



HAL
open science

Aider les élèves dans la résolution de problèmes : développer des compétences pour schématiser

Orlane Boiteault, Cédric Percheminier

► To cite this version:

Orlane Boiteault, Cédric Percheminier. Aider les élèves dans la résolution de problèmes : développer des compétences pour schématiser. Education. 2022. dumas-03993984

HAL Id: dumas-03993984

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-03993984>

Submitted on 17 Feb 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Master MEEF

« Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation »

Mention second degré

Mémoire

Parcours: M2 MEEF

**Aider les élèves dans la résolution de problèmes :
développer des compétences pour schématiser**

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de master

Soutenu par

BOITEAULT Orlane & PERCHEMINIER Cédric

le 04 05 2022

en présence de la commission de soutenance composée de :

CHOQUET Christine, directeur de mémoire

Sommaire du mémoire

Introduction	3
Hypothèses	4
Partie I : théorique.....	5
Aide aux élèves	5
Résolution de problèmes.....	7
La schématisation.....	12
Observations préalables.....	15
Partie II : Nos motivations et nos expérimentations	17
Notre affinité avec les mathématiques.....	17
Nos écoles et classes respectives.....	18
Pourquoi ce choix de mémoire ?	19
Cohérence du travail en binôme.....	19
Expérimentations.....	20
Partie III : Analyses	21
Analyse a priori.....	21
Cadre d'analyse théorique.....	30
Analyse a posteriori	36
Bibliographie	58
Annexes	60
4 ^{ème} de couverture	70

Introduction

Les problèmes mathématiques sont riches d'apprentissages pour les élèves, mais également d'informations pour les enseignants puisqu'ils permettent de rendre compte des acquis des élèves. Dans notre recherche d'une problématique à laquelle nous répondrons au terme de notre mémoire, nous nous sommes intéressés à la résolution de problèmes mathématiques au sein même de nos différents niveaux (CE2 & CM1-CM2). Nous souhaitons que notre questionnement nous soit inspiré par nos propres classes afin de pouvoir aider nos élèves à s'améliorer, et nous faire évoluer notre propre pratique. L'intérêt étant de repérer les outils employés par nos élèves pour résoudre des problèmes.

Dès le début de l'année scolaire, un premier constat est apparu : des difficultés plus marquées à se mettre au travail, certaines par peur face au "problème". La simple évocation de ce mot inquiète plusieurs élèves qui perçoivent déjà la difficulté et l'échec avant même d'avoir lu l'énoncé du dit problème.

Au quotidien, le terme « problème » n'est pas employé de manière positive. Si l'on s'appuie sur le dictionnaire Larousse, un problème peut évidemment être « une question à résoudre par un raisonnement scientifique et constituant un exercice ». Cependant, cela peut également être une « difficulté mettant dans une situation pénible, contraignante, contrariante ». Quotidiennement, les élèves entendent davantage le mot problème avec l'utilisation de ce deuxième sens, péjoratif. Cela peut être dans le cadre familial, avec notamment des problèmes familiaux, des problèmes psychologiques, des problèmes d'argent ou même le fait d'avoir un enfant « à problèmes ». C'est un terme ici associé au synonyme "souci" ou "difficulté" et qui se veut donc à tout prix être évité. Par exemple, des problèmes familiaux ne se résolvent pas facilement, voire ne peuvent se résoudre quand les problèmes sont trop ancrés. Par habitude, les élèves ne l'entendent donc pas dans des contextes agréables qui peuvent se transposer au domaine des mathématiques. Pour cela, il est essentiel de la part de l'enseignant de montrer le problème mathématique comme un jeu, une énigme à résoudre, bien plus qu'une situation qui pose des difficultés.

Cependant, même une fois rassurés face à ce mot, les élèves restent parfois face à une page blanche sans savoir par où commencer. Lorsque certains proposent une réponse, il arrive que dans des situations récurrentes, visibles depuis le plus petit âge, les élèves utilisent la facilité de prélever les données numériques et d'effectuer une opération qu'ils maîtrisent sans même comprendre ce qui leur était demandé. Par exemple : « dans une classe de 30 élèves, il y a 12 filles, combien y a-t-il de garçons ? ». L'élève en difficulté aura tendance à effectuer une addition et ainsi trouver 42 garçons. Il est vrai qu'il est plus facile pour un enseignant de guider ses élèves sur un simple exercice de mise en application, ou même de les inciter à se mettre au travail sur un exercice d'entraînement. Il en est tout autre pour un problème mathématique où, souvent, il est difficile d'indiquer aux élèves comment débiter sans leur supprimer une partie des obstacles qui demandent de la réflexion de leur part. Bien entendu, cela peut faire partir de la différenciation mise en place par l'enseignant pour les élèves en difficulté, mais il est également essentiel de rappeler que l'apprentissage des mathématiques s'accompagne d'un gain de persévérance, et que supprimer les

obstacles qui demandent aux élèves de réfléchir par eux-mêmes peut les priver de construire cette persévérance inestimable au quotidien.

Pour cette raison, dans le cadre du mémoire, nous avons décidé de nous interroger sur les outils que nous pouvions donner à nos élèves pour parvenir seul à déclencher la résolution d'un problème mathématique. Pour cela, nous nous sommes concentrés sur la place et l'intérêt de la schématisation, terme que nous définirons par la suite, dans la résolution de problèmes. Est-ce que le schéma peut être un levier pour faciliter la résolution de problèmes mathématiques ? Tous les schémas sont-ils efficaces ? Est-ce que tous les élèves ont besoin de passer par une représentation pour répondre à un problème ? Quel est le rôle de l'enseignant dans cet apprentissage ? De nombreux questionnements qui nous amènent alors à formuler deux hypothèses.

Hypothèses

En premier lieu, nous pouvons faire l'hypothèse que la schématisation est une étape importante, presque indispensable dans la résolution de problèmes. D'après nous, elle pourrait permettre aux élèves de transcrire l'énoncé du problème en une représentation visuelle, facilitant ainsi sa résolution.

Une seconde hypothèse serait que l'enseignant a un rôle crucial à jouer dans le développement de compétences liées à la schématisation. Cette étape n'est pas innée chez les élèves et doit passer par une phase d'apprentissage pour qu'elle devienne efficace et contribue à la résolution de problèmes.

Au cours de cet écrit, nous reviendrons sur notre hypothèse afin de les vérifier grâce aux lectures que nous avons réalisées et le travail de recherche mis en place dans nos classes respectives. Pour commencer, nous présenterons dans cet écrit une partie théorique permettant de se centrer sur l'aide que l'on peut amener aux élèves en tant qu'enseignant, des apports scientifiques sur la résolution de problèmes ainsi que sur la schématisation avant de conclure sur nos observations préalables. Nous poursuivrons sur une partie autour de nos motivations, en présentant notamment nos classes, notre affinité envers la discipline des mathématiques et en justifiant ce choix de travail duquel découlent nos expérimentations. Enfin, dans un dernier temps, nous nous efforcerons d'analyser les travaux de nos élèves en amont, puis en aval au regard de notre cadre théorique d'analyse avant d'en tirer d'éventuelles conclusions sur nos hypothèses de départ.

Partie I : théorique

Aide aux élèves

La circulaire de rentrée 2021 indique que « l'objectif premier de l'École est de garantir l'acquisition de savoirs fondamentaux solides pour permettre ensuite aux élèves de choisir la voie qui leur correspond le mieux ». Or, il est évident que chaque élève est différent. En effet, chacun progresse et apprend à des vitesses différentes. Si l'on s'appuie sur le travail de Burns (1971), nous pouvons dire qu'il :

- n'y a pas 2 apprenants qui progressent à la même vitesse.
- n'y a pas 2 apprenants qui soient prêts à apprendre en même temps.
- n'y a pas 2 apprenants qui utilisent les mêmes techniques d'étude.
- n'y a pas 2 apprenants qui résolvent les problèmes exactement de la même manière.
- n'y a pas 2 apprenants qui possèdent le même répertoire de comportements.
- n'y a pas 2 apprenants qui possèdent le même profil d'intérêt.
- n'y a pas 2 apprenants qui soient motivés pour atteindre les mêmes buts.

En somme, chaque élève est différent. L'enseignant se doit donc d'accompagner chacun des élèves tout en respectant leurs différences. Il doit s'adapter au rythme, progrès et comportement de chacun. Certains élèves sont naturellement plus en difficultés. C'est à l'enseignant de proposer des solutions afin d'aider ces élèves à apprendre et surtout, à progresser.

Parmi ces solutions, nous pouvons évidemment penser à la différenciation. Au vu des niveaux différents dans une classe, il est important de différencier son enseignement afin de répondre au mieux aux besoins de chacun. Cela fait partie des compétences essentielles du métier de professeur des écoles : « Prendre en compte la diversité des élèves », compétence C4 du référentiel de compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation. Cette différenciation peut concerner le support fourni (nombre d'exercices, quantité d'écrits ...), la durée de l'activité ou encore le matériel proposé (accès à la leçon, ou du matériel pour la manipulation ...). La différenciation est quotidienne, mais ne doit pas tendre vers une

individualisation. Dans la résolution de problèmes, comme dans l'ensemble des disciplines, il est important de penser à la différenciation.

Il est possible de proposer aux élèves des moments de remédiation ou des groupes de besoins afin de répondre plus précisément à leurs besoins et leurs difficultés. Si ces moments privilégiés en classe ne suffisent pas, tout comme la différenciation quotidienne, des dispositifs peuvent être mis en place tels que les APC, le PPRE, le PAP ou encore le PPS. Pour aider les élèves les plus en difficulté, des APC (Activités pédagogiques complémentaires) peuvent être proposées aux élèves. Cela permet de revoir des notions en petits groupes tout en ciblant les difficultés.

Si les difficultés persistent, un PPRE (Programme Personnalisé de Réussite Éducative) peut être mis en place afin d'aider l'élève dans le relationnel ou dans le pédagogique. C'est un dispositif qui tend à être enlevé. Contrairement au PPRE, le PAP (Plan d'Accompagnement Personnalisé) est mis en place pour les difficultés qui durent dans le temps. Il permet d'accompagner au mieux les élèves en difficulté. Enfin, il existe un dernier dispositif permettant d'aider les élèves en difficulté, le PPS (Projet Personnalisé de Scolarisation), mis en place pour des élèves en situation de handicap. Tous ces dispositifs sont observables dans une classe. Ce sont des moyens d'aider les élèves en s'adaptant à leurs difficultés et besoins.

Accompagner au mieux ses élèves passe par une communication remarquable. À la fin de l'année scolaire, l'enseignant, en communiquant les réussites et difficultés de ses élèves à son pair qui les prendra en charge l'année suivante assurent un suivi et un accompagnement dans la continuité, d'autant plus pour les élèves en difficulté. Cela fait également partie des compétences du professeur des écoles : « Accompagner les élèves dans leur parcours de formation », compétence C5 du référentiel de compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation. L'enseignant de l'année suivante peut déjà anticiper les futures difficultés et adapter son enseignement rapidement. Lorsque les élèves sont en CM2, le lien avec le collège est d'autant plus important puisque les élèves changent d'établissement et d'équipe éducative. Des moyens sont mis en œuvre pour faciliter ce transfert d'information tels que le conseil école-collège ou les PPRE passerelle.

Dans le cadre de notre mémoire, aider les élèves dans la résolution de problèmes pourrait revenir à apporter aux élèves une représentation adaptée de la situation. Ainsi, s'ils sont confrontés régulièrement à des schémas efficaces et utiles pour résoudre un type de problème, ils pourraient par la suite, les réemployer de manière adaptée et efficace. Cependant, les travaux de Auquier, Demonty et Fagnant (2018) tendent à dire que des schémas-types ne seraient pas à favoriser dans l'apprentissage de la schématisation. Pour cette raison, l'intérêt semblerait plutôt d'apprendre aux élèves à construire leur propre représentation.

Résolution de problèmes

Nous proposons dans cette partie, une réflexion sur la notion de problèmes au regard de différents auteurs et des programmes en vigueur actuellement.

Si l'on reprend les propos de David Hilbert : « un problème mathématique devrait être difficile à résoudre pour nous séduire, mais pas complètement inaccessible, de peur qu'il ne se moque de nos efforts. Il devrait être pour nous un guide sur les chemins labyrinthiques des vérités cachées, et finalement un rappel de notre plaisir lorsque la solution est atteinte ». En effet, si la réponse est évidente, cela ne laisse pas la place aux recherches et ne nous met pas dans une situation de résolution de problèmes. À l'inverse, si la réponse est inaccessible, trop éloignée de nos compétences, les recherches pour résoudre le problème vont se révéler inefficaces et l'on observera une perte de motivation face à ce travail, qui pourra freiner, voire supprimer, l'envie de le résoudre par nos propres moyens. Retenons donc qu'il est important de donner aux élèves un problème qui les met en situation de recherche sans toutefois que ce soit trop éloigné de leurs capacités. Cela s'applique en tout point de notre enseignement. Vigotsky (1935) énonce le concept de Zone Proximale de Développement (ZPD) : cette zone se situe entre ce que les élèves savent déjà faire seuls, et ce que les élèves sont incapables de réaliser à cet instant, même si l'enseignant fait preuve d'étayage, notion que nous définirons plus loin dans notre écrit.

Par ailleurs, la résolution de problèmes permet de mobiliser l'ensemble des compétences mathématiques : « *chercher* », « *modéliser* », « *raisonner* », « *représenter* », « *calculer* » et « *communiquer* ». Des situations de recherche sont mises en place dès la maternelle. Nous pouvons par exemple citer le jeu du saladier où trois balles sont montrées à l'élève et, après qu'il ait fermé les yeux, un certain nombre est caché sous le saladier. Avec le nombre de balles encore visibles, l'élève doit déduire le nombre de balles cachées sous le saladier. La résolution de problèmes vise notamment à développer de nouveaux contenus dans des situations porteuses de sens, à appliquer des procédures dans des situations concrètes, ou encore, à développer des compétences transversales (Demonty et Fagnant, 2012). La transversalité est mise en avant puisque les compétences travaillées dans la résolution de problèmes peuvent être mobilisées dans la vie quotidienne. Les programmes de cycle 2 indiquent par ailleurs que « mémoriser, utiliser des outils de référence, essayer, proposer une réponse, argumentée, vérifier sont des composantes de la résolution de problèmes simples de la vie quotidienne ». C'est pour cela que la résolution de problèmes peut être effectuée en lien avec la discipline *Questionner le monde*, afin de respecter cet aspect concret. Cela peut également amener les élèves à observer un intérêt à la résolution de problèmes et ainsi donner du sens aux apprentissages.

Selon une enquête PISA de 2012 : « la définition des compétences en résolution de problèmes renvoie à [...] la capacité d'un individu à s'engager dans un traitement cognitif pour comprendre et résoudre des problèmes, en l'absence de méthode de solution évidente, ce qui inclut sa volonté de s'engager dans de telles situations pour exploiter tout son potentiel de citoyen constructif et réfléchi ». On constate également l'importance du facteur de motivation. Cela peut impacter de manière conséquente les résultats observés puisque certains élèves, comme nous le disions plus haut, fuient la tâche de résolution dès lors qu'ils entendent le mot « problème ». Cela apparaît comme une sorte de blocage, peut-être identifié comme une tâche inaccessible et irréalisable pour certains élèves qui ne croient pas en leurs capacités. Il est donc d'autant plus important de ne pas donner à ces élèves des problèmes trop éloignés de leur capacité, comme nous le dit Hilbert, pour essayer de développer chez eux, un attrait pour la résolution de problèmes.

Il y a dans l'enseignement de la résolution de problèmes un enjeu profond. Les élèves vont apprendre à chercher et cela fait partie des six compétences mathématiques développées dans les programmes, mentionnées en amont. La résolution de problèmes fait lien avec le quotidien, et prépare les élèves à des situations auxquelles ils pourront être confrontés plus tard (raisonner pour déterminer le budget d'une sortie ou pour connaître, à l'aide du périmètre, la longueur d'une clôture). Ce lien avec le quotidien n'est pas anodin puisqu'il a été relevé une corrélation entre l'aptitude à résoudre un problème et les chances de trouver un emploi. De nouveau, selon une enquête PISA de 2012 : « ces dernières décennies, on a constaté une forte augmentation du type d'emplois requérant de solides compétences en résolution de problèmes. Les jeunes de 15 ans qui ne possèdent pas ces compétences aujourd'hui seront confrontés à un risque de désavantage économique une fois parvenu à l'âge adulte ». Ces chiffres démontrent l'intérêt de la résolution de problèmes au-delà de l'apprentissage scolaire. Cette activité développe la capacité à chercher, raisonner et persévérer, autant de compétences appréciées et valorisées dans la vie professionnelle.

En somme, les problèmes mathématiques doivent être stimulants et accessibles pour les élèves afin de construire des compétences qui leur seront nécessaires en tant qu'enfant, mais également en tant qu'adulte. Pour statuer sur les différents types de problèmes, nous avons décidé de nous baser sur les travaux de catégorisation de Catherine Houdement. Il est important de préciser que : « selon le point de vue adopté par les chercheurs, les catégorisations varient fortement » (guide orange, Eduscol). Il n'existe donc pas un classement précis des différents types de problèmes.

Tout d'abord, Catherine Houdement mentionne les problèmes basiques dont il est attendu une résolution « automatisée ». Elle ajoutera dans une présentation du 25 septembre 2017 : « Les problèmes « basiques » d'un concept sont des connaissances de base. Il est urgent de restaurer un enseignement de ces problèmes et donc de faire fréquenter (et réussir) par les élèves une grande variété de tels problèmes, puis d'analyser avec les élèves leurs ressemblances. ». Ce sont essentiellement des problèmes à une étape. Un exemple de problème basique en CE2 pourrait être : *Zoé avait 4215 euros. Elle a dépensé 1382 euros. Combien lui reste-t-il d'argent ?*

Il est attendu des élèves une résolution presque automatisée puisque les problèmes basiques sont la base de la résolution de problèmes complexes.

Puis, dans son article intitulé « Résolution de problèmes arithmétiques à l'école » (2017), elle définit les « problèmes complexes » comme des agrégats de problèmes basiques. Contrairement aux problèmes basiques, les problèmes complexes nécessitent une résolution en plusieurs étapes, ce qui peut également déconcerter certains élèves, qui doivent donc être habitués à résoudre ce type de problèmes, et ce, le plus tôt possible. Dans le cadre de ce mémoire, nous avons proposé aux élèves de CE2 et de CM2 un problème complexe. Nous pourrions alors regarder un exemple de ce type de problème plus loin dans cet écrit.

Enfin, dans ce même article, elle décrit également des problèmes dits « atypiques » : « définis justement par leur caractère non routinier, le fait qu'on suppose que les élèves ne disposent pas de stratégies connues pour les résoudre, qu'ils doivent en inventer de toutes pièces, en s'appuyant sur leurs connaissances passées, notamment leur mémoire des problèmes ». Les élèves ne disposant pas de stratégies spécifiques pour les résoudre, les problèmes atypiques sont donc également appelés « problèmes pour apprendre à chercher ». Ces problèmes nous paraissent particulièrement intéressants puisque nous nous retrouvons dans le cas de figure de la situation problème originale qui met l'élève en difficulté et où il lui est nécessaire de réfléchir et chercher pour le résoudre. C'est le type de situation qui peut facilement amener les élèves à baisser les bras et où il nous paraissait donc intéressant d'étudier les effets de la schématisation pour le résoudre.

Il est important de préciser que les définitions de ces trois types de problèmes sont variables, d'autant plus qu'elles peuvent évoluer en fonction des élèves et de leurs compétences. Dans notre cas, un problème complexe proposé à la classe de CE2 peut devenir un problème basique si on le donne à la classe de CM1-CM2. Cela dépend des connaissances des élèves et de leurs vécus par rapport à la résolution de problèmes. Plus ils y seront habitués et confrontés, plus la résolution sera naturelle et automatisée.

Les programmes de 2020 insistent également sur le fait que la résolution de problèmes basiques doit devenir automatisée. Les élèves doivent donc y être

entraînés régulièrement pour en obtenir les codes. Dans les programmes de cycle 2, on peut notamment lire que la résolution de problèmes est « au centre de l'activité mathématique des élèves, développant leurs capacités à chercher, raisonner et communiquer ». Il est important de commencer dès le CP pour observer une progression dans les problèmes proposés. Nous pouvons également y lire que : « La pratique du calcul, l'acquisition du sens des opérations et la résolution de problèmes élémentaires en mathématiques permettent l'observation, suscitent des questionnements et la recherche de réponses, donnent du sens aux notions abordées et participent à la compréhension de quelques éléments du monde. ». La résolution de problèmes permet d'ajouter du sens aux notions mathématiques travaillées en classe puisqu'elle les remobilise.

Les problèmes mathématiques seront proposés dès le CP aux élèves afin de favoriser la mise en application des procédures mathématiques en cours d'apprentissage dans des situations qui font sens. Ces situations peuvent être tirées de la vie de classe ou d'autres disciplines scolaires afin de tisser du lien entre les différents enseignements. Ils permettront également de provoquer des questionnements afin qu'un travail de recherche à tâtons soit mis en œuvre par les élèves.

Si nous évoquons les programmes de cycle 3, dans la continuité du cycle 2, la résolution de problèmes est perçue comme un moyen d'ancrer le savoir, en donnant du sens aux apprentissages, mais également de l'utiliser et de faire le parallèle avec le quotidien et donner une essence concrète aux mathématiques. On peut lire que : « La résolution de problèmes constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens. ». De plus, nous pouvons ajouter à cela que la résolution de problème démontre l'intérêt des mathématiques au quotidien et de la nécessité de réfléchir par soi-même. La plupart des élèves ne verront pas un intérêt à savoir calculer de tête puisqu'ils auront éventuellement une calculatrice ou un téléphone à portée de main. Or, la résolution de problèmes nécessite avant tout de comprendre une situation avant même d'effectuer un calcul. Situation qu'aucune calculatrice n'est capable d'analyser à notre place, d'où la nécessité de travailler l'esprit critique d'analyse de nos élèves. Elle permet

également de développer des compétences transversales comme nous pouvons le lire dans les programmes : « ... la recherche de résolution de problème est à pratiquer afin de solliciter l'analyse, la recherche, et la créativité des élèves pour répondre à un problème posé ».

Cependant, cette compréhension de la situation passe, pour les élèves par une représentation et une schématisation. De ce fait, intéressons-nous désormais à ce principe de schématisation.

La schématisation

Nous proposons dans cette partie, une réflexion sur la notion de schématisation au regard de différents auteurs.

D'après le dictionnaire l'internaute : « la schématisation consiste à expliquer, souvent par un dessin, un concept, un objet complexe quitte à le rendre plus simple que ce qu'il n'est en réalité. Il s'agit donc d'une illustration simplifiée d'une chose afin de faire comprendre son fonctionnement ». Si l'on s'appuie sur cette définition, l'intérêt de la schématisation réside dans sa capacité à rendre plus compréhensible un énoncé.

À l'école, schématiser un problème doit donc permettre à l'élève de transcrire l'énoncé pour l'aider à répondre au problème par la suite tout en donnant à l'enseignant accès à la réflexion de l'élève ainsi qu'à sa compréhension de l'énoncé. En effet, si le schéma produit par l'élève ne représente pas correctement l'énoncé, il est possible de remettre en doute la compréhension de l'élève. De plus, si une information a été oubliée dans le schéma cela laisse à penser que le résultat final ne sera pas celui attendu. Nous avons pu l'observer dans nos expérimentations, détaillées en aval (**Annexe 9**). Cependant, si l'on observe une corrélation entre le schéma proposé par l'élève et la modélisation, nous pouvons déduire que l'élève est capable de résoudre un problème. Si son erreur réside dans un oubli d'information à la lecture de l'énoncé, cela peut être également dû à une surcharge cognitive, chose observée dans nos propres expérimentations qui seront détaillées plus bas (**Annexe 5**).

Les recherches d'Agnès Camus-Musquer (2007) démontrent un lien entre schématisation et réussite plus importante dans la résolution de problèmes. Comme l'écrit Madame Camus-Musquer : « la schématisation doit viser l'autonomie des élèves et non une dépendance ». À cela, nous pouvons ajouter les propos de Sweller (1970) : « Lors de la lecture d'un texte difficile comme un énoncé de problème, l'élève se trouve souvent en « surcharge cognitive » et le schéma permet de fixer les informations perçues de manière à libérer la mémoire de travail ». Il est vrai que lorsqu'un élève lit plusieurs phrases contenant chacune des informations importantes pour répondre au problème, il risque de se noyer dans toutes ces informations. Pour n'oublier aucune donnée, l'élève peut donc surligner les points importants de l'énoncé, ce que certains élèves ont fait naturellement lors de nos séances de résolution de problèmes. Il est également possible pour les élèves de transcrire l'énoncé en un schéma, ce qui rend les informations du problème plus accessibles, tant pour lui que pour un lecteur extérieur qui peut s'emparer du problème en regardant seulement le schéma si celui-ci est représentatif et correctement réalisé.

Toutefois, Sweller précise que l'utilisation des schémas ne permet pas à tous les élèves de réussir. Malgré le fait que la schématisation tend vers une réussite plus importante lors de la résolution du problème, elle ne fonctionne pas pour tous les élèves. Chacun est différent. Si l'on reprend deux des sept postulats de Burns, rappelons « qu'il n'y a pas deux apprenants qui utilisent les mêmes techniques d'étude » et « qu'il n'y a pas deux apprenants qui résolvent les problèmes exactement de la même manière ». La schématisation n'est donc pas l'outil permettant la réussite de tous les élèves, mais il pourrait contribuer à une plus grande réussite. Pour que la schématisation soit une aide pour les élèves, il est important que cette étape soit produite par les élèves eux-mêmes. Comme on peut le lire dans l'article de Camus-Musquer, il n'y a pas d'intérêt pour l'enseignant de transmettre aux élèves un schéma tout prêt. Cela ne leur permet pas de faire le lien entre les données du problème et leurs connaissances antérieures. L'enseignant doit donc aider les élèves sans toutefois leur soumettre un schéma déjà fait.

En effet, s'en tenir à transmettre aux élèves un schéma de la situation déjà construit ne leur permet pas de s'approprier progressivement les données transmises afin de les mettre en parallèle avec leurs connaissances antérieures et les réinvestir

par la suite. Même sur les problèmes qui paraissent simples et accessibles sans l'usage du schéma, il est intéressant, voire essentiel, d'insister pour que les élèves passent par la représentation qui leur est propre afin d'intégrer un automatisme dans chacune des résolutions de problèmes futures, quelle que soit la nature du problème et sa complexité.

Cette représentation d'une situation problème se comprend comme la transposition d'une situation problème en image mentale avant de l'illustrer sur son cahier. Les études de Van Garderen (2007) et de Zhang et coll. (2012) se sont penchées sur les capacités de visualisation des élèves et ont mis en évidence qu'ils employaient deux types de représentation visuelle pour résoudre un problème mathématique : la représentation visuelle interne et la représentation visuelle externe.

D'abord, la représentation visuelle interne est celle qui laisse l'élève représenter la situation problème comme il le souhaite : il n'est pas guidé. L'élève doit alors faire le lien entre les informations prélevées dans l'énoncé et produire une image mentale qu'il saura transcrire sur le papier afin de s'imprégner de la situation et de résoudre le problème. Cette représentation réclame beaucoup d'efforts cognitifs aux élèves. En comparaison, la représentation visuelle externe est moins complexe. Ces représentations peuvent avoir la forme de graphique ou de diagramme et permettent d'associer une situation problème type à un schéma type. Nous les retrouvons notamment dans le guide violet « La résolution de problèmes mathématiques au cours moyen » où des schémas-types tels que des schémas en barre ou des tableaux sont proposés à l'enseignant afin de le transmettre aux élèves. Par ailleurs, ce type de visualisation peut diminuer le travail d'organisation des élèves, permettant aux élèves en difficulté de mieux entrer dans la résolution de problèmes puisqu'elle les déleste d'un obstacle.

En prenant en compte ces deux types de visualisations et les résultats de Camus-Musquer, nous avons décidé de nous baser uniquement sur la représentation visuelle interne pour la suite de nos expérimentations afin de laisser les élèves libres de leurs choix de schématisation, mais également pour observer la manière dont ils utilisent cet outil instinctivement.

Observations préalables

Des difficultés, amenant parfois à des erreurs, peuvent être repérées chez les élèves lors de la résolution d'un problème. L'erreur est au cœur des apprentissages puisque c'est un réel outil d'enseignement, cependant, beaucoup d'élèves la redoutent. Selon Astolfi (2018) : « dans bien des activités qu'ils pratiquent, du sport aux jeux électroniques, les jeunes considèrent (l'erreur) comme source de défis, comme objet de compétitions amicales et passionnées, comme occasion de dépassement de soi. Sans doute parce qu'ils ressentent qu'ils apprennent quelque chose de plus à l'occasion de chaque essai qu'ils tentent. Tout change à l'école, où l'erreur est plutôt source d'angoisse et de stress. ». Cela provoque des questionnements sur notre pratique d'enseignant : si les élèves ont peur de l'erreur, vont-ils s'engager réellement dans la résolution de problèmes ? Ne vont-ils pas préférer ne rien essayer afin d'éviter la moindre erreur ?

La résolution de problèmes est difficile puisqu'elle met en jeu plusieurs disciplines : le français (pour la lecture et la compréhension de l'énoncé), des compétences mathématiques différentes, et parfois des connaissances culturelles basiques lorsqu'un problème est issu d'une situation de la vie quotidienne. Si l'on souhaite que les élèves s'engagent dans cette tâche de résolution de problèmes, il est important de les rassurer afin qu'ils se sentent en sécurité affective, cela étant aidé par un bon climat de classe. Dédramatiser l'erreur et valoriser l'enseignement que l'on en tire serviront également de point d'appui : elle doit être au cœur des apprentissages pour faire progresser les élèves.

Nous pouvons d'ores et déjà anticiper plusieurs types d'erreurs, telles que des erreurs de calcul. Ce type d'erreur est moindre, selon nous, puisqu'elle ne relève pas du processus de modélisation. De plus, souvent, ces erreurs sont le fruit d'un moment d'inattention ou d'une non-relecture. Par exemple, si un élève choisit de réaliser l'opération $25 - 6$, qu'il la pose et qu'il inscrit le résultat 18, on peut valider la compréhension de l'énoncé, de la modélisation et de la communication du résultat si celui-ci est présenté à partir d'une phrase réponse. Cependant, il y a ici une erreur sur la compétence "calculer". On peut émettre ensuite plusieurs hypothèses :

- Une mauvaise connaissance des nombres
- Une précipitation dans le calcul
- Un surcomptage

De façon autonome, nous pourrions suggérer aux élèves de vérifier leur résultat grâce à la calculatrice afin qu'ils déterminent ou non la validité de leur réponse sans nous solliciter. De cette manière, ils se rendront compte de la divergence entre le résultat calculé et le résultat attendu et pourront chercher d'emblée la source de l'erreur. Ce type d'erreur, au-delà d'être évitable, peut donc également être facilement repérée et corrigée par l'élève lui-même, accentuant le processus d'apprentissage. L'ordre de grandeur du résultat peut aussi être une manière d'estimer si le calcul semble correct.

Un second type d'erreur que nous pouvons envisager où le schéma pourrait prendre toute sa place est l'oubli de données. Schématiser la situation problème et y faire apparaître les données au fur et à mesure pourrait être une manière pour que cela ne représente pas un obstacle. Ou, dans le cas contraire, une simple relecture de l'énoncé suffirait à déceler l'erreur et y remédier. Dans le cas d'un élève en difficulté, il se peut également qu'il s'agisse d'une surcharge cognitive et nous espérons également que le schéma se révélera être un outil précieux pour alléger leur effort.

Une autre éventualité est la difficulté à transcrire la situation lue en une histoire compréhensible. En effet, les élèves ne sont pas égaux sur leurs capacités à lire un texte et surtout, à le comprendre. Surtout qu'il faut mentionner qu'un problème mathématique peut contenir de nombreuses informations et données, il en est donc difficile de toutes les retenir et de les lier entre-elles. Dans cette situation, la schématisation pourra servir de levier pour réussir le problème puisqu'il permettra aux élèves de mettre sur papier, étape par étape leur compréhension de la situation. Savoir lire et comprendre un texte font partie des attendus principaux et primordiaux de l'école envers ses élèves. C'est une aptitude qui se construit tout au long de sa scolarité comme celle de savoir écrire ou de savoir vivre ensemble. Pour des petits lecteurs, surtout dans la classe de CE2 étudiée, la lecture représente donc un premier obstacle qui devrait être moins rencontré chez les CM1-CM2 bien que l'on perçoive une

différence entre les élèves ayant l'habitude de lire, et donc de représenter l'histoire dans leur tête, et ceux qui lisent peu.

L'objectif est donc d'inciter les élèves à utiliser un schéma, en lien avec la compétence « *représenter* », pour éviter ces erreurs, ou même pour les aider à démarrer la résolution. De plus, cela permet de ne pas obtenir des productions réalisées dans le seul but de respecter le contrat didactique implicite passé entre l'élève et l'enseignant où l'élève connaît les attentes de l'enseignant vis-à-vis du travail qui lui est donné et va donc chercher à y répondre, même s'il ne sait pas comment s'y prendre.

Pour cette raison, comme nous l'avons dit, la schématisation offre un excellent moyen de débiter une recherche puisqu'elle permet de représenter le problème, de le transcrire sur le papier de la manière qui plaira le plus à l'élève, qui lui sera propre, et qui lui permettra donc de percevoir la direction à suivre pour trouver une solution. Ensuite, il pourra passer par la modélisation en déduisant les calculs à réaliser. Par ailleurs, même si l'élève effectue toutes ces étapes et ne trouve pas la bonne réponse, le raisonnement sera intéressant à suivre pour comprendre son cheminement et le guider ensuite vers la voie de la solution en faisant preuve d'étayage. Il se définit comme l'ensemble de ce que l'enseignant effectue pour aider l'élève parce qu'il ne peut pas agir seul (Bucheton & Soulé 2009).

Afin de confirmer ou non les effets bénéfiques du schéma, nous avons pour cela mis en place des expérimentations dans nos classes respectives.

Partie II : Nos motivations et nos expérimentations

Notre affinité avec les mathématiques

Rédiger notre mémoire en mathématiques était un choix évident compte tenu de notre affinité avec cette discipline qui nous a suivis sur l'ensemble de notre scolarité, de notre enfance aux études supérieures. Nous avons tous deux suivi un parcours scientifique où les mathématiques ont été omniprésentes, que ce soit dans une licence axée sur les mathématiques pour Orlane, ou les statistiques dans une licence de

biologie pour Cédric. Cette affinité pour les mathématiques stimule notre souhait au quotidien de proposer à nos élèves respectifs un enseignement qui saura leur permettre de s'épanouir dans l'apprentissage des mathématiques et chasser cette appréhension des chiffres et de la recherche qui effraie de nombreux élèves. C'est de par notre début d'expérience en tant qu'enseignant, et notre vécu d'élèves puis d'étudiants que nous avons pu relever ceci.

Nos écoles et classes respectives

Nous enseignons tous les deux dans des écoles de Loire-Atlantique. Orlande est dans une école élémentaire rurale à une vingtaine de kilomètres de Nantes dans laquelle nous comptons 10 classes. C'est une classe de cycle 2 avec 28 CE2 au niveau très hétérogène. Il y a notamment des élèves en grandes difficultés, bénéficiant de Projet Personnalisé de Réussite Éducative. Pour ces élèves, de la différenciation est mise en place au quotidien, y compris sur la résolution de problèmes. Des demandes d'aides au Réseau d'Aides Spécialisées aux Élèves en Difficulté et des séances d'Accompagnement Personnalisé Complémentaire ont été faites pour quelques élèves. Pour certains, le geste d'écriture est très difficile d'accès, pour d'autres, la compréhension des énoncés amène à des difficultés de réalisation d'exercices puisqu'on observe une incompréhension totale. Cela entraîne donc de grandes difficultés en résolution de problèmes.

La seconde école se situe à Corsept, dans la circonscription de St Brévin et comporte 7 classes. Cette classe dont Cédric est en charge est une classe de cycle 3 double niveau comportant 6 CM1 et 19 CM2. Le niveau global des élèves est bon, malgré quelques élèves en difficultés notamment en mathématiques. C'est d'ailleurs autour de cette discipline que tournent les séances d'Accompagnement Personnalisé Complémentaire (APC) de ces élèves. Ces difficultés ne se retrouvent pas dans l'ensemble de la discipline, puisque ces élèves ne présentent aucune difficulté en géométrie, mais la majeure partie des obstacles vont se retrouver dans la numération et les grandeurs et mesures. Ces compétences sont régulièrement construites au sein de résolutions de problèmes adaptés pour les apprentissages en cours.

Pourquoi ce choix de mémoire ?

Des résultats excellents en mathématiques ne sont malheureusement pas ce qui ressort sur l'ensemble du territoire d'après les évaluations TIMSS (Trends in Mathematics and Sciences Study), évaluations réalisées dans le primaire en CM1 et dans le secondaire, au collège, en classe de quatrième. En 2019, les élèves de CM1 en France ont obtenu un score moyen de 485 points en mathématiques, soit 44 points de moins que le score moyen des pays de l'OCDE (Organisation de coopération et de développement économiques) qui était de 529. Cette différence de niveau se repère non seulement chez les élèves socialement défavorisés, mais également chez les élèves issus de milieux plus aisés. L'évaluation met également en lumière que 54 % des élèves socialement défavorisés en France sont scolarisés dans une école socialement défavorisée contre 35 % en moyenne dans les pays de l'OCDE. Ces chiffres mettent en avant les difficultés auxquelles sont confrontés les élèves français devant les mathématiques et accentuent notre souhait de participer à aider nos élèves à ne plus craindre cette discipline. Par ailleurs, cela se confirme sur le site de l'Éducation Nationale : « Les enquêtes nationales et internationales mettent régulièrement en lumière les difficultés des élèves français en résolution de problèmes en comparaison des élèves des pays économiquement comparables. » Les problèmes pour lesquels ces difficultés apparaissent sont généralement des problèmes en deux ou trois étapes d'après ce qui ressort des évaluations TIMSS.

Cohérence du travail en binôme

Nous avons tout de suite envisagé de rédiger ce mémoire à deux puisque nous n'y voyions que des bénéfices. Tout d'abord, nous étions habitués à travailler ensemble et savions que la rédaction ne poserait donc pas de difficulté. Surtout, dans l'intérêt de proposer une production complète et fournie, la récolte de données à deux apparaissait irrémédiablement plus dense puisque nous avons deux classes sur lesquelles nous appuyer. Par ailleurs, collaborer permet un regard croisé sur les données de l'un comme de l'autre, offrant donc plus d'idées et de richesses dans nos analyses aux vues des données plus importantes. Enfin, comme nous l'avons mentionné précédemment, nous avons des classes avec des niveaux qui se suivent.

En toute cohérence, cela permet de mettre en relief des travaux chez des enfants d'âges proches, mais qui font partie de cycles distincts et pour lesquels nous avons donc des attentes différentes aux vues des attendues de fin de cycle.

Expérimentations

Comme mentionné plus tôt, nous avons émis deux hypothèses autour de l'usage de la schématisation. Tout d'abord, première hypothèse, l'usage d'un schéma est essentiel pour les élèves afin de comprendre et résoudre un problème mathématique. La deuxième hypothèse se concentre, quant à elle, sur la place de l'enseignant pour apporter et utiliser l'outil qu'est la schématisation par les élèves.

Afin de valider ou invalider ces deux hypothèses, nous avons proposé à nos élèves respectifs différentes situations. Nous avons fait le choix de proposer des énoncés différents dans nos deux classes bien qu'il aurait été intéressant d'en proposer un identique ou similaire (avec des données différentes) afin d'observer la progressivité possible entre les deux cycles. De plus, nous aurions pu observer des démarches différentes et potentiellement donner aux CE2 un problème complexe, devenu basique pour les CM1 ou CM2 grâce à leurs années d'avance.

Dans la classe de CE2, deux problèmes ont été proposés aux élèves : l'un atypique, l'autre complexe. Le premier problème était présenté ainsi : « *Dans sa tirelire, Clément n'a que des pièces de 2€ et de 1€. En tout, il a 7 pièces. Il compte son argent et trouve qu'il a 11€. Combien de pièces de 2€ et combien de pièces de 1€ y a-t-il dans sa tirelire ?* ».

Le second problème était le suivant : « *Deux classes vont ensemble au musée. Il y a 23 élèves dans l'une et 22 élèves dans l'autre. Il faut pour chaque élève un ticket de métro pour l'aller et un ticket pour le retour. Un ticket coûte 2€. Le prix d'entrée du musée est de 4€ pour chaque enfant. Combien les maîtres dépensent-ils pour tous les enfants.* ».

Dans la classe de CM1-CM2, il a été proposé aux élèves de CM2 le problème complexe suivant : « *Un agriculteur mesure le périmètre de son champ rectangulaire*

et trouve 158m. Il sait que la largeur de son champ fait 25m. Combien de mètres mesure la longueur de son champ ? ».

Également, un problème atypique a été donné : « Un plateau d'échec a la forme d'un carré et est composé, au total, de 64 cases, chacune faisant 6cm de côté. Combien mesure le périmètre de l'échiquier ? ».

Pour les problèmes donnés aux CE2, celui sur la tirelire et le voyage scolaire, l'enseignante n'avait à ce moment-là pas évoqué le schéma et avait laissé ses élèves entamer la procédure qui leur paraissait adéquate afin de répondre aux problèmes. C'est sur un second temps sans correction, une semaine après, que l'enseignante a de nouveau proposé le problème du voyage scolaire, mais en imposant l'utilisation d'un schéma. Tout cela dans l'objectif de voir quel nombre d'élèves utiliserait naturellement la représentation pour répondre aux problèmes et, à la séance suivante, de voir une différence ou non dans le taux de réussite des élèves lorsqu'ils sont amenés à schématiser.

De son côté, l'enseignant des élèves de CM2 avait quant à lui déjà soufflé l'idée d'utiliser un schéma pour le problème atypique afin de faciliter la compréhension de l'énoncé sur l'échiquier sans pour autant l'imposer. L'objectif étant de voir quels étaient les acquis des élèves dans la représentation d'un problème et quelles stratégies seraient mises en œuvre.

Partie III : Analyses

Analyse a priori

Résultats en classe de CE2

→ Un problème atypique : la tirelire

Pour le problème de la tirelire, le savoir mis en jeu est la réalisation d'une somme dans l'objectif d'obtenir une valeur précise.

Aucun schéma ou dessin n'accompagnait cet énoncé, et aucune information n'était mise en gras ou souligné. Les élèves sont confrontés à un problème atypique. Lorsque j'ai réalisé cet exercice avant de le proposer aux élèves, j'ai surligné dans l'énoncé trois informations importantes : "7 pièces", "11€" et "n'a que des pièces de 2€ et de 1€". En effet, il est nécessaire d'identifier que l'objectif final est de trouver la solution pour atteindre 11€ avec 7 pièces de 2€ et de 1€. Cependant, il est évident que des élèves ne surlignant pas les informations importantes risquent nécessairement d'omettre l'une des informations, et notamment celle du nombre de pièces, située vers le début de l'énoncé. C'est une des difficultés envisagées. Il est en revanche difficile d'anticiper un schéma type au vu du problème proposé. Par contre, il est possible, dès la lecture du problème de noter les informations importantes, ou de les identifier en les surlignant par exemple pour ne pas les oublier. Puis, représenter 7 pièces vides serait une bonne idée pour transcrire une des données importantes du problème. Les élèves n'auraient alors plus qu'à trouver la bonne combinaison pour compléter ces 7 pièces. Il est possible d'envisager une certaine progression dans ce type de problème. En effet, nous pouvons complexifier l'énoncé lors de séances suivantes en proposant par exemple un énoncé ressemblant à : « *Dans sa tirelire, Audrey n'a que des pièces de 2€ et de 1€. En tout, elle a 11 pièces. Elle compte son argent et trouve qu'elle a 15€. Combien de pièces de 2€ et combien de pièces de 1€ y a-t-il dans sa tirelire ?* ».

Nous avons imaginé des problèmes similaires en lien avec les masses (puisque c'est une notion abordée au cours de la quatrième et cinquième période). En effet, les pièces de 1€ et de 2€ peuvent être remplacées par des masses en grammes afin d'obtenir une certaine masse finale : « *Hugo fait de la musculation. Il utilise seulement des poids de 100g et de 200g. En tout, il a 6 poids. Il compte la masse totale de ses poids et obtient 1 kg. Combien de poids de 100g et combien de poids de 200g a-t-il dans sa salle de musculation ?* ».

Il est également possible d'imaginer un énoncé en lien avec les contenances, dans la même idée que celle proposée pour les masses. Ce problème atypique est donc transposable à plusieurs notions.

Lors de la séance, le 9 décembre, le problème a été lu en classe entière. L'énoncé est en lien avec la partie des mathématiques « Grandeurs et mesures ». Il

s'appuie précisément sur la notion de monnaies, étudiées en amont, mais cette séquence n'est pas nécessaire pour réaliser ce problème. En effet, il ne s'appuie pas sur une connaissance précise du système monétaire puisqu'il ne mobilise pas de lien entre les euros et les centimes. Les séances de résolution de problèmes varient dans l'organisation. Le problème est toujours lu en classe entière. Il arrive que les élèves se retrouvent à travailler en binôme, afin de se centrer sur la coopération et d'entraîner des élèves plus réticents sur leurs capacités à résoudre un problème puisqu'ils sont désormais deux dans la résolution de problèmes. Ici, les problèmes proposés ont été résolus de manière individuelle. Les élèves pouvaient appeler l'enseignante pour des questions, mais cela était très rare.

La difficulté du problème porte principalement sur sa compréhension. La première phrase est à la forme négative : « ... Clément n'a que des pièces de 2€ et 1€. » qui implique une certaine déduction à faire. Les valeurs mises en jeu restent très accessibles puisqu'elles sont inférieures à 15. Il n'y aura donc pas d'éventuelles difficultés à ce niveau-là. Avant de donner le problème aux élèves, nous avons anticipé une difficulté : un oubli dans la prise en compte d'une information de l'énoncé. « En tout, il a 7 pièces » est une information essentielle et indispensable à la réalisation du problème. Sans cette information, plusieurs solutions sont possibles :

- $2\text{€} + 2\text{€} + 2\text{€} + 2\text{€} + 2\text{€} + 1\text{€}$
- $2\text{€} + 2\text{€} + 2\text{€} + 2\text{€} + 1\text{€} + 1\text{€} + 1\text{€}$
- $2\text{€} + 2\text{€} + 2\text{€} + 1\text{€} + 1\text{€} + 1\text{€} + 1\text{€} + 1\text{€}$
- $2\text{€} + 2\text{€} + 1\text{€} + 1\text{€} + 1\text{€} + 1\text{€} + 1\text{€} + 1\text{€} + 1\text{€}$
- $2\text{€} + 1\text{€} + 1\text{€}$
- $1\text{€} + 1\text{€} + 1\text{€}$

Cette information permet de limiter les solutions au nombre de une : la deuxième. Après lecture du problème, de nombreux élèves ont omis cette donnée et proposent ainsi la première solution, correcte mathématiquement puisque Clément a dans ce cas bien 11 euros, mais elle ne prend pas en compte toutes les informations de l'énoncé.

Malgré l'anticipation de l'erreur, nous n'avons rien mis en place pour éviter cela. A posteriori, nous imaginons que mettre en valeur cette phrase essentielle de l'énoncé aurait sûrement permis aux élèves de ne pas faire cette erreur. Si une mise en valeur

dans l'énoncé est faite sur les premiers problèmes, les élèves reproduiront sûrement par eux-mêmes cette mise en valeur dans de futurs problèmes, puisqu'ils auront perçu les bienfaits. De plus, il est important de noter qu'aucune différenciation n'avait été mise en place lors de la résolution de ce problème alors que dans cette classe, de la différenciation est mise en place constamment. Une autre idée était d'aider les élèves dans leur proposition de réponse en représentant sur leur fiche, 7 pièces vides dans la case « réponse ». Cela implique alors que la réponse attendue demande obligatoirement 7 pièces. Les élèves ayant proposé la première solution auraient probablement remis leur raisonnement en question. Enfin, nous avons, toujours en aval, envisagé la possibilité de proposer ce problème en deux étapes, amenant ainsi un problème plus guidé. La première partie d'énoncé serait similaire : *Dans sa tirelire, Clément n'a que des pièces de 2€ et de 1€. Il compte son argent et trouve qu'il a 11€. Combien de pièces de 2€ et combien de pièces de 1€ y a-t-il dans sa tirelire ? Propose plusieurs solutions possibles.* Puis dans un second temps, leur demander quelle était la solution si Clément avait exactement 7 pièces. Ces propositions auraient pu être proposées à l'ensemble des élèves (puisque nous avons observé un nombre important d'élèves n'ayant pas réussi) ou alors seulement aux élèves en difficulté, étant ainsi une forme de différenciation.

De l'étayage a été réalisé pour permettre à un élève d'entrer dans l'activité. C'est un élève qui, en voyant une difficulté trop importante, s'arrête et n'essaie même pas puisqu'il pense ne pas pouvoir réussir. Afin qu'il fasse l'activité, je lui ai donc relu le problème en le questionnant sur ce qu'il devait trouver. Mes questions avaient pour but de l'aider à comprendre l'énoncé et ce qu'il recherchait exactement. J'ai ensuite apporté du matériel à cet élève en lui donnant des pièces de 2€ et de 1€ (entre 10 à 12 pièces). Il a été très guidé dans la réalisation du problème dans un but de réussite et de mise en confiance. L'élève a trouvé la solution attendue avec ces aides. Nous n'avons, de ce fait, pas pris en compte les résultats de celui-ci.

Le problème a été mis en commun la semaine suivante, en partant de la proposition erronée que beaucoup d'élèves ont faite. Ainsi, nous avons établi des stratégies afin de ne plus commettre ces erreurs la prochaine fois.

→ **Un problème complexe : la sortie scolaire**

Le deuxième problème proposé aux CE2 est un problème complexe, nommé : « la sortie scolaire ». Il a été proposé à plusieurs reprises aux élèves, avec des données différentes, afin d'observer une certaine progression chez les élèves. Un premier problème de sortie scolaire a été donné aux 24 élèves présents le 9 décembre avec comme énoncé : « *Deux classes vont ensemble au musée. Il y a 23 élèves dans l'une et 22 élèves dans l'autre. Il faut pour chaque élève un ticket de métro pour l'aller et un ticket pour le retour. Un ticket coûte 2€. Le prix d'entrée du musée est de 4€ pour chaque enfant. Combien les maîtres dépensent-ils pour tous les élèves ?* ».

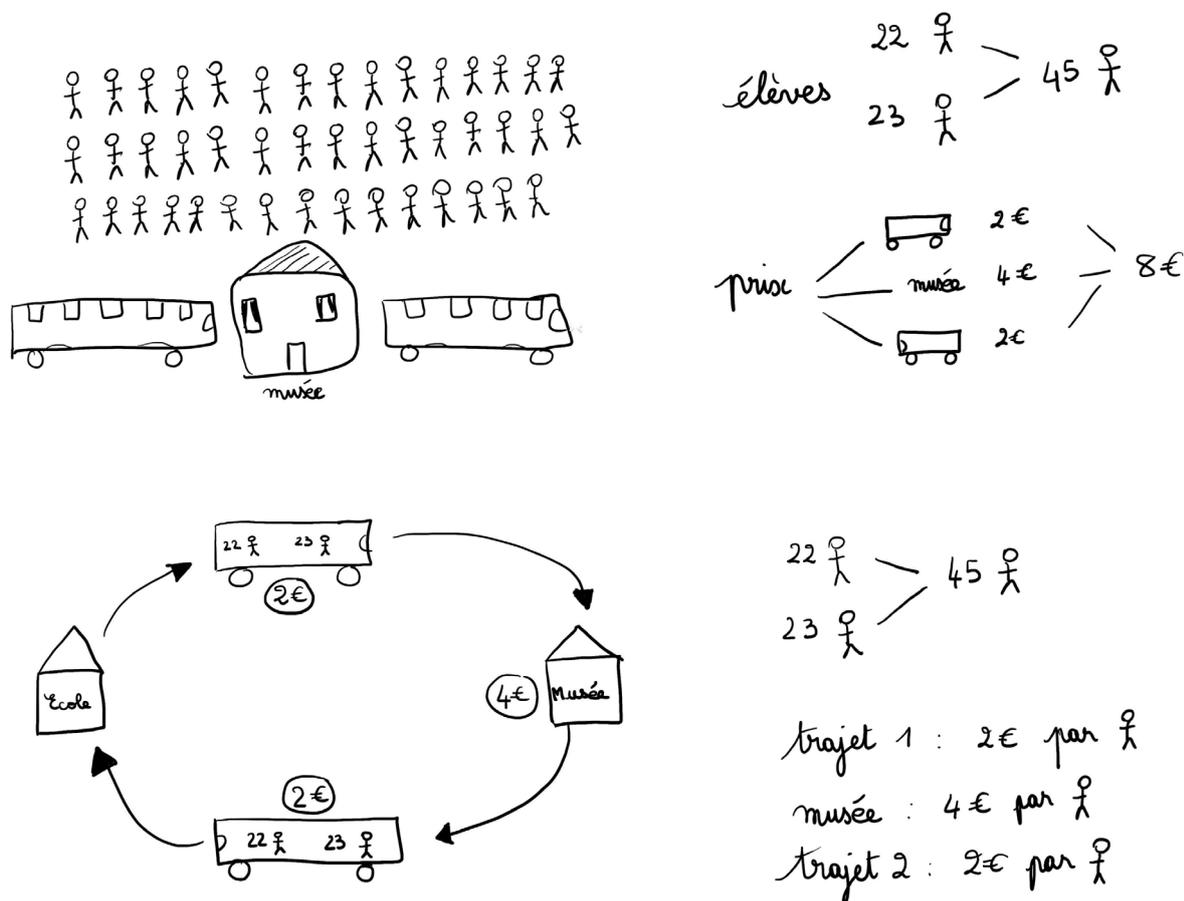
Cette séance s'inscrit dans la discipline « Grandeurs et mesures », et aborde le thème de la monnaie. Encore une fois, il n'est pas indispensable d'avoir étudié ce thème avec les élèves pour la réalisation de ce problème puisqu'il n'y a aucun lien à établir entre les centimes et les euros, mais cela est préférable puisque c'est une notion acquise pour les élèves, qui ne seront pas en difficulté face à cette appellation et cette notation « € ».

Le savoir mis en jeu dans ce problème est la réalisation d'une addition ou d'une multiplication. Aucune information supplémentaire n'accompagnait le problème. De plus, aucune différenciation n'avait été mise en place ce jour-là. Dans la classe, il y a une forte hétérogénéité. Une différenciation aurait été appréciée, d'autant plus qu'elle est constamment mise en place dans un objectif d'aider tous les élèves.

Le problème a été lu en classe entière avant d'être travaillé individuellement par les élèves. La schématisation n'avait de nouveau pas été imposée.

Il est possible d'envisager une certaine progression dans ce type de problème. En effet, nous pouvons complexifier l'énoncé lors de séances suivantes en proposant, par exemple, une activité piscine après le musée. Cela ajoute une valeur supplémentaire dans les calculs. Il est possible de mettre en jeu des valeurs plus importantes. Enfin, si l'on évoque une progression plus lointaine, nous pouvons penser à proposer un problème similaire avec des nombres décimaux ou des fractions, pour des élèves de cycle 3.

Avant de leur donner ce problème à résoudre, nous avons anticipé les différents schémas qu'ils allaient nous proposer. On observe quatre propositions dont certaines sont plus efficaces que d'autres en matière de rapidité et de mise en valeur de l'information.



La première proposition de représentation demande un investissement en temps important puisqu'il amène des détails dans la schématisation qui s'apparente donc plus à un dessin.

Pour poursuivre les anticipations, il est évident qu'un oubli dans la prise en compte des valeurs est à prévoir. La formulation « *Il faut pour chaque élève un ticket de métro pour l'aller et un ticket pour le retour. Un ticket coûte 2€.* » n'est pas facilement compréhensible. Tout d'abord, il aurait été préférable de proposer un ticket de bus à la place du ticket de métro, plus accessible pour des élèves davantage familiers au bus qu'au métro. De plus, il faut comprendre à travers l'énoncé qu'il y a un trajet retour. Une formulation différente aurait peut-être facilité la prise en compte

de cette donnée : « Pour chaque élève, il faudra un ticket de bus pour l'aller coûtant 2€ et un ticket de bus pour le retour coûtant 2€ ». C'est également une proposition envisageable en termes de différenciation.

Différentes procédures de calcul sont possibles :

- l'utilisation de l'addition itérée.
- l'utilisation de la multiplication posée.
- le fait de séparer les deux classes et de calculer d'abord le total pour 22 élèves puis celui pour 23 élèves (sûrement plus propices aux erreurs de calcul).

Les recherches des élèves ont été relevées le jour même.

La semaine suivante, le 16 décembre le même problème a été proposé avec les 26 élèves présents, de manière plus guidée. Il a été lu à haute voix par moi-même. Une transcription de l'échange et son analyse seront mises à disposition dans l'analyse a posteriori. La schématisation a durant cette séance été imposée aux élèves, d'abord par une réflexion individuelle puis une mise en commun par groupes. L'objectif étant ici d'observer d'autres façons de représenter afin de sélectionner les moyens les plus efficaces. Une mise en commun collective a été faite dans l'objectif de cibler les propositions expertes de représentation et ainsi d'éviter les schématisations se rapprochant du dessin. Cela a permis de montrer aux élèves que représenter 45 bâtons est plus efficace que de dessiner 45 bonhommes (**Annexe 8**). Le lendemain, les élèves ont été amenés à résoudre le problème à partir de leur schéma, dans une modalité de travail individuel. Puis, une correction collective avec une participation active des élèves (ce sont eux qui devaient amener les réponses) a été effectuée.

Précisons qu'un problème similaire (reprenant une histoire identique, mais avec des données différentes) a été donné aux élèves le 8 avril afin d'observer leur évolution. L'énoncé étant le suivant : « *Deux classes vont ensemble au cinéma. Il y a 26 élèves dans la première classe et 24 élèves dans l'autre classe. Il faut pour chaque élève un ticket de bus pour l'aller et un ticket de bus pour le retour. Un ticket coûte 1€. Le prix d'entrée du cinéma est de 4€ pour chaque enfant. Combien cette sortie scolaire va-t-elle coûter ?* ».

Peu de séances ont été faites entre décembre et avril puisque les séances de piscines prenaient le créneau défini pour la résolution de problèmes. Ce jour-ci, 25 élèves étaient présents. Une schématisation a été imposée. Nous sommes revenus de manière collective sur leurs propositions de représentations en discutant sur leur travail afin de voir si le schéma était lisible et efficace en termes de temps. Puis, les élèves ont eu un temps de réflexion individuelle pour résoudre le problème.

Résultat en classe de CM1-CM2

→ **Un problème complexe : le champ**

Un premier problème complexe a été proposé le 9 décembre 2021 aux élèves de CM2. Son énoncé était le suivant : « *Un agriculteur mesure le périmètre de son champ rectangulaire et trouve 158m. Il sait que la largeur de son champ fait 25m. Combien de mètres mesure la longueur de son champ ?* ».

Ce problème n'a été proposé qu'aux 19 élèves de CM2 (dont l'un était absent) puisqu'il intervenait à la séance 3 de la séquence sur le périmètre, qui était dans l'ensemble de la révision puisque c'est une notion vue depuis le CE2. La difficulté de ce problème réside dans sa formulation : habituellement, les élèves sont confrontés à des problèmes où les données sont les côtés de la figure et il leur est demandé d'en déduire le périmètre de cette figure. Ici, le problème donnait de prime abord le périmètre ainsi que la longueur d'un côté, tout en précisant que la forme du champ est rectangulaire, et il leur était demandé d'en déduire la longueur du côté manquant.

Ici, les savoirs mis en jeu étaient la formule du périmètre d'un rectangle, soit :

$$P = 2 * l + 2 * L$$

Ainsi que, automatiquement, les notions de longueur et largeur d'un rectangle.

Pour résoudre ce problème, trois procédures étaient envisageables :

1. Les élèves pouvaient multiplier par deux la longueur du côté donnée dans l'énoncé (25m) avant de soustraire cette valeur au périmètre total (158m). Ils

obtenaient ainsi le double du dernier côté (108m) auquel il suffisait de diviser par deux (54m).

2. Les élèves pouvaient faire la somme $25+25$ pour obtenir la mesure cumulée des deux largeurs du rectangle, avant de soustraire ce résultat au périmètre. Ils obtenaient également 108m et n'avaient plus qu'à diviser par deux le résultat pour résoudre le problème.

3. Il était également possible, à la place de soustraire 50 à 158, de faire une méthode d'ajout jusqu'à atteindre 158 en partant de 50. C'est, par ailleurs ce qui a été observé sur la copie d'une élève en réussite sur ce problème (**Annexe 12**).

Pour ce problème, aucune indication n'a été donnée aux élèves hormis qu'ils pouvaient faire ce qu'ils souhaitaient sur la feuille pour résoudre le problème.

→ Un problème atypique : l'échiquier

Le lendemain, le 10 décembre 2021, un second problème a été proposé aux 19 élèves de CM2 (dont un était toujours absent). Cette fois, il s'agissait d'un problème atypique toujours en lien avec la notion en cours d'apprentissage : le périmètre. Son énoncé était le suivant : « *Un plateau d'échec a la forme d'un carré et est composé, au total, de 64 cases, chacune faisant 6cm de côté. Combien mesure le périmètre de l'échiquier ?* ».

Cette fois, la difficulté résidait dans le fait que les données de la situation problème ne donnaient explicitement ni la longueur d'un côté du polygone ni le périmètre de la figure. Ce problème était volontairement plus difficile que le premier problème mentionné plus haut où les élèves avaient su se passer de la schématisation. Nous souhaitions alors observer lesquels choisiraient la stratégie de réaliser un schéma. Par ailleurs, cette fois-ci, la schématisation a été recommandée à l'oral afin de résoudre le problème afin de donner une piste de départ aux élèves.

L'objectif était donc de confronter les élèves à un problème qu'il n'avait pas l'habitude de résoudre, tout en réinvestissant plusieurs savoirs que sont la notion de périmètre, l'estimation du nombre de cases dans une grille.

La procédure attendue pour résoudre ce problème était de représenter l'échiquier sur sa feuille afin d'en déduire le nombre de cases par côté. Étant donné que l'échiquier est carré, il y a obligatoirement autant de cases par côté, soit 8 (puisque $8 \times 8 = 64$). C'est une information implicite, que les élèves doivent déduire de leurs acquis antérieurs (un carré à ses côtés de même longueur). Ensuite, les élèves devaient trouver la longueur d'un côté, soit $6 \times 8 = 48\text{cm}$ avant d'en déduire le périmètre total, soit $48 \times 4 = 192\text{cm}$.

Par ailleurs, nous pouvons imaginer une progressivité en lien avec le repérage sur un quadrillage, qui sera notamment utile pour la programmation et le déplacement dans l'espace, mais également en lien avec les fractions, par exemple :

- « Si on prend une ligne de l'échiquier, quelle portion de l'échiquier avons-nous prise ? **Réponse : $1/8$.** »
- « Si on prend une 8 cases de l'échiquier, quelle portion de l'échiquier avons-nous prise ? **Réponse $8/64$, que l'on peut simplifier en $1/8$ aussi.** »

Cadre d'analyse théorique

Afin d'analyser davantage les résultats de nos expérimentations, nous avons choisi de nous servir du guide violet « la résolution de problèmes mathématiques au cours moyen » et ses propositions autour de l'usage du schéma dans la résolution de problèmes. Nous avons estimé que le guide violet était un cadre d'analyse pertinent malgré le fait que des CE2 faisaient partie de nos expérimentations. En effet, l'année de CE2 finalise le cycle 2 et tend vers le prochain cycle. Nous prendrons cependant les précautions nécessaires par rapport à ce cadre d'analyse. Cet ouvrage indique que la résolution d'un problème mathématique se fait en 4 étapes :

- Comprendre

L'élève doit comprendre le texte du problème, c'est-à-dire comprendre l'histoire que raconte le problème. À cela s'ajoute une compréhension spécifique aux problèmes mathématiques : comprendre la question, identifier précisément ce qui est cherché.

- Modéliser
- Calculer
- Répondre

Notre mémoire a eu pour but de réfléchir sur cette première étape, celle où nous l'avons remarqué, de nombreux élèves bloquent jusqu'à finir par baisser les bras. Ainsi, nous souhaitons déterminer si la schématisation pouvait être un levier pour l'élève afin de comprendre la situation exposée et ainsi d'en extraire la modélisation d'un calcul valide.

Le guide violet de la résolution de problème au cours moyen affirme que les schémas sont, dans la plupart des cas, d'une grande aide pour les élèves. Cela se confirmera également par nos propres analyses a posteriori des travaux d'élèves de nos recherches. Par ailleurs, le guide violet indique également que tous les schémas ne se valent pas : certains seront trop longs et risquent d'engendrer des erreurs, d'autres ne seront pas d'une grande aide pour éclaircir le problème. Cela, nous pouvons le mettre en relief avec nos propres constatations : certains de nos élèves réalisent des schémas figuratifs, qui se rapportent plus à des dessins qu'à des schémas, ou illustrent la situation sans y apporter la moindre donnée, n'aidant donc en rien à résoudre le problème. Pour cette raison, le schéma ne devrait pas être imposé, car il pourrait être également source d'erreur, voire inutile. Nous l'avons constaté également, certains élèves étaient amplement aptes à passer directement à la modélisation puisqu'une simple lecture de l'énoncé leur permettait de saisir la situation et la stratégie opératoire à mettre en place.

Cependant, le guide violet en vient à proposer quatre types de schémas aux enseignants, essentiels d'après lui pour les élèves de cours moyen :

- **Les schémas en barres** ;

Ces schémas sont nombreux et permettent de résoudre différents types de problèmes : problèmes additifs de parties-tout, problèmes additifs de comparaison, problèmes multiplicatifs de parties-tout et problèmes multiplicatifs de comparaison.

Par exemple, un schéma type pour un problème additif de parties-tout :

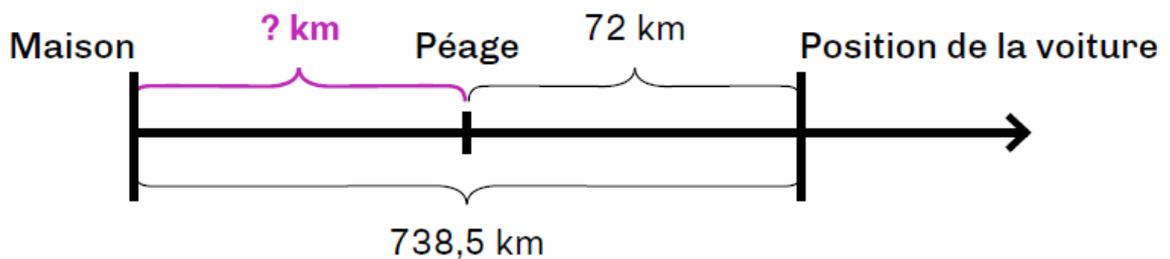
Schéma 3



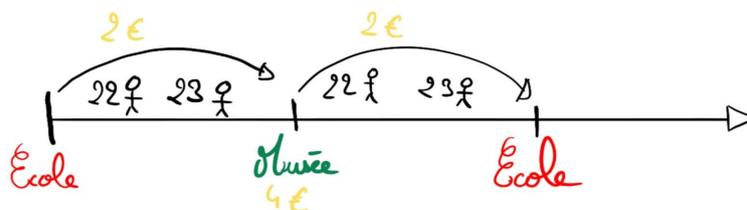
- Les schémas proposant un déplacement sur une droite numérique ou une ligne du temps ;

Ce type de schéma est idéal pour les problèmes de distances ou d'évolution dans le temps (quantité d'eau, nombre d'habitants...) grâce à sa flèche qui symbolise le temps ou la distance selon la situation.

En voici un exemple :



Ce type de schéma aurait pu être utilisé par les élèves de cycle 2 pour le problème complexe la sortie scolaire de la manière suivante :

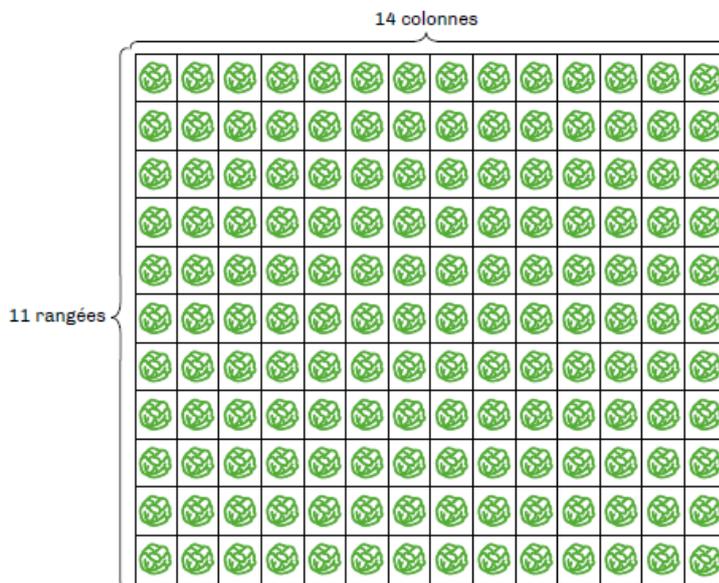


- **Les tableaux** ;

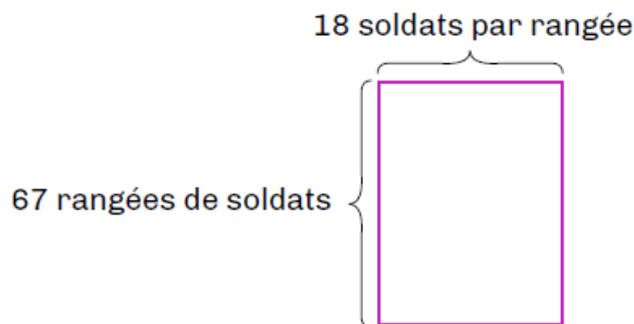
Les tableaux sont des schémas très utiles pour apprendre à ordonner ces informations, notamment dans les situations de proportionnalité étudiées en cycle 3, ou à représenter des situations problèmes engageant des quantités.



En revanche, les limites de cette représentation proviennent du temps qu'elle peut demander si l'élève décide d'être trop rigoureux. Le guide violet incite donc les enseignants à très vite faire comprendre aux élèves que les schémas sont là pour être simples, et ainsi passer de ce type de tableau :



À ce type de tableau :



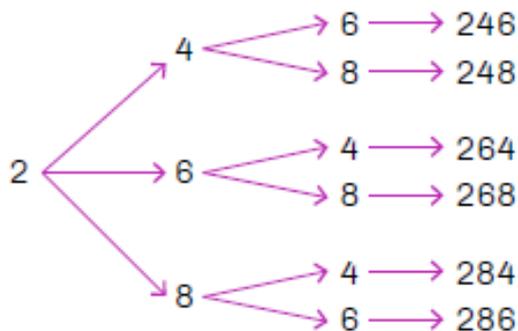
Pour transposer ce type de schéma au cycle 2, il est possible d’imaginer qu’un tableau leur permette d’ordonner les informations de l’énoncé lorsqu’elles sont nombreuses. Si l’on reprend le problème de la sortie scolaire, une partie des élèves a oublié une information dans sa résolution. Ce type de schéma aurait également pu les aider à structurer leur pensée d’une manière plus ordonnée. Nous avons imaginé le tableau suivant :

Tableau récapitulatif des données du problème			
Nombre d’élèves		Prix à payer par élèves	
Élèves classe 1	23	Trajet aller	2€
Élèves classe 2	22	Musée	4€
Total élèves	45	Trajet retour	2€

- **Les arbres** ;

Ils permettent de schématiser des problèmes où les situations incluent des dénombrements de plus de deux ensembles, ne permettant donc plus l’utilisation d’un tableau. Par exemple, dans le problème suivant : “ Combien peut-on écrire de nombres à trois chiffres commençant par le chiffre 2 et en utilisant au plus une fois les chiffres

2, 4, 6 et 8 ?”, l’arbre permettra rapidement de déterminer les solutions possibles tout en n’excluant pas le fait que l’élève en ait oubliées :



Le guide violet propose donc quatre types de schémas-types que les enseignants pourront enseigner à leurs élèves. Chacun de ces schémas-types offre un large éventail de situations problèmes auquel il pourra s’adapter pour aider les élèves à dépasser l’obstacle de la compréhension. Si nous reprenons les propos des études de Van Garderen (2007) et de Zhang (2012), nous pouvons ici mettre en évidence que le guide violet tend à favoriser l’usage de la représentation visuelle externe. Nous avons déjà reconnu les avantages que ce type de visualisation offre aux élèves puisque, une fois le schéma-type compris et appris, les élèves pourront les réutiliser dans les situations qui l’exigent. Il leur restera plus qu’à identifier lequel de ces schémas-types correspond au problème proposé. Dans les situations de problèmes complexes comme le problème du voyage scolaire proposé aux CE2, un schéma-type aurait en effet probablement été plus favorable plutôt que de laisser les élèves construire leur propre schéma.

Désormais, nous pouvons analyser les résultats de nos expérimentations au regard de notre cadre théorique qu’est ce guide.

Analyse a posteriori

→ **Le problème atypique : la tirelire**

Après notre expérimentation en classe, en s'appuyant sur les réussites et les difficultés, mais aussi sur la présence ou non d'une schématisation, voici ce que nous avons obtenu pour le problème atypique de la tirelire, proposée aux élèves de CE2 :

Élèves ayant représenté		Élèves ayant modélisé		Élèves présentant directement un résultat	
Résultat correct	Résultat erroné	Résultat correct	Résultat erroné	Résultat correct	Résultat erroné
4	3	6	8	0	3

Le tableau présente les résultats de 24 élèves. Le plus notable est la colonne où l'on observe un 0 signifiant qu'aucun élève n'a réussi en présentant directement le résultat. Trois élèves ne sont passés ni par la représentation ni par la modélisation. Ces trois élèves n'ont pas proposé la solution attendue. Ils ont tous les trois inscrit la première solution, celle impliquant seulement 6 pièces. Il est donc à ce stade possible d'envisager qu'une aide visuelle, comme le schéma, que ce soit une simple représentation ou une modélisation ne peut qu'aider les élèves.

On peut également s'interroger sur le travail de ces trois élèves. Parmi eux, il y a deux élèves très performants en résolution de problèmes et en mathématiques de manière générale. Est-ce que leur erreur est le signe d'une précipitation ? Ces deux élèves ont-ils pris le temps nécessaire pour lire l'énoncé ? Ont-ils relu l'énoncé (comme évoqué par les élèves lors de cette séance) une fois le problème résolu ? Est-ce que si l'information importante du nombre de pièces "En tout, il a 7 pièces" avait été mise en valeur (en gras ou soulignée), la réponse de ces deux élèves aurait-elle vraiment changé ? Est-ce qu'en leur redonnant exactement le même problème aujourd'hui, leur

réponse serait différente ? Et leur procédure, serait-elle différente également ? Verrait-on une proposition de modélisation ou de représentation ?

La troisième élève n'ayant ni représenté, ni modélisé est en très grande difficulté. Elle rentre rarement dans une activité, que ce soit en mathématiques, en français ou dans une autre discipline. Il faut généralement une motivation extrinsèque pour que cette élève travaille. Elle n'est pas rentrée dans l'activité, mais a écrit quelques mots.

Avec ce problème, la représentation et la modélisation sont très proches. Des élèves représentent les pièces de monnaie tout en les additionnant. On observe cependant que dans les deux cas, qu'ils aient représentés ou modélisés, le taux de réussite est proche du taux d'échec. Alors, nous pouvons dire que dans ce type de problème, la représentation comme la modélisation amènent aux mêmes erreurs ; un oubli dans la prise en compte du nombre de pièces.

Parmi les représentations, nous avons relevé des propositions autocentrées (**Annexe 1**) témoignant d'élèves qui se sont imaginés dans l'énoncé du problème. Le schéma en résultant est très proche du dessin et demande un investissement en temps important. Il est possible de constater les procédures des élèves à partir de leur représentation. Certains ont relu l'énoncé après avoir résolu le problème et se sont aperçus de leur erreur qu'ils ont pu ajuster (**Annexe 2**). En effet, on observe que l'élève avait proposé la solution $2\text{€} - 2\text{€} - 2\text{€} - 2\text{€} - 2\text{€} - 1\text{€}$. Après relecture de l'énoncé, elle a réalisé que le nombre de pièces n'était pas celui attendu et a ajusté sa réponse.

Nous pouvons classer en deux tas distincts les modélisations même si l'un d'entre eux est majoritaire. Les élèves ont proposé des modélisations majoritairement basées sur un principe d'addition (**Annexe 3**). Un seul élève a proposé une modélisation passant par la multiplication (**Annexe 4**). Cet élève a réussi l'exercice. De plus, même si la multiplication est sûrement moins évidente pour les CE2, elle permet de visualiser plus facilement l'aspect quantitatif (le 4 et le 3 représentent le nombre de pièces). En effet, avec cette proposition, on imagine que l'élève se repérera plus facilement que d'autres élèves lorsqu'on proposera un problème similaire mettant en jeu des nombres plus importants.

Enfin, nous pensons que ce type de problème peut amener les élèves les plus en difficultés à être en surcharge cognitive au vu des informations à prendre en compte. Nous avons relevé la proposition d'une élève (**Annexe 5**), en difficulté en mathématiques, qui a pourtant mis en valeur toutes les informations nécessaires à la résolution du problème. Elle les a recopiés sur sa feuille dans la représentation. En observant ces deux premières parties, on imagine que l'élève a entièrement compris ce qui lui est demandé et qu'elle résoudra le problème correctement. Or, le résultat proposé n'est pas correct ; le nombre de pièces (7) devient le nombre d'euros et le 11€ disparaît totalement du résultat. Un schéma type permettrait à cette élève de se décharger de cette tâche cognitive qui lui semble avoir demandé beaucoup d'investissement.

Rappelons qu'une mise en commun a été faite après relecture du problème, la semaine suivante en partant de la solution erronée, mais proposée en majorité par les élèves. Au tableau, figure la proposition qui est beaucoup revenue : faire 11 euros avec $2\text{€} + 2\text{€} + 2\text{€} + 2\text{€} + 2\text{€} + 1\text{€}$ (6 pièces alors que l'énoncé en demandait 7). Un élève propose également la solution $10\text{€} + 1\text{€}$. Onze élèves valident cette proposition. Le reste de la classe semble ne pas être d'accord (ou ne se prononce pas). Voici une transcription des échanges qui ont parcouru ce début de séance.

« PE - Pourquoi n'êtes-vous pas d'accord avec cette proposition ?

E1 - Parce qu'il y a aussi des pièces de 1€, il n'y a pas qu'une seule pièce de 1€ dans la tirelire.

PE - Je ne sais pas, ce n'est pas précisé. Il n'a que des pièces de 1€ et de 2€. Après est-ce qu'il n'a qu'une pièce de 1€, ça, on nous le dit pas dans l'énoncé.

E2 - C'est pas bon car il n'y a pas 7 pièces.

PE - On a combien de pièces là, dans la proposition ?

E2 - 6 pièces.

PE - L'énoncé nous demandait d'avoir combien de pièces dans la tirelire ?

E3 - 7 pièces.

PE - Est-ce qu'on répond au problème alors ?

Les élèves - Non.

PE - Cela fonctionne au niveau des nombres mis en jeu. Si on additionne les pièces, on a bien 11€, mais une des contraintes de l'exercice était d'avoir 7 pièces. »

L'objectif du temps qui suit était pour les élèves de trouver des solutions pour éviter de reproduire ce même type d'erreur la prochaine fois. Le travail demandé s'appuie sur l'erreur et permet comme énoncé plus haut dans cet écrit de placer l'erreur au cœur des apprentissages afin de la dédramatiser et d'en faire un levier.

« PE - Quelle stratégie, méthode ou moyen pourriez-vous mettre en place pour éviter une erreur comme ça ? (*Réflexion individuelle sur cahier de brouillon puis réflexion en binôme*)

E4 - Relire le problème avant de le faire.

E5 - Compter le nombre de pièces une fois le problème résolu pour vérifier que l'on en a bien 7 pièces.

E6 - Quand je lis le problème, je dessine directement les 7 pièces et je les remplirai après, comme ça je n'oublie pas qu'il y en a 7.

E7 - Écrire qu'il faut 7 pièces.

E8 - Relire le problème après y avoir répondu.

E9 - Surligner les informations importantes. »

Suite à cet échange, il est notable que les élèves aient proposé des solutions efficaces pour éviter d'oublier une information importante. Lors d'une séance en avril, nous avons rappelé les solutions pour éviter les erreurs avant de résoudre un problème similaire (mettant en jeu des nombres plus importants). Les élèves n'ont pas du tout tenu compte des solutions envisagées pour éviter ces erreurs alors qu'ils les avaient eux-mêmes rappelés en début de séance. Suite à cela, de nombreuses erreurs notamment sur le nombre de pièces ont été relevées. On peut alors identifier une certaine limite dans l'apprentissage et se demander ainsi : comment faire pour que les

élèves mettent en place réellement les solutions énoncées en classe ? Est-ce qu'un document individuel avec les solutions envisagées et à cocher (une fois réalisée) permettrait d'investir davantage les élèves dans leur recherche de l'erreur ?

→ **Le problème complexe : la sortie scolaire**

Le problème complexe de la sortie scolaire a donc été proposé trois fois aux élèves de CE2. La première fois, le 9 décembre, la schématisation n'a pas été imposée contrairement aux deux fois suivantes : le 16/17 décembre et le 8 avril.

- La première fois : le 9 décembre

Les résultats des élèves ont été regroupés dans ce tableau toujours en nous appuyant sur la présence d'une schématisation et sur leur réussite ou non.

Élèves ayant représenté ET modélisé		Élèves ayant modélisé		Élèves présentant directement un résultat		Élèves n'ayant pas abouti
Résultat correct	Résultat erroné	Résultat correct	Résultat erroné	Résultat correct	Résultat erroné	
0	3	2	12	1	0	6

La première observation est que seuls trois élèves ont réussi le problème.

Un seul élève a proposé une réponse sans réaliser ni modélisation, ni représentation, ni calcul. Cet élève a écrit un résultat directement sous l'énoncé, résultat correct.

Trois élèves ont représenté puis modélisé. Parmi ces trois élèves, aucun n'a présenté la réponse attendue. Cependant, ils sont proches. L'erreur relevée est de deux types :

- un oubli dans la prise en compte d'une donnée (le trajet retour en bus). Dans ce cas, on observe que la donnée oubliée n'apparaît déjà pas dans la représentation (**Annexe 9**). La modélisation s'appuyant sur la représentation aboutit donc à une erreur dans le résultat final. Il est donc important de schématiser correctement.
- une erreur dans la réalisation de la multiplication.

Dans le deuxième cas, nous pouvons conclure que l'élève est capable de résoudre ce type de problème. Son schéma lui est venu en aide. Cependant, une erreur a été réalisée dans la multiplication, pas assez maîtrisée. Pour rappeler le contexte, les élèves venaient d'apprendre à poser une multiplication avec le binôme : leurs calculs sont donc encore très fragiles. En apportant une aide à l'élève du type matériel, comme la calculatrice, il serait capable de se corriger et de répondre correctement au problème. Nous pouvons conclure que la stratégie de raisonnement est maîtrisée. De la remédiation sur la multiplication peut être envisagée pour permettre à cet élève d'accéder à la solution.

Six élèves n'ont pas abouti à la solution. Ce sont six élèves en difficulté. Puisque le problème atypique sur les pièces ET ce problème avaient été proposés en une seule et même séance, certains ont consacré beaucoup de temps au premier. La tâche cognitive était probablement trop conséquente pour certains de ces six élèves. Du temps supplémentaire aurait pu leur être accordé. Une autre solution est de proposer à ces élèves des données de l'énoncé moins importantes. Parmi eux, certains n'ont pas produit de schéma efficace. Ils ont perdu du temps sur cette partie de la résolution de problèmes en proposant par exemple une représentation de tous les élèves (**Annexe 6**).

Parmi les élèves ayant seulement modélisé le problème, deux ont un résultat correct (ce sont deux élèves voisins qui se sont aidés pour répondre au problème), et douze élèves présentent un résultat erroné. Parmi ces douze élèves, neuf ont oublié une donnée de l'énoncé, principalement le trajet retour du bus (**Annexe 7**) et trois élèves ont fait une erreur dans leur calcul. On peut supposer qu'un schéma efficace pourrait leur venir en aide et ainsi éviter cet oubli de prise en compte d'une donnée de l'énoncé.

On obtient alors un taux de réussite à 12,5%, sans oublier que deux des trois élèves ont réalisé le problème en binôme alors que ce n'était pas ce qui était demandé.

- La deuxième fois : le 16 et 17 décembre

Rappelons que le problème a été lu à haute voix par moi-même aux élèves et que la consigne était de s'imaginer l'énoncé dans sa tête durant la lecture.

Voici l'échange qui a suivi cette lecture. Il est important de noter que les élèves venaient d'étudier, avec la complément de service, la multiplication.

« PE - À quoi avez-vous pensé pendant la lecture de l'énoncé ?

E1 - J'ai pensé à ce que j'ai fait la semaine dernière.

E2 - À la multiplication.

E3 - À la multiplication posée.

E4 - J'ai imaginé les élèves et le bus dans ma tête. »

Une seconde lecture a été faite. La consigne donnée aux élèves était : « Fermez les yeux et essayez de vous imaginer l'énoncé dans votre tête ».

« PE - Qu'avez-vous imaginé ?

E1 - J'ai imaginé le bus. Chaque enfant avait son ticket. Ils allaient au musée.

E2 - Les deux classes montaient dans un bus. Ils avaient deux tickets. Sur l'un était marqué 2€ et sur l'autre 4€.

PE - Vous avez imaginé une histoire qui se ressemble. Vous avez toutes les deux pensé à un ticket de 2€ pour le trajet aller en bus et un ticket de 4€ pour le musée. Il ne manque pas quelque chose ?

E3 - Il manque le retour !

PE - Comment ils rentrent ?

E4 - À pied !

E5 - Ils ont 2€ pour payer le bus du retour. »

On observe de cet échange deux points importants :

- les élèves ont naturellement parlé de “bus” et non de métro, puisque lors de la première séance, certains m’ont demandé ce qu’était un métro.
- plusieurs élèves n’ont pas perçu le trajet retour. Un élève a même pensé qu’ils rentreraient à pied. Si donc à cette étape le trajet retour est massivement oublié, on peut fortement s’imaginer qu’il sera oublié lors de la résolution du problème.

Il est important de noter qu’une nouvelle fois chacun est différent. Certains seront plus à l’aise avec une écoute de l’énoncé alors que d’autres préféreront l’aspect visuel lors de la lecture de l’énoncé.

Cette fois, la schématisation était donc obligatoire. Les élèves ont respecté cette nouvelle consigne puisque aucun d’entre eux n’a proposé une modélisation ou un résultat directement. Ils sont tous passés par la représentation. Voici une représentation visuelle de leurs réussites.

Élèves ayant représenté ET modélisé		Élèves ayant représenté sans aboutir à un résultat	Élèves ayant modélisé ou élèves présentant directement un résultat	
Résultat correct	Résultat erroné		Résultat correct	Résultat erroné
10	11	5	0	0

Dix élèves ont représenté, modélisé puis calculé et ont trouvé le résultat attendu. Cela représente une réussite de plus de 38%. On constate que lorsque la représentation est claire, l’élève ne semble pas en difficulté pour modéliser et obtient un résultat correct s’il ne commet pas d’erreur dans son calcul (**Annexe 10**). On relève

également que parmi ce groupe d'élèves ayant réussi, une grande majorité a représenté les deux bus (aller et retour) et le musée. Ce sont les trois éléments essentiels à la résolution du problème, sans oublier le nombre d'enfants.

Malgré la représentation puis la modélisation, onze élèves ne sont pas parvenus à atteindre le résultat final. Parmi ces onze élèves, cinq ont fait une erreur dans leur calcul (souvent au moment de la multiplication posée) ou ont oublié une donnée essentielle de l'énoncé (le trajet retour du bus). Ces élèves n'ont sur leur représentation pas schématisé le deuxième bus : celui du retour. L'erreur lors de leur schématisation implique une erreur dans le reste de leur procédure.

Les six derniers élèves n'ont pas abouti à leur raisonnement. Leur schéma représentait parfaitement la situation, mais ils n'ont, probablement, pas eu assez de temps pour terminer leur réflexion. On peut alors émettre l'hypothèse que ces six élèves auraient pu trouver le résultat avec du temps supplémentaire. Ce sont des élèves qui ont compris le raisonnement attendu et semblent capables de résoudre un problème, mais ont besoin de davantage de temps. Une différenciation sur cette variable aurait dû être mise en place pour constater les limites de ces six élèves et surtout leur éventuelle réussite.

Finalement, cinq élèves n'ont pas proposé de raisonnement abouti. Ils ont débuté un schéma, mais leur proposition n'est pas efficace et semble leur avoir demandé beaucoup de temps. Ils n'ont pas réussi à terminer de par leur schéma inadapté, plus proche du dessin.

- La troisième fois : le 8 avril

Rappelons que la schématisation était de nouveau obligatoire. Un temps de travail individuel autour de la schématisation a été fait, suivi d'une mise en commun en classe entière pour revenir sur les propositions afin d'éviter les dessins et de tendre vers une représentation efficace. Voici une représentation visuelle de leurs réussites.

Élèves ayant représenté ET modélisé		Élèves ayant représenté sans aboutir à un résultat	Élèves ayant modélisé ou élèves présentant directement un résultat	
Résultat correct	Résultat erroné		Résultat correct	Résultat erroné
15	5	5	0	0

Quinze élèves ont représenté, modélisé puis calculé et ont trouvé le résultat attendu. Cela représente une réussite de plus de 60%, ce qui est un progrès remarquable par rapport aux problèmes de décembre.

Cinq élèves présentent un résultat erroné, relevant soit de l'oubli d'une information (le retour en bus), soit d'une erreur dans leur calcul.

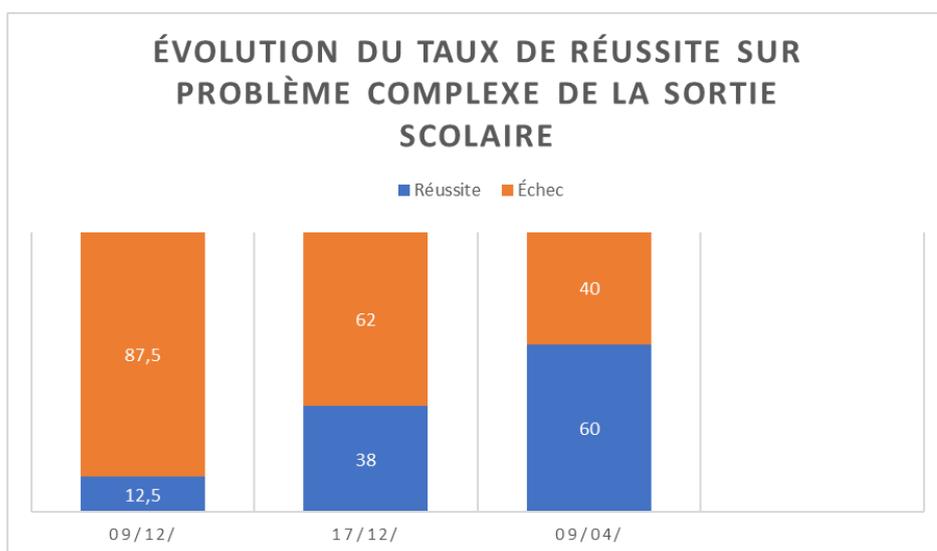
Enfin cinq élèves n'ont pas abouti à un résultat. Ce sont des élèves qui n'ont produit qu'une représentation, souvent plus proche d'un dessin que d'un schéma, ce qui leur a demandé un investissement en temps conséquent sur leur représentation, leur empêchant toute forme de modélisation. En rendant leur schéma efficace, il est possible de voir ses élèves réussir puisque ce sont des élèves qui ont perdu beaucoup de temps, en dessinant notamment tous les élèves ou en dessinant un vrai cinéma.

En mettant en parallèle leur réussite ou échec au problème et leur proposition de représentation, j'ai constaté que lorsqu'un seul bus était représenté, l'élève oubliait de prendre en compte le deuxième trajet. Un élève performant n'a représenté qu'un seul bus alors qu'on avait en classe entière discuté du schéma idéal. Il avait inscrit à côté aller et retour et avait réalisé le calcul. Il avait commis une erreur et n'avait pas pris en compte le trajet retour malgré l'inscription du "aller et retour" sur sa feuille. Il était pourtant conscient qu'il y avait deux trajets à prendre en compte lors de notre échange en aval. Un schéma visuel semble alors prendre le dessus face à des informations écrites, toutefois, pour cet élève.

Précisons également que le 8 avril, les élèves s'étaient familiarisés avec la notion de multiplication. De plus, les données proposées pouvaient être perçues comme plus simples que lors du problème du 9 et 16 décembre. Pour une comparaison encore plus précise, il aurait été préférable de prendre les mêmes valeurs afin que cela n'influence aucunement les résultats.

L'évolution de la réussite des élèves est significative. Le développement des stratégies pour réaliser un schéma compréhensible, rapide et efficace semble avoir fait effet dans cette classe de CE2. Alors que la représentation n'était pas innée chez ces élèves, elle semble maintenant efficace dans une majorité des cas. En poursuivant cet apprentissage, notamment en s'appuyant sur des schémas-types, les élèves pourraient alors choisir par la suite, le moyen qu'ils préfèrent pour représenter.

Nous pouvons regrouper les pourcentages d'élèves ayant réussi en un graphique afin de mieux observer leur progrès.



→ **Le problème complexe : le champ**

Pour ce qui concerne le premier problème mathématique des CM2, celui sur le champ rectangulaire, nous avons observé les résultats suivants :

Élèves ayant représenté ET modélisé		Élèves ayant représenté sans aboutir à un résultat	Élèves ayant modélisé ou élèves présentant directement un résultat	
Résultat correct	Résultat erroné		Résultat correct	Résultat erroné
4	6	0	7	1

Comme nous pouvons le voir, sur les 18 élèves ayant effectué ce problème, 11 ont réussi à le résoudre, soit environ 60% des élèves. Parmi ceux-là, la majorité s'est passée de la représentation et est directement passée à la modélisation en exprimant leurs calculs.

Parmi les 40% d'élèves n'ayant pas réussi à résoudre le problème, soit 8 élèves, 6 d'entre eux sont pourtant passés naturellement par la représentation. Cependant, ils ont tous effectué la même erreur sur leur schéma en associant les 158 mètres à la longueur du rectangle avant d'ensuite calculer le périmètre de ce rectangle (**Annexe 11**). Ici, nous pouvons mettre en évidence une automatisation des élèves qui ont pour habitude de toujours chercher à calculer le périmètre, et non à déduire l'un des côtés du polygone dont on connaît le périmètre. C'était la difficulté anticipée en proposant ce problème aux élèves.

De ces résultats, nous pouvons en tirer deux informations.

Tout d'abord, la schématisation n'est pas un passage essentiel pour tous les élèves afin de résoudre un problème, certains parviennent à s'en passer. Ici, ce fut le cas, certainement parce qu'il s'agissait d'un problème autour d'une notion maîtrisée par de nombreux élèves.

Enfin, l'utilisation du schéma ne garantit pas la réussite de l'élève. Dans cette situation, de nombreux élèves sont instinctivement passés par la schématisation. En revanche, plus de la moitié s'est trompée malgré la présence d'un schéma puisqu'ils

ont mal retranscrit l'histoire de la situation problème en schéma. Cela démontre bien le prérequis de comprendre ce qu'on lit afin d'extraire les données importantes et les transcrire en une représentation qui saura aider l'élève à résoudre le problème.

Ces faits semblent également confortés par les résultats de l'expérimentation sur le problème de l'échiquier qui sont les suivants :

Élèves ayant représenté ET modélisé		Élèves ayant représenté sans aboutir à un résultat	Élèves ayant modélisé ou élèves présentant directement un résultat	
Résultat correct	Résultat erroné		Résultat correct	Résultat erroné
3	8	1	1	5

Cette fois-ci, nous pouvons d'ores et déjà nous rendre compte que sur les 18 élèves ayant effectué le problème, seulement 4 ont su le résoudre, soit environ 22% des élèves. Parmi ceux-là, trois d'entre eux sont passés par la schématisation (**Annexe 13**) et un est parvenu à directement modéliser le problème et le résoudre (**Annexe 14**). Dans le cas de l'élève qui a réussi sans schématisation, il a expliqué qu'il avait tout de suite compris que s'il y avait 64 cases au total, et que la forme étant carré, il devait y en avoir 8 de chaque côté. Ensuite, sachant qu'un côté d'une case mesurait 6 centimètres, il a fait de tête $6 \times 8 = 48$, avant de devoir poser 48×4 pour résoudre le problème. Toutefois, il est le seul à avoir été en mesure de comprendre la situation problème de tête et d'en résoudre une partie automatiquement grâce à ses tables de multiplication.

En parallèle, 14 élèves sur les 18 n'ont pas été en mesure de résoudre le problème. L'un d'entre eux a simplement dessiné l'échiquier sans y représenter le bon

nombre de cases ni sans modéliser le moindre calcul ensuite. Les 13 autres ont, quant à eux, réussi à exprimer un résultat, en employant plusieurs procédures différentes :

- **Procédure 1 (Annexe 15)** : Sept élèves (54%) ont posé la multiplication 6×64 (les deux seules données de l'énoncé) et ont obtenu un périmètre de 384 cm.
- **Procédure 2 (Annexe 16)** : Quatre élèves (32%) ont compris que les côtés de l'échiquier mesuraient 6cm et qu'il y avait 4 côtés. Ils ont donc calculé $6 \times 4 = 24$ cm de périmètre.
- **Procédure 3 (Annexe 17)** : (16%) élèves ont également multiplié $6 \times 4 = 24$ avant d'y ajouter 64 afin d'obtenir $24 + 64 = 88$ cm de périmètre.
- **Procédure 4** : Une élève (8%) a calculé le périmètre d'une case, soit $6 \times 4 = 24$, avant de multiplier le résultat par le nombre total de cases, soit 24×64 . Ils obtenaient alors un périmètre de 1536 cm.

Dans toutes ces procédures, les élèves se sont servis des données qu'ils possédaient et ont effectué des calculs instinctifs qu'ils savent faire. Cela revient à ce que nous avons évoqué plus tôt dans notre mémoire, le fait que face à un obstacle, les élèves ont recours à ce qu'ils maîtrisent : ici, une addition ou une multiplication. Le sens de la situation problème disparaît alors : l'objectif étant de trouver un résultat et non plus de résoudre le problème.

L'avantage de ce problème est qu'il est assez facile de reconnaître si son résultat est aberrant ou non. C'est le cas ici des procédures 1, 2 et 4. Lorsqu'une mise en commun a été faite en classe entière, les élèves, pour la première et la dernière procédure, se sont facilement rendu compte que le résultat trouvé était bien trop grand : le périmètre d'un échiquier classique ne pouvait être de 3 mètres ou 15 mètres. De la même manière, pour la procédure 2, les élèves ont également constaté que le périmètre ne pouvait pas être que de 24 centimètres puisque cela était plus petit que leur règle, alors que le contour d'un échiquier était assurément plus grand.

Une correction en classe entière a été proposée en projetant un véritable échiquier au tableau. La stratégie a été mise en évidence pour déterminer le nombre de cases par côté de l'échiquier en voyant un modèle sous leurs yeux. Une élève, qui n'avait pas réussi le problème, l'a mis en évidence lors de cet échange :

« E - Ah oui ! Il y avait 8 lignes. Ça fait 64.

PE – Qu'est-ce qui fait 64 ?

E - Bah il y a 8 cases par lignes. Et il y a 8 lignes, donc 8 fois 8 ça fait 64. »

Suite à cet échange, nous avons pris le temps de dessiner une grille carrée de 4 cases de côté en guise d'exemple afin d'explicitier cette méthode et de mettre en évidence qu'il était donc facile de déterminer le nombre total de cases dans ce genre de situation. Il s'avère que plusieurs élèves ignoraient cette stratégie pour déterminer le nombre total de cases : multiplier le nombre de cases d'un côté par un autre. Nous avons ensuite projeté les copies de deux élèves qui avaient réussi le problème en montrant leur stratégie de schématisation :

- Ils avaient représenté clairement la situation.
- Ils avaient tiré les données de la situation qu'ils faisaient apparaître sur le schéma.

Nous avons choisi ces deux remarques comme deux règles d'or pour schématiser un problème.

Nous remarquons également que trois élèves parmi les cinq n'ayant pas représenté sur leur feuille ont dessiné l'échiquier sans pour autant s'en servir dans leur raisonnement ni sans représenter le bon nombre de cases sur ce dernier. Il ne s'agit pas d'une représentation à but de schéma, mais bien d'une représentation figurative représentant l'aspect visuel de la situation sans prendre en considération les informations. Ils ont donc été comptabilisés dans les élèves n'ayant pas représenté. Cela est certainement dû au fait que le maître leur ayant conseillé d'en faire un, afin de respecter le contrat didactique, ils se sont efforcés d'en dessiner un sans pour autant saisir l'intérêt du schéma et de quelle manière le construire. Cela démontre encore une fois le fait que de nombreux élèves ne savent pas ce qu'est un schéma et ce qu'il doit comporter en résolution de problème : cette information doit être apportée par l'enseignant au gré d'un enseignement explicite, comme le suggère le guide violet.

Pour cette raison, plusieurs types de problèmes ont été proposés aux élèves de CM1 et de CM2 tout au long de l'année. Cela leur a permis de se familiariser avec ce

type d'exercice, de s'exercer sur ce qu'est un bon schéma et d'établir une troisième règle : **un schéma doit être simple**. Plusieurs fois, des élèves dessinaient la situation représentant les personnages de la situation, en imageant des dialogues ou en dessinant des choses qui n'avaient pas d'intérêt pour résoudre le problème (**Annexe 18**). Ces trois règles ont ensuite été affichées en classe.

Afin de corrélérer l'enseignement explicite de la schématisation avec la réussite en résolution de problèmes, le 8 avril 2022, un peu moins de 4 mois plus tard, le même type de problème que l'échiquier a été proposé aux élèves avec une situation et des données modifiées. L'énoncé était le suivant : « *Dans une classe, Timéo met au défi Juliette de trouver combien mesure le périmètre de leur jeu de dames. Il dit à Juliette la chose suivante : « Le plateau de jeu de dames est carré et est composé de 81 cases. Chaque case mesure 4cm de côté. »* ».

Ce problème a été cette fois proposé aux deux niveaux puisque les CM1 avaient désormais tous acquis la compétence autour du calcul de périmètre et, tout comme les CM2, étaient désormais plus matures et efficaces en résolution de problèmes. De nouveau, aucune indication n'a été donnée aux élèves excepté que ce problème était à résoudre seul et les savoirs engagés étaient exactement les mêmes que ceux du problème sur l'échiquier.

Sur les 25 élèves, les résultats sont les suivants :

Élèves ayant représenté ET modélisé		Élèves ayant représenté sans aboutir à un résultat	Élèves ayant modélisé ou élèves présentant directement un résultat	
Résultat correct	Résultat erroné		Résultat correct	Résultat erroné
17	3	1	1	3

Cette fois, nous pouvons mettre en évidence un taux de réussite bien supérieur à la première fois avec 18 élèves sur 25 qui ont été en mesure de résoudre le problème, soit 72% de la classe. Sur ces 18, 17 sont passés par la schématisation pour résoudre le problème (**Annexe 19**). Le seul qui ne l'a pas utilisé a expliqué qu'il se souvenait encore assez bien du premier problème sur l'échiquier, et donc de la stratégie à adopter. Il avait été parmi ceux qui avaient réussi la première fois également.

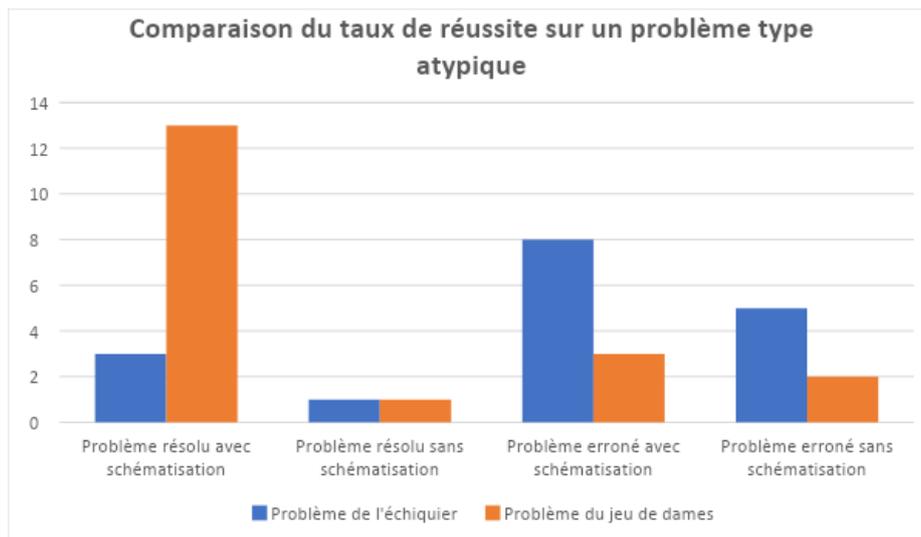
Parmi les 7 élèves qui n'ont pas su résoudre le problème, deux d'entre eux sont des CM1. Cela revient donc à 5 CM2 en échec, contre 14 la première fois, soit presque trois fois moins d'élèves en échec face à ce type de problème atypique. Parmi ces 7 élèves, l'un d'entre eux n'a pas été en mesure d'entamer le problème. Il s'agissait d'un CM1 en difficulté, ce problème était très certainement en dehors de sa zone proximale de développement pour le moment. Quant aux 6 autres élèves, la moitié a utilisé un schéma et l'autre moitié n'en a pas utilisé.

Voici les procédures que nous pouvons repérer :

- **Procédure 1** : Trois élèves ont calculé le périmètre d'une case, soit $4 \times 4 = 16\text{cm}$, avant de le multiplier par le nombre de cases total, soit $16 \times 81 = 1296\text{cm}$.
- **Procédure 2** : Deux élèves ont pris les deux données du problème, soit 4cm et 81 cases, et les ont multipliés entre eux, soit $81 \times 4 = 324\text{cm}$.
- **Procédure 3** : Un élève a également calculé le périmètre d'une case, soit 16cm, avant de faire $81 : 16$.

De nouveau, nous pouvons établir l'hypothèse que pour chacune de ces procédures, les élèves n'ont pas été en mesure de comprendre la situation problème et sont donc passés par des opérations qu'il était en mesure d'effectuer avec les données à sa disposition. Par ailleurs, les CM2 ayant revu comment effectuer la division euclidienne quelques semaines avant que ce problème ne soit proposé, cela explique pourquoi l'une des procédures a impliqué cette opération.

Si nous réalisons un histogramme ne prenant en compte que les résultats des CM2 lors du premier problème et du second problème, nous obtenons ceci :



Malgré le fait que quelques élèves n'aient pas été en mesure de réussir l'exercice, nous pouvons mettre en évidence un net progrès à l'échelle de la classe en résolution de problèmes, avec un schéma utilisé de manière automatique par la majeure partie des élèves, et utilisé à bon escient puisque 85% de l'ensemble des élèves qui ont utilisé le schéma ont réussi à résoudre le problème.

D'après nos expérimentations, la représentation visuelle externe recommandée par le guide violet est facilement transposable aux situations de problèmes basiques et complexes (C. Houdement) et non aux problèmes atypiques comme le suggèrent nos deux types de problèmes atypiques : celui sur le nombre de pièces et celui sur le périmètre de l'échiquier/du jeu de dames. Dans ces situations, il n'existe aucune représentation clef-en-main qui permettrait aux élèves de schématiser le problème et le résoudre. Ces types de problèmes nécessitent que les élèves réfléchissent, créent une représentation mentale afin de construire un schéma qui leur sera propre et saura les aider à dépasser les obstacles. Ils devront donc faire appel à la représentation visuelle interne, qui demandera beaucoup plus d'efforts cognitifs. Si les élèves sont régulièrement habitués à ce type de visualisation, l'effort en devient moindre et ils peuvent être en mesure de façonner leur propre représentation.

C'est pour cette raison que le guide violet précise également : « Lorsqu'un élève rencontre des difficultés pour modéliser un problème, le professeur pourra l'inviter à produire un schéma s'appuyant sur sa compréhension de la situation. [...] Si faire des schémas peut s'avérer particulièrement efficace, l'aptitude à choisir un schéma pertinent et à réaliser ce schéma requiert un apprentissage. La compétence « représenter » doit, par conséquent, faire l'objet d'un enseignement explicite. ». Cela confirme également nos observations puisque, après avoir vu ce qu'était un schéma et plusieurs mois d'apprentissage sur différents types de problèmes, les élèves étaient davantage en mesure de produire leur propre schéma afin de résoudre des problèmes atypiques.

En somme, l'usage des schémas-types proposés par le guide violet est on ne peut plus nécessaire à la progression des élèves dans une large variété de problèmes à une ou plusieurs étapes. Ils sauront décharger d'une importante charge cognitive les élèves, clarifier des situations et leur permettre de les résoudre. Cependant, il est essentiel également de confronter les élèves à des problèmes où ces schémas-types ne correspondent pas : les problèmes atypiques. L'élève se retrouve alors dans une situation où il est contraint de faire appel à toutes les compétences mathématiques qu'il a construites durant son cursus scolaire et ses propres représentations afin de construire un schéma qui saura permettre un passage à la modélisation. Cela permettra également de redonner du sens au problème mathématique et de ne pas utiliser continuellement un schéma-type qui finirait par manquer de sens. Dans tous les cas, ces deux types de schémas sont essentiels et nécessitent un apprentissage continu de la part de l'enseignant afin qu'ils soient apprivoisés par les élèves et que ces derniers se retrouvent en confiance, quel que soit le problème.

Conclusion

Dans les deux classes, un problème atypique et un problème complexe ont été proposés aux élèves, chaque problème étant conforme au niveau et des acquis des élèves. L'une des expérimentations s'est réalisée avec des élèves de CM2 et l'autre dans une classe de CE2. Les CM2 étant plus expérimentés en résolution de problèmes, l'acquisition de l'utilisation des schémas s'est révélée plus rapide et automatique que chez les élèves de CE2.

Nous avons émis l'hypothèse au début de cet écrit que la schématisation est une étape importante, voire indispensable dans la résolution de problèmes. Pour ce faire, nous nous sommes basés intégralement sur la classification des problèmes de Catherine Houdement et la nécessité de travailler autour de chacun d'entre eux dans nos classes. Lorsque nous avons fait le choix de nous concentrer sur la phase de schématisation, les recherches de Camus-Musquer nous ont assuré que résoudre un problème pouvait être intimement lié à la confection intermédiaire d'un schéma. Les travaux de Zang (2012) et Van Garderen (2007) nous ont permis d'identifier les deux stratégies principales mises en œuvre par les élèves pour réaliser un schéma, les qualités et défauts de ces deux types de visualisation nous ayant décidé de nous concentrer essentiellement sur la représentation visuelle interne.

En nous appuyant sur le guide violet, les différents auteurs cités ci-dessus et sur notre travail de recherche mis en place dans la classe, nous pouvons tout d'abord conclure que la schématisation est une étape importante dans la résolution de problèmes. Elle permet de transcrire un énoncé en représentation visuelle. Cependant, les compétences liées à la schématisation ne sont pas innées. En effet, la schématisation requiert un apprentissage chez les élèves. Nous avons observé que certains élèves proposaient un dessin pour transcrire le problème. Seulement, ces mêmes élèves étaient souvent en situation d'échec face à la résolution d'un problème puisqu'ils passaient trop de temps dans la représentation. De plus, les élèves proposant des dessins oublient parfois au cours de leur travail, ce qu'ils doivent rechercher.

Ajoutons également dans notre conclusion que la schématisation n'est pas indispensable. Lors de notre expérimentation, nous avons relevé le fait que certains élèves n'avaient pas nécessairement besoin de représenter la situation avant la

modélisation. Peut-être que ces élèves représentent dans leur tête la situation avant de modéliser le problème sur leur feuille ? Même si c'est une minorité d'élèves, il est important de les prendre en compte et de se rappeler que d'après Burns (1971), il n'y a pas deux apprenants qui utilisent les mêmes techniques d'étude et qu'il n'y a pas deux apprenants qui résolvent les problèmes exactement de la même manière. Il est donc important de poursuivre cet apprentissage puisque les compétences qu'ils développent dans cette initiation à la schématisation sont des compétences parfois transversales et donc transposables, en sciences et technologies notamment.

Nous avons également soumis l'hypothèse que l'enseignant a un rôle crucial dans le développement de compétences liées à la schématisation. Puisque celle-ci requiert un apprentissage, il est donc évident d'établir un lien avec le rôle que l'enseignant a dans cette transmission de savoir. Le guide violet proposait des schémas types, permettant aux élèves une certaine forme d'automatisation dans la schématisation. Puisque ce n'est pas une phase innée et que les élèves ont l'habitude des dessins plus que des schémas, une automatisation progressive est envisageable en termes d'efficacité et de progrès.

Cependant, cet apprentissage de la schématisation est controversé. Alors que le guide violet propose aux enseignants quatre schémas types en soumettant l'idée d'un apprentissage de ces schémas en fonction du type de problème, et donc une certaine automatisation, d'autres déconseillent cet apprentissage comme l'article de Auquier, Demonty et Fagnant (2018) qui jugent que les élèves développeront des stratégies superficielles face à des problèmes.

Pour poursuivre davantage nos travaux, nous pourrions nous pencher cette fois sur l'efficacité des schémas « tout-fait » sur des problèmes types complexes, notamment en nous reportant sur ceux proposés par le guide violet et mettre cela en corrélation avec l'article de Nathalie Monnier « Les schémas dans les activités de résolution de problèmes » qui en était arrivée à la conclusion que les élèves persistent à utiliser les schémas qui correspondent le plus à leur représentation initiale, malgré l'apprentissage de schémas-types. Nous pourrions également nous attarder davantage sur les élèves en difficulté qui, d'après les travaux de Van Garderen et Montague (2003) favoriseraient automatiquement les images figuratives pour

répondre à un problème mathématique et sur l'évolution significative ou non d'un apprentissage autour des schémas-types.

Bibliographie

CAMUS-MUSQUER, A. (2007). L'activité de schématisation réfléchie. *AREF*, 1-13.

HOUDEMMENT, A. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N*, 59-78.

HOUDEMMENT, A. (Éd.). (2017). *Résolution de problèmes arithmétiques à l'école*. Université de Rouen.

MONS, N., BOTTON, H., CHESNE, J.F. SIMONIN, M. (2021). Comprendre les résultats en mathématiques des élèves en France. *CNESCO*, 1-6.

STECKER, S. (2016). La schématisation en résolution de problèmes mathématiques au CM2 : aide cognitive ou obstacle ? *DUMAS*.

DEMONTY, I., FAGNANT, A. (2012) Les différentes fonctions de la résolution de problèmes sont-elles présentes dans l'enseignement primaire en communauté française de Belgique ? *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012 (SPE3, pp. 1752–1760)*.

AUQUIERE, A., DEMONTY, I., FAGNANT, A. (2018). Impact des structures sémantiques et de l'introduction de schématisations sur les performances et les démarches de résolution de problèmes. *Annales de didactique et de sciences cognitives*.

VAN GARDEREN, D., MONTAGUE, M. (2003). « Visual-spatial representation, mathematical problem solving, and students of varying abilities ». *Learning Disabilities Research & Practice*, 18, p. 246-254.

VAN GARDEREN, D. (2007). Teaching students with LD to use diagrams to solve mathematical word problems. *Journal of Learning Disabilities*, 40, 540-553.

ZHANG, D., DING, Y., STEGALL, J., et MO, L. (2012). « The effect of visual-chunking-representation accommodation on geometry testing for students with math disabilities ». *Learning Disabilities Research & Practice*, 27, p. 167-177.

OCDE. (2014, avril). *Programme international pour le suivi des acquis des élèves (PISA) Résultat du PISA 2012 en résolution de problème*.

Éduscol. (2020a, juillet). *Programme du cycle 2*. (disponible en ligne)

Éduscol. (2020b, juillet). *Programme du cycle 3*. (disponible en ligne)

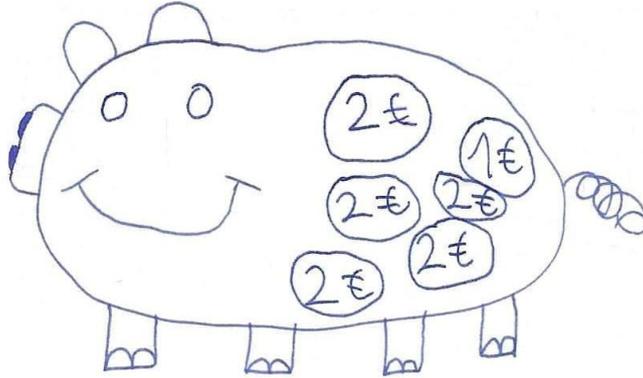
Éduscol. (2020, décembre) *Pour enseigner les nombres, les calculs et la résolution de problèmes au CP*. (disponible en ligne)

Éduscol. (2022, janvier) *La résolution de problèmes mathématiques au cours moyen*. (disponible en ligne)

Annexes

Annexe 1 : Dessin auto-centré avec oubli de donnée

Dans sa tirelire, Clément n'a que des pièces de 2€ et de 1€. En tout, il a 7 pièces. Il compte son argent et trouve qu'il a 11€. Combien de pièces de 2€ et combien de pièces de 1€ y a-t-il dans sa tirelire ?



Il a 5 pièces de 2€ et 1 pièce de 1€.

Annexe 2 : Représentation réussite par relecture

Dans sa tirelire, Clément n'a que des pièces de 2€ et de 1€. En tout, il a 7 pièces. Il compte son argent et trouve qu'il a 11€. Combien de pièces de 2€ et combien de pièces de 1€ y a-t-il dans sa tirelire ?



Il a 4 pièces de 2€ et 3 pièces de 1€.

Annexe 3 : Modélisation par une addition

Dans sa tirelire, Clément n'a que des pièces de 2€ et de 1€. En tout, il a 7 pièces. Il compte son argent et trouve qu'il a 11€.

Combien de pièces de 2€ et combien de pièces de 1€ y a-t-il dans sa tirelire ?



$$2 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 = 11$$

Annexe 4 : Modélisation par une multiplication

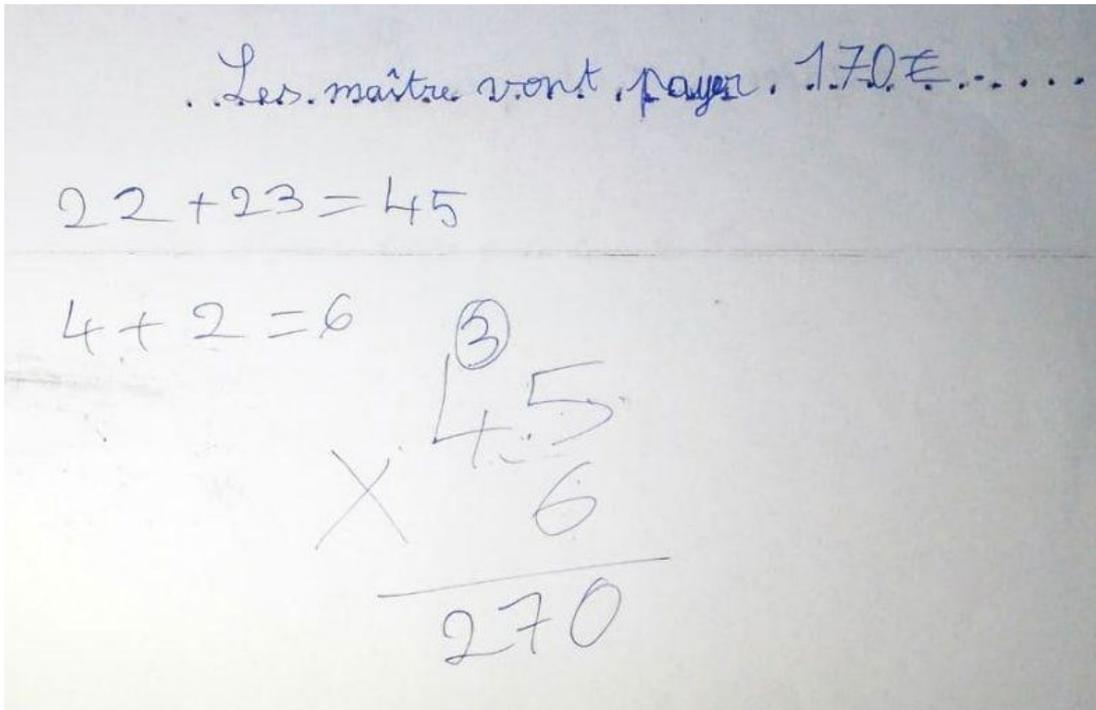
Dans sa tirelire, Clément n'a que des pièces de 2€ et de 1€. En tout, il a 7 pièces. Il compte son argent et trouve qu'il a 11€.

Combien de pièces de 2€ et combien de pièces de 1€ y a-t-il dans sa tirelire ?

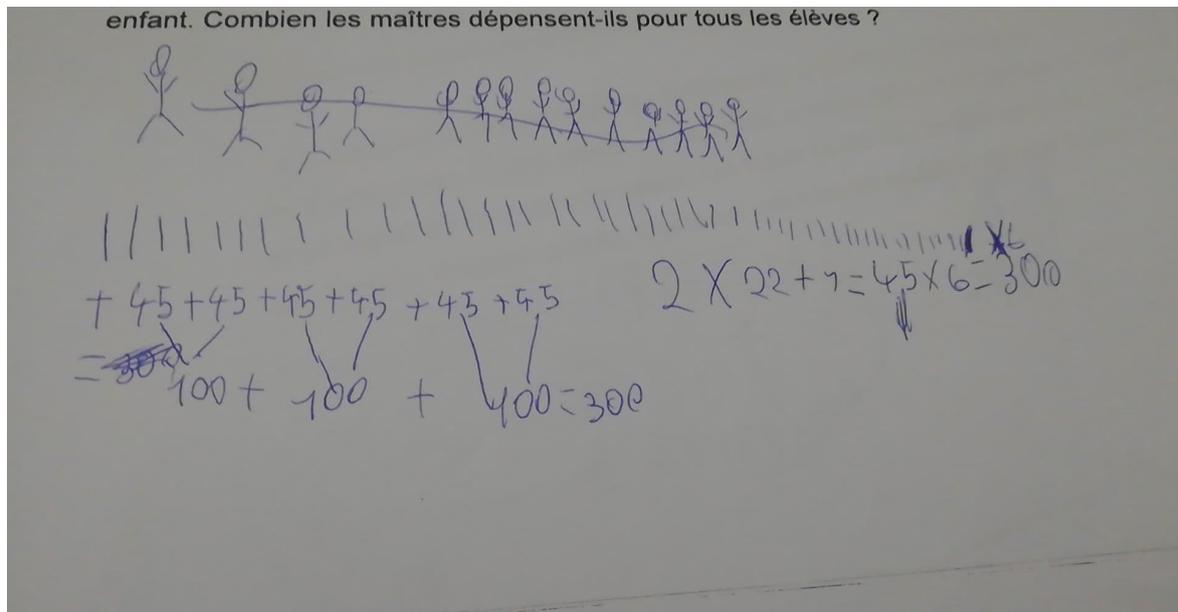
$$4 \times 2 = 8 + 3 \times 1 = 11$$

Il y a 4 pièces de 2€ et 3 pièces de 1€ dans sa tirelire.

Annexe 7 : Modélisation erronée (oublie d'une donnée)



Annexe 8 : Transition de la représentation figurative à la représentation schématique



Annexe 9 : Oubli de donnée dans la représentation

pour le retour. Un ticket coûte 2€. Le prix d'entrée au musée est de 4€ pour chaque enfant. Combien les maîtres dépensent-ils pour tous les élèves ?

1 Fichier 4€
1 Fichier 2€
1 classe

$2 \times 23 = 46€$
 $4 \times 23 = 92$
Pour une classe
 $46 + 92 = 138€$

1 Fichier 4€
1 Fichier 2€
2^{ème} classe

$2 \times 22 = 44$
 $4 \times 22 = 88$
Pour une classe
 $44 + 88 = 132$

$138 + 132 = 170€$

Les maîtres vont dépensé 170€.

Annexe 10 : Représentation puis modélisation efficace

pour le retour. Un ticket coûte 2€. Le prix d'entrée au musée est de 4€ pour chaque enfant. Combien les maîtres dépensent-ils pour tous les élèves ?

23

22

Il me faut 2€ pour chaque élève à l'aller et pour le retour.

45

musées

Il me faut 4€ par élève.

$$\begin{array}{r} 454 \\ \times 8 \\ \hline 360 \end{array} = 360$$

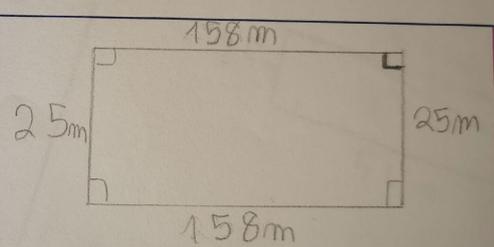
Annexe 11 : Problème du champ – Erreur dans la schématisation (CM2)

1) Un agriculteur mesure le périmètre de son champ rectangulaire et trouve 158m. Il sait que la largeur de son champ fait 25m.

Combien de mètres mesure la longueur de son champ ?

$(L \times 2 = 50)$

15800	
x 2	
316	
+ 50	
366	

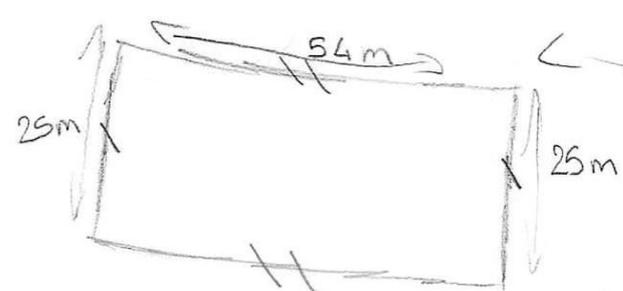


La longueur de son champ mesure 366 mètres.

Annexe 12 : Problème du champ – Réussite avec schématisation (CM2)

1) Un agriculteur mesure le périmètre de son champ rectangulaire et trouve 158m. Il sait que la largeur de son champ fait 25m.

Combien de mètres mesure la longueur de son champ ?



$(L \times 2)$

$25 + 25 = 50$

$50 + 100 = 150$

$150 + 8 = 158$

$100 + 8 = 108$

$108 \div 2 = 54$

La longueur du champ mesure 54 mètres.

Annexe 13 : Problème de l'échiquier – réussite avec schématisation (CM2)

$P = (6 \times 8) \times 4 =$
 $P = 48 \times 4 = 192$

Le périmètre de l'échiquier est de 192 cm

Annexe 14 : Problème de l'échiquier – réussite sans schématisation (CM2)

- 2) Un plateau d'échec a la forme d'un carré et est composé, au total, de 64 cases, chacune faisant 6cm de côté. Combien mesure le périmètre de l'échiquier ?

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 4 \\ \hline 192 \end{array}$$

le périmètre fait 192 cm

✓
A

Annexe 15 : Problème de l'échiquier – échec procédure 1 (CM2)

2) Un plateau d'échec a la forme d'un carré et est composé, au total, de 64 cases, chacune faisant 6cm de côté. Combien mesure le périmètre de l'échiquier ?

②

$$\begin{array}{r} \times 64 \\ \quad 6 \\ \hline 384 \end{array}$$

Annexe 16 : Problème de l'échiquier – échec procédure 2 (CM2)

2) Un plateau d'échec a la forme d'un carré et est composé, au total, de 64 cases, chacune faisant 6cm de côté. Combien mesure le périmètre de l'échiquier ?

64 cases

6 cm

6 cm

6 cm

6 cm

$6 \times 4 = 24$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 4 \\ \hline 24 \end{array}$$

Le périmètre de l'échiquier est de 24 cm

Annexe 17 : Problème de l'échiquier – échec procédure 3 (CM2)

6 cm

64

6 cm

6 cm

6 cm

$6 \times 4 = 24$

$$\begin{array}{r} 64 \\ + 24 \\ \hline 88 \end{array}$$

Le périmètre mesure 88 cm.

Annexe 18 : Représentation figurative et non schématique

Deux classes vont ensemble au cinéma en bus. Il y a 29 élèves dans l'une et 27 élèves dans l'autre. Il faut pour chaque élève un ticket de bus pour l'aller et un ticket pour le retour. Un ticket coûte 2,50€. Le prix d'entrée du cinéma est de 4,10€ pour chaque enfant. Combien les maîtres dépensent-ils pour tous les élèves ?

29 élève

2,50

27

29

École

Cinéma 2,50

2,50€

Ticket

BUS

27 élève

Annexe 19 : Représentation correcte du jeu de dames

de leur jeu de dames. Il dit à Juliette la chose suivante : « Le plateau du jeu de dames est carré et est composé de 81 cases. Chaque case mesure 4cm de côté. »

$9 \times 4 = 36 \text{ cm}$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 4 \\ \hline 144 \end{array}$$

Le périmètre du plateau est de 144 cm

4^{ème} de couverture

5 Mots clés :

schématisation - représentation - problèmes - apprentissage - élèves

Résumé en Français :

Notre écrit porte sur l'aide apportée aux élèves au cours de la résolution d'un problème, et tout particulièrement sur le développement des compétences liées à la schématisation. Nos hypothèses sont que c'est un levier indispensable à la résolution d'un problème et que l'enseignant a un rôle important à jouer dans cet apprentissage. À travers différents auteurs et ouvrages ainsi que nos expérimentations, nous observerons les effets de la schématisation sur la résolution de problèmes complexes et atypiques par nos classes respectives avant d'en analyser les résultats et de valider ou non nos hypothèses.

Résumé en Anglais :

Our writing focuses on the ways to help pupils to solve a mathematical problem, and especially on developing skills related to schematizing. Our hypotheses are that it is an indispensable tool for solving a problem and that the teacher has an important role to play in this learning. Thanks to various authors and works as well as our experiments, we will observe the effects of schematization on the resolution of complex and atypical problems by our respective classes before analyzing the results and validating or not our hypotheses.