalblog, disponible sur < <http://eljjdx.canalblog.com/archives/2009/07/04/14274036.html>, consulté le 17/06/2022

D'autres fractales ont une dimension située entre 1 et 2. Plus elle se rapproche de 2, plus la figure remplit la surface.

Comment calculer la dimension de Hausdorff d'une fractale autosimilaire ?

Pour répondre à cette question, intéressons-nous d'abord à la fonction logarithme. En mathématiques, la fonction logarithme (notée « log » ou « ln » selon les spécialistes<sup>8</sup>) permet d'extraire la puissance d'un nombre, c'est-à-dire de trouver à quelle puissance (que nous noterons ici D) un nombre  $x$  doit être élevé pour être égal à un nombre  $y$ , le tout généralement en base 10, ce qui revient à écrire  $y = x^D$ . Par exemple :  $\log_{10}(100) = \log(10^2) = 2$ , soit  $100 = 10^2$ .

Calculer la dimension de Hausdorff d'une fractale revient à écrire la formule suivante :

$$\text{Nombre de petites copies} = (\text{facteur d'homothétie})^{\text{Dimension } d^{\text{autosimilarité } D}}$$

Les « petites copies » correspondent aux copies de la figure fractale entière que l'on retrouve sur celle-ci à plus petite échelle. Le facteur d'homothétie correspond au nombre par lequel il faudrait multiplier la longueur d'une « petite copie » pour obtenir la longueur de la figure entière.

Cependant, il nous faut calculer D. Il est donc nécessaire d'inverser la formule pour isoler l'inconnue D :

$$\text{Nombre de petites copies} = (\text{facteur d'homothétie})^{\text{Dimension } d^{\text{autosimilarité } D}}$$

<sup>8</sup> La fonction logarithme décimal (log) utilise un nombre comme base alors que la fonction logarithme népérien (ln) est basée sur la fonction exponentielle. Un lien existe tout de même entre les deux : lorsque  $x$  est strictement positif, le logarithme décimal de  $x$  correspond au logarithme décimal de  $x$  divisé par le logarithme népérien de 10.

$$\Leftrightarrow \log(\text{nombre de petites copies}) = \log(\text{facteur d'homothétie}^D)$$

$$\Leftrightarrow \log(\text{nombre de petites copies}) = D \times \log(\text{facteur d'homothétie})$$

On obtient ainsi la formule suivante :

$$D = \frac{\log(\text{nombre de petites copies})}{\log(\text{facteur d'homothétie})}$$

À titre d'exemple, calculons la dimension fractale du tapis de Sierpinski.

Lorsque l'on trace un tapis de Sierpinski, en retirant le carré central, on obtient huit carrés qui sont les « copies miniatures » de la figure entière et il faut multiplier par trois le côté de l'une de ces « petites copies » pour obtenir le côté du carré entier. Sa dimension de Hausdorff est donc :

$$D = \frac{\log(8)}{\log(3)} \approx 1,89 \approx 1,9$$

Lorsque la dimension de Hausdorff s'applique à des figures fractales « simples », nous pouvons parler de « dimension d'autosimilarité » ou de « dimension fractale ».

Comme nous allons le voir ci-dessous, les fractales sont « rugueuses » et leur dimension fractale mesure en fait leur niveau de rugosité<sup>9</sup> et la manière dont elles remplissent l'espace.

Qu'est-ce que la dimension topologique ?

Contrairement à la dimension de Hausdorff ou dimension fractale, la dimension topologique, aussi appelée dimension de recouvrement de Lebesgue, est toujours entière. Ce concept, proche de la définition euclidienne, peut se définir par récurrence : sachant que le vide est de dimension -1, si l'on retire une partie de dimension  $n$  à un objet « déconnecté » (discontinu), alors cet objet est de dimension  $n+1$ .

- Ainsi, un ensemble de points « libres » possède une dimension topologique égale à 0 car il est discontinu, c'est-à-dire qu'il contient déjà du vide (en utilisant la formule de raisonnement par récurrence  $n+1$  on obtient  $-1+1=0$ )
- Une droite est de dimension 1 car si on lui retire un point, on obtient alors deux demi-droites déconnectées. Il en va de même pour les cercles et les courbes ( $0+1=1$  car pour la déconnecter, on lui retire un point de dimension 0)
- Pour « déconnecter » un plan, il faut lui enlever une droite de dimension topologique égale à 1 ( $1+1=2$ ).

<sup>9</sup> Cf I - 3) La rugosité : de l'ordre dans le chaos.

Si la dimension fractale (nous avons ici parlé de la dimension de Hausdorff ou dimension d'autosimilarité) d'un objet est supérieure à sa dimension topologique, alors cet objet est fractal.

### 3) La rugosité

Mandelbrot définit les fractales comme des objets « infiniment morcelés » ou rugueux, c'est-à-dire qu'ils ne sont pas lisses. Prenons l'exemple d'un cercle en géométrie euclidienne. Si l'on prend un point au hasard sur ce cercle et que l'on zoome dessus, on finit par observer une simple ligne droite lisse, ce qui n'est pas le cas des fractales. En zoomant sur ces dernières, on verra toujours apparaître des détails, par exemple sur la courbe de Van Koch (Figure 7). Helge Van Koch est un mathématicien suédois. Il donnera son nom à sa découverte : la « courbe de Van Koch ». On trace un segment (l'initiateur). On remplace le tiers central de ce segment par deux segments de la même longueur que le tiers enlevé (générateur). Puis on réitère l'opération sur chacun des côtés obtenus et on recommence l'opération à l'infini. À chaque étape de construction, on enlève un tiers mais on rajoute deux tiers ; la courbe augmente donc d'un tiers, soit 33 %. Or sa construction comprend un nombre infini d'étapes. Sa longueur est donc infinie bien qu'elle soit représentable sur une surface finie. Surtout, quel que soit l'endroit de la courbe sur lequel on zoome, on retrouve toujours des détails : le même motif se répète à l'infini. La courbe de Van Koch est donc rugueuse. La dimension fractale d'un objet détermine son niveau de rugosité.

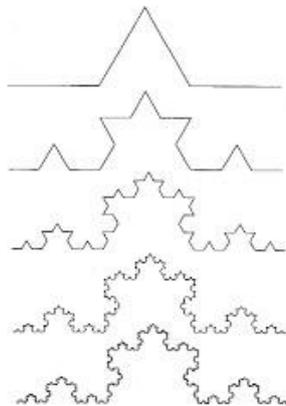


Figure 7 La courbe de van Koch, « La notion de fractale en anthropologie », ethnographiques.org, disponible sur < <https://www.ethnographiques.org/2014/Dehouve> >, consulté le 17/06/2022

### 4) La lacunarité

Si la dimension fractale rend compte du déploiement d'un objet dans l'espace, elle ne tient pas compte de la distribution de ses composants dans cet espace. En étudiant la distribution des galaxies dans l'Univers, Benoît Mandelbrot découvre alors une nouvelle caractéristique des

fractales : « il ne peut y avoir de fractales sans grands vides »<sup>10</sup>. Il nomme cette caractéristique la « lacunarité » (du latin *lacuna* signifiant « trou »). La lacunarité définit la distribution des trous dans un objet à une échelle donnée. Plus la lacunarité d'un objet est faible, plus il est homogène. Un objet hétérogène à une certaine échelle peut apparaître homogène à une plus grande échelle. La lacunarité  $L(r)$  dépend donc de l'échelle d'analyse. Elle correspond au rapport entre la variance<sup>11</sup>  $var(r)$  et le carré de la moyenne  $\bar{x}$  du nombre de trous ( $r$ ) :  $L(r) = \frac{var(r)}{\bar{x}^2(r)}$ .

En résumé, les fractales sont donc autosimilaires, peuvent posséder une dimension non entière, leur dimension fractale est supérieure à leur dimension topologique, elles sont rugueuses et lacunaires.

## II – Les fractales dans la nature

Mandelbrot est le premier à s'être aperçu que les particularités de ces objets mathématiques sont également observables partout dans la nature. En effet, la nature est irrégulière et ne peut être décrite par la géométrie euclidienne. Certains objets naturels possèdent ainsi une autosimilarité statistique.

### 1) Des végétaux fractals

La fougère est certainement l'exemple le plus utilisé lorsque l'on parle de fractales « naturelles ». En effet, sa structure est telle que chaque feuille est une réplique de la plante toute entière. Autrement dit, ses frondes sont des répliques miniatures de l'ensemble qui se ramifient à leur tour. Cependant, cette répétition s'arrête au niveau atomique. Il est possible de modéliser la fougère sur informatique à partir d'itérations mathématiques : la figure obtenue se nomme fougère de Barnsley\* (Figure 8), du nom du mathématicien l'ayant décrite dans son ouvrage *Fractals Everywhere*.

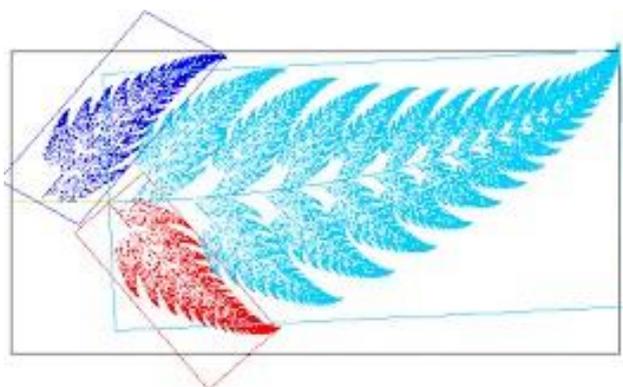


Figure 8 La fougère de Barnsley, « L'ensemble de Mandelbrot », Images des mathématiques CNRS, disponible sur < <http://images.math.cnrs.fr/L-ensemble-de-Mandelbrot.html> >, consulté le 17/06/2022

<sup>10</sup> MANDELBROT Benoît, *Les objets fractals : forme hasard et dimension*, Flammarion, 1995, p. 132.

<sup>11</sup> En statistiques, la variance permet de mesurer la dispersion d'un échantillon.

Variété ancienne de chou-fleur aussi appelé « chou brocoli », le chou romanesco (*Brassica oleracea*) possède une particularité mathématique étonnante. De même que la fougère, chaque partie du chou est semblable au chou tout entier. A l'œil nu, on observe qu'il est composé de cônes juxtaposés de manière à former des spirales formant elles-mêmes des volutes. Sa structure inhabituelle s'explique par des mutations dues à sa domestication.

## 2) Des organes fractals dans le corps humain

Les fractales sont également présentes à différents endroits du corps humain dont voici quelques exemples.

Edward Wiebel, un biologiste suisse a mis en évidence la structure fractale des poumons humains grâce à ses calculs permettant d'obtenir le débit des échanges gazeux. En effet, les poumons humains sont constitués des bronches\*, qui se séparent en bronchioles\*, au bout desquelles se trouvent entre 200 et 750 millions d'alvéoles\*, suivant les individus. Sachant que la surface moyenne d'échange entre l'air et le sang dans un alvéole est de 0,125 mm<sup>2</sup>, d'après les calculs suivants :

$$2 \times 200\,000\,000 \times 0,125 = 50\,000\,000 \text{ mm}^2 \text{ soit } 50 \text{ m}^2$$

$$2 \times 750\,000\,000 \times 0,125 = 75\,000\,000 \text{ mm}^2 \text{ soit } 75 \text{ m}^2$$

La surface totale des alvéoles dans le corps humain est donc comprise entre 50 et 75 m<sup>2</sup> !

Il en va de même pour le réseau sanguin : les artères reliées au cœur se divisent en veines, vaisseaux, capillaires, si bien que si l'on déroulait l'ensemble du réseau sanguin d'un individu, il ferait deux fois le tour de la terre ! Mais comment ce réseau entre-t-il dans le corps humain ? Grâce à la structure fractale d'un système qui possède un volume fini mais une surface tendant vers l'infini et des répliques emboîtées les unes dans les autres. Semblable à celle des vaisseaux sanguins, la structure de certaines rivières peut aussi s'apparenter à une fractale comme le montre

la figure 9, photographie prise par Thomas Pesquet depuis la Station spatiale internationale en 2021.



Figure 9 Le fleuve Betsiboka (Madagascar) vu de l'ISS - Photo prise par Thomas Pesquet le 5 juin 2021, disponible sur < <https://www.facebook.com/photo.php?fbid=343550000476305&set=pb.100044639220121.-2207520000..&type=3> >, consulté le 17/06/2022

L'intestin grêle\* possède aussi des caractéristiques fractales (Figure 10) : on y observe des villosités\* à toutes les échelles y compris à l'échelle cellulaire. Les villosités sont des plis présents sur un type de cellules appelées entérocytes au niveau de la muqueuse mesurant environ 1 mm ; elles recouvrent les valvules conniventes\*, qui sont des plis mesurant de 1 à 2 cm de hauteur, et sont elles-mêmes recouvertes de la bordure en brosse\* constituée de microvillosités\*. Ces propriétés fractales permettent une augmentation de la surface de contact avec les aliments et donc une meilleure absorption des nutriments dans le sang. Chez l'homme, l'intestin grêle mesure en moyenne 6 mètres de long pour une surface totale d'environ 250 m<sup>2</sup> !

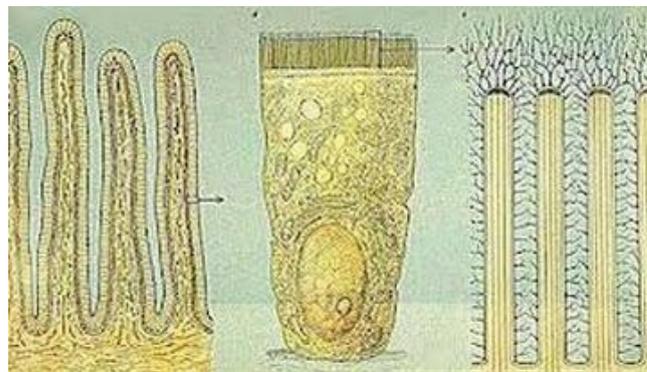


Figure 10 La structure de l'intestin grêle chez l'être humain, disponible sur < <https://lesfractales.weebly.com/corps-humain.html> >, consulté le 17/06/2022

Tout est donc une histoire d'optimisation. Une fractale ayant une dimension entre 1 et 2 possède un périmètre infini ( $D = 1$ ) et une surface finie ( $D = 2$ ), et une fractale ayant une dimension entre 2 et 3 possède une surface infinie ( $D = 2$ ) et un volume fini ( $D = 3$ ). Or la plupart des êtres vivants sont de dimension 3 et possèdent donc un volume fini et une surface s'approchant de l'infini, ce qui optimise les surfaces d'échange :

- entre les racines des végétaux et le sol afin de puiser les minéraux dont ils ont besoin pour survivre ;
- entre les feuilles des végétaux et l'air pour la respiration et la photosynthèse ;
- pour décupler les échanges gazeux dans les poumons ;
- entre les aliments situés dans l'intestin grêle et le sang pour faciliter l'absorption des nutriments.

La présence de fractales dans la nature a confirmé l'importance de ces objets et convaincu la communauté scientifique, jusqu'alors sceptique.

### 3) Les L-Systemes

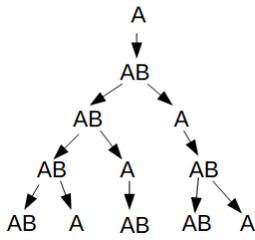
La nature regorge donc de fractales, et nous avons ici évoqué les végétaux et le corps humain. Par ailleurs, les fractales, notamment végétales sont modélisables grâce aux L-systèmes mis au point en 1968 par le biologiste hongrois Aristid Lindenmayer. Celui-ci s'était posé la question suivante : peut-on décrire simplement la nature dont la complexité est infinie ? Cette question l'a amené à mettre au point, en 1968, les L-systèmes ou systèmes de Lindenmayer, qui désignent des systèmes d'écriture algorithmique permettant de modéliser des processus de croissance et la prolifération de végétaux et de bactéries. Ce sont des formalismes qui décrivent le développement des plantes avec un « mot » initial et des règles de remplacement. Il s'agit d'un type de système de fonctions itérées (IFS).<sup>12</sup> Pour comprendre de quoi il s'agit, prenons pour exemple les lettres A et B auxquelles nous attribuons les « règles » suivantes :

- A devient AB
- B devient A

Prenons A comme point de départ (ou axiome\*) et appliquons ces règles.

---

<sup>12</sup> L'IFS désigne la fonction ou l'opération (la contraction) répétée sur un objet et par laquelle celui-ci devient strictement autosimilaire et donc fractal (un attracteur d'une famille de contraction, évoquée plus haut).



Remplaçons maintenant les A par des branches et les B par des feuilles : nous venons de créer un arbre. Encore plus étonnant : le nombre de lettres d'une ligne est égal à la somme des lettres des deux lignes précédentes (1 ; 2 ; 1+2=3 ; 2+3=5 ; 3+5=8...) soit à un nombre de la suite de Fibonacci !

Le rapport entre deux termes successifs de la suite de Fibonacci tend vers le nombre d'or\*  $\varphi=1+\sqrt{5}/2\approx 1,618$ , que l'on retrouve également dans la nature (nombre de spirales d'une pomme de pin, des tournesols, du chou romanesco...). Les L-systèmes permettent donc de modéliser des végétaux fractals comme par exemple la fougère mais aussi des courbes fractales comme la courbe de von Koch. Ces modélisations réalistes de la croissance des organismes multicellulaires, et en particulier des végétaux, sont utilisées notamment en biologie, et en infographie où elles améliorent le graphisme des végétaux et des forêts.

### III – L'ensemble de Mandelbrot

L'ensemble de Mandelbrot est une fractale qui avait été précédemment découverte par le mathématicien Gaston Julia lorsqu'il travaillait sur les itérations (la répétition d'une opération mathématique à l'infini) dans les années 1910. Employé chez IBM, Benoît Mandelbrot sera cependant le premier à la modéliser grâce aux développements de l'informatique dans les années 1980. Pour comprendre cette fractale, une mise au point mathématique s'impose.

#### 1) Les nombres complexes

En géométrie, un point est défini par une abscisse et une ordonnée respectivement notées  $x$  et  $y$ . Soit  $M$  un point du plan. Il est possible d'associer à ce point un nombre complexe  $z$  appelée affixe\* du point  $M$ , avec  $z = x + iy$  (parfois noté  $z = a+ib$ ), où  $x$  est la partie réelle\* du nombre complexe  $z$  notée  $Re(z)$  et  $y$  sa partie imaginaire\* notée  $Im(z)$ . On peut donc placer un nombre complexe sur l'axe des réels mais aussi sur l'axe des imaginaires. On admet que  $i^2=-1$ .  $x$  et  $y$  sont des nombres réels. L'ensemble des nombre complexes est noté  $\mathbb{C}$  et contient l'ensemble des nombres réels  $\mathbb{R}$  (Figure 11). À chaque nombre complexe  $z$ , on associe un module\*  $|z|$  qui correspond à la distance entre le point  $M$  et l'origine du repère en valeur absolue\*. Soit  $O$  l'origine du repère. On a donc  $|z| = OM$ . Grâce au théorème de Pythagore, on obtient alors l'égalité suivante :  $|z| = OM = \sqrt{x^2 + y^2}$ . L'argument\* d'un nombre complexe noté  $\arg(z)$  correspond à l'angle formé entre l'axe des abscisses et la distance  $OM$ .

L'addition ou la soustraction de deux nombres complexes se traduit graphiquement par une translation (un vecteur). Pour multiplier deux nombres complexes il est nécessaire de connaître leur module et leur argument : on additionne leurs arguments et on multiplie leurs modules respectifs. Par conséquent, pour multiplier un nombre complexe par lui-même, il faut doubler son argument et élever son module au carré.

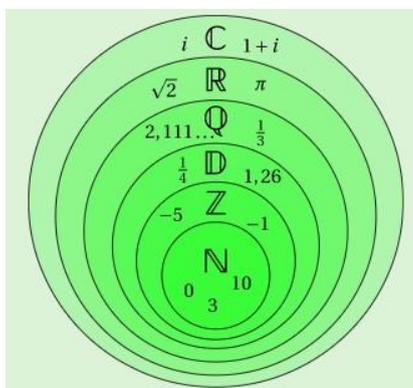


Figure 11 Les ensembles de nombres, Bacomathiques, chapitre XIII – Les nombres complexes (Maths expertes), <https://bacomathiqu.es/cours/terminale/nombres-complexes/>, consulté le 12/08/2022

## 2) Les suites

En mathématiques, tout comme la suite de Fibonacci évoquée précédemment, les suites sont des successions de nombres réels appelés « termes\* » liés par une relation mathématique.

Conventionnellement, une suite\* se note  $U$  et son rang se note  $n$ . Ainsi, si l'on considère une suite  $U_n = 2n + 1$ , on a donc :  $U_0 = 2 \times 0 + 1 = 1$ ,  $U_1 = 2 \times 1 + 1 = 3$  etc.

- On dit qu'une suite est convergente si elle admet une limite, c'est-à-dire si ses termes tendent vers un nombre réel lorsque  $n$  tend vers l'infini.
- Si une suite ne converge pas, c'est-à-dire si ses termes ne tendent pas vers un nombre réel mais vers l'infini lorsque  $n$  tend lui aussi vers l'infini, on dit que cette suite diverge.
- S'il existe un réel  $a$  tel que  $U_n$  est inférieure ou égale à  $a$ , on dit que cette suite est majorée.
- S'il existe un réel  $b$  tel que  $U_n$  est supérieure ou égale à  $b$ , on dit que cette suite est minorée.
- Si une suite est majorée et minorée, on dit qu'elle est bornée (tous ses termes sont inclus dans un intervalle donné).
- Lorsque que l'on résonne par récurrence, on définit chaque terme par rapport au terme qui le précède. On note alors la suite :  $U_{n+1}$ . Cette méthode impose de donner le premier terme de la suite.

### 3) L'ensemble de Mandelbrot : construction et propriétés

L'ensemble de Mandelbrot se construit à partir d'une suite de nombres complexes. Certains nombres complexes génèrent des suites bornées, d'autres génèrent des suites non bornées. Ainsi, sur une représentation graphique, il est possible de colorer d'une certaine couleur les nombres complexes générant une suite bornée\* et d'une autre ceux générant une suite non bornée. Pour aller encore plus loin, nous pouvons également faire varier les couleurs en fonction du temps que met la suite à diverger. En appliquant cette méthode pour un très grand nombre de points, nous obtiendrons une figure géométrique particulière.

L'ensemble de Mandelbrot est l'ensemble des points du plan complexe  $\mathbb{C}$  tels que la suite  $(z_n)$  définie par récurrence ci-dessous est bornée :

$$\begin{cases} z_0 = 0 \\ z_{n+1} = z_n^2 + c \end{cases}$$

$z$  est le nombre complexe auquel s'applique la suite et  $c$  est un nombre complexe quelconque.

Si cette suite est bornée en  $c$ , c'est-à-dire si pour une certaine valeur de  $c$ ,  $z$  ne tend pas vers l'infini, alors  $c$  appartient à l'ensemble de Mandelbrot.

Pour construire l'ensemble de Mandelbrot, on parcourt le plan complexe et pour chaque point  $c$ , on calcule la suite  $n$  fois. On colorie par exemple en rouge les points pour lesquels la suite est bornée et on fait varier les couleurs des points pour lesquels la suite converge plus ou moins vite vers l'infini (Figure 12). L'ensemble de Mandelbrot est constitué de trois parties principales :

- la plus grande partie est appelée « cardioïde\* » en raison de sa forme évoquant un cœur ;
- un cercle de rayon 0,25 tangent à la cardioïde ;
- un prolongement linéaire comportant un ensemble de Mandelbrot miniature.

En zoomant à l'infini sur l'ensemble de Mandelbrot, on verra toujours apparaître des détails dont certains sont des répliques de l'ensemble de Mandelbrot lui-même. Il est donc autosimilaire. Il comporte aussi une infinité de « bourgeons » (cercles tangents) qui sont liés par plusieurs

relations mathématiques et entre autres par la suite de Fibonacci. On y retrouve également les décimales du nombre  $\pi$ .

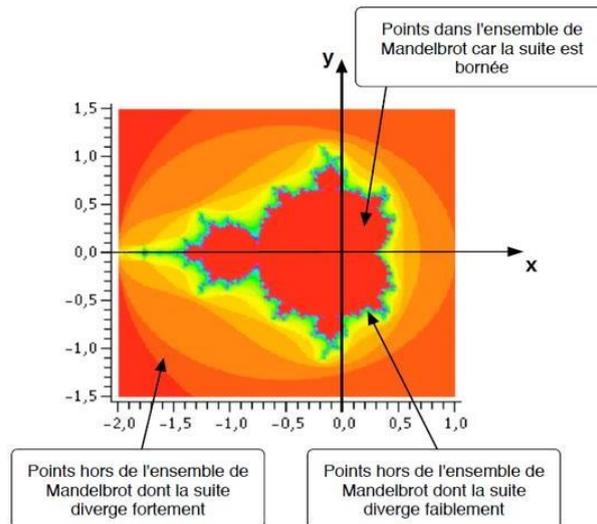


Figure 12 L'ensemble de Mandelbrot, « Principe de construction de l'ensemble de Mandelbrot », disponible sur < <https://complexe.jimdofree.com/la-g%C3%A9om%C3%A9trie-complexe-2d/principe-de-construction-de-l-ensemble-de-mandelbrot/> >, consulté le 17/06/2022

#### 4) Les ensembles de Julia

Si la contribution de Benoît Mandelbrot est remarquable, il est impossible de ne pas évoquer les noms des mathématiciens français Gaston Julia (1893-1978) et Pierre Fatou (1878-1929). Ils se sont tous deux intéressés aux itérations en se posant la question suivante : « que se passe-t-il lorsque l'on répète une équation à l'infini ? ». Cependant, leurs travaux furent oubliés avant d'être réétudiés dans les années 1980 grâce aux progrès de l'informatique et aux travaux de Benoît Mandelbrot. Grâce aux ordinateurs de l'entreprise IBM pour laquelle il travaillait, il put modéliser les travaux de Gaston Julia et développer ses recherches.

Voici ce qu'avait découvert Gaston Julia.

Soit la suite :

$$\begin{cases} z_0 = s \\ z_{n+1} = z_n^2 + c \end{cases}$$

Cette formule n'est pas sans rappeler la suite définissant l'ensemble de Mandelbrot. La différence est que dans ce cas,  $z_0$  n'est pas égal à 0 mais à  $s$ . Autrement dit, nous changeons de « point de départ ». L'ensemble de Julia est l'ensemble des points  $s$  de  $\mathbb{C}$  pour lesquels la suite  $(z_n)$  avec  $n \in \mathbb{N}$ , est bornée.

Quel est le lien entre les ensembles de Julia et l'ensemble de Mandelbrot ?

Comme nous venons de le voir, les ensembles de Julia sont générés à partir de la même formule que celle de l'ensemble de Mandelbrot, c'est-à-dire  $z_{n+1} = z_n^2 + c$ . Dans le cas de l'ensemble de Mandelbrot, nous nous intéressons particulièrement au point  $c$  que nous substituons par un point de l'ensemble complexe. Dans le cas des ensembles de Julia, nous allons cette fois-ci faire varier  $z_0$  que nous appelons aussi  $s$  notre « point de départ » et nous considérons  $c$  comme une constante. Il existe donc un ensemble de Julia pour chaque valeur de  $c$ .

Si l'ensemble de Mandelbrot est unique, tous les points du plan complexe peuvent générer un ensemble de Julia. En utilisant la méthode décrite ci-dessus, on obtient des figures différentes lorsque l'on fait varier  $z_0$  (ou  $s$ ) et  $c$ .

Il existe deux types d'ensembles de Julia : les ensembles continus et discontinus. Lorsque  $c$  appartient à l'ensemble de Mandelbrot, l'ensemble de Julia correspondant est continu c'est-à-dire constitué d'une seule et même partie. Lorsque  $c$  n'appartient pas à l'ensemble de Mandelbrot, alors l'ensemble de Julia correspondant est discontinu, c'est-à-dire formé de motifs identiques mais « séparés ». Les ensembles de Julia discontinus sont aussi appelés « poussières de Fatou ». L'ensemble de Mandelbrot est souvent apparenté à une « carte » des ensembles de Julia (Figure 13) qui sont donc des fractales, car chaque point de l'ensemble de Mandelbrot correspond à un ensemble de Julia.

La suite d'un ensemble de Julia est très sensible aux conditions initiales : une faible modification peut faire varier la suite de manière très importante. On dit que les ensembles de Julia sont chaotiques.

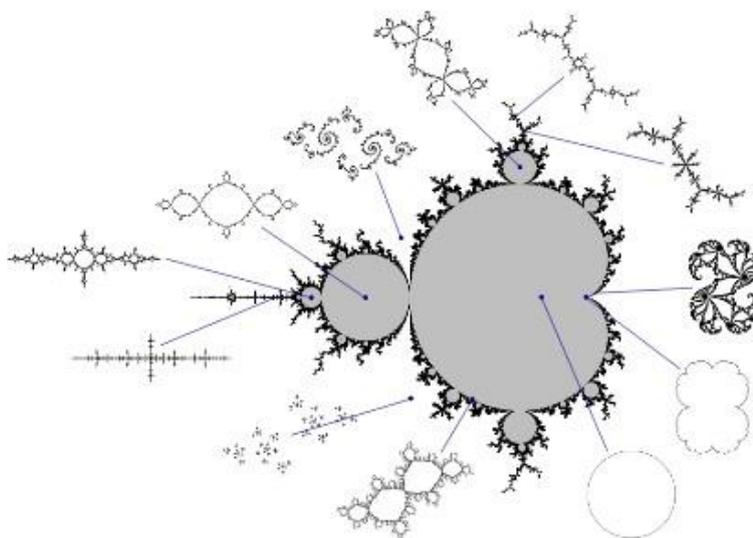


Figure 13 L'ensemble de Mandelbrot : une carte des ensembles de Julia, « Une balade parmi les ensembles de Julia », Images des mathématiques CNRS, disponible sur < <https://images.math.cnrs.fr/Une-balade-parmi-les-ensembles-de-Julia.html> >, consulté le 17/06/2022

## 5) La théorie du chaos

Basée sur les recherches du mathématicien Henri Poincaré au XIX<sup>e</sup> siècle, la théorie du chaos a réellement vu le jour grâce aux travaux du scientifique américain Edward Norton Lorenz en 1962. Ce dernier a démontré qu'en mécanique des fluides, certains systèmes étaient sensibles aux conditions initiales. Une imprécision dans les paramètres initiaux, aussi minime soit-elle, peut engendrer une énorme imprécision dans le résultat final. Le facteur temps joue également un rôle important car l'erreur s'amplifie avec lui. Dans ces conditions, il devient complexe de prédire l'évolution d'un système donné à long terme. L'expression « effet papillon\* » fut employée pour la première fois par Edward Norton Lorenz lors d'une conférence en 1972. Il posa la question suivante : « Un battement d'ailes de papillon au Brésil peut-il provoquer une tornade au Texas ? ». Si l'on voulait prévoir l'apparition d'une tornade à un instant  $t$ , il faudrait connaître la situation actuelle de l'atmosphère avec une précision quasi-parfaite, ce qui implique de prendre en compte tous les paramètres possibles, y compris les battements d'ailes des papillons. La théorie du chaos est notamment utilisée pour l'étude des systèmes dynamiques.

Un système dynamique est un système qui évolue dans le temps. Le mouvement des planètes, la météorologie, ou l'oscillation d'un pendule en sont des exemples. La représentation de ces systèmes est fractale. Les valeurs de certains systèmes dynamiques convergent vers une ou plusieurs valeurs appelées attracteurs. Leur évolution est donc imprévisible mais suit des régularités car elle converge vers ces attracteurs. Les attracteurs de Lorenz\* ou attracteurs étranges\* possèdent des caractéristiques fractales. Prenons la suite logistique\*  $\mu x(1-x)$  où  $\mu$  est une constante appelée coefficient et  $x$  une variable. Les attracteurs diffèrent selon les valeurs de  $\mu$  et de  $x$ . En rajoutant seulement des décimales à  $x$  (par exemple en prenant  $x = 1,8$  puis  $x = 1,856$ ), on peut voir que le système évolue de manière radicalement différente. Le graphique représentant les attracteurs en fonction des coefficients est appelé « diagramme de bifurcation » et possède des particularités étonnantes. En effet, lorsque le coefficient se situe entre 1 et 3, le diagramme converge toujours vers un point dont la valeur est de plus en plus élevée. À partir de 3, le diagramme bifurque et oscille donc entre deux valeurs puis se divise à nouveau un peu plus loin jusqu'à 3,57 où il devient chaotique (il n'y a plus d'attracteur). Le système alterne ensuite entre de courtes « zones à attracteurs », qui continuent de se dédoubler en suivant le même motif, et des zones chaotiques. Le diagramme de bifurcation est donc fractal. Encore plus étonnant : le diagramme de bifurcation est en fait...un ensemble de Mandelbrot aplati de profil (Figure 14) !

Figure 14 Lien entre l'ensemble de Mandelbrot et le diagramme de bifurcation, Image non libre de droits, Sergey Petrovich Kuznetsov, « Complex generalization of approximate renormalization group analysis and Mandelbrot set. Thermodynamic Analogy », *Non linear phenomena in complex systems*, 8:2, 2005, disponible sur < [https://www.researchgate.net/publication/228635212\\_Complex\\_generalization\\_of\\_approximate\\_renormalization\\_group\\_analysis\\_and\\_Mandelbrot\\_set\\_Thermodynamic\\_Analogy](https://www.researchgate.net/publication/228635212_Complex_generalization_of_approximate_renormalization_group_analysis_and_Mandelbrot_set_Thermodynamic_Analogy) >, consulté le 17/06/2022

L'ensemble de Mandelbrot est donc une carte mathématique des ensembles de Julia mais c'est aussi une fractale elle-même que les ordinateurs d'aujourd'hui nous permettent d'observer à l'infini. Les ensembles de Julia sont des systèmes dynamiques chaotiques.

#### IV – Quelques applications concrètes de la géométrie fractale

La géométrie fractale trouve de nombreuses applications concrètes aussi variées qu'étonnantes dans beaucoup de domaines. Nous présenterons ici quelques-unes des principales applications de la géométrie fractale, dont certaines ont été découvertes par Benoît Mandelbrot lui-même. D'autres sont plus récentes.

##### 1) La longueur des côtes : comment mesurer l'infini ?

Les côtes britanniques ne sont pas lisses. En effet si l'on ne cessait de zoomer dessus, on observerait des détails toujours plus petits : des montagnes, des rochers, des cailloux, des grains de sable, des atomes etc. « Quelle est donc la longueur de la côte de la Grande-Bretagne ? » Répondre à cette question posée par Benoît Mandelbrot<sup>13</sup> dans la revue américaine *Science* implique tout d'abord de donner une définition de la « longueur d'une courbe ». Rappelons-nous la courbe de Van Koch (paragraphe I.4). Celle-ci augmente de 33 % à chaque itération. Le nombre d'itérations étant infini, sa longueur est, elle aussi, infinie. Alors comment mesurer une longueur infinie ? Plus la longueur d'une côte est mesurée à l'aide d'instruments précis, plus son périmètre correspond à sa rugosité, et donc plus la côte est longue.

Benoît Mandelbrot propose une méthode de mesure expliquée dans le chapitre II de son ouvrage *Les objets fractals* : prendre des segments de longueur  $\eta$  (il s'agit de l'étalon qui correspondrait par exemple à un pas) puis les aligner (on forme alors une « ligne polygonale ») pour être le plus fidèle possible à la courbe, trop irrégulière pour être directement mesurée. Plus  $\eta$  est grand, moins il tient compte des détails et de la rugosité de la côte, donc moins la longueur obtenue sera grande. À l'inverse, plus  $\eta$  est petit, plus le nombre de segments qui pourront se loger

---

<sup>13</sup> Benoît Mandelbrot a repris les travaux du mathématicien Lewis Fry Richardson (1961), qui lui tentait de répondre à la question « Quelle est la longueur de la côte de la Bretagne ? »

dans les creux et recoins sera important, plus il se rapprochera de la forme exacte de la côte, plus la longueur obtenue sera grande. Voici la longueur de la côte de la Grande Bretagne obtenue avec trois étalons différents (différentes valeurs de  $\eta$ )<sup>14</sup> :

$\eta$ (en km)	Longueur de la côte de la Grande Bretagne (en km)
500	2 600
100	3 800
54	5 570

## 2) Prédire les risques financiers

Dans le domaine de la finance, le but des experts est de prédire la variation des prix sur les marchés de la bourse. Or, les courbes représentant les variations des prix possèdent des caractéristiques fractales. Les fractales sont donc un outil intéressant lorsqu'il s'agit d'effectuer des prévisions. Dans son ouvrage *Fractales, hasard et finance* Benoît Mandelbrot fait part de sa découverte. En étudiant la variation des prix du coton, il décèle deux phénomènes :

- Les prix d'année en année, de mois en mois et de jour en jour présentent les mêmes structures. Il établit donc un lien : prix et temps sont interdépendants. C'est ce qu'il nomme « l'effet Joseph ». Le comportement du marché passé contient ses variations futures et inversement.
- Les courbes de la bourse ne sont pas linéaires mais présentent au contraire des discontinuités qui correspondent à des chutes brutales du cours de la bourse : c'est ce qu'il nomme « l'effet Noé ». Elles sont donc autosimilaires (en finance on parle d'auto-affinité) et rugueuses. Plus la dimension fractale de la courbe est proche de 1, plus il sera possible d'effectuer des prévisions à long terme. Plus elle est proche de 2, moins les prévisions seront précises. Si l'on en croit le modèle du « mouvement brownien » inspiré par les travaux de Louis Bachelier, les variations devraient être aléatoires et donc suivre la loi normale, ou loi de Gauss ; (Figure 15).

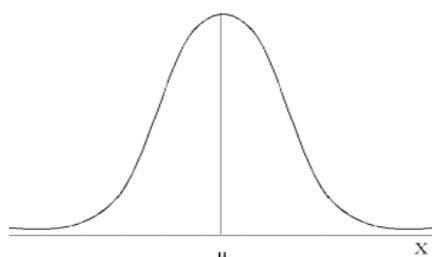


Figure 15 Une courbe de Gauss illustrant le principe de la loi normale, « Distributions », disponible sur < <http://tecfaetu.unige.ch/staf/staf-d/merino/UDO/th-distribution1.html> >, consulté le 17/06/2022

<sup>14</sup> COHEN Gilles, BRILLEAU Martine *et al.*, *Les fractales, Art, nature et modélisation*, « La longueur des côtes », Bibliothèque Tangente, éditions Pole, Paris, 2019, p 42.

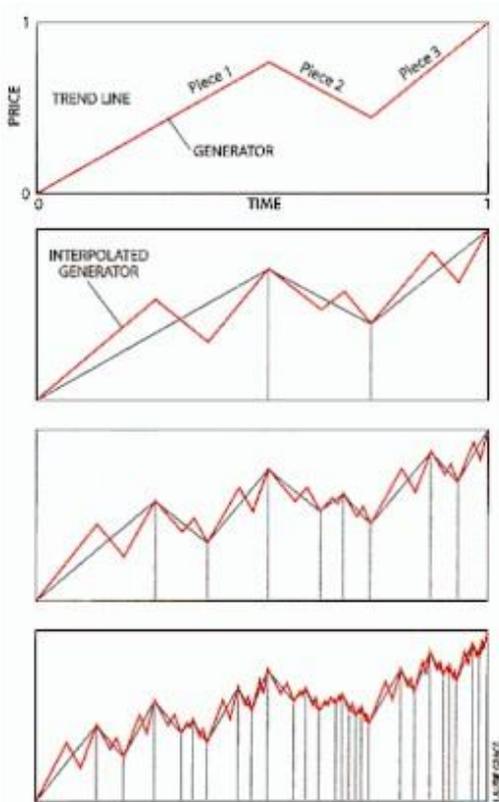


Figure 16 La méthode des générateurs fractals, « Les fractales boursières », disponible sur < <https://complexe.jimdofree.com/les-fractales/o%C3%B9-les-retrouve-t-on/les-fractales-boursi%C3%A8res/> >, consulté le 17/06/2022

Selon la loi normale, lorsque l'on étudie des probabilités, on observe des distributions dont la courbe est en forme de cloche et symétrique par rapport à un point  $\mu$  correspondant à la moyenne des valeurs. D'après Benoît Mandelbrot, il n'en est rien. Les variations de la bourse sont bien plus fréquentes et plus extrêmes que ce que prévoit la loi normale et les schémas se reproduisent au cours du temps. Les cours boursiers sont soumis à ce que le « père des fractales » nomme le « hasard sauvage » (variations extrêmes n'obéissant pas à la loi normale). Il oppose le « hasard sauvage » au « hasard bénin » (variations régulières et prévisibles qui obéissent à la loi normale). La méthode fractale est toujours d'actualité dans le domaine de la finance. Les économistes cherchent à repérer les générateurs, c'est-à-dire les tendances qui se répètent dans le temps (Figure 16). Plus la pente du générateur est forte, plus une variation est à venir.

### 3) Distinguer une œuvre d'art authentique d'une copie

Les fractales permettent également de différencier les œuvres d'art de leurs copies<sup>15</sup>. Cette méthode repose sur l'analyse multifractale (étude des signaux dont la régularité change d'un point à un autre) dont voici les étapes simplifiées :

- (1) On commence par transformer l'œuvre d'art et sa copie informatiquement, sous forme de graphique. Pour ce faire, on choisit une portion de l'image que l'on agrandit. Cette portion qui doit être la même sur les deux objets que l'on souhaite départager doit représenter des points ayant la même rugosité. À ce stade, on peut d'ores et déjà conjecturer que l'image paraissant la plus régulière et lisse correspondra à la copie de l'œuvre.

<sup>15</sup> ABRY, Patrice and WENDT, Herwig and JAFFARD, Stéphane, "When Van Gogh meets Mandelbrot: Multifractal classification of painting's texture", (2013) *Signal Processing*, vol. 93 (n° 3). pp. 554-572, disponible sur < <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00798395v2/document> >, consulté le 28/12/2021

- (2) On calcule ensuite la dimension fractale des points de même régularité sur la portion de l'image sélectionnée en appliquant une méthode dite en « ondelettes » ou la méthode du « Box-counting ». Dans le cas de la méthode du *box counting*, on quadrille l'image à analyser selon un étalon déterminé. On calcule le nombre de carrés contenant les points de même régularité (N) puis on trace la droite représentant le logarithme de N en fonction du logarithme de l'étalon. Cette droite passe par l'origine du repère et la dimension fractale correspond à son coefficient directeur, c'est-à-dire à l'inclinaison de sa pente.
- (3) On calcule les dimensions des ensembles de même exposant de Hölder (les ensembles isohöldériens<sup>16</sup>) qui permettent de quantifier la régularité d'un signal. La courbe concave que l'on obtient représente la dimension fractale des points de même exposant de Hölder est appelée « spectre multifractal\* » ou « spectre des singularités ».
- (4) On compare les deux spectres obtenus : les copies ont un spectre multifractal décalé vers la droite par rapport à celui des originaux. Voilà un nouveau moyen de démasquer efficacement les copies d'œuvres d'art !

#### 4) La détection de l'ostéoporose

Les propriétés des fractales sont utilisées dans bien des branches de la médecine, notamment afin de détecter certaines pathologies grâce à l'analyse de l'imagerie médicale (pathologies cardiaques, ostéoporose) et de la structure des réseaux de vaisseaux sanguins (cancer, pathologies oculaires). Elles sont également utilisées en pharmacologie.

L'ostéoporose\* est une maladie de l'os. Due au vieillissement ou à la ménopause chez les femmes, elle est à l'origine de la perte accélérée de masse osseuse. Les os deviennent moins denses et moins résistants ce qui rend le risque de fracture plus important chez les individus touchés. Cette maladie peut notamment être détectée en quantifiant le niveau de porosité des os par absorption biphotonique à rayons X\* (mesure de la densité minérale osseuse\* ou DMO exprimée grâce à un indice appelé *T-score*) et en le comparant à celui des individus sains (si le *T-score* est inférieur à -2,5, on considère qu'il s'agit d'un cas d'ostéoporose). Certains chercheurs se sont demandés si la lacunarité des fractales pourrait devenir un outil de description de la texture des os et donc de diagnostic<sup>17</sup>. Le bruit\* qui peut altérer la qualité des images radiographiques est

<sup>16</sup> En analyse multifractale, l'exposant de Hölder n'est pas une constante ; la régularité n'est donc pas la même en tout point.

<sup>17</sup> ZEHANI Soraya, KHIDER Mohamed, TALEB-AHMED Abdelmalik, MIMI Malika, « Classification par lacunarité fractale de la texture de l'os trabéculaire », The International conference on electronics and oil : from

tout d'abord réduit grâce à un filtre non linéaire\*, le plus souvent un filtre médian\*. Il s'agit d'un filtre capable d'éliminer le bruit en remplaçant chaque point par la valeur médiane de niveau de gris de son voisinage. La lacunarité décrit l'organisation spatiale et de la disposition des « trous ». Elle est donc applicable à la porosité des os. Le résultat attendu serait donc une lacunarité plus élevée chez l'individu atteint d'ostéoporose que chez l'individu sain. Après analyse des « régions d'intérêt » (ROI, *region of interest*), le résultat obtenu est bien celui escompté : la lacunarité (variance divisée par la moyenne au carré) est bien plus importante chez les sujets atteints que chez les sujets sains (Figure 17). Il existe donc un lien entre la DMO et la lacunarité fractale des os.

Cas	ROI	Lacunarité en Niveau du Gris		
		Min	Max	Moyenne
Saine	G	0.0017	0.0248	0.0036
	S	0.0027	0.0345	0.0056
	O	0.0015	0.0288	0.0040
	B	0.0023	0.0345	0.0050
	T	0.0042	0.0336	0.0069
Pathologique	C	0.0051	0.0629	0.0112
	U	0.0046	0.0496	0.0088
	K	0.0050	0.0524	0.0094
	M	0.0027	0.0487	0.0072
	E	0.0021	0.0511	0.0066

Figure 17 Résultats statistiques de la lacunarité en niveau de gris chez des individus sains et touchés par l'ostéoporose, ZEHANI Soraya, KHIDER Mohamed, TALEB-AHMED Abdelmalik, MIMI Malika, « Classification par lacunarité fractale de la texture de l'os trabéculaire », *The International conference on electronics and oil : from theory to applications*, 2013, disponible sur [https://www.researchgate.net/publication/271197013\\_Classification\\_par\\_Lacunarite\\_Fractale\\_de\\_la\\_Texture\\_de\\_l'Os\\_Trabeculaire](https://www.researchgate.net/publication/271197013_Classification_par_Lacunarite_Fractale_de_la_Texture_de_l'Os_Trabeculaire) >, consulté le 12/08/2021

## 5) Les fractales lisses : d'autres découvertes à l'horizon

Depuis 2013, un paradoxe donne également du fil à retordre aux scientifiques : la découverte des fractales lisses. Dans les années 1950, le mathématicien américain John Nash s'est demandé s'il était possible de coller les côtés opposés d'un carré sans le plier, tout en conservant ses longueurs (en termes mathématiques, il cherchait à résoudre le problème du plongement isométrique\*). Pour ce faire, il s'est appuyé sur les recherches antérieures du mathématicien allemand Bernhard Riemann, lequel considérait les surfaces non pas comme des objets appartenant à l'espace tridimensionnel, mais comme des portions de plan en 2D. Ainsi, en

---

theory to applications, 2013, disponible sur [https://www.researchgate.net/publication/271197013\\_Classification\\_par\\_Lacunarite\\_Fractale\\_de\\_la\\_Texture\\_de\\_l'Os\\_Trabeculaire](https://www.researchgate.net/publication/271197013_Classification_par_Lacunarite_Fractale_de_la_Texture_de_l'Os_Trabeculaire) >, consulté le 12/08/2021

géométrie riemannienne ou intrinsèque\*<sup>18</sup>, un cylindre n'a pas la forme d'un tube, mais d'un carré dont les côtés opposés sont identifiés deux à deux. Ce concept est repris dans le jeu Pacman. Lorsque les fantômes sortent d'un côté de l'écran, ils réapparaissent de l'autre, comme si le côté gauche de l'écran était relié au côté droit alors qu'ils ne se touchent pas. L'écran d'ordinateur peut ainsi être assimilé à un « tore carré plat\* », c'est-à-dire à une bouée aplatie. Pour coller les côtés opposés d'un carré, il suffirait alors d'en faire une bouée : un tore de révolution\* (il s'agit du nom donné au plongement du tore carré plat dans l'espace tridimensionnel). Or, le tore de révolution n'en est pas une représentation fidèle car il n'en conserve pas les longueurs (Figure 18). En effet, les lignes situées plus à l'intérieur de celui-ci sont moins longues que celles situées plus à l'extérieur.

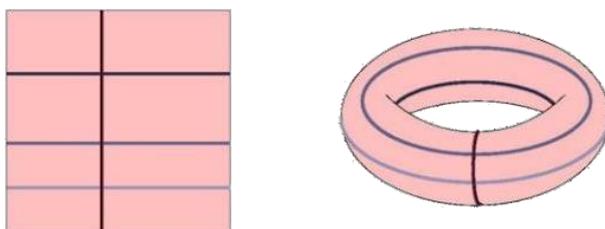


Figure 18 La conservation des longueurs dans le tore de révolution, Le projet Hévée : H-principE, Visualisation et Applications, disponible sur < <http://hevea-project.fr/index.html> >, consulté le 17/06/2022

Alors comment conserver ces longueurs ? L'équipe de chercheurs français du projet Hévée a finalement trouvé la solution : y introduire des vaguelettes ou corrugations de plus en plus petites orientées dans toutes les directions afin de réaliser une distorsion métrique (Figure 19). La figure obtenue par modélisation informatique est autosimilaire mais lisse. Il ne s'agit donc pas tout à fait d'une fractale ; ce type d'objets géométriques est appelé fractale lisse.

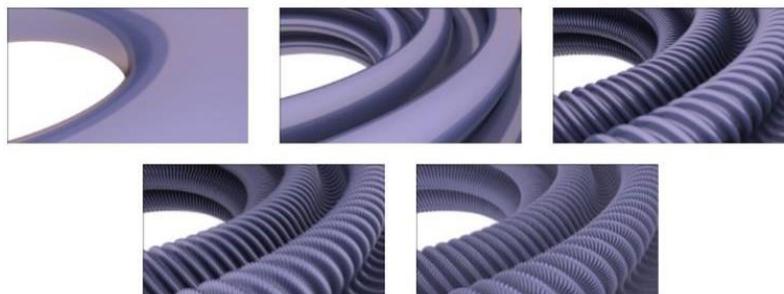


Figure 19 Du tore de révolution au plongement isométrique du tore carré plat, Le projet Hévée : H-principE, Visualisation et Applications, disponible sur < <http://hevea-project.fr/index.html> >, consulté le 17/06/2022

<sup>18</sup> La géométrie riemannienne est une branche de la géométrie différentielle nommée en l'honneur du mathématicien Bernhard Riemann, qui introduisit les concepts fondateurs de variété géométrique et de courbure.

Elles ont permis de visualiser la sphère de Nash-Kuiper\* (Figure 20) en 2017 (obtenue en déformant isométriquement une sphère de rayon 1 logée dans une sphère de rayon plus petit). Grâce aux fractales lisses, les chercheurs espèrent désormais visualiser des objets mathématiques encore plus complexes comme l'espace hyperbolique\* ou les surfaces à courbure négative\* et découvrir de nouvelles fractales lisses, voire en trouver des exemples dans la nature.



Figure 20 La sphère de Nash-Kuiper ou sphère réduite (projet Hévée), Le projet Hévée : H-principE, Visualisation et Applications, disponible sur < <http://hevea-project.fr/index.html> >, consulté le 17/06/2022

## Conclusion

À la fois d'une simplicité étonnante et d'une complexité extraordinaire, les fractales ont bel et bien ouvert la voie à une révolution mathématique qui ne cesse de faire évoluer la recherche. Les principaux mots-clés résumant les fractales sont : itération, autosimilarité, rugosité, dimension non entière ou dimension fractale supérieure à la dimension topologique. Comme l'affirmait Benoît Mandelbrot : « Entre le domaine du désordre incontrôlé et l'ordre excessif d'Euclide, il y a désormais une nouvelle zone d'ordre fractal. »<sup>19</sup> Ces objets mathématiques aux nombreuses propriétés, dont l'ensemble de Mandelbrot est sans doute le plus important mathématiquement, sont aussi présents dans la nature. La découverte de Benoît Mandelbrot constitue un terrain de jeu fascinant dans un grand nombre de domaines dont il serait quasiment impossible d'établir une liste exhaustive. Dans cet exposé, nous n'avons bien sûr développé qu'un échantillon des propriétés et applications des fractales. Nous aurions également pu citer leur utilisation en météorologie, en cinématographie, dans la compression d'images, en modélisation du relief terrestre, dans la fabrication de murs antibruit, en astrophysique, en musicologie et même en linguistique. Comme le dit très justement Guillaume Saës, spécialiste des fractales, dans une vidéo<sup>20</sup> à ce sujet, « les fractales, c'est l'infini à portée de main ».

<sup>19</sup> MANDELBROT Benoît, Les objets fractals, Champs Flammarion, Paris, 1995, p 9

<sup>20</sup> SAES Guillaume (Science Trash), « Cette FORME va changer le MONDE ! », Youtube, vidéo consultée le 16/05/2022, <[https://www.youtube.com/results?search\\_query=science+trash+fractales](https://www.youtube.com/results?search_query=science+trash+fractales)>

# TEXTE SOURCE ET SA TRADUCTION

## **Avertissement au lecteur :**

La première occurrence des termes faisant l'objet d'une fiche terminologique est indiquée en caractères gras, sauf dans le titre des parties.

La première occurrence des termes figurant dans le glossaire est soulignée.

La première occurrence des termes figurant dans le lexique apparaît en italique.

Les termes et passages commentés dans la partie « stratégies de traduction » sont indiqués entre deux astérisques lors de leur première occurrence. Lorsqu'un terme commenté dans la partie « stratégies de traduction » est imbriqué dans un passage ayant lui aussi posé problème, le passage est délimité par deux astérisques initiaux et deux astérisques finaux, tandis que le terme est encadré par deux astérisques.

## **Références bibliographiques du texte support :**

孙博文, 分形算法与程序设计-用实现 (Algorithmes et programmation fractals en langage Delphi), 科学出版社, 北京, 2004 年

Texte source : 4246 caractères (4483 caractères avec les légendes des illustrations)

Traduction : 2985 mots (3086 avec les légendes des illustrations)

## 1.2 分形的几何特征

分形作为几何对象，首先是破碎的、不规则的，但不是所有的破碎的、不规则的形状都是分形。曼德勃罗（1986年）曾经给分形下过这样一个定义：组成部分与整体以某种方式相似的形。也就是说，分形一般具有**自相似性**。但分形理论发展到今天，已经不仅限于研究对象的自相似性质了，如果一个对象的部分与整体具有自仿射变换关系，我们也可以称它为分形。\*今后，条件可能还会进一步拓宽，只要是部分与整体以某种规则联系起来，通过某种变换使之对应，我们都可以将其看成是分形，因为分形的本质就是标度变换下的不变性，而这层意思是可以拓展的\*。

### 1. 自相似性

自相似便是\*局部\*与\*整体\*的相似，或者说，局部是整体的缩影等。下面举几个典型例子，\*我们可以更好地理解对象的自相似性\*。

#### (1) Cantor 三分集

集合论创始人，德国数学家康托（G.Cantor，1845~1918年）在1883年曾构造了一种三分集，其几何表示如下：

## 1.2 Les propriétés géométriques des fractales

En géométrie, les fractales sont des objets rugueux et irréguliers. Cependant, tous les objets rugueux et irréguliers ne sont pas fractals. En 1986, Mandelbrot en donne la définition suivante : « objet dont la partie est semblable au tout, de quelque manière qu'il soit ». En d'autres termes, les fractales sont autosimilaires. Or, la théorie fractale continue de se développer et va aujourd'hui au-delà de l'étude de l'**autosimilarité** des objets. En effet, s'il existe une transformation auto-affine liant une partie de l'objet à l'objet entier, on dit également que cet objet est fractal. \*À l'avenir, il est possible que cette définition soit élargie : du moment qu'il existe une quelconque relation entre la partie d'un objet et son tout, et qu'ils sont liés par une transformation, alors cet objet pourra être considéré comme fractal, puisque les fractales sont par essence invariantes sous l'effet de transformations qui multiplient toutes les distances par une constante fixe, et que cette définition peut elle-même être élargie\*.

### 1. L'autosimilarité

L'autosimilarité désigne la ressemblance entre une \*partie et son tout\*, ou l'existence d'une partie correspondant à une réduction du tout. \*Les exemples ci-dessous permettent de mieux comprendre ce dont il s'agit\*.

#### (1) L'ensemble triadique de Cantor

En 1883, le mathématicien allemand Georg Cantor (1845-1918), fondateur de la théorie des ensembles, crée un ensemble triadique dont les particularités géométriques sont présentées ci-dessous.

取一条欧氏长度为  $L_0$  的直线段， $L_0$  叫做初始操作长度。将这条直线段三等分之后，保留两端的线段，将中间的一段扔掉，如图 1.1 中  $n=1$  的\*操作\*；再将剩下的两条直线段分别三等分，然后将其中间部分扔掉，如图 1.1 中  $n=2$  的操作\*\*；\*以此类推，直至无穷，便形成了无数个尘埃似的点，这便是康托三分集。它们的数目无穷多，但长度为零\*。这种构造的自相矛盾性质曾使 19 世纪的数学家感到困惑。但从几何关系来看，最终生成点的分布是\*局整\*相似的，甚至，这个过程中每一步图形之间也是局整相似的，这便是自相似。

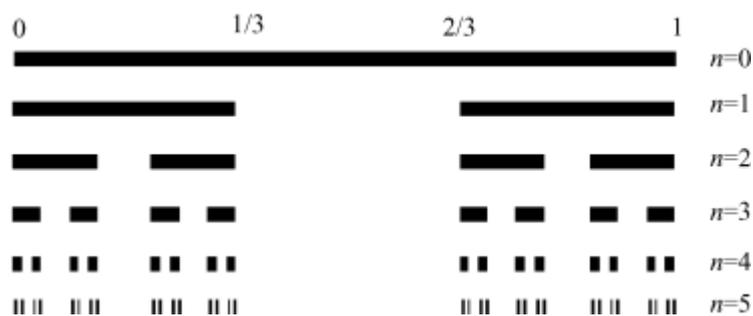


图 1.1 Cantor 三分集

## (2) Koch 曲线

1904 年，瑞典数学家科赫（H.von Koch，1870~1924 年）构造了一种“**妖魔曲线**”，被称为Koch 曲线，其构造过程如下：

\*\*Prendre un segment de géométrie euclidienne que nous appellerons  $L_0$ . Ce segment est appelé initiateur. Après avoir découpé ce segment en trois nouveaux segments de même longueur, garder les deux situés à chaque extrémité et retirer celui du milieu, comme illustré par l'itération  $n=1$  de la Figure 1.1. Découper à nouveaux les deux segments restants en trois segments égaux et supprimer chaque segment central, comme illustré par l'itération  $n=2$  de la Figure 1.1\*\*. \*En continuant la construction de manière itérative, on obtient un nombre infini de points semblables à des grains de poussière : il s'agit de l'ensemble triadique de Cantor. S'il existe un nombre incalculable de ces points, leur longueur est en revanche nulle\*. Les mathématiciens du XIX<sup>ème</sup> siècle étaient restés perplexes devant le paradoxe de cette construction. Néanmoins, grâce aux relations géométriques, nous savons que la distribution des points de chaque partie de l'ensemble est similaire à celle de l'ensemble tout entier. De plus, à chaque étape du processus d'itération, les figures sont identiques les unes aux autres : l'ensemble triadique de Cantor est autosimilaire.

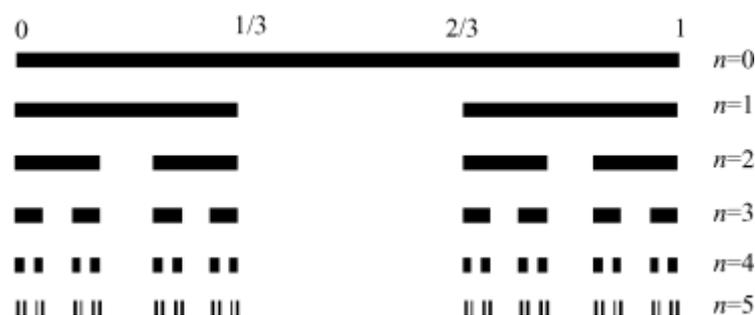


Figure 1.1 L'ensemble triadique de Cantor

## (2) La courbe de Von Koch

En 1904, le mathématicien suédois Helge von Koch (1870-1924) démontre l'existence d'un « **monstre mathématique** » appelé courbe de Von Koch dont les étapes de construction sont décrites ci-dessous.

\*取一条欧氏长度为  $L_0$  的直线段，将其三等分，保留两端的线段，将中间的一段改换成夹角为  $60^\circ$  的两个等长的直线，如图 1.2 中  $n=1$  的操作。将长度为  $L_0/3$  的 4 条直线段分别进行三等分，并将它们中间的一段均改换成夹角为  $60^\circ$  的两段长为  $L_0/9$  的直线段，得到图 1.2 中  $n=2$  的操作。重复上述操作直至无穷，便得到一条具有自相似结构的折线，这便是我们所说的 Koch 曲线\*。

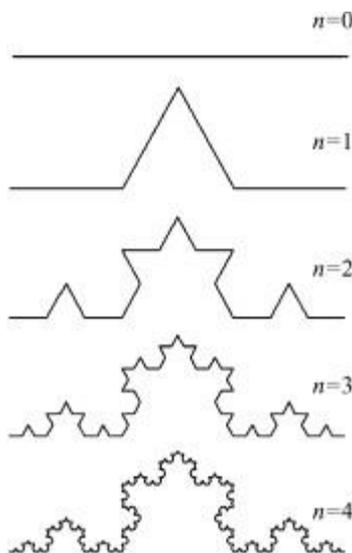


图 1.2 Koch 曲线

## (2) Sierpinski 垫片

以上两个自相似图形都是基于一条欧氏直线段生成的，Cantor 三分集是将线段删去一部分，最终得到的是一个离散点集，而 Koch 曲线是将线段增加一部分，最终得到的是一个处处不光滑的折线集。波兰数学家谢尔宾斯基 (W.Sierpinski, 1882~1969 年) 于 1915 年给出了一个从平面上的二维图形出发做曲线的有趣例子。所构造的 Sierpinski 垫片 相当于将上述构造方法推广到平面上，其初始图形是一个等边三角形面。构造过程如下：

\*Prendre un segment de géométrie euclidienne que nous appellerons  $L_0$ . Le découper en trois segments de même longueur. Garder les deux segments aux extrémités et remplacer le segment du milieu par deux autres segments de la même longueur formant un angle de 60 degrés, comme illustré par l'itération  $n=1$  de la Figure 1.2. Découper chacun des quatre segments de longueur  $L_0/3$  obtenus en trois nouveaux segments égaux, et remplacer tous les segments centraux par deux autres segments de longueur  $L_0/9$  pour former un angle de 60 degrés. On obtient alors l'itération  $n=2$  de la Figure 1.2\*. En répétant ces étapes à l'infini, on obtient une courbe à la structure autosimilaire : il s'agit de la courbe de Von Koch.

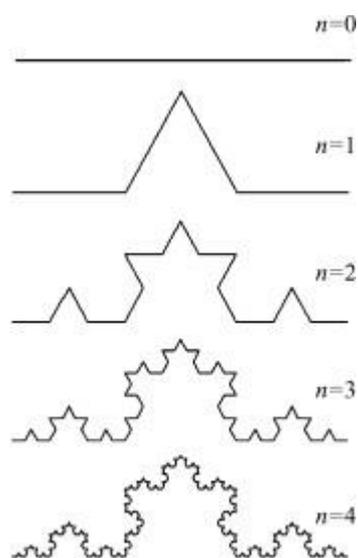


Figure 1.2 La courbe de Von Koch

### (3) Le triangle de Sierpinski

Les deux figures autosimilaires présentées ci-dessus sont construites à partir d'un segment de géométrie euclidienne. On obtient l'ensemble triadique de Cantor en retirant des portions de segments ; il s'agit d'un *ensemble discret* de points. La courbe de Von Koch s'obtient quant à elle en ajoutant une partie au segment ; il s'agit d'un ensemble dont le contour est non lisse. En 1915, le mathématicien polonais Waclaw Sierpinski (1882-1969) propose un exemple intéressant de courbe à partir d'une figure en deux dimensions sur un plan. Ainsi, construire un triangle de Sierpinski revient à reproduire la méthode évoquée ci-dessus sur un plan. Sa forme initiale est un triangle équilatéral. Ses étapes de construction sont décrites ci-dessous.

\*先将这个等边三角形面四等分，得到 4 个小等边三角形面，去掉中间一个。将剩下的 3 个小等边三角形面分别进行四等分，再分别去掉中间的一个。重复以上操作直至无穷，可以得到如图 1.3 所示的图形\*，可以看🔊它的每一小部分在结构上都与整体相同，这也是一个典型的自相似图形。

## 2 自仿射性

自仿射性是自相似性的一种拓展。\*如果将自相似性看成是局部到整体在各个方向上的等比例变换的结果的话，那么，自仿射性就是局部到整体在不同方向上的不等比例变换的结果\*。前者称为自相似变换，后者称为自仿射变换。图 1.4 表示的是相似变换与仿射变换的不同。

## 3 精细结构

分形还有一个更重要的特征，即精细结构。理论上，Koch 曲线是按一定规则无限变化的结果，所以，假如用一个数学放大镜来看 Koch 曲线的话，无论放大多少倍，都能看到里面还有与整体相似的结构。这一点非常接近于自然界中的对象，也符合中国古代哲学思想：\*“一尺之捶，日取其半，万世不竭”\*（庄子《天下篇》）。

\*Commencer par diviser l'intérieur de ce triangle équilatéral en quatre parties de façon à obtenir quatre nouveaux petits triangles équilatéraux, puis retirer le triangle central. Diviser à nouveau les trois triangles restants en quatre et retirer encore une fois les triangles centraux. En répétant l'opération à l'infini, on obtient alors le dessin représenté sur la Figure 1.3\*. Force est de constater que chaque petite partie est semblable au tout. Il s'agit d'une figure autosimilaire caractéristique.

## 2. L'auto-affinité

L'auto-affinité est une extension de l'autosimilarité. \*Si l'on considère que l'autosimilarité est le résultat d'une transformation qui conserve les proportions d'une partie en un tout dans toutes les directions, alors l'auto-affinité est le résultat d'une transformation qui ne conserve pas les proportions d'une partie en un tout, et qui diffère selon les directions\*. La première transformation est appelée transformation autosimilaire et la seconde transformation auto-affine. La Figure 1.4 illustre la différence entre les deux.

## 3. Une structure fine

Les fractales possèdent une autre caractéristique importante : leur structure fine. En théorie, la courbe de Von Koch est le résultat de transformations infinies suivant certaines règles. C'est pourquoi si l'on regardait la courbe de Von Koch à travers une loupe mathématique, on verrait toujours apparaître une structure similaire au tout, quelle que soit l'échelle d'observation. Ce phénomène, qui n'est pas sans rappeler les objets naturels, rejoint la pensée philosophique chinoise classique : \*« Si d'une même branche d'un pied vous utilisez chaque jour la moitié, il vous sera impossible de la consumer entièrement, même après un millier d'années »\* (Zhuang Zi, « *Tianxiabian* »).

在这里，\*我们不打算讨论\*物质是否无限可分，我们只是注意到分形和自然对象都具有极多\*层次\*的结构，这是分形体最基本的特征。但是，自然界中的对象与数学中的分形还是有所不同，在自然界中，对象即使存在自相似性，也是在有限层次区间中，所以在对自然界的分形研究中，\*一般我们只关心\*有限层次的自相似性或自仿射性。

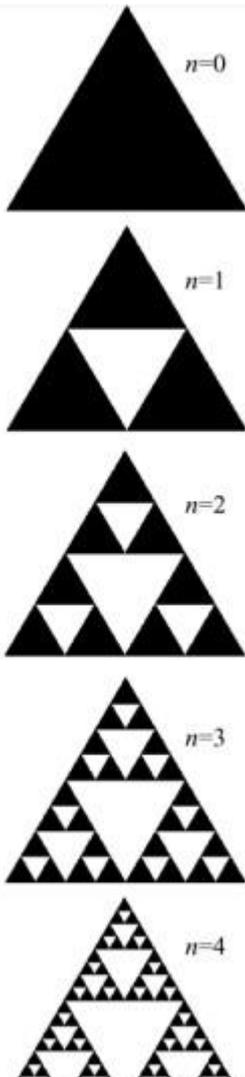


图 1.3 Sierpinski 垫片

### 1. 分形与欧氏几何图形的区别

可以看🔊，分形与普通的欧氏几何图形有明显的区别：

① 欧氏图形是规则的，而分形是不规则的，也就是说，欧氏图形一般是逐段光滑的，而分形往往在任何区间内都不具有光滑性。

② 欧氏图形层次是有限的，而分形从数学角度上讲，层次是无限的。

③ 欧氏图形一般不会从局部得到整体的信息，因为它们不强调局部与整体的关系，而分形强调这种关系，所以，分形往往可以从局部“看🔊”整体。

④ 欧氏图形越复杂，其背后的规则也必定越复杂；而分形图形，虽然表面上看去十分复杂，但其背后的规则却是相当简单的。

Dans le présent ouvrage, la question n'est pas de savoir si la matière est divisible à l'infini. \*Nous nous intéressons seulement à la structure des fractales et des objets naturels qui

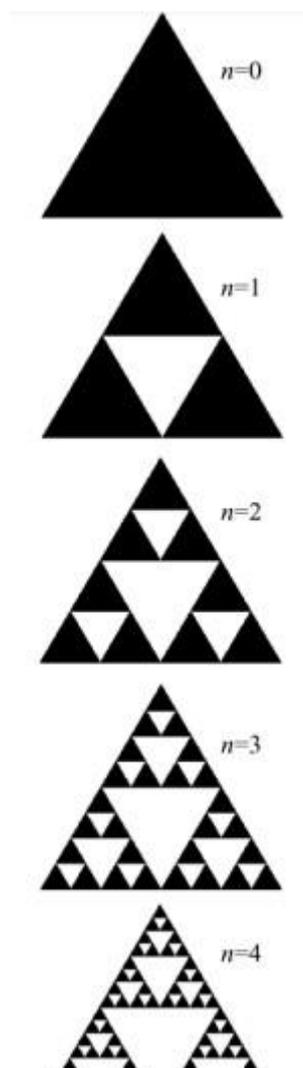


Figure 1.3 Le triangle de Sierpinski

possède un très grand nombre de *niveaux d'échelle*\*. Il s'agit de la principale propriété des fractales. Cependant, il existe des différences entre les fractales naturelles et les fractales mathématiques. En effet, les objets naturels sont autosimilaires mais occupent en même temps un espace dans lequel le nombre de niveaux d'échelle est limité. \*C'est pour cette raison que l'étude des fractales se concentre en général uniquement sur l'autosimilarité ou l'auto-affinité dont le nombre de niveaux d'échelle est limité.\*

#### 4. Différences entre la géométrie fractale et la géométrie euclidienne

Il existe des différences notables entre la géométrie fractale et les figures géométriques euclidiennes classiques :

① Contrairement aux objets fractals, les figures euclidiennes sont régulières, ce qui signifie qu'elles sont toujours lisses d'une partie à l'autre, tandis que les fractales ne possèdent bien souvent aucune zone lisse.

② Les figures euclidiennes possèdent un nombre limité de niveaux d'échelle, alors que d'un point de vue mathématique, les fractales en possèdent un nombre infini

③ En général, dans une figure de géométrie euclidienne, il est impossible de déduire les informations du tout à partir de l'une de ses parties. En effet, contrairement aux fractales, la relation entre les parties et le tout n'est pas importante. Ainsi, la partie d'une fractale permet « d'apercevoir » son tout.

④ Plus une figure euclidienne est complexe, plus les règles sous-jacentes auxquelles elle obéit sont complexes. Les fractales, au contraire, sont en apparence extrêmement complexes, mais suivent des règles relativement simples.

因此，我们要构造、绘制的图形是与中学中学到的欧氏图形完全不同的，我们必须找分形对象“不规则”的规则，然后才能在计算机的帮助下将其生成来。

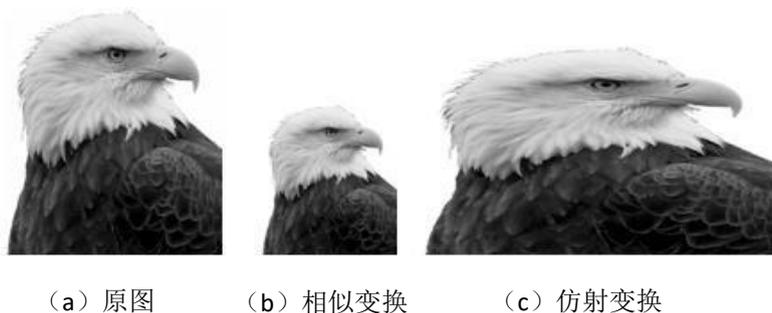


图 1.4 相似变换与仿射变换的不同

### 1.3 分形的测量

分形既然不是传统意义上的图形，\*那么我们如何来把握它的性质呢\*？这是一个较深的数学问题，已经超本书的范围。通俗地讲，用传统几何学的测量方法是无法把握分形中的不变量的，因为它既不是一些点的轨迹，也不是某一方程或方程组的解，最主要的是它没有确定的标度。

Ainsi, les objets que nous voulons construire et dessiner n'ont rien en commun avec les figures euclidiennes apprises au collège. Il est nécessaire de trouver les règles définissant l'irrégularité des fractales pour pouvoir ensuite modéliser ces dernières à l'aide d'outils informatiques.



a) Image d'origine

b) Transformation autosimilaire

c) Transformation auto-affine

Figure 1.4 Différence entre transformation autosimilaire et transformation auto-affine

### 1.3 Mesurer les fractales

Les fractales ne sont pas des objets géométriques au sens traditionnel du terme. \*Alors comment en saisir les propriétés ? \* Ce problème mathématique profond dépasse le champ d'étude du présent ouvrage. Autrement dit, les méthodes de mesures géométriques classiques ne permettent pas de comprendre l'invariance d'échelle des fractales car ces dernières ne rendent pas compte de la trajectoire de points, ne sont pas solution d'une équation ni de *systèmes d'équations* et surtout, ne possèdent pas d'échelle définie.

## 1. 标度

标度，简单地说，就是计量单位的定标。比如米尺的标度是米或分米；学生用尺的标度是厘米或毫米；卡尺的标度是毫米或微米；\*\*\*磅秤\*的标度是公斤；\*天平\*的标度是毫克等\*\*。

对于不同的被测对象，可选用不同的测量工具。\*我们不会用卡尺去测量人的身高\*，也不会用天平去称大象的重量，这说明人的身高和大象的重量都是有确定的标度的。

而分形则不然，由于自相似性，当变化尺子的标度时，我们看到的是相同或相似的图形。这类对象是没有确定的标度的，反过来说，在标度变化下是不变的。从这个角度说，分形的本质是标度变化下的不变性。

那么，如何来把握这种不变性呢？现在我们知道了，只有\*分维\*才能担当此任。

## 2. 分维

分维是分形的很好的不变量，用它可以把握住分形体的基本特征。那么什么是分维呢？

\*我们还记得在欧氏几何学中所学到的维数吗？点是 0 维，线是 1 维，平面是 2 维，立体是 3 维。好像维数一定是整数，其实不然\*。

## 1. L'échelle

En clair, l'*échelle* consiste à définir une unité de mesure. Un mètre ruban, par exemple, a pour échelle le mètre ou le décimètre ; les règles utilisées par les écoliers ont pour unité le centimètre ou le millimètre ; un pied à coulisse a pour unité le millimètre ou le micromètre ; \*une balance industrielle a pour unité le kilogramme ; une balance analytique a pour unité le milligramme\*, etc.

On utilise différents outils en fonction de ce que l'on souhaite mesurer. \*Ainsi, on n'utilisera pas de pied à coulisse pour mesurer la taille d'un individu\*, de même qu'une balance analytique n'est pas adaptée pour peser un éléphant. La taille d'un individu et le poids d'un éléphant se mesurent donc à des échelles définies.

Ce n'est pas le cas des fractales. En raison de leur autosimilarité, même si l'on changeait l'unité de mesure de notre règle, les motifs perçus seraient toujours identiques ou similaires. Ces objets ne possèdent pas d'échelle définie et inversement ; ils ne changent pas lorsque l'échelle change. De ce point de vue, nous pouvons dire que les fractales sont intrinsèquement invariantes à chaque échelle.

Ainsi, comment comprendre cette invariance ? Nous savons que seule la notion de **dimension fractale** permet de l'expliquer.

## 2. La dimension fractale

La dimension fractale est un très bon exemple d'invariance. Il s'agit d'un outil extrêmement utile pour comprendre les propriétés essentielles des fractales. Alors qu'est-ce que la dimension fractale ?

\*Vous souvenez-vous de la notion de dimension en géométrie euclidienne\* ? Le point est de dimension 0, la droite est de dimension 1, le plan est de dimension 2 et le volume est de dimension 3. \*\*Ces \*axiomes\* laissent à penser que la dimension est forcément un nombre entier, mais il n'en est rien\*\*.

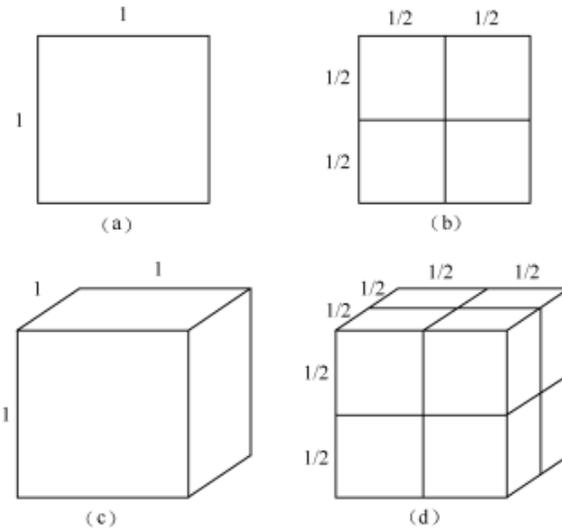


图 1.5 相似维数的示例

\*让我们来看这样一个例子\*:

图 1.5 (a) 是边长为 1 的正方形, 当边长变成原来的 1/2 时, 原正方形中包含 4 个小正方形, 如图 1.5 (b) 所示, 而  $4=2^2$ 。

图 1.5 (c) 是边长为 1 的正立方体, 当边长变成原来的 1/2 时, 原正立方体中包含 8 个小正立方体, 如图 1.5 (d) 所示, 而  $8=2^3$ 。

\*这里我们发现一个小秘密\*, 表达式  $4=2^2$  和  $8=2^3$  的 2 上面的幂恰好是相应的正方形和正立方体的维数。

\*\*如果将上面的关系写成通式, 则有

$$N = k^D \quad (1.1)$$

其中,  $k$  为边长缩小的倍数,  $N$  为边长缩小  $k$  倍后新形体的个数, 则  $D$  便是形体所具有的维数。\*如果我们将 (1.1) 式的两边同时取对数\*, 可得

$$\lg N = D \lg K$$

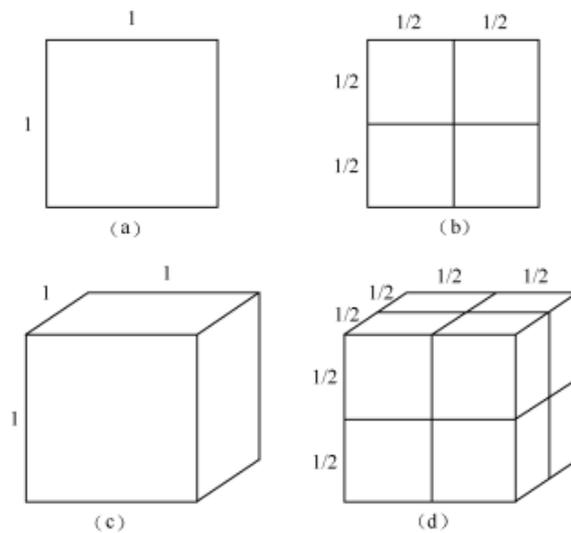


Figure 1.5 Exemples illustrant la notion dimension à partir de la similarité

\*Voici un exemple\*:

L'illustration (a) de la Figure 1.5 est un carré de côté 1. Lorsque l'on réduit de moitié la longueur d'origine de ce côté, on obtient  $\frac{1}{2}$ , et le grand carré contient alors quatre petits carrés, comme le montre l'illustration (b) de la Figure 1.5, sachant que  $4 = 2^2$ .

L'illustration (c) de la Figure 1.5 est un cube de côté 1. Lorsque l'on réduit de moitié la longueur d'origine de ce côté de façon à ce qu'il mesure  $\frac{1}{2}$ , on obtient alors 8 petits cubes, comme le montre l'illustration (d) de la Figure 1.5, soit  $8 = 2^3$  cubes.

\*Nous venons de percer un autre secret des fractales\* : dans les expressions  $4 = 2^2$  et  $8 = 2^3$ , les exposants de 2 correspondent justement à la dimension du carré et du cube.

\*Les relations ci-dessus correspondent à la formule :

$$N = k^D \quad (1.1)$$

avec  $k$  le nombre de rétrécissements du côté,  $N$  le nombre de copies obtenues après rétrécissement du côté par  $k$ , et  $D$  la dimension de la figure.

\*En ajoutant un logarithme aux deux membres de l'équation (1.1), on obtient\* :

$$\lg N = D \lg K$$

则 
$$D = \frac{\lg N}{\lg k} \quad (1.2) **$$

从 (1.2) 式可以看出，维数  $D$  未必一定是整数。所以说，分数维是可能存在的。可是分数维有必要存在吗？我们来看看下面的例子：

一条线段，如果我们用 0 维的点来测量它（数学中的测量可以看成是一种覆盖，即用\*测量尺子\*去覆盖被测对象），得到的结果是无穷大，因为线段中包含无穷多个点。如果用 2 维的单位小平面来测量此线段，得到的结果将是 0，因为线段中不包含平面。那么，用什么样的尺子测量它才能得到一个确定大小的有限值呢？看来只有用 1 维的单位线段来测量它才能得到有限值。

于是，可以得到一个结论：

若测量尺子的维数小于被测对象的维数时，其测量结果是无穷大；若测量尺子的维数大于被测对象的维数时，其测量结果为 0；只有测量尺子的维数与被测对象的维数相等时，其结果才是有限值，并且这个维数一定在上述两个维数之间。

那么，用什么样的尺子来测量 Koch 曲线才会得到有限值呢？用 1 维的线来测量它，其结果是无穷大，因为当 Koch 曲线迭代到无穷多次时，Koch 曲线将是无限长；若用 2 维的小平面来测量它，其结果将是 0，因为 Koch 曲线中没有平面。看来只好选一个大于 1 维且小于 2 维的尺子来测量它，才会得到有限值。如此说来，Koch 曲线自身的维数是一个分数，实际上，它的维数  $D=1.26186$ 。

Soit :

$$D = \frac{\lg N}{\lg k} (1.2) *$$

L'équation (1.2) démontre que la dimension  $D$  n'est pas nécessairement un nombre entier. Nous pouvons donc en déduire qu'une dimension fractale existerait bel et bien. Cependant, a-t-elle lieu d'exister ? Analysons les exemples ci-dessous.

Si l'on utilisait des points de dimension 0 pour mesurer un segment \*(en mathématiques, la mesure peut être comprise comme un recouvrement, c'est-à-dire que l'on utilise un instrument pour recouvrir l'objet à mesurer, en l'occurrence une règle), on obtiendrait un résultat infini, car un segment contient une infinité de points. Si l'on utilisait une unité de plan de dimension 2 pour mesurer ce segment, le résultat serait nul car un segment ne contient pas de plan. Alors quel type de règle peut-on utiliser pour le mesurer et obtenir une valeur finie dont l'ordre de grandeur est défini ? \* Il semble qu'on ne puisse obtenir une valeur finie qu'en le mesurant avec une unité de segment de dimension 1.

Nous pouvons en tirer la conclusion suivante :

Lorsque la dimension de la règle est plus petite que celle de l'objet à mesurer, le résultat obtenu est infiniment grand. Lorsque la dimension de la règle est plus grande que celle de l'objet à mesurer, le résultat est nul. Pour obtenir une valeur finie, il faut que la dimension de la règle et celle de l'objet à mesurer soient égales, et que ce résultat soit obligatoirement compris entre la dimension de la règle et celle de l'objet, dont nous avons parlé ci-dessus.

En partant de ces éléments, quel type de règle devrions-nous utiliser pour mesurer la courbe de Von Koch et obtenir une valeur finie ? En la mesurant à partir d'une droite de dimension 1, on obtiendrait un résultat infiniment grand, car la courbe de Von Koch peut être itérée à l'infini et est par conséquent infiniment longue. Si l'on utilisait une unité de plan de dimension 2 pour la mesurer, le résultat obtenu serait égal à 0, car elle ne contient pas de plan. On ne pourrait donc utiliser qu'une règle de dimension supérieure à 1 mais inférieure à 2 pour la mesurer et obtenir un résultat fini. Aussi, la dimension de la courbe de Von Koch elle-même est fractale : elle est égale à  $D=1,26186$ .

其实，分形的维数一般都是\*分数\*（我们叫它为分形维数，或分维），当然也有例外，比方说Peano曲线，它的分维数是2。那么，Koch曲线的分维数是怎样算来的呢？根据Koch曲线的生成规则可知，单位1的线段被分解为原来的1/3后，得到4条小线段。\*将其代入（1.2）式中，式中的k在这里等于3；（1.2）式中的N在这里等于4，则\*

$$D = \frac{\lg 4}{\lg 3} = 1.26186$$

用同样方法，我们可以计算Cantor三分集的分维数为0.63093，Sierpinski垫片的分维数为1.585058496，你不妨自己计算一下。

当然，分维数的计算有很多方法，不同的方法适用于测量不同类型的分形体。上面提到的计算分维数的方法，实际上是计算分形的相似维数，只对具有严格自相似的分形体好用，而对那些具有统计自相似性的分形，比如海岸线的分维数，只能寻找其他方法来计算。

对于具有统计自相似性的分形来说，盒维数算法是一个不错的方法，它现在20世纪20年代并被冠以种种其他名称，如度量维、信息维、Kolmogorov熵、熵维、容量维等。由于它是1929年首先被Bouligand引入的，故又称为Bouligand维。其具体算法如下：

Dans les faits, la dimension d'une fractale est en général un \*nombre fractionnaire\* (que l'on appelle dimension fractale). Il existe évidemment des exceptions, telles que la courbe de Peano, de dimension fractale égale à 2. Alors comment calcule-t-on la dimension fractale de la courbe de Von Koch ? Si l'on suit ses étapes de construction, lorsque le segment d'unité 1 est divisé en trois, on obtient quatre petits segments. \*Ainsi, en remplaçant le  $k$  de l'équation (1.2) par 3 et  $N$  par 4, on obtient :

$$D = \frac{\lg 4}{\lg 3} = 1.26186 *$$

En utilisant cette même méthode, on trouve que la dimension fractale de l'ensemble triadique de Cantor est égale à 0,63093 et celle du triangle de Sierpinski à 1,585058496. Libre à vous d'effectuer les calculs.

Bien sûr, il existe de nombreuses façons de calculer une dimension fractale. On utilise telle ou telle méthode selon le type d'objet fractal dont il faut mesurer la dimension. La méthode de calcul présentée ci-dessus est utilisée pour calculer la dimension de similarité d'une fractale et n'est donc applicable qu'aux fractales présentant une autosimilarité stricte. La dimension des fractales présentant une autosimilarité statistique, par exemple les littoraux, ne peut être calculée qu'au moyen d'autres méthodes.

La méthode du *Box counting* (comptage de boîtes) est un moyen intéressant de calculer la dimension d'une fractale présentant une autosimilarité statistique. Apparue dans les années 1920, elle a d'abord porté les noms de dimension métrique, dimension informationnelle, entropie de Kolmogorov<sup>21</sup>, dimension entropique, dimension de capacité, etc. Introduite pour la première fois en 1929 par Georges Bouligand, elle fut renommée dimension de Bouligand. Elle se calcule comme expliqué ci-dessous :

---

<sup>21</sup> Mal orthographié dans le texte source

① 在被测图上覆盖边长为  $\epsilon$  的小正方形，统计一下有多少个正方形中含有被测对象，\* 记入  $N$  中\*。

② 缩小正方形，使  $\epsilon = \epsilon / 2$ ，再统计一下有多少个正方形中含有被测对象，记入  $N$  中，以此类推。

③ 统计不同的  $\epsilon$  值下记入的  $N$  值，然后分别取对数，在**双对数坐标系**中画统计曲线，如图 1.6 所示。

④ 计算曲线中部近似直线的斜率，便是我们要找的分维数  $D$ 。

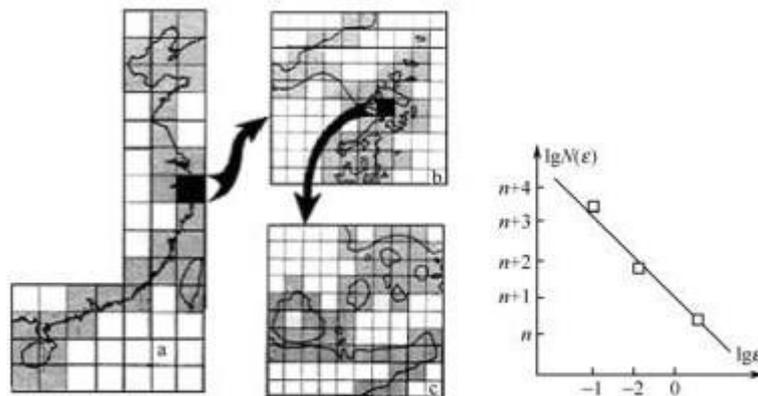


图 1.6 对海岸线的盒维数测量

曼德勃罗曾经计算过英国西海岸线的分形维数，其值  $D=1.25$ 。

① Recouvrir de petits carrés de côté  $\varepsilon$  l'ensemble dont on veut connaître la dimension. Compter le nombre de carrés nécessaires pour recouvrir l'ensemble. Ce nombre est noté  $N$ .

② Réduire la taille des carrés tel qu' $\varepsilon = \varepsilon / 2$ , puis recompter le nombre de carrés nécessaires pour recouvrir l'ensemble et renoter  $N$ . Répéter ces étapes.

③ Saisir les valeurs de  $N$  pour différentes valeurs de  $\varepsilon$ , puis en déduire leur logarithme respectif. Construire la courbe correspondante dans un **repère log-log**, comme illustré sur la Figure 1.6.

④ Calculer la pente de la droite proche du milieu de la courbe. Le résultat obtenu correspond à la dimension fractale  $D$  que nous recherchons.

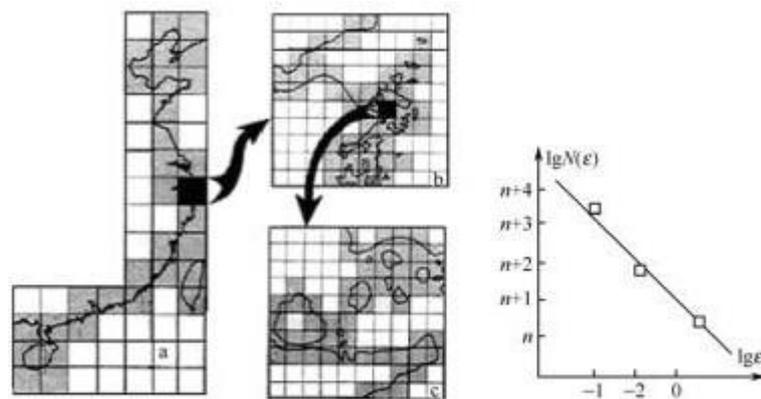


Figure 1.6 Calcul de la dimension fractale d'une côte grâce à la méthode du comptage des boîtes

D'après le calcul de Benoît Mandelbrot, la dimension fractale de la côte ouest de la Grande-Bretagne vaut  $D=1,25$ .

## 1.4 自然界中的分形

\* 《大自然的分形几何学》一书的<sup>[1]</sup>版，使我们看到分形几何与大自然中的各种形态的联系，我们甚至惊呼分形无处不在\*。大自然中到处隐藏着分形的奥秘：从我们餐桌上的菜花（图 1.7）到植物叶脉的纹理（图 1.8），从大树枝干的分叉结构（图 1.9）到黑夜中闪电的痕迹（图 1.10），从流向大海的江河（图 1.11）到错落起伏的山岭（图 1.12）等。这些用欧氏几何学无法描述的现象，用分形几何学可以很容易构造<sup>[2]</sup>相应的模型，对其模拟，并获得它们的几何性质。

然而，自然界中并不存在严格意义上的分形，就像自然界中找不到真正的欧氏圆和直线一样，自然界中也找不到真正的分形。因为从严格意义上说，分形都是变化到无穷小尺度时才产生的，而自然形态只是停留在一定层次范围内才可以用合理的分形模式来考虑。也就是说，自然界中的分形特征只存在于某段层次区间内，而且这段区间内的形态结构也不是完全自相似的，它只具有统计意义上的自相似性质。尽管如此，这已足以使我们获得更多有关自然形态的知识，并对自然界有了更深刻的理解，毕竟所有的理论都是对现实的一种抽象，分形也不例外，它是自然形态的几何抽象。“云团不是球形，山峦不是锥形，海岸线不是圆的，树皮不是光的，闪电不会沿直线行进。所有这些自然结构都具有不规则形状”（曼德勃罗）。所以，用传统的欧氏几何学描述它们是十分困难的。从这个意义上说“分形是自然界的几何学”，这一点也不过分，因为迄今为止还没有一种几何学把自然形态描绘得这样好。

## 1.4 Les fractales dans la nature

\*À sa sortie, l'ouvrage *The Fractal Geometry of Nature* a révélé l'existence de nombreuses corrélations entre la géométrie fractale et la nature, et a fait prendre conscience aux lecteurs de l'omniprésence des fractales\*. Du chou-fleur dans notre assiette (Figure 1.7) à la texture des nervures des feuilles, de la structure en bifurcation des branches d'un arbre (Figure 1.9) à la forme des éclairs dans le ciel noir (Figure 1.10), ou des rivières qui se jettent dans la mer (Figure 1.11) à la topographie irrégulière des chaînes de montagnes, les secrets des fractales se cachent partout dans la nature. Ces phénomènes que la géométrie euclidienne ne peut expliquer sont facilement modélisables grâce à la géométrie fractale. Ces modélisations permettent ainsi d'en saisir les caractéristiques géométriques.

Il n'existe cependant pas de fractales au sens strict dans la nature. Si celle-ci ne renferme ni de cercle parfait, ni de réelle droite, on n'y trouve pas non plus de vraies fractales. En effet, les fractales ne s'obtiennent à proprement parler que par des variations infinitésimales, alors que les formes naturelles ne peuvent être observées grâce à un modèle fractal approprié au-delà d'une certaine échelle. Autrement dit, les caractéristiques fractales de la nature n'existent que dans un certain champ d'échelle, et la structure des formes situées dans l'intervalle observable n'est pas complètement autosimilaire : elles sont autosimilaires seulement d'un point de vue statistique. Ce phénomène suffit cependant à étoffer nos connaissances relatives aux formes naturelles et à approfondir notre compréhension du monde naturel. Finalement, toutes les théories sont des abstractions de la réalité, et les fractales ne sont pas un cas isolé : elles ne sont autres que des abstractions géométriques de formes naturelles. « Les nuages ne sont pas des sphères, les montagnes ne sont pas des cônes, les rivages ne sont pas des cercles, et l'écorce n'est pas lisse, pas plus que l'éclair ne se propage en ligne droite. Toutes ces structures naturelles possèdent des formes irrégulières. » (Benoît Mandelbrot). Ainsi, il est extrêmement complexe d'utiliser la géométrie euclidienne pour les décrire. De ce point de vue, il ne semble pas exagéré d'affirmer que « les fractales sont la géométrie de la nature ». En effet, aucune géométrie n'égale à ce jour la géométrie fractale dans la description des formes naturelles.



图 1.7 菜花的剖面

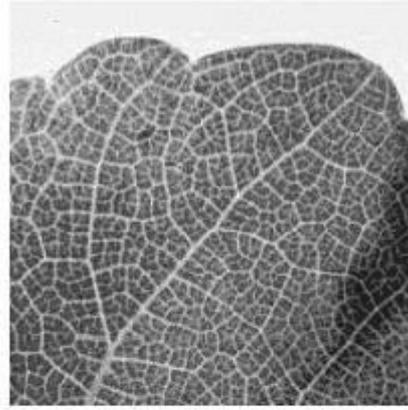


图 1.8 植物的叶脉



图 1.9 树木的枝干分叉显现自相似性

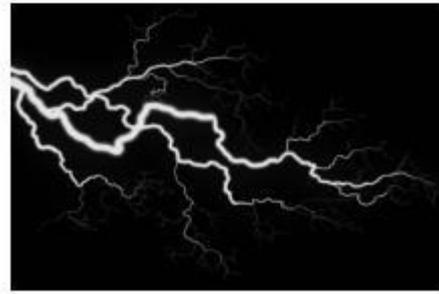


图 1.10 闪电的自相似结构

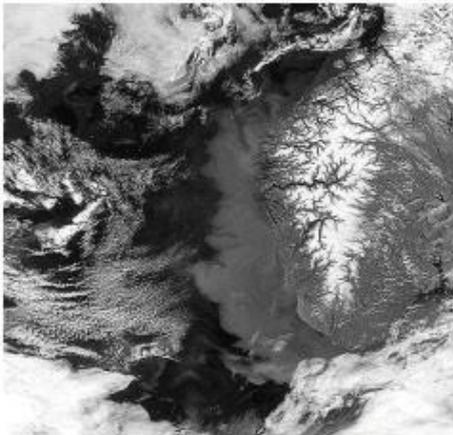


图 1.11 海岸的卫星照片

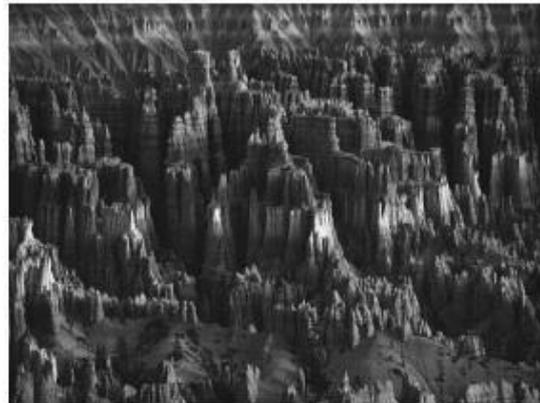


图 1.12 山脉



figure 1.7 Une coupe de chou-fleur

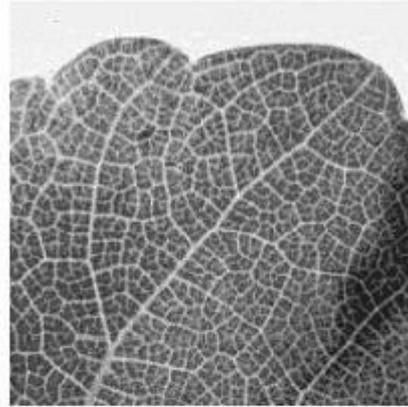


figure 1.8 Les nervures d'une feuille



figure 1.9 Branches d'arbre présentant des bifurcations autosimilaires

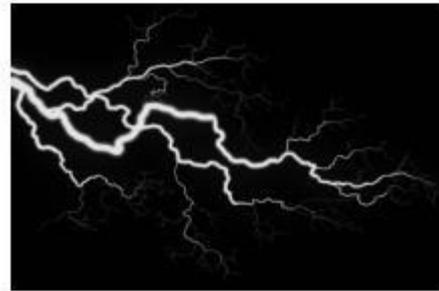


figure 1.10 La structure autosimilaire d'un éclair

v

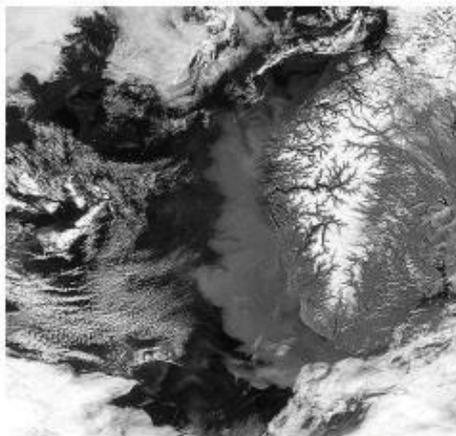


figure 1.11 L'image satellite d'un littoral

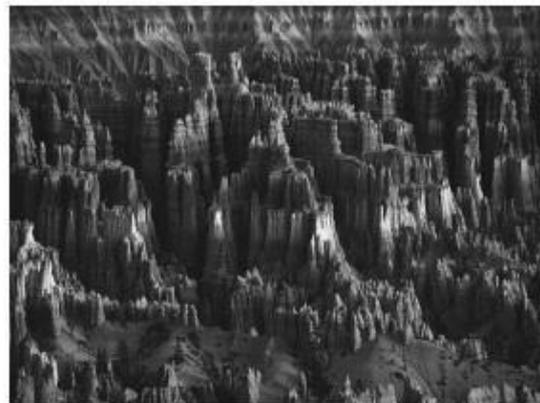


figure 1.12 Une chaîne de montagnes

# STRATÉGIE DE TRADUCTION

## **Avertissement au lecteur :**

Par convention, les caractères chinois sont suivis de leur transcription en *pinyin* (système de transcription des caractères chinois en alphabet latin).

La première occurrence des termes faisant l'objet d'une fiche terminologique apparaît en gras, à l'exception des titres.

La première occurrence des termes figurant dans le glossaire est soulignée, à l'exception des titres.

La première occurrence des termes figurant dans le lexique est suivie d'un astérisque, à l'exception des titres.

## I – Choix et présentation du texte support

En effectuant mes recherches, je me suis aperçue que la plupart des travaux actuels sur les fractales portent sur un domaine particulier auquel est appliquée l'analyse multifractale. Ces articles évoquent donc davantage le domaine dont il est question et se concentrent finalement assez peu sur la géométrie fractale, qui est l'outil permettant d'approfondir la connaissance dudit domaine. Pour des questions d'intérêt personnel, de praticité et de cohérence avec l'exposé, j'ai donc préféré rechercher un document présentant des aspects généraux des fractales. Il me paraissait par ailleurs plus intéressant de trouver un article contenant plus de textes que de formules mathématiques, ce qui restreignait beaucoup le choix également. En France, l'accès aux ressources en chinois est en outre très limité ; ainsi, la BULAC (bibliothèque universitaire des langues et civilisations) ne propose que très peu d'ouvrages scientifiques en chinois. Sur Internet, CNKI (中国知网 *zhongguo zhiwang*), la principale base de données d'articles scientifiques fiables n'est accessible gratuitement que pour les étudiants des universités chinoises partenaires. Quant à l'immense majorité des articles consultables en ligne sur *Baidu*<sup>22</sup>, *Google* et *Google Scholar*, ils ne sont pas disponibles dans leur intégralité ou sont trop courts au regard du nombre de mots exigés.

Finalement, c'est au cours de mes recherches sur la courbe de Von Koch que j'ai trouvé mon texte-support : un extrait de l'ouvrage 分形算法与程序设计-用Delphi实现 *Fenxing suanfa yu chengxu sheji – yong Delphi shixian* (« Algorithmes et programmation fractals en langage Delphi ») écrit par le spécialiste chinois Sun Bowen. Né en 1963, il enseigne l'informatique à l'Université des sciences et technologies d'Harbin (*Harbin University of Science and Technology*) et est notamment spécialiste du graphisme fractal. Il est également le créateur du site Internet 分形频道 *Fenxing Pingdao* (la chaîne des fractales), très bien accueilli par les spécialistes du domaine, ce qui lui a donné l'occasion de passer dans l'émission « 互联时代 » *Hulian shidai* (« À l'ère d'Internet ») sur la chaîne de télévision centrale CCTV 2 en 2002.

Le livre, publié en 2004, fait partie d'une collection composée de trois autres ouvrages expliquant comment programmer des fractales en langage *Visual Basic*, *Visual C++* et *Java*. Il s'adresse en particulier aux développeurs ayant des connaissances de base en mathématiques, maîtrisant la programmation et s'intéressant aux fractales. Il se concentre plus sur l'aspect programmation et développe peu l'aspect purement mathématique des fractales. Il se divise en dix

---

<sup>22</sup> Il s'agit du moteur de recherche le plus utilisé en Chine (Google n'y est pas accessible).

chapitres. Le premier présente et définit les fractales, et les neuf autres expliquent de manière détaillée comment programmer différentes fractales en langage Delphi selon différentes méthodes.

L'extrait choisi est une partie du chapitre I, intitulé 分形简介 *Fenxing jianjie* (« Introduction aux fractales »). Il porte sur les aspects généraux des fractales : introduction du concept et établissement de la théorie, propriétés géométriques, mesures, présence dans la nature, les fractales comme méthodologie, les fractales et l'infographie. La première sous-partie est en somme une biographie de Benoît Mandelbrot qu'il ne m'a pas semblé pertinent de traduire du point de vue terminologique. C'est pourquoi l'extrait commence à « Propriétés géométriques des fractales et s'arrête à la fin de la sous-partie « Les fractales dans la nature ».

## II – Problèmes terminologiques

En écrivant la partie « Exposé », j'ai naturellement effectué de nombreuses recherches et me suis familiarisée avec le vocabulaire spécifique au domaine des fractales. La traduction des termes m'a donc parue relativement fluide, à l'exception de quelques termes que je n'avais pas encore rencontrés ou dont la traduction qui semblait simple à première vue, m'a posé des problèmes de reformulation en langue cible.

### 1) 操作 *caozuo*

Comme évoqué dans l'exposé, en mathématiques, l'itération désigne la répétition d'une même opération de manière successive. Ce procédé permet de créer des fractales. Dans le texte source, l'auteur utilise le mot 操作 *caozuo*, par exemple dans la phrase « 将这条直线段三等分之后, 保留两端的线段, 将中间的一段扔掉, 如图 1.1 中  $n=1$  的操作 » *Jiang zhe tiao zhixianduan san deng fen zhihou, baoliu liang duan de xianduan, jiang zhongjian de yi duan rengdiao, ru tu 1.1 zhong  $n=1$  de caozuo.* (« Après avoir découpé ce segment en trois nouveaux segments de même longueur, garder les deux situés à chaque extrémité et retirons celui du milieu, comme illustré par l'itération  $n = 1$  de la Figure 1.1 »). Ce substantif signifie littéralement « manipulation » ou « opération », ce qui ne semble pas très approprié dans le contexte. En effet, « manipulation » évoque un geste manuel et « opération » pourrait être confondu par le lecteur avec une opération algébrique. J'ai ensuite pensé à utiliser le groupe nominal « étape de construction », suffisamment clair et adapté à une construction géométrique. Cependant, après réflexion et consultation de l'ouvrage « Les fractales en physique » dans lequel l'auteur parle par

exemple « d'itération n°7 »<sup>23</sup>, j'ai finalement opté pour le terme « itération », utilisé à la fois en mathématiques et en programmation, qui au regard de sa définition et du public visé, est à mon sens plus approprié.

## 2) 层次 *cengci*

En chinois, 层次 *cengci* signifie littéralement « couche ». Dans la partie traitant de la structure fine des fractales, l'auteur parle tout d'abord de 极多层次 *jiduo cengci* (littéralement « multicouches »), puis de 层次区间 *cengci qujian* (littéralement « intervalle de couches »), et enfin de 有限层次 *youxian cengci* (littéralement « couche ayant une limite »). Pour ce dernier terme, j'ai tout d'abord trouvé la traduction « couche limite ». Cependant, celui-ci est spécifique au domaine de la mécanique des fluides et de la météorologie et n'a aucun lien avec les fractales. Je n'ai trouvé d'occurrence du mot « couche » dans aucun document traitant des fractales, de plus, ce substantif n'est pas très parlant tel quel. Dans le contexte, il fait en fait référence à l'ensemble des niveaux auxquels il est possible d'observer les caractéristiques fractales d'un objet (en l'occurrence son **autosimilarité**). J'ai donc d'abord pensé à l'associer à « fractal » (« couches fractales ») et à « autosimilarité » (« couches d'autosimilarité ») mais je n'ai également trouvé aucune occurrence. J'ai ensuite trouvé plusieurs équivalents possibles d'après le contexte :

- niveaux fractals : je me suis mise à la place d'un lecteur et cette solution ne me paraissait pas très intelligible car trop vague;
- niveaux d'autosimilarité : après réflexion, cette proposition m'a semblée trop précise par rapport à l'intention de l'auteur qui n'évoque pas directement l'autosimilarité ;
- niveaux scalaires ou gammes scalaires : cette solution issue de l'article « Formalisation de trois lois d'échelle permettant de quantifier des structures spatiales ponctuelles, linéaires ou surfaciques : exemples de transitions fractal-non fractal en géographie » semble se rapprocher du vouloir-dire de l'auteur et me paraissait assez claire. Cependant, elle sera invalidée par mon spécialiste référent, Monsieur Saës, comme expliqué plus loin dans cette même sous-partie. Avec du recul, elle me paraît de toute façon redondante ;

---

<sup>23</sup> BOTET Robert, « Les fractales en physique », [en ligne], *Techniques de l'ingénieur Physique-Chimie*, 2001, n°4, disponible sur [https://books.google.fr/books?id=k83BTEh2IbMC&pg=PA5&lpg=PA5&dq=initiateur+g%C3%A9n%C3%A9rateur+fractal&source=bl&ots=E3BoV8CL\\_z&sig=ACfU3U3kzfxxhhPrsgjeqQr00dZKVMgDIMg&hl=fr&sa=X&ved=2ahUKEwjIjLz\\_hdr3AhWJSfEDHVrqAC8Q6AF6BAgzEAM#v=onepage&q=initiateur%20g%C3%A9n%C3%A9rateur%20fractal&f=false](https://books.google.fr/books?id=k83BTEh2IbMC&pg=PA5&lpg=PA5&dq=initiateur+g%C3%A9n%C3%A9rateur+fractal&source=bl&ots=E3BoV8CL_z&sig=ACfU3U3kzfxxhhPrsgjeqQr00dZKVMgDIMg&hl=fr&sa=X&ved=2ahUKEwjIjLz_hdr3AhWJSfEDHVrqAC8Q6AF6BAgzEAM#v=onepage&q=initiateur%20g%C3%A9n%C3%A9rateur%20fractal&f=false) >, consulté le 26/04/2022, page 3

- niveaux hiérarchiques : cette proposition est utilisée par Benoît Mandelbrot pour décrire la structure des amas de galaxies. Cependant, l'adjectif « hiérarchique » m'a paru trop fort et trop précis au regard du contexte ;
- niveaux d'observabilité de l'autosimilarité ;
- échelles d'observabilité de l'autosimilarité ;

Ces deux propositions, inspirées d'un article de Jean-Claude Chirollet <sup>24</sup> me semblaient trop précises et trop longues.

- homothéties : ce terme me paraissait trop technique pour le public visé et la notion d'échelle et de « couche » n'est pas assez présente. De plus, s'il avait réellement voulu parler d'homothétie, l'auteur aurait sans doute employé les termes 位似变换 *weisi bianhuan* ou 缩放 *suofang*.

J'ai ensuite cherché des documents en français expliquant plus spécifiquement l'aspect structurel des fractales. L'article susmentionné, « Formalisation de trois lois d'échelle permettant de quantifier des structures spatiales ponctuelles, linéaires ou surfaciques : exemples de transitions fractal-non fractal en géographie » m'a mise sur la voie. Il propose en effet les groupes nominaux « niveaux d'organisation », « gamme d'échelles », et « organisation scalaire ». Le premier me paraissait assez juste mais met plus l'accent sur la structure et un peu moins sur l'échelle. Le deuxième est un peu moins technique. Dans le troisième, il manque la notion de « couches » ou de « niveaux ». J'ai donc décidé de rassembler le premier et le troisième et ai proposé « niveaux scalaires ». Cependant, mon spécialiste référent, Monsieur Saës a affirmé que cette collocation n'était pas employée par les spécialistes du domaine. Il m'a conseillé d'utiliser « niveaux d'échelle\* » en précisant que « niveaux de zoom » était également une solution acceptable.

### 3) 始操作长度 *shi caozuo changdu*

始操作长度 *shi caozuo changdu* est composé du caractère 始 *shi* (commencer), 操作 *caozuo* (manipulation) et 长度 *changdu* (longueur), et Sun Bowen définit ce terme comme « un segment de géométrie euclidienne que nous appellerons  $L_0$  » (一条欧氏长度为  $L_0$  的直线段). Il semble être synonyme de 初始图形 *chushi tuxing*, également employé par Sun Bowen, ainsi que par Zhu Hua et Ji Cuicui dans leur ouvrage *La théorie fractale et ses applications*<sup>25</sup>. Ne trouvant aucune

<sup>24</sup> CHIROLLET Jean-Claude, « Du point euclidien au nuage fractal : matrices génétiques du détail », [en ligne], *Ktéma*, 2012, n°37, pp. 409-421, disponible sur < [https://www.persee.fr/doc/ktema\\_0221-5896\\_2012\\_num\\_37\\_1\\_1671](https://www.persee.fr/doc/ktema_0221-5896_2012_num_37_1_1671) >, consulté le 01/05/2022

<sup>25</sup> 朱华、姬翠翠：分形理论及其应用(La théorie fractale et ses applications), [网络资料], 科学出版社, 北京, 2011年, 资料来源于

occurrence de ce terme en le saisissant simplement dans la barre de recherches, j'ai entrepris de lire des documents expliquant en détails les étapes de construction de différentes fractales en français. Mes recherches m'ont d'abord menée au terme « **générateur** », utilisé en particulier dans le paragraphe consacré à la courbe de Von Koch dans l'ouvrage *Le monde des fractales : la Nature trans-échelles* <sup>26</sup> . Dans les documents qui traitent de ce sujet, ce terme est systématiquement associé à « initiateur ». Comme expliqué par les illustrations de l'article « Les fractales en physique », « l'initiateur » correspond au point de départ de la construction d'une fractale (dans l'article de Sun Bowen, il s'agit d'un segment euclidien, alors que dans « Les fractales en physique », il s'agit d'un carré). Le « générateur » correspond en fait à la modification effectuée de manière itérative sur l'initiateur. Benoît Mandelbrot en donne la définition suivante lorsqu'il explique la construction de la courbe de Peano : « La première approximation, que l'on appelle "initiateur" est un intervalle de longueur 1. La seconde approximation est ce générateur du diagramme A. Aux trois tiers de l'intervalle de longueur 1, le générateur ajoute six intervalles de longueur 1/3, qui se combinent avec le tiers central de l'initiateur pour former un "huit" en double carré. »<sup>27</sup> Il n'y avait donc plus de doute, il s'agissait bien de « l'initiateur ».

#### 4) 盒维数算法 *he weishu jisuanfa*

J'ai relevé de nombreux correspondants du terme 盒维数算法 *he weishu jisuanfa* en français :

- Méthode du comptage de boîtes ;
- Dimension fractale par comptage de boîtes (carrées ou cubiques) ;
- Dimension de Bouligand ;
- Dimension de Minkowski-Bouligand ;
- Méthode des boîtes ;
- Dimension de boîtes ;
- Dimension *Box counting* ;
- Méthode (du) *Box counting*.
- Méthode de dénombrement des boîtes

Lorsque l'on saisit ces termes entre guillemets dans Google, on obtient respectivement 680, 236, 352, 591, 2 480, 4 450, 1380, 273 et 2 résultats, la plupart à priori issus de ressources

---

< <http://www.ecsponline.com/yz/B21A3DCAD1C494712B5E182E49DCE7D6A000.pdf> >, 阅读日期: 2021 年 8 月 26 日, p. 2

<sup>26</sup> QUEIROS-CONDE Diogo, CHALINE Jean, DUBOIS Jacques, *Le monde des fractales : la Nature trans-échelles*, Ellipses, Paris, 2015, p.59

<sup>27</sup> MANDELBROT Benoît, *Les objets fractals*, Champs Flammarion, Paris, 1995, p 40

fiables telles que des articles scientifiques et des thèses écrits par différents chercheurs. Cependant certains des auteurs ne sont pas spécialistes des fractales mais d'un autre domaine auxquels ils appliquent la géométrie fractale ou l'analyse multifractale. Bernard Roland et Cyril Fleurant, auteurs de l'article « Caractérisation des formes du bocage à l'aide de la géométrie fractale »<sup>28</sup> contenant le terme « méthode du comptage de boîtes » sont par exemple des géographes et non des mathématiciens. Pour les deux dernières propositions cependant, un certain nombre des articles proposés lors de la requête sont rédigés en anglais. Quant à « méthode de dénombrement des boîtes », il semble n'être utilisé que par Ludovic Koehl<sup>29</sup> qui n'est pas spécialiste des fractales mais ingénieur textile spécialisé dans l'informatique industrielle. Le terme « dimension de boîtes », dont les occurrences relevées par Google sont les plus nombreuses me semblait assez fiable car notamment utilisée par Claude Tricot dans son ouvrage *Géométries et mesures fractales : une introduction*<sup>30</sup>. Professeur à l'Université Blaise Pascal de Clermont-Ferrand, ce dernier a participé au développement de la géométrie fractale dans les années 1980 en introduisant la notion de « dimension de *packing* ». De plus, je pouvais difficilement utiliser les termes utilisant les noms des mathématiciens Bouligand et Minkowski car l'auteur cherche justement à établir une liste de tous les noms que ce concept a portés avant d'être finalement nommé « dimension de Bouligand ». J'ai donc éliminé la troisième et la quatrième proposition.

J'ai finalement opté pour la traduction « méthode des boîtes » car le texte source évoque bien une méthode et pas directement la dimension. Cependant, Monsieur Saës m'a affirmé que ce terme était toujours utilisé en anglais et a préféré le remplacer par « méthode du *Box counting* ».<sup>31</sup>

##### 5) 妖魔曲线 *yaomo quxian*

En chinois 妖魔 *yaomo* signifie « diable » ou le « mal » et 曲线 *quxian* signifie « courbe » au sens géométrique. J'ai également hésité entre plusieurs traductions pour ce terme. Les spécialistes parlent en effet de « **monstre** », de « monstre mathématique », d'« objet mathématique non

---

<sup>28</sup> ROLAND Bernard, FLEURANT Cyril, « Caractérisation des formes du bocage à l'aide de la géométrie fractale », [en ligne], *L'Espace géographique*, 2004, Vol. 2, n°33, pp. 165-174, disponible sur < <https://www.cairn.info/revue-espace-geographique-2004-2-page-165.htm> >, consulté le 05/05/2022. Notons que *the box counting method* est précisé entre parenthèses.

<sup>29</sup> KOEHL Ludovic, « Conception et réalisation d'un estimateur de dimension fractale par utilisation de techniques floues », [en ligne], thèse, productique : automatique et informatique industrielle, Université des sciences et technologies de Lille, 1998, p 8 disponible sur < [https://pepite-depot.univ-lille.fr/LIBRE/Th\\_Num/1998/50376-1998-1.pdf](https://pepite-depot.univ-lille.fr/LIBRE/Th_Num/1998/50376-1998-1.pdf) >, consulté le 20/06/2022

<sup>30</sup> TRICOT Claude, *Géométries et mesures fractales : une introduction*, Ellipses, Paris, 2008, page 333

<sup>31</sup> Cette affirmation contredit toutefois sa propre vidéo Science Trash (SAËS Guillaume), *Cette FORME va changer le MONDE*, [en ligne], 2021, disponible sur < <https://www.youtube.com/watch?v=51dFGX5g4So> >, consulté le 05/06/2021, dans laquelle il utilise le terme « dimension de boîte ».

identifié (OMNI) », ou encore de « courbe pathologique » ou d' « objet pathologique »<sup>32</sup>. Pour décider d'une traduction, j'ai tout d'abord décidé de regarder le terme utilisé par Benoît Mandelbrot lui-même dans son ouvrage *Les objets fractals*, référence en la matière. Il emploie les termes « monstre mathématique », « monstre » et « courbe pathologique ». D'après mes recherches Google à l'aide des guillemets et en relevant les occurrences dans les autres ouvrages consultés, j'ai constaté que le terme « monstre mathématique » était le plus utilisé. Si elle n'utilise pas le substantif « courbe » comme en chinois, la proposition « monstre » présente néanmoins un sens qui reste proche de celui de 妖魔 *yaomo* (diable, le mal). De plus, il existe un autre terme en chinois signifiant plus spécifiquement « courbe pathologique » : 病态曲线 *bingtai quxian*. J'ai donc finalement décidé de traduire ce terme par « monstre mathématique ».

### III – Respecter le *Skopos* : opter pour le correspondant ou vulgariser ?

Lors de la traduction du texte support, il m'a été difficile de me positionner sur certains termes : était-il préférable d'employer un terme technique précis ou de le vulgariser pour qu'il puisse être compris par des informaticiens ? Ayant beaucoup lu sur le sujet en amont de la traduction, j'ai parfois été tentée d'utiliser les termes consacrés alors que le contexte ne s'y prêtait pas forcément. La traduction de ce texte m'a poussée à faire des choix en gardant en tête le postulat traductif : le texte ne s'adresse pas seulement à des spécialistes des mathématiques mais aussi à un public plus large.

#### 1) Les types de balances

Dans la sous-partie intitulée « l'échelle\* », l'auteur évoque différents instruments de mesure et leurs unités, dont les balances. Là où le français n'utilise qu'un seul mot, le chinois fait quant à lui la distinction entre deux grandes catégories de balances : les balances à fléau 天平 (*tianping*) et les balances à plateforme ou balances de cuisine 磅秤 (*bangcheng*). Lorsque les deux substantifs apparaissent dans une même phrase, comme c'est le cas dans le texte source, il est alors nécessaire d'être plus précis en français. Or, l'auteur affirme que l'unité des balances de type 天平 (*tianping*) est le milligramme, et que les balances de type 磅秤 (*bangcheng*) mesurent des kilogrammes. J'ai d'abord pensé que l'auteur avait souhaité grossir le trait en comparant de manière imagée un pèse-personne à une balance de cuisine, mais cette comparaison ne correspond

---

<sup>32</sup> MANDELROT Benoît, *Les objets fractals : forme hasard et dimension*, Champs Flammarion, Paris, 1995 et QUEIROS-CONDE Diogo, CHALINE Jean, DUBOIS Jacques, *Le monde des fractales : la Nature trans-échelles*, Ellipses, Paris, 2015

pas aux termes utilisés par l'auteur qui sont moins précis. De plus, il n'est pas possible de traduire ces deux termes simplement par « balance à fléau » et « balance à plateforme » car les unités ne sont pas les bonnes (les deux mesurent des grammes). Lorsque l'on recherche « 天平 » (*tianping*) sur *Baidu*, le moteur de recherche renvoie notamment à des balances de laboratoire dont l'unité est justement le milligramme : ce sont les balances analytiques (Figure 21). Lorsque l'on recherche le terme 磅秤 (*bangcheng*), le moteur de recherche renvoie alors à des balances à plateau équipées d'un fléau mécanique, mais aussi à des balances électroniques de type industriel (Figure 22).



Figure 21 Une balance analytique, Baidu, < <http://tao.k7dj.com/goods-588547107665.html> >, consulté le 25/06/2022

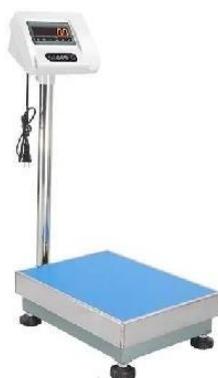


Figure 22 Une balance industrielle à plateau, Baidu < <http://www.5jjc.net/p5j0/539537358106/> >, consulté le 25/06/2022

J'ai donc décidé d'opter pour ces deux traductions (« balance industrielle » et « balance analytique »), malgré leur degré de précision supérieur à celui de l'auteur car :

- il s'agit d'un problème linguistique et il n'existe pas de correspondants exacts en français ;

- le choix des unités est le thème du paragraphe en question. Il m'a donc semblé plus logique d'insister sur ce point plutôt que de choisir des substantifs trop vagues et peu parlants pour le lecteur

## 2) Isotrope et anisotrope

Dans le paragraphe consacré à l'auto-affinité, l'auteur évoque la différence entre transformation autosimilaire et transformation auto-affine, dépendantes des directions. Pour ce faire, il emploie respectivement les syntagmes 各个方向上 *gege fangxiang shang* (dans toutes les directions) et 不同方向上 *butong fangxiang shang* (dans des directions différentes). En français, les termes consacrés pour parler « d'indépendance » ou de « dépendance » de la direction sont « isotropie\* » et « anisotropie\* ». Bien que très appropriés dans le contexte et utilisés par Benoît Mandelbrot, notamment pour parler du mouvement brownien<sup>33</sup>, ces deux termes m'ont semblés trop techniques au regard du public visé, qui n'est pas forcément expert en géométrie. De plus, il existe des termes consacrés en chinois (各向同性 *ge xiang tong xing* pour « isotropie » et 各向异性 *ge xiang yi xing* pour « anisotropie ») que Sun Bowen a choisi de ne pas utiliser. Afin de respecter le postulat traductif et d'être plus proche du texte source, j'ai finalement décidé de reformuler ces notions en français, sans utiliser les termes « isotrope » et « anisotrope » : « l'autosimilarité est le résultat d'une transformation qui conserve les proportions d'une partie en un tout dans toutes les directions [...] l'auto-affinité est le résultat d'une transformation qui ne conserve pas les proportions d'une partie en un tout, et qui diffère selon les directions ».

## 3) Règle

Pour expliquer la notion de dimension, l'auteur utilise le groupe nominal 测量尺子 *celiang chizi*, qui signifie littéralement « règle de mesure ». Lors de la traduction de ce passage, il m'a été difficile de déterminer s'il s'agissait d'une règle au sens propre, d'une métaphore décrivant les instruments de mesure au sens large, ou d'un véritable terme technique. Au regard de la volonté de l'auteur d'utiliser des exemples simples, j'ai finalement écarté l'hypothèse du terme-candidat. J'ai donc décidé d'adapter ma traduction en fonction des explications données par l'auteur : lorsqu'il parle de mesurer un segment, le substantif « règle » est adapté, car on parle bien de règle graduée. En revanche, lorsqu'il pose la question « quelle devrait être notre “règle” lorsqu'il s'agit

---

<sup>33</sup> MANDELBROT Benoît, Les objets fractals, Champs Flammarion, Paris, 1995, p 45, « toutes les directions ont la même probabilité ».

de mesurer les fractales ? », le mot a un sens plus générique. J'ai donc pris le parti de parler de « type de règle », qui permet de garder une certaine cohérence par rapport au texte source, de n'utiliser qu'un seul substantif en en faisant une sorte de terme « générique » et qui parle au lecteur sans être trop précis.

#### IV – Problèmes de phraséologie : s'exprimer comme un mathématicien

##### 1) Décrire les étapes de construction d'une figure et expliquer à quoi correspondent les inconnues d'une équation

La géométrie désigne « la partie des mathématiques ayant pour objet l'étude des espaces et des figures qui peuvent l'occuper. »<sup>34</sup> Il est donc nécessaire de décrire les étapes de construction des figures fractales. Au moment de traduire ces passages, j'ai tout d'abord été confrontée à la question suivante : est-il plus pertinent d'utiliser l'infinitif ou la troisième personne ? Afin de trouver la meilleure solution, j'ai décidé de consulter deux manuels d'exercices et de méthodes de mathématiques, car des structures de phrases équivalentes à celles du texte-support sont souvent utilisées dans les rubriques « cours » ou « méthode » de ces ouvrages à visée pédagogique. J'ai remarqué qu'à première vue, les deux manuels semblaient aller dans le même sens : ils utilisent tous deux des verbes à l'infinitif. On retrouve par exemple des phrases du type « Construire un triangle ABC avec  $AB = 8 \text{ cm}$  [...] »<sup>35</sup>, ou encore « Pour résoudre  $\cos(x) = \lambda$ , placer  $\lambda$  sur l'axe des abscisses [...] tracer un trait vertical passant par  $\lambda$ . »<sup>36</sup> J'ai également trouvé quelques occurrences de la troisième personne du singulier « on », mais ces occurrences se trouvaient en très grande partie dans des passages un peu moins formels écrits sur un ton plus humoristique, ou dans des manuels destinés à de plus jeunes élèves. Dans son ouvrage « L'invention des formes »<sup>37</sup>, Alain Boutot, utilise également le pronom « on » lorsqu'il décrit les étapes de construction des objets fractals. Toutefois, il n'est pas mathématicien mais philosophe. J'ai donc décidé d'utiliser également l'infinitif dans la traduction des instructions données par Sun Bowen pour construire l'ensemble triadique de Cantor, la courbe de Von Koch, ou le triangle de Sierpinski.

J'ai décidé d'utiliser la même méthode pour expliquer à quoi correspondent les inconnues d'une équation, par exemple pour expliquer ce que désignent  $N$ ,  $k$  et  $D$  dans la formule  $N = k^D$ .

---

<sup>34</sup> CNRL, TLFi, « géométrie », [en ligne], disponible sur <https://www.cnrtl.fr/definition/g%C3%A9om%C3%A9trie> >, consulté le 15/05/2022

<sup>35</sup> PICCHIOTTINO Jean-Dominique, « Tout en un 5<sup>e</sup> », *Mathématiques*, Magnard, 2011, p 90

<sup>36</sup> PETIT Thomas, « Method'S – mathématiques première S, 250 méthodes, 135 exercices corrigés », Ellipses, Paris 2011, p 300

<sup>37</sup> BOUTOT Alain, « L'invention des formes », éditions Odile Jacob, 1993

On retrouve très souvent les adverbes « avec », « soit », « alors », ou les locutions « tel que », « on obtient »<sup>38</sup>, que j'ai réutilisés dans ma traduction. Benoît Mandelbrot utilise notamment la conjonction « où » (« où k et h vont de 1 à K »), le verbe « donner » (« le même argument donne »)<sup>39</sup>, qui m'ont aussi mise sur la voie.

## 2) Faire preuve de rigueur et de précision : quelques corrections apportées par mon spécialiste référent

La géométrie et plus généralement les sciences exigent un sens de la rigueur et de la précision qui m'ont parfois échappé. Certaines de mes propositions manquaient d'exactitude aux yeux de mon spécialiste référent, qui m'a aidé à les reformuler de manière plus précise, afin d'éviter toutes les ambiguïtés qui auraient pu poser des problèmes de logique ou de compréhension à un mathématicien aguerri.

Par exemple, dans le tout premier paragraphe, j'avais traduit 标度变换下的不变性 *biaodu bianhuan xia de bubianxing* par « invariance par transformation scalaire ». J'avais en effet trouvé des occurrences de « transformation scalaire » dans plusieurs articles scientifiques et dans une thèse<sup>40</sup>. Pourtant, Monsieur Saës m'a indiqué que ce terme n'était pas utilisé et m'a suggéré de le remplacer par l'explicitation suivante « invariance sous l'effet d'une transformation qui multiplie toutes les distances par une constante fixe ». En effet, en algèbre, « scalaire » désigne les nombres réels qui multiplient les vecteurs dans un espace vectoriel. Il ne s'agit donc pas de la même notion.

Ensuite, dans une phrase expliquant la différence entre l'ensemble triadique de Cantor et la courbe de Von Koch, j'avais traduit 一个处处不光滑的折线集 *yige chuchu buguanghua de zhexianji* de manière assez littérale, « un ensemble de lignes non lisses », ce que Monsieur Saës a jugé nécessaire de remplacer par « un ensemble dont le contour est non lisse ». En géométrie, « ligne » est en effet trop vague : s'agit-il d'une droite, d'une demi-droite, d'un segment, d'une courbe ? De plus, en géométrie fractale, une « ligne » peut remplir l'espace lorsque l'on y ajoute des détails, il est donc nécessaire de préciser que ce sont bien ses contours qui ne sont pas lisses. Il m'a fait la même remarque dans le paragraphe expliquant les étapes de construction du triangle de Sierpinski, mais cette fois-ci à l'inverse : si l'on écrit simplement « diviser ce triangle équilatéral en quatre parties », le lecteur pourrait croire que l'on fait ici référence au contour du

---

<sup>38</sup> PETIT Thomas, « Method'S – mathématiques première S, 250 méthodes, 135 exercices corrigés », Ellipses, Paris 2011, p 96

<sup>39</sup> MANDELBROT Benoît, Les objets fractals, Champs Flammarion, Paris, 1995, p 29

<sup>40</sup> Entre autres DURAND Arnaud, *Propriétés d'ubiquité en analyse multifractale et séries aléatoires d'ondelettes à coefficients corrélés*, [en ligne], thèse, Université Paris XII Val de Marne, 2007, disponible sur < <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00185375/document> >, consulté le 07/05/2022

triangle alors que l'on divise l'intérieur de celui-ci. En suivant son conseil, j'ai donc modifié la phrase comme suit : « diviser l'intérieur de ce triangle équilatéral en quatre parties ».

Par ailleurs, pour expliquer les différences entre autosimilarité et auto-affinité, l'auteur parle de 等比例变换 *deng bili bianhuan* (littéralement « *égal proportion transformation* »), ce qu'il m'avait paru juste de traduire par « transformation équiproportionnelle ». Or, Monsieur Saës l'a remplacé par « transformation qui conserve les proportions ». Il m'a donné l'explication suivante : « Une transformation n'a pas de proportion. Elle conserve les proportions des objets géométriques qu'elle transforme. »

Enfin, dans l'étape 2 de la méthode du *Box counting*, Sun Bowen indique qu'il faut « réduire la taille des carrés tel que  $\varepsilon' = \varepsilon / 2$ , puis recompter le nombre de carrés nécessaires pour recouvrir l'ensemble et noter N » (记入 N 中 *jiru N zhong*, littéralement « inscrire ou insérer dans N »), ce que j'avais traduit par « l'ajouter [le nombre de carrés] à N ». Monsieur Saës m'a indiqué que cette proposition était inexacte car on n'effectue pas de somme, mais on recalcule N. Il m'a donc conseillé de remplacer « l'ajouter à N » par « noter N ».

## V – Traduire les spécificités de la langue chinoise

D'un point de vue linguistique, le chinois et le français comportent un certain nombre de différences notables : elles n'appartiennent pas à la même famille de langues, le chinois est une langue à tendance isolante, c'est-à-dire que tous ses mots sont invariables et composés d'un seul morphème, alors que le français est une langue à tendance flexionnelle, c'est-à-dire que les mots changent en fonction de leur rôles grammaticaux ; le chinois ne possède pas d'alphabet alors que le français est une langue alphabétique, etc. Associés aux différences culturelles qui se manifestent à travers la langue, ces écarts sont parfois source de problèmes de traduction.

### 1) Le chinois classique

Le chinois classique désigne la langue littéraire traditionnelle utilisée depuis la dynastie Zhou (de 1046 à 256 avant notre ère). Le chinois contemporain en est dérivé. Les œuvres littéraires chinoises classiques (poésie, philosophie, etc.) sont écrites en chinois classique, lequel est enseigné dès le collège en Chine. On trouve encore des traces de chinois classique dans le chinois contemporain et notamment dans le langage écrit. Très attachés à la culture et à l'histoire de leur

pays, les Chinois aiment utiliser des 成语 *chengyu*<sup>41</sup> (expressions idiomatiques formées de quatre caractères, parfois inspirées d'une histoire et issues du chinois classique) ou faire référence à des textes classiques, comme Sun Bowen le fait dans le paragraphe traitant de la structure fine des objets fractals, en citant un extrait du chapitre intitulé *Tianxia* du *Zhuangzi* : 一尺之捶，日取其半，万世不竭 *yi chi zhi chui, ri qu qi ban, wanshi bu jie* (littéralement « un bâton d'un pied, en en prenant la moitié chaque jour, dix mille siècles [on] ne finit pas »). La structure de cette phrase que l'on pourrait presque considérer comme un proverbe, est typique du chinois classique : une suite de propositions constituées de quatre caractères. Très courte, elle est aussi très riche sémantiquement. Le chinois classique peut être ardu à comprendre en raison de la polysémie et de la richesse sémantique de chaque caractère. Contrairement au chinois contemporain, il comporte en effet relativement peu de mots grammaticaux. De plus, un même caractère peut très souvent être utilisé en tant que nom ou que verbe. Je ne m'attendais pas à devoir traduire une phrase de chinois classique dans un texte de mathématiques. Par ailleurs, je n'ai pas eu accès à la traduction de cette partie du *Zhuangzi* en français. Pour comprendre cette phrase, j'ai tout d'abord cherché le sens le plus probable de certains caractères polysémiques dans un dictionnaire de chinois classique<sup>42</sup> puis j'ai cherché des traductions de cette même phrase en chinois contemporain. J'ai ensuite identifié quelques « critères » qu'il me semblait important de respecter pour traduire cette phrase : respecter la structure en trois propositions, ajouter des connecteurs logiques, indispensables en français, et adopter un style assez littéraire tout en faisant ressortir l'aspect « vérité générale » pour qu'elle s'apparente à un proverbe comme dans le texte source.

Ma proposition de traduction se divise également en trois parties mais n'est pas coupée aux mêmes endroits que dans le texte source pour des raisons grammaticales, syntaxiques et logiques ; un calque de la structure ne correspondrait pas au génie de la langue française. Ensuite, la relation logique exprimant la condition n'est pas exprimée en chinois car elle est implicite. En revanche, il est nécessaire de la formuler en français : j'ai choisi la conjonction « si ». Pour donner un style plus littéraire qui corresponde à l'atmosphère de la philosophie chinoise classique, j'ai tout d'abord choisi d'inverser les syntagmes « vous utilisez chaque jour la moitié » et « d'une même branche d'un pied ». Cet effet de style met de plus en valeur le fait que Zhuangzi parle d'une seule

---

<sup>41</sup> Dans l'extrait, l'auteur utilise les chengyu 有所不同 *you suo bu tong* (être différent de), 迄今为止 *qi jin wei zhi* (jusqu'à aujourd'hui), 以此类推 *yi ci lei tui* (de même, par analogie), 无处不在 *wu chu bu zai* (être omniprésent) et 自相矛盾 *zi xiang mao dun* (être paradoxal), nominalisé par le caractère 性 *xing*, mais ces chengyu n'ont pas représenté de difficulté de traduction majeure.

<sup>42</sup> 冯蒸(主编)等：古汉语常用字字典第六版(Dictionnaire des caractères courants du chinois classique – Sixième édition), 中国春年出版社，北京，2006年

et unique branche (qui est aussi au premier plan dans la version chinoise). J'ai par ailleurs décidé d'inclure le lecteur grâce au pronom « vous » pour qu'il puisse s'identifier aux disciples de Zhuangzi. Enfin, pour que la phrase sonne comme une vérité générale, j'ai choisi d'utiliser le futur simple. Par ailleurs, dans la dernière série de quatre caractères, Zhuangzi utilise le mot 万世 *wanshi* (littéralement « dix mille siècles »), qui signifie « pour l'éternité » ou « de tous temps », qui ne pouvaient pas être utilisés tels quels dans la phrase. Pour garder un certain rythme et pour ajouter une rime en « é », j'ai décidé de traduire cette dernière partie par « même après un millier d'années », qui exprime la même idée. Ma proposition est donc la suivante : « Si d'une même branche d'un pied vous utilisez chaque jour la moitié, il vous sera impossible de la consumer entièrement, même après un millier d'années ».

## 2) La « concentration sémantique » et l'implicite

Comme nous l'avons évoqué dans la précédente sous-partie, du fait notamment de sa quasi-absence de morphologie, le chinois est une langue très implicite dans laquelle chaque caractère est très « concentré » sémantiquement. Ce phénomène a été la source de certains problèmes de compréhension, car la logique n'est pas toujours très claire pour un non-natif. Par exemple, pour expliquer la notion d'autosimilarité, l'auteur explique la relation entre une partie 局部 *jubu* et son tout 整体 *zhengti*. Or plus loin dans le texte, ces deux mots sont abrégés en 局整 *juzheng*. Même constat pour le mot 分维 *fenwei* (**dimension fractale**) qui est la contraction de 分形 *fenxing* (fractal) et 维数 *weishu* (dimension). Chaque caractère pouvant prendre différentes significations selon le contexte, il n'est pas toujours évident de repérer qu'il s'agit de contractions, et inversement. En effet, j'avais au départ décidé de traduire 分数 *fenshu* par « nombre fractal », car dans son ouvrage *Les objets fractals : forme, hasard et dimension*<sup>43</sup>, Mandelbrot affirme que « dans certains ouvrages mathématiques, certaines figures que j'incorpore parmi les fractales sont dites de “dimension fractionnaire”, mais ce terme est fâcheux car il n'est pas d'usage, par exemple, de qualifier  $\pi$  de fraction. » Il m'avait donc semblé qu'ici, le mot 分数 *fenshu* était la contraction de 分形 *fenxing* (fractal) et de 数字 *shuzi* (nombre). Or, Monsieur Saës m'a suggéré de le remplacer par « nombre fractionnaire ». Avec du recul, je pense que nombre fractal est trop peu intelligible. On pourrait en effet se demander « qu'est-ce qui définit un nombre fractal ? ». La dimension peut être fractale mais pas un nombre, le terme n'existe donc pas. De plus, 分数 *fenshu* peut vouloir dire « fraction » au sens mathématique du terme. Il ne s'agissait donc pas d'une

---

<sup>43</sup> MANDELROT Benoît, *Les objets fractals : forme hasard et dimension*, Champs Flammarion, Paris, 1995, p 6

contraction. Par ailleurs, deux pronoms<sup>44</sup> issus du chinois classique impliquant des relations logiques difficiles à identifier comme 之 *zhi* et 其 *qi* sont employés dans l'extrait. Ces pronoms peuvent être placés relativement loin du nom qu'ils remplacent et il peut s'avérer ambigu de déterminer à quel nom ils font référence, comme c'est le cas dans la dernière phrase du premier paragraphe : « 今后, 条件可能还会进一步拓宽, 只要是部分与整体以某种规则联系起来, 通过某种变换使之对应, 我们都可以将其看成是分形 » *Jinhou, tiaojian keneng hai hui jinyibu tuokuan, zhi yao shi bufen yu zhengti yi mou zhong guize lianxi qilai, tongguo mou zhong bianhuan shi zhi duiying, women dou keyi jiang qi kancheng shi fenxing*. Le pronom 之 *zhi* remplace ici 部分与整体 *bufen yu zhengti* (une partie et son tout) et le pronom 其 *qi* remplace quant à lui 对象 *duixiang* (un objet), qui est en fait le sujet de la phrase précédente.

Outre les problèmes de compréhension, ces particularités impliquent aussi certains choix de reformulation en langue cible. En effet, pour améliorer la fluidité et éviter une formulation relevant du langage familier, j'ai fait le choix d'utiliser un terme qui n'apparaissait pas dans le texte source. Dans la phrase « 好像维数一定是整数 » *Haoxiang weishu yiding shi zhengti* (« La dimension semble être un nombre entier »), située juste avant les correspondances entre le point, la droite et le plan de géométrie euclidienne et leurs dimensions, 好像 *haoxiang* signifie « on dirait que », « il semble que », « apparemment ». Or, ces traductions induisent un manque de lien logique : contrairement au chinois, il n'est pas très naturel en français d'écrire simplement « Il semble que la dimension est forcément un nombre entier » sans exprimer un lien logique avec la phrase qui précède. La phrase me semblait plus idiomatique au conditionnel, et avec la conjonction de coordination « donc » : « la dimension serait donc forcément un nombre entier », mais se posait alors le problème de la concordance des temps avec la phrase suivante qui doit être exprimée au présent (« il n'en est rien »). Pour contourner ces problèmes, j'ai donc décidé d'introduire le terme scientifique « axiome\* »<sup>45</sup> dans la phrase, pour regrouper les affirmations de la phrase précédente sous un même substantif et ainsi établir le lien logique manquant. J'ai donc finalement opté pour la traduction suivante : « Ces axiomes laissent à penser que la dimension est forcément un nombre entier, mais il n'en est rien. » J'ai conscience qu'il peut s'agir d'un choix risqué qui peut introduire une erreur si la définition du terme choisi ne correspond pas

<sup>44</sup> 之 *zhi* n'a pas toujours la valeur de pronom mais est utilisé en tant que tel dans le texte source.

<sup>45</sup> « Proposition considérée comme évidente, admise sans démonstration », Le Robert

parfaitement à ce qui est exprimé, mais ce terme, très utilisé en géométrie euclidienne<sup>46</sup> a été validé par le spécialiste référent.

### 3) Les répétitions

À la différence du français, le chinois n'a pas peur des répétitions et de la redondance. De plus, il possède parfois plusieurs synonymes d'un mot, là où le français est moins riche pour exprimer ce même mot ou cette même idée. Vouloir éviter au maximum les répétitions pour obtenir une traduction plus élégante peut parfois mettre le traducteur au défi. Dans le texte support, l'auteur utilise trois synonymes différents pour exprimer le mot « infini » : 无穷 *wuqiong*, 无数 *wushu* et 无限 *wuxian*<sup>47</sup>, parfois employés dans la même phrase. Il m'a donc fallu trouver certaines stratégies pour éviter la répétition du mot « infini », qui aurait été peu élégante en français. Le paragraphe expliquant les étapes de constricton de l'ensemble triadique de Cantor emploie les deux phrases suivantes qui contiennent à elles seules deux occurrences de 无穷 *wuqiong*, et une occurrence de 无数 *weishu* : « 以此类推, 直至无穷, 便形成了无数个尘埃似的点, 这便是康托三分集。它们的数目无穷多, 但长度为零。 » *Yici leitui, zhizhi wuqiong, bian xingcheng le wushu ge chen'ai si de dian, zhe bian shi kangtuo san fen ji. Tamen de shumu wuqiong duo, dan changdu wei ling.* Pour éviter une première répétition du mot « infini », j'ai tout d'abord décidé de combiner le chengyu 以此类推 *yi ci lei tui* (répéter par analogie) et 直至无穷 *zhizhi wuqiong* (jusqu'à l'infini) en utilisant un complément circonstanciel de manière « de manière itérative », puisque l'itération désigne, notamment en mathématiques, un procédé qui consiste à répéter une opération à l'infini. J'ai donc là encore choisi d'introduire un terme. Pour éviter la deuxième répétition, il m'a fallu jouer sur les nuances de sens évoquées dans la note 47. J'ai donc traduit 无数 *wushu* par « incalculable » et la deuxième occurrence de 无穷 *wuqiong* par « infini ». Ma proposition est la suivante : « En continuant la construction de manière itérative, on obtient un nombre incalculable de points semblables à des grains de poussière : il s'agit de l'ensemble triadique de Cantor. S'il existe un nombre infini de ces points, leur longueur est en revanche nulle. »

---

<sup>46</sup> Mentionné entre autres dans CHIROLLET Jean-Claude, « Du point euclidien au nuage fractal : matrices génétiques du détail », [en ligne], *Ktèma*, 2012, n°37, pp. 409-421, disponible sur < [https://www.persee.fr/doc/ktema\\_0221-5896\\_2012\\_num\\_37\\_1\\_1671](https://www.persee.fr/doc/ktema_0221-5896_2012_num_37_1_1671) >, consulté le 01/05/2022, p 411

<sup>47</sup> S'il y existe quelques nuances entre ces trois mots (无穷 *wuqiong* signifie « infini » au sens mathématique, 无数 *wushu* signifie « infini » au sens « incalculable » et 无限 *wuxian* au sens de « sans limite »), les trois mots pouvaient, dans le contexte, être considérés comme des synonymes.

#### 4) L'emploi de la première personne du pluriel

En français, la première personne du pluriel est en général employée avec parcimonie car considérée comme peu élégante. Le français préfère en général les structures plus impersonnelles. En chinois, son usage est plus fréquent. Il est donc nécessaire pour le traducteur de trouver des stratégies de traduction afin de contourner au maximum son utilisation. Dans le texte, l'auteur emploie le pronom de la troisième personne du pluriel 我们 *women* à de nombreuses reprises.

J'ai fait le choix de conserver la troisième personne du pluriel en français, notamment dans les conclusions et les observations qui découlent du raisonnement logique de l'auteur et qui impliquent le lecteur qui l'a suivi. Dans la sous-partie sur l'échelle, Sun Bowen commence par définir la notion, donne des exemples, et explique en quoi les fractales ne sont pas concernées par les transformations selon l'échelle, avant de tirer une conclusion. J'ai décidé d'utiliser « nous pouvons dire que », attestée dans de nombreux articles scientifiques. Par ailleurs, sous les exemples expliquant la notion de dimension, Sun Bowen écrit « 这里我们发现一个小秘密 » *Zheli women faxian yi ge xiao mimi* (nous venons de percer un petit secret). Dans le contexte, j'ai traduit cette phrase par « Nous venons de percer un autre secret des fractales ». Cette phrase indique clairement la volonté de l'auteur d'impliquer son lecteur. Garder la première personne du pluriel me semblait donc être le choix le plus approprié.

Dans d'autres cas, j'ai préféré ne pas utiliser la troisième personne bien qu'elle figurât dans le texte source, et ce pour plusieurs raisons. Tout d'abord, elle n'était parfois pas nécessaire en français voire ne correspondait pas au génie de la langue française. Pour introduire un exemple, Sun Bowen utilise notamment la phrase « 让我们来看这样一个例子 » *Rang women lai kan zheyang yi ge lizi* (littéralement « Laissez-nous regarder cet exemple », ou « Regardons cet exemple »), que j'ai tout simplement traduit par « Voici un exemple ». Ensuite dans certaines phrases interrogatives, le pronom « nous » n'est pas nécessaire. Il est en effet plus idiomatique d'utiliser l'infinitif. D'où l'une de mes propositions : « Comment en saisir les propriétés ? ». Enfin, dans le paragraphe consacré à la dimension fractale, l'auteur utilise une phrase affirmative à la troisième personne pour rappeler au lecteur la notion de dimension en géométrie euclidienne, que l'on pourrait littéralement traduire par « Nous nous rappelons de la notion de dimension en géométrie euclidienne ». Il m'a semblé plus naturel de mettre cette phrase à la forme interrogative et à la deuxième personne du pluriel : « Vous souvenez-vous de la notion de dimension en géométrie euclidienne ? ».

Dans certains cas, j'ai simplement préféré alléger la traduction en utilisant des structures plus idiomatiques. Pour ce faire, j'ai parfois adopté des formulations plus impersonnelles, telles que « il s'agit de », « il est nécessaire de » ou le participe présent, comme dans la phrase « 如果我们将式的两边同时取对数 » *Ruguo women jiang shi de liang bian tongshi qu duishu* (« En ajoutant un logarithme aux deux membres de l'équation »). Dans la phrase « 下面举几个典型例子, 我们可以更好地理解[...] » *Xiamian ju ji ge dianxing lizi, women keyi geng hao de lijie* (littéralement : « [Grâce aux ] exemples ci-dessous, nous pouvons mieux comprendre [...] »), j'ai également préféré une structure impersonnelle en utilisant exceptionnellement le verbe « permettre » : « Les exemples ci-dessous permettent de mieux comprendre ». Par ailleurs, lorsque l'auteur exprime certaines vérités générales, j'ai décidé de remplacer le pronom « nous » en chinois, par « on » en français, par exemple : « on n'utilisera pas de pied à coulisse pour mesurer la taille d'un individu ». Enfin, j'ai à plusieurs reprises changé le sujet de la phrase en français, qui n'est donc plus « nous » comme dans le texte source. Premièrement, j'ai traduit la phrase « 在这里, 我们不打算讨论 » *Zai zheli, women bu dasuan taolun* (littéralement : « Ici, nous ne cherchons pas à discuter de ») par « Dans le présent ouvrage, la question n'est pas de savoir si ». J'ai également changé le sujet de la phrase suivante : « 一般我们只关心 » *Yi ban women zhi guanxin* (littéralement : « En général, nous nous concentrons uniquement sur »). Le pronom fait ici référence à l'ensemble des chercheurs. Il m'a donc semblé préférable de reformuler la phrase de la manière suivante, plus neutre : « en général, l'étude des fractales se concentre uniquement sur ». Un travail de reformulation s'est également imposé dans la première phrase de la partie intitulée « les fractales dans la nature ». En effet, les formulations « nous voyons » et « nous a même surpris » employées par l'auteur semblent peu appropriées en français : la première n'est pas assez soutenue et la seconde donne l'illusion que l'auteur impose son point de vue tout en insinuant que le lecteur a déjà forcément consulté cet ouvrage. De plus, le début de la phrase en question, « 《大自然的 fractal 几何学》一书的 版, 使我们看到... » *Daziran de fenxing jihexue yi shu de chuban, shi women kandao* pourrait être littéralement traduite comme suit « La sortie de l'ouvrage XXX a fait que nous voyons ». En chinois, le sujet de la phrase est donc 版 *chuban* (sortie, publication). En français, garder ce même sujet serait une erreur de logique et de grammaire. Il paraît de toute façon plus naturel de placer l'ouvrage comme sujet, et non la sortie de celui-ci. J'ai également remplacé la deuxième occurrence de « nous » en chinois par le substantif « lecteurs » : « À sa sortie, l'ouvrage *The Fractal Geometry of Nature* a révélé l'existence de nombreuses corrélations entre la géométrie fractale et la nature, et a fait prendre conscience aux lecteurs de l'omniprésence des fractales. »

# **ANALYSE TERMINOLOGIQUE**

## I - Fiches terminologiques

Vedette chinoise	N°	Vedette française
自相似性	1	autosimilarité
双对数坐标系	2	repère log-log
分形维数	3	dimension fractale
妖魔曲线	4	monstre
生成元	5	générateur

### **COMMENT LIRE UNE FICHE TERMINOLOGIQUE**

Les fiches terminologiques ci-après sont constituées de tout ou partie des champs suivants :

- VE        VEdette (terme faisant l'objet de la fiche et ses synonymes)
- ZH        ZHongwen (chinois)
- DF        DéFinition de la vedette
- DOM      DOMEine (en français, source : [www.granddictionnaire.com](http://www.granddictionnaire.com))
- CTX      ConTeXte
- COL      COLlocations
- ID        IDentification de l'auteur :  
Bureau Émetteur (organisme pour lequel la fiche a été rédigée) : ESIT  
Collection terminologique à laquelle appartient la fiche : MEM19 pour mémoire soutenu en 2019  
Auteur de la fiche : SGA = Suzon GABorieau
- Notes :
  - EXP        = renseignements encyclopédiques qui ne font pas partie de la définition
  - USG        = indications relatives à l'USaGe, au niveau de la langue, au registre, à la région, etc.
  - GRM        = indications GRaMmaticales
  - ETY        = ETYmologie
  - DER        = mots DERivés
  - HOM        = HOMonyme
  - ANT        = ANTonyme
  - SPE        = termes SPÉcifiques
  - GEN        = termes GÉNériques
  - REL        = renvois associatifs à d'autres termes
- RF        RéFérences (sources bibliographiques)

## Fiche n°1 chinois

VE ZH	自相似性	
DOM	Mathématiques, géométrie	
DF	分形对象的局部经放大后与整体相似的一种性质。	
CTX	对于具有近似自相似性或统计自相似性的分形对象， 它们的自相似性仅存在于一定的尺度范围内， 或者说它们的无标度区间是有限的 。	
COL	v.	*存在于、具有*
	adj.	*精确*、近似*、明显*、统计*、严格
ID	ESIT MEM22 SGA	
Notes	GEN	自放射性、无标度性、标度不变性
RF	张济忠: 分形 (Les fractales), [网络资料], 清华大学出版社有限公司, 北京, 1995 年, 第 12 页和第 15 页, 资料来源于 < <a href="https://www.google.fr/books/edition/%E5%88%86%E5%BD%A2/6IUarHeMWpAC?hl=fr&amp;gbpv=1">https://www.google.fr/books/edition/%E5%88%86%E5%BD%A2/6IUarHeMWpAC?hl=fr&amp;gbpv=1</a> >, 阅读日期 2021 年 8 月 28 日 [VE][DF][CTX]; 孙博文: 分形算法与程序设计-用实现 (Algorithmes et programmation fractals en langage Delphi), 科学出版社, 北京, 2004 年, 第 2 页 [VE]	

## Fiche n°1 français

VE FR	autosimilarité [1] auto-similarité [2] invariance d'échelle [3] homothétie interne [4] self-similarité [5] autosimilitude [6]	
DOM	mathématiques, géométrie	
DF	Propriété d'un objet dont la partie est identique ou similaire au tout ou présentant une structure identique à différentes échelles.	
CTX	Il est ainsi possible, en quelques minutes de calcul sur un microordinateur, de mettre en évidence l'autosimilarité de l'attracteur étrange pour un système physique réel [...]	
COL	n.	dimension d'*, indice d'*, paramètre d'*, principe d'*, propriété d'*
	v.	mettre en évidence l'*, posséder une*, présenter une*, tester l'*
	adj.	*approchée, *mathématique, *statistique, *stochastique, *stricte
ID	ID ESIT MEM22 SGA	
Notes	USG	[1][2] Ces termes ne sont pas encore reconnus par l'Académie française et n'ont donc pas de définition officielle en français ; [5] utilisé par Benoît Mandelbrot
	DER	autosimilaire
	GEN	auto-affinité
RF	COHEN Gilles, BRILLEAU Martine <i>et al.</i> , <i>Les fractales, Art, nature et modélisation</i> , Bibliothèque Tangente, éditions Pole, Paris, 2019, p 49 [1] ; QUEIROS-CONDE Diogo, CHALINE Jean, DUBOIS Jacques, <i>Le monde des fractales : la Nature trans-échelles</i> , Ellipses, Paris, 2015, p 57, 464 [2][3][4][SEC DF] ; MANDELROT Benoît, <i>Les objets fractals : forme hasard et dimension</i> , Champs Flammarion, Paris, 1995, p 25 [5][SEC DF] ; SAËS Guillaume, mathématicien, Université Paris-Est Créteil, Laboratoire d'Analyse et de Mathématiques Appliquées, Paris, 2022 [6] ; NOTTALE Laurent, astrophysicien, CNRS, Laboratoire univers et théories (LUTH), Observatoire de Paris-Meudon, Paris, 2022 [SEC DF] ; BOISSEL Pierre, « La bille qui rebondit, une expérience simple pour aborder la physique du chaos », [en ligne], <i>Bulletin de l'union des physiciens</i> , n°741, page 249 disponible sur < <a href="http://materiel-physique.ens-lyon.fr/Logiciels/CD%20N%C2%B0%203%20BUP%20DOC%20V%204.0/Disk%201/TEXTES/1992/07410217.PDF">http://materiel-physique.ens-lyon.fr/Logiciels/CD%20N%C2%B0%203%20BUP%20DOC%20V%204.0/Disk%201/TEXTES/1992/07410217.PDF</a> >, consulté le 14/06/2022 [CTX]	

## Fiche n°2 chinois

VE ZH	双对数坐标系	
DOM	mathématiques	
DF	两个坐标轴的单位长度都是经过对数计算后的平面坐标系。	
CTX	如果待求时间序列信号是一种分形信号，则双对数坐标系上 $\ln N(\epsilon)$ 对 $\ln \epsilon$ 为一直线，时间序列的盒维数 $D_B$ 就由直线的斜率给 $\mathbb{H}$ ，或者始由对数比曲线的最小方差拟合直线的斜率给 $\mathbb{H}$ 。	
COL	groupes prépositionnels	在*上绘制图形、在*中画 $\mathbb{H}$ 曲线
	v.	采用*
ID	ESIT MEM22 SGA	
Notes	REL	双对数曲线
RF	<p>孙博文：分形算法与程序设计-用实现(Algorithmes et programmation fractals en langage Delphi), 科学 <math>\mathbb{H}</math> 出版社, 北京, 2004 年, 第 7 页 [VE]; 双对数坐标系 (Repère bilogarithmique), [网络资料], 百度百科, 资料来源于 &lt; <a href="https://baike.baidu.com/item/%E5%8F%8C%E5%AF%B9%E6%95%B0%E5%9D%90%E6%A0%87/4527441">https://baike.baidu.com/item/%E5%8F%8C%E5%AF%B9%E6%95%B0%E5%9D%90%E6%A0%87/4527441</a> &gt;, 阅读日期: 2022 年 6 月 22 日 [DF]; 作者不详: 时间序列的分形特征 (Les caractéristiques fractales des séries chronologiques), [网络资料], 大连民族大学, 第 4 页, 资料来源于 &lt; <a href="https://www.dlnu.edu.cn/xintong/docs/20121128144436938120.pdf">https://www.dlnu.edu.cn/xintong/docs/20121128144436938120.pdf</a> &gt;, 阅读日期: 2022 年 6 月 22 日 [CTX]</p>	

## Fiche n°2 français

VE FR	repère log-log [1] repère bilogarithmique [2]	
DOM	mathématiques	
DF	Ensemble formé par deux axes perpendiculaires gradués selon une échelle logarithmique définissant un système de coordonnées.	
CTX	À partir de cette solution, nous pouvons tracer dans un repère log-log, l'évolution de la vitesse particulaire maximale en fonction de la distance d'un point quelconque au centre de la cavité sphérique.	
COL	n.	identification en*
	v.	construire un*, reporter des valeurs dans un* tracer dans un*
ID	ESIT MEM22 SGA	
Note	EXP	Un objet sera dit fractal si, en coordonnées logarithmiques, la courbe $\log[N(r)]$ en fonction de $\log(r)$ est une droite dont la pente donne précisément la dimension fractale.
	REL	diagramme log-log, coordonnées log-log, graphe log-log
RF	<p>AKEL S. et MARTEL O., « Modélisation semi-empirique des effets des tirs de mines », [en ligne], <i>Revue française de géotechnique</i>, n°75, 1996, p 29, disponible sur &lt; <a href="https://www.geotechnique-journal.org/articles/geotech/pdf/1996/02/geotech1996075p27.pdf">https://www.geotechnique-journal.org/articles/geotech/pdf/1996/02/geotech1996075p27.pdf</a> &gt;, consulté le 14/06/2022 [CTX] ; QUEIROS-CONDE Diogo, CHALINE Jean, DUBOIS Jacques, <i>Le monde des fractales : la Nature trans-échelles</i>, Ellipses, Paris, 2015, p 95 [SEC DF] [EXP] ; GHANMI Hanen, « Estimation des courbes Intensité-Durée-Air-Fréquence (IDAF) de la région de Tunis dans un contexte multifractal », [en ligne], thèse, génie hydraulique, Université Versailles-Saint-Quentin- en-Yvelines, Université Tunis El Manar, 2014, p 46, disponible sur &lt; <a href="https://docplayer.fr/161196641-Estimation-des-courbes-intensite-duree-aire-frequence-idaf-de-la-region-de-tunis-dans-un-contexte-multifractal.html">https://docplayer.fr/161196641-Estimation-des-courbes-intensite-duree-aire-frequence-idaf-de-la-region-de-tunis-dans-un-contexte-multifractal.html</a> &gt;, consulté le 14/06/2022 [2]</p>	

### Fiche n°3 chinois

VE ZH	分形维数[1] 分维 [2] 分维数 [3]	
DOM	mathématiques, géométrie	
DF	反映某个自然对象或者某个几何对象占据空间程度的数值。	
CTX	分形维数随着曲线放大而保持常数，这就是统计自相似性。	
COL	n.	*的计算方法
	v.	*大于
ID	ESIT MEM22 SGA	
Notes	EXP 1	如果某个对象的分形维数大于它的拓扑维数，则是一种分形对象。
	EXP 2	我们也可以将豪斯道夫测定分形维数的方法加以推广，利用以下的公式从测度的角度把规则图形的维数D 确定为 $D_N = \ln(\epsilon) / \ln(1/\epsilon)$ ( $\epsilon \rightarrow 0$ ) (3.2.1)。这里的 $\epsilon$ 是测量单元的尺寸（测量光滑曲线用尺子、测量规则平面图形用正方形或圆、测量 规则立体图形用立方体或球，测量的方法是用这些单元去连续地覆盖图形）， $N(\epsilon)$ 是测度得到的规则图形的测量单元（线段、方形和立方体）数。
	EXP 3	分形维数不一定是整数。
	USG	[3] 较少见，孙博文好像是唯一使用这个术语的专家。
	SPE	Hausdorff 维数，相似维数，盒计数维数
	REL	拓扑维数
RF	<p>孙博文：分形算法与程序设计-用实现(Algorithmes et programmation fractals en langage Delphi), 科学出版社, 北京, 2004, 第 5 和第 6 页 [1] [2] [3][EXP 3]; 作者不详, 分形和分维(Les fractales et la dimension fractale), [网络资料], 第 1 页, 资料来源于</p> <p>&lt; <a href="http://micro.ustc.edu.cn/CompPhy/lecturenote/comp_sun_2.pdf">http://micro.ustc.edu.cn/CompPhy/lecturenote/comp_sun_2.pdf</a> &gt;, 阅读日期: 2022 年 6 月 23 日 [1][EXP 2]; 分形维数(dimension fractale), [网络资料], 百度百科, 资料来源于</p> <p>&lt; <a href="https://baike.baidu.com/item/%E5%88%86%E5%BD%A2%E7%BB%B4%E6%95%B0/5193859">https://baike.baidu.com/item/%E5%88%86%E5%BD%A2%E7%BB%B4%E6%95%B0/5193859</a> &gt;, 阅读日期: 2022 年 6 月 23 日[SEC DF]; 朱华与姬翠翠: 分形理论及其应用(La théorie fractale et ses applications), [网络资料], 科学出版社, 北京, 2011 年, 第 11 页和第 13 页, 资料来源于</p> <p>&lt; <a href="http://www.ecsponline.com/yz/B21A3DCAD1C494712B5E182E49DCE7D6A000.pdf">http://www.ecsponline.com/yz/B21A3DCAD1C494712B5E182E49DCE7D6A000.pdf</a> &gt;, 阅读日期: 2022 年 6 月 23 日[1] [2] [CTX][EXP 1]</p>	

## Fiche n°3 français

VE FR	dimension fractale [1] dimension fractionnaire [2] dimension d'homothétie [3] dimension de Hausdorff [4]	
DOM	mathématiques, géométrie	
DF	Nombre qui quantifie le degré d'irrégularité et de fragmentation d'un ensemble géométrique ou d'un objet naturel, et qui se réduit, dans le cas des objets de la géométrie usuelle d'Euclide, à leurs dimensions usuelles.	
CTX	On voit qu'après un nombre réduit d'itérations, le plan est complètement couvert, et que par conséquent la dimension fractale de cet ensemble tend vers 2 très rapidement.	
COL	v.	calculer la*, déterminer la*, estimer la*, mesurer la*, obtenir la *, posséder une*, *tend vers, *vaut
	adj.	*égale à, *dense dans le plan, *comprise entre
	n.	*de corrélation, *de comptage de boîtes
ID	ESIT MEM22 SGA	
Notes	EXP 1	Contrairement aux nombres de dimension habituels (des nombres entiers), la dimension fractale peut très bien être une fraction simple telle que $\frac{1}{2}$ ou $\frac{5}{3}$ , et même un nombre irrationnel, tel que $\log 4 / \log 3 \approx 1,2618\dots$ ou $\pi$ .
	EXP 2	La dimension fractale d'un ensemble fractal définie d'une façon ou d'une autre est supérieure à sa dimension topologique.
	EXP 3	La dimension fractale des fractales possédant une autosimilarité stricte correspond au logarithme de son nombre de « petites copies » divisé par le logarithme de son facteur d'homothétie.
	USG	[2] Mandelbrot précise que « ce terme est fâcheux car il n'est pas d'usage, par exemple, de qualifier $\pi$ de fraction » ; [4] La dimension fractale est souvent assimilée à tort à la dimension de Hausdorff, ce qui est « fortement déconseillé » par benoît Mandelbrot notamment car cette dernière n'est pas applicable en physique et que la dimension fractale peut faire référence à d'autres méthodes de calcul.
	SPE	dimension de Hausdorff-Besicovitch, dimension <i>box counting</i>
	REL	Dimension topologique
RF	MANDELROT Benoît, <i>Les objets fractals : forme hasard et dimension</i> , Champs Flammarion, Paris, 1995, p 6, p 23 et p 155 [1][3][4] [DEF] [EXP 1] [USG] ; TRICOT Claude, <i>Géométries et mesures fractales : une introduction</i> , Ellipses, Paris, 2008, p 113 [2] ; CHIROLLET Jean-Claude, « Du point euclidien au nuage fractal : matrices génétiques du détail », [en ligne], <i>Ktéma</i> , 2012, n°37, pp. 409-421, disponible sur < <a href="https://www.persee.fr/doc/ktema_0221-5896_2012_num_37_1_1671">https://www.persee.fr/doc/ktema_0221-5896_2012_num_37_1_1671</a> >, consulté le 01/05/2022, p 416, [2], QUEIROS-CONDE Diogo, CHALINE Jean, DUBOIS Jacques, <i>Le monde des fractales : la Nature trans-échelles</i> , Ellipses, Paris, 2015, p 57 [CTX][EXP 2] ; BOTET Robert, « Les fractales en physique », [en ligne], <i>Techniques de l'ingénieur Physique-Chimie</i> , 2001, n°4, disponible sur < <a href="https://books.google.fr/books?id=k83BTEh2IbMC&amp;pg=PA5&amp;lpg=PA5&amp;dq=initiateur+g%C3%A9n%C3%A9rateur+fractal&amp;source=bl&amp;ots=E3BoV8CL_z&amp;sig=ACfU3U3kzfxhhPrsgjeqOr00dZKVMgDIMg&amp;hl=fr&amp;sa=X&amp;ved=2ahUKEwjLjLz_hdr3AhWJSfEDHVrqAC8Q6AF6BAgzEAM#v=onepage&amp;q=initiateur%20g%C3%A9n%C3%A9rateur%20fractal&amp;f=false">https://books.google.fr/books?id=k83BTEh2IbMC&amp;pg=PA5&amp;lpg=PA5&amp;dq=initiateur+g%C3%A9n%C3%A9rateur+fractal&amp;source=bl&amp;ots=E3BoV8CL_z&amp;sig=ACfU3U3kzfxhhPrsgjeqOr00dZKVMgDIMg&amp;hl=fr&amp;sa=X&amp;ved=2ahUKEwjLjLz_hdr3AhWJSfEDHVrqAC8Q6AF6BAgzEAM#v=onepage&amp;q=initiateur%20g%C3%A9n%C3%A9rateur%20fractal&amp;f=false</a> >, consulté le 26/04/2022, pp. 5-6 [1] ; Vu Do Math, « Fractal dimensions. What, why, how to. », [en ligne], 2020, disponible sur < <a href="https://www.youtube.com/watch?v=v273EIS1TRU">https://www.youtube.com/watch?v=v273EIS1TRU</a> >, consulté le 23/06/2022 [EXP 3]	

## Fiche n°4 chinois

VE ZH	妖魔曲线[1] 病态曲线[2]	
DOM	mathématiques, géométrie	
DF	经典数学家对那些不规则的、性质非典型的，欧几里得几何学无法解释的几何对象的称呼。	
CTX	描述光滑曲线长度的数学模型无法用来描述英国海岸线，而数学家科赫(Koch Helge.Von)早在 1904 年构造的妖魔曲线却能恰如其分地描述海岸线。	
COL	v.	构造*、画*、绘*、制造一种*
	n.	*的算法
ID	ESIT MEM22 SGA	
Notes	SPE	魏尔斯特拉斯曲线、康托尔三分集、科赫雪花曲线、门格海绵、谢尔宾斯基三角垫、谢尔宾斯基方毯
	ANT	良态曲线
RF	<p>孙博文：分形算法与程序设计-用实现(Algorithmes et programmation fractals en langage Delphi), 科学出版社, 北京, 2004, 第 2 页 [1]; 潘庆：分形论- 一门新兴的综合学科(La théorie fractale : une discipline émergente et complète), 广西林业科学第 29 卷第 3 期, 2000 年, 第 126 页[1][2][SEC DF]; 从海岸线长度看维数问题(La dimension du point de vue de la longueur du littoral), [网络资料], 个人图书馆, 2011 年, 资料来源于 &lt; <a href="http://www.360doc.com/content/11/0908/11/3198385_146662983.shtml">http://www.360doc.com/content/11/0908/11/3198385_146662983.shtml</a> &gt;, 阅读日期: 2022 年 6 月 23 日 [CTX]</p>	

## Fiche n°4 français

VE FR	monstre [1] monstre mathématique [2] OMNI [3] Objet mathématique non identifié [4] courbe pathologique [5] objet pathologique [6] curiosité mathématique [7]	
DOM	mathématiques	
DF	Objet mathématique trop irrégulier ou discontinu pour être expliqué par la géométrie euclidienne.	
CTX	En d'autres termes, on semble avoir l'habitude de sous-estimer la puissance du hasard à engendrer des monstres.	
COL	v.	être considéré comme un*, engendrer un*
	n.	famille de*
ID	ESIT MEM22 SGA	
Notes	EXP	Le terme peut également désigner un objet décrit au XIX <sup>e</sup> et au XX <sup>e</sup> siècle par Cantor, Peano, Hilbert, Von Koch, Sierpinski, Fatou ou Julia, et auquel la géométrie fractale apporte un cadre général d'étude. Ainsi, on distingue plusieurs types de monstres : les courbes remplissant l'espace (courbe de Peano-Hilbert, 1891), les courbes continues mais non dérivables (flocon de Von Koch, 1904), les ensembles non dénombrables mais de mesure nulle (ensemble triadique de Cantor, 1883), les ensembles dont tout point est un point de ramification (tapis de Sierpinski, 1915)...
	SPE	ensemble triadique de Cantor, courbe de Peano, courbe d'Hilbert, courbe de Von Koch, flocon de Von Koch, tapis de Sierpinski, triangle de Sierpinski, éponge de Menger
RF	COHEN Gilles, BRILLEAU Martine <i>et al.</i> , <i>Les fractales, Art, nature et modélisation</i> , Bibliothèque Tangente, éditions Pole, Paris, 2019, p 29, p 45 et p 55 [1] [2] [6] [7] [EXP] ; MANDELROT Benoît, <i>Les objets fractals : forme hasard et dimension</i> , Champs Flammarion, Paris, 1995, p 40, p 44 [1][5] [CTX] ; QUEIROS-CONDE Diogo, CHALINE Jean, DUBOIS Jacques, <i>Le monde des fractales : la Nature trans-échelles</i> , Ellipses, Paris, 2015, p 56-57 et p 469, [3] [4] [SEC DF]	

## Fiche n°5 chinois

VE ZH	生成元	
DOM	mathématiques, géométrie	
DF	在构建分形的过程中，代替初始元的每个部分的迭代替换或操作。	
CTX	因此可以用字符串表示生成元的构成(如组成线段数、转动角度等)，再把字符串反复迭代就能生成所希望得到的分形图。	
COL	v.	*代替、得到*、根据*制作、将*迭代到、将*压缩到、 *由...组成、由*产生的分形图形、找🔍*
	n.	*的基本构形
ID	ESIT MEM22 SGA	
Notes	REL	初始元
RF	<p>作者不详：分形和分维(Les fractales et la dimension fractale)，第 16 页，[网络资料]，资料来源于 &lt; <a href="http://micro.ustc.edu.cn/CompPhy/lecturenote/comp_sun_2.pdf">http://micro.ustc.edu.cn/CompPhy/lecturenote/comp_sun_2.pdf</a> &gt;，阅读日期：2022 年 6 月 23 日 [VE][SEC DF][CTX]；康晓东，医学图像信号-变换与压缩(Les signaux de l'imagerie médicale : transformations et compression)，[网络资料]，清华大学🔍出版社，北京，2004 年，第 374 页，资料来源于</p> <p>&lt; <a href="https://books.google.fr/books?id=wWpTGelmt3gC&amp;pg=PA374&amp;lpg=PA374&amp;dq=%E5%88%9D%E5%A7%8B%E5%85%83%E7%94%9F%E6%88%90%E5%85%83&amp;source=bl&amp;ots=RPdDD9f_aa&amp;sig=ACfU3U2_aCk7gubJJSWPWSZ_pTys6CalQFw&amp;hl=fr&amp;sa=X&amp;ved=2ahUKEwiQ1dKqjsT4AhWsxYUKHYR_Bp4Q6AF6BAgJEAM#v=onepage&amp;q=%E5%88%9D%E5%A7%8B%E5%85%83%E7%94%9F%E6%88%90%E5%85%83&amp;f=false">https://books.google.fr/books?id=wWpTGelmt3gC&amp;pg=PA374&amp;lpg=PA374&amp;dq=%E5%88%9D%E5%A7%8B%E5%85%83%E7%94%9F%E6%88%90%E5%85%83&amp;source=bl&amp;ots=RPdDD9f_aa&amp;sig=ACfU3U2_aCk7gubJJSWPWSZ_pTys6CalQFw&amp;hl=fr&amp;sa=X&amp;ved=2ahUKEwiQ1dKqjsT4AhWsxYUKHYR_Bp4Q6AF6BAgJEAM#v=onepage&amp;q=%E5%88%9D%E5%A7%8B%E5%85%83%E7%94%9F%E6%88%90%E5%85%83&amp;f=false</a> &gt;，阅读日期：2022 年 6 月 23 日 [SEC DF]</p>	

## Fiche n°5 français

VE FR	générateur	
DOM	mathématiques, géométrie	
DF	Remplacement ou opération effectuée de manière itérative à partir d'un initiateur lors de la construction d'une fractale.	
CTX	Aux trois tiers de l'intervalle de longueur 1, le générateur ajoute six intervalles de longueur 1/3, qui se combinent avec le tiers central de l'initiateur pour former un « huit » en double carré.	
COL	v.	appliquer un*, définir un*, être remplacé par un*, parcourir un*, prendre comme*
	n.	copie du*
	adj.	*réduit dans le rapport
ID	ESIT MEM22 SGA	
Notes	REL	initiateur
RF	<p>MANDELROT Benoît, <i>Les objets fractals : forme hasard et dimension</i>, Champs Flammarion, Paris, 1995, p 40 [1][CTX] ; QUEIROS-CONDE Diogo, CHALINE Jean, DUBOIS Jacques, <i>Le monde des fractales : la Nature trans-échelles</i>, Ellipses, Paris, 2015, pp. 57-61 [1] ; BOTET Robert, « Les fractales en physique », [en ligne], <i>Techniques de l'ingénieur Physique-Chimie</i>, 2001, n°4, disponible sur &lt; <a href="https://books.google.fr/books?id=k83BTEh2IbMC&amp;pg=PA5&amp;lpg=PA5&amp;dq=initiateur+g%C3%A9n%C3%A9rateur+fractal&amp;source=bl&amp;ots=E3BoV8CL_z&amp;sig=ACfU3U3kzfxhhPrsgjeqQr00dZKVm_gDIMg&amp;hl=fr&amp;sa=X&amp;ved=2ahUKEwjJLz_hdr3AhWJSfEDHVrqAC8Q6AF6BAgzEAM#v=onepage&amp;q=initiateur%20g%C3%A9n%C3%A9rateur%20fractal&amp;f=false">https://books.google.fr/books?id=k83BTEh2IbMC&amp;pg=PA5&amp;lpg=PA5&amp;dq=initiateur+g%C3%A9n%C3%A9rateur+fractal&amp;source=bl&amp;ots=E3BoV8CL_z&amp;sig=ACfU3U3kzfxhhPrsgjeqQr00dZKVm_gDIMg&amp;hl=fr&amp;sa=X&amp;ved=2ahUKEwjJLz_hdr3AhWJSfEDHVrqAC8Q6AF6BAgzEAM#v=onepage&amp;q=initiateur%20g%C3%A9n%C3%A9rateur%20fractal&amp;f=false</a> &gt;, consulté le 26/04/2022, pp.3-5 [VE] ; SAËS Guillaume, mathématicien, Université Paris-Est Créteil, Laboratoire d'Analyse et de Mathématiques Appliquées, Paris, 2022 [SEC DF] ; NOTTALE Laurent, astrophysicien, CNRS, Laboratoire univers et théories (LUTH), Observatoire de Paris-Meudon, Paris, 2022 [SEC DF]</p>	

## II – Glossaire

<b>analyse multifractale</b>	多重分形分析
<p>DF Généralisation des propriétés des fractales à des ensembles plus complexes possédant des points de singularité et des variations locales de la dimension fractale.</p> <p>RF QUEIROS-CONDE Diogo, CHALINE Jean, DUBOIS Jacques, <i>Le monde des fractales : la Nature trans-échelles</i>, Ellipses, Paris, 2015, p 469</p>	

<b>attracteur d'une famille de contractions (AFC), attracteur d'un système de fonctions itérées (IFS)</b>	分形迭代函数系统吸引子
<p>DF Résultat auto-similaire de la convergence d'une famille d'applications contractantes.</p> <p>EXP 1 Pour toute famille de contractions <math>(f_1, f_2, \dots, f_p)</math>, d'un espace euclidien E, il existe un unique compact non vide A vérifiant : <math>A = f_1(A) \cup f_2(A) \cup \dots \cup f_p(A)</math>, appelé l'attracteur de la famille de contractions (AFC).</p> <p>EXP 2 Un carré est la réunion de neuf carrés (1/3)-homothétiques. Supprimons le carré central, c'est-à-dire considérons uniquement les huit homothéties de rapport 1/3 centrées aux sommets et au milieu des côtés. L'attracteur de cette famille est le tapis de Sierpinski.</p> <p>RF COHEN Gilles, BRILLEAU Martine <i>et al.</i>, <i>Les fractales, Art, nature et modélisation</i>, Bibliothèque Tangente, éditions Pole, Paris, 2019, pp 19-21</p>	

<b>auto-affinité</b>	自仿射性
<p>DF Similarité de la partie d'un objet avec l'objet entier après une mise à l'échelle anisotrope.</p> <p>CTX L'application principale de l'auto-affinité consiste à modéliser les graphes de fonctions non dérivables : profils de surfaces rugueuses, séries temporelles, etc.</p> <p>EXP Les calculs de dimension fractale ne sont pas toujours applicables aux fractales auto-affines.</p> <p>RF MANDELBROT Benoît, « Self-affine fractals and fractal dimensions », [en ligne], <i>Physica Scripta</i>, Vol 32, 1985, pp. 257-260, disponible sur &lt; <a href="https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0031-8949/32/4/001/pdf">https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0031-8949/32/4/001/pdf</a> &gt;, consulté le 16/06/2022 ; TRICOT Claude, <i>Géométries et mesures fractales : une introduction</i>, Ellipses, Paris, 2008, p 94 ; KOEHL Ludovic, « Conception et réalisation d'un estimateur de dimension fractale par utilisation de techniques floues », [en ligne], thèse, productique : automatique et informatique industrielle, Université des sciences et technologies de Lille, 1998, p 8 disponible sur &lt; <a href="https://pepite-depot.univ-lille.fr/LIBRE/Th_Num/1998/50376-1998-1.pdf">https://pepite-depot.univ-lille.fr/LIBRE/Th_Num/1998/50376-1998-1.pdf</a> &gt;, consulté le 20/06/2022</p>	

<b>convergence</b>	收敛性
<p>DF Propriété d'une suite dont les termes tendent vers un certain nombre à mesure que le rang croît. On dit que cette suite admet une limite.</p> <p>EXP 1 Tout intervalle <math>]a, b[</math> contenant la limite de la suite contient également tous ses termes à partir d'un certain rang.</p> <p>EXP 2 Toute suite convergente est bornée.</p> <p>ANT divergence</p> <p>RF « Convergence des suites », <i>Cours maths terminale S</i>, <i>Educastream</i>, disponible sur &lt; <a href="https://www.educastream.com/fr/convergence-suites-terminale-s">https://www.educastream.com/fr/convergence-suites-terminale-s</a> &gt;, consulté le 16/06/2022 ; « Convergence et divergence de suites », <i>Cours première S</i>, <i>Mathsbook</i>, disponible sur &lt; <a href="https://www.mathsbook.fr/cours-maths/premiere-s/limites-de-suites-numeriques/convergence-et-divergence-de-suites-595">https://www.mathsbook.fr/cours-maths/premiere-s/limites-de-suites-numeriques/convergence-et-divergence-de-suites-595</a> &gt;, consulté le 16/06/2022</p>	

<b>courbe de Peano</b>	皮亚诺曲线
<p>DF Ligne fractale de remplissage qui prend comme initiateur un « S » renversé et comme générateur une forme géométrique reliant et inversant différents « S ».</p> <p>EXP 1 S'il s'agit d'une ligne continue (de dimension 1 en géométrie euclidienne), elle remplit tout de même l'espace et est donc de dimension 2. Elle a donc été considérée comme un « monstre » jusqu'à ce qu'elle puisse être décrite par la géométrie fractale de Benoît Mandelbrot.</p> <p>EXP 2 Variante de la courbe d'Hilbert.</p> <p>GEN courbe de remplissage, monstre mathématique</p> <p>RF QUEIROS-CONDE Diogo, CHALINE Jean, DUBOIS Jacques, <i>Le monde des fractales : la Nature trans-échelles</i>, Ellipses, Paris, 2015, p 61</p>	

<b>courbe de Van Koch</b>	科赫曲线, Koch 曲线
<p>DF Fractale prenant comme initiateur un segment de géométrie euclidienne et comme générateur ce même segment dont le tiers central est remplacé par deux segments égaux formant un triangle isocèle.</p> <p>EXP À chaque itération, sa longueur augmente de 33 %. Son périmètre est donc infini mais sa surface est finie. Sa dimension fractale est de <math>\log(4)/\log(3) \approx 1,26</math></p> <p>GEN monstre mathématique</p> <p>REL Flocon de Von Koch</p> <p>RF MANDELROT Benoît, <i>Les objets fractals : forme hasard et dimension</i>, Champs Flammarion, Paris, 1995, p 34-36 ; COHEN Gilles, BRILLEAU Martine <i>et al.</i>, <i>Les fractales, Art, nature et modélisation</i>, Bibliothèque Tangente, éditions Pole, Paris, 2019, p 14</p>	

<b>dérivabilité</b>	可导性
<p>DF Caractère d'une fonction possédant ou non une dérivée en chaque point de son ensemble de définition.</p> <p>EXP 1 La dérivée correspond à la limite du rapport de l'accroissement d'une fonction sur l'accroissement de la variable lorsque ce rapport tend vers zéro. Il permet de représenter les variations d'une fonction et de calculer l'équation d'une tangente (droite qui touche la courbe en un seul point).</p> <p>EXP 2 Si une fonction est dérivable en un point, alors elle admet une tangente en ce point.</p> <p>EXP 3 Certaines courbes fractales sont continues (il est possible de les tracer sans relâcher le crayon) mais dérivables en aucun point, ce qui est un paradoxe.</p> <p>RF « Fiche explicative de la leçon : dérivabilité d'une fonction », [en ligne], <i>Mathématiques, Nagwa</i>, disponible sur &lt; <a href="https://www.nagwa.com/fr/explainers/829130179249/">https://www.nagwa.com/fr/explainers/829130179249/</a> &gt;, consulté le 16/06/2022 ; COHEN Gilles, BRILLEAU Martine <i>et al.</i>, <i>Les fractales, Art, nature et modélisation</i>, Bibliothèque Tangente, éditions Pole, Paris, 2019, p 29</p>	

<b>diagramme de bifurcation</b> , diagramme de Fingenbaum, attracteur de Fingenbaum	混沌分支图
<p>DF Figure fractale ou chaotique selon les zones, obtenue après <math>n</math> itérations de la fonction logistique.</p> <p>REL théorie du chaos</p> <p>RF QUEIROS-CONDE Diogo, CHALINE Jean, DUBOIS Jacques, <i>Le monde des fractales : la Nature trans-échelles</i>, Ellipses, Paris, 2015, p 82</p>	

<b>dimension topologique</b> , dimension de Lebesgue, dimension de recouvrement de Lebesgue	拓扑维数, 覆盖维数, 勒贝格维数
<p>DF Valeur entière définie par récurrence correspondant aux dimensions euclidiennes de l'espace choisi (dimension 1 sur une droite, 2 sur le plan ou sur une surface, 3 dans un espace à trois dimensions).</p> <p>EXP Si la dimension topologique d'un objet est strictement inférieure à sa dimension fractale (ou dimension de Hausdorff), alors cet objet est fractal.</p> <p>RF COHEN Gilles, BRILLEAU Martine <i>et al.</i>, <i>Les fractales, Art, nature et modélisation</i>, Bibliothèque Tangente, éditions Pole, Paris, 2019, p 19 et 35 ; QUEIROS-CONDE Diogo, CHALINE Jean, DUBOIS Jacques, <i>Le monde des fractales : la Nature trans-échelles</i>, Ellipses, Paris, 2015, p 466</p>	

<b>divergence</b>	发散性
<p>DF Propriété d'une suite dont les termes ne se rapprochent d'aucun nombre réel à mesure que son rang augmente.</p> <p>ANT convergence</p> <p>RF « Convergence et divergence de suites », <i>Cours première S, Mathsbook</i>, disponible sur &lt; <a href="https://www.mathsbook.fr/cours-maths/premiere-s/limites-de-suites-numeriques/convergence-et-divergence-de-suites-595">https://www.mathsbook.fr/cours-maths/premiere-s/limites-de-suites-numeriques/convergence-et-divergence-de-suites-595</a> &gt;, consulté le 16/06/2022</p>	

<b>effet Joseph</b> , syndrome de Joseph, mémoire longue	约瑟效应
<p>DF Interdépendance des variations de cours boursiers au fil du temps.</p> <p>EXP L'effet Joseph dépend de l'ordre précis des événements.</p> <p>GEN hasard sauvage</p> <p>ANT effet Noé</p> <p>RF COHEN Gilles, BRILLEAU Martine <i>et al.</i>, <i>Les fractales, Art, nature et modélisation</i>, Bibliothèque Tangente, éditions Pole, Paris, 2019, p 120 ; MANDELBROT Benoît, HUDSON Richard L., <i>Une approche fractale des marchés, risquer, perdre et gagner</i>, [en ligne], Odile Jacob, Paris 2009, p 223-224 et p 230, disponible sur &lt; <a href="https://books.google.fr/books?id=ZivFTwNFr6sC&amp;pg=PA146&amp;lpg=PA146&amp;dq=nuages+ne+sont+pas+sph%C3%A9riques+mandelbrot&amp;source=bl&amp;ots=C27TgD2zQk&amp;sig=ACfU3U3LKIVy-q4oEl4sZPCaLPqMjgmQIQ&amp;hl=fr&amp;sa=X&amp;ved=2ahUKEwajurdhrT3AhWqQvEDHW_YCvEQ6AF6BAgeEAM#v=onepage&amp;q=nuages%20ne%20sont%20pas%20sph%C3%A9riques%20mandelbrot&amp;f=false">https://books.google.fr/books?id=ZivFTwNFr6sC&amp;pg=PA146&amp;lpg=PA146&amp;dq=nuages+ne+sont+pas+sph%C3%A9riques+mandelbrot&amp;source=bl&amp;ots=C27TgD2zQk&amp;sig=ACfU3U3LKIVy-q4oEl4sZPCaLPqMjgmQIQ&amp;hl=fr&amp;sa=X&amp;ved=2ahUKEwajurdhrT3AhWqQvEDHW_YCvEQ6AF6BAgeEAM#v=onepage&amp;q=nuages%20ne%20sont%20pas%20sph%C3%A9riques%20mandelbrot&amp;f=false</a> &gt;, consulté le 18/12/2021</p>	

<b>effet Noé</b> , syndrome de Noé	诺亚效应
<p>DF discontinuité majeure et isolée d'un cours boursier.</p> <p>EXP L'effet Noé dépend de la taille relative de chaque événement.</p> <p>GEN hasard sauvage</p> <p>ANT effet Joseph</p> <p>RF COHEN Gilles, BRILLEAU Martine <i>et al.</i>, <i>Les fractales, Art, nature et modélisation</i>, Bibliothèque Tangente, éditions Pole, Paris, 2019, p 120 ; MANDELBROT Benoît, HUDSON Richard L., <i>Une approche fractale des marchés, risquer, perdre et gagner</i>, [en ligne], Odile Jacob, Paris 2009, p 223-224 et p 230, disponible sur &lt; <a href="https://books.google.fr/books?id=ZivFTwNFr6sC&amp;pg=PA146&amp;lpg=PA146&amp;dq=nuages+ne+sont+pas+sph%C3%A9riques+mandelbrot&amp;source=bl&amp;ots=C27TgD2zQk&amp;sig=ACfU3U3LKIVy-q4oEl4sZPCaLPqMjgmQIQ&amp;hl=fr&amp;sa=X&amp;ved=2ahUKEwajurdhrT3AhWqQvEDHW_YCvEQ6AF6BAgeEAM#v=onepage&amp;q=nuages%20ne%20sont%20pas%20sph%C3%A9riques%20mandelbrot&amp;f=false">https://books.google.fr/books?id=ZivFTwNFr6sC&amp;pg=PA146&amp;lpg=PA146&amp;dq=nuages+ne+sont+pas+sph%C3%A9riques+mandelbrot&amp;source=bl&amp;ots=C27TgD2zQk&amp;sig=ACfU3U3LKIVy-q4oEl4sZPCaLPqMjgmQIQ&amp;hl=fr&amp;sa=X&amp;ved=2ahUKEwajurdhrT3AhWqQvEDHW_YCvEQ6AF6BAgeEAM#v=onepage&amp;q=nuages%20ne%20sont%20pas%20sph%C3%A9riques%20mandelbrot&amp;f=false</a> &gt;, consulté le 18/12/2021</p>	

<b>ensemble de Julia</b>	朱利亚集, 朱利亚集合, Julia 集
<p>DF Contour d'un objet fractal formé par tous les nombres complexes dont les itérés de la suite <math>z_{n+1} = z^2n + c</math> sont bornés lorsque l'on fait varier le point de départ de la suite et que <math>c</math> est une constante.</p> <p>CTX L'ensemble de Julia <math>J_c</math> est contenu dans l'adhérence de <math>A(z)</math>, c'est-à-dire que les images réciproques de <math>z</math> s'agglutinent sur <math>J_c</math>.</p> <p>EXP Lorsque <math>c</math> appartient à l'ensemble de Mandelbrot, alors l'ensemble de Julia correspondant est continu ou connexe. Sinon, il est discontinu.</p> <p>USG Le terme « ensemble de Julia » désigne seulement les contours de l'objet. Pour faire référence aux contours et à l'intérieur de l'objet, on parle d' « ensemble de Julia rempli ».</p> <p>SPE lapin de Douady</p> <p>RF COHEN Gilles, BRILLEAU Martine <i>et al.</i>, <i>Les fractales, Art, nature et modélisation</i>, Bibliothèque Tangente, éditions Pole, Paris, 2019, p 78-81</p>	

<b>ensemble de Mandelbrot</b>	Mandelbrot 集, Mandelbrot 集合, 曼德勃罗集
<p>DF Objet fractal formé par tous les nombres complexes dont les itérés de la suite <math>z_{n+1} = z_n^2 + c</math> sont bornés avec <math>z_0=0</math>, c'est-à-dire lorsque son point de départ est égal à zéro.</p> <p>EXP Il correspond à l'ensemble des ensembles de Julia connexes (continus).</p> <p>RF COHEN Gilles, BRILLEAU Martine <i>et al.</i>, <i>Les fractales, Art, nature et modélisation</i>, Bibliothèque Tangente, éditions Pole, Paris, 2019, p 86-87 ; BODIN Arnaud, « Ensemble de Mandelbrot », [en ligne], Capes, Université de Lille 1, 2009-2010, p 1, disponible sur &lt; <a href="http://math.univ-lille1.fr/~bodin/fichiers/capes_mandelbrot.pdf">http://math.univ-lille1.fr/~bodin/fichiers/capes_mandelbrot.pdf</a> &gt;, consulté le 20/06/2022</p>	

<b>ensemble triadique de Cantor</b> , poussière de Cantor	康托三分集, Cantor 三分集
<p>DF Fractale de dimension <math>D \approx 0,63</math> prenant comme initiateur un segment de géométrie euclidienne et comme générateur ce même segment auquel on a retiré le tiers central.</p> <p>RF QUEIROS-CONDE Diogo, CHALINE Jean, DUBOIS Jacques, <i>Le monde des fractales : la Nature trans-échelles</i>, Ellipses, Paris, 2015, p 464</p>	

<b>éponge de Menger</b>	门格海绵
<p>DF Fractale de dimension <math>D \approx 2,73</math> prenant comme initiateur un cube et comme générateur ce même cube que l'on a lui-même divisé en neuf petits cubes et dont on a retiré le cube central.</p> <p>RF MANDELROT Benoît, <i>Les objets fractals : forme hasard et dimension</i>, Champs Flammarion, Paris, 1995, p 134 ; COHEN Gilles, BRILLEAU Martine <i>et al.</i>, <i>Les fractales, Art, nature et modélisation</i>, Bibliothèque Tangente, éditions Pole, Paris, 2019, p 13</p>	

<b>exposant de Hölder</b>	赫尔德指数
<p>DF Indice de mesure de la régularité d'un signal utilisé en analyse multifractale.</p> <p>CTX En effet, les exposants de Hölder mesurés pour des signaux réels issus de la turbulence (par exemple le signal de la figure 1) varient extrêmement rapidement d'un point à l'autre (et de façon irrégulière), et cela expliquerait la concavité de la fonction d'échelle, par le raisonnement suivant.</p> <p>RF SEURET Stéphane, « Quelques résultats d'analyse multifractale en analyse », [en ligne] <i>Séminaire Laurent Schwartz, EDP et applications, Ecole polytechnique</i>, exposé n°XVI 2012-2013, p 2, disponible sur &lt; <a href="https://sisedp.centre-mersenne.org/item/10.5802/sisedp.43.pdf">https://sisedp.centre-mersenne.org/item/10.5802/sisedp.43.pdf</a> &gt;, consulté le 18/06/2022</p>	

<b>facteur d'homothétie</b> , rapport d'homothétie, facteur de contraction, facteur de grossissement	收缩倍数
<p>DF Dans le cas d'un objet autosimilaire, nombre par lequel il faut multiplier la longueur d'une « petite » copie pour obtenir la longueur de la figure entière.</p> <p>RF GRAS Régis, « Dimension fractale d'un graphe implicatif fractal », [en ligne], <i>IX Colloque international, Analyse Statistique Implicative</i>, 2017, p 4, disponible sur &lt; <a href="https://www.researchgate.net/publication/338970050_DIMENSION_FRACTALE_D'UN_GRAPHE_IMPLICATIF_RACTAL_DIMENSION_OF_AN_IMPLICATIVE_GRAPH">https://www.researchgate.net/publication/338970050_DIMENSION_FRACTALE_D'UN_GRAPHE_IMPLICATIF_RACTAL_DIMENSION_OF_AN_IMPLICATIVE_GRAPH</a> &gt;, consulté le 20/06/2022</p>	

<b>fonction logarithme</b>	对数函数
<p>DF Formule mathématique qui permet d'extraire la puissance d'un nombre et donc de calculer la dimension fractale d'un objet.</p> <p>USG Certains spécialistes des fractales utilisent la fonction logarithme népérien (<math>\ln</math>), d'autres la fonction logarithme décimal (<math>\log</math>). La fonction logarithme népérien est généralement plus utilisée en mathématiques et la fonction logarithme décimal en physique.</p> <p>EXP La fonction logarithme décimal utilise un nombre comme base alors que la fonction logarithme népérien est basée sur la fonction exponentielle. Un lien existe tout de même entre les deux : lorsque <math>x</math> est strictement positif, le logarithme décimal de <math>x</math> correspond au logarithme décimal de <math>x</math> divisé par le logarithme népérien de 10.</p> <p>RF ABADIE Michel, DELFAUD Jacques, GIRARD Marie, <i>et al.</i>, <i>Prépabac Mathématiques spécifique + spécialité Tle S, Objectif filières sélectives</i>, Hatier, Paris 2014, p 138 ; ROUGET Jean-Louis, « La fonction logarithme décimal », [en ligne] <i>Fiche cours – terminale S, Maths France</i>, 2021, disponible sur &lt; <a href="https://www.maths-france.fr/Terminale/TerminaleS/FichesCours/LogarithmeDecimal.pdf">https://www.maths-france.fr/Terminale/TerminaleS/FichesCours/LogarithmeDecimal.pdf</a> &gt;, consulté le 20/06/2022 ; GABORIEAU Mila, étudiante en troisième année de génie mathématique à l'INSA Rennes</p>	

<b>fractale</b>	分形
<p>DF Figure géométrique ou objet naturel qui combine les caractéristiques suivantes : a) ses parties ont la même structure que le tout, à ceci près qu'elles le sont à une échelle différente et peuvent être légèrement déformées ; b) sa forme est extrêmement irrégulière ou fragmentée et le reste à toutes les échelles ; c) elle contient des éléments discernables dans une large gamme d'échelles.</p> <p>EXP Dans la première édition de son premier ouvrage paru en 1975, Benoît Mandelbrot n'avait pas souhaité donner une définition de « fractale ». Sous la pression, il donnera l'explication suivante : « ensemble dont la dimension de Hausdorff est strictement supérieure à la dimension topologique ». Cependant, cette définition était inapplicable à certains objets comme « l'escalier du diable ». Il finira par se corriger quelques années plus tard en proposant la définition donnée dans le champ « DF » ci-dessus. À l'heure actuelle, il n'existe pas de définition officielle.</p> <p>USG Pour une itération donnée, l'objet obtenu n'est pas une « fractale » mais une « préfractale ». Le terme « fractale » correspond à l'objet mathématique obtenu comme limite de la suite des préfractales quand le nombre d'itérations tend vers l'infini ; « objet fractal » remplace « fractale » lorsqu'il s'agit d'un objet naturel.</p> <p>GRM Si le masculin pluriel de l'adjectif « fractal » est « fractals », Benoît Mandelbrot tenait à ce que le nom correspondant soit féminin, contrairement à d'autres spécialistes qui considéraient ce mot comme un emprunt à l'anglais, et que les emprunts ont tendance à être masculins.</p> <p>ETY Du latin <i>fractus</i>, tiré du verbe <i>frangere</i> (briser, fracturer, fractionner).</p> <p>RF MANDELROT Benoît, <i>Les objets fractals : forme hasard et dimension</i>, Champs Flammarion, Paris, 1995, p 154 ; COHEN Gilles, BRILLEAU Martine <i>et al.</i>, <i>Les fractales, Art, nature et modélisation</i>, Bibliothèque Tangente, éditions Pole, Paris, 2019, p 31 ; KOEHL Ludovic, « Conception et réalisation d'un estimateur de dimension fractale par utilisation de techniques floues », [en ligne], thèse, productique : automatique et informatique industrielle, Université des sciences et technologies de Lille, 1998, p 8 disponible sur &lt; <a href="https://pepite-depot.univ-lille.fr/LIBRE/Th_Num/1998/50376-1998-1.pdf">https://pepite-depot.univ-lille.fr/LIBRE/Th_Num/1998/50376-1998-1.pdf</a> &gt;, consulté le 20/06/2022</p>	

<b>fractale lisse</b>	平滑分形
<p>DF Objet auto-similaire et lisse (ne présentant pas de détails) à toutes les échelles.</p> <p>RF BOUSQUET Marc, <i>Questions SCIENCES : Spécial 65 théories mathématiques, concepts et énigmes expliqués simplement</i>, Editions du Sens, Paris, 2021, p 52</p>	

<b>géométrie euclidienne, géométrie plane</b>	欧氏几何学
<p>DF Étude de l'espace et des figures de notre environnement avec ses points, ses droites, ses surfaces et ses volumes.</p> <p>EXP La géométrie euclidienne tire son nom du traité <i>Les éléments</i> écrit par le mathématicien grec Euclide vers 300 avant J.-C.</p> <p>REL dimension fractale</p> <p>RF QUEIROS-CONDE Diogo, CHALINE Jean, DUBOIS Jacques, <i>Le monde des fractales : la Nature trans-échelles</i>, Ellipses, Paris, 2015, p 467</p>	

<b>hasard bénin</b>	温和随机性
<p>DF Ensemble de variations usuelles régulières, répétitives ou prévisibles obéissant à la loi normale.</p> <p>ANT hasard sauvage</p> <p>RF QUEIROS-CONDE Diogo, CHALINE Jean, DUBOIS Jacques, <i>Le monde des fractales : la Nature trans-échelles</i>, Ellipses, Paris, 2015, p 48 ; DUCÉL Yves et al., <i>Mathématiques : autour de la modélisation en probabilités</i>, [en ligne], collection Didactiques, PUFC, 2001, disponible sur <a href="https://books.google.fr/books?id=9ohSMOloHwsC&amp;pg=PA95&amp;lpg=PA95&amp;dq=hasard+b%C3%A9nin&amp;source=bl&amp;ots=Ry7QEkt9z&amp;sig=ACfU3U28MHyvX7Ozdy23zhI26kS0a7Cb8Q&amp;hl=fr&amp;sa=X&amp;ved=2ahUKEwjgo5OPxLL4AhUIJhoKHRyzDPQQ6AF6BAgvEAM#v=onepage&amp;q=sauvage&amp;f=false">https://books.google.fr/books?id=9ohSMOloHwsC&amp;pg=PA95&amp;lpg=PA95&amp;dq=hasard+b%C3%A9nin&amp;source=bl&amp;ots=Ry7QEkt9z&amp;sig=ACfU3U28MHyvX7Ozdy23zhI26kS0a7Cb8Q&amp;hl=fr&amp;sa=X&amp;ved=2ahUKEwjgo5OPxLL4AhUIJhoKHRyzDPQQ6AF6BAgvEAM#v=onepage&amp;q=sauvage&amp;f=false</a>, consulté le 16/06/2022, p 128-130</p>	

<b>hasard sauvage</b>	疯狂随机性, 狂野随机性
<p>DF Ensemble de variations imprévisibles et extrêmes n'obéissant pas à la loi normale.</p> <p>ANT hasard bénin</p> <p>SPE effet Joseph, effet Noé</p> <p>RF QUEIROS-CONDE Diogo, CHALINE Jean, DUBOIS Jacques, <i>Le monde des fractales : la Nature trans-échelles</i>, Ellipses, Paris, 2015, p 48 ; DUCÉL Yves et al., <i>Mathématiques : autour de la modélisation en probabilités</i>, [en ligne], collection Didactiques, PUFC, 2001, disponible sur <a href="https://books.google.fr/books?id=9ohSMOloHwsC&amp;pg=PA95&amp;lpg=PA95&amp;dq=hasard+b%C3%A9nin&amp;source=bl&amp;ots=Ry7QEkt9z&amp;sig=ACfU3U28MHyvX7Ozdy23zhI26kS0a7Cb8Q&amp;hl=fr&amp;sa=X&amp;ved=2ahUKEwjgo5OPxLL4AhUIJhoKHRyzDPQQ6AF6BAgvEAM#v=onepage&amp;q=sauvage&amp;f=false">https://books.google.fr/books?id=9ohSMOloHwsC&amp;pg=PA95&amp;lpg=PA95&amp;dq=hasard+b%C3%A9nin&amp;source=bl&amp;ots=Ry7QEkt9z&amp;sig=ACfU3U28MHyvX7Ozdy23zhI26kS0a7Cb8Q&amp;hl=fr&amp;sa=X&amp;ved=2ahUKEwjgo5OPxLL4AhUIJhoKHRyzDPQQ6AF6BAgvEAM#v=onepage&amp;q=sauvage&amp;f=false</a>, consulté le 16/06/2022, p 129-130</p>	

<b>initiateur</b>	始操作长度, 初始元, 初始图形
<p>DF Figure de départ remplacée par un générateur lors de la construction d'une fractale.</p> <p>COL : v. : prendre comme*, être composé d'un*</p> <p>REL générateur</p> <p>RF BOTET Robert, « Les fractales en physique », [en ligne], <i>Techniques de l'ingénieur Physique-Chimie</i>, 2001, n°4, disponible sur <a href="https://books.google.fr/books?id=k83BTEh2IbMC&amp;pg=PA5&amp;lpg=PA5&amp;dq=initiateur+g%C3%A9n%C3%A9rateur+fractal&amp;source=bl&amp;ots=E3BoV8CL_z&amp;sig=ACfU3U3kzfxhhPrsgiejQr00dZKVMgDIMg&amp;hl=fr&amp;sa=X&amp;ved=2ahUKEwjIjLz_hdr3AhWJSfEDHVrqAC8Q6AF6BAGzEAM#v=onepage&amp;q=initiateur%20g%C3%A9n%C3%A9rateur%20fractal&amp;f=false">https://books.google.fr/books?id=k83BTEh2IbMC&amp;pg=PA5&amp;lpg=PA5&amp;dq=initiateur+g%C3%A9n%C3%A9rateur+fractal&amp;source=bl&amp;ots=E3BoV8CL_z&amp;sig=ACfU3U3kzfxhhPrsgiejQr00dZKVMgDIMg&amp;hl=fr&amp;sa=X&amp;ved=2ahUKEwjIjLz_hdr3AhWJSfEDHVrqAC8Q6AF6BAGzEAM#v=onepage&amp;q=initiateur%20g%C3%A9n%C3%A9rateur%20fractal&amp;f=false</a>, consulté le 26/04/2022, p 3-5 ; KOEHL Ludovic, « Conception et réalisation d'un estimateur de dimension fractale par utilisation de techniques floues », [en ligne], thèse, productive : automatique et informatique industrielle, Université des sciences et technologies de Lille, 1998, disponible sur <a href="https://pepite-depot.univ-lille.fr/LIBRE/Th_Num/1998/50376-1998-1.pdf">https://pepite-depot.univ-lille.fr/LIBRE/Th_Num/1998/50376-1998-1.pdf</a>, consulté le 20/06/2022, p 5-7</p>	

<b>itération</b>	迭代, 操作
<p>DF Répétition d'une opération ou d'un processus mathématique en boucle.</p> <p>COL : adj. : *géométrique, n-ième*, première*, seconde* n. : *de polynômes complexes</p> <p>CTX Partant d'un axiome ou <i>germe</i> A, on applique à chaque occurrence de A une ou plusieurs règles de substitution <i>f</i> autorisant l'itération de la procédure.</p> <p>RF COHEN Gilles, BRILLEAU Martine <i>et al.</i>, <i>Les fractales, Art, nature et modélisation</i>, Bibliothèque Tangente, éditions Pole, Paris, 2019, p 53</p>	

<b>lacunarité</b>	不均匀性, 非均匀性, 间隙度
<p>DF Mesure de la répartition des vides autour d'un ensemble de points.</p> <p>COL n. : courbe de*, statistiques de la*, étude de la *</p> <p>CTX Le rapport entre la variance <math>var(r)</math> sur le carré de la moyenne <math>moy(r)</math> donne la lacunarité fractale de la taille <i>r</i>.</p> <p>EXP Des objets fractals de nature très différente donnent parfois la même dimension fractale. La lacunarité vient pallier cette insuffisance de la dimension fractale en analysant la répartition spatiale des trous (vide) dans un objet fractal.</p> <p>ETY du latin <i>lacuna</i> (trou)</p> <p>RF QUEIROS-CONDE Diogo, CHALINE Jean, DUBOIS Jacques, <i>Le monde des fractales : la Nature trans-échelles</i>, Ellipses, Paris, 2015, p 468 ; MANDELBROT Benoît, <i>Les objets fractals : forme hasard et dimension</i>, Flammarion, 1995, p. 132 ; ZEHANI Soraya, KHIDER Mohamed, TALEB-AHMED Abdelmalik, MIMI Malika, « Classification par lacunarité fractale de la texture de l'os trabéculaire », [en ligne], <i>The International conference on electronics and oil : from theory to applications</i>, 2013, disponible sur <a href="https://www.researchgate.net/publication/271197013_Classification_par_Lacunarite_Fractale_de_la_Texture_de_l'Os_Trabeculaire">https://www.researchgate.net/publication/271197013_Classification_par_Lacunarite_Fractale_de_la_Texture_de_l'Os_Trabeculaire</a>, consulté le 12/08/2021, p 1-4</p>	

<b>ligne polygonale</b>	多边形链
<p>DF Ensemble de segments mis bout à bout et reliant une suite de points.</p> <p>RF COHEN Gilles, BRILLEAU Martine <i>et al.</i>, <i>Les fractales, Art, nature et modélisation</i>, Bibliothèque Tangente, éditions Pole, Paris, 2019, p 41</p>	

<b>loi normale</b> , loi de Gauss, loi de Laplace-Gauss	正态分布, 高期分布, 常態分布, 正规分布
<p>DF Distribution de probabilités dont la densité dessine une courbe en cloche centrée sur la moyenne des données.</p> <p>RF ABADIE Michel, DELFAUD Jacques, GIRARD Marie, <i>et al.</i>, <i>Prépabac Mathématiques spécifique + spécialité Tle S, Objectif filières sélectives</i>, Hatier, Paris 2014 p 421 ; « La loi normale – Savoirs et savoir-faire », Khan Academy, disponible sur &lt; <a href="https://fr.khanacademy.org/math/be-6eme-secontaire2h2/xa29f433c00318f09:probabilites/xa29f433c00318f09:loi-binomiale/a/normal-distributions-review">https://fr.khanacademy.org/math/be-6eme-secontaire2h2/xa29f433c00318f09:probabilites/xa29f433c00318f09:loi-binomiale/a/normal-distributions-review</a> &gt;, consulté le 20/06/2022</p>	

<b>L-système</b>	L-系统
<p>DF Procédé qui consiste à appliquer à un axiome des règles de substitution de manière itérative.</p> <p>EXP L'objet obtenu à la limite est très souvent fractal.</p> <p>SPE fougère de Barnsley, arbre de Pythagore</p> <p>GEN système de fonctions itérées (IFS)</p> <p>RF COHEN Gilles, BRILLEAU Martine <i>et al.</i>, <i>Les fractales, Art, nature et modélisation</i>, Bibliothèque Tangente, éditions Pole, Paris, 2019, p 53 ; SAËS Guillaume, mathématicien, Université Paris-Est Créteil, Laboratoire d'Analyse et de Mathématiques Appliquées, Paris, 2022</p>	

<b>méthode du <i>Box counting</i></b> , dimension de Bouligand, méthode du comptage de boîtes, dimension fractale par comptage de boîtes, méthode de dénombrement des boîtes	盒维数及算法, box 分形, 方块分形, box 维数
<p>DF Approche de calcul de la dimension fractale d'un objet qui consiste à le recouvrir d'un quadrillage de plus en plus fin et à compter le nombre de carrés recouvrant ses contours.</p> <p>EXP En coordonnées logarithmiques, la pente de la courbe représentant le nombre de boîtes (carrés) et fonction de la longueur du côté de ces boîtes donne la dimension fractale d'un objet.</p> <p>GEN dimension fractale</p> <p>RF COHEN Gilles, BRILLEAU Martine <i>et al.</i>, <i>Les fractales, Art, nature et modélisation</i>, Bibliothèque Tangente, éditions Pole, Paris, 2019, p 35 et p 135 ; QUEIROS-CONDE Diogo, CHALINE Jean, DUBOIS Jacques, <i>Le monde des fractales : la Nature trans-échelles</i>, Ellipses, Paris, 2015, p 468</p>	

<b>mouvement brownien</b>	布朗运动
<p>DOM physique atomique, mécanique des fluides, mathématiques</p> <p>DF Description mathématique de la trajectoire aléatoire d'une particule dans un fluide.</p> <p>EXP Cette trajectoire est statistiquement auto-similaire et possède une dimension fractale.</p> <p>RF COHEN Gilles, BRILLEAU Martine <i>et al.</i>, <i>Les fractales, Art, nature et modélisation</i>, Bibliothèque Tangente, éditions Pole, Paris, 2019, p 49</p>	

<b>mouvement brownien, processus de Wiener</b>	布朗运动
<p>DOM mathématiques financières</p> <p>DF Modélisation des variations du prix d'une action grâce à des variables aléatoires indépendantes suivant une distribution gaussienne dont l'écart type caractérise la volatilité de cette action.</p> <p>EXP Louis Bachelier a été le premier à appliquer le mouvement brownien relevant du domaine de la physique atomique et de la mécanique des fluides à la finance. Benoît Mandelbrot fut le premier à lire, à comprendre et à développer ses travaux (notamment en découvrant l'effet Joseph et l'effet Noé et le mouvement brownien fractionnaire).</p> <p>RF COHEN Gilles, BRILLEAU Martine <i>et al.</i>, <i>Les fractales, Art, nature et modélisation</i>, Bibliothèque Tangente, éditions Pole, Paris, 2019, p 118 ; GOBET Emmanuel, « Les mathématiques appliquées au cœur de la finance », [en ligne], Images des mathématiques CNRS, 2004, disponible sur &lt; <a href="https://images.math.cnrs.fr/Les-mathematiques-appliquees-au.html#:~:text=Le%20mouvement%20brownien%20est%20un,Bref%20historique.">https://images.math.cnrs.fr/Les-mathematiques-appliquees-au.html#:~:text=Le%20mouvement%20brownien%20est%20un,Bref%20historique.</a> &gt;, consulté le 24/06/2022</p>	

<b>nombre complexe</b>	复数
<p>DF Valeur définie dans le plan complexe par ses coordonnées réelle et imaginaire.</p> <p>EXP 1 Les nombres complexes s'écrivent sous la forme <math>a + ib</math> avec <math>i^2 = -1</math>.</p> <p>EXP 2 Les nombres complexes permettent de modéliser l'ensemble de Mandelbrot et les ensembles de Julia.</p> <p>RF QUEIROS-CONDE Diogo, CHALINE Jean, DUBOIS Jacques, <i>Le monde des fractales : la Nature trans-échelles</i>, Ellipses, Paris, 2015, p 470 ; COHEN Gilles, BRILLEAU Martine <i>et al.</i>, <i>Les fractales, Art, nature et modélisation</i>, Bibliothèque Tangente, éditions Pole, Paris, 2019, p 6</p>	

<b>rugosité</b>	粗糙度
<p>DF Structure d'un objet qui possède des détails ou aspérités ponctuels.</p> <p>EXP La rugosité n'est pas spécifique d'une surface fractale. Ce qui caractérise une surface fractale, c'est de retrouver de la rugosité à toutes les échelles.</p> <p>USG Mandelbrot préfère le mot « rugosité » au mot « irrégularité » car en latin, « irrégularité » est le contraire de « régularité », or ce n'est pas le cas : « régularité » est le contraire de « rugosité » car le monde est, par essence, rugueux ; on parle de « structure fine » pour des informations locales (autour d'un point), mais de « rugosité » pour des informations ponctuelles (sur le point). La notion de « rugosité » ou « régularité ponctuelle » est donc plus précise que celle de « structure fine ».</p> <p>RF TED, <i>Benoît Mandelbrot : Fractals and the art of roughness</i>, [en ligne], 2011, disponible sur &lt; <a href="https://www.youtube.com/watch?v=ay8OMOs6AQ">https://www.youtube.com/watch?v=ay8OMOs6AQ</a> &gt;, consulté le 21/12/2021 ; SAËS Guillaume, mathématicien, Université Paris-Est Créteil, Laboratoire d'Analyse et de Mathématiques Appliquées, Paris, 2022 ; NOTTALE Laurent, astrophysicien, CNRS, Laboratoire univers et théories (LUTH), Observatoire de Paris-Meudon, Paris, 2022</p>	

<b>suite de Fibonacci</b>	斐波那契数列
<p>DF Succession de nombres réels (termes) liés par la relation mathématique suivante : les deux premiers termes valent 1 et le n-ième terme est la somme des deux précédents.</p> <p>EXP On retrouve la suite de Fibonacci dans les L-systèmes.</p> <p>GEN suite définie par récurrence</p> <p>RF BOUSQUET Marc, <i>Questions SCIENCES : Spécial 65 théories mathématiques, concepts et énigmes expliqués simplement</i>, Editions du Sens, Paris, 2021, p 113</p>	

<b>suite définie par récurrence</b>	递归数列
<p>DF Succession de nombres réels définie par son premier terme et dont les autres termes sont liés par une certaine relation mathématique.</p> <p>SPE suite de Fibonacci</p> <p>RF PETIT Thomas, <i>Method'S – mathématiques première S, 250 méthodes, 135 exercices corrigés</i>, Ellipses, Paris 2011, p 117</p>	

<b>structure fine</b>	精细结构
<p>DF Propriété d'un objet présentant des détails à toutes les échelles.</p> <p>USG On parle de « structure fine » pour des informations locales (autour d'un point), mais de « rugosité » pour des informations ponctuelles (sur le point). La notion de « rugosité » ou « régularité ponctuelle » est donc plus précise que celle de « structure fine ».</p> <p>ANT structure lisse</p> <p>RF CASANOVA-DEL-ANGEL Francisco, « Structure fractale d'un dendrogramme », [en ligne], <i>Modulad</i>, n°43, 2011, p 45, disponible sur &lt; <a href="http://www.modulad.fr/archives/numero-43/CASANOVA/3-casanova.pdf">http://www.modulad.fr/archives/numero-43/CASANOVA/3-casanova.pdf</a> &gt;, consulté le 15/06/2022 ; SAËS Guillaume, mathématicien, Université Paris-Est Créteil, Laboratoire d'Analyse et de Mathématiques Appliquées, Paris, 2022</p>	

<b>système de fonctions itérées, IFS, SFI</b>	迭代函数系统
<p>DF Ensemble de transformations affines contractantes répétées <math>n</math> fois dont le résultat (appelé attracteur) est très souvent fractal.</p> <p>COL : v. : Associer un * n. : attracteur du*, point fixe du*</p> <p>SPE L-système</p> <p>REL théorème du collage</p> <p>RF COHEN Gilles, BRILLEAU Martine <i>et al.</i>, <i>Les fractales, Art, nature et modélisation</i>, Bibliothèque Tangente, éditions Pole, Paris, 2019, p 71</p>	

<b>système dynamique</b>	动力系统
<p>DF Ensemble d'éléments physiques ou mathématiques qui évolue au cours du temps.</p> <p>RF ScienceEtonnante (LOUAPRE David), <i>Effet Papillon et Théorie du Chaos</i>, [en ligne], 2018, disponible sur &lt; <a href="https://www.youtube.com/watch?v=YrOyRCD7M14">https://www.youtube.com/watch?v=YrOyRCD7M14</a> &gt;, consultée le 18/07/2021</p>	

<b>tapis de Sierpinski</b>	谢尔宾斯基方毯
<p>DF Fractale de dimension <math>D \approx 1,89</math> prenant comme initiateur un carré et comme générateur ce même carré divisé en neuf petits carrés et auquel a retiré le petit carré central.</p> <p>RF COHEN Gilles, BRILLEAU Martine <i>et al.</i>, <i>Les fractales, Art, nature et modélisation</i>, Bibliothèque Tangente, éditions Pole, Paris, 2019, p 22</p>	

<b>théorie du chaos</b>	混沌理论
<p>DF Étude du comportement de systèmes dynamiques sensibles aux conditions initiales.</p> <p>RF ScienceEtonnante (LOUAPRE David), <i>Effet Papillon et Théorie du Chaos</i>, [en ligne], 2018, disponible sur &lt; <a href="https://www.youtube.com/watch?v=YrOyRCD7M14">https://www.youtube.com/watch?v=YrOyRCD7M14</a> &gt;, consultée le 18/07/2021</p>	

<b>triangle de Sierpinski</b>	谢尔宾斯基三角垫
<p>DF Fractale de dimension <math>D \approx 1,58</math> qui prend comme initiateur un triangle équilatéral et comme générateur ce même triangle équilatéral divisé en quatre petits triangles équilatéraux auquel on a retiré le petit triangle équilatéral du milieu.</p> <p>RF COHEN Gilles, BRILLEAU Martine <i>et al.</i>, <i>Les fractales, Art, nature et modélisation</i>, Bibliothèque Tangente, éditions Pole, Paris, 2019, p 21</p>	

### **III - Lexique chinois-français**

#### **Avertissement au lecteur :**

Les termes faisant l'objet d'une fiche terminologique sont indiqués en gras.

Les termes figurant dans le glossaire sont soulignés.

Vedette ZH	Synonymes	Vedette FR
DLA 模型	有限扩散凝聚	modèle d'agrégation limité par la diffusion, DLA
Dürer 分形五边形	丢勒分形五边形	pentagone de Dürer
Koch 雪花		flocon de von Koch, île de von Koch
<u>L 系统</u>		<u>L-système</u>
<u>Mandelbrot 集</u>	Mandelbrot 集合, 曼德勃罗集	<u>ensemble de Mandelbrot</u>
Misiurewicz 点		point de Misiurewicz
MLC 猜想		conjecture MLC
<i>Pas de correspondance attestée</i>		sphère de Nash-Kuiper, sphère réduite
Rauzy 分形		fractale de Rauzy
Yoccoz 拼图		puzzle de Yoccoz
$\alpha$ -密集型曲线		courbe $\alpha$ -dense
不动点		point fixe
不均匀性	非均匀性, 间隙度	lacunarité
中值滤波器		filtre médian
临界点		point critique
乘法级联		cascade multiplicative
二次方程		équation quadratique, équation polynomiale du second degré
全等性		congruence
公理		axiome
准晶体		quasi-cristal
<u>分形</u>		<u>fractale</u>
分形几何学		géométrie fractale
分形时空		espace-temps fractal
分形景观		paysage fractal, terrain fractal
<b>分形维数</b>	分维, 分维数	<b>dimension fractale</b> , dimension fractionnaire, dimension d'homothétie, dimension de Hausdorff
分形聚集	分形凝聚	agrégat fractal, amasement
<u>分形迭代函数系统吸引子</u>		<u>attracteur d'une famille de contractions (AFC)</u> , attracteur d'un système de fonctions itérées
分形隔音屏障	分形隔音墙, 分形表面	mur antibruit fractal
分数布朗运动		mouvement brownien fractionnaire
切线		tangente
刷状缘		bordure en brosse
前分形曲线		courbe préfractale
<u>动力系统</u>		<u>système dynamique</u>
勒壤得转换	勒让德变换	transformée de Legendre
单连通		simplement connexe
博雷尔集		tribu borélienne
卡拉比-丘流形		variété de Calabi-Yau
厄农吸引子		attracteur d'Hénon
双对数坐标		coordonnées bilogarithmiques
<b>双对数坐标系</b>		<b>repère log-log</b> , repère bi-logarithmique
双曲公制空间		espace métrique hyperbolique
双曲成分	双曲分量双曲分支	composante hyperbolique

双能 X 线吸收法	双能 X 线骨密度	absorption biphotonique à rayons X, ostéodensitométrie
反应控制凝聚	RLA 模	agrégation limitée par la réaction, RLA
发撒		<u>divergence</u>
可导性		<u>dérivabilité</u>
同形性		homéomorphisme
吸引不动点		point fixe attractif
吸引力盆地		bassin d'attraction
哈勃视界	表观视界	rayon de Hubble
四元数		quaternion
回转环面		tore de révolution
图像噪声		bruit
图形分形压缩技术		compression d'image par fractale
均质性和各向同性的宇宙学原理		principe cosmologique d'homogénéité et d'isotropie
塞萨罗曲线		fractale de Césaro
填充维数		dimension d'empilement
复平面		plan complexe
复数		<u>nombre complexe</u>
<u>多边形链</u>		<u>ligne polygonale</u>
<u>多重分形分析</u>		<u>analyse multifractale</u>
多重分形谱		spectre multifractal, spectre des singularités
多项式		polynôme
多项式测量		mesure multinomiale
大尺度纤维结构		filament cosmique
奇怪吸引子		attracteur étrange
奥伯斯悖论	奥伯斯佯谬	paradoxe d'Olbers, paradoxe du ciel en feu
<b>妖魔曲线</b>	病态曲线	<b>monstre</b> , monstre mathématique, objet mathématique non identifié (OMNI), courbe pathologique, objet pathologique
<u>始操作长度</u>	初始元, 初始图形	<u>initiateur</u>
宇宙网		toile cosmique
实部		partie réelle
密铺		pavage
<u>对数函数</u>		<u>fonction logarithme</u>
导数		dérivée
小支气管		bronchiole
小波方法分形		méthode des ondelettes
小肠		intestin grêle
尺度相对论	标度相对论	théorie de la relativité d'échelle
层次	标度层次, 缩放级别	niveau d'échelle, niveau de zoom
巴恩斯利蕨		fougère de Barnsley
<u>布朗运动</u>		<u>mouvement brownien</u>
希尔伯特曲线		courbe de Hilbert
帐篷映射		fonction tente, fonction triangulaire
帕累托分布	幂次法则, 80-20 法则	loi de Pareto
幂律分布		loi de puissance

平均自由程		libre parcours moyen
平坦方形环面		tore carré plat
平滑分形		<u>fractale lisse</u>
广义相对论		relativité générale
康托(Cantor)三分集		<u>ensemble triadique de Cantor</u> , poussière de Cantor
康托尔三角尘		triangle de Cantor
康托尔函数		escalier de Besicovitch
弹射凝聚模型	BA 模型	agrégation balistique, BA
微分学		calcul différentiel
微分方程		équation différentielle
微绒毛		microvillosité
心形线	心脏线	cardioïde
总体密度		densité globale
托里拆利小号		trompette de Gabriel
抛物线分形		fractale parabolique
<u>拓扑维数</u>	覆盖维数, 勒贝格维数	<u>dimension topologique</u>
拼帖定理		théorème du collage
排斥不动点		point fixe répulsif
插值		interpoler
支气管		bronche
<u>收敛性</u>		<u>convergence</u>
收缩倍数		<u>facteur d'homothétie</u> , rapport d'homothétie, facteur de contraction
数列	序列	suite
数列极限		limite
<u>斐波那契数列</u>		<u>suite de Fibonacci</u>
方差		variance
方程组		système d'équations
无理数		nombre irrationnel
曼德尔球		Mandelbulb
<i>Pas de correspondance attestée</i>		Chirurgie holomorphe
普朗克常数		constante de Planck
有界数列		suite bornée
<u>朱利亚集</u>	朱利亚集合	<u>ensemble de Julia</u>
李雅普诺夫分形		fractale de Lyapounov
李雅普诺夫指数		exposant de Lyapounov
杜阿迪兔子		lapin de Douady
杨辉三角形	帕斯卡三角形	triangle de Pascal
构造定律		théorie constructale
柯西运动		vol de Cauchy
<i>pas de correspondance attestée</i>		scalant
标度		échelle
标度不变性	无标度形	invariance d'échelle
标度扩散		diffusivité d'échelle
模		module
欧氏几何学		<u>géométrie euclidienne</u> , géométrie plane
<u>正态分布</u>	高期分布, 常態分布, 正规分布	<u>loi normale</u>
毕达哥拉斯树		arbre de Pythagore

法图集	Fatou 集	ensemble de Fatou, poussière de Fatou
法线		normale
波动性		volatilité
洛伦茨吸引子		attracteur de Lorenz
消音室	消声室	chambre anéchoïque
<u>混沌分支图</u>		<u>diagramme de bifurcation</u> , Diagramme de Fingenbaum
<u>混沌理论</u>		<u>théorie du chaos</u>
渗流		percolation
<u>温和随机性</u>		<u>hasard bénin</u>
湍流理论		théorie de la turbulence
熵		entropie
牛奶冻曲线	高木曲线	courbe de Takagi, courbe du blanc-manger
牛顿分形		fractale de Newton
牛顿法		méthode de Newton
环形皱襞		valvule connivente
理查森效应		effet Richardson
<b>生成元</b>		<b>générateur</b>
疯狂随机性	狂野随机性	<u>hasard sauvage</u>
百万秒差距		megaparsec
<u>皮亚诺曲线</u>		<u>courbe de Peano</u>
<u>盒维数算法</u>	Box 分形, 方块分形, box 维数	<u>méthode du <i>Box counting</i></u> , Dimension de Bouligand, méthode du comptage de boîtes, dimension fractale par comptage de boîtes, méthode de dénombrement des boîtes
离散集	离散集合	ensemble discret
<u>科赫曲线</u>	<u>Koch 曲线</u>	<u>courbe de Von Koch</u>
第 2 期的吸引周期		cycle de période 2
等距嵌入定理	等距嵌入问题	plongement isométrique
<u>粗糙度</u>		<u>rugosité</u>
<u>精细结构</u>		<u>structure fine</u>
<u>约瑟效应</u>		<u>effet Joseph</u> , syndrome de Joseph, mémoire longue
绝对值		valeur absolue
耗散分形		fractale molle, fractale dissipative
肠绒毛		villosité
肺泡		alvéole
胶体		colloïde
自仿射变换		transformation auto-affine
<u>自仿射性</u>		<u>auto-affinité</u> , self-affinité
自我组织		auto-organisation
自由度		degré de liberté
自相似变换		transformation auto-similaire
<b>自相似性</b>	内部相似性	<b>autosimilarité</b> , auto-similarité, invariance d'échelle, homothétie interne, self-similarité, auto-similitude
自避随机行走模型		randonnée sans boucle, Promenade au hasard sans boucle, marche

		aléatoire auto-évitante, promenade aléatoire sans boucle, marche de l'ivrogne sans boucle
莱维 C 形曲线		courbe de Lévy
莱维过程		processus de Lévy
菱形方形算法		algorithme diamant-carré
薛定谔方程		équation de Schrödinger
虚部		partie imaginaire
蝴蝶效应		effet papillon
西格尔圆盘		disque de Siegel
词法树		arbre lexicographique
<u>诺亚效应</u>		<u>effet Noé, Syndrome de Noé</u>
<u>谢尔宾斯基三角垫</u>		<u>triangle de Sierpinski</u>
谢尔宾斯基五边形		pentagone de Sierpinski
<u>谢尔宾斯基方毯</u>		<u>tapis de Sierpinski</u>
谢尔宾斯基曲线		courbe de Sierpinski
豪斯多夫维数	分形维数	dimension de Hausdorff
豪斯多夫距离		distance de Hausdorff
负曲率曲面		surface à courbure négative
费根鲍姆常数		nombre de Figenbaum
<u>赫尔德指数</u>		<u>exposant de Hölder, indice de singularité</u>
超分形		superfractale
超方形		hypercube
辐角		argument
边界元方法		localisation par la frontière
连续函数		fonction continue
<u>迭代</u>		<u>itération</u>
<u>迭代函数系统</u>		<u>système de fonctions itérées, IFS</u>
<u>递归定义数列</u>	递归数列	<u>suite définie par récurrence</u>
逻辑斯蒂函数	logistic 函数	suite logistique
遗漏区域		tréma, intermission
<u>门格海绵</u>		<u>éponge de Menger</u>
闵可夫斯基香肠	四次 Koch 曲线	saucisse de Minkowski
阿尔法稳定分布		distribution $\alpha$ -stable
阿波罗尼奥斯垫圈		baderne d'Apollonius, bourrage apollonien
阿波罗尼奥斯垫片		tamis apollonien
附标		affiche
随机元素		randon
非线性滤波器		filtre non linéaire
项		terme
骨密度		densité minérale osseuse
骨质疏松症		ostéoporose
高斯帕曲线		courbe de Gosper
高斯曲线		courbe de Gauss
魏尔施特拉斯函数		fonction de Weierstrass
黄金比例	黄金分割比例, 黄金分割率	nombre d'or
黎曼几何学		géométrie riemannienne
齐夫定律		loi de Zipf

龙形曲线		courbe du dragon
------	--	------------------

## **IV - Lexique français-chinois**

### **Avertissement au lecteur :**

Les termes faisant l'objet d'une fiche terminologique sont indiqués en gras.

Les termes figurant dans le glossaire sont soulignés.

Vedette FR	Synonymes	Vedette ZH
absorption biphotonique à rayons X	ostéodensitométrie	双能 X 线吸收法, 双能 X 线骨密度
affiche		附标
agrégat fractal	amasement	分形聚集, 分形凝聚
agrégation balistique	BA	弹射凝聚模型, BA 模型
agrégation limitée par la réaction	RLA	反应控制凝聚, RLA 模型
algorithme diamant-carré		菱形方形算法
alvéole		肺泡
<u>analyse multifractale</u>		<u>多重分形分析</u>
arbre de Pythagore		毕达哥拉斯树
arbre lexicographique		词法树
argument		辐角
attracteur d'Hénon		厄农吸引子
<u>attracteur d'une famille de contractions (AFC)</u>	attracteur d'un système de fonctions itérées	<u>分形迭代函数系统吸引子</u>
attracteur de Lorenz		洛伦茨吸引子
attracteur étrange		奇怪吸引子
<u>auto-affinité</u>	self-affinité	<u>自仿射性</u>
auto-organisation		自我组织
<b>autosimilarité</b>	homothétie interne, self-similarité, invariance d'échelle	<b>自相似性</b> , 内部相似性, 标度不变性, 尺度不变性, 无标度性
axiome		公理
baderne d'Apollonius	bouillage apollonien	阿波罗尼奥斯垫圈
bassin d'attraction		吸引力盆地
bordure en brosse		刷状缘
bronche		支气管
bronchiole		小支气管
bruit		图像噪声
calcul différentiel		微分学
cardioïde		心形线, 心脏线
cascade multiplicative		乘法级联
chambre anéchoïque		消音室, 消声室
Chirurgie holomorphe		<i>Pas de correspondance attestée</i>
colloïde		胶体
composante hyperbolique		双曲成分, 双曲分量, 双曲分支
compression d'image par fractale		图形分形压缩技术
congruence		全等性
conjecture MLC (Mandelbrot localement connexe)		MLC 猜想
constante de Planck		普朗克常数
<u>convergence</u>		<u>收敛性</u>
coordonnées bilogarithmiques		双对数坐标
courbe de Gauss		高斯曲线
courbe de Gosper		高斯帕曲线
courbe de Hilbert		希尔伯特曲线
courbe de Lévy	Courbe en C	莱维 C 形曲线
<u>courbe de Peano</u>		<u>皮亚诺曲线</u>
courbe de Sierpinski		谢尔宾斯基曲线
courbe de Takagi	Courbe du blanc-manger	牛奶冻曲线, 高木曲线
<u>courbe de Von Koch</u>		<u>科赫曲线, Koch 曲线</u>

Vedette FR	Synonymes	Vedette ZH
courbe du dragon		龙形曲线
courbe préfractale		前分形曲线
courbe $\alpha$ -dense		$\alpha$ -密集型曲线
cycle de période 2		第 2 期的吸引周期
degré de liberté		自由度
densité globale		总体密度
densité minérale osseuse (DMO)		骨密度
<u>dérivabilité</u>		<u>可导性</u>
dérivée		导数
<u>diagramme de bifurcation</u>	diagramme de Fingenbaum	<u>混沌分支图</u>
diffusivité d'échelle		标度扩散
dimension d'empilement	<i>Packing dimension</i> , dimension de packing	填充维数
dimension de Hausdorff		豪斯多夫维数, 分形维数
<b>dimension fractale</b>	dimension fractionnaire, dimension d'homothétie, dimension de Hausdorff	<b>分形维数</b> , 分维, 分维数
<u>dimension topologique</u>	dimension de recouvrement de Lebesgue	<u>拓扑维数</u> , 覆盖维数, 勒贝格维数
disque de Siegel		西格尔圆盘
distance de Hausdorff		豪斯多夫距离
distribution $\alpha$ -stable		阿尔法稳定分布
<u>divergence</u>		<u>发撒</u>
échelle		标度、尺度
<u>effet Joseph</u>	syndrome de Joseph, mémoire longue	<u>约瑟效应</u>
<u>effet Noé</u>	syndrome de Noé	<u>诺亚效应</u>
effet papillon		蝴蝶效应
effet Richardson		理查森效应
ensemble de Fatou	Poussière de Fatou	法图集, Fatou 集
<u>ensemble de Julia</u>		<u>朱利亚集</u> , 朱利亚集合
<u>ensemble de Mandelbrot</u>		<u>Mandelbrot 集</u> , Mandelbrot 集合, 曼德勃罗集
ensemble discret		离散集, 离散集合
<u>ensemble triadique de Cantor</u>	poussière de Cantor	<u>康托三分集</u> , Cantor 三分集
entropie		熵
<u>éponge de Menger</u>		<u>门格海绵</u>
équation de Schrödinger		薛定谔方程
équation différentielle		微分方程
équation quadratique	équation polynomiale du second degré	二次方程
escalier de Besicovitch	escalier diabolique de Besicovitch, escalier du diable, escalier de Cantor	康托尔函数
espace métrique hyperbolique		双曲公制空间
espace-temps fractal		分形时空
<u>exposant de Hölder</u>	Indice de singularité	<u>赫尔德指数</u>
exposant de Lyapounov		李雅普诺夫指数
<u>facteur d'homothétie</u>	facteur de contraction, rapport d'homothétie	<u>收缩倍数</u>
filament cosmique		大尺度纤维结构
filtre médian		中值滤波器

Vedette FR	Synonymes	Vedette ZH
filtre non linéaire		非线性滤波器
flocon de Von Koch	île de Von Koch	Koch 雪花
fonction continue		连续函数
fonction de Weierstrass		魏尔施特拉斯函数
<u>fonction logarithme</u>		<u>对数函数</u>
fonction tente	Fonction triangulaire	帐篷映射
fougère de Barnsley		巴恩斯利蕨
<u>fractale</u>		<u>分形</u>
fractale de Césaro		塞萨罗曲线
fractale de Lyapounov		李雅普诺夫分形
fractale de Newton		牛顿分形
fractale de Rauzy		Rauzy 分形
<u>fractale lisse</u>		<u>平滑分形</u>
fractale molle	Fractale dissipative	耗散分形
loi fractale parabolique		抛物线分形
<b>générateur</b>		<b>生成元</b>
<u>géométrie euclidienne</u>	Géométrie plane	<u>欧氏几何学</u>
géométrie fractale		分形几何学
géométrie riemannienne	Géométrie intrinsèque	黎曼几何学
<u>hasard bénin</u>		<u>温和随机性</u>
<u>hasard sauvage</u>		<u>疯狂随机性, 狂野随机性</u>
homéomorphisme		同形性
hypercube		超方形
<u>initiateur</u>		<u>始操作长度, 初始元, 初始图形</u>
interpoler		插值
intestin grêle		小肠
invariance d'échelle		标度不变性, 无标度性
itération		迭代
<u>lacunarité</u>		<u>不均匀性, 非均匀性, 间隙度</u>
lapin de Douady		杜阿迪兔子
libre parcours moyen		平均自由程
<u>ligne polygonale</u>		<u>多边形链</u>
limite		数列极限
localisation par la frontière		边界元方法
loi de Pareto		帕累托分布, 幂次法则, 80-20 法则
loi de puissance		幂律分布
loi de Zipf		齐夫定律
<u>loi normale</u>	loi de Gauss, loi gaussienne, loi de Laplace-Gauss	<u>正态分布, 高期分布, 常态分布, 正规分布</u>
<u>L-système</u>		<u>L 系统</u>
Mandelbulb		曼德尔球
megaparsec		百万秒差距
mesure multinomiale		多项式测量
méthode de Newton		牛顿法
méthode des ondelettes	analyse en ondelettes, analyse par ondelettes	小波分析
<u>méthode du Box counting</u>	dimension de Bouligand, méthode du comptage de boîtes, dimension	<u>盒维数算法, box 分形, 方块分形, box 维数</u>

Vedette FR	Synonymes	Vedette ZH
	fractale par comptage de boîtes, méthode de dénombrement des boîtes	
microvillosité		微绒毛
modèle d'agrégation limité par la diffusion	DLA	DLA 模型, 有限扩散凝聚
module		模
<b>monstre</b>	monstre mathématique, objet mathématique non identifié (OMNI), courbe pathologique, objet pathologique	<b>妖魔曲线</b> , 病态曲线
<u>mouvement brownien</u>		<u>布朗运动</u>
mouvement brownien fractionnaire		分数布朗运动
mur antibruit fractal		分形隔音屏障, 分形隔音墙, 分形表面
niveau d'échelle	Niveau de zoom	层次, 标度层次, 缩放级别
<u>nombre complexe</u>		<u>复数</u>
nombre d'or		黄金比例, 黄金分割比例, 黄金分割率
nombre de Fingenbaum	Constante de Fingenbaum	费根鲍姆常数
nombre irrationnel		无理数
normale		法线
ostéoporose		骨质疏松症
paradoxe d'Olbers	paradoxe du ciel en feu	奥伯斯悖论, 奥伯斯佯谬
partie imaginaire		虚部
partie réelle		实部
pavage		密铺
paysage fractal	terrain fractal	分形景观
pentagone de Dürer		Dürer 分形五边形, 丢勒分形五边形
pentagone de Sierpinski		谢尔宾斯基五边形
percolation		渗流
plan complexe		复平面
plongement isométrique		等距嵌入定理, 等距嵌入问题
point critique		临界点
point de Misiurewicz		Misiurewicz 点
point fixe		不动点
point fixe attractif		吸引不动点
point fixe répulsif		排斥不动点
polynôme		多项式
principe cosmologique d'homogénéité et d'isotropie		均质性和各向同性的宇宙学原理
processus de Lévy		莱维过程
puzzle de Yoccoz		Yoccoz 拼图
quasi-cristal		准晶体
quaternion		四元数
randon		随机元素
randonnée sans boucle	promenade au hasard sans boucle, marche aléatoire auto-évitante, promenade aléatoire sans boucle	自避随机行走模型
rayon de Hubble		哈勃视界, 表观视界

Vedette FR	Synonymes	Vedette ZH
relativité générale		广义相对论
<b>repère log-log</b>	repère bilogarithmique	<b>双对数坐标系</b>
<u>rugosité</u>		<u>粗糙度</u>
saucisse de Minkowski		闵可夫斯基香肠, 四次 Koch 曲线
scalant		<i>pas de correspondance attestée</i>
simplement connexe		单连通
spectre multifractal	spectre des singularités	多重分形谱
sphère de Nash-Kuiper	sphère réduite	<i>Pas de correspondance attestée</i>
<u>structure fine</u>		<u>精细结构</u>
suite		数列, 序列
suite bornée		有界数列
<u>suite de Fibonacci</u>		<u>斐波那契数列</u>
<u>suite définie par récurrence</u>		<u>递归定义数列, 递归数列</u>
suite logistique	fonction logistique	逻辑斯蒂函数, logistic 函数
superfractale		超分形
surface à courbure négative		负曲率曲面
système d'équations		方程组
<u>système de fonctions itérées</u>	IFS, SFI	<u>迭代函数系统</u>
<u>système dynamique</u>		<u>动力系统</u>
tamis apollonien		阿波罗尼奥斯垫片
tangente		切线
<u>tapis de Sierpinski</u>		<u>谢尔宾斯基方毯</u>
terme		项
théorème du collage		拼帖定理
théorie constructale		构造定律
théorie de la relativité d'échelle		尺度相对论, 标度相对论
théorie de la turbulence		湍流理论
<u>théorie du chaos</u>		<u>混沌理论</u>
toile cosmique		宇宙网
tore carré plat		平坦方形环面
tore de révolution		回转环面
transformation auto-affine		自仿射变换
transformation autosimilaire		自相似变换
transformée de Legendre		勒壤得转换, 勒让德变换
tréma	intermission	遗漏区域
triangle de Cantor		康托尔三角尘
triangle de Pascal		杨辉三角形, 帕斯卡三角形
<u>triangle de Sierpinski</u>		<u>谢尔宾斯基三角垫</u>
tribu borélienne		博雷尔集
trompette de Gabriel		托里拆利小号
valeur absolue		绝对值
valvule connivente		环形皱襞
variance		方差
variété de Calabi-Yau		卡拉比-丘流形
villosité		肠绒毛
vol de Cauchy		柯西运动
volatilité		波动性

# BIBLIOGRAPHIE CRITIQUE ET SÉLECTIVE

## **Avertissement au lecteur :**

Les sources considérées comme incontournables sont indiquées en gras.

Les sources jugées intéressantes mais n'ayant pas été utiles à la rédaction de ce mémoire sont précédées d'un astérisque.

Pour les besoins du présent mémoire, le titre des sources en chinois a fait l'objet d'une proposition de traduction en français.

Pour simplifier la lecture, les sources en chinois sont indiquées selon l'ordre alphabétique du français à partir de leur transcription en *pinyin*.

## Sources en français

### Ouvrages

- BOUSQUET Marc, *Questions SCIENCES : Spécial 65 théories mathématiques, concepts et énigmes expliqués simplement*, Editions du Sens, Paris, 2021

Recueil d'articles présentant des concepts et découvertes plus ou moins récentes dans le domaine des mathématiques, ainsi que certaines de leurs applications à d'autres domaines scientifiques. L'ouvrage est présenté comme un ouvrage de vulgarisation. Or, de nombreux termes employés dans les articles ne sont pas expliqués. Le lecteur novice doit par conséquent se référer à d'autres articles pour comprendre, ou faire des recherches par lui-même. Il est donc, à mon avis, destiné à des lecteurs ayant des connaissances théoriques solides en mathématiques. Il est tout de même intéressant pour comprendre certains concepts relatifs à la géométrie riemannienne, au nombre d'or, et surtout aux fractales lisses.

- BOUTOT Alain, *L'invention des formes*, [en ligne] éditions Odile Jacob, 1993, disponible sur <https://books.google.fr/books?id=EfK-CwAAQBAJ&pg=PP25&lpg=PP25&dq=%22initiateur%22+g%C3%A9n%C3%A9rateur+koch&source=bl&ots=dO-E1-X4gD&sig=ACfU3U1BpMPzO7mtT94rkaAVAPuLhc0Wdw&hl=fr&sa=X&ved=2ahUKEwidmfiFtPj3AhUwzoUKHVZEBFkQ6AF6BAgIEAM#v=onepage&q=%22initiateur%22%20g%C3%A9n%C3%A9rateur%20koch&f=false>, consulté le 10/05/2022

Ouvrage traitant du chaos, des fractales et de certaines théories liées à ces phénomènes. Écrit par un philosophe, il apporte peu d'informations inédites ayant trait au sujet du présent mémoire, mais son explication de la classification des fractales (« catalogue fractal »), illustrée par des exemples, est intéressante. Il résume certains travaux de Kenneth Falconer et explique les formules complexes mentionnées par Mandelbrot dans *Les objets fractals : formes, hasard et dimension*, comme la formule décrivant l'amasement des objets célestes. De plus, il présente de manière claire la différence entre la dimension topologique et les différentes dimensions fractales, information difficile à trouver sans formules complexes.

- **COHEN Gilles, BRILLEAU Martine et al., *Les fractales, Art, nature et modélisation*, Bibliothèque Tangente, éditions Pole, Paris, 2019**

À travers ses différents chapitres, cet ouvrage aborde les fractales sous différents angles : chronologique et historique (découverte des premières fractales, biographie de Benoît Mandelbrot), mathématique (explication de concepts par des raisonnements et formules mathématiques), pragmatique (exemples concrets d'applications à différents domaines et exercices). Les nombreuses illustrations en couleurs qu'il comporte facilitent la compréhension. Si certains articles traitant des aspects purement mathématiques sont parfois complexes, l'ouvrage reste assez accessible. Il m'a été utile pour comprendre les notions générales et les applications de la géométrie fractale et ainsi les expliquer dans l'exposé. Il est également riche en terminologie et en phraséologie, qui m'ont servi lors de la traduction du texte support.

- **MANDELROT Benoît, *Les objets fractals : forme hasard et dimension*, Champs Flammarion, Paris, 1995**

Écrit par « le père des fractales » lui-même, cet ouvrage est la référence ultime lorsqu'il s'agit de géométrie fractale. Cité par tous les spécialistes, cet incontournable est qualifié par Benoît Mandelbrot « d'essai mélangeant la vulgarisation et le travail de recherche ». Il retrace les découvertes de l'auteur dans différents domaines. Benoît Mandelbrot affirme que les lecteurs non spécialistes ou ne s'intéressant pas à la précision mathématique sont libres de sauter certains passages plus complexes. Cependant, malgré plusieurs lectures exhaustives de l'ouvrage, je n'ai pas saisi certaines notions et ai dû consulter des ouvrages davantage accessibles pour les comprendre. Sa lecture m'a toutefois été indispensable pour appréhender le point de vue de Benoît Mandelbrot, sa définition des fractales et me familiariser avec les termes employés par ce dernier pour rédiger l'exposé et la partie analyse terminologique. À la fin du livre se trouve un « Lexique des néologismes » créés par l'auteur, très utile à cet effet. Il semblait tenir à cœur au « père des fractales » d'utiliser le moins d'anglicismes possible !

- MANDELBROT Benoît, HUDSON Richard L., *Une approche fractale des marchés, risquer, perdre et gagner*, [en ligne], Odile Jacob, Paris 2009, disponible sur <https://books.google.fr/books?id=ZivFTwNFr6sC&pg=PA146&lpg=PA146&dq=nuages+ne+sont+pas+sph%C3%A9riques+mandelbrot&source=bl&ots=C27TgD2zQk&sig=ACfU3U3LKIVy-q4oEl4sZPCaLPqMjgmQIQ&hl=fr&sa=X&ved=2ahUKEwiajurdhrT3AhWqQvEDHWYCvEQ6AF6BAgeEAM#v=onepage&q=nuages%20ne%20sont%20pas%20sph%C3%A9riques%20mandelbrot&f=false> >, consulté le 18/12/2021

Cet ouvrage explique en quoi les marchés sont fractals. Il n'est pas disponible dans son intégralité en ligne, mais je me suis appuyée en particulier sur les pages 110 à 130 et 140 à 143 pour rédiger la partie de mon exposé intitulée « prédire les risques financiers ». Benoît Mandelbrot y démontre à l'aide de l'outil fractal en quoi le cours de la bourse et les fluctuations des taux de change ne sont pas gaussiens et en quoi ces fluctuations sont dépendantes les unes des autres, contrairement à ce qu'admettaient jusqu'alors les statisticiens et les économistes. Il explique en somme en quoi il est important de se concentrer sur le hasard sauvage (les extrêmes). Il présente également la méthode des générateurs fractals.

- **QUEIROS-CONDE Diogo, CHALINE Jean, DUBOIS Jacques, *Le monde des fractales : la Nature trans-échelles*, Ellipses, Paris, 2015**

Cet ouvrage relativement accessible au grand public se démarque en expliquant non seulement les notions mais également d'où elles viennent en partant d'autres concepts et découvertes. Chaque sous-partie est très structurée. Il est important d'avoir en tête la signification des différents termes tout au long de la lecture, sans quoi le raisonnement est difficile à suivre. Les nombreuses illustrations sont utiles à la compréhension. L'ouvrage développe de manière exhaustive le concept d'échelle dans la géométrie fractale en expliquant sa présence dans de nombreux exemples de phénomènes et objets naturels. Il expose et s'appuie en grande partie sur les découvertes dans les domaines de spécialité respectifs des trois auteurs : la physique (thermodynamique et turbulence), la paléontologie et la biologie (l'évolution des espèces), et la géophysique. Le « Glossaire » situé à la fin de l'ouvrage apporte des éléments de définition complémentaires et permet de se remettre en tête certaines notions oubliées au cours de la lecture. Il m'a apporté

certain éclairages, en particulier quant au hasard sauvage et hasard bénin, à la relation entre le nombre d'or, la suite de Fibonacci et les fractales, et au lien entre la théorie du chaos, les attracteurs étranges et les fractales. Il m'a également fait découvrir les travaux de l'astrophysicien Laurent Nottale, ainsi que certaines applications de la géométrie que je n'ai retrouvées dans aucune de mes autres lectures. J'ai donc apprécié son côté « inédit ».

- TRICOT Claude, *Géométries et mesures fractales : une introduction*, Ellipses, Paris, 2008

Ouvrage très riche d'un point de vue terminologique mais destiné à un lectorat ayant un niveau universitaire en mathématiques. Le lecteur novice doit, en faisant abstraction des démonstrations mathématiques complexes et des exercices s'adressant aux étudiants et aux chercheurs non spécialisés qui pourraient le rebuter, faire des recherches en parallèle pour pouvoir saisir le sens des termes spécialisés. Il illustre d'un point de vue purement algébrique certaines notions que j'avais déjà rencontrées comme la transformation affine, les ensembles de Julia, la topologie, la contraction et les attracteurs, le *box counting* ou le bassin d'attraction. Écrit par un mathématicien spécialiste des fractales, cet ouvrage m'a aidée dans la traduction du texte support en confirmant certains choix terminologiques ou en me donnant une première idée de traduction.

#### Articles

- BOTET Robert, « Les fractales en physique », [en ligne], *Techniques de l'ingénieur Physique-Chimie*, 2001, n°4, disponible sur [https://books.google.fr/books?id=k83BTEh2IbMC&pg=PA5&lpg=PA5&dq=initiateur+g%C3%A9n%C3%A9rateur+fractal&source=bl&ots=E3BoV8CL\\_z&sig=ACfU3U3kzfxhhPrsgjeqQr00dZKVMgDIMg&hl=fr&sa=X&ved=2ahUKEwjLz\\_hdr3AhWJSfEDHVrqAC8Q6AF6BAgzEAM#v=onepage&q=initiateur%20g%C3%A9n%C3%A9rateur%20fractal&f=false](https://books.google.fr/books?id=k83BTEh2IbMC&pg=PA5&lpg=PA5&dq=initiateur+g%C3%A9n%C3%A9rateur+fractal&source=bl&ots=E3BoV8CL_z&sig=ACfU3U3kzfxhhPrsgjeqQr00dZKVMgDIMg&hl=fr&sa=X&ved=2ahUKEwjLz_hdr3AhWJSfEDHVrqAC8Q6AF6BAgzEAM#v=onepage&q=initiateur%20g%C3%A9n%C3%A9rateur%20fractal&f=false), consulté le 26/04/2022

Article accessible au grand public, structuré et illustré. Il n'est pas disponible dans son intégralité, ce qui est regrettable. Avant d'aborder ses applications en physique, l'auteur présente les fractales de manière plus générale. La notion de dimension fractale et le vocabulaire associé y sont très bien expliqués. L'article m'a été utile pour traduire la sous-partie du même nom de mon texte-support et pour la rédaction des fiches terminologiques.

- CHIROLLET Jean-Claude, « Du point euclidien au nuage fractal : matrices génétiques du détail », [en ligne], *Ktèma*, 2012, n°37, pp. 409-421, disponible sur < [https://www.persee.fr/doc/ktema\\_0221-5896\\_2012\\_num\\_37\\_1\\_1671](https://www.persee.fr/doc/ktema_0221-5896_2012_num_37_1_1671) >, consulté le 01/05/2022

Il s'agit d'un article sur la notion de « point » en géométrie euclidienne et en géométrie fractale. Il s'intéresse tout d'abord à la notion de « point » en géométrie euclidienne, à son utilisation dans les arts graphiques, avant d'aborder les fractales à travers l'ensemble de Cantor et leur esthétisme à travers l'art fractal. Il compare aussi la dimension euclidienne à la dimension fractale. Les parties traitant de la géométrie m'ont aidée pour la traduction en confirmant certains de mes choix terminologiques ou en me donnant des idées.

- FORRIEZ Maxime, MARTIN Philippe, NOTTALE Laurent, « Formalisation de trois lois d'échelle permettant de quantifier des structures spatiales ponctuelles, linéaires ou surfaciques : exemples de transitions fractal-non fractal en géographie », [en ligne], *L'Espace géographique*, 2009, n°39(2), disponible sur < [https://www.researchgate.net/publication/43919162\\_Lois\\_d'echelle\\_et\\_transitions\\_fractal\\_-\\_non\\_fractal\\_en\\_geographie\\_Scaling\\_laws\\_and\\_non-fractalfractal\\_transitions\\_in\\_geography](https://www.researchgate.net/publication/43919162_Lois_d'echelle_et_transitions_fractal_-_non_fractal_en_geographie_Scaling_laws_and_non-fractalfractal_transitions_in_geography) >, consulté le 03/05/2022

Article traitant de la relativité d'échelle des fractales et de son application en géographie. Il m'a permis de mieux comprendre certains éléments expliqués dans *Le monde des fractales : la Nature trans-échelles*, qui cite à de nombreuses reprises les travaux de Laurent Nottale. Il m'a apporté de nouvelles connaissances sur la notion d'échelle et m'a aidée à traduire la sous-partie de mon texte-support du même nom.

- KHELIF Hamza, « Sur les courbes de remplissage », [en ligne], *Images des Mathématiques*, CNRS, 2011, disponible sur < <http://images.math.cnrs.fr/Sur-les-courbes-de-remplissage.html> >, consulté le 05/07/2021

Cet article présente en profondeur les courbes fractales de remplissage. Il donne certaines formules mathématiques tout en expliquant à quoi elles correspondent et introduit des termes spécialisés relatifs au remplissage. Il m'a été utile pour rédiger la partie de mon

exposé traitant d'un exemple de courbe de Peano. Il complète la vidéo Science4All (LÊ NGUYÊN Hoang), *Ces courbes qui colorient tout l'espace | Infini 10*, [en ligne] 2017, disponible sur < <https://www.youtube.com/watch?v=u-W1jXq5JGg> >, consulté le 17/08/2022, citée plus tard dans la présente bibliographie.

- LOUVET Jean-Pierre, « Processus et structures fractales naturelles », [en ligne], *Futura Sciences*, 2021, disponible sur < <https://www.futura-sciences.com/sciences/dossiers/mathematiques-fractales-curiosite-mathematique-234/page/5/> >, consulté le 15/08/2021

Article assez général sur les fractales. Il revient sur les différentes contributions de Benoît Mandelbrot sans entrer dans les détails. Il s'agit selon moi d'une bonne introduction à lire en amont d'autres articles plus spécialisés sur les différents aspects abordés.

- ZEHANI Soraya, KHIDER Mohamed, TALEB-AHMED Abdelmalik, MIMI Malika, « Classification par lacunarité fractale de la texture de l'os trabéculaire », [en ligne], *The International conference on electronics and oil : from theory to applications*, 2013, disponible sur < [https://www.researchgate.net/publication/271197013\\_Classification\\_par\\_Lacunarite\\_Fractale\\_de\\_la\\_Texture\\_de\\_l'Os\\_Trabeculaire](https://www.researchgate.net/publication/271197013_Classification_par_Lacunarite_Fractale_de_la_Texture_de_l'Os_Trabeculaire) >, consulté le 12/08/2021

Cet article, rédigé par des spécialistes du traitement du signal et de l'image, de l'intelligence artificielle appliquée à la médecine, de l'imagerie médicale et de l'ingénierie électromagnétique, explique en quoi la lacunarité fractale pourrait aider à classer la texture des os et ainsi à diagnostiquer l'ostéoporose, puis présente les résultats expérimentaux obtenus par les auteurs. Je me suis appuyée sur cet article pour rédiger la partie de mon exposé intitulée « la détection de l'ostéoporose ».

### Thèses

- DURAND Arnaud, *Propriétés d'ubiquité en analyse multifractale et séries aléatoires d'ondelettes à coefficients corrélés*, [en ligne], thèse, Université Paris XII Val de Marne, 2007, disponible sur < <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00185375/document> >, consulté le 07/05/2022

Le premier chapitre de cette thèse riche en terminologie spécialisée m'a aidée à comprendre et à réexprimer la méthode de l'analyse multifractale dans mon exposé (en faisant abstraction des nombreuses formules mathématiques). Il m'a également aiguillée dans la traduction des passages de mon texte-support relatifs à l'échelle. Les chapitres suivants sont totalement ou presque inintelligibles pour le lectorat non spécialisé ou n'ayant pas un niveau universitaire en mathématiques.

- KOEHL Ludovic, « Conception et réalisation d'un estimateur de dimension fractale par utilisation de techniques floues », [en ligne], thèse, productique : automatique et informatique industrielle, Université des sciences et technologies de Lille, 1998, disponible sur < [https://pepite-depot.univ-lille.fr/LIBRE/Th\\_Num/1998/50376-1998-1.pdf](https://pepite-depot.univ-lille.fr/LIBRE/Th_Num/1998/50376-1998-1.pdf) >, consulté le 20/06/2022

Thèse proposant une nouvelle méthode de calcul de la dimension des courbes fractales en combinant la « logique floue » (approche empirique basée sur des essais) et l'algorithme génétique. Le premier chapitre évoquant notamment l'ensemble de Mandelbrot, la dimension fractale et l'auto-affinité est intéressant du point de vue de la terminologie car l'auteur donne des définitions claires et simples de certains mots clés et est relativement accessible aux non-spécialistes. Il donne également quelques informations quant au mésusage de certains termes.

#### Site Internet

- Projet Hévée, « Le projet Hévée : H-principE, Visualisation Et Applications », [en ligne], disponible sur < <http://hevea-project.fr/index.html> >, consulté le 24/04/2022

Il s'agit du site officiel du projet Hévée (groupe de chercheurs ayant réussi à modéliser le plongement isométrique du tore carré plat et donc mis en évidence l'existence des fractales lisses). Le site est une mine d'or d'un point de vue terminologique et ses illustrations uniques sont précieuses pour la compréhension et la visualisation des fractales lisses. Il renvoie également à une galerie d'images, à des dossiers, à des articles scientifiques et même au codage en langage C++ du plongement isométrique du tore carré plat. Certaines pages du site sont également disponibles en anglais.

## Vidéos

La géométrie fractale produit des objets qu'il est aujourd'hui possible de modéliser grâce à l'informatique. Il me paraît indispensable de voir ces objets pour les comprendre. Les vidéos, qui permettent également de mettre ces objets en mouvement, ont donc été un outil précieux dans la réalisation de ce mémoire.

- El Jj (COTTANCEAU Jérôme), *Deux (deux ?) minutes pour Mandelbrot*, [en ligne], 2015, disponible sur < <https://www.youtube.com/watch?v=Y4ICbYtBGzA> >, consulté le 05/06/2021

Cette vidéo réalisée par un professeur agrégé de mathématiques explique concrètement comment se construisent les ensembles de Julia et l'ensemble de Mandelbrot grâce aux nombres complexes et aux suites en rappelant leurs propriétés respectives. Il m'a été utile pour la rédaction de la partie de mon exposé sur l'ensemble de Mandelbrot et les ensembles de Julia et m'a beaucoup aidé à comprendre le lien entre ces ensembles fractals.

- LAUNAY Michaël, *Les fractales*, [en ligne], 2015, disponible sur < [https://www.youtube.com/watch?v=iFA3g\\_4myFw](https://www.youtube.com/watch?v=iFA3g_4myFw) >, consulté le 05/06/2021

Vidéo assez générale mais très complète, réalisée par un mathématicien auteur d'ouvrages de vulgarisation. Si les sources ne sont pas citées, les informations mentionnées se recoupent avec celles figurant dans les autres documents que j'ai consultés. Elle m'a particulièrement aidée à comprendre la notion de « rugosité » fractale et de « facteur d'homothétie », bien que Michaël Launay n'utilise pas ou très peu de termes spécialisés.

- ScienceEtonnante (LOUAPRE David), *Effet Papillon et Théorie du Chaos*, [en ligne], 2018, disponible sur < <https://www.youtube.com/watch?v=YrOyRCD7M14> >, consultée le 18/07/2021

Cette vidéo de vulgarisation a été réalisée par un docteur en physique. Il explique la théorie du chaos étape par étape au travers d'exemples concrets et emploie les termes spécialisés. Il développe ensuite le diagramme de bifurcation, les attracteurs et le lien avec les fractales. Elle m'a été utile pour rédiger la partie de mon exposé concernant la théorie du chaos.

- Science4All (LÊ NGUYÊN Hoang), *Ces courbes qui colorient tout l'espace* | *Infini 10*, [en ligne], 2017, disponible sur < <https://www.youtube.com/watch?v=u-W1jXq5JGg> >, consulté le 17/08/2022

Cette vidéo de vulgarisation tout de même assez poussée, réalisée par un mathématicien, m'a permis de visualiser et ainsi de comprendre la construction de la courbe de Peano et celle d'Hilbert. Elle explique la construction des courbes de remplissage, la vitesse de coloriage, ainsi que les calculs permettant de savoir à quel moment  $t$  est rempli un certain point du carré grâce aux nombres binaires. Elle aborde également les applications de ces courbes de remplissage en informatique.

- Science4All (LÊ NGUYÊN Hoang), *Top 8 des monstres mathématiques* | *Infini 11*, [en ligne], 2017, disponible sur < <https://www.youtube.com/watch?v=f13ZaZrfIUc> >, consulté le 17/08/2022

Vidéo présentant différents monstres mathématiques dont certains sont très peu cités dans les ouvrages et articles sur le sujet, comme la trompette de Gabriel. Dans cette vidéo, Hoang Lê Nguyễn ne va pas en profondeur et il est nécessaire de connaître en amont certaines notions comme la dimension fractale qui ne sont pas expliquées.

- Science Trash (SAËS Guillaume), *Cette FORME va changer le MONDE*, [en ligne], 2021, disponible sur < <https://www.youtube.com/watch?v=51dFGX5g4So> >, consulté le 05/06/2021

C'est précisément cette vidéo qui m'a fait connaître mon spécialiste référent, Monsieur Saës ainsi que le sujet de sa thèse de doctorat. Ce dernier y présente avec une pointe d'humour certaines généralités sur les fractales, donne des exemples de fractales naturelles, explique ce que sont les L-systèmes et évoque des applications inédites et récentes de la géométrie fractale issues du travail de son maître de thèse et de ses propres découvertes. Cette vidéo est également utile pour comprendre comment calculer la dimension fractale d'un objet à l'aide de la méthode du *box counting*.

## Logiciel

- Xaos

Ce logiciel gratuit et très facile d'utilisation est à la fois un explorateur et un simulateur de fractales. Il permet de zoomer à l'infini sur l'ensemble de Mandelbrot et sur un certain nombre d'ensembles fractals, d'enregistrer ces zooms sous forme de vidéos, de visualiser les ensembles de Julia correspondants à chaque point de l'ensemble de Mandelbrot et du plan complexe, de changer les couleurs et la texture de l'image pour créer des fractales uniques, ou encore de taper les coordonnées du nombre complexe de son choix pour visualiser l'ensemble de Julia correspondant.

## Spécialiste référent

SAES Guillaume : Guillaume Saës est assistant en recherche à l'université de Mons (Belgique), docteur en mathématiques diplômé de l'Université Paris-Est Créteil, membre du Laboratoire d'Analyse Mathématiques Appliquées, enseignant agrégé de mathématiques, bénévole de l'association Animath et gérant de la chaîne Youtube de vulgarisation scientifique *Science Trash*. Sa thèse de doctorat porte sur l'étude dimensionnelle et multifractale des sommes fractales de pulses (SAËS Guillaume, *Sommes fractales de pulses : étude dimensionnelle et multifractale des trajectoires et simulations*, [en ligne], thèse, Université Paris-Est Créteil, 2021, disponible sur < <https://perso.math.u-pem.fr/saes.guillaume/DOCUMENTS/Th%C3%A8se.pdf> >, consulté le 10/06/2022).

Comme mentionné dans la partie « stratégies de traduction », ses corrections ont permis d'apporter de la rigueur et de la précision mathématique à la traduction de mon texte support, selon lui comportant de nombreux termes spécialisés. La partie de mon exposé intitulée « distinguer une œuvre d'art d'une copie » qui tente de résumer les étapes de l'analyse multifractale a également été corrigée par ses soins. Stéphane Jaffard, l'un des auteurs de l'article cité plus bas « When Van Gogh meets Mandelbrot: Multifractal classification of painting's texture », [en ligne], (2013) *Signal Processing*, vol. 93 (n° 3). pp. 554-572, disponible sur < <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00798395v2/document> >, consulté le 28/12/2021, sur lequel je me suis appuyée pour rédiger cette partie, est d'ailleurs son maître de thèse. Il m'a également aidée dans la

rédaction de mes fiches terminologiques en confirmant certaines définitions ainsi que les relations sémantiques entre certains termes.

### Autre spécialiste

NOTTALE Laurent : astrophysicien, directeur de recherche au CNRS rattaché au Laboratoire univers et théories de l'Observatoire de Paris-Meudon. Il est l'inventeur de la théorie de la relativité d'échelle visant à unifier la théorie de la relativité d'Einstein (applicable à l'infiniment grand) et la physique quantique (applicable à l'infiniment petit), selon laquelle l'espace-temps serait fractal.

Monsieur Nottale a répondu à certaines de mes questions notamment terminologiques et a ainsi complété les éléments de réponses apportés par Monsieur Saës.

## Sources en chinois

### Ouvrages

- 张济忠：分形 (Les fractales), [网络资料], 清华大学出版社有限公司, 北京, 1995, 资料来源 于 < <https://www.google.fr/books/edition/%E5%88%86%E5%BD%A2/6IUarHeMWpAC?hl=fr&gbpv=1> >, 阅读日期: 2021 年 8 月 28 日

Ouvrage illustrant les propriétés des fractales du point de vue mathématique. Très riche en terminologie (les termes spécialisés essentiels sont d'ailleurs indiqués en gras voire traduits en anglais), il m'a aidé dans la traduction de mon texte support et m'a permis d'associer certains termes français à leur correspondant en chinois. La partie sur l'autosimilarité, assez complète, m'a également servi à rédiger l'exposé.

- 朱华、姬翠翠：分形理论及其应用 (La théorie fractale et ses applications), [网络资料], 科学出版社, 北京, 2011, 资料来源 于 <http://www.ecsponline.com/yz/B21A3DCAD1C494712B5E182E49DCE7D6A000.pdf>, 阅读日期: 2022 年 8 月 26 日

Cet ouvrage très structuré portant sur des aspects généraux des fractales n'est malheureusement pas disponible dans son intégralité en ligne. L'extrait consultable

contient cependant des éléments terminologiques intéressants qui m'ont permis d'associer les termes français à leur correspondant chinois (notamment les noms de certains objets fractales) et est accessible au grand public. D'autre part, il reprend, à peu de différences près, la structure du texte-support et m'a donc été utile pour la traduction.

### Articles

- \*丁玖： 自然的奥秘 - 混沌与分形(Les mystères de la nature : le chaos et les fractales), [网络资料], *World of Mathematics* 数学烟云, 第三卷第三期, 2011, pp. 35-39, 资料来源于 < <https://global-sci.org/v1/mc/issues/3/no3/freepdf/35s.pdf> >, 阅读日期: 2021年8月28日
- \*梁永顺, 苏维宜: Koch 曲线及其分数阶微积分 (Courbe de von Koch et calculs fractionnaires), [网络资料], 数学学报 *Acta Mathematica Sinica*, 第五十四卷第二期, 2011, pp. 227-240, 资料来源于 < [https://www.researchgate.net/profile/Yongshun-Liang-2/publication/264930432\\_Von\\_Koch\\_curve\\_and\\_its\\_fractional\\_calculus/links/5fa3bc5d458515157bec0605/Von-Koch-curve-and-its-fractional-calculus.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Yongshun-Liang-2/publication/264930432_Von_Koch_curve_and_its_fractional_calculus/links/5fa3bc5d458515157bec0605/Von-Koch-curve-and-its-fractional-calculus.pdf) >, 阅读日期: 2022年5月18日
- \*陈关荣: 分形 - 故事之外 (Les fractales – Au-delà de l'histoire), [网络资料], *Mathematics Stories* 数学经纬, 第三卷第四期, 2012, pp. 82-88, 资料来源于 < <https://www.ee.cityu.edu.hk/~gchen/pdf/FractalsStories.pdf> >, 阅读日期: 2022年4月24日

### Vidéo

- 妈咪说 MommyTalk, 【分形与混沌 7】, 混沌游戏来一把? 仿射变换与 IFS 函数迭代系统 (Les fractales et le chaos 7– Une petite partie de jeu chaotique, ça vous dit ? Transformations affines et systèmes de fonctions itérées IFS), [网络资料], 2020, 资料来源于 < <https://www.youtube.com/watch?v=v3OvRAYDTvw> >, consultée le 10/06/2021

Cette vidéo explique la notion de transformation affine évoquée dans mon texte support. Elle m'a donc permis de mieux comprendre ce concept mathématique pour pouvoir mieux le traduire à l'aide de recherches complémentaires en langue cible. La partie sur les IFS m'a également aidée pour l'exposé. Les explications sont illustrées par des modélisations sur le logiciel Géogébra.

## Sources en anglais

### Ouvrages

- **BARNSLEY Michael, *Fractals everywhere*, Academic Press Inc., Londres, 1988**

Cet ouvrage de référence ne s'adresse pas aux néophytes en mathématiques. L'auteur, Michael Barnsley a apporté une contribution importante dans le développement des IFS et a donné son nom à la célèbre « fougère de Barnsley », mentionnée dans l'exposé. La description du processus et du raisonnement mathématique aboutissant à cette fractale est complexe et presque inintelligible pour un non-spécialiste. Il m'a tout de même aidée à comprendre plus particulièrement la notion de transformation auto-affine lors de la traduction.

- \*BARNSLEY Michael, *SuperFractals*, Cambridge University Press, New-York, 2006
- **MANDELBROT Benoît, *The fractal geometry of nature*, [en ligne], W.H.Freeman & Co Ltd, 1982, disponible sur < <https://documents.in/document/the-fractal-geometry-of-nature.html?page=26> >, consulté le 03/03/2022**

Essai sur les fractales dans la nature s'adressant aux scientifiques. Il m'a paru plus accessible et plus complet que *Les objets fractals : forme, hasard et dimension* du même auteur. Cet essai reprend certaines parties de son ouvrage mais part d'exemples différents. Il apporte donc de nouveaux termes spécialisés. Les initiateurs et générateurs de chaque figure fractale mentionnée sont décrits. La structure n'est cependant pas toujours très claire, certaines notions étant abordées dans un chapitre, puis reprises et développées beaucoup plus loin. Je me suis particulièrement appuyée sur le chapitre 17 pour rédiger la partie de mon exposé « Les fractales dans la nature ».

## Articles

- ABRY, Patrice and WENDT, Herwig and JAFFARD, Stéphane, “When Van Gogh meets Mandelbrot: Multifractal classification of painting’s texture”, [en ligne], (2013) *Signal Processing*, vol. 93 (n° 3). pp. 554-572, disponible sur < <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00798395v2/document> >, consulté le 28/12/2021

L’article, assez technique, explique en quoi l’analyse multifractale peut être utile pour différencier une œuvre d’art de sa copie puis présente les résultats expérimentaux obtenus par les auteurs (physiciens et mathématiciens tous spécialistes des fractales ou de l’analyse multifractale). Je me suis appuyée sur cet article pour rédiger la partie de mon exposé intitulée « Distinguer une œuvre d’art authentique d’une copie ».

- **MANDELBROT Benoît, “How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension”, [en ligne], *Science*, Vol.156, 1997, pp. 636-638, disponible sur < <http://li.mit.edu/Stuff/CNSE/Paper/Mandelbrot67Science.pdf> > consulté le 19/04/2022**

Dans cet article connu de tous les spécialistes des fractales, Benoît Mandelbrot développe les travaux de Richardson. Il définit la notion de longueur, démontre l’autosimilarité des côtes et leur dimension non entière. La lecture de cet article peut être complétée par le passage correspondant de l’ouvrage du même auteur *Les objets fractals : forme, hasard et dimension*, mentionné plus haut, dans lequel Benoît Mandelbrot explique plus précisément la méthode de l’étalon.

## Vidéos

- The Mathematicians’ guild, *Number sequences in the Mandelbrot Set*, [en ligne], 2020, disponible sur < <https://www.youtube.com/watch?v=oNxPSP2tQEK> >, consulté le 02/09/2021

Cette vidéo montre les différentes relations mathématiques et les suites présentes dans l’ensemble de Mandelbrot (notamment la relation entre la période d’un bourgeon et son

nombre d'antennes, la suite de Fibonacci, les nombres rationnels, la relation période-nombre de branches des ensembles de Julia associés, l'espacement entre les bourgeons). Je me suis en partie appuyée sur cette vidéo pour rédiger la partie portant sur les propriétés de l'ensemble de Mandelbrot de mon exposé.

- SOL Jimi, *The Julia Sets: How it Works, and Why it's Amazing!*, [en ligne], 2017, disponible sur < <https://www.youtube.com/watch?v=mg4bp7G0D3s> >, consulté le 06/07/2021

Cette vidéo explique de manière détaillée le fonctionnement de la suite aboutissant à l'ensemble de Mandelbrot et comment savoir par un calcul si un point appartient ou non à l'ensemble de Mandelbrot. Je me suis appuyée en partie sur cette vidéo pour rédiger les parties de mon exposé portant sur l'ensemble de Mandelbrot et les ensembles de Julia.

- \*TED, *Benoît Mandelbrot : Fractals and the art of roughness*, [en ligne], 2011, disponible sur < <https://www.youtube.com/watch?v=ay8OMOs6AQ> >, consulté le 21/12/2021
- Veritasium (MULLER Derek), *This equation will change how you see the world (the logistic map)*, [en ligne], 2020, disponible sur < <https://www.youtube.com/watch?v=ovJcsL7vyrk> >, consulté le 18/07/2021

Cette vidéo aborde la théorie du chaos sous l'angle de la fonction logistique et du diagramme de bifurcation en détaillant son lien avec l'ensemble de Mandelbrot. Les explications sont illustrées par des exemples concrets. Elle m'a été utile pour rédiger la partie de mon exposé traitant de la théorie du chaos.

# INDEX

---

## A

aire · 11  
alvéoles · 16  
analyse multifractale · 28, 64, 84, 90, 139  
anisotrope · 4, 62  
anisotropie · 62  
attracteur · 18, 84, 87, 99, 102, 118  
attracteur d'une famille de contractions (AFC) · 84  
auto-affinité · 74, 84  
autosimilaire · 8, 9, 10, 12, 18, 21, 30, 43, 44, 45, 50, 62, 90, 132, 155  
autosimilarité · 8, 9, 10, 15, 31, 46, 49, 57, 73, 74, 78  
autosimilarité statistique · 15, 49  
autosimilarité stricte · 10, 49, 78  
axiome · 18, 68, 94, 95, 102, 118

---

## B

baderne d'Apollonius · 7  
Benoît Mandelbrot · 7, 8, 10, 11, 15, 19, 22, 25, 26, 27, 31, 50, 51, 56, 57, 59, 60, 62, 64, 74, 85, 91, 92, 96, 97, 136, 137, 139, 146, 157  
bordure en brosse · 17  
bourgeon · 146  
bourse · 26, 27, 137  
BOWEN Sun · 55, 58, 62, 64, 65, 66, 69  
*box counting* · 27, 59, 137, 142  
bronches · 16  
bronchioles · 16

---

## C

cardioïde · 21, 108, 119  
chaotique · 24, 87, 144  
CHIROLLET Jean-Claude · 57  
chou romanesco · 16, 19  
coefficient directeur · 28  
continu · 23, 89  
convergence · 84, 85, 87  
courbe de Peano · 5, 11, 49, 59, 80, 85, 139, 141  
courbe de Van Koch · 8, 14, 25, 86

---

## D

densité minérale osseuse · 28  
dérivabilité · 86  
diagramme de bifurcation · 5, 24, 87, 141, 147  
dimension · 3, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 18, 26, 27, 28, 31, 46, 47, 48, 49, 50, 60, 63, 67, 68, 69, 70, 73, 74, 76, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 89, 90, 91, 92, 94, 96, 99, 100, 112, 121, 126, 136, 138, 139, 140, 142, 145, 146, 155  
dimension de Bouligand · 49, 60, 96

dimension de Hausdorff · 11, 12, 13, 14, 78, 87, 91  
dimension fractale · 3, 10, 13, 14, 15, 26, 27, 28, 31, 46, 47, 49, 50, 60, 67, 70, 73, 76, 78, 79, 83, 84, 85, 86, 87, 91, 92, 94, 96, 112, 126, 138, 139, 140, 142, 155  
dimension topologique · 11, 13, 14, 15, 31, 78, 87, 91, 136  
discontinu · 13, 23, 80, 89  
distorsion métrique · 30  
divergence · 85, 87  
diverger · 21  
droite · 7, 11, 13, 14, 28, 47, 49, 50, 64, 68

---

## E

échelle · 7, 8, 12, 15, 46, 50, 76, 91, 110, 122  
Edward Norton Lorenz · 24  
Edward Wiebel · 16  
effet Joseph · 88, 93, 112  
effet Noé · 88, 93, 114  
effet papillon · 24  
ensemble de Julia · 23, 89  
ensemble de Mandelbrot · 7, 21, 24, 89, 157  
ensemble triadique de Cantor · 80, 89  
ensembles isohöldériens · 28  
éponge de Menger · 80, 90  
étalon · 28  
exposant de Hölder · 28, 90

---

## F

facteur d'homothétie · 12, 13, 78, 90, 108, 123, 141  
facteur de grossissement · 12, 13, 90  
FATOU Pierre · 22  
filtre médian · 29  
filtre non linéaire · 29  
fonction logarithme · 12, 91  
fougère · 5, 8, 15, 16, 19, 95, 145  
fougère de Barnsley · 5, 15, 95, 145  
fractal · 7, 14, 18, 24, 31, 43, 49, 50, 55, 56, 57, 58, 67, 68, 72, 76, 78, 82, 84, 87, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 99, 102, 117, 123, 127, 128, 136, 137, 138, 143, 145  
fractale · 1, 3, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 43, 45, 46, 47, 49, 50, 51, 55, 58, 59, 60, 64, 67, 70, 71, 73, 76, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 90, 91, 92, 93, 94, 96, 97, 98, 101, 102, 104, 109, 112, 119, 121, 124, 125, 126, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 145, 153, 154, 155, 157  
fractale lisse · 30, 92

---

## G

Gaston Julia · 19, 22

générateur · 9, 14, 27, 58, 73, 82, 85, 86, 89, 90, 93, 99, 100  
géométrie euclidienne · 7, 8, 11, 15, 43, 44, 45, 47, 50, 51, 58, 68, 70, 80, 85, 86, 89, 92, 138, 157  
géométrie fractale · 1, 3, 7, 8, 11, 25, 45, 50, 51, 55, 59, 64, 71, 80, 85, 136, 137, 138, 140, 142, 157  
géométrie riemannienne · 29, 135

---

## *H*

hasard · 14, 15, 26, 27, 60, 67, 74, 78, 80, 82, 86, 88, 90, 92, 93, 94, 113, 129, 136, 137, 145, 146  
hasard bénin · 27, 92, 93, 137  
hasard sauvage · 27, 88, 93, 137  
Henri Pointcarré · 24  
homothétie · 74  
homothétie interne · 74

---

## *I*

IFS · 18, 84, 95, 99, 115, 131, 144, 145  
infini · 11, 14, 18, 25, 43, 45, 49, 68, 86  
initiateur · 10, 43, 56, 58, 78, 82, 85, 86, 89, 90, 93, 99, 100, 138  
intestin grêle · 17, 106  
invariance d'échelle · 74, 118  
isotrope · 62  
isotropie · 62  
itération · 19, 22, 87

---

## *J*

Ji Cuicui · 58  
JULIA Gaston · 19, 22

---

## *L*

lacunarité · 3, 5, 14, 15, 28, 29, 94, 101, 125, 139  
ligne polygonale · 25, 95, 105, 125  
logarithme · 12, 28, 48, 50, 70, 124  
loi de Gauss · 26, 95  
loi normale · 5, 26, 27, 92, 93, 95  
LORENZ Edward Norton · 24  
Louis Bachelier · 26, 96  
L-système · 18, 19, 95, 98, 99, 100, 126, 142

---

## *M*

MANDELBROT Benoît · 3, 5, 7, 8, 10, 11, 14, 15, 19, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 31, 43, 50, 51, 56, 57, 59, 60, 62, 64, 67, 74, 78, 85, 89, 91, 92, 96, 97, 100, 119, 122, 135, 136, 137, 139, 140, 141, 142, 143, 145, 146, 147, 153, 156, 157  
microvillosités · 17

monstre mathématique · 44, 60, 80, 85, 86  
mouvement brownien · 26, 96, 102, 127

---

## *N*

Niveau d'échelle · 45, 58  
nombre complexe · 19, 20, 21, 97, 142  
nombre d'or · 19, 135, 137  
nombre irrationnel · 11, 78  
NOTTALE Laurent · 138

---

## *O*

objet mathématique non identifié (OMNI) · 60, 105  
objet pathologique · 60, 80, 105, 127  
ondelettes · 27, 126  
ostéoporose · 28

---

## *P*

périmètre · 11, 18, 25  
PESQUET Thomas · 5, 17  
Pierre Fatou · 22  
plan · 7, 8, 11, 13, 19, 21, 29, 44, 47, 49, 66, 68, 142  
plan complexe · 21, 97, 142  
plongement isométrique · 5, 29, 140  
point · 11, 13, 14, 18, 19, 21, 22, 23, 24, 27, 28, 29, 45, 46, 47, 50, 56, 57, 58, 62, 65, 68, 70, 78, 128, 129, 135, 136, 137, 138, 140, 141, 142, 143, 146

---

## *R*

récurrence · 13, 20, 21, 87, 98, 115, 130  
repère log-log · 50, 73, 76  
réseau sanguin · 16  
rugosité · 3, 13, 14, 25, 27, 31, 97, 98, 141

---

## *S*

SAËS Guillaume · 31, 142  
spectre multifractal · 28  
sphère de Nash-Kuiper · 5, 30  
structure fine · 45, 57, 66, 97, 98  
suite · 19, 20, 21, 22, 23, 24, 66, 85, 87, 89, 91, 95, 98, 115, 130, 137, 146  
suite définie par récurrence · 98  
suite logistique · 24, 115, 130  
surface · 11, 12, 14, 16, 17, 18  
syndrome de Joseph · 26  
syndrome de Noé · 26  
système dynamique · 24, 99

---

*T*

tangent · 21  
tapis de Sierpinski · 5, 8, 9, 13, 80, 84, 99  
théorie du chaos · 3, 24, 87, 99, 137, 141, 147  
tore carré plat · 5, 30, 140  
tore de révolution · 5, 30  
transformation auto-affine · 43, 45, 62, 145  
Transformation auto-similaire · 113, 132  
triangle de Sierpinski · 5, 9, 44, 49, 64, 65, 80, 100,  
114, 132  
TRICOT Claude · 60  
T-score · 28

---

*V*

valvules conniventes · 17  
variance · 15, 29, 94  
villosités · 17  
volume · 11, 16, 18, 47

---

*W*

WIEBEL Edward · 16

---

*Z*

ZHU Hua · 58

# ANNEXES

## Annexe 1

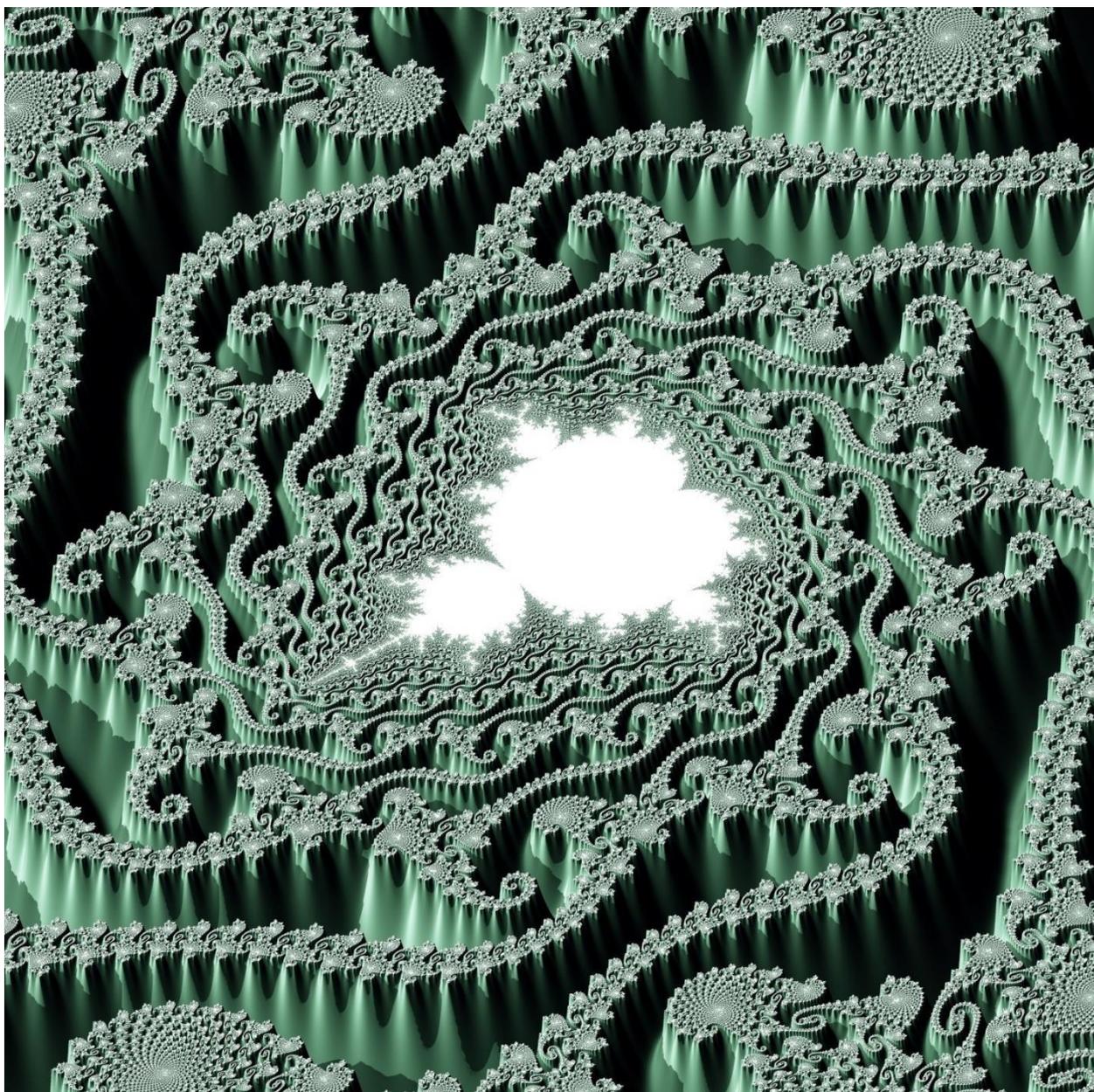


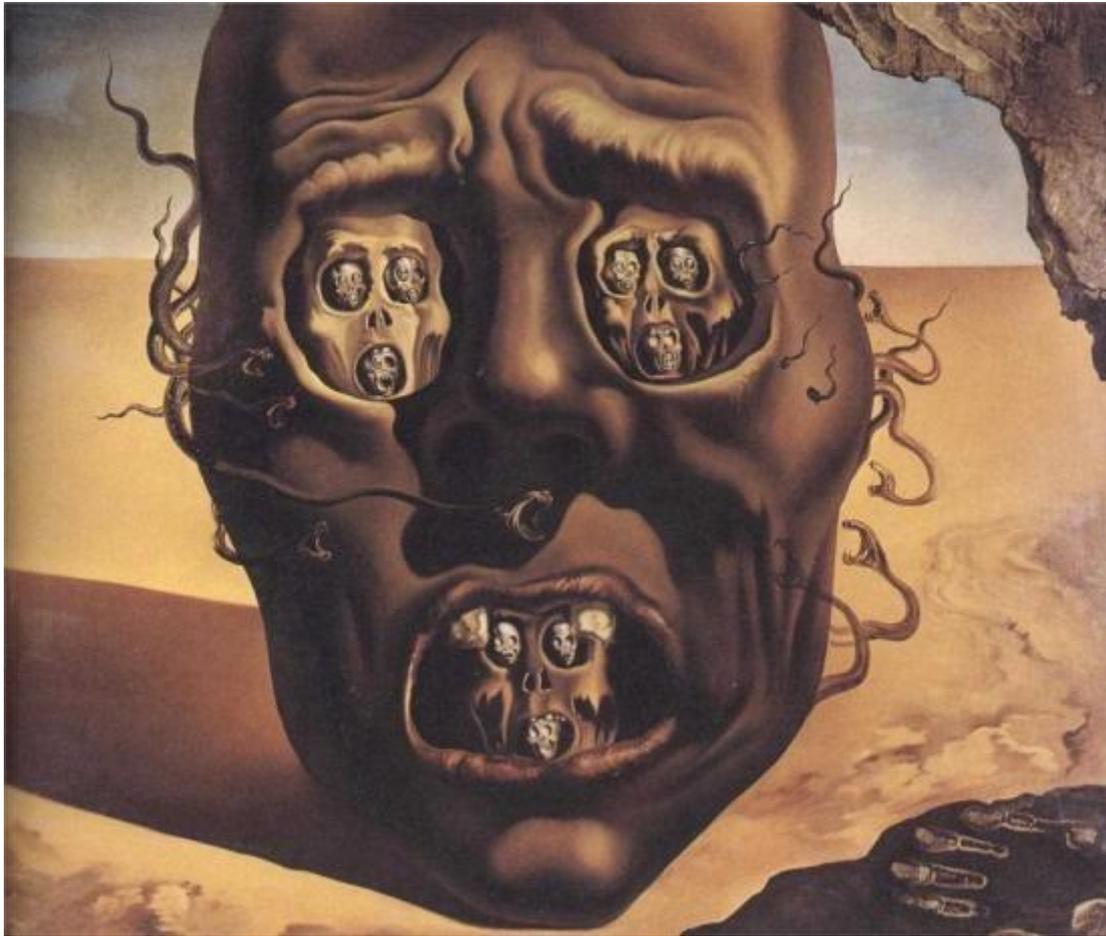
Image fractale, « La vallée des hippocampes », *images des mathématiques, CNRS*, disponible sur < <https://images.math.cnrs.fr/Benoit-Mandelbrot.html> >

## Annexe 2



Image fractale, *Futura Sciences*, © PROPictoscribe, CC by-nc 2.0, disponible sur  
< <https://www.futura-sciences.com/sciences/dossiers/mathematiques-fractales-curiosite-mathematique-234/page/3/> >

### Annexe 3



DALI Salvador, Le visage de la guerre, 1940, huile sur toile, 64 x 79 cm, musée Boijmans Van Beuningen

Cette œuvre est autosimilaire (les crânes sont emboîtés les uns dans les autres) et possède une dimension fractale environ égale à 0,705. Elle appartient donc à la famille des poussières de Cantor (entre le point et la ligne).

## Annexe 4

Un ensemble de Julia codé en langage Python. Les indications en vert expliquent à quoi correspond chaque partie du code.

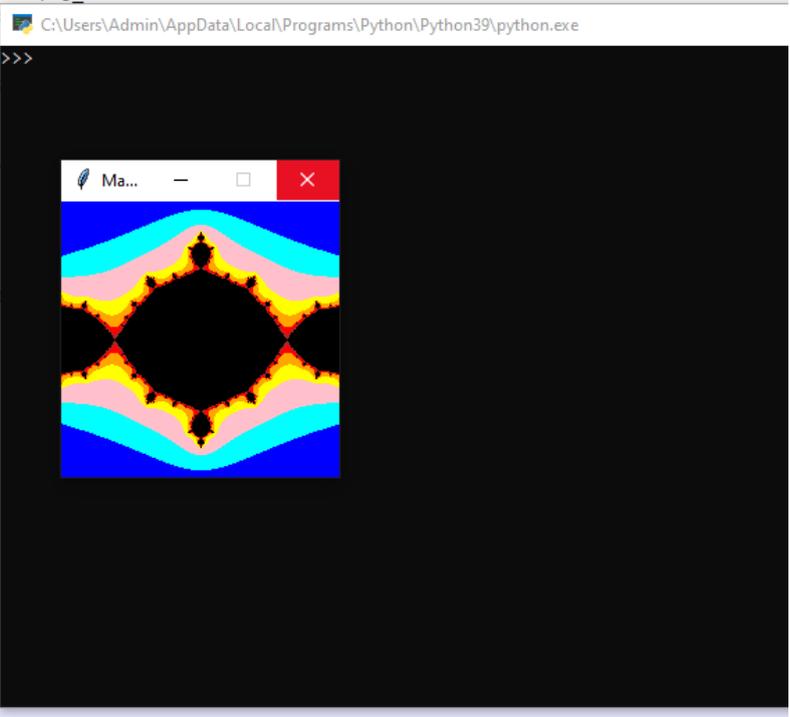
```
C:\Users\Admin\Documents\esit\mémoire\mandelbrotset.py - Notepad++
File Edit Search View Encoding Language Settings Macro Run Plugins Window ?
mandelbrotset.py
1 import graphics
2 #définition des variables et des dimensions de la fenêtre qui va apparaître
3 randomiser=1
4 precision=100
5 win_max=200
6 scale=100
7 x_offset=0
8 y_offset=0
9 win=graphics.GraphWin("Mandelbrot", win_max, win_max)
10 #Définition de la suite qui aboutit à l'ensemble de Mandelbrot
11 for num_y in range(0, win_max+1):
12     y=(num_y/(scale))-((win_max/2)/scale)+y_offset
13     for num_x in range(0, win_max+1):
14         count=0
15         check=0
16         x=(num_x/(scale))-((win_max/2)/scale)+x_offset
17         z=complex(x,y)**2-randomiser
18         while count<precision:
19             point=graphics.Point(num_x, num_y)
20             z=z**2-randomiser
21             if abs(z)>1000000:
22                 check=count
23                 count=precision
24             count +=1
25         #Si la suite converge, colorier le point en noir, sinon le colorier de différentes couleurs selon la vitesse de divergence.
26         if abs(z)<=1:
27             point.setFill("black")
28         elif check>16:
29             point.setFill("brown")
30         elif check>12:
31             point.setFill("red")
32         elif check>9:
33             point.setFill("orange")
34         elif check>7:
35             point.setFill("yellow")
36         elif check>5:
37             point.setFill("pink")
38         elif check>4:
39             point.setFill("cyan")
40         else:
41             point.setFill("blue")
42         point.draw(win)
43 #afficher le résultat à l'écran.
44
45
46
Python file length: 1215 lines: 46 Ln: 43 Col: 38 Sel: 0|0
```

```
C:\Users\Admin\Documents\esit\mémoire\mandelbrotset.py - Notepad++
File Edit Search View Encoding Language Settings Macro Run Plugins Window ?
mandelbrotset.py
12 y=(num_y/(scale))-((win_max/2)/scale)+y_offset
13 for num_x in range(0, win_max+1):
14     count=0
15     check=0
16     x=(num_x/(scale))-((win_max/2)/scale)+x_offset
17     z=complex(x,y)**2-randomiser
18     while count<precision:
19         point=graphics.Point(num_x, num_y)
20         z=z**2-randomiser
21         if abs(z)>1000000:
22             check=count
23             count=precision
24         count +=1
25     #Si la suite converge, colorier le point en noir, sinon le colorier de différentes couleurs selon la vitesse de divergence.
26     if abs(z)<=1:
27         point.setFill("black")
28     elif check>16:
29         point.setFill("brown")
30     elif check>12:
31         point.setFill("red")
32     elif check>9:
33         point.setFill("orange")
34     elif check>7:
35         point.setFill("yellow")
36     elif check>5:
37         point.setFill("pink")
38     elif check>4:
39         point.setFill("cyan")
40     else:
41         point.setFill("blue")
42     point.draw(win)
43 #afficher le résultat à l'écran.
44
45
46
Python file length: 1215 lines: 46 Ln: 43 Col: 38 Sel: 0|0 Dos\Wind
```



mandelbrotset.py

```
12 y=(num_y/(scale))-((win_max/2)/scale)+y_offset
13 for num_x in range(0, win_max+1):
14     count=0
15     check=0
16     x=(num_x/(scale))-((win_max/2)/scale)
17     z=complex(x,y)**2-randomiser
18     while count<precision:
19         point=graphics.Point(num_x, num_y)
20         z=z**2-randomiser
21         if abs(z)>1000000:
22             check=count
23             count=precision
24         count +=1
25     #Si la suite converge, colorier le point
26     if abs(z)<=1:
27         point.setFill("black")
28     elif check>16:
29         point.setFill("brown")
30     elif check>12:
31         point.setFill("red")
32     elif check>9:
33         point.setFill("orange")
34     elif check>7:
35         point.setFill("yellow")
36     elif check>5:
37         point.setFill("pink")
38     elif check>4:
39         point.setFill("cyan")
40     else:
41         point.setFill("blue")
42     point.draw(win)
43 #afficher le résultat à l'écran.
44
45
46
```



**Résumé :** Une fractale est un objet géométrique identique à toutes les échelles et trop irrégulier pour être décrit par la géométrie euclidienne classique. Les fractales sont observables dans la nature. La découverte de ces objets est attribuée au chercheur français Benoît Mandelbrot, qui donnera son nom à une célèbre fractale appelée « ensemble de Mandelbrot ». La géométrie fractale trouve aujourd'hui des applications dans presque tous les domaines.

**Mots clés :** traduction, terminologie, chinois, mathématiques, géométrie, fractales, géométrie fractale

---

**摘要:** 分形是指标度不变的、每一部分是整体缩小后的形态、具有非整数维数, 并普遍的欧几里得几何学无法解释的几何对象。许多自然对象也具有分形特征。伯努瓦·曼德勃罗, 常被称为“分形之父”, 是分形理论的创始人。最著名的分形之一是以他的名字命名的: 曼德勃罗集。目前, 分形几何学被应用在几乎所有领域中。

**关键词:** 笔译、术语学、中文、数学、几何学、分形、分形几何学