



HAL
open science

Stratégies mises en place par les élèves pour résoudre un problème de compléments à 10 en cycle 1 : situation problème “ 10 dans un dortoir ”

Sofia Balaguer, Pamina Saucet

► To cite this version:

Sofia Balaguer, Pamina Saucet. Stratégies mises en place par les élèves pour résoudre un problème de compléments à 10 en cycle 1 : situation problème “ 10 dans un dortoir ”. Education. 2022. dumas-03978452

HAL Id: dumas-03978452

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-03978452>

Submitted on 8 Feb 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Master MEEF

« Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation »

Mention premier degré

Écrit réflexif

Stratégies mises en place par les élèves pour résoudre un problème de compléments à 10 en cycle 1

Situation problème « 10 dans un dortoir »

soutenu par

Sofia BALAGUER et Pamina SAUCET

le 04 mai 2022

en présence de la commission de soutenance composée de :

Christine CHOQUET, directrice de mémoire

Sommaire

SOMMAIRE	1
INTRODUCTION	2
1 APPORTS THÉORIQUES ET INSTITUTIONNELS	7
1.1 PROCÉDURES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES ET EFFICIENCE	7
1.2 DIFFÉRENTES POSSIBILITÉS DE DIFFÉRENCIATION	9
2 ANALYSE À PRIORI DE LA SITUATION “10 DANS UN DORTOIR”	11
2.1 LES PROCÉDURES DE RÉOLUTION	11
2.2 LES ACTIONS DE DIFFÉRENCIATION	12
3 ANALYSE À POSTERIORI DES SÉQUENCES MENÉES EN CLASSE	14
3.1 EXPÉRIMENTATION MENÉE DANS LA CLASSE DE SOFIA BALAGUER	14
3.1.1 CONTEXTE DE LA CLASSE ET DE L'ÉCOLE	14
3.1.2 LA DÉCOMPOSITION DES NOMBRES : LES OUTILS MIS EN PLACE DANS LA CLASSE	14
3.1.3 PRÉSENTATION DE LA SÉQUENCE D'APPRENTISSAGE	14
3.1.4 OBSERVATIONS RELEVÉES	15
3.2 EXPÉRIMENTATION DANS LA CLASSE DE PAMINA SAUCET	22
3.2.1 CONTEXTE DE LA CLASSE ET DE L'ÉCOLE	22
3.2.2 LA DÉCOMPOSITION DES NOMBRES : LES OUTILS MIS EN PLACE DANS LA CLASSE	23
3.2.3 INTRODUCTION À LA SITUATION « 10 DANS UN DORTOIR »	23
3.2.4 PHASE D'ENTRAÎNEMENT	24
3.2.5 LES PHASES DE DIFFÉRENCIATION	31
4 RÉSULTATS ET DISCUSSION	38
4.1 RÉSULTATS DES EXPÉRIMENTATIONS	38
4.1.1 PRÉREQUIS INDISPENSABLES	38
4.1.2 LA PROGRESSION DANS LES STRATÉGIES	39
CONCLUSION	42
BIBLIOGRAPHIE	44
TABLE DES RÉFÉRENCES	45
4^{ÈME} DE COUVERTURE	46

Introduction

Au cycle 1, les élèves apprennent « *en réfléchissant et en résolvant des problèmes concrets* » (Ministère de l'Éducation National [MEN], 2021, p.2). Les problèmes ouverts pour lesquels les élèves ne disposent pas immédiatement d'une réponse disponible favorisent leur réflexion et leur apprennent à développer des stratégies de résolution variées. L'enseignant se doit d'accompagner les élèves dans leur cheminement et d'encourager leurs essais.

La résolution de problème est notamment au cœur du domaine « Acquérir les premiers outils mathématiques ». Selon le programme, l'enseignant lorsqu'il propose une situation problème doit poursuivre plusieurs objectifs :

- Faire comprendre l'utilité du nombre notamment pour « *anticiper le résultat d'une action sur des quantités* » (MEN, 2021, p. 16).
- Encourager les élèves à utiliser du matériel et des stratégies variées pour apprendre à « *anticiper, choisir, décider, essayer, recommencer, se demander si la réponse obtenue convient et comment la vérifier* » (MEN, 2021, p. 16).
- Faire évoluer les stratégies des élèves pour qu'ils s'orientent vers des stratégies de plus en plus efficaces.

Dans les cycles suivants, la même importance est accordée à la résolution de problème :

- *Au cycle 2, « la résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves, développant leurs capacités à chercher, raisonner et communiquer. »* (MEN, 2015, p.55).
- *Au cycle 3, « la résolution de problèmes constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens. »* (MEN, 2015, p.89).

Cependant, malgré ces injonctions fortes à entraîner les élèves à la résolution de problèmes dès le plus jeune âge pour comprendre la fonction du nombre, les évaluations nationales de CP, CE1 et 6^{ème} de septembre 2021 indiquent qu'il faut renforcer les performances des élèves en résolution de problème. L'enquête TIMSS de 2019 montre par ailleurs que les résultats des élèves français (de CM1

et 4^{ème}) sont inférieurs à la moyenne de l'Union Européenne et qu'ils présentent des faiblesses en numération. Enfin, Rémi Brissiaud (2007) fait le constat que l'échec des élèves en mathématiques trouve sa source dans une mauvaise construction du nombre, dès l'école maternelle.

Dans une des deux classes étudiées pour cet écrit, un problème a été proposé aux élèves de grande section (GS) au cours de la deuxième période (novembre-décembre 2021) pour apprendre à utiliser le nombre comme mémoire de position. Dans cette situation problème, les élèves doivent reproduire un collier de 10 perles dont une est différente des autres. Les élèves ne peuvent observer le collier qu'une seule fois et doivent donc prendre des indices sur le nombre de perles et la position de la perle. L'enseignante constate qu'une partie des élèves de la classe (un peu moins de la moitié) réussit à résoudre le problème en dénombrant le nombre total de perles du collier ainsi que le nombre de perles à placer avant la perle différente. Parmi ces élèves, certains réussissent à employer des nombres ordinaux pour décrire le collier à réaliser. Cependant, plus de la moitié des élèves ne réussissent pas à prendre des indices sur le collier et ne semblent pas familiers avec l'utilisation de matériel et la mise en place de stratégies pour résoudre le problème.

Pour accompagner les élèves dans la résolution de problèmes nous avons fait le choix de proposer à nos élèves de grande section la situation "10 dans un dortoir" proposé par Dominique Valentin dans le manuel *Découvrir le monde avec les mathématiques, situations pour la grande section* (2005). Ce problème permet de travailler les compétences en vue de la maîtrise de trois attendus de fin d'école maternelle : « *parler des nombres à l'aide de leurs décompositions* », « *dire combien il faut ajouter pour obtenir des quantités ne dépassant pas 10* » et « *commencer à résoudre des problèmes de composition de deux collections, d'ajout et de retrait.* »

La situation problème « 10 dans un dortoir » peut être proposée à un groupe de 4 à 6 élèves de grande section. Sur la table sont disposées deux boîtes avec couvercle. Une boîte nommée « dortoir » contient 10 lits qui accueillent chacun un bébé. L'autre boîte est nommée « salle de jeux ». Les bébés qui ne dorment plus y sont placés. Les élèves doivent indiquer au professeur des écoles où sont les bébés : combien de bébés sont dans le dortoir et combien dans la salle de jeux.

La situation problème apparaît lorsque le dortoir est caché et que les élèves n'ont accès qu'au nombre de bébés présents dans la salle de jeux. A partir de là, les élèves cherchent le nombre d'enfants couchés dans le dortoir. Pour cela, ils utilisent les compléments à 10 : quel nombre dois-je ajouter au nombre d'enfants visibles pour atteindre 10 enfants en tout ?



Photographie 1 : Le matériel utilisé pour la situation "10 dans un dortoir"

Pour comprendre les objectifs d'apprentissages et les opérations attendues des élèves lors de cette situation problème, il est pertinent de s'intéresser à sa catégorisation. Pour la définir, nous retenons les deux classifications infra.

- Le groupe de recherche Ermel (2005) identifie cinq catégories de problèmes permettant chacune d'aborder différents apprentissages :
 - Les problèmes mettant en jeu deux collections permettent d'apprendre à comparer des collections, à en reproduire une, à en compléter une pour arriver à une collection de référence. Ils sont aussi l'occasion d'aborder les notions de double et de triple ;
 - les problèmes de repérage ordinal nécessitent de se situer et se repérer dans une suite de nombres ;
 - les problèmes d'anticipation consistent à chercher le résultat de la réunion ou division d'une collection. Au cycle 1, ils permettent avant tout aux élèves de comprendre que l'anticipation est possible et de chercher des stratégies de résolution ;

- les problèmes de partage nécessitent de diviser une collection d'objets en un certain nombre de parts équivalentes ou bien d'identifier combien d'objets chaque part contient ;
 - les problèmes d'échange d'objets de valeur différente permettent à l'élève de comprendre qu'un objet peut avoir une valeur supérieure à un (par exemple, un billet de cinq euros vaut cinq pièces d'un euro)
- Roland Charnay (1992) regroupe les problèmes en fonction des objectifs poursuivis :
 - Les situations problèmes permettent de construire de nouvelles connaissances ;
 - les problèmes de réinvestissement permettent d'utiliser des connaissances déjà étudiées ;
 - les problèmes de transfert permettent d'utiliser une connaissance acquise pour résoudre un autre problème ;
 - les problèmes d'intégration ou de synthèse nécessitent d'utiliser plusieurs connaissances en même temps ;
 - les problèmes d'évaluation sont l'occasion de faire le point sur les connaissances des élèves ;
 - les problèmes ouverts favorisent la recherche et l'acquisition de compétences méthodologiques.

Nous considérons que, selon la classification d'Ermel, le problème « 10 dans un dortoir » est un problème d'anticipation : les élèves connaissent la quantité totale d'objets et la quantité d'objets contenue dans une partie. Ils doivent anticiper combien de bébés seront révélés lorsque le plafond du dortoir sera levé. Selon la classification de Charnay, il s'agit d'une situation problème : les décompositions de 10 n'ont pas encore été abordées en classe, le problème « 10 dans un dortoir » doit permettre de construire une nouvelle connaissance liée aux décompositions de 10. Ce problème peut aussi être considéré comme ouvert car nous accordons une place importante à la phase de recherche par les élèves.

En proposant le problème « 10 dans un dortoir » à nos élèves de grande section, nous poursuivons ainsi plusieurs objectifs :

- Confronter les élèves à un problème pour leur apprendre à chercher une solution.
- Faire rechercher les décompositions de 10 aux élèves.
- Aller vers une mémorisation des décompositions de 10.

Notre réflexion sur les problèmes, les objectifs d'apprentissage poursuivis lors de ces situations et la conception d'une séquence d'apprentissage autour du problème « 10 dans un dortoir » nous amène à formuler plusieurs questionnements :

- Quelles procédures utilisent les élèves pour résoudre un problème de décompositions additives du nombre 10 ?
- Comment utiliser les variables didactiques pour faire émerger de nouvelles stratégies ?
- Comment utiliser les variables didactiques pour s'adapter aux besoins des élèves ?
- Comment favoriser le passage de manipulations passives aux manipulations actives, en vue de provoquer l'anticipation ?
- Est-il possible, pour un problème donné, d'identifier une progressivité dans les stratégies utilisées pour répondre au mieux aux besoins de chaque élève ?

Ces questionnements nous amènent à formuler la problématique suivante :

Dans la situation problème « 10 dans un dortoir », comment les stratégies de construction des compléments à 10 évoluent-elles en lien avec le matériel ?

Cette problématique guide la réflexion présentée dans cet écrit réflexif ainsi que la conception de la séquence d'apprentissage menée dans nos classes. Pour présenter nos recherches et notre réflexion sur cette question, nous commencerons, dans une première partie, par développer quelques apports théoriques sur la résolution de problème et la différenciation. Dans une seconde partie, nous présenterons le contexte de nos classes et la séquence prévue reposant sur une analyse à priori du problème et des stratégies employées par les élèves. La troisième partie présentera l'analyse à posteriori de la séquence. Nous analyserons enfin les résultats de cette expérimentation dans une quatrième partie.

1 Apports théoriques et institutionnels

Dans cette première partie, nous présentons quelques apports théoriques et institutionnels détaillant d'une part les stratégies susceptibles d'être mises en place par les élèves et d'autre part les différents types de différenciation que l'enseignant peut mettre en place pour accompagner ses élèves dans une meilleure maîtrise de la compétence visée.

1.1 Procédures de résolution de problèmes et efficience

Différentes ressources présentent les stratégies pouvant être mises en place par des élèves de fin de cycle 1 pour résoudre un problème. Les analyses sur le sujet proposent également une organisation de ces stratégies en fonction de leur efficacité ou du degré d'expertise nécessaire à l'élève pour les mettre en place.

Tout d'abord, le groupe de recherche Ermel (2005) identifie trois manières d'aborder les problèmes avec les élèves de grande section :

- La première approche repose sur une figuration complète de la situation, les élèves peuvent compter les objets présents.
- Une autre approche fait appel au comptage mental intériorisé, les élèves utilisent le surcomptage, par exemple.
- La dernière approche repose sur la mémoire à long terme et l'utilisation de méthodes et résultats mémorisés.

Le guide *Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP* (MEN, 2021) identifie également trois stratégies de niveau d'expertise croissant :

- Un dénombrement élémentaire qui s'appuie sur des représentations figuratives des collections (par exemple, des dessins de bébés) ;
- un dénombrement qui s'appuie sur des représentations symboliques de collections (par exemple, des traits pour représenter les bébés) ;
- un calcul plus ou moins explicite et formalisé (par exemple, des écritures chiffrées du nombre de bébés ou des signes mathématiques comme + ou =)

De leur côté, pour résoudre le problème « 10 dans un dortoir », Valentin et Viennot (2001) identifient les procédures suivantes, classées par degré d'expertise croissant :

- L'élève recourt au dessin. Il peut dessiner les bébés visibles d'un côté puis dessiner des bébés en surcomptant pour atteindre 10 bébés en tout ou bien dessiner 10 lits ou 10 bébés et barrer le nombre de bébés visibles.
- L'élève se sert de la bande numérique. Il peut partir de 10 et compter le nombre de bébés à rebours pour identifier le nombre de bébés cachés ou bien compter le nombre de cases nécessaires pour atteindre 10 à partir du nombre indiquant la quantité de bébés visibles.
- L'élève utilise ses doigts pour représenter la situation.
- L'élève fait appel aux décompositions déjà mémorisées.

De ces différentes catégorisations, il est possible d'extraire le tableau suivant qui classe les stratégies pouvant être mises en place dans la situation « 10 dans un dortoir ». Les stratégies sont classées selon leur niveau d'abstraction et donnent une idée du niveau d'expertise attendu de l'élève.


	Degré d'abstraction	Stratégie
	Pas d'abstraction Manipulation effective	Utiliser une collection équivalente
	Peu d'abstraction Manipulation effective	Dessiner la situation
	Légère abstraction Manipulation effective	Représenter la situation
		Utiliser ses doigts
	Abstraction Manipulation mentale	Utiliser un calcul explicité ou formalisé
		Utiliser le calcul mental
		Utiliser des faits numériques déjà connus

Tableau 1 : Classification des stratégies élèves en fonction de leur degré d'abstraction

Comme le souligne Charnay (1992), les problèmes permettent de valoriser les différences entre les élèves : selon leurs capacités, les élèves n'adoptent pas tous les mêmes stratégies. L'enseignant se doit de recueillir des informations sur les procédures utilisées pour les exploiter par la suite. Ces observations permettent notamment de différencier l'enseignement.

1.2 Différentes possibilités de différenciation

Pour permettre aux élèves de s'approprier la situation problème et de développer des techniques de plus en plus expertes, l'enseignant devra différencier son enseignement.

Feyfant (2016) cite les conseils aux futur.e.s enseignant.e.s de Sylvain Grandserre. Ce dernier considère que pour différencier, l'enseignant doit actionner tous les leviers d'une classe :

- le temps accordé à chaque élève pour réaliser une tâche,
- la difficulté des exercices proposés,
- les outils mis à disposition des élèves,
- la quantité de travail donnée à chaque élève,
- les aides apportées par l'adulte ou par les camarades,
- l'autonomie donnée aux élèves (indications d'étapes par exemple),
- l'organisation du temps de travail (alternance entre le travail collectif et individuel).

Ces conseils éclairent les dispositifs de différenciation proposés par Feyfant (2016) :

Dispositifs de différenciation	Activité de l'enseignant	Exemple de mise en œuvre
Contenus	L'enseignant adapte le contenu d'apprentissage aux caractéristiques des élèves (ce qu'ils apprennent et comment ils apprennent). L'enseignant vise un apprentissage commun mais avec des niveaux d'exigence différents selon les élèves.	<ul style="list-style-type: none">- Attentes différenciées- Procédures ou matériel différent
Processus	L'enseignant propose différents moyens aux élèves pour favoriser leur apprentissage et réaliser une activité.	<ul style="list-style-type: none">- Modalités d'organisation du travail : accompagné, en atelier- Tutorat- Activités de réinvestissement pour certains élèves- Métacognition

Productions d'élèves	L'enseignant fait varier les activités, outils ou supports proposés aux élèves.	<ul style="list-style-type: none"> - Différentes organisations de la classe : travail seul ou en groupe - Différentes formulations des savoirs - Evaluation par graduation de compétences
Structures	L'enseignant fait varier l' organisation du temps ou de l'espace pour s'adapter aux besoins des élèves.	<ul style="list-style-type: none"> - Temps plus ou moins conséquent accordé aux élèves - Création de groupes de besoins.

Tableau 2 : Quatre dispositifs de différenciation

Pour compléter cette analyse de la pédagogie différenciée, Feyfant (2016) rappelle les trois moments où elle peut avoir lieu :

Moments de la différenciation	Objectifs visés
Avant l'enseignement	Préparer les élèves à l'apprentissage en testant les prérequis des élèves et / ou en réactivant certaines notions.
Pendant l'enseignement	Soutenir les élèves qui en ont besoin, notamment en adaptant les supports, consignes ou exigences. Évaluer certains élèves pour connaître leurs progrès.
Après l'enseignement	Consolider ou réviser les savoirs. Automatiser les procédures.

Tableau 3 : Trois moments de la différenciation

Ainsi les éléments théoriques nous donnent quelques idées des procédures que nous pouvons attendre de nos élèves et des pistes de différenciation que nous pourrions mettre en place pour les accompagner dans la maîtrise de stratégies de plus en plus expertes. Ces apports guident la conception de notre séquence et l'analyse à priori de la situation.

2 Analyse à priori de la situation “10 dans un dortoir”

Nous avons émis plusieurs hypothèses sur les procédures de résolution utilisées par les élèves et sur les besoins de différenciation. Ce sont ces hypothèses, soutenues par nos lectures préalables qui ont guidé la conception de notre séquence centrée sur le problème « 10 dans un dortoir. »

2.1 Les procédures de résolution

La première phase de jeu, dite d'appropriation du matériel (dortoir visible et salle de jeux cachée) a pour objectif de faire comprendre aux élèves que 10 bébés peuvent être répartis entre 2 espaces dont un est caché. Pendant cette phase, nous nous attendons à ce que les élèves comptent le nombre de lits vides pour indiquer le nombre de bébés qui sont dans la salle de jeux.

La deuxième phase de jeu est dédiée à la résolution du problème (dortoir caché et salle de jeux visible). L'objectif est que les élèves comprennent qu'il faut chercher les compléments à 10 pour résoudre le problème.

Nous avons anticipé que les élèves résolvent le problème en utilisant des procédures plus ou moins expertes telles que :

- Placer une réglette cuisenaire¹ correspondant au nombre de bébé visibles (par exemple la réglette de 3 unités) sous une réglette cuisenaire de 10 unités (réglette de référence) et chercher quelle réglette permet de compléter la première pour obtenir un ensemble faisant la même taille que la réglette de référence (ici la réglette de 7 unités vient compléter celle de 3 unités).
- Utiliser le dessin (figuratif ou symbolique) en dessinant d'abord le nombre de bébés visibles dans la salle de jeux, puis en en dessinant pour compléter la collection jusqu'à 10 bébés au total.
- Matérialiser le nombre de bébés visibles dans la salle de jeux (par exemple 4) avec les doigts puis compter le nombre de doigts manquants pour faire 10 (1, 2, 3, 4, 5, 6).

¹ Les réglettes cuisenaires sont des bâtonnets pouvant être utilisés en numération. Chaque réglette est personnalisée par sa longueur, sa couleur, sa relation avec les autres. Ainsi la réglette blanche est composée d'un cube d'un centimètre de côté. La réglette rouge est composée de deux cubes d'un centimètre de côté, elle représente deux unités. La réglette vert clair représente trois unités.... Ce matériel avait déjà été utilisé pour la numération dans une des classes observées.

- Utiliser quelques faits numériques déjà mémorisés, comme « 1 main (de 5 doigts) et 1 main (de 5 doigts), ça fait 10 doigts en tout; donc 5 et encore 5 ça fait 10 en tout. »

Nous pensons à priori que :

- L'utilisation du matériel induit différentes stratégies.
- Les élèves choisissent d'abord les stratégies avec lesquelles ils sont le plus à l'aise puis cherchent rapidement à aller vers celles qui sont plus efficaces.
- Le rôle de l'enseignant est d'aider les élèves à utiliser les procédures plus efficaces et de les accompagner vers l'abstraction.
- L'objectif de l'enseignant est double : d'une part permettre aux élèves d'acquérir différentes techniques pour résoudre un problème lié au complément à un nombre ; d'autre part de faire mémoriser certains faits numériques aux élèves.

2.2 Les actions de différenciation

Conscientes des différences de compétences et de savoirs de nos élèves dans le domaine de la numération, nous avons prévu un enseignement différencié pendant et après la situation problème :

- Pour les élèves qui n'ont pas compris le problème (qui ne repèrent pas qu'il y a toujours 10 bébés) :
 - Donner aux élèves des étiquettes de 1 à 9 bébés à compléter jusqu'à 10 avec des étiquettes-bébés
 - Proposer le jeu du dortoir en laissant les deux parties visibles
 - Reprendre la situation problème en plus petits groupes pour permettre à l'enseignant de se concentrer sur les besoins des élèves.
- Pour les élèves qui savent qu'il y a 10 bébés mais qui n'arrivent pas à mettre en place des stratégies de résolution et pour les élèves qui ont déjà des stratégies de résolution :
 - Proposer des activités de composition du nombre 10 et de la quantité 10 grâce à des cartes à jouer avec des symboles analogiques (constellations, doigts), des collections témoins (animaux) et des chiffres.
 - Créer un « tapis de 10 » avec des réglettes cuisinaires pour identifier toutes les décompositions binaires de 10.

- Faire refaire la situation “10 dans un dortoir” aux élèves, en autonomie.
- Faire jouer les élèves à un jeu de cartes² utilisant les différentes décompositions de 10 comme cela est proposé par Dominique Valentin à la fin de son article.
- Pour l'ensemble des élèves :
 - Veiller à proposer du matériel et des stratégies variés et encourager les élèves à les utiliser : du plus concret (utilisation des réglettes cuisenaire) au plus abstrait (utilisation de faits numériques mémorisés)
 - Varier les organisations de travail : en petits groupes (pour les temps de recherche et d'entraînement) et en collectif (pour les mises en commun et l'institutionnalisation)

² Le jeu peut être joué selon différentes règles mais l'objectif principal est que les élèves réussissent à constituer des paires en associant deux cartes dont la somme est égale à 10.

3 Analyse à posteriori des séquences menées en classe

3.1 Expérimentation menée dans la classe de Sofia Balaguer

3.1.1 Contexte de la classe et de l'école

J'enseigne, les jeudis et vendredis, dans une des quatre écoles primaires de Pornichet, en classe de moyenne section et grande section (MS-GS). Ma classe compte vingt-huit élèves. Onze GS et deux MS « à haut potentiel intellectuel » constituent le groupe-classe de GS.

Avec mon complément de service, en début d'année, nous nous sommes réparti les domaines d'apprentissages, notamment concernant « Acquérir les premiers outils mathématiques » :

- Stagiaire : Explorer des formes, des grandeurs, des suites organisées
- Complément de service : Découvrir les nombres et leurs utilisations

3.1.2 La décomposition des nombres : les outils mis en place dans la classe

En période 2, mon complément de service a travaillé les compléments à 5 avec l'ensemble des élèves de MS et GS. Depuis, elle utilise en rituel du matin l'album 3, 4, 5, 6, 7 avec les animaux du jardin de Rémi Brissiaud.

Les élèves utilisent fréquemment des cubes emboîtables sécables (notamment lors du rituel d'accueil de constitution des deux tours d'élèves présents : une tour pour les filles et une tour pour les garçons). Le dernier jour de la période 2 le Père Noël a offert à la classe un coffret de réglettes cuisenaire.

3.1.3 Présentation de la séquence d'apprentissage

Cette séquence s'est déroulée :

- en début de période 3 ;
- sur 6 séances de 30 minutes, à raison de 2 séances par semaine ;
- avec les 11 GS ainsi que les 2 MS à haut potentiel ;
- en début d'après-midi, après un temps calme, pendant que les MS sont à la sieste.

L'ensemble des séances a été documenté (filmé ou photographié).

3.1.4 Observations relevées

Étape 1 | Résolution du problème sans matériel

Lors des deux premières séances les élèves se sont rapidement appropriés le matériel et le problème.

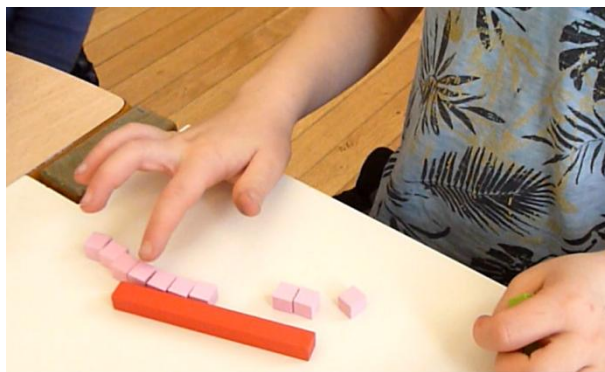
- Tous les élèves ont bien saisi qu'il y a toujours dix bébés
- Dans la première phase de jeu (dortoir visible et salle de jeux cachée), tous les élèves ont réussi à trouver le nombre de bébés dans la salle de jeux :
 - Soit en comptant le nombre de lits vides : « Il y a 3 lits vides donc 3 bébés sont dans la salle de jeux. »
 - Soit en comptant le nombre de bébés manquants : « Il manque 3 bébés donc il y a 3 bébés dans la salle de jeux. »
- Dans la deuxième phase de jeu (dortoir caché et salle de jeux visible) :
 - 9/13 élèves ont réussi à trouver le nombre de bébés dans le dortoir :
 - Soit en utilisant des décompositions déjà mémorisées comme 5 et 5 ou 6 et 4.
 - Soit en comptant sur leurs doigts : « j'ai levé 2 doigts et j'ai compté les doigts qui étaient encore pliés » (avec les lèvres en contact successivement avec chaque doigt plié)
 - Soit en surcomptant à partir du nombre de bébés dans la salle de jeux, par exemple « il y a 8 bébés dans la salle de jeux. Après 8, c'est 9 et 10 (en levant le pouce puis l'index de la main). Donc il y a 2 bébés dans le dortoir. »
 - Soit en utilisant un calcul après comptage-numérotage du nombre de bébés dans la salle de jeux, par exemple « j'ai dit qu'il y avait 3 bébés, donc je retire 3 doigts [de mes 2 mains ouvertes]. Je les garde de côté. Il me reste 7 doigts. Donc il y a 7 bébés dans le dortoir. »
 - 4/13 n'ont pas trouvé le nombre de bébés dans le dortoir :
 - Soit ils ont dit « je ne sais pas »
 - Soit ils ont donné une réponse erronée :
 - Un nombre au hasard
 - Le nombre de bébés visibles dans la salle de jeux

Étape 2 | Résolution du problème avec matériel

Pour la troisième séance, j'ai mis à disposition du matériel de recherche pour tous les élèves (cubes emboîtables sécables, files numériques, ardoises et feutres, feuilles blanches et crayons de bois et réglettes cuisenaires).

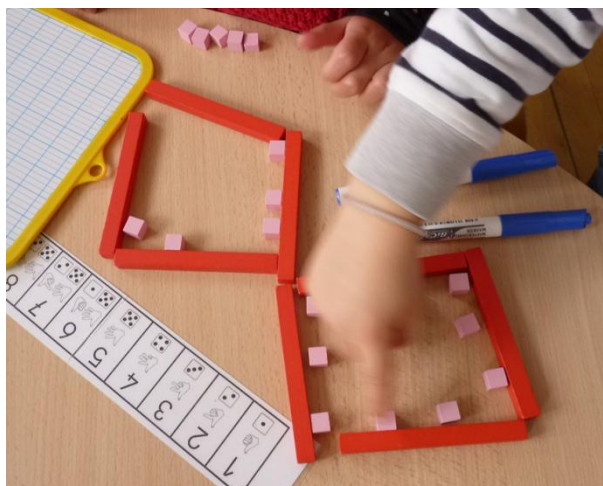
Ce matériel a permis aux élèves en réussite de vérifier par la manipulation leurs résultats trouvés sans matériel :

- L'élève R a utilisé les réglettes cuisenaires pour vérifier que « *avant il y en avait 10, on en a retiré 3, alors il en reste 7* », mais il dit de manière erronée « *parce que 10 plus 3 ça fait 7.* »



Photographie 2 : Utilisation des réglettes cuisenaires pour la vérification de la décomposition du nombre 10 en 7 et 3

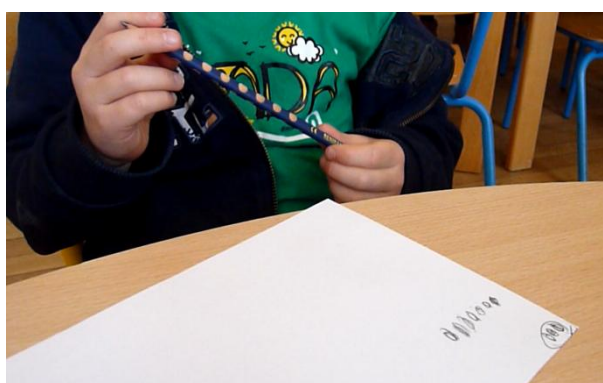
- L'élève M a :
 - écrit le nombre 7 sur son ardoise pour les 7 bébés dans le dortoir. Il a peut-être découvert la fonction du nombre « garder la mémoire d'une quantité » puisque d'habitude très rapide à donner la réponse, il a accepté de patienter ;
 - représenté la situation en détournant les réglettes pour construire un dortoir avec ses 10 lits.



Photographie 3 : Utilisation des réglettes cuisenaires pour représenter la situation

Le matériel a permis aux élèves en difficulté de résoudre le problème « dortoir caché, salle de jeux visible » :

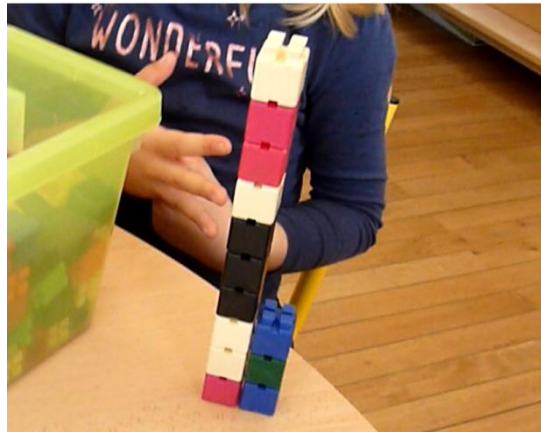
- L'élève I a utilisé le dessin. Il a représenté les bébés par des « *petits ronds* ». Il a d'abord dessiné une première sous-collection de 3 petits ronds (pour les 3 bébés dans la salle de jeux) en leur attribuant à chaque fois un numéro : 1, 2, 3. Puis il a dessiné une deuxième sous-collection de 7 petits ronds (pour les 7 bébés restés dans le dortoir) toujours en leur attribuant un numéro : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Il explique dessiner ces ronds par estimation. Enfin, il a compté la collection entière pour vérifier qu'il y en avait bien 10 en tout.



Photographie 4 : Utilisation du dessin pour représenter la situation

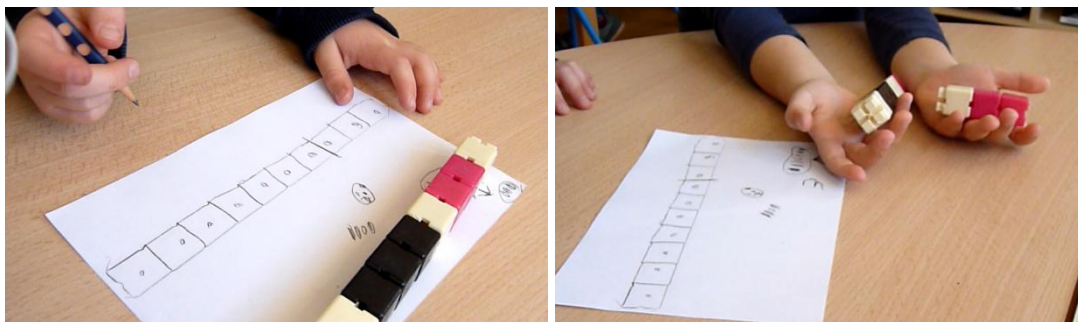
- L'élève V a choisi d'utiliser des cubes emboîtables sécables :
 - En première instance l'élève V a construit 2 tours (l'une de 10 cubes pour les 10 bébés en tout et l'autre de 3 cubes pour les 3 bébés

dans la salle de jeux), mais n'arrive pas à résoudre le problème : il conclut « il y a 10 bébés dans le dortoir ».



Photographie 5 : Utilisation des cubes pour représenter la situation

- Puis l'élève I est intervenu en proposant un dessin, ce qui a permis à l'élève V de résoudre le problème en séparant la tour de 10 cubes en deux tours de 3 et 7 cubes.



Photographie 6 : Utilisation des cubes pour représenter la situation, après étayage d'un élève

- L'élève E a utilisé la file numérique, alors que ce matériel n'était pas proposé par l'enseignant, en y plaçant les bébés réveillés (ici 2) pour en déduire le nombre de bébés couchés (ici 8)



Photographie 7 : Utilisation de la file numérique pour représenter la situation

Finalement tous les élèves ont réussi à résoudre le problème :

- grâce au matériel ;
- en s'observant et en s'aidant les uns les autres grâce à mes interventions :
« *Peux-tu, élève I, expliquer aux autres comment tu as fait ?* » ou
« *Comment est-ce qu'on peut aider élève V ?* ».

Étape 3 | Entraînement différencié et première institutionnalisation

Pour la quatrième séance, j'ai proposé deux ateliers de Memory dont le but était de reconstituer des paires « pour faire dix ». J'ai demandé dans les deux cas aux élèves de noter les paires trouvées sur des ardoises blanches :

- Pour les élèves ayant plus de facilité, j'ai proposé des cartes avec des représentations chiffrées des nombres. Les combinaisons trouvées étaient toutes justes.



Photographie 8 : Jeu de Memory "les nombres"

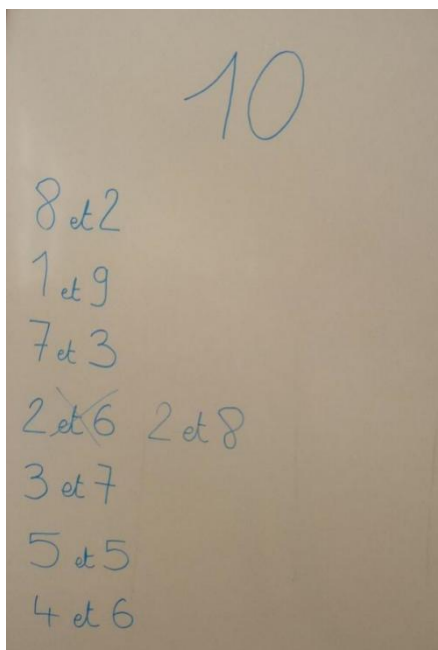
- Pour les élèves en difficultés, j'ai proposé des cartes avec des collections témoin. Les combinaisons trouvées n'étaient pas toutes exactes.



Photographie 9 : Jeu de Memory "collections témoin"

Nous avons ensuite compilé les combinaisons que j'ai écrit sur le tableau blanc de la classe.

Nous avons ensemble vérifié toutes les combinaisons, grâce à des cubes et avons éliminé « 2 et 6 » qui ne font pas 10.



Photographie 10 : Bilan des décompositions trouvées par les élèves (première institutionnalisation)

Étape 4 | Consolidation et deuxième institutionnalisation

Pour la cinquième séance, j'ai proposé aux élèves de retrouver les combinaisons, prétextant avoir effacé le tableau sans avoir fait de photographie. Comme en troisième séance j'ai divisé le groupe-classe en 3 groupes de besoin de quatre élèves :

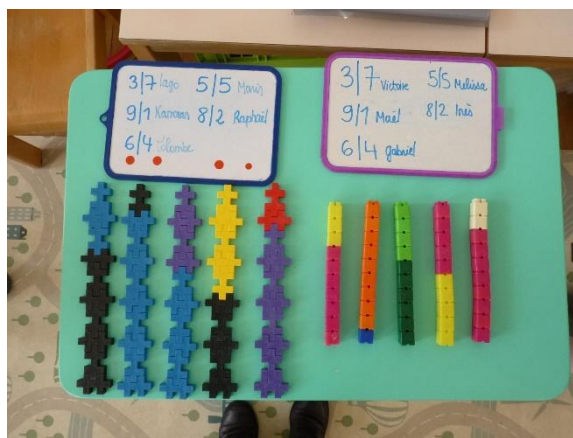
- Deux groupes en autonomie :
 - Les plus performants avec des cartes « nombres » ;
 - ceux en réussite mais lents, avec des cartes « constellations du dé » ;
- Un dernier groupe dont les élèves ont encore besoin de se représenter la situation, avec qui j'ai repris la situation du dortoir.

Puis les trois groupes ont partagé les résultats trouvés, qu'ils ont vérifiés en réalisant des tours de cubes. J'ai noté les combinaisons trouvées. Pour certains groupes il en manquait, mais elles étaient toutes exactes.



Photographie 11 : Bilan des décompositions trouvées par les élèves (deuxième institutionnalisation)

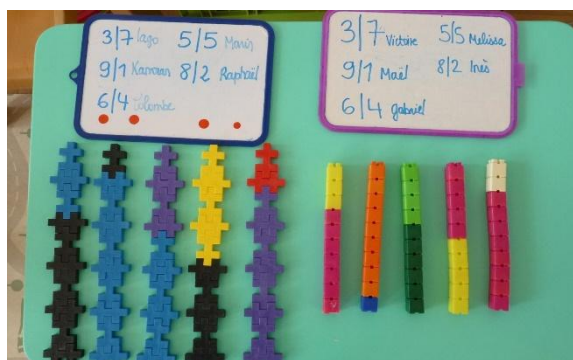
Pour la sixième séance, j'ai confié aux élèves la tâche de réaliser des collections de cubes et de Plus-Plus pour disposer dans la classe d'un référentiel.



Photographie 12 : Bilan des décompositions trouvées par les élèves (troisième institutionnalisation)

Étape 5 | Institutionnalisation finale et évaluation

La table verte avec les collections-témoins est restée en place deux semaines. Depuis, la photographie de l'institutionnalisation a été affichée en classe, à côté de cette table, où je propose régulièrement aux élèves de refaire à deux le jeu du dortoir en situation « dortoir caché, salle de jeux visible ». Je leur propose de s'aider de l'affichage s'ils ne se souviennent plus des décompositions du 10. La prochaine étape va être de les observer pour savoir maintenant comment ils résolvent ce problème.



Photographie 13 : Affichage de l'institutionnalisation finale

3.2 Expérimentation dans la classe de Pamina Saucet

3.2.1 Contexte de la classe et de l'école

J'enseigne dans une école maternelle nantaise de quatre classes. Je partage une classe de moyenne et grande section avec la directrice de l'école. La classe accueille onze élèves de MS et dix-huit GS. Le tableau ci-dessous présente la répartition des élèves de grande section en fonction de leurs capacités et besoins en mathématiques.

Capacités et besoins en mathématiques des élèves de grande section (effectif 18)	
Élèves comprenant très rapidement les situations d'apprentissage	5
Élèves répondant aux attentes du programme de cycle 1	8
Élèves rencontrant des difficultés de compréhension des situations d'apprentissage	5

Tableau 4 : Répartition des élèves de grande section en fonction de leurs capacités et besoins en mathématiques.

Avec mon complément de service, nous nous répartissons les compétences à faire acquérir à nos élèves à chaque période. Cela nous permet d'aborder chacune les différents domaines avec les élèves afin d'évaluer conjointement les connaissances et compétences de chacun. Du fait de cette répartition, j'ai travaillé les compétences suivantes avec les élèves de grande section pour le domaine « Acquérir les premiers outils mathématiques » :

- connaître les différentes représentations des nombres jusqu'à 5 (jeux de mémoire principalement) ;

- utiliser le nombre pour exprimer une position ;
- dénombrer des quantités jusqu'à 10.

Mon complément de service a travaillé les éléments suivants :

- dénombrer des quantités jusqu'à 6 ;
- utiliser le nombre comme mémoire d'une quantité ;
- décomposer le nombre 5 ;
- différencier et classer des formes simples.

3.2.2 La décomposition des nombres : les outils mis en place dans la classe

Mon complément de service ayant déjà abordé la décomposition de certains nombres (jusqu'à 5), les élèves sont déjà familiarisés avec certains outils. Pour aborder les premières décompositions, ils ont notamment utilisé des réglettes cuisenaires. La plupart des élèves associent la couleur de chaque réglette au nombre de cubes qui la composent. Pour réinvestir les apprentissages, la classe a également commencé à utiliser l'album 5, 6, 7, 8, 9, 10 avec les animaux de la maison de Rémi Brissiaud.

3.2.3 Introduction à la situation « 10 dans un dortoir »

J'ai mené la séquence autour de la situation « 10 dans un dortoir » au cours de la troisième période et au début de la quatrième. J'ai présenté une première fois la situation aux élèves de GS répartis en trois groupes de 6 élèves lors d'ateliers prévus en début de matinée. Lors de cette première approche de la situation, la répartition des stratégies mises en place est la suivante :

- Deux élèves semblaient utiliser des faits numériques déjà mémorisés ou un calcul de tête pour donner une réponse, toujours correcte. Ces élèves n'étaient cependant pas en mesure d'expliquer la procédure utilisée aux autres élèves du groupe.
- Sept élèves ont utilisé leurs doigts pour représenter la situation souvent en levant autant de doigts que de bécots visibles. Cette procédure était cependant régulièrement source d'erreurs lorsque les élèves comptaient les doigts restés baissés.
- Onze élèves n'ont pas été en mesure, seuls, de développer une stratégie pour résoudre le problème. Pour valider les résultats, j'ai présenté deux

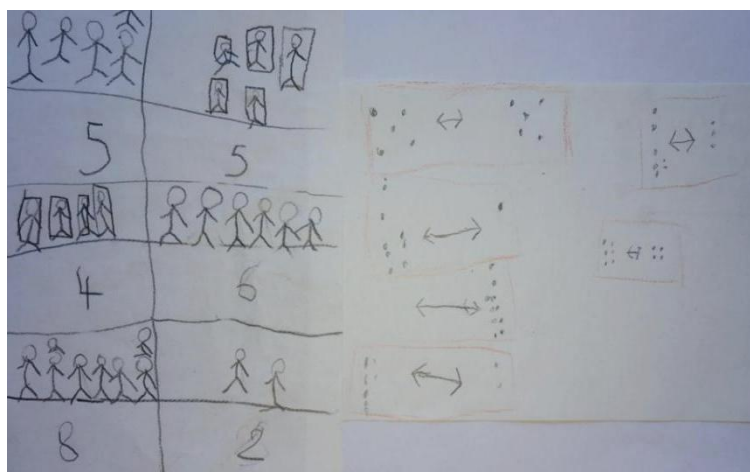
solutions aux élèves : l'utilisation des doigts de la main et l'utilisation des réglettes cuisenaires.

- Parmi ces onze élèves, cinq n'étaient pas en mesure d'indiquer le nombre de bébés en jeu même après que la situation a été réitérée plusieurs fois. Ces élèves n'étaient pas capables d'utiliser les procédures présentées en classe car ils étaient en incapacité d'indiquer le nombre référence (dix bébés) ou de faire le lien entre le nombre de bébés et une collection annexe (doigts, unités sur une réglette cuisenaire). Pour accompagner ces élèves dans la résolution du problème, j'ai repris la situation avec eux sur des temps d'activités pédagogiques complémentaires (APC).

3.2.4 Phase d'entraînement

À la suite de cette première introduction à la situation problème, les élèves se sont exercés, accompagnés par l'ATSEM de la classe, à résoudre le problème. Ces entraînements ont également eu lieu sur les temps d'ateliers de début de matinée. Mon objectif lors de ces séances était que les élèves développent différentes stratégies pour résoudre le problème en utilisant du matériel varié.

En parallèle, sur des ateliers autonomes, les élèves se sont entraînés à identifier et mémoriser les décompositions de 10. Ils ont cherché les décompositions de 10 en dessinant toutes les solutions au problème, en réalisant un "tapis de 10" avec des réglettes cuisenaires puis en le reproduisant avec des réglettes papier sur une feuille comportant le nombre de solutions à trouver. Les élèves les plus experts ont joué à un jeu de cartes pour commencer à mémoriser les décompositions de 10. Les élèves les moins experts ont complété des collections pour obtenir des collections de 10 objets.

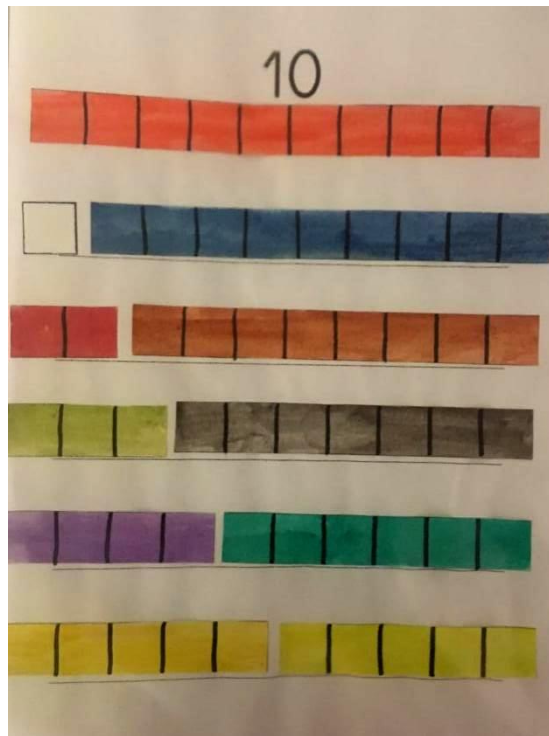


Photographie 14 : Recherche des solutions au problème par deux élèves



Photographie 15 : Tapis de 10 avec des réglottes cuisenaire

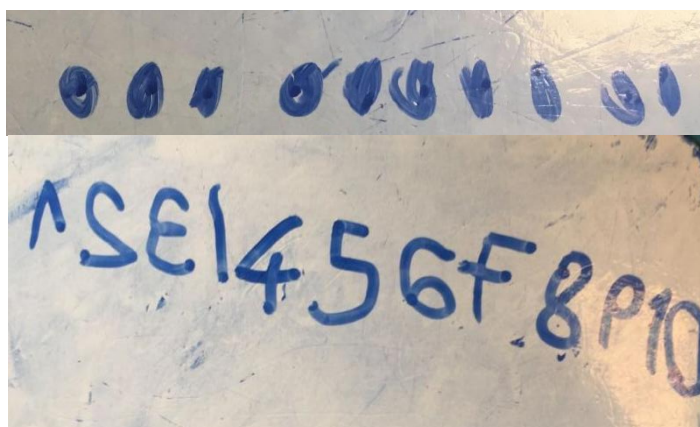
Le travail de recherche des décompositions de dix a été repris avec la classe en bilan des apprentissages. J'ai présenté une feuille reprenant toutes les décompositions. Les élèves l'ont utilisé (lors d'un regroupement en classe) pour résoudre des problèmes similaires à celui du dortoir (« J'ai dix bonbons dans ma chambre, en croisant ma sœur dans le couloir, je vois qu'elle m'en a pris trois, combien en reste-t-il dans ma chambre ? »). Cette feuille n'a pas été utilisée depuis par les élèves pour résoudre le problème du dortoir.



Photographie 16 : Affiche servant à l'institutionnalisation

Lors des séances d'entraînement avec l'ATSEM de la classe, les élèves disposaient d'ardoises, de réglettes cuisenaires, de cubes emboîtables sécables d'une file numérique numérotée jusqu'à 30 et d'une file numérique vierge comportant 10 cases. Ils ont mis en place les stratégies suivantes :

- Dessins ou écriture sur l'ardoise, les bébés sont représentés par des points ou des nombres :
 - L'élève fait un point pour chaque bébé visible puis complète sa collection pour atteindre dix en laissant un espace entre la première et la seconde collection afin de mémoriser la séparation. D'autres élèves ont utilisé la même procédure mais ont écrit la suite des nombres jusqu'au nombre de bébés visibles puis ont tracé un trait de séparation et poursuivi l'écriture de la suite de nombres jusqu'à dix.



Photographie 17 : Production d'élèves - la collection est complétée pour identifier le nombre de bébés cachés

L'élève trace dix points sur son ardoise et entoure le nombre de bébés visibles puis compte les points non entourés.



Photographie 18 : Production d'élèves - la collection est représentée entièrement puis les bébés visibles sont entourés

- Utilisation des doigts de la main :
 - L'élève lève autant de doigts que de bébés visibles et compte les doigts baissés (dénombrement).
 - L'élève lève autant de doigts que de bébés visibles puis lève un à un ses autres doigts en récitant la file numérique à partir de 1 (surcomptage).
 - L'élève lève autant de doigts que de bébés levés puis utilise un fait numérique déjà connu pour identifier le nombre de bébés cachés : « *J'ai fait un groupe avec trois doigts et j'ai rajouté les 10 doigts en les séparant et j'ai vu 5 doigts sur une main et 2 sur l'autre et je savais que ça faisait 7.* »
- Utilisation de la file numérique numérotée :
 - L'élève cache le nombre de cases correspondant à la quantité de bébés déjà connue puis compte chaque case en reprenant la comptine numérique à partir de 1 et en arrêtant de compter lorsqu'il a atteint la case 10.

- L'élève place son doigt sur le nombre correspondant à la quantité de bébés visibles puis compte chaque case en reprenant la comptine numérique à partir de 1 et en arrêtant de compter lorsqu'il a atteint la case 10.

Pour faire évoluer les pratiques des élèves, l'ATSEM demandait systématiquement à un élève de présenter la procédure utilisée pour résoudre le problème afin de valider la procédure et le résultat avec le groupe. Les élèves qui n'avaient pas réussi à mettre en place une stratégie satisfaisante étaient encouragés à utiliser cette stratégie lors de la situation suivante. A l'inverse, les élèves qui avaient à deux reprises utilisé un outil avec succès se voyaient proposer un autre outil pour chercher une manière différente de résoudre le problème. Cependant, après analyse des transcriptions de séances, il apparaît que les élèves se sont parfois vu proposer des outils nécessitant des procédures moins expertes pour résoudre le problème, l'utilisation des outils n'a alors pas été adéquate comme le témoigne cet échange :

ATSEM : "Élève A, tu as réussi à trouver la solution avec tes doigts, pour cette nouvelle partie, je voudrais que tu cherches la solution avec l'ardoise."

Élève A présente une ardoise sur laquelle le nombre de bébés cachés est écrit avec un nombre.

ATSEM : « Je suis d'accord, il s'agit du bon nombre de bébés mais je ne vois pas la manière dont tu as réussi à résoudre le problème, montre-moi sur l'ardoise comment tu fais. »

Élève A présente une ardoise sur laquelle sont représentés des bébés mais uniquement les bébés cachés.

Les phases d'entraînement ont finalement permis aux élèves :

- De comprendre le problème
- D'identifier des stratégies de résolution de problème
- De faire évoluer leurs stratégies de résolution comme présenté dans le tableau ci-dessous.

Stratégies utilisées	Phase de découverte	Nombre d'élèves utilisant la stratégie		Observations
		En phase 1 (entraînement)	En phase 2 (après entraînement)	
Cubes emboîtables sécables	Pas proposé dans la phase de découverte.	4	2	Cet outil a été proposé pendant la phase d'APC présentée plus bas. Les deux élèves concernés en phase 2 ne sont pas systématiquement en mesure d'utiliser cette stratégie de manière autonome.
Dessin complété à partir du nombre de bébés visibles	Matériel présent sur la table mais pas mis en avant par l'enseignante, aucun élève ne s'en est servi	8	7	Cinq des élèves concernés au cours de la phase 1 conservent cette technique en phase 2. Deux élèves qui utilisaient les cubes utilisent cette technique en phase 2.
Dessin présentant la quantité de référence et sur lequel sont entourés les bébés visibles		1	1	L'élève qui utilisait cette technique en phase 1 utilise la technique présentée ci-dessous en phase 2. L'élève qui utilise cette technique en phase 2 utilisait des cubes en phase 1.
Doigts de la main en comptant le nombre de doigts non levés	7, parfois avec erreurs	4	4	Les élèves qui utilisaient la stratégie en phase 1 ont évolué vers les trois stratégies plus expertes présentées ci-dessous. Les 4 élèves qui utilisent la stratégie à l'issue de la phase 2 utilisaient le dessin en phase 1.
Doigts de main en surcomptant le nombre de bébés	0	0	2	

Utilisation des doigts de la main cumulée au recours à des faits numériques	0	0	1	
Utilisation de la file numérique	0	1	1	L'élève qui utilise cette technique a évolué dans sa stratégie : en phase 1, il cachait les cases correspondant au nombre d'enfants visibles, en phase 2, il compte le nombre d'enfants cachés à partir de la case présentant le nombre d'enfants visibles.
Réglattes cuisenaires	Les réglattes sont proposées sans résultat concluant aux élèves (choix erronés de la réglatte de référence dans la plupart des cas).	3	0	Lors de la phase 1, les réglattes sont proposées à trois élèves en réussite. Les élèves cherchent le complément à dix en utilisant plus d'une réglatte.
Faits numériques mémorisés	2	Les phases d'entraînement menées par la suite laissent penser que les élèves utilisaient en réalité leur doigt de manière discrète pour résoudre le problème.		

Tableau 5 : Évolution des procédures utilisées par les élèves

3.2.5 Les phases de différenciation

Face aux différents degrés de compréhension du problème et des stratégies utilisées pour le résoudre, j'ai mis en place plusieurs actions de différenciation pédagogique.

La première action de différenciation, généralisée à toute la classe, a été de **proposer des tâches différentes** aux élèves en fonction de leur niveau de compréhension du problème et des décompositions de 10. Ainsi, j'ai demandé aux élèves qui semblaient rencontrer des difficultés à compléter une collection pour atteindre 10 objets, de compléter plusieurs collections avec des objets mobiles et visibles. Au contraire, les élèves qui semblaient avoir déjà mémorisé certains faits numériques et avaient déjà développé certaines techniques efficaces pour identifier un complément à 10 ont joué à un jeu de cartes pour approfondir leurs connaissances.

Une seconde action de différenciation a été la **constitution de groupes de besoin** : lors de la phase d'entraînement, les élèves ont cherché à résoudre le problème avec des camarades utilisant des stratégies similaires. Ce choix est dû au fait que les élèves qui avaient mis en place des stratégies efficaces pour résoudre le problème étaient très souvent tentés d'annoncer à l'oral leur résultat ou de manifester leur bonne compréhension du problème. Cela limitait la recherche des autres élèves. Les groupes de besoin ont permis à l'adulte de mieux se concentrer sur les réussites individuelles de chaque élève et de les aider à progresser vers des stratégies plus expertes.

Enfin la troisième action de différenciation a consisté à mettre en place des **séances d'APC** pour les élèves qui ne semblaient pas disposer des compétences ou d'une compréhension nécessaire pour résoudre le problème. Trois séances d'APC ont été menées pour trois élèves, deux élèves ont systématiquement participé aux séances, l'autre élève du trio participait une fois à la séance pour bénéficier d'une nouvelle explication plus lente de la situation et de la possibilité de résoudre plus de situations. Lors de ces séances, je me suis également attachée à expliciter plus précisément l'objectif d'apprentissage de l'activité pour que les élèves donnent du sens à leur apprentissage, j'ai donné des contextes de la vie quotidienne dans lesquels les décompositions du nombre pouvaient être utilisées.

Les séances d'APC ont permis d'observer de manière plus fine les difficultés rencontrées par les deux élèves qui y ont participé (élève 1 et élève 2).

Dans un premier temps, les deux élèves présentaient beaucoup de difficultés à mémoriser le nombre total de bébés. Il leur était nécessaire de recompter les bébés entre chaque situation et les situations ne pouvaient pas aboutir sans cette connaissance du nombre total de bébés. Cet obstacle empêchait de mettre en place une stratégie de résolution :

PE : « *Combien y-a-t-il de bébés quand ils sont tous couchés dans le dortoir ?* »

Élève 2 : « *Euh... 6 ?* »

PE : « *Recompte les bébés pour vérifier.* »

Élève 2 : « *1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10* »

PE : « *Il y en a combien ?* »

Élève 2 : « *10 !* »

PE : « *Maintenant, tu vas dessiner 10 cercles sur ton ardoise.* »

Élève 2 trace les cercles.

PE : « *A quoi correspondent les cercles ? Qu'est-ce qui fait dix dans le jeu ?* »

Élève 2 ne sait plus.

Lors de la première séance, j'ai remarqué que l'élève 1 ne disposait pas des compétences et connaissances requises pour être en mesure de résoudre la situation : il ne savait pas réciter la comptine numérique correctement jusqu'à 10 (passage systématique de 9 à 11), il ne mettait pas en place de stratégie fiable de dénombrement (oubli fréquent d'un objet à dénombrer ou dénombrement double d'un objet de la collection). Conséquemment l'élève n'était pas non plus en mesure de créer de manière fiable une collection de 10 objets (10 cubes ou 10 points sur une ardoise) et de vérifier cette collection. Lors d'autres séances d'APC, nous sommes revenus ensemble sur la comptine numérique, le dénombrement et la composition de collections.

Une fois ces obstacles dépassés par entraînement et dénombrement fréquents du nombre de bébés dans le dortoir, j'ai proposé la situation aux élèves sans couvrir le dortoir afin qu'ils comprennent que la collection de 10 bébés pouvait être séparée en deux sous-collections. Nous avons compté les 10 bébés dans le

dortoir puis je les ai déplacés. Nous avons compté les deux collections de bébés dans chaque pièce puis avons recompté l'ensemble des bébés dans les deux pièces pour constater qu'il y en avait toujours 10. Ces phases ont été utiles aux autres élèves participant aux séances d'APC pour comprendre que la répartition des bébés suivait une logique et qu'il était possible de résoudre le problème en cherchant et non en annonçant un nombre au hasard.

Pour introduire une première stratégie de résolution, j'ai expliqué aux élèves, lors des deux premières séances, comment utiliser les réglettes cuisenaires mais j'ai rencontré plusieurs écueils :

- Les élèves qui n'avaient pas encore mémorisé qu'il y avait 10 bébés en tout ne mettaient pas de sens à l'utilisation de la réglette de 10 unités.
- Les élèves ne comprenaient pas forcément pourquoi je leur demandais d'utiliser une réglette de 6 unités quand 6 bébés étaient visibles.
- Les élèves concernés, contrairement à leur camarade, ne savaient pas reconnaître immédiatement la valeur de la réglette en se référant à la couleur.
- Les élèves n'ont pas compris que le cumul de deux réglettes devait faire la même taille que la réglette de référence, ils avaient tendance à proposer une association de deux réglettes présentant une quantité supérieure à 10 unités.

Ce sont notamment ces séances d'APC qui m'ont permis de constater que les réglettes présentaient un niveau d'abstraction trop important pour les élèves. Je suis alors passée à une stratégie utilisant des cubes emboîtables sécables.

Dans un premier temps, les élèves ont eu besoin de placer un cube sur chaque bébé visible et que je les aide à formuler que les cubes restants représentaient les bébés cachés. Nous vérifions en reposant chaque cube sur les bébés du dortoir une fois le couvercle levé. J'ai essayé progressivement d'amener les élèves à une manipulation des cubes autonome puis à une manipulation sur la table sans placer les cubes sur les bébés. Les élèves participant une fois aux séances d'APC ont été capables d'utiliser facilement cette technique et ont même évolué vers des techniques plus expertes au cours de la phase d'entraînement. Les deux élèves plus directement ciblés par l'APC continuent d'être en difficulté pour faire le lien entre la situation du dortoir et la séparation des cubes. L'élève 1 semble parfois

bloqué par une peur de l'erreur qui limite son engagement dans l'activité et la recherche. L'élève 2 est en mesure de résoudre des situations similaires impliquant des quantités plus petites mais rencontre un blocage pour les quantités supérieures à 7. A l'issue des trois séances d'APC, j'ai décidé de laisser un peu de temps aux élèves pour qu'ils poursuivent leur recherche et leur cheminement en classe, au contact des autres élèves. Je reprendrai les situations de décompositions et de compléments à d'autres occasions pour mesurer leur progression.

Au cours de la séquence sur la situation « 10 dans un dortoir », j'ai mis en place différents types de différenciation pour permettre à mes élèves de mieux comprendre le problème et de progresser dans les activités mises en place. Les tableaux ci-dessous classent les actions mises en place selon le type de différenciation (d'après la classification d'Annie Feyfant). Ils indiquent également les objectifs poursuivis et les résultats obtenus. Le premier tableau présente les actions proposées à l'ensemble du groupe classe. Le second tableau détaille de manière plus fine les actions mises en place pendant les séances d'activités pédagogiques complémentaires.

Types de différenciation	Moment de la différenciation	Actions	Objectifs de l'enseignant	Résultats
Différenciation du contenu proposé aux élèves	Pendant la séance	Proposer des activités différentes selon le niveau des élèves (remédiations, entraînement ou approfondissement)	Permettre aux élèves de développer les compétences en fonction de leur niveau : remédiation pour disposer des pré-requis, entraînement, approfondissement pour dépasser les objectifs.	La remédiation et l'entraînement ont permis aux élèves de progresser, l'approfondissement a été proposé un peu trop tôt en autonomie les élèves n'en n'ont pas suffisamment tiré profit.
Différenciation par la structure qui permet de différencier les processus	Pendant la séance	Constituer des groupes de besoin	Permettre à chaque élève de progresser à son rythme sans être influencé par les réponses de camarades plus rapides ou de revoir des stratégies déjà maîtrisées	Les élèves ont globalement progressé dans les différents groupes pour aller vers des stratégies plus expertes. Les groupes ont permis à l'adulte de mieux identifier les stratégies à présenter aux élèves.
	Après la séance	Proposer des activités pédagogiques complémentaires	Profiter du petit groupe pour réexpliquer le problème et le mettre en contexte Présenter une stratégie de résolution très concrète pour faciliter l'entrée dans le problème	Les élèves qui ont assisté à une séance d'APC seulement ont compris la situation et développé des stratégies de résolution. Les deux élèves rencontrant plus de difficultés ont progressé sans être capable de résoudre systématiquement le problème, une aide de plus long terme sur différentes compétences mathématiques est nécessaire.

Tableau 6 : Types de différenciation proposée en classe

Types de différenciation	Actions	Objectifs de l'enseignant	Résultats
Différenciation par le processus	Présenter de nouveau la situation et expliciter l'objectif d'apprentissage en détaillant son utilité.	Permettre aux élèves de comprendre la situation dans un cadre calme et de donner du sens à leur apprentissage.	Les élèves mémorisent progressivement que 10 bébés sont en jeu et qu'il faut chercher le complément à 10 à partir des bébés visibles.
Différenciation par le contenu	Évaluer les compétences des élèves.	Identifier les obstacles à la réalisation de l'activité pour pouvoir y remédier.	Les élèves ne mémorisent pas la quantité de bébés en jeu et ne comprennent pas que le nombre de bébés à trouver relève d'une opération logique à effectuer. Un élève rencontre diverses difficultés en numération. D'autres séances menées en classe et pendant les séances d'APC permettent progressivement de les dépasser.
Différenciation par les productions d'élèves	Compter régulièrement les bébés et les déplacer d'une pièce à l'autre sans les cacher.	Faire comprendre que le nombre de bébés en jeu est toujours le même et que les bébés sont répartis dans deux pièces.	Les élèves mémorisent que dix bébés sont présents et qu'une recherche logique permet de retrouver le nombre de bébés dans le dortoir. Les deux élèves les plus en difficulté ne sont pas toujours en mesure de présenter la situation.
	Proposer une stratégie avec les réglettes cuisenaires.	Aider les élèves à se représenter la situation et à la résoudre en utilisant un outil à disposition.	L'utilisation des réglettes cuisenaires nécessite un niveau d'abstraction trop important et ne permet pas aux élèves de résoudre le problème.

	<p>Proposer une stratégie avec des cubes placés sur les bords visibles puis seulement déplacés sur la table.</p>	<p>Aider les élèves à se représenter la situation et à la résoudre en utilisant un outil à disposition, faire évoluer l'outil.</p>	<p>Certains élèves se saisissent bien de la stratégie qui leur permet de progresser dans la résolution du problème.</p> <p>Les deux élèves les plus en difficultés ne sont pas systématiquement en mesure d'utiliser la stratégie pour résoudre le problème, ils ont besoin d'être accompagné par l'adulte dans les manipulations et la formulation de la solution.</p>
--	--	--	---

Tableau 7 : Types de différenciation proposée en APC

4 Résultats et discussion

Les analyses à posteriori des séquences menées en classes permettent de mettre en lumière les stratégies utilisées par les élèves et la manière dont les élèves progressent d'une stratégie à l'autre. Dans cette dernière partie, nous nous attachons à mettre en relation nos résultats pour répondre à notre problématique :

Dans la situation problème “10 dans un dortoir”, comment les stratégies de construction des compléments à 10 évoluent-elles en lien avec le matériel ?

Pour répondre à notre problématique, nous avons tout d'abord émis des hypothèses sur les stratégies utilisées par les élèves et sur le degré d'expertise nécessaire aux élèves pour les mettre en place. Nous avons également postulé que l'intervention de l'adulte serait nécessaire pour accompagner les élèves vers des stratégies plus expertes, d'une part en adaptant les activités proposées au niveau des élèves, et d'autre part en constituant des groupes de niveau pour permettre à chaque élève de progresser à son rythme.

4.1 Résultats des expérimentations

4.1.1 Prérequis indispensables

En introduction, pour réussir à résoudre la situation problème du jeu du dortoir, les élèves doivent disposer des prérequis suivants :

- Être capable de dire la suite des nombres jusqu'à 10, c'est à dire connaître la comptine numérique jusqu'à 10
- Être capable de réaliser une collection dont le cardinal est compris entre 1 et 10
- Avoir construit le principe cardinal, c'est à dire savoir dénombrer la quantité 10 par comptage-numérotage ou par comptage-dénombrement

Ainsi, il aurait fallu vérifier l'acquisition de ces compétences par tous les élèves avant de proposer la situation.

A l'inverse, nous avons été toutes deux surprises de constater que quelques élèves avaient déjà mémorisé des décompositions du nombre 10, notamment 5 et 5 et 6 et 4 alors que cela était l'objectif visé à l'issue de la séquence.

4.1.2 La progression dans les stratégies

Au travers de nos expérimentations en classe, nous avons observé que les élèves ont un réel besoin d'utiliser du matériel, que ce soit pour assouvir un besoin de manipulation, pour vérifier leurs hypothèses ou pour construire leurs connaissances. Les stratégies mises en place par les élèves reposent en grande partie sur l'utilisation du matériel. Après observation, nous pouvons classer ces stratégies, en lien avec le matériel, de la moins experte à la plus experte :

- **Les cubes emboîtables sécables** sont depuis longtemps utilisés par les enfants dans des situations de jeu, puis par les néo-élèves dans des situations de dénombrement. Ils présentent l'avantage d'être facilement manipulables et déplaçables ce qui permet des procédures de **reconnaitances terme à terme**. Les élèves utilisent aussi les cubes pour **casser la collection de 10 et donc réaliser deux sous-collections**. Par ailleurs, étant de taille identique, les élèves associent facilement un cube à une unité. L'utilisation de cette stratégie ne nécessite pas de manipulation mentale, elle est particulièrement bénéfique pour les élèves rencontrant des difficultés à se représenter et à comprendre la situation.
- Le recours à **l'ardoise** est aussi plébiscité car elle présente l'avantage pour les élèves, par rapport au papier/crayon, de pouvoir réaliser de nombreux essais par effaçages successifs. Les élèves habitués à dessiner utilisent avec plaisir ce support pour représenter la situation. Au cours de nos expérimentations, les élèves y ont soit réalisé des **dessins figuratifs** (des cercles ou des points pour représenter les bébés) ou y ont écrit des **nombres** (un seul chiffre ou la file numérique de 1 à 10). Ces écrits pouvaient être la trace écrite de leur procédure de résolution ou juste le résultat de leurs réflexions (quelle que soit la procédure). Lorsque les élèves utilisent l'ardoise pour représenter la situation, ils reconstituent une collection témoin et résolvent ensuite le problème avec des manipulations effectives. Cela fait de cette stratégie une procédure plutôt concrète une fois que l'élève a compris que les dessins (quels qu'ils soient) représentent les bébés. Cette stratégie reste toutefois importante car l'élève qui la maîtrise pourra la transférer à d'autres types de problèmes et à des quantités plus importantes tout au long de sa scolarité élémentaire.

- **Les doigts de la main** sont instinctivement utilisés par les enfants car immédiatement disponibles. Ils sont également très utilisés par les adultes autour d'eux pour montrer des quantités, les élèves agissent aussi par mimétisme. Néanmoins nous avons constaté qu'il n'est pas si aisé de les utiliser correctement pour résoudre des problèmes additifs. Tous les élèves ne savent pas encore que la totalité de leurs doigts vaut la quantité dix. La séparation de la collection doigts en deux mains ne facilite pas cette approche. Lorsque plusieurs doigts sont levés, les élèves ne pouvant pas utiliser la technique du pointage numérotage pour dénombrer les doigts restés baissés, le dénombrement devient plus difficile. Les élèves qui réussissent à utiliser leurs doigts peuvent mettre en place deux stratégies : le **comptage** ou le **surcomptage**. Le fait de compter des éléments tangibles catégorise cette stratégie comme une manipulation effective. Cependant les difficultés sus-mentionnées nous permettent de conclure que les élèves utilisant leurs doigts pour résoudre le problème mettent en place une stratégie experte, notamment lorsqu'ils utilisent le surcomptage. De même que le dessin cette stratégie doit être encouragée chez les élèves car elle est transposable à une grande variété de situations et de problèmes.
- **La file numérique** a été peu utilisée ou alors mal utilisée car les élèves ne savent pas se repérer sur celle-ci :
 - En partant de la gauche (sens conventionnel) il faut **dénombrer les cases restantes** et dire "un" en pointant une case où est écrit un autre nombre (difficulté supplémentaire)
 - En partant de la droite, **le résultat est plus directement accessible** (il correspond à la dernière case non recouverte) mais la procédure est moins intuitive.
- **Les réglettes cuisenaires**, bien qu'étant présentes depuis longtemps dans une des classes, sont encore trop abstraites pour les élèves : la valeur des réglettes (lisses ou avec des stries peu marquées) est difficilement accessible et mémorisable. Leur utilisation implique la **recherche du complément à dix par comparaison de longueur** avec la réglette de référence.

Ces matériels conventionnels ont été introduits dès le début des séances et ont été proposés aux élèves en difficulté (lors de groupes de besoin en classe, ou en APC). Le recours aux cubes, au dessin et aux doigts de la main s'est avéré efficace. Nous constatons également dans nos classes que plusieurs élèves ont progressé vers des procédures plus efficaces. Cette progression est liée à la recherche autonome des élèves pour certains, et à l'action pédagogique de l'enseignant qui propose un enseignement différencié.

Dans nos deux classes, nous avons proposé une **pédagogie différenciée par le contenu** proposé aux élèves en organisant des activités adaptées aux capacités des élèves. Comme prévu initialement, nous avons proposé des jeux de cartes sur les compléments à 10. Nous avons complété les modalités de différenciation :

- Dans une classe, nous avons fait varier les représentations du nombre en fonction des capacités des élèves en permettant aux élèves en difficulté de vérifier leurs résultats par dénombrement. Ainsi, les représentations du nombre en collections témoin, en représentation des doigts de la main et en constellations du dé ont été proposées à la place des chiffres.
- Dans l'autre classe, d'autres activités de différenciation ont été proposées pour accompagner les élèves dans la compréhension et la recherche des compléments à dix (compléter une collection, chercher les compléments à dix de différentes manières...).

L'hypothèse faite quant à la **différenciation par les processus** s'avère vraie puisque nous avons créé des groupes de besoins pour nous adapter aux compétences des élèves. Cette différenciation par les structures a permis de faire varier les processus : nous avons insisté sur des stratégies différentes selon les groupes de besoins.

Il apparaît que la différenciation de l'enseignement a permis à certains élèves de progresser vers des stratégies plus expertes.

Conclusion

Le travail mené dans nos deux classes nous permet de faire plusieurs observations :

- Lorsque les élèves disposent d'outils variés ou qu'ils sont stimulés par l'adulte, ils évoluent progressivement vers des stratégies plus expertes.
- La résolution de problème doit passer, notamment pour les élèves en difficulté, par une phase de représentation de la situation. A cette occasion, les élèves peuvent utiliser des objets déplaçables qui facilitent grandement les procédures de calcul. L'enseignant doit accompagner les élèves vers une représentation plus figurative de la situation (en utilisant le dessin ou une trace écrite) car ce type de résolution est transposable à de nombreuses situations tout au long de la scolarité.
- Un objectif important de l'enseignant doit être que les élèves utilisent leurs doigts pour se représenter la situation et soutenir leurs activités de calcul. En effet, cette stratégie, à l'instar du dessin, pourra être utilisée dans une grande diversité de situations tout au long de la scolarité de l'élève ainsi que dans des situations de la vie courante.

Au-delà de la situation « 10 dans un dortoir », ces observations doivent guider notre pratique professionnelle. En effet, ce classement semble transposable, dans une certaine mesure, à d'autres problèmes, notamment des problèmes d'ajouts et de retraits. Il peut alors servir de repère pour accompagner les élèves dans la compréhension des nouveaux problèmes et la mise en place de stratégies de résolution.

Pour conclure notre travail, il nous semble intéressant de comparer les séances mises en place en classe et les observations qui en découlent à ce qui était initialement proposé par Dominique Valentin dans le manuel *Découvrir le monde avec les mathématiques*. Pour cela, plusieurs éléments doivent être relevés dans les propositions de l'autrice :

- Lors de la présentation de la situation, elle indique que les outils (feuilles, crayons, cubes, bandes numériques) peuvent être utilisés par les élèves. Ces outils ne seront pas forcément pris d'emblée par les élèves et l'incitation de l'enseignant peut être pertinente. Toutefois, elle met en garde

sur le risque d'influencer trop fortement les élèves en présentant les outils comme une aide à la résolution. Elle propose donc de laisser les outils sur la table, à disposition.

- Dominique Valentin encourage aussi les enseignants à ne pas présenter directement la stratégie de décomptage sur les doigts pour aider les élèves dans la résolution de problème. Elle propose de mettre en place d'autres activités (deux cartes pour faire dix et activités pour s'entraîner à compter avec les doigts) avant de revenir plus tard à la situation du dortoir.
- Enfin, elle considère qu'après quelques entraînements seules deux stratégies seront utilisées par les élèves : le recours à des résultats mémorisés et l'utilisation des doigts.

Nous constatons que les élèves se sont rarement saisis spontanément du matériel à disposition et qu'il a été nécessaire que l'adulte rappelle la présence de celui-ci. Les élèves en réussite ont utilisé le matériel sans étayage mais plusieurs ont eu besoin d'être guidés (par l'adulte ou un autre élève). A la fin de l'expérimentation, certains élèves ne sont pas encore en mesure d'utiliser le matériel de manière totalement autonome.

Contrairement à ce qui était recommandé, il nous a semblé pertinent de faire expliciter par les élèves les différentes stratégies utilisées pour permettre à toute la classe de disposer d'une banque de stratégies utilisables dans la résolution du problème. Nous avons également accompagné de manière plus guidée les élèves qui rencontraient des difficultés à mettre en place une stratégie.

Enfin, nous n'avons pas atteint la même expertise dans les stratégies utilisées par les élèves que celle présentée dans le manuel. Il serait intéressant d'étudier les causes de ce décalage : peut-être n'avons-nous pas encore proposé suffisamment de fois la situation ? Peut-être que les stratégies présentées en classe ont effectivement restreint les élèves ? Peut-être enfin n'avons-nous pas suffisamment insisté sur la mémorisation des résultats ?

Bibliographie

Brissiaud, R. (2007) *Premiers pas vers les maths - Les chemins de la réussite à l'école maternelle*. Retz

Charnay, R. (1992) Problème ouvert - problème pour chercher. *Grand N.* 51, 77-83.

ERMEL (2018) *Apprentissages numériques et résolution de problèmes*. Hatier.

Feyfant, A. (2016) La différenciation pédagogique en classe. *Dossier de veille de l'IFÉ, n°113, novembre*.

Ministère de l'Education nationale, de la Jeunesse et des Sports (2015) *Programme d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2)*.

Ministère de l'Education nationale, de la Jeunesse et des Sports (2015) *Programme d'enseignement du cycle de consolidation (cycle 3)*.

Ministère de l'Education nationale, de la Jeunesse et des Sports (2021) *Programme d'enseignement de l'école maternelle*.

Ministère de l'Education nationale, de la jeunesse et des sports (2021) *Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP*.

Valentin, D., Viennot J. (2001) Dix dans un dortoir - Les compléments à dix en grande section : pourquoi ? comment ? *Grand N.* 67, 7-14

Valentin, D. (2005) *Découvrir le monde avec les mathématiques - Situations pour la grande section*. Hatier

Table des références

Tableau 1 : Classification des stratégies élèves en fonction de leur degré d'abstraction	8
Tableau 2 : Quatre dispositifs de différenciation	10
Tableau 3 : Trois moments de la différenciation	10
Tableau 4 : Répartition des élèves de grande section en fonction de leurs capacités et besoins en mathématiques.	22
Tableau 5 : Évolution des procédures utilisées par les élèves	30
Tableau 6 : Types de différenciation proposée en classe	35
Tableau 7 : Types de différenciation proposée en APC	37
Photographie 1 : Le matériel utilisé pour la situation "10 dans un dortoir"	4
Photographie 2 : Utilisation des réglettes cuisenaires pour la vérification de la décomposition du nombre 10 en 7 et 3	16
Photographie 3 : Utilisation des réglettes cuisenaires pour représenter la situation	17
Photographie 4 : Utilisation du dessin pour représenter la situation	17
Photographie 5 : Utilisation des cubes pour représenter la situation	18
Photographie 6 : Utilisation des cubes pour représenter la situation, après étayage d'un élève	18
Photographie 7 : Utilisation de la file numérique pour représenter la situation	18
Photographie 8 : Jeu de Memory "les nombres"	19
Photographie 9 : Jeu de Memory "collections témoin"	19
Photographie 10 : Bilan des décompositions trouvées par les élèves (première institutionnalisation)	20
Photographie 11 : Bilan des décompositions trouvées par les élèves (deuxième institutionnalisation)	21
Photographie 12 : Bilan des décompositions trouvées par les élèves (troisième institutionnalisation)	21
Photographie 13 : Affichage de l'institutionnalisation finale	22
Photographie 14 : Recherche des solutions au problème par deux élèves	25
Photographie 15 : Tapis de 10 avec des réglettes cuisenaire	25
Photographie 16 : Affiche servant à l'institutionnalisation	26
Photographie 17 : Production d'élèves - la collection est complétée pour identifier le nombre de bébés cachés	27
Photographie 18 : Production d'élèves - la collection est représentée entièrement puis les bébés visibles sont entourés	27

4^{ème} de couverture

Cinq mots clés :

Résolution de problème, cycle 1, stratégies, matériel, différenciation.

Résumé en Français (10 lignes) :

Cet écrit trouve sa justification dans l'injonction ministérielle de mettre les élèves de maternelle "face à des problèmes à leur portée" et à la nécessité de construire le nombre à travers ses décompositions pour prévenir les échecs futurs en mathématiques. Étant enseignantes dans une classe de grande section, nous avons choisi de proposer aux élèves la situation "10 dans un dortoir" et de nous questionner sur les relations entre le matériel et les procédures de résolution de ce problème pour construire les compléments à 10. Les expérimentations menées dans nos deux classes nous permettent d'identifier différentes stratégies de résolution du problème en lien avec le matériel et de les classer selon un ordre qui indique le niveau de compréhension et d'expertise de l'élève.

Résumé en Anglais (10 lignes) :

In France, the Education Ministry has set as an objective for pupils starting school (age 3 to 6) to be faced with «maths problems within their reach». In these first schools years, children need to understand the concept of number through its decompositions to prevent future failures in mathematics. As teachers with 6 years old children, we chose to offer the situation «10 in a dorm» to our pupils. We question ourselves on the relations between the material and the procedures of this problem solving to build the complements to 10. The experiments conducted in our two classes allow us to identify different problem-solving strategies related to the material and to classify them according to an order that indicates the level of understanding and expertise of the student.