



HAL
open science

Le jeu et l'activité mathématique

Margot Michaud

► **To cite this version:**

| Margot Michaud. Le jeu et l'activité mathématique. Education. 2021. dumas-03925308

HAL Id: dumas-03925308

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-03925308>

Submitted on 5 Jan 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

Mémoire

Présenté pour l'obtention du Grade de MASTER

« **Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation** »

Mention 2nd degré, Professeur des Lycées et Collèges

Le jeu et l'activité mathématique

Présentée par :
MICHAUD Margot

Sous la direction de :
THIEBAUD Caroline

Année scolaire 2020/2021

Établissement de formation : INSPE, Besançon - Master MEEF Mathématiques

Déclaration de non-plagiat

Je soussignée, MICHAUD Margot , déclare que ce mémoire est le fruit d'un travail de recherche personnel et que personne d'autre que moi ne peut s'en approprier tout ou partie.

J'ai conscience que les propos empruntés à d'autres auteurs ou autrices doivent être obligatoirement cités, figurer entre guillemets, et être référencés dans une note de bas de page.

J'étaye mon travail de recherche par des écrits systématiquement référencés selon une bibliographie précise, présente dans ce mémoire.

J'ai connaissance du fait que prétendre être l'auteur - l'autrice de l'écrit de quelqu'un d'autre enfreint les règles liées à la propriété intellectuelle.

A Pontarlier, le 12/05/2021

Michaud Margot

Remerciements

Je tiens à remercier tout particulièrement Mme. THIEBAUD Caroline, pour ses précieux et bienveillants conseils sur la rédaction de ce travail de recherche tout au long de l'année.

Je voudrais aussi remercier M. LE BORGNE Philippe, pour les conseils concernant la réalisation de ce mémoire tout au long de l'année.

J'aimerais également remercier M. CHARLES Jérôme, pour ses précieux conseils et son aide apportée tout au long de cette première année d'enseignement, qui m'ont été utiles lors de la partie expérimentation de ce mémoire.

Pour finir, je tiens aussi à remercier M. GIGANT Gauthier, pour la rédaction du questionnaire qui a apporté une amélioration à mon expérience.

Table des matières

I. Introduction.....	4
II. Aspect théorique.....	6
A. Définition théorique des termes importants du sujet.....	6
i) Le jeu mathématique.....	6
ii) L'activité mathématique.....	8
iii) Lien entre le jeu mathématique et l'activité mathématique.....	10
B. Exemple de Jeu Mathématique.....	10
i) Le pavage de la cuisine.....	10
ii) Les Tours de Hanoï	14
C. Notion de contrat et de milieu didactique.....	19
i) Le contrat didactique.....	19
ii) Le milieu didactique.....	20
III. Expérimentation en classe.....	21
A. Présentation de mon expérimentation.....	21
i) Contexte.....	21
ii) Résolution du problème.....	22
iii) Analyse à priori du jeu mathématique.....	26
B. Description globale de la séance d'expérimentation.....	30
C. Analyse des séances d'expérimentation.....	32
i) Analyse à posteriori.....	32
ii) L'activité mathématique chez les élèves lors du jeu mathématique expérimenté.....	37
Tout d'abord, nous avons vu que le jeu du pavage de la cuisine est un jeu mathématique d'après la définition de Didier Faradji (<i>dans la partie I.B.i [p.11] de ce mémoire</i>).....	37
iii) L'étude de quelques questions du questionnaire de fin.....	39
IV. Conclusion et Discussion.....	43
V. Bibliographie.....	45
VI. Annexe.....	46
A. Annexe 1 : Les transcriptions.....	46
B. Annexe 2 : Quelques copies d'élèves.....	56
i) Première copie.....	56
ii) Deuxième Copie.....	58
iii) Troisième copie.....	59
iv) Quatrième copie.....	60
C. Annexe 3 : Exemple d'un questionnaire donné aux élèves après l'expérience (rédigé par Gauthier Gigant).....	61

I. Introduction

Dans ce mémoire de Master MEEF (*Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation*) Second degré de Mathématiques, nous nous intéresserons au jeu et à l'activité mathématique. Plus particulièrement, nous nous intéresserons à l'activité mathématique des élèves lors d'une phase de jeu mathématique en classe. Nous nous interrogerons, théoriquement, à l'aide de textes, sur les concepts de jeu mathématique et d'activité mathématique. Ces notions vont me permettre d'analyser le plus précisément possible la partie expérimentale de ce mémoire. En effet, je pense expérimenter une séance de classe filmée lors de laquelle les élèves de ma classe de Seconde ont eu à traiter un jeu mathématique. Nous regarderons ce qu'il s'est passé dans ma classe lors de cette séance, et nous nous intéresserons surtout à l'activité mathématique que ce jeu a engendré chez mes élèves.

Le choix de ce thème m'est venue lors de mon stage de Première année de Master MEEF de Mathématiques au collège Stendhal à Besançon. Ma tutrice avait inscrit tous ses élèves au concours Mathador, et elle en faisait un toutes les semaines. Un Mathador permet de travailler le calcul mental et cela consiste à calculer un nombre donné à partir de cinq autres nombres et des quatre opérations élémentaires en mathématiques qui sont l'addition, la multiplication, la soustraction et la division. Selon les opérations que les élèves utilisent, ils gagnent des points : un point pour une addition, deux points pour une soustraction, un point pour une multiplication et trois points pour une division. L'utilisation des quatre opérateurs (et donc des cinq nombres) dans un calcul rapporte treize points et s'appelle un coup Mathador. Lors du moment Mathador, les élèves se prenaient vraiment au jeu, et au fur et à mesure des semaines, les élèves étaient de plus en plus rapides et s'amélioraient en calcul mental. J'ai alors pensé au fait d'introduire des jeux mathématiques pour d'autres notions et à plusieurs moments d'une séquence. On pourrait prendre un jeu mathématique pour introduire une notion mathématique comme le jeu des tours de

Hanoï en première S pour introduire le chapitre des suites. On pourrait aussi proposer un jeu mathématique comme un problème ouvert (je parlerai plus profondément de ceci dans la suite de ce mémoire). Et, il y a encore pleins d'autres possibilités pour insérer des jeux mathématiques dans les séquences. En faisant ceci, j'aimerais savoir si insérer des jeux dans les séquences permettrait aux élèves de mieux comprendre une notion mathématique, ou encore de développer des compétences du socle commun. Je trouve donc ce sujet complet et intéressant c'est pourquoi j'ai choisi de travailler sur ce sujet. Cette année, je suis professeur de mathématiques stagiaire au Lycée Édouard Belin à Vesoul et j'ai deux classes de Seconde. Je n'ai donc pas pu mettre en place le Mathador dans ma classe et je n'ai pas non plus mis en place d'autre jeu mathématique, je les fais simplement de temps en temps travailler sur des sujets du concours Castor et ils se prennent vraiment au jeu et adorent ceci. Une fois que mon expérience mi-février sera effectuée, si elle est concluante, j'inclurai régulièrement des jeux mathématiques dans ma classe et pour les années à venir.

Dans ce mémoire, nous étudierons donc le thème du « Jeu et de l'activité mathématiques » sous un angle pédagogique et didactique. C'est pour cela que tout au long de ce mémoire, nous nous intéresserons à cette question : « **En quoi le jeu mathématique peut-il engendrer une activité mathématique chez les élèves ?** » Pour répondre à cette problématique, ce mémoire se composera de deux grandes parties. Dans la première partie, j'essaierai de raisonner quant aux aspects théoriques du sujet, en m'aidant et en m'appuyant sur plusieurs ressources bibliographiques : des ressources professionnelles et des ressources de recherche telles que des articles, des livres et des thèses que j'ai détaillé dans ma bibliographie qui traitent de ce thème. Dans la deuxième grande partie, qui concerne mon expérimentation durant mon stage au lycée Édouard Belin, j'analyserai une séance filmée de mise en œuvre d'un jeu mathématique au sein de mes classes. Je décrirai objectivement ce qu'il s'est passé dans ma classe lors de cette heure. Ensuite, j'utiliserai les éléments

théoriques pour faire du lien entre les différents concepts mis en avant et quelques passages intéressants de la vidéo.

II. Aspect théorique

A. Définition théorique des termes importants du sujet

i) Le jeu mathématique

La définition théorique du terme le **jeu mathématique** est très importante dans ce mémoire car il est au cœur de celui-ci. Beaucoup d'articles de recherche parlent de jeu mathématique, j'ai donc trié toutes ces informations et ait choisi la définition du jeu mathématique de Didier Faradji. Didier Faradji est un formateur mathématique et un intervenant dans le cadre des IUFM et des Inspections Académiques.

Le jeu est une activité divertissante qui génère une activité de compétition qui se déroule selon des règles et des conditions précises. Cependant, un jeu n'est pas forcément un jeu mathématique. En effet, un jeu peut être d'aspect mathématique en contenant des figures géométriques, ou des nombres mais peut ne pas être un jeu mathématique. Ce qui est important dans un jeu mathématique ce n'est pas l'aspect du jeu, mais l'activité qu'il permet de générer. On ne peut donc pas dire si un jeu est mathématique seulement en lisant les règles du jeu. Pour définir un jeu mathématique le plus précisément possible, Didier Faradji a donc trouvé **cinq conditions nécessaires** pour que le jeu soit un jeu mathématique :

- La **première condition** est : « 1. Le jeu doit générer une activité de résolution de problèmes. » ([1] -p.2*). Plus précisément, un problème est une situation à résoudre sans avoir toutes les données. Il doit donc confronter les

élèves à des situations de recherche qui ne disposent pas de solution déjà éprouvée et pour lesquelles plusieurs démarches de résolution sont possibles.

- La **deuxième condition** est : « 2. Le jeu induit le recours à une technique de résolution clairement identifiable. » ([1] -p.2). Pour cela, le joueur doit avoir la possibilité de trouver toutes les solutions possibles du jeu de façon exhaustive. Donc, tout d'abord, le but du jeu doit impliquer qu'il y ait des actions précises à effectuer. Le joueur doit donc utiliser ces actions pour élaborer sa stratégie pour finir le jeu. Deuxièmement, les actions à effectuer de la part du joueur doivent s'effectuer de manière logique et plusieurs fois. Dans un jeu mathématique le problème posé doit se résoudre en tenant compte de certaines contraintes et en offrant au joueur la possibilité d'opérer des choix. Puis, pour finir, c'est grâce à ces différentes étapes et à sa capacité à déduire que le joueur parvient à définir pour un jeu donné la ou les procédures de résolution qui peuvent lui être appliquées.
- La **troisième condition** est : « 3. Pour mener à bien sa recherche de solution, le joueur peut faire preuve de méthode. » ([1] -p.2). Plus précisément, la résolution du problème doit donc pouvoir être faite, dans un jeu mathématique, en procédant par essais. Le joueur doit donc effectués ces essais de façon complète et ordonnée pour mieux cibler ses différents essais et arriver à la fin du jeu.
- La **quatrième condition** est : « 4. Le joueur a la possibilité d'anticiper les résultats de son action. » ([1] -p.2). Anticiper est le fait de pouvoir saisir par la pensée ce qui n'est pas encore. Le jeu doit donc permettre au joueur de prévoir mentalement les résultats d'une stratégie sans avoir besoin d'effectuer tous les tests nécessaires.
- Pour finir, la **cinquième condition** est : « 5. Le jeu offre au joueur la possibilité de rendre compte à voix haute de sa démarche. » ([1] -p.2). Plus précisément, dans le jeu mathématique, le joueur doit comprendre comment il arrive à un résultat même s'il doit sa solution à sa bonne intuition.

* [1] Faradji, D. (2014). *Qu'est-ce qu'un jeu mathématique ?* site de l'IREM

Si un jeu remplit ces cinq conditions, nous pouvons donc qualifier ce jeu de jeu mathématique. Cette définition théorique du jeu mathématique me servira surtout pour trouver le jeu mathématique que je veux expérimenter avec mes élèves.

ii) L'activité mathématique

Le deuxième terme qu'il est important de définir dans ce mémoire est celui d'**activité mathématique**.

Toute activité humaine se laisse décomposer en un certain nombre de tâches. Par exemple, une tâche d'un type donné (ouvrir la porte, se laver les dents, monter un escalier, résoudre une équation du second degré, donner une leçon d'orthographe, etc.) se présente, dès lors qu'elle devient routinière, après avoir compris et mis en œuvre un certain nombre de fois une technique déterminée selon la tâche. Donc, pour qu'un individu rentre en activité, il faut tout d'abord qu'il ait des savoirs de base. Puis, c'est grâce à ces savoirs, qu'il utilisera seul ou en les combinant, qu'il arrivera à résoudre un problème donné.

L'activité mathématique est donc le fait de se servir de ses savoirs pour arriver à un résultat : c'est donc **la démarche pour arriver à ce résultat** tout autant que le résultat lui-même.

L'activité mathématique c'est donc se poser des questions, faire des hypothèses, essayer des solutions, mettre en œuvre des connaissances mathématiques, faire des calculs, raisonner, utiliser des définitions ou des théorèmes pour trouver la solution, savoir expliquer sa solution, etc. Plus précisément c'est **adopter une attitude de recherche** plus ou moins poussé face à un problème fait d'essais, d'erreurs, d'intuitions, de fausses pistes, d'expérimentations qui nous fait entrer dans un processus de preuve. On ne fait des mathématiques seulement si l'on adopte cette attitude de preuve.

Pour préciser encore plus par ce que l'on entend par activité mathématique, nous reprenons la description qu'en donne Mickaël Da Ronch (2018) qui est un professeur de mathématiques à l'Éducation Nationale et qui s'intéresse en travail de recherche à la didactique des mathématiques. Pour lui l'activité mathématique se rapproche d'une démarche de recherche, et elle est **définie en termes d'actions** de l'élève qui se déclinent en quatre catégories qui sont : «

- **Expérimenter** c'est « choisir des cas particuliers, ni trop simples, ni trop complexes pour comprendre le problème, observer ces exemples au regard du problème, formuler des conjectures concernant ces cas particuliers, valider ou invalider ces conjectures, reconnaître les résultats établis concernant ces cas particuliers. »
- **Questionner** c'est « dégager un questionnement dans une situation donnée, proposer de nouveaux problèmes ou questions, induits par les actions précédentes. »
- **Généraliser** c'est « dégager le généralisable du particulier en formulant une conjecture de portée générale, la prouver ou l'invalider par un contre-exemple, définir des objets nouveaux utiles à l'étude. »
- **Communiquer** c'est « débattre scientifiquement de ses résultats, de ses conjectures, donner (par écrit ou oralement) une preuve acceptable par la communauté à laquelle elle s'adresse, expliciter sa démarche de recherche et sa démarche de preuve, présenter un problème et les résultats obtenus sur celui-ci. » ([2] – p.47**)

Cette définition théorique de l'activité mathématique me servira surtout pour examiner ma séance d'expérimentation du jeu mathématique que je veux faire faire à mes élèves. Avec cette définition, je pourrais examiner si mes élèves entrent dans une phase de recherche

**[2] Da Ronch, M. (2019). *Un problème de pavage : entre jeu et activité mathématique*, Revue de Mathématiques pour l'école (RMé), n°231, pp.46-55.

iii) Lien entre le jeu mathématique et l'activité mathématique

Nous cherchons à savoir dans ce mémoire si le jeu peut engendrer une activité mathématique et pourquoi. Seulement avec les articles et les définitions théoriques, ceci ne paraît pas impossible. En effet, l'activité mathématique se développe surtout lors d'un problème et nous avons vu qu'un jeu mathématique pouvait aussi être vu comme un problème. Mais il faudrait surtout que les élèves ne s'intéressent pas au résultat (gagner ou perdre) et qu'il s'intéresse plus à pourquoi il y a eu ce résultat, qu'il se recentre sur l'apprentissage de l'activité elle-même, en tenant le résultat de cette activité comme finalement négligeable. Pendant mon expérimentation, j'observerai donc surtout si les élèves ont réussi à rentrer dans une phase de recherche même s'ils ont réussi à trouver un des résultats.

B. Exemple de Jeu Mathématique

i) Le pavage de la cuisine

Dans cette partie, nous allons étudier un jeu mathématique intitulé « le pavage de la cuisine ». Il est tiré d'un article de Mickaël Da Ronch qui s'intitule « Un problème de pavage : entre jeu et activité mathématique ». Cet article date de 2019 et il a été publié dans la *Revue de Mathématiques pour l'école (Rmé)* n°231 de la page 46 à la page 55. Cet article étudie une expérimentation d'une situation élaborée par l'équipe de la fédération de recherche *Maths à modeler* : « le pavage de la cuisine » (Gravier & al., 2008 ; Grenier, 2007 ; Grenier & al., 2017 ; Grenier & Payan, 1998) faite pendant une exposition dans un établissement scolaire destinée à des élèves de 11 à 14 ans. La situation « le pavage de la cuisine » (qui est la figure 1) peut être considérée comme un jeu mathématique et cet article nous parle de quelle activité

mathématique (AM) il engendre chez les élèves. L'expérimentation s'est déroulée durant une semaine dans un collège grenoblois. Chaque atelier pouvait être fait par 2 ou 3 élèves. Sur l'atelier du « pavage de la cuisine », les élèves possédaient une fiche explicative du problème avec une cuisine de taille 5x5 avec sept configurations différentes concernant le positionnement du trou (voir figure 1), et des objets manipulables : un plateau sous forme de grille de taille 5×5 , de dominos 1×2 et d'un unomino qui représente la case laissée libre. Voici cette situation :

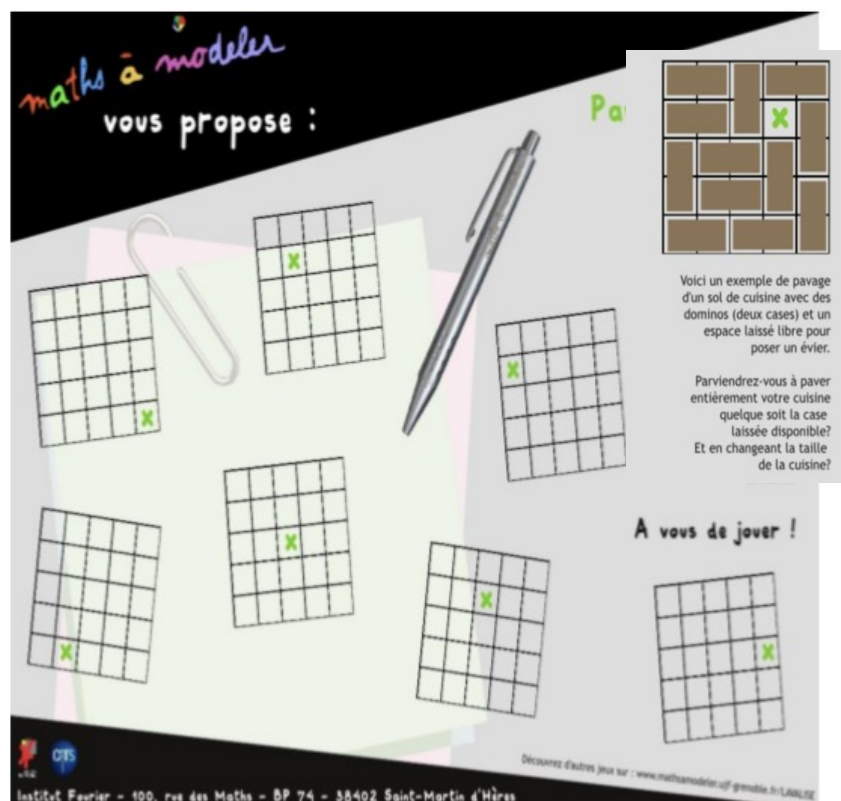


Figure 1 : Le problème « Le pavage de la cuisine »

Dans cet l'article, l'auteur cherche à savoir si ce problème induit une activité mathématique chez l'élève. Pour cela, l'auteur fait une analyse à priori du problème, puis après une semaine d'exposition fait une analyse à posteriori avec des réponses d'élèves. Si on intéresse à **l'analyse à priori**, ce problème est purement mathématique : il permet de travailler sur « les propriétés élémentaires dans \mathbb{N} , la notion de parité, de symétrie (ou rotation), ou encore de conservation des aires » ([2]

-p.50). Ce problème est aussi riche en raisonnement : il permet de procéder par essais avec des cas particuliers pour conjecturer si la grille peut être pavée et de restreindre le nombre de cas, il permet aussi une modélisation des élèves par des schémas, on peut aussi faire des distinctions de cas ou trouver des conditions nécessaires et suffisantes et il peut permettre de développer de nouveaux raisonnements chez les collégiens qui sont « la preuve par l'exemple, la partition, l'exhaustivité des cas, le forçage utilisant le raisonnement par l'absurde ou encore la preuve par bi coloration. » ([2] -p.50). Cette analyse à priori montre bien que ce problème est un **jeu mathématique**, en utilisant la définition de la première partie : il génère une activité de résolution de problèmes (le problème de « pavage de la cuisine »), il mène à une technique de résolution (par essais, la preuve par l'exemple, etc.), pour arriver à la solution l'élève doit faire preuve de méthode, l'élève peut anticiper les résultats de son action (avec ses connaissances mathématiques qui peuvent être ici les propriétés élémentaires de \mathbb{N} , la symétrie, etc.) et enfin ce problème offre au joueur la possibilité de rendre compte à voix haute de sa démarche (ce problème pouvait être fait par 2 ou 3 avec un intervenant donc les élèves devaient s'exprimer à voix haute). Ce problème est donc très intéressant à étudier, c'est pour cela que Monsieur Da Ronch l'a choisi pour faire son article.

Si on intéresse à **l'analyse à posteriori**, comme il l'avait prévu, **l'engagement** des élèves pour le problème était présente : tous les élèves ont essayé et avaient envie de trouver la réponse. De plus, tous les élèves ont réussi à prouver l'existence d'un pavage pour certaines positions de la case laissée libre : soit les élèves plaçaient tous les dominos donc ils exhibaient la solution, soit avec des rotations de la grille déjà pavée. Ce qui a posé des problèmes, c'est pour les cas où le pavage était impossible. Dans ces cas, il y a eu deux sortes d'élèves. Il y a eu les élèves qui acceptaient l'impossibilité mais ils savaient qu'ils n'avaient pas prouvé cette impossibilité. Cependant, certains de ses élèves ont essayé de la prouver en essayant un raisonnement par conditions nécessaires ou un raisonnement par bi coloration, mais

leurs raisonnements restaient incomplets. Et, il y a eu les élèves qui refusaient l'impossibilité du pavage, ils ont donc réessayé de toutes les façon possibles et inimaginables de trouver une solution à ce problème. Le rejet de l'impossibilité peut être expliqué par le fait du contrat didactique entre l'élève et le professeur, même s'il s'agit ici d'un contexte hors classe. Le professeur donne à ses élèves des problèmes où il y a toujours une solution et elle est souvent unique. Ceci implique que l'élève n'est presque jamais confronté à l'impossibilité, alors quand l'élève y est confronté il la rejette. Le médiateur de ce problème a donc essayé d'aiguiller ses élèves sur l'acceptation de l'impossibilité « pour maintenir l'orientation de l'élève quand celui-ci est confronté à l'impossible et en outre, pour permettre à l'élève de faire la distinction entre le fait de ne pas arriver à exhiber une solution et affirmer que cela est impossible (Gravier & al., 2008). » ([2] -p.52) Malgré cela, certains élèves n'ont pas réussi à passer au-dessus de cet obstacle et cela a conduit des élèves à l'abandon et à la frustration. Cependant, pour résoudre ce problème, tous les élèves sont passés par des actions qui sont « caractéristiques de l'AM (Da Ronch, 2018, p. 56) telles que :

- **Expérimenter** : Ils exhibent des solutions sur des cas particuliers, formulent des conjectures locales.
- **Questionner** : Ils se questionnent sur l'impossibilité de paver ou sur la solution trouvée.
- **Communiquer** : Ils communiquent en donnant des arguments locaux pertinents ou erronés. » ([2] -p.53)

De plus, les élèves ont dû mobiliser certaines de leurs **compétences** qui sont :

- « - **Chercher** et exhiber une solution dans un cas particulier.
- Utiliser la preuve par forçage, exhaustivité des cas, ou la bi coloration même si elles sont toutes incomplètes dans notre contexte.
- **Émettre des conjectures** locales.

- Manipuler le matériel en effectuant une rotation de la grille pour restreindre le nombre de trous à étudier. » ([2] -p.53)

La situation « pavage de la cuisine » a donc engendré un engagement chez les élèves parce que la situation était présentée comme un jeu et elle a aussi engendré de la recherche et des débuts de démonstration chez les élèves grâce aux mathématiques et à la réflexion qu'il y a derrière cette situation. Elle a donc engendré une véritable activité mathématique chez la plupart des élèves.


ii) Les Tours de Hanoï

Au 19^e siècle, Édouard Lucas a inventé le jeu des « tours de Hanoï ». Ce jeu est la figure 2.

Le jeu des tours de Hanoï

On dispose de trois piquets avec socle, numérotés 1, 2 et 3, et de n disques troués qui sont deux à deux de tailles différentes.

Au départ, les n disques sont empilés par ordre croissant de taille sur le piquet n°1.



Le but du jeu est de déplacer ces n disques du piquet n°1 sur le piquet n°3, en respectant les règles suivantes :

- On ne déplace qu'un seul disque à la fois et le disque déplacé doit être sur l'un des deux autres piquets; c'est ce que l'on appelle un déplacement.
- Un disque ne doit jamais être placé au-dessus d'un disque plus petit que lui.

On souhaite déterminer le nombre minimal de déplacements nécessaires pour résoudre le problème en fonction de n (le nombre de disques)

Figure 2 : le jeu des tours de Hanoï

Ce jeu se modélise en utilisant les mathématiques.

On note d_n le nombre de déplacements lorsque la tour est constituée de n disques.

Puis, on peut effectuer plusieurs essais avec par exemple $n=1$ et $n=2$. Puis, de même

on essaie avec n : « si on prend n disques, on déplace une première fois les $n-1$ premiers disques sur le 2e piquet en réalisant d_{n-1} déplacements.

Ensuite, on déplace le plus grand disque du 1er piquet vers le 3e piquet. Puis, on déplace les $n-1$ disques du 2e piquet vers le 3e piquet en d_{n-1} déplacements. Finalement, on a fait $d_{n-1}+1+d_{n-1}$ déplacements pour déplacer n disques du piquet 1 au piquet 3.

On a donc démontré que $d_1=1$ et $\forall n>1, d_n=2d_{n-1}+1$. » ([3] -p.55***).

De plus, il faudrait montrer que d_n est le nombre de déplacements minimum des « Tours de Hanoï ».

Si on appelle M_n le nombre de déplacements minimum, il faudrait montrer que $M_n=d_n$.

On a déjà montré que $M_n \leq d_n$. Il faudrait donc démontrer que $M_n \geq 2M_{n-1}+1$.

Pour ceci, il faut raisonner par conditions nécessaires dû aux règles du jeu.

Finalement, le nombre de déplacements nécessaires et suffisants pour résoudre les « Tours de Hanoï » à n disques est bien donné par la suite (M_n) et cette suite est définie par $M_1=1$ et $\forall n>1, M_n=2M_{n-1}+1$. De plus, si on fait un raisonnement par récurrence sur n , on trouve la formule explicite de M_n : $\forall n>1, M_n=2^n-1$.

Défini de cette manière, ce jeu peut générer une activité mathématique chez le joueur (définition de Da Ronch, 2018) telles qu'**expérimenter** (ils exhibent des solutions sur des cas particuliers.), **questionner** (ils se questionnent sur la minimalité des déplacements, sur la possibilité de la solution trouvée, et sur une généralisation du jeu.) et **communiquer** (ils communiquent en donnant des arguments.). De plus, les élèves devront mobiliser certaines de leurs compétences qui peuvent être le raisonnement par essais-erreurs sur des cas particuliers, la modélisation, l'utilisation de ses connaissances mathématiques sur les suites, le raisonnement par récurrence, le raisonnement par conditions nécessaires et suffisantes et le raisonnement direct. Les élèves pourraient donc rentrer dans une véritable attitude de recherche et de démonstration. La situation des « tours de

*** [3] Da Ronch, M. (2019). *Fait-on des mathématiques en résolvant des "casse-têtes" ? L'exemple des tours de Hanoï dans un dispositif d'exposition*, Petit x, n°109, pp. 49-73

Hanoï » pourrait donc être intéressante à étudier en première voire terminale pendant le chapitre sur les suites.

Or, les tours de Hanoï ont été expérimentés durant la même exposition que « le pavage de la cuisine », et un article a été écrit par Mickaël Da Ronch là-dessus. Les élèves étaient donc dans les mêmes conditions que pour le problème du « pavage de la cuisine ». Cependant la situation a été changée car elle était pour des élèves de 11 à 14 ans. La figure 3 est l’affiche de l’exposition sur « les tours de Hanoï » telle qu’elle a été proposée.



Figure 3 : Affiche de l'exposition des « tours de Hanoï ».

Sur cette affiche, la situation des « Tours de Hanoï » telle qu'elle est proposée par la Grange Vadrouille est considérée comme un casse-tête plutôt qu'un jeu mathématique. Effectivement, ils ont transformé cette situation pour qu'elle convienne à des collégiens en changeant certaines variables didactiques comme le fait de s'arrêter à quatre ou six disques au lieu de n disques. Avec ces changements, « cette situation forme des cas particuliers, puisque le nombre de disques ainsi que

les piquets sont fixés au départ » ([3] -p.62). De plus, « aucune paramétrisation n'est laissée à la charge de l'élève » ([3] -p.62). « Le raisonnement utilisé est unique et ne dépasse a priori pas le simple raisonnement par tâtonnements ou essais-erreurs. » ([3] -p.62). Cette situation ainsi présentée n'engendrera pas à priori une activité mathématique.

Pour l'expérimentation, les élèves disposaient de l'affiche de la figure 3 et du matériel associé qui sont deux socles en bois et deux tours de six disques. Monsieur Da Ronch a récolté des réponses d'élèves dans son article. En analysant les réponses des élèves à la suite de l'expérimentation, on remarque tout d'abord que beaucoup d'élèves ont mal interprété la consigne, en manipulant le matériels, la plupart des élèves ont fait des déplacements interdit et ne comprenaient pas ce qu'ils devaient faire. Le médiateur de cette activité a donc dû intervenir pour que les élèves puissent poursuivre. Cela montre que les consignes de l'affiche ne sont pas claires pour la plupart des élèves. Pour des collégiens, il aurait été préférable « de compléter les consignes données dans un registre textuel, par un registre schématique permettant d'exhiber distinctement les mouvements interdits. Cela aurait sans doute faciliter la dévolution des règles du jeu et de ce fait éviter les stratégies erronées. » ([3] -p.65) De plus, tous les élèves, une fois qu'ils avaient compris la consigne, ont eu une stratégie par tâtonnement, ils sont tous arrivés à la position d'arrivée, mais pas forcément avec le nombre de déplacements minimum, et ils ne se sont pas questionnés là-dessus. Et, les élèves ont essentiellement travaillé sur le cas à quatre disques, et pas sur le cas à six disques. Finalement, « seul un raisonnement très basique utilisant le tâtonnement ou essais-erreurs est utilisé par les élèves. » ([3] -p.67) Les élèves ont donc seulement utilisé deux catégories de l'activité mathématique qui sont : « expérimenter : les élèves exhibent la (une) solution (non) optimale sur un cas particulier et communiquer : les élèves donnent des arguments locaux pertinents ou erronés. » ([3] -p.67) L'activité mathématique est « moindre en termes d'actions chez les élèves. » ([3] -p.67) Cela s'explique par « l'absence des composantes « généraliser » et « questionner » dans notre contexte. » ([3] -p.67)

Ceci est dû au fait que la situation des « tours de Hanoï » telle qu'elle est proposée ici est **un casse-tête et non un problème ou un jeu mathématique**.

En conclusion, les « Tours de Hanoï » peut être une situation intéressante mais il faut savoir la présenter et la placer au bon moment de l'apprentissage. Pour des collégiens, ce jeu est trop complexe, et pourra être seulement proposé comme un casse-tête, ce qui est très peu intéressant au niveau des mathématiques et du raisonnement. Cependant, au lycée, on pourrait se servir de cette situation pendant le chapitre des suites, ou en algorithmique, et elle générerait du dévouement et sûrement une activité mathématique chez les élèves.

C'est pour cela qu'il faut faire attention à quel jeu mathématique on donne à ces élèves et à quel moment, il faut que le jeu ait un sens avec le programme. Celui-ci suppose l'articulation entre des situations de recherche qui sont riches de progression future. L'élève doit sentir qu'il progresse et l'enseignant, de son côté, ne peut pas se délivrer de toute dépendance à l'égard des programmes. On ne peut donc pas faire constamment des jeux mathématiques et il faut bien les choisir.

C. Notion de contrat et de milieu didactique.

Durant mon expérimentation, la notion de contrat et de milieu didactique rentrera en compte. En effet, mon expérience sera faite dans un contexte de salle de classe (contrairement à celle faite par Michael Da Ronch), et le **contrat et le milieu didactique** concerne des pratiques d'enseignement, notamment sur la résolution de problèmes mathématiques car le jeu mathématique que j'expérimenterai peut-être perçu comme un problème mathématique. Il est donc important de définir ces termes dans mon mémoire.

i) Le contrat didactique.

Lors de l'expérimentation décrite par Michael Da Ronch, les élèves n'étaient pas dans un contexte de salle de classe. Durant mon expérimentation ils le seront, le terme de contrat didactique aura donc tout son sens.

Il existe plusieurs façons d'aborder le thème de contrat didactique, notamment celle de Brousseau (1998), et celle de Sensevy (2011). Nous nous intéresserons à la définition de Gérard Sensevy. « Le contrat didactique intervient lors de la rencontre entre un élève et un problème, dans notre cas, un problème mathématique. Il se constitue de deux éléments : ce que l'élève sait avant d'entamer la tâche et ce qu'il a construit dans le passé avec l'enseignant (action conjointe). » ([4] °). L'élève puise dans ses connaissances antérieures à ce problème, mais aussi dans ce qui a été installé en lien avec son professeur. En effet, l'élève a déjà rencontré des problèmes mathématiques, et a développé **certaines normes** : répondre au problème, utiliser l'énoncé et ses informations, etc. Ces normes, il peut les voir comme **des attentes qu'a son professeur à son égard**. Dans l'autre sens, **l'élève attend de son professeur des consignes générales, des explications, un cadre de travail**. Ceci traduit la notion **d'actions conjointes**. Toutefois, le contrat didactique est très souvent dépassé, rompu par les élèves, car il ne permet pas de résoudre tous les problèmes. En effet, les élèves sont souvent face à une nouvelle situation dans un problème. Notamment, dans notre cas, les élèves n'ont pas forcément l'habitude de faire des jeux mathématiques, et dans le problème des pavages de la cuisine, certaines solutions sont impossibles, ceci pourrait les bloquer et ce blocage serait dû au contrat didactique.

ii) Le milieu didactique.

De nouveau, deux chercheurs, Brousseau (1998) et Sensevy (2011), ont essayé de définir ce qu'ils appellent le milieu didactique. Le milieu didactique est le problème

en lui-même, et sa description. C'est « ce qui fait problème » ([4]). En effet, les élèves et le professeur s'appuient sur le contrat, qu'ils utilisent « en arrière-plan » ([4]) pour essayer de **résoudre le problème**, qu'on décrira comme milieu didactique. Plus précisément, le milieu concerne **la construction, la structure du problème**. Dans notre cas, le milieu pourrait être différent de d'habitude pour les élèves. Mais ce n'est pas tout. Le milieu n'est pas seulement constitué des informations fournies par l'énoncé du problème. En effet, les productions intermédiaires des élèves regardées et analysées par eux-mêmes en se servant des acquis du contrat en parallèle, **les discussions** ou débats entre eux, **les indications ou indices** donnés par le professeur sont également des éléments du milieu didactique. Le milieu didactique est donc **tout ce qui permet aux élèves de résoudre le problème**. Les élèves peuvent se baser sur le contrat, et utiliser des techniques, des savoirs faire, des règles qui ont été travaillés auparavant. Mais ils peuvent également beaucoup moins se référer au contrat et avancer petit à petit en s'appuyant sur les erreurs faites au fur et à mesure de l'avancement du problème.

III. Expérimentation en classe

A. Présentation de mon expérimentation

i) Contexte

Lors de cette partie expérimentale, je tenterai de répondre à ma problématique qui est : « **En quoi le jeu mathématique peut-il engendrer une activité mathématique chez les élèves ?** ». Pour cela, j'analyserai ce qu'il se passe dans ma classe pendant que mes élèves feront un jeu mathématique. J'enregistrerai cette séance pour ne louper aucun élément d'observation pour ensuite pouvoir lier ces observations avec les éléments de recherches sur lesquels je me suis penchée précédemment.

Je ferai cette expérience avec mes deux demi-classes de Seconde (car à cause du Covid-19, j'ai une demi-classe chaque semaine) et j'ai choisi d'expérimenter avec mes élèves le jeu mathématique du pavage de la cuisine qu'on a vu précédemment. J'ai choisi ce jeu parce qu'avec l'article étudié j'ai déjà du recul dessus, et mon expérience sera différente de celle effectuée par Mickael Da Ronch car elle sera faite dans une salle de classe et avec des élèves de lycée.

Lors de cette séance, mes élèves seront par groupe de trois ou quatre. Je leur distribuerai l'énoncé (qui est la figure 4) que j'ai légèrement modifié par rapport à la figure 1. En effet, dans l'énoncé de base il y a déjà plusieurs exemples différents d'où placer l'évier dans la cuisine, mais étant des élèves de lycée j'aimerais qu'ils trouvent les différents exemples eux-mêmes. De plus, ils auront à leur disposition un plateau sous forme de grille de taille 5×5 et des dominos 1×2 . Ce jeu se fera en autonomie (je ne les aiderai que très peu) mais je passerai régulièrement voir leurs avancées. Si certains groupes ont du mal, je leur donnerai quelques éléments de recherche. Puis, à la fin de cette séance, je ramasserai le travail qu'ils ont effectué, et j'analyserai les comportements de mes élèves face à ce jeu mathématique.

Exercice : Paver la cuisine

Voici ci contre un exemple de pavage d'un sol de cuisine avec des dominos (2 cases) et un espace laissé libre pour poser un évier.

Parviendrez-vous à paver entièrement votre cuisine quelque soit la case laissée disponible? Et en changeant la taille de la cuisine ?

Pour vous aider à répondre à cette question, vous avez à votre disposition un plateau sous forme de grille 5×5 et des dominos de taille 1×2 .



Figure 4 : Énoncé du problème du « pavage de la cuisine » que je donnerai à mes élèves lors de l'expérimentation

ii) Résolution du problème

Avant de donner ce jeu mathématique à mes élèves, je me suis moi-même intéressée à la situation du « pavage de la cuisine ». La première étape de mon raisonnement a été de faire plusieurs exemples en changeant l'emplacement de l'évier et sur différentes tailles de cuisine. Puis, je me suis vite rendu compte que si la longueur du côté du carré de la cuisine, qu'on appellera n , est pair, alors il est toujours impossible de paver la cuisine. En effet, si n est pair alors n^2 est aussi pair donc n^2-1 sera impair. Et il est impossible de paver une cuisine d'aire n^2-1 impaire par des dominos 2×1 . Par exemple, si l'on prend un carré 4×4 auquel on retire une case, il sera composé de 16 cases, et avec la case retirée il sera composé de 15 cases, il restera donc forcément une case libre en pavant avec des dominos 2×1 . Donc pour que le pavage soit possible il faut que la longueur du côté du carré n soit impair. Ceci est donc une **condition nécessaire** mais ce n'est **pas une condition suffisante**. En effet, le fait que n soit impair ne suffit pas pour que le pavage soit possible.

Pour trouver un autre paramètre pour avoir une condition nécessaire et suffisante pour que le pavage soit possible, je me suis intéressée à la situation de paver avec des dominos 2×1 un carré 3×3 auquel j'ai retiré une case, pour avoir moins de cas à traiter. J'ai essayé quelques cas, puis par symétrie et rotation je suis arrivée à trouver tous les cas possibles et tous les cas impossibles. J'ai donc schématisé la situation. Cette schématisation est la figure 5. Si la case retirée est sur une case rouge alors il est impossible de paver avec des dominos le carré, et si la case retirée est sur une case blanche alors il est possible de paver avec des dominos le carré.

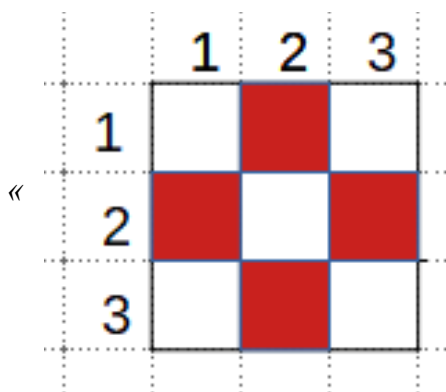


Figure 5 : Schématisation de la situation du « pavage de la cuisine » pour une cuisine de dimension 3×3

De plus, j'ai fait le même raisonnement pour paver avec des dominos 2x1 un carré 5x5 auquel j'ai retiré une case. Ceci correspond à la situation de l'article et à celle que je vais donner à mes élèves. Et on retrouve une schématisation similaire (une sorte échiquier). Cette schématisation est la figure 6. Si la case retirée est sur une case rouge alors il est impossible de paver avec des dominos le carré, et si la case retirée est sur une case blanche alors il est possible de paver avec des dominos le carré.

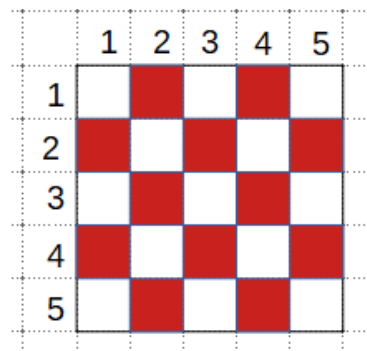


Figure 6 : Schématisation de la situation du « pavage de la cuisine » pour une cuisine de dimension 5x5

On peut donc remarquer ici que les schématisations font penser à un échiquier/ un damier. Ici, une case blanche est voisine d'une case rouge, elles ont donc un côté en commun. Ainsi, chacun de ces couples de cases, une rouge, une blanche, pourra être recouvert par un domino. La coloration en damier permet donc de mettre en évidence que si la case manquante est une case rouge du polyominos, le pavage par des dominos est impossible : le pavage n'est en effet possible que si le nombre de cases rouges est égal à celui des cases blanches. Il faut donc que la somme des coordonnées soit paire pour que l'on puisse y placer l'évier. Par exemple, dans la figure 3, la case de coordonnées (1,1) est possible car $1+1=2$ et 2 est un nombre pair. Avec ces deux conditions, on peut savoir s'il est possible ou non de paver avec des dominos 2x1 un carré $n \times n$ auquel on retire une case.

Pour aller plus loin dans la démonstration, on peut utiliser un raisonnement par décomposition-recomposition qui consiste à partager l'objet que l'on étudie en

différents morceaux pour lesquels on peut conclure. Par exemple, on prend le cas où la case manquante est dans un coin sur un carré 5x5, on peut décomposer le carré 5x5 avec cette case manquante en deux rectangles, celui qui correspond à la zone marronne et celui qui correspond à la zone verte de la figure 7.

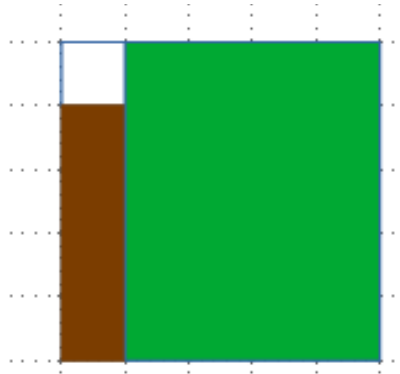


Figure 7 : Exemple 1 pour un raisonnement décomposition-recomposition

Le rectangle marron donc ici de type 1x4 (ou dans le cas général de type 1 x (n – 1)) est pavable par des dominos puisque 4 est pair. Le rectangle vert ici de type 4x4 (ou dans le cas général de type (n-1) x n) ayant aussi une dimension paire est pavable par des dominos. Ce carré avec cette case manquante est donc pavable. Et ce raisonnement marche avec tous les carré nxn avec n impair ayant une case manquante dans un coin. Donc, avec ce découpage, on a démontré qu’il était possible de paver le carré lorsqu’il manque un coin du carré.

De manière plus générale, ce raisonnement peut être utilisé pour prouver la possibilité de pavage dans le cas où n est impair et où la case manquante est une case blanche du damier. On peut découper les cases restantes en trois ou quatre rectangles qui sont pavables. Ces découpages sont la figure 8. Et ceci fait apparaître « un algorithme de pavage » et ceci implique que dans ce cas le pavage est toujours possible. Et avec les découpages proposés, on peut retrouver les découpages des autres cases blanches du damier par symétrie ou rotation. Bien sur d’autres découpages pourraient être aussi proposés.

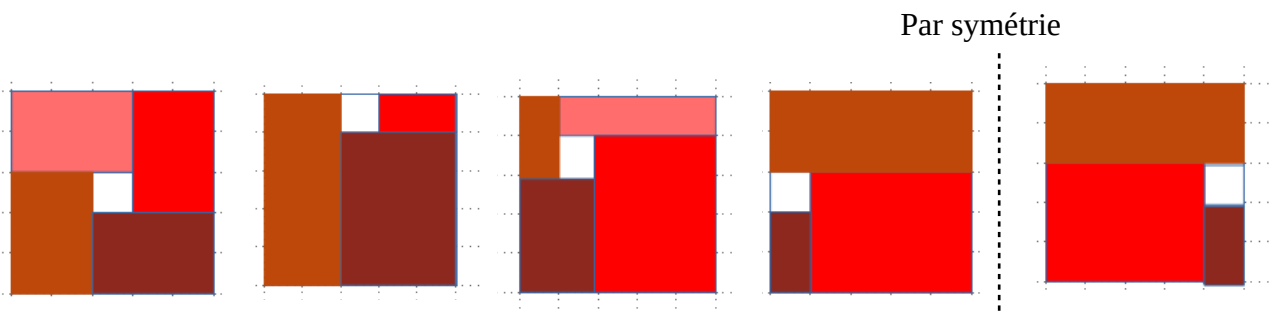


Figure 8 : Plusieurs exemples de découpages pour un raisonnement décomposition-recomposition

De plus, si l'on essaie de faire des découpages du carré en rectangle pavable par des dominos, c'est-à-dire un rectangle ayant une dimension paire, dans le cas où n est impair et où la case manquante est une case rouge du damier, il nous restera toujours deux cases manquantes non côte à côte, donc non pavable par un domino. La figure 9 représente quelques exemples de ce cas de figure.

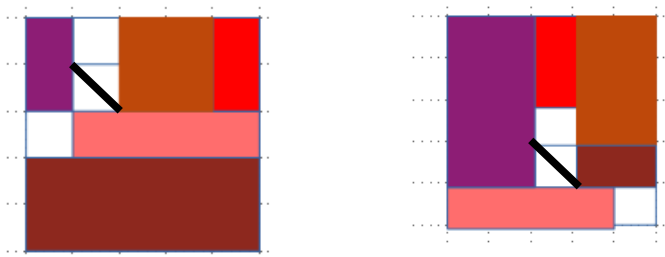


Figure 9 : Exemple de découpages pour un raisonnement décomposition-recomposition lors d'un cas impossible.

En conclusion, **pour que le pavage soit possible, il faut que la longueur du côté du carré n soit impair et que la somme des coordonnées soit paire pour que l'on puisse paver avec des dominos 2×1 un carré $n \times n$ auquel on retire une case, ou dans notre situation paver notre cuisine en y plaçant un évier.**

Pour résoudre cette situation, j'ai mis en œuvre une **activité mathématique**. En effet, j'ai expérimenté en travaillant sur des cas particuliers, en émettant des

conjectures, je me suis questionnée en étudiant la possibilité ou non de chacune des situations et en cherchant les conditions suffisantes et nécessaires. De plus, j'ai communiqué en modélisant la situation et en développant mes arguments. J'ai donc procédé par essais/erreurs au début de mon raisonnement, puis j'ai modélisé la situation avec ce que j'avais trouvé précédemment, pour finalement émettre des conjectures pour trouver des conditions nécessaires et suffisantes pour répondre au problème posé, et j'ai développé mon raisonnement en utilisant un raisonnement décomposition-recomposition. La situation « pavage de la cuisine » a donc également engendré chez moi un engagement et une activité mathématique. Nous verrons donc avec mon expérimentation s'il en est de même avec mes élèves. Bien sûr, je n'attends pas que tous mes élèves aillent au bout du raisonnement et réussissent à démontrer la possibilité ou non de paver. Mon but sera surtout qu'ils s'investissent et qu'ils arrivent à me dire quand cela est possible ou non.

iii) Analyse à priori du jeu mathématique

Après avoir démontré le résultat du jeu mathématique, je vais faire l'analyse à priori de ce jeu.

Tout d'abord, les **objectifs** pour les **élèves** sont qu'ils s'investissent dans le problème et qu'ils arrivent à faire des conjectures sur la possibilité de pavage, puis pour les plus aguerries qu'ils réussissent à démontrer leur conjecture. De plus, ils pourront réinvestir des connaissances (calcul d'aires, symétrie, rotation) vues les années précédentes. Et, pour finir, ils mobiliseront les six compétences (Chercher, Calculer, Modéliser, Communiquer, Reasonner et Représenter) en prenant des initiatives et en s'engageant dans une démarche de recherche dans un problème non guidé

L'**objectif professeur** est de faire un bilan sur le niveau de maîtrise des connaissances de la notion abordée et sur les compétences travaillées. De plus, ici, je

devrai aussi observer le comportement des élèves face à ce problème (investissement, activité mathématique, etc.).

Les **connaissances** en jeu dans ce problème sont normalement déjà acquises par tous les lycéens : il faut savoir ce qu'est un nombre pair, calculer l'aire d'un carré, comprendre ce que l'on appelle un pavage.

De plus, dans ce jeu mathématique, les six compétences rentrent en compte :

- la compétence **Chercher** : l'élève doit trouver une conjecture, extraire des informations (longueur du côté, pavage, etc..) et ils doivent se lancer dans une démarche de recherche.
- la compétence **Représenter** : ils feront des essais sur d'autre taille de cuisine.
- la compétence **Modéliser** : ils doivent passer d'un cas concret (Paver une cuisine) à un modèle mathématique.
- la compétence **Raisonner** : ils vont devoir comprendre qu'à certain moment cela est impossible, et ils pourront utiliser la symétrie ou la rotation et/ou un raisonnement par *décomposition-recomposition*.
- la compétences **Calculer** (mais qui est quand même assez peu présente ici) pour calculer l'aire du carré.
- la compétence **Communiquer** : ils seront en groupe donc ils devront expliquer à l'oral leur démarche et leur raisonnement aux personnes du groupe ; ils devront également savoir expliquer leur démarche à l'écrit car ils devront produire une production écrite par groupe.

Plusieurs **démarches** pour ce jeu sont possibles. La démarche la plus effectuée sera celle de l'essai/erreur : les élèves vont essayer de paver la grille plusieurs fois en changeant de place la case qu'on laisse libre en notant lorsque cela est possible et lorsque cela est impossible, puis au bout de plusieurs essais par symétrie ou rotation ils trouveront tous les cas possibles ou pour les moins aguerries, ils feront tous les cas. Puis, ils essayeront pour une cuisine d'une autre dimension. Le fait de leur mettre à disposition une grille 5x5 et des dominos les incitera à utiliser cette démarche. Sinon, il y a la démarche du raisonnement par décomposition-

recomposition qui consiste à partager l'objet que l'on étudie en différents morceaux pour lesquels on peut conclure (comme détaillé dans le III. i). On pourrait aussi imaginer une autre démarche qui serait de penser à « déplier » le carré coloré en damier. On déplie, puis on partage le chemin qui suit le damier en deux chemins qui comptent chacun un nombre pair de cases, qui sont donc pavables. Ceci est schématisé dans la figure 10. Cela permettrait donc de mieux imaginer le pavage par des dominos, en les mettant côte à côte. Cependant, je ne m'attends pas à voir cette démarche chez mes élèves.

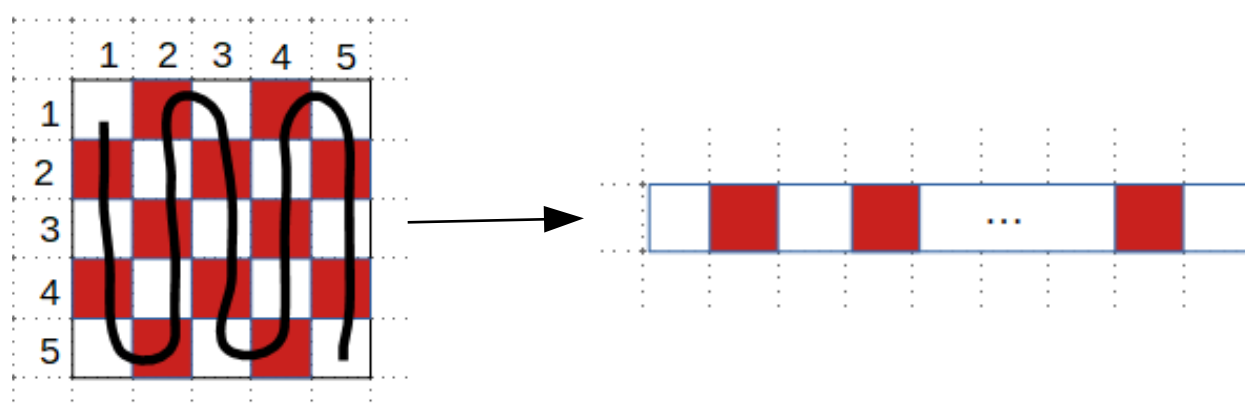


Figure 10 : Illustration de la démarche pour « déplier » le damier

De plus, dans ce problème les élèves peuvent rencontrer plusieurs obstacles :

- Le **premier obstacle** est celui de comprendre la consigne du problème : certains joueront avec le plateau et les dominos à disposition sans forcément respecter la consigne.
- Le **deuxième obstacle** est de rentrer dans une démarche de recherche : je pense que des élèves vont jouer avec les plateaux et les dominos comme demandé mais sans forcément faire attention à quelle case ils enlèvent et sans en voir un réel but.
- Le **troisième obstacle** est le fait que des cas ici soient impossibles : les élèves n'ont pas l'habitude de l'impossibilité (ceci est dû au contrat didactique), ils ne l'acceptent pas : certains élèves vont sûrement chercher plusieurs solutions pour paver le carré même lorsque ceci est impossible.

- Le **quatrième obstacle** est trouver les bonnes conjectures : la première qui est que de paver un carré avec un côté paire est impossible et la deuxième qui est la configuration en damier, car pour mener à cela il y a déjà plusieurs étapes (celle du dessus) à passer.
- Le **cinquième obstacle** est celui des erreurs de calcul.
- Le **sixième obstacle** est celui ne pas utiliser correctement le matériel donné.
- Pour finir, le **septième obstacle** est d'arriver à faire une démonstration en utilisant tous les outils connus (bien sûr ceci sera un obstacle pour tout le monde, et je n'attendrai pas de mes élèves quelque chose de précis)

Au niveau de la **différenciation** et des aides que je pourrai apporter, les élèves seront en groupe de trois ou quatre personnes, je les laisserai choisir leur groupe et il y a peu de chance que ce soient des groupes par niveaux. Ceci signifie que les élèves en difficultés pourront se faire aider par les autres. De plus, tous les élèves pourront commencer une démarche (plus ou moins aboutie) car ils ont à leur disposition un plateau et des dominos. (Ceci facilite le commencement du problème.) Puis, je passerai dans les rangs tout le long de la phase de recherche, je pourrai donc les aiguiller sur certains points si besoin.

Au niveau du **déroulement de la séance**, voici ce que j'ai imaginée. Je préparerai la salle en amont en préparant les îlots de 3 à 4 personnes, où je mettrai pour chaque table un plateau 5x5, 14 dominos 2x1 et un enregistreur. Quand les élèves arriveront dans la salle je leur dirai de se placer comme ils veulent et avec qui ils veulent. Ceci prendra 2/3 minutes. Ensuite, je leur donnerai les consignes : qu'ils vont faire un problème par groupe, l'explication des objets qu'ils ont à disposition, qu'ils doivent s'enregistrer durant leurs phases de recherches et qu'ils doivent me rendre une production écrite à la fin de l'heure ; puis je leur distribuerai la consigne (Voir figure 4) Ceci durera 5 minutes. Je les laisse en autonomie, le temps qu'ils lisent la consigne qu'ils réfléchissent individuellement au problème puis par groupe. Ceci sera une phase de 10 minutes. Puis, pendant les 20 minutes suivantes, je passerai dans les groupes pour voir leurs avancées et pour les aiguiller si jamais. Puis, à la fin

de leur réflexion commune, ils devront rédiger une production écrite qui résume la démarche de recherche qu'ils ont eu. Puis, je ferai un petit bilan sur ce problème avec l'intégralité de la classe. Et pour les cinq à dix dernières minutes restantes, ils auront à répondre à un **questionnaire** écrit par Gauthier Gigant, un collègue qui fait un mémoire sur le décrochage scolaire. Je me servirai sûrement d'une ou deux réponses de ce questionnaire dans l'étude de mon expérience.

B. Description globale de la séance d'expérimentation

Au total, j'ai réalisé deux séances d'expérimentation. Une le mardi 30 mars à 10heure avec 16 élèves de Seconde, que j'ai appelé Groupe 1 dans mes transcriptions (Annexe 1) et une le mardi 30 mars à 14h avec 19 élèves de Seconde, que j'ai appelé Groupe 2 dans mes transcriptions (Annexe 1). Avant la séance d'expérimentation, j'ai préparé la salle : j'ai mis les tables en îlots de trois ou de quatre tables, avec pour chaque îlot un plateau de jeu et 14 dominos. La figure 11 représente la disposition des tables et le matériel mis à disposition.



Figure 11 : Disposition des tables et matériel à disposition pendant l'expérience

Quand mes élèves sont arrivés dans la salle, je leur ai demandé de se mettre par groupe de trois ou quatre personnes de leur choix, puis de s'asseoir, de sortir leur trousse et une feuille. Puis, une fois que tout le monde fut installé, je leur ai expliqué les **consignes générales** (que je détaillerai lors des transcriptions de l'annexe 1). Ensuite, je leur ai laissé une **phase de recherche** de dix à quinze minutes au départ individuel puis une **concertation en groupe**. Une fois que les dix à quinze minutes sont passées, j'ai commencé à passer dans les rangs pour regarder ce que chaque groupe faisait et pour aiguiller certains groupes. Pendant que je passais dans les rangs, chaque groupe **continuait à réfléchir au problème** du pavage de la cuisine, et **rédigait leur production écrite**. Cette phase a duré environ 20 minutes. Puis, je leur ai donné le **questionnaire** à remplir lorsqu'ils avaient fini.

Évidemment certains groupes avaient fini avant les autres. Je leur ai donc donné un travail à faire à la suite du cours actuel qui était le chapitre sur la fonction carré et la fonction cube. Puis, les cinq dernières minutes, nous avons fait un bilan général sur le problème du pavage de la cuisine. Et la séance s'est terminée.

Les élèves ont été un peu perturbé du fait de s'enregistrer donc très peu de groupe ont su quand s'enregistrer. Les transcriptions vocales sont donc surtout les miennes qui correspondent au moment où je passe dans les rangs voir où ils en sont. Cependant, ces enregistrements suffisent pour faire l'étude de cette expérimentation. J'ai synthétisé le déroulement des séances d'expérimentation dans le tableau suivant :

Durée	Phases	Modalités
5 minutes	Entrée des élèves + Consignes générales.	Consignes dictées oralement + distribuer un énoncé écrit pour chaque élève.
5 minutes	Lecture de l'énoncé + recherche individuelle.	Chacun des élèves avait une feuille de brouillon ainsi que l'énoncé sous les yeux.
10 minutes	Mise en commun dans le groupe.	Mise en commun de la recherche individuelle de chacun dans chaque groupe composé de trois ou quatre personnes.
20 minutes	Travail de groupe + rédaction de la production écrite.	Travail par groupe de trois au quatre personnes, niveau sonore raisonnable et questions et aide du professeur autorisé.
10 minutes	Questionnaire.	Une fois, leur travail terminé, les élèves répondent individuellement au questionnaire de l'annexe 3.
5 minutes	Bilan général de la séance.	Mise en commun des réponses trouvées par tous les groupes, réponse générale au problème.
Fin de la séance		

C. Analyse des séances d'expérimentation.

i) Analyse à posteriori.

Tout d'abord, comme dit précédemment, les élèves avaient à leur disposition un énoncé, un plateau et 14 dominos par groupe pour résoudre ce problème. J'ai trouvé ces **supports intéressants** car grâce à cela, tous les élèves ont pu manipuler en

faisant au moins un pavage chacun grâce aux plateaux et aux dominos. Donc, tous les élèves ont réussi à rentrer facilement dans le problème, même si certains groupes utilisaient le matériel sans n'avoir très bien compris la consigne. Effectivement, un groupe pensait qu'il fallait paver le carré 5x5 en mettant côte à côte les chiffres identiques des dominos. (*Annexe 1 : Transcription 126-127*). Pour améliorer mes supports j'aurais donc peut-être dû prendre des dominos vierges pour ne pas à nouveau rencontrer cet obstacle.

Lors de cette expérience, le **climat de la classe** était sérieux mais à la fois détendu : les élèves étaient très contents de faire une expérience en groupe et se sont mis directement au travail. Au tout début de la séance, après avoir donné les consignes, plusieurs élèves m'ont demandé si ce travail était noté (*Annexe 1 : Transcription 2-3*), je leur ai répondu que non. A ce moment-là, j'ai eu peur que certains élèves prennent donc ce travail à la légère, car mes élèves sont beaucoup axés sur la note, et c'est pour cela également que j'avais décidé de ne pas noter ce travail pour que leur investissement ne soit pas faussé par la note. Mais, après cette question, tous mes élèves se sont mis au travail et ce jusqu'à la fin de la résolution du problème. Évidemment, cette séance était plus bruyante que d'habitude à cause du fait qu'ils étaient en groupe et donc que les élèves devaient échangés entre eux, mais le niveau sonore était raisonnable, et tout le monde a pu travailler correctement.

Lors de mon analyse à priori, j'avais relevé quatre **démarches** pour résoudre ce problème. Les élèves ont utilisé deux démarches différentes mais qui se ressemblent beaucoup. Effectivement, tous les élèves au départ se sont lancés dans la **démarche d'essais/erreur**. Chaque groupe essayaient de paver le carré 5x5 en laissant un trou avec le matériel mis à disposition. Sur la figure 12, on voit un groupe paver le carré 5x5 en laissant un trou où le pavage est possible, et sur la figure 13, on voit un groupe paver le carré 5x5 en laissant un trou où le pavage est impossible.

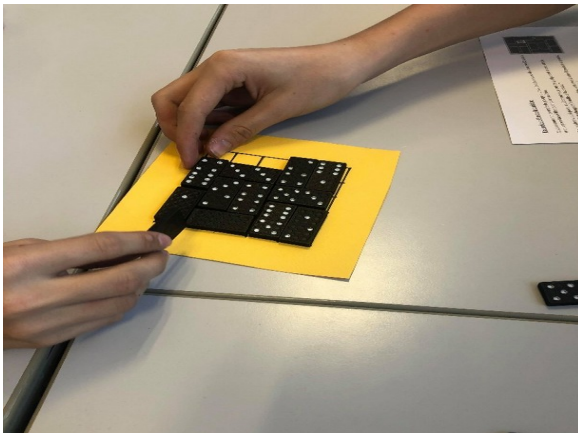


Figure 12 : Essaie de pavage d'un carré 5x5 lorsqu'on peut mettre un évier

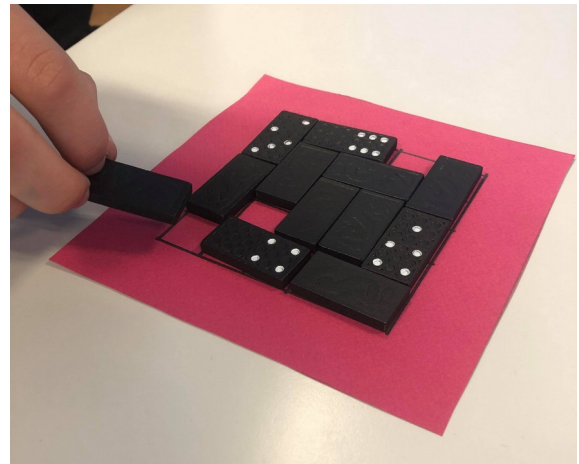


Figure 13: Essaie de pavage d'un carré 5x5 lorsqu'on peut mettre un évier

Mais tous les élèves n'ont **pas** tout à fait effectué **les mêmes démarches** pour faire les essais. En effet, certains faisaient **des essais non organisés** c'est-à-dire qu'ils faisaient des essais qui ne se suivaient pas forcément, et ne notaient pas forcément si pour cet essais-là, il était possible de mettre un évier ou non. (*Annexe 1 : Transcription 20-29 ; 90-98*) Pour ces élèves-là, j'ai donc dû les aiguiller un peu en les mettant sur la piste de faire un schéma pour pouvoir organiser au mieux leurs essais, et pour pouvoir en tirer une conjecture. D'autres élèves faisaient des **essais organisés avec des schémas** (ces élèves-là y ont pensé d'eux-mêmes), mais pour remplir leur schéma, ils ont testé tous les cas possibles en utilisant le matériel à disposition. (*Annexe 1 : Transcription 35-37 ;150-153*). Et, pour finir, les autres élèves ont fait seulement quelques **essais stratégiques**, puis par symétrie et rotation, ils ont réussi à remplir leur schéma. (*Annexe 1 : Transcription 45-52 ;144-149*).

Pour la question de la **dimension**, tous les élèves ont réussi à voir que pour un carré de côté pair, il était impossible de placer un évier dans la cuisine. (*Par exemple : Annexe 1 : Transcription 84-90 ;153-159*) Mais certains ont réussi à le voir directement, et d'autres en faisaient quelques essais. Et, ils ont plus ou moins eu du

mal à expliquer pourquoi tant à l'oral que à l'écrit (*voir copies en annexe 2*). Pour les dimensions de carré avec un côté impair, ils ont procédé de la même manière que pour une cuisine 5x5, mais en étant plus rapide car la méthode avait déjà été effectuée précédemment.

Les élèves sont donc tous rentrer dans une **démarche de recherche** lors de ce problème, et la démarche d'essais/erreur a été la seule utilisée car le fait d'avoir du matériel à disposition amenait vers cette démarche.

De plus, les élèves ont rencontré **plusieurs obstacles** lors de ce jeu mathématique. J'avais pensé à certains de ces obstacles durant mon analyse à priori, mais j'en avais oublié certains.

Pour les **obstacles auxquelles j'ai pensé** il y a **tout d'abord la compréhension** de la consigne du problème. Effectivement, plusieurs élèves n'avaient pas compris la consigne : certains pensaient que le but de ce problème était de paver la totalité du carré 5x5 avec les dominos (*Annexe 1 : Transcription 99-103*) et comme dit précédemment un groupe pensait qu'il fallait paver le carré 5x5 en mettant côte à côte les chiffres identiques des dominos. (*Annexe 1 : Transcription 126-127*). Ensuite, **le deuxième obstacle** a été celui des **cas impossibles**. En effet, les élèves n'ont pas l'habitude de l'impossibilité d'une réponse lors d'un problème (à cause du contrat didactique) donc plusieurs groupes n'acceptaient pas l'impossibilité de certaines solutions. (*Annexe 1 : Transcription 61-64 ; 104 ; 131-143*). Le **troisième obstacle** a été celui de **ne pas aller au bout de leur démarche**. Plusieurs élèves lors de leur démarche d'essai/erreur ne sont pas allés au bout de leurs démarches en ne faisant pas assez d'essais ce qui les amenés à conclure des choses fausses. (*Annexe 1 : Transcription 11-19 ; 111-118*). Et pour finir avec **les obstacles** que j'avais prédit, il y a celui de la **difficulté à expliquer sa justification** et surtout à l'écrit. En effet, les élèves ont eu beaucoup d'idées mais ils ont eu du mal à aller jusqu'à une vraie démonstration. Par exemple, si on regarde la copie 2 de l'annexe 2, le groupe à

essayer de commencer une démonstration en utilisant des x , mais n'a pas réussi à aller au bout du raisonnement.

Passons maintenant **aux obstacles auxquelles je n'avais pas pensé**. Tout d'abord, cet obstacle est dû au fait de l'expérience et non du problème, comme dit précédemment, les élèves ont **eu du mal à s'enregistrer** et surtout à savoir quand s'enregistrer. J'ai donc gardé à 95% les audios pris par moi-même lors du passage dans les groupes pour les transcriptions. **Le deuxième obstacle** est lié au **changement de dimension** de la cuisine dans le problème. Effectivement, la cuisine doit avoir une dimension carrée, et certains de mes élèves ont fait des changements de cuisine rectangulaire et non carré. (*Annexe 1 : Transcription 4-11*). Mais cet obstacle vient de mon énoncé qui n'est peut-être pas assez précis à ce sujet.

De plus, lors de mon analyse à priori, j'avais prévu d'autres obstacles tels que des erreurs de calcul ou d'émettre des conjectures fausses au niveau du côté pair du carré, mais il n'y a pas eu ces obstacles-là. L'erreur de calcul s'explique par le fait qu'il y avait très peu de calcul à faire lors de ce jeu mathématique.

Au niveau **des obstacles pour le professeur** je n'en ai pas eu, ceci est sûrement dû au fait que ma séance ait été bien préparé en amont.

Si je refaisais cette séance l'année prochaine, je changerais deux/trois points : tout d'abord je ne demanderai pas à mes élèves de s'enregistrer et le ferai moi-même en passant dans les groupes, ou ne le ferai pas du tout si ce n'est pas une expérimentation. Ensuite, je préciserai mon énoncé au niveau des dimensions et du fait que la cuisine est forcément de dimension carrée. Et, pour le matériel, je prendrai des dominos vierges pour ne pas embrouiller certains élèves dans la consigne. Mais sinon, je laisserai le reste comme cela et évidemment je laisserai le matériel à disposition car je pense que c'est cela qui a permis à tous élèves et surtout les moins bons de se mettre dans le problème.

En conclusion, ce jeu mathématique a été **une réussite** : le climat de la classe a été studieux, tous les élèves ont su répondre aux problèmes de différentes manières et ils souhaiteraient même refaire d'autres jeux mathématiques dans l'année. Dans le paragraphe suivant, je vais maintenant m'intéresser à l'activité mathématique des élèves lors de ce jeu.

ii) L'activité mathématique chez les élèves lors du jeu mathématique expérimenté.

Tout d'abord, nous avons vu que le jeu du pavage de la cuisine est **un jeu mathématique** d'après la définition de Didier Faradji (*dans la partie I.B.i [p.11] de ce mémoire*).

Nous allons donc maintenant **analyser l'activité mathématique** des élèves lors de ce jeu mathématique expérimenté.

Tout d'abord, les élèves avaient **des savoirs** de base tels que la connaissance d'un nombre pair et impair, connaître ce qu'est un pavage, la méthode d'essais/erreur (très souvent utilisée lors de problème ouvert au collège), la symétrie, etc. Et c'est grâce à ses savoirs de base que les élèves ont pu résoudre le problème du pavage de la cuisine.

Pendant ce problème, les élèves se sont **poser des questions** (est-ce tout le temps possible de mettre un évier ? Pour un côté de carré pair, est-ce toujours impossible ? etc.), ils ont fait **plusieurs hypothèses** (par exemple, l'hypothèse : « nous pensons que nous pouvons mettre un évier dans un carré 5x5 qu'une case sur deux. »). De plus, ils ont essayé des solutions (en testant avec le matériel mis à disposition plusieurs cas possibles) et **mis en œuvre des connaissances mathématiques** comme la symétrie. Puis, après avoir fait tout ceci, ils ont dû savoir **expliquer** leur solution au groupe et à moi-même à l'oral comme à l'écrit. Plus précisément, lors de

ce jeu mathématique, les élèves ont adopté une **attitude de recherche** plus ou moins poussé face à un problème fait d'essais, d'erreurs, d'intuitions, de fausses pistes, d'expérimentations qui les a fait entrer dans un processus de preuve.

Mais nous pouvons même aller plus loin en regardant l'**activité mathématique** des élèves lors de ce jeu mathématique en utilisant la **définition de Mickaël Da Ronch** (*dans la partie I.A.ii [p.7/8] de ce mémoire*).

Pour lui l'activité mathématique se définit en **termes d'actions** de l'élève qui se déclinent en quatre catégories qui sont **Expérimenter, Questionner, Généraliser et Communiquer**.

Au début du problème du pavage de la cuisine, tous les élèves ont choisi des cas particuliers aléatoirement pour comprendre le problème, puis ils ont organisé ses cas particuliers dans des schémas pour pouvoir formuler des conjectures grâce à ces cas particuliers (*Annexe 1 : Transcriptions 35-37 ;150-153 ;42-52 ;144-149 et Annexe 2 : copies d'élèves*). Ceci correspond à la catégorie **Expérimenter** définit par Mickaël Da Ronch.

Ensuite, pendant leur phase d'expérimentation, certains élèves se sont posé la question de l'impossibilité. Certains élèves ne pensaient pas que certaines solutions pouvaient être impossible. Puis, en faisant quelques exemples d'impossibilités, ils se sont rendu compte que certains cas particuliers étaient impossibles à paver. (*Annexe 1 : Transcriptions 61-64 ;104 ;131-143*) De plus, après la cuisine de taille 5x5, tous les élèves se sont intéressés au changement de dimension de la cuisine. Ils ont tout de suite vu qu'ils étaient impossibles de mettre un évier lorsque le côté d'un carré était pair. Puis, pour les cuisines de taille de côté impair, ils ont réussi à retrouver quelque chose de similaire au cuisine 5x5 en utilisant les actions qu'ils avaient fait précédemment. (*Annexe 2 : copie 1 et 4*). Ceci correspond à la catégorie **Questionner** définit par Mickaël Da Ronch.

Puis, après avoir fait des cas particuliers et s'être questionner sur l'impossibilité et les dimensions. Les élèves ont réussi à faire une généralisation : lorsque qu'une

cuisine a un côté pair, il est impossible de mettre un évier et lorsqu'une cuisine a un côté impair, on peut placer un évier seulement une case sur deux et on peut en placer un dans les coins, et cela ressemble à un damier. (*Annexe 1 : Transcriptions 82 ;159 ;161-171 et Annexe 2 : Copie 1, 3 et 4*). Aucun élève a réussi à démontrer « l'effet damier », mais cela était encore un peu dur pour leur niveau. Mais la plupart des groupes ont réussi à expliquer voire à démontrer qu'il était impossible de mettre un évier lorsqu'un côté d'un carré est pair. (*Annexe 1 : Transcriptions 84-90 ;153-159 et Annexe 2 : Copie 2 et 3*). Ceci correspond à la catégorie **Généraliser** défini par Mickaël Da Ronch.

Pour finir, chaque groupe a dû débattre par rapport à leurs résultats ou leurs conjectures pour arriver à résoudre ce jeu mathématique. (*Annexe 1 : Transcriptions 23-29 ;84-98*). Puis, ils ont dû expliciter à l'oral et à l'écrit leur démarche de recherche et les résultats qu'ils ont obtenus (avec des schémas, des phrases, etc.) (*Annexe 2 : Copies d'élèves*). Ceci correspond à la catégorie **Communiquer** défini par Mickaël Da Ronch.

En conclusion, lors de ce **jeu mathématique**, les élèves ont eu des actions qui ressortent des **quatre catégories** défini par Mickaël Da Ronch. Ceci signifie donc qu'ils sont véritablement rentrés dans une **démarche de recherche**, et que ce jeu mathématique du pavage de la cuisine a donc **généralisé une activité mathématique** chez mes élèves lors de mon expérimentation.

iii) L'étude de quelques questions du questionnaire de fin.

Pour finir avec l'analyse de mes expérimentations, j'ai décidé de m'intéresser au questionnaire rédigé par Gauthier Gigant un collègue qui fait un mémoire sur le décrochage scolaire. Comme expliqué précédemment, j'ai donné ce questionnaire à

la fin de mon expérience durant les quinze dernières minutes de la séance. Un exemple de ce questionnaire est l'annexe 3. Ce questionnaire a été donné à trente-cinq élèves. Pour cette partie, je ne m'intéresserai pas à toutes les questions de ce questionnaire mais surtout à trois questions qui sont : « **Vous êtes-vous senti utile lors de l'activité ?** » ; « **Avez-vous appris quelque chose ?** » et « **Comprenez-vous mieux les mathématiques lors de ces activités ?** »

J'ai choisi cette première question qui est « **Vous êtes-vous senti utile lors de l'activité ?** » car elle est en étroite **lien avec l'activité mathématique**. Si les élèves se sont investis et ont réussi à trouver la réponse au problème ils devront s'être senti utile lors de ce problème. Sur 35 élèves, 29 se sont sentis utiles, 5 se sont sentis moyennement utiles et 1 seul élève s'est senti pas du tout utile. J'ai résumé ces résultats dans un diagramme circulaire qui est la figure 13.

Vous êtes vous senti utile lors de l'activité ?

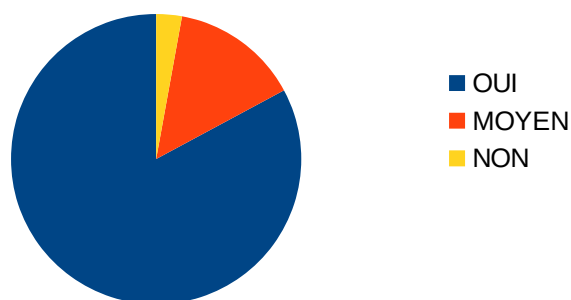


Figure 13 : Diagramme circulaire des résultats à la question « Vous êtes-vous senti utile lors de l'activité ? »

On remarque ici qu'une **grande partie des élèves** se sont **sentis utiles** lors de mon jeu mathématique ceci est en accord avec le fait que mes élèves se sont tous investis et qu'ils ont tous au moins manipulé le matériel mis à disposition en faisant au moins un test. De plus, ils ont pu donner leur avis dans leur groupe. Cinq élèves se sont sentis moyennement utiles, je pense que ces élèves là (je ne peux pas en être sûr car le test est anonyme) sont des élèves qui ont été investis mais qui n'ont pas

forcément rédigé la production écrite donc qui n'ont peut-être pas pu développer toutes leurs idées. J'aurai peut-être pu éviter cela en demandant une production écrite par personne et non par groupe. Mais cela aurait pu limiter les débats entre les groupes. Et enfin, une personne ne sait pas senti du tout utile lors de cette activité. Pourtant je n'ai vu personne inactif lors du jeu mathématique donc je n'ai pas vraiment d'explication (peut-être quelqu'un qui n'a pas été écouté dans son groupe). Finalement, **plus de quatre cinquièmes des élèves se sont senti utiles et investis** : ils ont donc été en activité (voir en activité mathématique) lors de ce jeu mathématique.

J'ai choisi cette deuxième question qui est « **Avez-vous appris quelque chose ?** » parce que je trouvais cela intéressant d'avoir leurs **ressentis** après ce jeu mathématique sur **les connaissances** qu'ils pouvaient avoir acquis. Ce jeu leur permettait surtout de réfléchir à la possibilité et à l'impossibilité d'un pavage qui ne sont pas des connaissances qu'ils devront garder pour le reste de leur scolarité mais ce jeu leur apportait surtout une méthode de travail (une démarche de recherche) et un développement des six compétences en mathématiques (Chercher, Communiquer, etc.) qui est en continuité avec leur parcours scolaire. Sur 35 élèves, 19 pensent avoir appris quelque chose, 12 pensent qu'ils ont moyennement appris quelque chose et 4 élèves pensent n'avoir rien appris. J'ai résumé ces résultats dans un diagramme circulaire qui est la figure 14.

Avez-vous appris quelque chose?

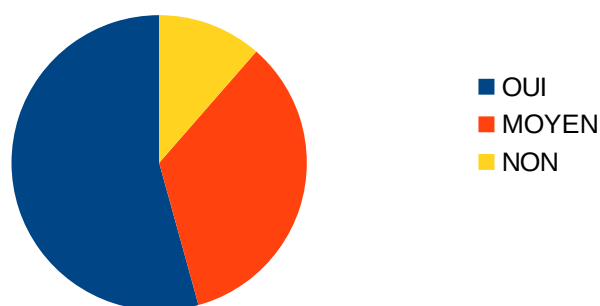


Figure 14 : Diagramme circulaire des résultats à la question « Avez-vous appris quelque chose ? »

On remarque ici que **plus de la moitié** des élèves pensent avoir **appris quelque chose** lors du jeu mathématique : ces élèves-là ont vu le but du jeu mathématique et en ont appris quelque chose. Ensuite, **un peu plus d'un tiers** des élèves pensent avoir **moyennement appris** quelque chose : je pense que ces élèves-là ont appris quelque chose lors de ce jeu mais ils ne voient pas à quoi cela pourrait leur servir. Et pour finir, presque **un neuvième** des élèves pensent n'avoir **rien appris** du tout lors de ce jeu. Comme je l'ai dit précédemment, mes élèves avaient l'air investie, je pense donc que ces élèves-là n'ont pas vu le but de ce jeu dans l'enseignement des mathématiques et ne voient pas à quoi cela pourrait leur servir.

Finalement, malgré le fait que tout le monde ait été investie et ait été en activité mathématique, tous les élèves **ne pensent pas forcément avoir appris quelque chose** et ne voient pas ces **jeux mathématiques** comme **un réel apprentissage**.

Pour finir, j'ai choisi cette troisième question qui est « **Comprenez-vous mieux les mathématiques lors de ces activités ?** » parce que je voulais savoir si les élèves préféraient et comprenaient mieux avec ce genre d'activité plutôt qu'avec des activités classiques. Sur 35 élèves, 19 élèves comprennent mieux les mathématiques avec ce genre d'activité, 17 élèves comprennent autant les mathématiques avec ce genre d'activité qu'avec des activités classiques, et aucun élève n'a répondu pas du tout. J'ai résumé ces résultats dans un diagramme circulaire qui est la figure 15.

Comprenez-vous mieux les mathématiques
lors de ces activités?

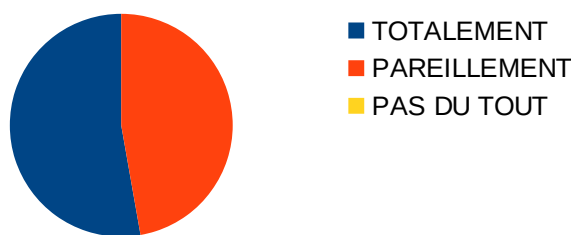


Figure 15 : Diagramme circulaire des résultats à la question « Comprenez-vous mieux les mathématiques lors de ces activités ? »

On remarque ici que **plus de la moitié des élèves comprennent mieux les mathématiques** pendant un jeu mathématique. Ceci est sûrement dû au fait que tous les élèves ont pu commencer sans problème à répondre au jeu mathématique en essayant quelques cas grâce au matériel mis à disposition, alors que lors d'une activité classique certains élèves sont bloqués dès le début, et l'énoncé ne leur donne sûrement moins envie d'y arriver. Puis, on remarque aussi qu'**à peine moins de la moitié des élèves comprennent autant les mathématiques** pendant un jeu mathématique que pendant une activité classique. Le questionnaire est anonyme mais je pense que ces réponses viennent majoritairement de réponses de bons élèves qui n'ont pas de difficultés en mathématiques.

Finalement, mes élèves ont **apprécié** ce jeu mathématique et plus de la moitié des élèves comprennent mieux les mathématiques pendant ce genre d'activités. A la fin des séances d'expérimentation, plusieurs élèves sont venus me demander pour faire plus souvent des séances comme celle-ci. Et comme ces séances ont été des **succès**, je pense en refaire.

IV. Conclusion et Discussion

Ce mémoire de recherche de master 2 nous aura permis de faire le lien entre jeu mathématique et activité mathématique.

En effet, tout d'abord le jeu choisit doit respecter les cinq conditions nécessaires de Didier Faradji pour que le jeu soit un jeu mathématique (voir II.A.i). Si ce jeu ne respecte donc pas **ces cinq conditions**, ce jeu n'est pas considéré **comme un jeu mathématique mais plutôt comme un casse-tête** comme pour l'exemple des Tours de Hanoï (voir partie II.B.i) et ce jeu n'engendrera pas ou peu d'activité mathématique chez les élèves. Il faut donc tout d'abord **bien choisir son jeu** pour que ce soit un jeu mathématique.

Ensuite, si le jeu est un jeu mathématique, le jeu va **engendrer un dévouement** et de **l'investissement** chez les élèves, puis suite à cela une **démarche de recherche** plus ou moins aboutie, et pour finir un **débat** chez les élèves pour défendre leur démarche de recherche à l'écrit ou à l'oral. De plus, le jeu va aussi permettre d'apporter des **connaissances** aux élèves et de faire travailler et développer les six **compétences** des mathématiques (Chercher, Communiquer, Calculer, Modéliser, Représenter et Reasonner). Ceci s'est révélé véridique lors de mon expérimentation avec mes élèves. Et ceci correspond également de manière simplifiée à la définition de l'**activité mathématique** de Mickaël Da Ronch. En conclusion, les élèves lors d'un jeu dit mathématique engendrent une activité mathématique. Forcément, pour certains jeux mathématiques, l'activité mathématique sera plus développée que pour d'autres jeux mathématiques.

De plus, mes élèves ont adoré ce genre de séance, et m'ont même demandé de refaire plus souvent des jeux mathématiques, et je pense en refaire. On pourrait donc imaginer un apprentissage fait entièrement de leçons et de jeux mathématiques. Mais ce qui pourrait poser problème pour ce genre d'apprentissage serait le choix des jeux mathématiques parce qu'ils en faudrait pour tous les chapitres du programme et qui correspondent à la définition de Didier Faradji. Et le deuxième problème qu'il pourrait y avoir, serait celui que les élèves se lassent de ce genre de ce séance ce qui impliquerait un manque d'investissement de leurs parts et réduiraient leurs activités mathématiques. Il faudrait donc penser à un apprentissage « équilibré » qui mélangerait l'apprentissage « classique » et les jeux mathématiques. Et, j'espère que j'arriverais à appliquer ce genre d'apprentissage lors de mes prochaines années d'enseignement.

V. Bibliographie

- [1] Faradji, D. (2014). *Qu'est-ce qu'un jeu mathématique ?* site de l'IREM
- [2] Da Ronch, M. (2019). *Un problème de pavage : entre jeu et activité mathématique*, Revue de Mathématiques pour l'école (RMé), n°231, pp.46-55.
- [3] Da Ronch, M. (2019). *Fait-on des mathématiques en résolvant des "casse-têtes" ? L'exemple des tours de Hanoï dans un dispositif d'exposition*, Petit x, n°109, pp. 49-73
- [4] Collectif Didactique pour Enseigner (2019), *Didactique pour enseigner*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.
- [5] SENSEVY, G. (2011). *Le sens du savoir. Éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. Bruxelles : De Boeck.
- [6] Eduscol (2016). *Les mathématiques par les jeux*, site Eduscol.
- [7] Gandit, M. (2004). *Preuve ou démonstration, un thème pour la formation des enseignants de mathématiques : deuxième partie*. Petit x, 66(49-82).
- [8] Kuzniak, A., & VII, D. P. (2004). *La théorie des situations didactiques de Brousseau*.
- [9] CHARLOT, B. (1987). *Qu'est-ce que faire des maths ? L'épistémologie implicite des pratiques d'enseignement des mathématiques*. Bulletin APMEP, (359).
- [10] Duval, R. (2002). *Comment décrire et analyser l'activité mathématique ? Cadres et registres*. Actes de la journée en hommage à Régine Douady, 83-105.

VI. Annexe

A. Annexe 1 : Les transcriptions

Consigne générale pour les deux groupes d'expérimentation		
1	Professeure (P)	Bonjour à tous, asseyez-vous et sortez vos affaires. Aujourd'hui, nous allons faire un problème nommé « le pavage de la cuisine » par groupe. Vous devrez vous enregistrer pendant vos phases de recherche et me rendre une production écrite à la fin de l'heure. Je vous enregistrerai aussi pendant que je passerai vous voir. Vous avez à votre disposition un plateau et des dominos, et je vais vous distribuer le sujet du problème.
Distribution du sujet		
2	Elèves	Madame, c'est noté ?
3	P	Non, ce travail est non noté mais fait partie d'une expérimentation pour mon mémoire.
Transcription GROUPE 1 Expérimentation (Tout n'est pas retranscrit car beaucoup de répétitions dans les groupes)		
Après la phase de recherche, je passe dans les rangs et m'arrête vers le groupe A.		
4	Meriem (Groupe A)	On a essayé pour une cuisine 5x3 et 2x5.
5	P	Donc pour le moment, vous vous concentrez sur la dimension de ma cuisine, c'est ça ?
6	Meriem	Oui
7	P	Mais est-ce que vous avez changé correctement les dimensions vue notre problème de départ ?
8	Cloé (Groupe A)	Oui, on a quelque chose de différent d'un carré 5x5.
9	P	Ah justement, il faut quoi comme forme géométrique ?
10	Meriem	Ah il faut un carré.
11	P	Donc vous pourrez refaire des cas avec un changement de dimension avec des carrés. Et est-ce que vous vous êtes intéressé au cas 5x5 ?
12	Meriem	Ben oui, c'est possible partout.
13	P	Vous avez donc essayé tous les cas et vous avez trouvé

		que c'était possible partout ?
14	Meriem	Euh je ne sais pas il y a combien de cas en tout ?
15	P	Ben justement, les filles du groupe, il y a combien de cas au total ? Il y a combien de cases dans ce carré ?
16	Kaina (groupe A)	Ben 5x5
17	Cloé	Oui donc 25 cas
18	Meriem	Olalala ben non on ne les a pas tous essayé
19	Cloé	On va essayer au milieu, merci
Je continue de passer dans les rangs et m'arrête vers le groupe B.		
20	P	Qu'avez-vous fait pour le moment ?
21	Jonathan (Groupe B)	Et ben on a mis l'évier un peu partout.
22	Valentin (Groupe B)	Oui on a fait des tests.
23	P	Donc est-ce que c'est possible partout ?
24	Lilou, Léo et Jonathan (Groupe B)	Ben oui
25	Valentin	Non, pas vraiment
26	P	Donc y'en a trois qui pensent que oui et un qui pense que non, donc qui a raison ?
27	Valentin	Ben moi j'ai essayé à plusieurs endroits et là ça fonctionnait et là ça ne fonctionnait pas. Pour moi, ça fonctionne une case sur deux.
28	P	Est-ce que vous êtes d'accord les autres avec ce que dit valentin ?
29	Léo	Sûrement, nous allons regarder
30	P	Et qu'est-ce que vous allez faire maintenant ? Comment vous allez m'expliquer cela ?
31	Valentin	Regarder quand ça marche et regarder quand ça marche
32	P	Et ce serait quoi le plus simple pour m'expliquer cela ?
33	Léo	Un schéma
34	P	Oui, c'est une bonne idée.
Je continue de passer dans les rangs et m'arrête vers le groupe C.		
35	P	Alors, où en êtes-vous ?
36	Tess (Groupe C)	Bah en gros là on a mis les cases sur la feuille et on a regardé où est ce qu'on pouvait et on a fait des croix là où on pouvait mettre l'évier.

37	P	C'est une très bonne idée. Et est-ce qu'il te fait penser à quelque chose ton schéma ?
38	Gabrielle (Groupe C)	Au échecs
39	P	Oui, ça peut faire penser aux échecs et pourquoi ?
40	Gabrielle	Le plateau de jeu des échecs : une case blanche, une case noire.
41	P	Donc oui ça peut faire penser à un échiquier, c'est très bien. Donc maintenant, vous pouvez continuer et ensuite passer au changement de dimension de cuisine.
Je continue de passer dans les rangs et m'arrête vers le groupe D.		
42	P	Je vois que vous avez fait un schéma sur votre feuille, à quoi correspond-t-il ?
43	Ilan (Groupe D)	On a mis un rond lorsque c'était impossible de mettre un évier et des traits lorsque c'était possible de mettre un évier.
44	P	Et, votre schéma vous fait penser à quoi ?
45	Ilan	A du binaire parce que 0/1/0/1 etc.
46	Mattis (Groupe D)	Moi ça me fait plus penser à un damier.
47	P	Oui, ça peut faire penser à un damier si par exemple on colorie vos ronds en rouge et vos traits en blanc.
48	Ilan	Ah oui tout à fait !
49	P	Et, du coup comment vous avez fait pour faire vos essais ?
50	Alexi (Groupe D)	Non, par exemple on a pris une case dans un coin ici, on a vu qu'on pouvait donc on en a déduit que tous les coins étaient possibles, de même pour la case à côté (mais cette fois-ci c'était impossible).
51	Ilan	Oui, on a fait par symétrie quoi
52	P	Très bien, ben vous pouvez continuer en changeant la dimension de la cuisine.
Je continue de passer dans les rangs et m'arrête vers le groupe E.		
53	Au départ, Emma m'explique qu'elle et son groupe ont fait un ou deux essais pour par symétrie et rotation elles ont réussi à trouver tous les cas possibles, et elles ont aussi représenté ceci dans un schéma qui leur faire penser à un damier.	
54	P	Est-ce que vous avez aussi essayé avec d'autre dimension ?

55	Emma (Groupe E)	Oui et du coup le 4 ça ne marche pas.
56	P	Pour le carré 4x4 ça ne marche pas pour toutes les cases ?
57	Emma	Ben non
58	Emma	Et j'ai aussi essayé pour le 3x3 et ça fait aussi un damier.
59	P	Donc maintenant que tu as réussi à trouver cela, j'aimerais que tu m'expliques pourquoi tu as cela ? Et surtout pourquoi le carré 4x4 n'a aucune case pour laquelle il est possible de mettre l'évier ?
60	Emma	D'accord.
Après être passé dans le groupe E, je suis repassée dans les groupes A.		
61	Meriem	Donc là on a essayé toutes les possibilités là, mais on n'arrive pas à voir les autres donc on se dit que pour celle-là c'est peut-être faux.
62	P	Alors comment ça c'est faux ?
63	Meriem	Ben qu'elles ne sont pas possibles que ça ne marche pas pour notre problème.
64	P	Oui, des solutions ici sont impossibles
65	Cloé	Ah d'accord, je me disais bien. Bon et du coup c'est possible une fois sur deux
66	Meriem	Ah oui, on dirait un damier.
67	P	Très bien, donc maintenant vous pouvez passer au changement de dimension
Le groupe B a fait le schéma et m'ont dit que le schéma leurs faisaient penser à un damier et que c'était possible de mettre un évier une case sur deux. Et les groupes C et D finissaient de rédiger leur raisonnement sur le carré 5x5 et commencer à réfléchir au changement de dimension. Je suis donc retournée vers le groupe E.		
68	Léa (Groupe E)	Madame, ce n'est pas possible pour un carré 4 car c'est un multiple de 2
69	P	Qu'est-ce qui est un multiple de 2 ?
70	Léa	Ben le nombre de cases du carré, dans le carré 4 il y a 16 cases
71	P	Et pourquoi du coup c'est impossible ?
72	Emma	Parce que les dominos font 1x2, donc les dominos remplissent le carré.
73	P	C'est bien, vous avez l'idée donc maintenant essayez de l'écrire mathématiquement ou au moins de l'expliquer clairement sur votre feuille.
Tous les groupes en sont donc à la question des dimensions, je passe donc vers le		

groupe B.		
74	P	Alors qu'avez-vous trouvé pour une cuisine de dimension 4x4 ?
75	Valentin (groupe B)	Ben tout est rempli pour une cuisine 4x4
76	P	Donc ça signifie quoi que ce soit rempli ?
77	Jonathan (Groupe B)	Qu'on ne peut jamais mettre de lavabo
78	Léo	Ben oui, c'est logique parce que les dominos c'est deux
79	P	Et qu'est-ce que ça signifie que les dominos ce soit deux ?
80	Valentin	Ben 4x4, 16
81	Jonathan	Ah ouais ! Donc on peut mettre 8 dominos tout pile.
82	Valentin	Oui donc c'est ce que je disais dès le début, quand on a un carré pair tout est impossible et un carré impair on peut faire un truc avec les cases une sur deux.
83	P	Oui vous êtes sur la bonne voie, donc maintenant vous pouvez me remettre tout cela au propre à l'écrit.
<p>Puis, je suis repassée vers tous les groupes pour parler de la dimension et ils ont tous trouvé que pour un carré de côté de longueur paire, il était toujours impossible de mettre un évier. Ils ont tous mis ceci à l'écrit de manière plus ou moins claire. Ils ont ensuite répondu au questionnaire. Puis, la séance s'est terminée.</p>		
<p>Transcription GROUPE 2 Expérimentation (Tout n'est pas retranscrit car beaucoup de répétitions dans les groupes)</p>		
<p>Après la phase de recherche, je passe dans les rangs et m'arrête vers le groupe A.</p>		
84	P	Alors, où en êtes-vous ?
85	Jean (Groupe A)	On s'est d'abord intéressé à la dimension de la cuisine et on a vu que quand le carré d'un nombre est pair...
86	Flora (Groupe A)	Mais non c'est quand la surface est paire.
87	Maëilly (Groupe A)	Ah oui, c'est ça quand le côté est pair, ça ne fonctionne pas.
88	Flora	Oui car cela signifie que l'aire est paire, donc les dominos remplissent le carré donc on ne peut pas mettre d'évier.
89	Jean	Oui exactement, c'est ça !
90	Flora	Et quand l'aire est impaire donc que le côté est impair on peut mettre un évier mais pas partout. On peut en mettre un dans les quatre coins de la pièce et dans les quatre coins du milieu et au milieu.

91	Léo (Groupe A)	Oui on peut en mettre un dans les deux diagonales du carré
92	Jean	Ben on peut en mettre un partout en fait.
93	P	Ah bon ? Ce n'est pas ce que disait tes camarades.
94	Léo	Ben oui Jean regarde essaie d'en mettre un ici (il montre une case du carré), normalement tu ne peux pas.
95	Jean (Après avoir essayé)	Ah oui, on peut en mettre que sur les diagonales.
96	P	(Je montre une case en dehors des diagonales et possible). Donc du coup si je veux mettre un évier ici, je ne peux pas, c'est ça ?
97	Maëilly (Après avoir essayé)	Ah ben si regarde si tu mets ce domino comme ça et celui-ci comme ça, on peut.
98	Léo	Ah oui ok donc ils nous en manquent, on va encore chercher, merci madame.
Je continue de passer dans les rangs et m'arrête vers le groupe B.		
99	Valentin (Groupe B)	Madame, comment c'est possible d'arriver à paver un carré de 25 avec des dominos 1x2 ? Parce que 1x2 ça donnera toujours un nombre pair.
100	P	Oui, mais on nous demande quoi dans notre problème ? Quelle est la consigne ?
101	Théo (Groupe B)	Ben oui, il faut tout remplir.
102	P	Et non justement !
103	Thomas (Groupe B)	On doit mettre un évier donc on doit laisser une case de libre !
104	Théo	Oh bah c'est bon, c'est facile, c'est possible partout !
105	Thomas	Non moi je ne pense pas que ce soit possible partout, nous allons essayer !
Je continue de passer dans les rangs et m'arrête vers le groupe C.		
107	Lilou (Groupe C)	Je vais vous expliquer ma théorie. Ma théorie c'est que par exemple si sur les côtés c'est un nombre pair alors les cases seront complètes alors que quand ce sera un nombre impair il y aura forcément une case de vide.
108	Enora (Groupe C)	Donc on pourra mettre un évier
109	P	Donc déjà la première chose que tu m'as dit c'est que pour

		toi quand le côté du carré sera pair, ce sera toujours impossible, c'est ça ?
110	Lilou	De mettre un évier, oui c'est toujours impossible.
111	P	Et la deuxième chose, c'est que si c'est impair c'est toujours possible c'est ça ?
112	Lilou	Oui exactement
113	P	Et les autres vous êtes d'accord
114	Enora et Cléo	Oui
115	P	(Je montre une case sur le carré pour laquelle c'est impossible de mettre un évier) Donc par exemple si je veux mettre mon évier ici, pavez-moi ma cuisine.
116	Cléo (essaie de paver la cuisine)	Ah ben je crois que ça ça veut dire que ce n'est pas possible
117	Lilou	Ah ben là vous nous mettez une colle.
118	P	Et ben allez-y, continuez à chercher !
Je continue de passer dans les rangs et m'arrête vers le groupe D.		
119	P	Alors, où en êtes-vous ?
120	Adam (Groupe D)	Et ben c'est compliqué !
121	P	Tout d'abord, qu'est-ce qu'on doit faire ici ?
122	Arthur (Groupe D)	Il faut paver et laisser un carré vide pour mettre l'évier. Et on a essayé de faire pour laisser cette case vide mais on a des difficultés.
123	P	Si vous voulez, on peut faire un essai ensemble. Donc si on laisse cette case-là vide, pavez-moi le carré.
124	Adam	N'importe comment ?
125	P	Oui de la manière que tu veux.
126	Adam	(Essaie de paver mais a des difficultés)
127	Arthur	Aaaaah mais on n'est pas obligé de mettre les mêmes chiffres côte à côte pour paver !
128	P	Ben bien sur que non, vous faisiez cela ?
129	Arthur	Ben oui et c'est pour ça qu'on n'y arrivait pas.
130	P	Donc maintenant que vous avez compris, je vous laisse continuer de chercher.
Tout les groupes étaient sur le bon chemin, je suis donc repassée vers le groupe B.		
131	Valentin (Groupe B)	Du coup on a trouvé que c'était possible partout.

132	P	Donc vous avez essayé toutes les cases ?
133	Valentin	Oui oui !
134	P	Donc montrez-moi comment vous faites pour paver quand vous laissez cette case-là.
135	Aimeric (Groupe B) (Qui essaie de paver)	Ah ben non en fait ce n'est peut-être pas possible !
136	Valentin	Mais si c'est possible ! Regarde si tu en mets un comme ça et l'autre comme ça.
137	Thomas (Groupe B)	Mais non il y a l'angle là !
138	Théo (Groupe B)	Bon ben je crois bien que notre théorie est fausse, c'est impossible !
139	Aimeric	Oui donc ce n'est pas possible, en fait on peut les mettre partout sauf que les trois-là !
140	Thomas	Ah ben oui tu ne peux pas remplir ceux-là (il montre plusieurs cases)
141	P	Donc du coup ?
142	Aimeric	Ce n'est pas tout le temps possible, de sûr c'est déjà impossible pour ces trois cases là.
143	P	Donc allez-y vous pouvez continuer votre raisonnement.
Puis je suis repassée aussi vers le groupe C.		
144	Enora (Groupe C)	Du coup, on a trouvé plusieurs cas où c'était impossible et forcément du coup ici c'est impossible aussi.
145	P	Ça vient de quoi ce forcément ?
146	Enora	Ben de la symétrie.
147	P	Oui très bien !
148	Lilou (Groupe C)	Et du coup on a remarqué c'était une case sur deux. On est en train de faire un schéma, puis on va expliquer pour les dimensions paires et impaires.
149	P	Très bien !
Le groupe A et D ont déjà tout rédigé, m'ont rendu leurs travaux et sont en train de répondre au questionnaire. Le groupe C sont en train de rédiger leur travail, et il me reste à aller voir l'avancée du groupe B.		
150	Valentin (Groupe B)	On a trouvé que c'était un carreau sur deux genres ceux-là on peut pas, ceux-là on peut faire, ceux-là on peut pas faire, etc.
151	P	Ok, et je vois que vous avez fait un schéma. Est-ce que votre schéma ne vous fait pas penser à quelque chose ?

152	Thomas (Groupe B)	Un damier !
153	P	Oui, très bien ! Donc maintenant si on parle des dimensions, si je prends une cuisine 3x3 est-ce que ce sera la même chose ? Et pour une cuisine 2x2 ?
154	Valentin	Non c'est qu'au nombre impair
155	Thomas	Voilà là il y a que le carré du milieu qu'on peut faire par 3 et 3.
156	Aimeric (Groupe B)	Les dominos ils prennent deux cases, donc pour un carré pair, les dominos rempliraient le carré donc pas de trous
157	Valentin	Ou laisser deux trous
158	P	Donc comment on pourrait résumer cela ?
159	Aimeric	Quand c'est impair c'est possible une case sur deux et quand c'est pair c'est tout le temps impossible.
160	P	C'est bien, donc maintenant vous pouvez me mettre tout cela à l'écrit.

Tous les groupes étaient en train de finir leurs productions écrites (pour ceux qui n'avaient pas encore fini). Ils ont ensuite répondu au questionnaire. Puis, la séance s'est terminée.

Bilan de fin de séance du GROUPE 1.

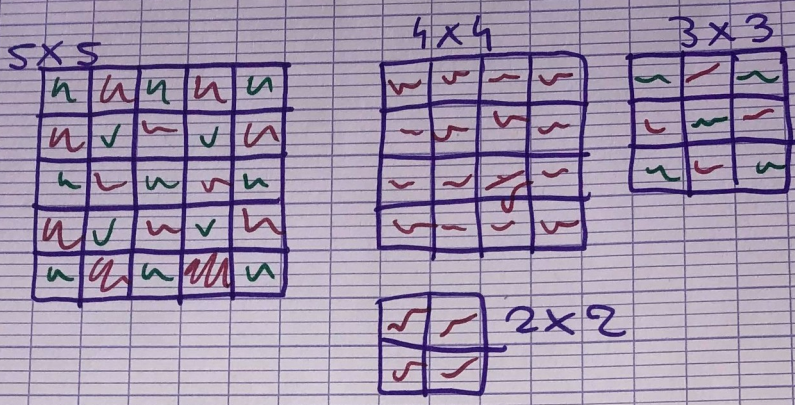
(Je n'ai pas retranscrit celui du groupe 2, car ils sont similaires.)

161	P	Alors, que pouvons-nous dire sur ce problème ?
162	Mattis (Groupe D)	Alors nous on a trouvé que dans une cuisine 5, on pouvait mettre un évier une case une deux avec la première case où l'on peut.
163	Meriem (Groupe A)	Et du coup cela ressemble à un damier.
164	P (j'ai projeté la figure 6 au tableau)	Très bien, donc au tableau j'ai refais le schéma que la plupart des groupes ici on fait. Et on trouve donc qu'on met un évier lorsqu'il se trouve sur une case blanche, et qu'on ne peut pas en mettre si on voudrait le mettre sur une case rouge. Et par rapport au dimension, que pouvez-vous dire ?
165	Tess (Groupe C)	C'est impossible lorsque la cuisine est pair.
166	P	Et pourquoi ?
167	Ilan (Groupe)	Parce que lorsque le côté d'un carré est paire, alors il y aura un

	D	nombre pair de petites cases dans le carré donc en pavant avec des dominos, on recouvrira le carré en entier.
168	P	Très bien, et pour une cuisine 3x3 ?
169	Mattis	On retrouve pareil que pour une cuisine 5x5, ce sera une case sur deux.
170	P	Oui, donc si on voudrait faire une conclusion générale, qu'est ce qu'on pourrait dire ?
171	Tess	Donc lorsque qu'une cuisine a un côté pair, il est impossible de mettre un évier et lorsqu'une cuisine a un côté impair, on peut placer un évier seulement une case sur deux et sur les cases blanches.
172	P	Très bien ! Est-ce que vous avez aimé ce genre d'activité ?
173	Plusieurs élèves	Oui !
174	P	Vous aimeriez qu'on en fasse plus souvent ?
175	Plusieurs élèves	Oui pourquoi pas !
176	P	D'accord, je regarderai pour en refaire alors. Vous pouvez ranger vos affaires et partir. Au revoir !
FIN DE LA TRANSCRIPTION		

B. Annexe 2 : Quelques copies d'élèves

i) Première copie



5x5

h	h	h	h	h
h	✓	h	✓	h
h	h	h	h	h
h	✓	h	✓	h
h	h	h	h	h

4x4

h	h	h	h
h	h	h	h
h	h	h	h
h	h	h	h

3x3

h	h	h
h	h	h
h	h	h

2x2

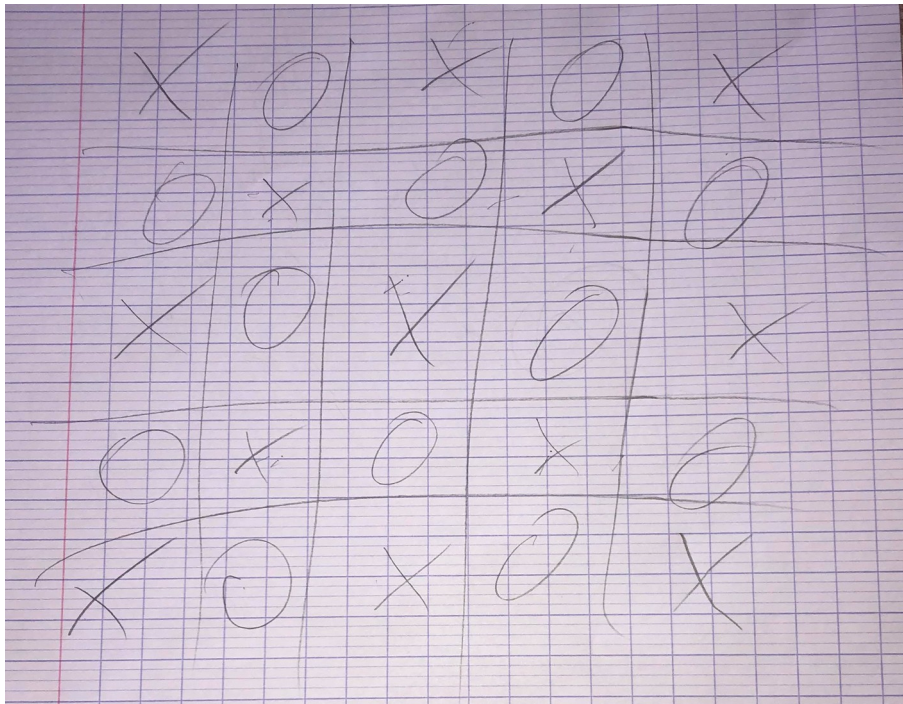
h	h
h	h

Nous avons trouvé que dans un carré de 5x5 (nombre impair) il était tout à fait possible de laisser des cases + case vide et remplir les autres, cependant pas pour toutes les cases, mais + sur deux, cela forme un damier (comme sur le dessin ci-dessus).

~~et~~ Nous avons essayé de remplir un carré de 4x4 (nombre pair) et nous avons trouvé qu'il était impossible de laisser une case vide car les dominos remplissent chacun deux cases, il restera donc forcément 2 cases au lieu d'une quand on remplira le quadrillage.

~~Or~~ On ne peut donc laisser une case vide que dans les quadrillages dont les cotés sont impairs (ex : 3x3, 5x5)

ii) Deuxième Copie



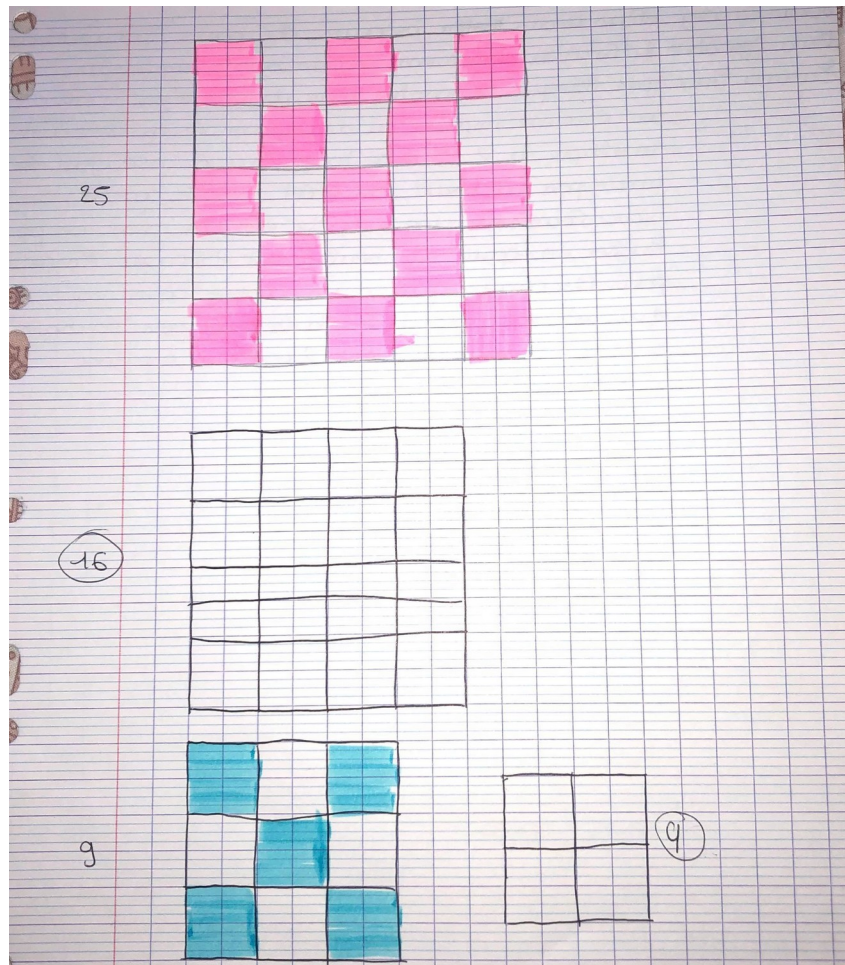
X = emplacement potentiel pour l'écran

O = emplacement impossible

Soit x le nombre total de de ces cases
 Si x est pair alors on ne peut pas poser d'écran
 car

si l'aire de la cuisine est multiple de 2, alors l'écran n'est
 pas placable car un domino a une aire de 2. Ainsi on ne peut
 pas laisser de trou avec une aire inférieure à 2.

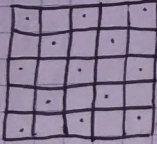
iii) Troisième copie



hey d'abus avons ~~essayé~~ essayer de paver la cuisine avec
blah différentes dimensions. d'abus avons remarquer
anc que lorsque le nombre total de carré est égal à
un nombre impaire ou à un nombre qui n'est ^{pas} un
multiple de 2. Il reste toujours une case vide
mais pas partout. En effet on voit que les cases
vide forment une sorte de damier donc on peut
laisser un espace sur seulement 13 cases. En revanche
pour les carrés qui ont un nombre pair ou
qui est multiple de 2. On ne peut pas sachant
que les dominos valent 2 cases et est donc
un multiple de 2.

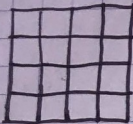
iv) Quatrième copie

5x5



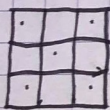
Les cases qui ont un point, ce sont les endroits où l'on peut laisser une case vide.

4x4



On ne peut pas laisser de case vide car un seul domino remplit 2 cases donc comme 8 est un chiffre pair et 2 aussi, on ne peut pas laisser de case vide, c'est pour ça que on peut laisser des cases vides dans le carré de 5x5 car 5 est un chiffre impair

3x3



Les cases qui sont remplies par un point, ce sont les endroits où l'on peut laisser un espace vide, comme 3 est un chiffre impair, on ne peut pas laisser des espaces vides partout

Pour conclure, si un côté de carré est un nombre pair de case, on ne peut pas laisser d'espace vide mais si c'est un chiffre impair, on peut laisser des espaces vides.

C. Annexe 3 : Exemple d'un questionnaire donné aux élèves après l'expérience (rédigé par Gauthier Gigant)

Êtes-vous une fille ou un garçon ?	<input checked="" type="radio"/> Garçon	Fille
Êtes vous bien intégré dans votre classe ?	<input checked="" type="radio"/> Oui	Non Moyennement
Vous sentez vous à l'aise dans le cours de Mathématiques ?	Totalement	<input checked="" type="radio"/> Moyennement Pas du tout
Quelle est votre relation avec les autres élèves ?	<input checked="" type="radio"/> Bonne	Mauvaise Moyenne
Qu'est ce qui vous motive pour venir à l'école le matin ?	Apprendre de nouvelles choses	<input checked="" type="radio"/> Voir ses amis
	<input checked="" type="radio"/> Obligation	Autre (Préciser laquelle)
Comment estimez-vous votre niveau en Mathématiques ?	<input checked="" type="radio"/> Bas	Moyen Bien Très bien
Aimez-vous la manière d'enseigner de votre professeur de mathématiques ?	<input checked="" type="radio"/> Oui	Moyennement Non
Trouvez vous que votre professeur de mathématiques va trop vite ?	<input checked="" type="radio"/> Oui	Non
Trouvez vous qu'il y a trop de travail en mathématiques ?	Oui	<input checked="" type="radio"/> Non

Arrivez vous à suivre le rythme scolaire cette année ?	<input checked="" type="radio"/> Oui	Non	Si non, pourquoi ? ...
Êtes vous souvent absent ?	<input checked="" type="radio"/> Jamais	Plus d'une fois par mois	Plus de 5 fois par mois Plus de 10 fois par mois
Pour quels raisons êtes vous absent ?	Problème personnel	Démotivation scolaire	Malade <input checked="" type="radio"/> Autre (Précisez)
L'activité proposée aujourd'hui vous a t'elle intéressé ?	Trop bien Pas du tout	<input checked="" type="radio"/> Bien	Pas trop
Vous êtes vous senti utile lors de l'activité ?	<input checked="" type="radio"/> Oui	Moyennement	Non
Avez vous appris quelque chose ?	Oui	<input checked="" type="radio"/> Moyennement	Non
Comprenez vous mieux les mathématiques lors de ces activités ?	Totalement	<input checked="" type="radio"/> Moyennement	Pas du tout
Vous êtes vous senti à l'aise dans votre groupe ?	<input checked="" type="radio"/> Totalement	Moyennement	Pas du tout

Résumé

Dans ce mémoire de 2ème année de Master MEEF, je me suis intéressée au lien entre le jeu mathématique et l'activité mathématique. Dans une première partie je me suis intéressé aux différents articles et travaux déjà réalisés sur ce sujet, afin de pouvoir avoir en ma possession des éléments théoriques comme la définition du jeu mathématique et de l'activité mathématique nécessaires à la deuxième partie de ce mémoire qui concerne l'expérimentation. En effet, lors de cette deuxième partie, j'ai mis en œuvre dans ma classe le jeu mathématique du pavage de la cuisine, puis j'ai observé l'activité mathématique générée chez mes élèves.

Mots clés :

Jeu – Activité – Mathématique – Casse-tête - Recherche