



HAL
open science

Comment faire évoluer les représentations des élèves ?

Antoine Davy, Amélie Petiteau

► **To cite this version:**

Antoine Davy, Amélie Petiteau. Comment faire évoluer les représentations des élèves ?. Education. 2022. dumas-04105231

HAL Id: dumas-04105231

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-04105231>

Submitted on 24 May 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Master
« Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation »
Mention Enseignement Second Degré

Comment faire évoluer les représentations des élèves ?

Écrit réflexif soutenu par
Davy Antoine et Petiteau Amélie
le 20 mai 2022

en présence de la commission de soutenance composée de :
Mme Marie-Christine Semenou, directrice de mémoire
Mme Nathalie Boffy, membre de la commission

Table des matières

Table des matières	2
Remerciements	4
Engagements de Non plagiat	5
Introduction	6
1. Les problèmes d'introduction et la phase de synthèse	8
1.1 Phase de synthèse : les enjeux	8
1.2 Proposer un problème d'introduction qui amène les élèves à traverser les phases d'incompétence inconsciente et consciente.	9
1.3 La place des représentations initiales dans les phases d'apprentissage d'une nouvelle connaissance.	12
1.4 Conflits cognitifs : élève/notion et élève/élève	13
1.5 Conflits cognitifs : élève/professeur	15
1.6 Proposition de mise en oeuvre d'une phase de synthèse	16
2. Plan de recherche	18
2.1 Choix du problème d'introduction du « Monopoly »	18
2.2 Contexte de l'expérimentation	20
3. Analyse a priori de l'activité des élèves lors de la phase de recherche du problème du « Monopoly »	20
3.1 Mise en oeuvre du problème d'introduction du « Monopoly »	20
3.2 Objectifs d'apprentissage du problème d'introduction et connaissances en jeu.	21
3.3 Correction du problème du « Monopoly »	22
3.4 Les différentes adaptations présentes dans le problème	25
3.5 Erreurs et aides envisagées	26
3.6 Activité a minima des élèves	28
4. Description et analyse a posteriori de la phase de recherche du problème du « Monopoly »	28
4.1 Influence du choix de mise en oeuvre sur les activités des élèves	28
4.2 Regard global sur les comptes-rendus des élèves	30
4.3 Erreurs des élèves et aides apportées par le professeur	31
5. Analyse a priori de la phase de synthèse du problème du « Monopoly »	42
5.1 Choix de la mise en oeuvre de la phase de synthèse	42
5.2 Objectifs d'apprentissage	44
5.3 Présentation et analyse a priori du support de la phase de synthèse	45
6. Description et analyse a posteriori de la phase de synthèse du problème du « Monopoly »	48
6.1 Influence du choix de la mise en oeuvre	48
6.2 Interactions durant les temps de débat.	53
Conclusion	58

Annexes	60
Bibliographie et sitographie	63
Bibliographique	63
Sitographie	64
4ème de couverture	64
Mots-clés	64
Résumé en français	64
Résumé en anglais.	65

Remerciements

Nous remercions notre directrice de mémoire Mme Séménou, professeure de mathématiques et formatrice à l'INSPE de Nantes pour son suivi et ses conseils qui nous ont permis de préciser nos axes de recherche.

Nous remercions également les élèves de seconde générale et technologique de M. Davy de leur confiance et leur investissement dans les temps proposés.

Enfin, nous remercions Mme Vergoz-Gaudin, professeure de mathématiques et tutrice-établissement de M. Davy, de nous avoir prêté les ouvrages nécessaires à nos recherches.

Introduction

Depuis nos débuts dans le métier de professeur, les activités d'introduction d'une séquence suscitent tout particulièrement notre intérêt. C'est donc, naturellement, que nos recherches se sont orientées vers ces dernières. Nous les percevons comme le moment de première rencontre entre les élèves et de nouvelles connaissances. Les premières impressions sont très importantes et c'est à nous de tout faire pour que ce premier contact soit réussi en menant une réflexion en amont et en anticipant notre activité et celle des élèves pendant la séance.

Cependant, nous avons chacun effectué des activités d'introduction dont nous n'étions pas satisfaits de l'analyse a posteriori des phases de recherches et de synthèse.

Un premier exemple a été un problème d'introduction au projeté orthogonal en classe de seconde générale et technologique qui n'a pas amené les élèves à conscientiser un manque de connaissance : « ça se voit que c'est ce point de la droite qui est le plus proche du point A ». Aucune nécessité de conjecturer une réponse et encore moins de penser à une construction géométrique du projeté ne se sont fait ressentir. Durant la phase de synthèse qui a suivi l'activité, le professeur a essayé d'amener les élèves au besoin de conjecture, en vain. Finalement, la notion de projeté orthogonal a été introduite de façon abrupte et sans prendre en compte la production des élèves. Une première question s'est donc posée : comment éviter qu'une activité amène les élèves à se satisfaire de leurs représentations initiales ?

Un second exemple a été un problème d'introduction aux fonctions affines mené également en classe de seconde générale et technologique. Cette activité demandait aux élèves d'associer des fonctions affines données par leur expression algébrique à leur représentation graphique. Les productions ont été récupérées dans le but de conclure cette activité en préparant un diaporama reprenant des erreurs et bonnes réponses. Lors de cette phase de synthèse, une partie des élèves de la classe ne se sentait pas concernée car ils maîtrisaient déjà les connaissances en jeu et ne trouvaient pas d'intérêt à participer. Une autre partie du groupe classe a

abandonné l'idée de comprendre ce qui a amené à une perte de concentration. Cela nous a amené à nous demander : comment une activité peut-elle accompagner les élèves lors de la prise de conscience du manque de connaissances ?

Nos expériences professionnelles nous ont amenées à nous demander : comment s'appuyer sur les représentations initiales des élèves pour construire de nouvelles connaissances lors des phases de recherche et de synthèse d'un problème d'introduction ?

Nos recherches débuteront par des lectures théoriques et leurs apports. En nous appuyant sur celles-ci, nous proposerons un problème d'introduction à une classe de seconde générale et technologique dont nous analyserons la phase de recherche puis la phase de synthèse a priori et a posteriori.

1. Les problèmes d'introduction et la phase de synthèse

1.1. Phase de synthèse : les enjeux

Il convient dans un premier temps de définir la phase de synthèse d'un problème. Pour cela, nous nous référons à la définition d'une phase de conclusion de Claire Margolinas, maître de conférences en didactique des mathématiques à l'Université de Clermont-Auvergne. Dans son article de 1992 intitulé « Élément pour l'analyse du rôle du maître : les phases de conclusions. », elle présente ses recherches sur la phase de synthèse. Elle la définit de la façon suivante :

« Au cours de toutes les situations dans lesquelles l'élève doit fournir un travail personnel existe ce que nous avons appelé une phase de conclusion au cours de laquelle l'élève accède à une information sur la validité de son travail. Cette information doit être pertinente du point de vue du savoir mis en jeu. La phase de conclusion est sous le contrôle du maître, et peut s'analyser selon le rôle qu'y joue le maître ».

Ludovic Morge est professeur des universités en Sciences de l'éducation et directeur de l'INSPE Clermont-Auvergne. Dans son article de 2001 intitulé « Caractérisations des phases de conclusion dans l'enseignement scientifique », il présente ses recherches sur la phase de conclusion et notamment sur les interactions professeur/élèves. Il explicite les objectifs de la phase de synthèse qu'il nomme la phase de conclusion :

« L'enjeu de ce moment d'interaction est de statuer sur les différentes propositions d'élèves fournies en réponse à la tâche qui leur est proposée. Ce moment est nécessaire pour « faire avancer le cours » et ne pas rester sur une collection de réponses. Il est inhérent à un enseignement basé sur la participation active des élèves à la co-construction de savoirs. La nécessaire présence de phases de conclusion dans un enseignement basé sur la co-construction et les difficultés de gestion qu'elles suscitent chez les enseignants expliquent l'intérêt que nous portons à ce moment spécifique de l'interaction. »

Pour préciser la définition d'une phase de synthèse, nous citerons « Les maths ensemble et pour chacun-seconde » (2019) de Jean-Philippe Rouquès, Laetitia Valade et Christophe Gragnic, sont les auteurs du livre « Les maths ensemble et pour chacun-seconde » (2019). Dans cet ouvrage, ils détaillent le quotidien de leur pratique et nous nous intéresserons à la première partie consacrée à la mise en œuvre des phases de recherches et de synthèse d'un problème.

Les auteurs précisent ce que n'est pas une phase de synthèse : un temps assimilé par les élèves et le professeur à un temps de correction. Les auteurs indiquent que le mot « correction » provoque souvent chez les élèves « des attitudes impropres à l'apprentissage : s'il s'agit de corriger les erreurs, il suffit d'attendre que le professeur ou un autre élève donne la bonne réponse et de la recopier. » Pour permettre aux élèves de ne pas faire cette association, il nous est proposé d'explicitier l'objectif de cette phase de synthèse de la façon suivante : « On ne va pas se contenter de faire le bilan, en étudiant ce que vous avez fait, on va découvrir quelque chose de nouveau. Soyez particulièrement attentifs. »

Nous retenons pour nos recherches que la phase de synthèse est un temps de co- construction d'une nouvelle connaissance. Dans la suite, nous reviendrons sur les différents types d'interactions en jeu.

1.2. Proposer un problème d'introduction qui amène les élèves à traverser les phases d'incompétence inconsciente et consciente.

Nos lectures théoriques sur les phases d'apprentissage se sont concentrées autour des recherches de Sylvain Connac, enseignant-chercheur en sciences de l'éducation à l'université Paul-Valéry de Montpellier, et notamment autour de son livre «Enseigner sans exclure. La pédagogie du colibri »(2017) dans lequel il décline les différentes postures de retrait-intervention du professeur lors d'une activité tout en étant attentif à ne pas mettre de côté les élèves en difficulté et les différentes phases d'apprentissage d'une nouvelle connaissance dans une leçon. Pour l'auteur, pour qu'une phase de synthèse soit profitable pour un maximum d'élèves, eke doit répondre à des contraintes de temps :

« Si une leçon intervient de manière précoce, elle risque de ne pas faire sens pour les élèves qui l'oublieront rapidement. Si cette même leçon se réalise tardivement, elle ne répond plus à des besoins et génère de l'ennui et du désintérêt par les élèves. [...] Pour s'avérer utile, [...] une leçon ne peut faire l'économie de répondre à des questions que les élèves se posent. Elle doit surtout éviter d'apporter des réponses à des questions que les élèves ne se posent pas encore ou ne se posent plus »

Nous retenons pour nos recherches la nécessité de faire émerger un questionnement chez les élèves, éveiller leur curiosité, un besoin de réponse pour qu'ils puissent être attentifs et mettre du sens derrière les réponses apportées par la phase de synthèse.

L'outil didactique pour amener les élèves à ce questionnement est l'activité d'introduction dont une définition nous est proposée par Jean-Philippe Rouquès, Laetitia Valade et Christophe Gragnic (2019) :

« En vue de donner du sens, nous choisissons en général des exercices visant à faire découvrir à quelle question le savoir en construction permet de répondre. Pour résoudre un exercice de découverte, l'élève doit franchir un obstacle. Le savoir en construction va le lui permettre ou rendra l'opération plus économique. »

Plus précisément, dans nos recherches, nous travaillerons sur un problème d'introduction en prenant comme définition de « problème » la définition de « situation-problème » d'introduction proposée par Sylvain Connac (2017) :

- « Le problème est compréhensible et accessible : la tâche à accomplir n'est pas trop difficile.
- L'élève ne doit pas déjà savoir résoudre le problème : un obstacle (un litige entre élèves) doit apparaître.
- L'élève doit pouvoir valider par ses moyens les résultats qu'il obtient et savoir si le fruit de son travail répond correctement au problème (pour prendre conscience de l'insuffisance de ses connaissances).
- La connaissance ou la compétence que l'on souhaite transmettre doit être l'outil le plus adapté et le plus performant pour résoudre le problème. »

Ce choix de la définition d'un problème a été motivé par les recherches de Sylvain Connac. Il distingue deux premières phases d'apprentissage d'une nouvelle connaissance par les élèves :

- Phase 1 : La phase d' « incompetence inconsciente », l'élève ignore qu'il ne sait pas.
- Phase 2 : La phase d' « incompetence consciente », l'élève sait qu'il ne sait pas.

Pour l'auteur, c'est le statut de « situation problème » qui permet de faire vivre au mieux ces deux phases et plus particulièrement, d'accompagner les élèves dans le passage de phase 1 à la phase 2. Il en développe les enjeux :

« Consacrer du temps en début de situation pour qu'émerge et s'exprime un questionnement initial cherche donc à enrôler tous les élèves [...] Autrement dit, ce passage s'apparente à de la confusion dans la tête des élèves. Le but est qu'ils en viennent à reconnaître que ce qu'ils pensaient savoir est insuffisant. Cette phase est connue pour être affectivement désagréable. [...] Pour autant, c'est aussi grâce à ce même inconfort que naît le désir d'apprendre, et que les réponses aux questions que les élèves se posent font sens pour eux [...] »

Sylvain Connac nous met cependant en garde à ne pas, à l'inverse, laisser trop longtemps les élèves en phase 1. Cette phase est « affectivement désagréable », le risque est que certains élèves décrochent, surtout ceux qui sont « habitués à être en difficulté dans la matière et qui sont régulièrement dans une démarche de dévalorisation d'eux-mêmes ».

Les recherches de Sylvain Connac permettent de situer le problème d'introduction dans les phases d'apprentissage d'une nouvelle connaissance et en précise le rôle. Dans nos expérimentations, nous veillerons à ce que l'activité proposée accompagne les élèves de la phase 1 à la phase 2.

1.3. La place des représentations initiales dans les phases d'apprentissage d'une nouvelle connaissance.

Il convient tout d'abord de se donner une définition d'une représentation :

« Une représentation se définit comme un contenu de la pensée, sous forme d'idées, d'opinions, de croyances, de savoirs sans distinction, souvent dans le sens d'une simplification parce qu'en lien avec le système de pensée de la personne. [...] Elle permet de développer, par des analogies, la compréhension de l'environnement, de conserver de l'information [...] Les représentations agissent telles des grilles de lecture. » Sylvain Connac (2017).

Nous définirons alors les représentations initiales comme les représentations d'un élève avant la maîtrise de la nouvelle connaissance visée par le problème d'introduction.

Les recherches de Sylvain Connac, expliquent que les représentations initiales sont centrales dans la phase 2 :

« C'est l'étape [...] de la reconnaissance de l'incomplétude de ses connaissances. Elle naît de la rencontre entre ses représentations spontanées (ou des préconceptions) et un obstacle que l'on ne parvient pas à franchir. Intervient ici le processus de dévolution : le problème apporté par un enseignant devient celui de l'élève [...] la conséquence immédiate [...] : un questionnement et un désir d'apprendre. Chacun cherche à obtenir des réponses aux questions qu'il se pose, et l'intervention de l'enseignant consiste à tenter d'y répondre. »

La phase de « compétence consciente » est la troisième phase décrite par Sylvain Connac et pourrait se résumer par « l'élève sait qu'il sait ». C'est la phase de synthèse qui a pour objectif de faire passer les élèves de la phase 2 à la phase 3. Cependant, nos expériences professionnelles nous ont montré que les représentations initiales des élèves peuvent nous paraître comme un obstacle durant cette phase, que l'on préférerait éviter, contourner et ignorer. Mais Sylvain Connac nous apporte une bonne nouvelle : les représentations sont des constructions amenées à évoluer :

« Le remodelage que le sujet opère sur ses représentations le conduit à développer une vision du monde plus en cohérence avec les sollicitations auxquelles il est soumis. [...] Ce serait donc bien le fait de rencontrer des obstacles qui permet aux représentations initiales d'être re-considérées et d'évoluer. Sinon, rien ne les pousse à être modifiées, et les situations d'enseignement s'assimilent à un cataplasme sur une jambe de bois».

Cette vision des représentations est aussi partagée par Jean-Philippe Rouquès, Laetitia Valade et Christophe Gragnic (2019) qui mettent les préconceptions des élèves au centre de la phase de synthèse :

« Explorer toutes les propositions personnelles car les liens personnels qu'ils tissent avec le nouveau savoir vont participer à la construction du sens et à sa durabilité. Les conceptions erronées non discutées risquent de faire surface plus tard et constituer des obstacles plus grands. »

Pour nos recherches, nous retenons la nécessité de s'appuyer sur les représentations initiales des élèves pour construire un nouveau savoir. Il s'agira d'anticiper et penser l'utilisation des préconceptions dans le problème proposé et non pas les éviter.

1.4. Conflits cognitifs : élève/notion et élève/élève

Britt-Mari Barth, professeure émérite à l'Institut supérieur de pédagogie de l'Institut catholique de Paris, a écrit le livre « Le savoir en construction » (2004) . Cet ouvrage s'adresse aux formateurs et aux enseignants qui souhaitent réfléchir sur les conditions permettant aux apprenants la construction du savoir. Elle avance que différents types de confrontation cognitive permettent aux élèves de faire évoluer leurs représentations initiales :

« C'est par le dialogue, par l'échange, par le doute, par le conflit, par l'argumentation – suscités grâce aux exemples- que les perceptions intuitives des uns et des autres peuvent commencer à s'accorder et à évoluer vers une compréhension commune ».

Un premier niveau de confrontation est la confrontation de l'élève avec la notion : en gardant une trace écrite des différentes idées, au tableau par exemple, certains élèves comprennent que leur idée n'est pas la bonne, ou qu'elle est imprécise parce qu'ils sont amenés à prendre conscience de la diversité des interprétations possibles et donc à voir que leur chemin de réflexion n'est pas le plus efficace.

Le deuxième niveau de confrontation est la confrontation des élèves entre eux, appelée « conflit socio-cognitif » par Sylvain Connac. Chaque élève propose son argumentation et cela mène nécessairement à des confrontations. L'interaction entre les élèves devient centrale car, pour s'opposer à un argument, il faut changer de point de vue. Cela amène alors l'élève à une confirmation ou à une modification de sa vision. C'est à cet instant précis que l'élève comprend. Pour citer Britt-Mari Barth :

« Comprendre veut dire créer une signification dans la multitude d'impressions qui s'opposent à nos sens. Comprendre veut également dire pouvoir adhérer à une norme commune sur laquelle il faut pouvoir se mettre d'accord ».

Dans cette dernière phase, le professeur est le médiateur, l'organisateur des débats. Il aide dans le processus de communication et d'argumentation de l'élève en lui donnant du vocabulaire et en les aidant dans l'élaboration de leur réflexion. Ainsi, au fur et à mesure, une trace écrite et juste du raisonnement mathématique attendu est faite avec l'apport de tous les élèves de la classe et sous la supervision discrète du professeur.

Pour nos recherches, nous retenons l'importance d'organiser des temps permettant à ces conflits d'exister : traces écrites au tableau, travail en groupe. Notre rôle en tant que professeur sera de réguler les prises de paroles et les débats pour amener l'ensemble des élèves de la classe à la compréhension de la nouvelle connaissance mathématique.

1.5. *Conflits cognitifs : élève/professeur*

Un dernier niveau de confrontation est énoncé par Britt-Mari Barth : la confrontation élève/professeur. Ce conflit se fait en parallèle des deux autres : il va poser des questions à tous les moments appropriés de la réflexion commune. Le professeur a pour but d'inciter à la précision, à l'analyse de la pensée commune et au jugement critique tout en se mettant au niveau des élèves et en refusant le rôle de celui qui amène la connaissance. Il doit jouer le jeu de la discussion en ne posant que des questions qui poussent à une remise en cause de la pensée des apprenants.

Ludovic Morge (2001) propose un cadre d'analyse des interactions professeur/élève d'une phase de conclusion effectuée dans un cours de physique-chimie avec un groupe de vingt-quatre élèves de quatrième. Il propose la classification des interactions suivantes :

- Type d'interaction 1 : renvoi au modèle préalablement construit. L'enseignant invite l'élève à relire l'énoncé de l'activité et plus précisément les hypothèses et informations de départ pour l'amener à s'auto valider/invalidier.
- Type d'interaction 2 : utilisation d'une contre-expérience ou l'énoncé d'un contre-exemple qui invite l'élève à réfléchir à ses arguments pour les modifier ou les affiner.
- Type d'interaction 3 : raisonnement par l'absurde. On poursuit le raisonnement de l'élève jusqu'à trouver une contradiction soit avec ce qu'il a énoncé juste avant, soit avec les hypothèses de départ, soit avec les observations que l'on a pu faire au cours de notre travail de recherche.
- Type d'interaction 4 : mise en avant d'une « inadéquation entre la réponse de l'élève et la question posée ». Si l'élève répond partiellement ou pas du tout à la question, celui-ci se rendra compte que sa réponse est invalide.
- Type d'interaction 5 : « l'identification d'une étape de l'interprétation inexpliquée avec le modèle ». En effet, certains passages du raisonnement sont parfois flous, mal expliqués voire complètement mis de côté.

L'enseignant peut donc poser une question qui cible en particulier ce point ce qui montre une invalidité de la réponse ou un manque de précision.

- Type d'interaction 6 : mise en avant d'un caractère dit aléatoire du raisonnement c'est-à-dire un choix pris par l'élève qui est non justifié et qui amène peut-être à de mauvaises conclusions.
- Type d'interaction 7 : re-formulation de la tâche. On demande à l'élève de ré-expliquer avec ses mots le contexte et la question posée.
- Type d'interaction 8 : formulation de nouvelles tâches, de questions supplémentaires ou de tâches intermédiaires qui nous permettraient d'avancer sur un point de la recherche.

Pour nos recherches, nous retenons que lorsque les élèves réalisent le problème d'introduction et pendant une partie de la phase de synthèse, le rôle du professeur est de questionner les élèves sur les différentes étapes de leur réflexion, les pousser à détailler et expliquer leur méthode pour les amener à se questionner sur la validité de leur conclusion. De plus, nous analyserons les interactions professeur/élève de nos expérimentations à l'aide du cadre théorique de Ludovic Morge.

1.6. Proposition de mise en oeuvre d'une phase de synthèse

Jean-Philippe Rouquès, Laetitia Valade, Christophe Gagnic (2019) proposent une mise en œuvre de la phase de synthèse d'un problème en 3 étapes. Chacune des étapes a des objectifs d'apprentissage différents et il nous est conseillé de les expliciter aux élèves pour donner du sens.

Étape 1: « Débat autour des productions et élaboration d'une ou de plusieurs solutions »

On nous propose de partir des productions des élèves ce qui implique de trouver une façon de les rendre visibles à toute la classe pour lancer les discussions. Différentes possibilités nous sont énumérées mais celle qui nous semble la plus intéressante est la fabrication, à la maison, d'un document reprenant des extraits de

copies d'élèves. Cela nous permet de former un regard global sur les travaux des élèves et d'en sélectionner les extraits qui permettent de mettre en avant certaines erreurs, préconceptions ou méthodes de résolution dont il nous semble important de débattre. Les auteurs argumentent l'utilisation des productions : cela « encourage les élèves à être actifs pendant la phase de recherche et montre que leur travail est reconnu. »

Dans le cas où on projette plusieurs productions, pour que ce ne soit pas trop long, on peut décider au préalable d'un axe de débat précis pour chaque production sinon « le risque est que le débat, même riche, ne mène pas au savoir visé ». Les auteurs conseillent de ne pas exposer à la critique les productions trop mauvaises. Une fois ce document porté à la connaissance des élèves (photocopie, projection au tableau), les élèves ont pour consigne de le « lire avec une tâche précise à accomplir : trouver les erreurs, comparer les méthodes, etc. Donner des consignes de lecture aux élèves permet de les rendre actifs dans celle-ci. »

Ensuite, les élèves sont invités à donner leur avis sur les productions partagées et à échanger entre eux : cela nous ramène au conflit socio-cognitif décrit par Britt-Mari Barth. De cette façon, l'élève quelque soit son niveau va apprendre quelque chose. Cela peut être une manière plus rapide de résoudre le problème, une erreur faite dans sa propre copie ou encore une manière d'expliquer sa pensée pour qu'elle soit accessible et compréhensible pour ses camarades. Il est précisé dans leurs recherches que le professeur doit rester neutre et doit renoncer à l'envie de donner la réponse. Il doit favoriser l'écoute des élèves qu'il interroge et garder une position excentrée dans la classe.

Étape 2: « identification des enseignements à tirer de l'exercice »

Le débat entre les élèves a donné naissance à des solutions ou pistes de solutions. Le professeur prend le rôle de « garant du savoir » : il extrait du débat les nouvelles connaissances à retenir en les formulant dans un cadre plus général que celui du problème. Une phrase pour expliciter le début de cette nouvelle étape est proposée : « à partir de maintenant, vous saurez donc que... ».

Les auteurs nous recommandent de veiller à garder les élèves au centre de la plénière même si c'est nous qui avons le monopole de la parole en faisant le lien avec les idées des élèves en les citant.

Cette étape permet de généraliser et d'institutionnaliser le travail fait par les élèves et permet de dégager un savoir ou un savoir-faire.

Étape 3: Élaboration de la trace écrite

Le conseil principal qui nous est donné est de veiller à ce que la trace écrite soit proche de ce qui a été construit oralement avec les élèves et cela qu'importe la façon dont elle a été rédigée.

En effet, le bilan peut être rédigé par le professeur à l'avance ou construit avec les élèves au fur et à mesure de la phase de synthèse en s'appuyant sur une production d'élève que l'on perfectionnera. Le bilan peut ensuite être photocopié (si préparé à l'avance) ou projeté.

En somme, ces recherches nous apportent une proposition de mise en œuvre d'une phase de synthèse en plénière qui a pour objectif de créer une discussion autour des représentations initiales des élèves en mettant en avant leurs productions.

2. Plan de recherche

2.1. Choix du problème d'introduction du « Monopoly »

Le problème choisi est le problème du « Monopoly ». L'énoncé est le suivant :

« Ella, Stefani et Robin jouent au Monopoly. Trouvant la partie trop longue, ils décident qu'elle s'arrêtera dès que l'un d'entre eux devra payer un loyer à un autre joueur qui deviendra alors le gagnant. Chaque joueur a assez d'argent pour payer des pénalités (cases chance, caisse de communauté).

- Ella possède les lieux oranges (Place Pigalle, Boulevard Saint-Michel et Avenue Mozart)
- Stefani possède les lieux rouges (Avenue Henri Martin, Boulevard Malesherbes et Avenue Matignon).
- Robin possède les gares de Lyon et du Nord.

C'est à Robin de lancer les deux dés. Il se trouve sur la case « Avenue de Neuilly ». Quelle(s) joueuse(s) a le plus de chances de gagner à l'issue du tour de Robin ? »



Ce problème permet d'introduire la séquence « Probabilités » en classe de seconde générale et technologique : il s'appuie sur les connaissances du cycle 4 pour étudier une expérience aléatoire non équiprobable.

De plus, ce problème possède le statut de « situation-problème » que Sylvain Connac préconise pour introduire une nouvelle connaissance :

- Le problème est compréhensible et accessible : la situation d'une partie de Monopoly est familière aux élèves et fait appel à leur expérience personnelle, la question posée aux élèves est simple à comprendre.
- Un obstacle doit apparaître : l'expérience aléatoire étudiée n'est pas équiprobable alors qu'à l'issue du cycle 3, les élèves savent calculer des probabilités uniquement dans le cas équiprobable.
- L'élève doit pouvoir prendre conscience de l'insuffisance de ses connaissances : nous pensons qu'un élève est capable de se rendre compte qu'en lançant deux dés, les chances d'obtenir une somme égale à 2, n'est pas identique à celle d'obtenir une somme égale à 7.

- La connaissance que l'on souhaite transmettre doit être l'outil le plus adapté pour résoudre le problème : nécessité de passer par la proposition d'une loi de probabilité non équiprobable modélisant l'expérience, dénombrer en utilisant un tableau à double entrée ou un arbre de dénombrement.

2.2. *Contexte de l'expérimentation*

Le problème d'introduction que nous venons de présenter a été réalisé avec la classe de 34 élèves de seconde générale et technologique du lycée Nicolas-Appert d'Orvault sous la responsabilité du professeur de mathématiques M. Davy. Le lundi 28 mars, les élèves ont travaillé sur l'activité durant les séances en demi-groupe (17 élèves par demi-groupe) après 15 minutes d'activité rapide. Ensuite, deux temps de synthèse se sont tenus : un premier le mardi 29 mars et un second mercredi 30 mars.

De plus, la notion de probabilité n'avait pas été réactivée avec les élèves depuis le début de l'année scolaire.

Nous analyserons :

- a priori l'activité des élèves face au problème du « Monopoly » avec le cadre théorique d'Aline Robert (Annexe 1).
- a posteriori l'activité des élèves et de l'enseignant avec le cadre théorique de Ludovic Morge en nous appuyant sur des extraits audios enregistrés par le professeur à l'aide d'un dictaphone durant les différentes séances. Aucun intervenant extérieur n'était présent durant les expérimentations.

3. Analyse a priori de l'activité des élèves lors de la phase de recherche du problème du « *Monopoly* »

3.1. *Mise en oeuvre du problème d'introduction du « Monopoly »*

L'énoncé du problème a été distribué à chaque élève. Le plateau de jeu a été projeté au tableau pour que les élèves puissent, sur leur sujet, reporter les couleurs des lieux.

Après la distribution, 5 minutes ont été accordées à la lecture individuelle de l'énoncé, la compréhension du problème et aux premières pistes de recherche.

Ensuite, 2 minutes de plénière ont été consacrées aux questions des élèves relevant de la compréhension de l'énoncé dans le but de rendre la situation proposée accessible à chaque élève.

Pour le reste de la séance (33 minutes), les élèves travaillent en binôme (et un trinôme) de travail : les élèves assis à côté forment un binôme à l'exception de certains dont l'association, par le passé, est très peu favorable au travail, nous avons donc créé certains binômes. Un compte-rendu de recherche est demandé à chaque groupe à l'issue de la séance.

3.2. Objectifs d'apprentissage du problème d'introduction et connaissances en jeu.

Un premier d'objectif d'apprentissage est de réactiver les connaissances et compétences associées à la notion de probabilité du cycle 4. Plus précisément, d'après les attendus de fin d'année de 3ème : « À partir de dénombrements, il calcule des probabilités pour des expériences aléatoires simples à une ou deux épreuves. » Concernant le dénombrement, les tableaux à double entrée sont également mentionnés dans les attendus mais ce n'est pas le cas des arbres de dénombrement. Cependant, il s'agit d'un outil présent dans beaucoup de manuels de 3ème, on peut donc penser que certains élèves y sont familiers. De plus, les expériences aléatoires étudiées relèvent de l'équiprobabilité.

Un second objectif d'apprentissage sera de calculer des probabilités dans le cadre d'une expérience aléatoire non équiprobable. Pour cela, il faudra se ramener à une situation d'équiprobabilité.

Un dernier objectif d'apprentissage sera le calcul de la probabilité d'un événement à partir des probabilités des issues qui le composent.

Cette activité fait appel à des connaissances anciennes : calcul de probabilité par le dénombrement d'une expérience à double épreuve, utilisation d'un tableau à double entrée, calcul avec les fractions.

Elle fait aussi appel à des connaissances en cours d'acquisition : utilisation d'un arbre de dénombrement, calculer des probabilités en se ramenant à une situation d'équiprobabilité.

L'ensemble des connaissances en jeu est disponible : aucune connaissance n'est indiquée dans le problème, ni même la notion de probabilité.

Ce problème mobilise les compétences mathématiques suivantes :

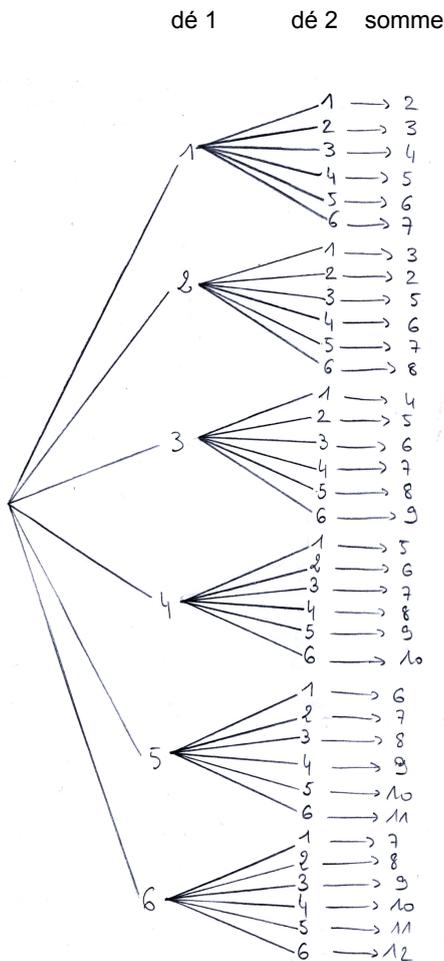
- Chercher : les élèves vont devoir tester différentes pistes de réflexion pour essayer de résoudre le problème.
- Modéliser : les élèves vont devoir ramener le problème à l'étude d'une expérience aléatoire, donner une loi de probabilité de l'expérience et conclure.
- Représenter : les élèves vont pouvoir représenter l'expérience aléatoire avec un tableau à double entrée, un arbre de dénombrement ou autres schémas.
- Reasonner : les élèves vont devoir proposer une loi de probabilité modélisant au mieux l'expérience aléatoire puis conclure.
- Communiquer : les élèves doivent rendre un compte-rendu détaillé de leurs recherches..

3.3. *Correction du problème du « Monopoly »*

Pour commencer, il faut dénombrer tous les couples que l'on peut obtenir à l'issue du lancer de deux dés. Pour être sûr de n'en oublier aucune, on peut raisonner à l'aide d'un arbre de dénombrement ou d'un tableau à double entrée :

Arbre de dénombrement :

Tableau à double entrée :



dé 2 \ dé 1	①	②	③	④	⑤	⑥
①	2	3	4	5	6	7
②	3	4	5	6	7	8
③	4	5	6	7	8	9
④	5	6	7	8	9	10
⑤	6	7	8	9	10	11
⑥	7	8	9	10	11	12

On peut aussi dénombrer les couples « à la main » :

Les couples permettant d'avoir une somme égale à 2 sont : (1,1)

Les couples permettant d'avoir une somme égale à 3 sont : (1,2) ; (2,1) ;

Les couples permettant d'avoir une somme égale à 4 sont : (1,3) ; (2,2) ; (3,1) ;

Les couples permettant d'avoir une somme égale à 5 sont : (1,4) ; (2,3) ; (3,2) ; (4,1)

Les couples permettant d'avoir une somme égale à 6 sont : (1,5) ; (2,4) ; (3,3) ; (4,2) ; (5,1)

Les couples permettant d'avoir une somme égale à 7 sont : (1,6) ; (2,5) ; (3,4) ; (4,3) ; (5,2) ; (6,1)

Les couples permettant d'avoir une somme égale à 8 sont : (2,6) ; (3,5) ; (4,4) ; (5,3) ; (6,2)

Les couples permettant d'avoir une somme égale à 9 sont : (3,6) ; (4,5) ; (5,4) ; (6,3)

Les couples permettant d'avoir une somme égale à 10 sont : (4,6) ; (5,5) ; (6,4)

Les couples permettant d'avoir une somme égale à 11 sont : (5,6) ; (6,5)

Les couples permettant d'avoir une somme égale à 12 sont : (6,6)

Une fois le dénombrement effectué, nous pouvons calculer la probabilité que Ella gagne et celle que Stefani gagne.

La probabilité que Ella gagne est égale à la probabilité que la somme des dés soit égale à 3, 5 ou 6.

La probabilité que Stefani gagne est égale à la probabilité que la somme des dés soit égale à 8, 10 ou 11.

Pour calculer ces deux probabilités 2 raisonnements sont possibles (un argument d'équiprobabilité est implicite dans ces raisonnements. Il n'était pas attendu des élèves) :

Premier raisonnement : Nous avons au total 36 couples possibles. Donc :

- La probabilité que la somme des dés soit égale à 3 est $\frac{2}{36}$.
- La probabilité que la somme des dés soit égale à 5 est $\frac{4}{36}$.
- La probabilité que la somme des dés soit égale à 6 est $\frac{5}{36}$.

Ainsi la probabilité que Ella gagne est égale à $\frac{2}{36} + \frac{4}{36} + \frac{5}{36} = \frac{11}{36}$.

- La probabilité que la somme des dés soit égale à 8 est $\frac{5}{36}$.
- La probabilité que la somme des dés soit égale à 10 est $\frac{3}{36}$.
- La probabilité que la somme des dés soit égale à 11 est $\frac{2}{36}$.

Ainsi la probabilité que Stefani gagne est égale à $\frac{5}{36} + \frac{3}{36} + \frac{2}{36} = \frac{10}{36}$.

Second raisonnement :

- On dénombre 11 couples de dés qui donnent une somme égale à 3 ou 5 ou 6 : (1,2), (2,1), (1,4), (2,3), (3,2), (4,1), (1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1). Ainsi la probabilité que Ella gagne est égale à $\frac{11}{36}$.
- On dénombre 10 couples de dés qui donnent une somme égale à 8 ou 10 ou 11 : (2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2), (4,6), (5,5), (6,4), (5,6), (6,5). Ainsi la probabilité que Stefani gagne est égale à $\frac{10}{36}$.

Conclusion : C'est Ella qui a la plus grande probabilité de gagner à l'issue du tour.

3.4. *Les différentes adaptations présentes dans le problème*

Cette activité n'est une tâche ni simple, ni isolée et ni immédiate : elle nécessite des adaptations :

- Reconnaître les connaissances à utiliser et leurs modalités d'application. Tout d'abord, les élèves vont devoir comprendre qu'il est question de la notion de probabilité non indiquée dans l'énoncé. Ensuite, les élèves vont devoir reconnaître le besoin de dénombrer pour calculer les probabilités recherchées. Pour dénombrer les issues du lancer de deux dés, ils pourront penser à un tableau à double entrée ou un arbre de dénombrement.
- Introduire des intermédiaires. Pour dénombrer, les élèves pourront dresser un arbre de dénombrement, un tableau à double entrée ou tout autre schéma permettant de lister tous les couples possibles du lancer de deux dés.
- Mettre en relation, mélanger des cadres, des registres. Tout d'abord, il s'agit d'un problème de modélisation : les élèves vont devoir proposer un modèle probabiliste pour déterminer « la chance qu'un événement se produise » : on alterne entre cadre concret et cadre abstrait. De plus, les élèves ayant dénombré par un schéma ou un tableau les couples possibles du lancer de deux dés aboutissant à une somme donnée devront en déduire la probabilité d'effectuer cette somme : passage du registre symbolique au registre numérique. On peut aussi noter le passage régulier du registre du langage

naturel au registre numérique : « Sur 36 couples possibles, 3 permettent d'avoir une somme égale à 10. » à « la probabilité d'obtenir une somme égale à 10 est $\frac{3}{36}$. » On peut même relever un passage au registre formel pour les élèves qui en ont connaissance « $P(\text{« Somme égale à 10 »}) = \frac{3}{36}$ ». Pour finir, la difficulté de ce problème étant de proposer une loi de probabilité modélisant au mieux l'expérience aléatoire, les élèves devront sans cesse passer du cadre concret au cadre mathématique et inversement pour vérifier la cohérence de leur modèle.

- Introduire des étapes, organiser son raisonnement. Tout d'abord, les élèves devront se ramener à étudier l'expérience aléatoire du lancer de deux dés. Ils devront ensuite dénombrer les couples de dés possibles (toutes ou seulement celles aboutissant aux sommes qui les intéressent). Puis, ils devront calculer la probabilité des événements « Ella gagne » et « Stefani gagne » qu'ils traduiront en termes de « somme à effectuer avec les dés ». Pour finir, ils concluront en comparant les deux probabilités obtenues.
- Faire des choix. Les élèves devront faire le choix de la méthode pour dénombrer les couples possibles du lancer de deux dés.
- Détecter un manque de connaissances adaptées au problème. Les élèves pourront reconnaître que l'expérience aléatoire n'est pas équiprobable. Or, le savoir-faire acquis au collège est le calcul de probabilité dans le cas d'une expérience équiprobable. Ils devront alors se ramener à une situation d'équiprobabilité pour résoudre le problème.

3.5. *Erreurs et aides envisagées*

Nous avons anticipé plusieurs erreurs possibles dans la résolution du problème et pensé des aides adaptées.

Une première erreur possible est un mauvais dénombrement des cases sur lesquelles Robin peut tomber à la fin de son tour. On peut imaginer que les élèves vont compter 13 cases si ils comptent toutes celles du plateau, 12 cases s'ils retirent la 13ème (on ne peut pas faire 13 avec deux dés) tout en oubliant que l'on ne peut pas tomber sur la première (on ne peut pas 1 avec deux dés). Pour aider les élèves,

le professeur pourra alors demander aux élèves de lui expliquer ce que Robin doit faire pour tomber sur Faubourg Saint Honoré ou Rue du Paradis. Si les élèves ne perçoivent pas l'incohérence, on pourra préciser notre question en demandant comment obtenir une somme égale à 13 ou 1 avec deux dés.

La deuxième erreur que nous allons présenter est au centre même du problème : apposer (implicitement) un modèle équiprobable à la situation. Plus précisément, considérer que Robin a autant de chances de tomber sur chacune des 11 cases. Nous pensons et espérons que cette erreur sera faite par la majorité des élèves car la situation d'équiprobabilité leur est familière, rassurante, confortable et puisque traitée au collège. De plus, l'utilisation de deux dés n'est pas forcément mise en avant dans le problème, les cases du plateau sont identiques, de même taille. Cette erreur permettra aux groupes de proposer deux lois de probabilité pour la même expérience aboutissant à des conclusions différentes. Or il ne peut y avoir qu'une seule bonne réponse. Ils pourront alors se demander quelle loi est la bonne ? Quels critères permettent de décider quelle loi est la bonne ? Ainsi, nous espérons qu'un besoin de réponse apparaîtra, qu'une remise en question de leur représentation initiale de l'équiprobabilité sera possible, l'explicitation de l'hypothèse implicite de l'équiprobabilité. Pour aider les élèves, nous pourrions leur poser la question « Quelle somme faut-il obtenir avec les dés pour tomber sur la case Gare de Lyon ? Et pour tomber sur Place Pigalle ? ». On attend comme réponses « 2 et 6 ». Puis, nous préciserons la question : « Que faut-il faire avec les dés pour avoir une somme égale à 2 ? égale à 6 ? ». Même si les élèves ne donnent pas toutes les possibilités aboutissant à une somme égale à 6, ils pourront comprendre qu'on a plus de chances de faire un 6 qu'un 2 avec deux dés et par extension tomber sur Gare de Lyon que Place Pigalle.

Enfin, nous envisageons une erreur dans le dénombrement. Certains groupes d'élèves pourraient dire qu'obtenir 5 avec les deux dés n'est possible qu'avec les couples (1,4) et (2,3). Pour amener les élèves à revoir cette partie de leur réflexion, on pourra utiliser deux dés de différentes couleurs pour distinguer (1,4) de (4,1). Une aide plus poussée pourra être de leur faire remarquer « Tu as mis 1 au dé vert et 4 au dé blanc. Si maintenant le dé vert tombe sur 4, quel doit être le résultat du dé blanc ? ».

3.6. *Activité a minima des élèves*

On attend a minima que chaque groupe propose une loi de probabilité modélisant l'expérience et conclut. Si la loi choisie est équiprobable, nous attendons qu'ils aient conscience que celle-ci ne modélise pas l'expérience fidèlement à la réalité.

4. Description et analyse a posteriori de la phase de recherche du problème du « *Monopoly* »

4.1. *Influence du choix de mise en oeuvre sur les activités des élèves*

Les 5 minutes accordées en début d'activité à la lecture individuelle du problème et aux premières pistes de réflexion ont permis aux élèves de s'approprier la situation. Ils ont notamment mis en place des premiers intermédiaires : colorier les cases du plateau de la couleur correspondante, placer le pion de Robin.

Ce temps a également permis de faire émerger des demandes de reformulation, des questions de compréhension des nouvelles règles apportées au jeu ou encore des précisions sur les implicites de l'énoncé : « Les dés sont cubiques ? », « Est-ce que si Robin tombe sur une de ses cases, il gagne ? », « Si Robin tombe chez Ella, Robin perd ou Ella gagne ? ».

Comme prévu dans l'analyse a priori, la situation proposée faisant écho à l'expérience personnelle de chaque élève leur a permis d'être rapidement familiers avec le problème : aucun élève n'a explicité des difficultés importantes de compréhension de l'énoncé lui rendant le problème inaccessible. Dès ce premier temps d'échange en plénière, l'intérêt des élèves pour le problème et l'envie de se lancer dans des raisonnements instinctifs se sont fait ressentir.

De plus, pour « encourager » les élèves à faire l'erreur d'apposer un modèle équiprobable à l'expérience aléatoire et donc à se confronter à l'obstacle du problème, la consigne orale suivante a été donnée en plénière « Lorsque vous avez terminé, appelez-moi et je vous distribuerai des questions supplémentaires. ». Derrière cette consigne, se cachait l'implicite : la résolution du problème peut se faire

rapidement. Nous pensons que cette consigne a participé à la réussite de notre objectif car des groupes ont très rapidement demandé à vérifier leur raisonnement, notamment ceux composés d'élèves très souvent rapides.

Le travail en groupe a été le moyen, pédagogiquement facile à mettre en place, d'amener les élèves à douter, remettre en question leurs représentations initiales en confrontant leurs raisonnements. Nous avons pu observer deux aboutissements de ces conflits socio-cognitifs :

- Les évidences ont été précisées, les implicites explicités. Les pré-conceptions ont été validées ou invalidées. Un accord est trouvé entre pairs et le raisonnement peut être poursuivi.

Interaction 1 :

P : Tu as combien de possibilités pour faire 3 avec deux dés ?

E2 : Bah 1.

E1 (à E2) : Non, regarde là tu as 1 et là tu as 2 donc ça fait deux possibilités de faire 3.

E2 : Ah oui mais c'est pénible ce truc.

P : C'est pour ça que j'ai mis 2 dés de couleurs différentes.

- La confrontation des idées n'a pas abouti à un accord entre pairs. Les pré-conceptions divergentes de chacun se font face et aucun argument permettant de les faire évoluer est suffisamment convaincant. Le point de désaccord a cependant été précisé et une question précise au professeur peut être posée.

Interaction 2 :

« E1 : En fait, il y a des choses qu'on n'a pas comprises.

P : D'accord. Je vois déjà, que vous avez remarqué qu'on ne peut pas tomber sur cette case car il faut faire 13, c'est ce que vous avez écrit ?

E1 : Oui mais en fait, cette case aussi car on ne peut pas faire 1. Sauf qu'elle me dit que si on fait 12, on passe par la case 1 donc elle compte.

P : Oui mais est-ce que tu peux tomber sur cette case 1 ?

E2 : Non.

E1 : Donc on ne l'utilise pas celle-là. Si tu pars d'ici et que tu fais 12, tu arrives ici dans tous les cas.

E2 : Oui et donc c'est pour ça que je demandais pourquoi c'est 11 et pas 12. On compte 11 cases ou 12 cases ? C'est ça le problème.

P : Sur combien de cases tu peux tomber ?

E2 : Ah bah 11 du coup.

P : Je suis d'accord. Maintenant vous voyez où aller ?

E1 : Ella a 3 chances sur 11 de gagner.

P : Il y a 3 cases a Ella donc de ce point de vue là oui il y a 3 chances sur 11. Et du coup, pour Stefani ?

E2 : Pareil 3 chances sur 11.

P : Vous êtes bien parties. Essayez d'écrire ce que vous m'avez dit. »

4.2. Regard global sur les comptes-rendus des élèves

Cette classe est familière à la mise en œuvre proposée par le professeur. Ils savent que leurs productions seront utilisées comme support de synthèse d'où la volonté de rendre des productions complètes et riches. Les 40 minutes laissées pour résoudre ce problème d'introduction ont été suffisantes pour tester différentes pistes de résolution au brouillon et s'en satisfaire d'une mais insuffisantes pour rédiger un compte-rendu de recherches détaillé. De plus, certains élèves ont jugé les méthodes de dénombrement comme peu importantes et ne le font pas apparaître dans leur compte-rendu. Même si au regard des productions du reste de l'année, celles-ci ne sont pas les plus travaillées, elles ont été suffisantes pour avoir une vue générale sur les réussites et difficultés de la classe sur laquelle nous nous appuierons pour la phase de synthèse.

Un seul groupe n'a pas réalisé l'activité à minima : les élèves se sont placés dans le modèle équiprobable et n'ont pas réussi à en saisir les limites malgré les interventions du professeur.

4.3. Erreurs des élèves et aides apportées par le professeur

Une difficulté rencontrée par les élèves a été le dénombrement exact des cases sur lesquelles Robin peut tomber (erreur anticipée dans l'analyse a priori). En jugeant ce dénombrement trivial, certains élèves n'ont pas remarqué l'impossibilité de tomber sur la première case. Le professeur a alors simplement proposé l'aide anticipée, ce qui a permis à la majorité des élèves de se débloquer très rapidement.

Cependant, l'interaction 2 montre que, pour un groupe, l'aide anticipée n'a pas suffi. L'obstacle de l'élève en question était de comprendre pourquoi ne pas compter la case 1 alors que pour aller à une case suivante, on passe par la case 1. Il a donc été nécessaire de faire la distinction entre « les cases sur lesquelles Robin peut s'arrêter » et « les cases par lesquelles le pion de Robin va passer. » Lesquelles nous intéressent dans ce problème ? Les interactions en jeu sont de type 5 : par l'intermédiaire de questions, on fait préciser la réflexion encore floue de l'élève afin qu'il aboutisse à une réponse à sa question. L'erreur a pu être retrouvée dans un compte-rendu.

= Hypothèse n° 1 : il y a 2 dés donc il avance forcément de 2 cases.

- 6 chances sur 12 de ne pas tomber sur les cases de Stéphanie et Ella mais, 6 chances sur 12 aussi de tomber sur leur cases.
- 3 chances sur 12 que Ella gagne.
- 3 chances sur 12 que Stéphanie gagne.

La présence de l'enseignant par ses interventions a été très importante lorsque les élèves ont fait face à la non équiprobabilité de l'expérience. Comme annoncé précédemment, la grande majorité des groupes a appliqué, dans un premier temps, un modèle équiprobable à l'expérience aléatoire (erreur anticipée et recherchée). Le professeur a donc apporté des aides pour permettre aux élèves de

traverser au mieux les différentes phases d'apprentissage. Nous avons sélectionné 2 interactions professeur/élèves qui retracent cet accompagnement du professeur que nous allons analyser avec le cadre théorique de Ludovic Morge.

Interaction 3 :

1. « E1 : Monsieur ! C'est $\frac{3}{11}$ du coup ?
2. P : Peux-tu me préciser ta question ou ton raisonnement ?
3. E1 : Là y'a 11 possibilités max avec les dés et du coup, chaque joueuse a 3 possibilités sur 11.
4. P : E2 t'es d'accord ?
5. E2 : Oui, j'ai compris ce que E1 a dit.
6. P : Du coup, conclusion ?
7. E1 : La probabilité que Ella gagne est de $\frac{3}{11}$. Pareil pour Stefani.
8. P : E2 j'ai l'impression que tu n'es pas convaincue ...
9. E2 : Oui pourtant je comprends ce que l'on a fait.
10. P : Et bien tu as raison de douter, il y a une hypothèse que vous avez faite qui n'est pas fidèle à la réalité... Est-ce que l'on a réellement autant de chance de tomber chez Stefani ou Ella ? ... Je vous laisse réfléchir à ça, je reviens.

... Le professeur revient 7 minutes plus tard

11. P : Alors, vous avez réfléchi à ma question ?
12. E1 : On a fait la même chose qu'eux, mais en plus j'y avais pensé.
13. P : D'accord et vous avez compris pourquoi ce raisonnement est plus fidèle à la réalité ?
14. E2 : Oui, on a pas la même chance d'avoir une somme égale à 4 ou 6 par exemple. »

De 1 à 7 : Dans ces interactions, le professeur accompagne les élèves dans la phase 1 d'incompétence inconsciente en faisant expliciter le raisonnement suivi, bien que erroné. On est donc dans des interactions de type 5 : « l'identification d'une étape de l'interprétation inexpliquée avec le modèle ». À ce moment, les élèves ignorent encore que leur représentation initiale du problème va devoir évoluer, ils sont en situation de confort.

De 8 à 10 : Dans ces interactions, le professeur annonce aux élèves que leur représentation initiale du problème est à faire évoluer : les élèves passent dans la phase 2 d'incompétence consciente. La façon dont l'enseignant a introduit cette phase peut être discutée : l'élève n'est pas acteur de la découverte de la limite de leur préconception que l'expérience est équiprobable, l'enseignant est dans de l'enseignement transmissif. Cependant, aucune explication n'en est donnée par le professeur : le professeur invite les élèves à la chercher en formulant une question ciblée. Il s'agit d'une interaction de type 8 : formulation d'une tâche intermédiaire. Le professeur veille à ne pas laisser trop longtemps un groupe dans cette situation désagréable auquel cas les élèves pourraient fuir l'activité mathématique, contourner l'obstacle, faire comme s'il n'existait pas : ne pas dépasser ses représentations initiales et poursuivre avec le modèle équiprobable. Nous n'avons pas remarqué de groupe d'élèves ayant fui l'activité lors de la séance.

De 11 à 14 : Ici, le professeur revient vers les élèves pour situer leur avancement vers la phase 3 de compétence consciente et si besoin, les accompagner. On retrouve des interactions de type 5. Visiblement, les élèves ont trouvé des réponses à la question posée par le professeur et qui était devenue leur nouvelle problématique. Le sentiment d'inconfort dû à la remise en question de leur représentation initiale semble avoir disparu et laissé place à des émotions agréables. On peut maintenant penser que la rencontre de la non équiprobabilité s'est inscrite dans leur expérience personnelle et que leur représentation initiale d'une expérience aléatoire ne sera pas d'y apposer directement un modèle équiprobable.

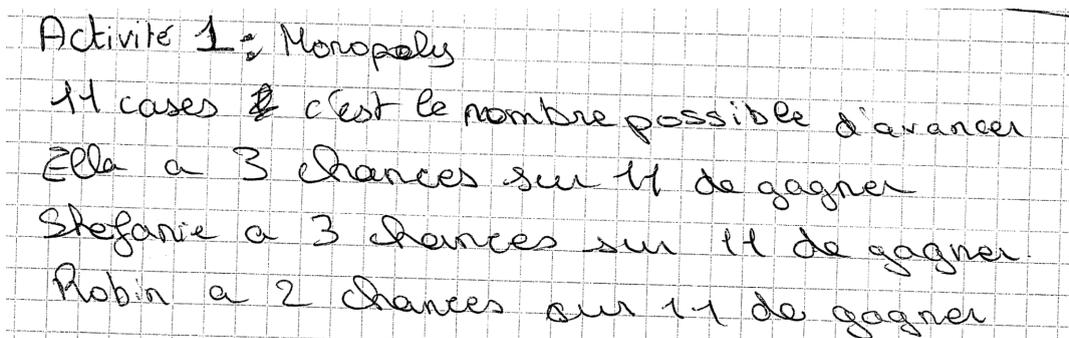
Interaction 4 :

1. P : Vous êtes tombés dans mon piège, je suis trop content !
2. E1 : Ah...
3. P : Quelle est la probabilité de tomber sur Gare de Lyon ?
4. E1 : $\frac{1}{11}$.
5. P : Quelle est la probabilité de tomber sur Parc Gratuit ?
6. E1 : $\frac{1}{11}$.
7. P : D'accord. Je précise ma question. Qu'est-ce qu'il faut faire pour tomber

- sur Gare de Lyon ?
8. E1 : Un double un.
 9. P : Ok, et pour tomber sur Parc Gratuit ?
 10. E1 : Il faut faire 7 avec les dés donc 4 et 3.
 11. P : C'est la seule possibilité ?
 12. E1 : Non, on peut faire 6 et 1.
 13. P : Tu peux faire quoi d'autre ?
 14. E1 : Ah faut calculer tout ça...
 15. P : Donc tu vois déjà que tu as plus de possibilités qui te permettent de tomber sur Parc Gratuit que Gare de Lyon...
 16. E2 : Ah oui...Donc faut compter toutes les possibilités
 17. P : Exactement, mais c'est très bien ce que vous avez fait donc je veux que vous le rendiez aussi.

Dans cette interaction avec un autre groupe, le professeur amène les élèves à trouver eux-mêmes la limite de leur représentation initiale en leur posant des questions ciblées : interaction de type 8. Ce n'est plus un enseignement transmissif mais socio-constructiviste. De plus, le professeur fait travailler les élèves sur un contre-exemple (interaction de type 2) permettant aux élèves de découvrir les limites de leur raisonnement initial. On peut aussi noter que l'interaction 17 permet de donner de la valeur à l'erreur des élèves et de se lancer dans plusieurs pistes de recherche.

À la lecture des productions d'élèves, nous avons constaté qu'un seul groupe est resté avec le modèle équiprobable et n'en a pas perçu les limites malgré les aides apportées par le professeur.



Activité 1 : Monopoly
11 cases ~~2~~ c'est le nombre possible d'avancer
Ella a 3 chances sur 11 de gagner
Stefanie a 3 chances sur 11 de gagner
Robin a 2 chances sur 11 de gagner

Certains groupes ont explicité dans leur compte-rendu l'argument qui leur a permis de dépasser la phase 1 :

Activité 1

On peut voir que malgré le fait que Ella et Stefanie ait le même nombre de cases elles n'ont pas les mêmes probabilités de victoire, car certains cases ont plus de probabilités de tomber en effet
6 a $\frac{5}{36}$ de tomber et 7 $\rightarrow \frac{6}{36}$

Ella a donc $\frac{11}{36}$ de gagner
et Stefanie $\frac{10}{36}$

Comme anticipé, des difficultés et des erreurs de dénombrement se sont produites. Voici des interactions professeur/élèves :

Interaction 5 :

1. E1 : On a trouvé $\frac{6}{67}$.
2. P : Ça correspond à quoi $\frac{6}{67}$?
3. E1 : À la probabilité globale.
4. E2 : Non non je ne pense pas que ce soit ça.
5. P : C'est quoi la probabilité globale ?
6. E1 : En fait on a trouvé les probabilités des couples possibles. Du coup ça fait ... Pour le rouge, ça fait $\frac{6}{21}$.
7. P : On a donc 6 chances sur 21 de tomber sur une case rouge ?
8. E1 : Oui.
9. P : Je vous pose une nouvelle question : comment faire pour obtenir une somme égale à 2 ?
10. E2 : Pour 2 on a qu'un couple sur les 21.
11. P : Je suis d'accord, nous avons qu'un seul couple qui nous permet d'obtenir 2. Pour 3, il y a combien de couples ?
12. E1 : Bah il y en a une aussi.
13. P : D'accord je vais vous passer les deux dés.

... *Le professeur va chercher les dés sur son bureau puis revient vers le groupe*

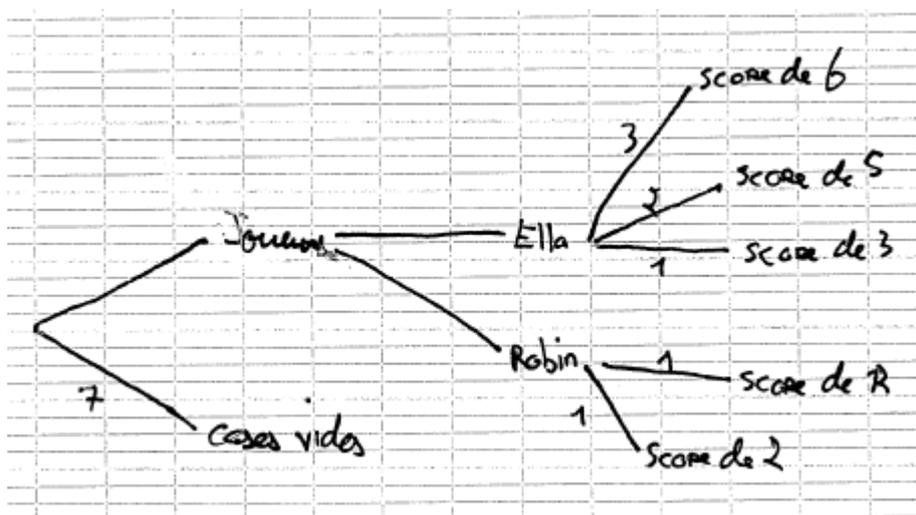
14. E2 : Ah oui mais il y en a deux mais c'est la même. Il y a 2 et 1 et 1 et 2.
15. P : Si c'était les mêmes couples tu n'aurais pas à bouger les dés pour passer de l'une à l'autre...
16. E1 : Ah oui du coup il y a plus de couples !
17. P : Parce que si on suit ce que vous disiez avant. Pour faire 2 et 3, on a un seul couple. Donc on a autant de chance de faire 2 que de faire 3.
C'est ce que vous étiez en train de me dire.
18. E1 : Ah oui d'accord donc en fait non, il faut mettre les deux couples.
19. P : Faites donc attention à bien compter à chaque fois le nombre de couples.

Au cours des interactions 1 à 8, les élèves essaient de se mettre d'accord sur ce qu'ils entendent par « probabilité globale ». C'est un nouvel exemple d'un conflit socio-cognitif dont l'issue est la divergence des représentations. Le professeur pose des questions aux élèves pour faire préciser la représentation que chacun a de la « probabilité globale » pour pouvoir leur apporter une aide adaptée à leurs préconceptions. Il s'agit d'interactions de type 5. Il a été difficile pour le professeur d'analyser la source de l'erreur et plus précisément de la division par 67. On note que si certaines représentations initiales des élèves peuvent être anticipées, analysées dans leur source, il est très difficile d'aider à faire évoluer celles dont on ne s'explique pas la construction. De plus, les élèves semblent fuir l'explicitation de ce raisonnement et préfèrent expliquer comment ils ont obtenu un résultat en amont. Cet inconfort laisse penser qu'ils sont dans la phase d'incompétence consciente.

De 9 à 19, le professeur statue sur la source de l'erreur du dénombrement : les élèves ne distinguent pas les couples de type « (1,2) et (2,1) », ils aboutissent donc à un total de 21 couples au lieu de 36. Pour cela, le professeur fait préciser aux élèves des étapes de leur raisonnement : interaction de type 5. L'objectif du professeur dans ses interactions 9 à 19 est de faire construire aux élèves un contre-exemple : interaction de type 2. On peut aussi relever que le professeur n'affirme pas aux élèves que leur dénombrement est erroné : puisqu'il s'agit d'une erreur anticipée, il propose au groupe l'aide des dés de couleur. L'objectif étant que les élèves constatent le contre-exemple, le vivent, qu'ils se retrouvent nez à nez

avec la contradiction alors qu'ils ne s'y attendaient pas et passer à la phase d'incompétence consciente. Cependant, le temps que le professeur revienne avec les dés, il semble qu'une conversation entre camarades ait suffi à adapter les représentations des élèves : bénéfice du conflit socio-cognitif. Pour d'autres groupes face au même problème, l'utilisation des dés a été très efficace pour résoudre le problème : l'argument visuel, la manipulation permet rapidement aux élèves de dissocier les deux couples de type « (1,2) et (2,1) ».

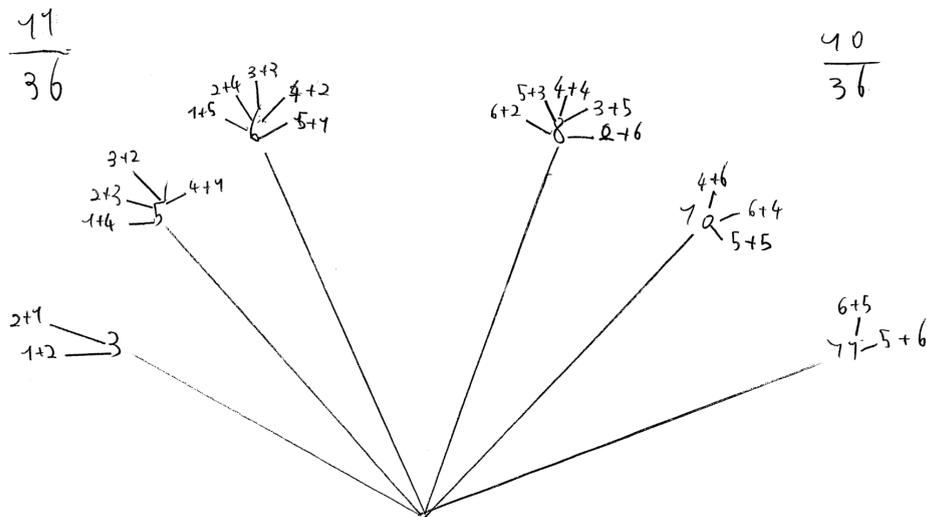
On retrouve dans certains comptes-rendus cette erreur de dénombrement ou sa correction :



On voit que Ella passe de un lieu à un autre
 Donc pour trouver je sais que pour que Robin tombe
 sur un de ses lieux, faut qu'il fasse soit 8, 10
 ou 11, sachant qu'un dé compte 6 faces, ~~6~~
 et qu'il y en a 2, le score maximum a pouvoir est 12
 soit 6+6. Donc a trouver toutes les combinaisons
 que Robin peut faire pour tomber sur Ella :

~~11 = 6+5~~ donc 11 = ~~2~~ e combinaison 5, 3, 2
~~* 10 = 5+5 ou 4+6~~ ~~2~~ = 3 e combinaison
~~8 = 4+4 ou 6+2 ou 5+3~~ = 5 e combinaison
~~2+6 3+5~~

Ces productions nous permettent aussi de parler du choix de la méthode de dénombrement : liste, phrases, tableau, arbre. En voici, d'autres exemples :



	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

1	→
2	→
3	→
4	→
5	→
6	→

1, 2, 3, 4, 5, 6
1, 2, 3, 4, 5, 6
1, 2, 3, 4, 5, 6
1, 2, 3, 4, 5, 6
1, 2, 3, 4, 5, 6
1, 2, 3, 4, 5, 6

$6 \times 6 = 36$

La diversité des méthodes de dénombrement s'explique par l'absence de recommandation du professeur pour une en particulier. C'est uniquement dans le cas où les élèves ont demandé au professeur comment s'y prendre pour n'oublier aucune possibilité que l'idée d'effectuer un arbre ou un tableau leur a été avancée. C'est pour cela que l'on obtient des arbres construits à partir de souvenirs visuels du cycle 4 : les arbres proposés ne permettent pas d'éviter de lister les possibilités donc perd son caractère pratique. Ce choix du professeur de ne pas avoir orienté les élèves vers une méthode a été réfléchi a priori : on permet ainsi de faire vivre aux élèves les limites du dénombrement de tête. Certains groupes ont passé la majorité du temps à recenser toutes les possibilités, en vain. On peut alors être à peu près sûr que lorsque l'arbre de dénombrement et le tableau à double entrée seront proposés en classe, nous n'aurons pas de mal à convaincre les élèves qu'il s'agit d'outils performants pour le dénombrement.

Lorsque les élèves comprennent qu'il faut distinguer les couples de type « (1,2) et (2,1) », nous avons eu à plusieurs reprises la remarque immédiate « il faut tout compter en double ». Nous n'avons pas envisagé cette erreur dans l'analyse a priori. Voici une interaction montrant l'aide apportée par le professeur :

Interaction 6 :

1. P : Tu as combien de possibilités de faire 3 avec deux dés ?
2. E2 : Bah 1.
3. E1 (à E2) : Non, regarde là tu as 1 et là tu as 2 donc ça fait deux possibilités de faire 3.
4. E2 : Ah oui mais c'est pénible ce truc.
5. P : C'est pour ça que j'ai mis 2 dés de couleurs différentes.
6. E1 : Mais du coup ça double toutes les possibilités...
7. P : Ah bon ? Et pour 2 ?
8. E2 : Ah non.
9. E1 : Pareil pour 12 tu ne peux pas inverser.

On s'intéresse ici aux interactions 6 à 9. Ici, l'élève conjecture une propriété à partir d'un cas observé où la propriété est vérifiée : volonté de retrouver une situation confortable et éviter de dénombrer à nouveau toutes les possibilités. Pour invalider

cette conjecture, le professeur utilise un contre-exemple (interaction de type 2). De plus, l'interaction E1 montre que le professeur a mis en place un conflit socio-cognitif : c'est l'autre élève qui est capable de faire évoluer les représentations de son camarade en utilisant des contre-exemples. Cette erreur n'a pas été retrouvée dans les comptes-rendus.

On peut relever une erreur similaire et non anticipée : conjecturer que plus la somme des dés est grande, plus on a de couples possibles qui permettent de l'obtenir.

Interaction 7 :

1. P : Est-ce que tu as autant de chance de faire 2 ou 7 ?
2. E1 : Non, il n'y a pas autant de chance, il y a plusieurs possibilités de faire ..
3. P : Oui ?
4. E1 : Plus le nombre est grand, plus il y a de possibilités de l'obtenir.
5. P : Bah par exemple 12, tu n'as pas trop de possibilité...
6. E1 : Ah oui.
7. P : Je pense que tu es sur la bonne voie mais attention à ne pas tirer de conclusion trop rapidement. Il faut compter toutes ces possibilités.

Les élèves comptent le nombre de couples pour obtenir 1, 2, 3,... et remarquent que les possibilités augmentent. Puisque dénombrer demande du temps et de la concentration, il est plus facile de conjecturer la propriété énoncée. Une source de cette représentation peut être le résultat d'arithmétique suivant : plus un nombre entier positif était grand, plus il existe des couples d'entiers positifs dont c'est la somme. Ce raisonnement n'est pas valable ici car les on peut additionner que des entiers allant de 1 à 6. Le professeur utilise encore une fois un contre-exemple pour mettre en avant l'invalidité de leur conjecture. Cette erreur n'a pas été retrouvée dans les comptes-rendus.

On peut relever une dernière piste de recherche d'élèves que nous n'avions pas anticipée dans l'analyse a priori. Avec les dés de couleurs mis à disposition, deux groupes d'élèves ont généré un échantillon de l'expérience aléatoire « je regarde la somme obtenue par le lancer de deux dés » et a ensuite suivi un

raisonnement de type « loi forte des grands nombres ». Lorsque le professeur est arrivé pour échanger avec un des groupes concernés, une nouvelle piste de recherche avait déjà été engagée. Voici leurs interactions :

Interaction 8 :

1. E1 : On est pas parti sur la bonne piste...
2. P : Si je comprends ce que vous avez fait, vous avez pris les dés que je vous ai donnés
3. E2 : Oui mais ça faut oublier.
4. E1 : Oui il faut oublier.
5. P : Non mais c'est intéressant. Donc vous avez lancé les dés et vous avez regardé ce que vous obteniez ?
6. E1, E2 : Oui.
7. P : Ok et pourquoi vous vous êtes arrêtés ?
8. E1 : Parce qu'on a compris que ça n'allait pas nous amener à une solution précise.
9. P : D'accord, en effet les observations pourront vous donner une tendance des sommes qui apparaissent le plus, le moins et vous permettre de conjecturer mais il suffit d'avoir beaucoup de chance et vous n'allez faire que des 12...

Ces interactions sont de type 5 : le professeur fait préciser la partie du raisonnement des élèves qui les a amené à percevoir les limites de cette piste. S'assurer que les élèves peuvent justifier leur changement de raisonnement est très important, car les groupes échangeaient entre eux au cours de la séance sur leurs pistes validées par le professeur et on peut très bien imaginer que certains ont abandonné leur piste initiale pour celle du groupe voisin sans en comprendre les limites. On peut alors se demander ce qui poussera ce groupe à ne pas vouloir utiliser la simulation pour calculer des probabilités à l'avenir. Même si la distinction entre fréquence observée et probabilité théorique était un futur objectif d'apprentissage de la séquence, il nous semble important de ne pas laisser des questions sans réponse même si les élèves ne les explicitent pas au professeur par désir de se conforter dans une piste de recherche agréable car valide. Il s'agit donc

de pousser les représentations des élèves jusqu'à l'obstacle pour qu'elles puissent être re-considérées, plus cohérentes avec les situations proposées.

Un des groupes ayant réalisé un échantillon a laissé les traces de cette piste de recherche dans son compte-rendu :

On va tirer	6 fois	2 dés
3	1	= 4
5	1	= 6
5	2	= 7
3	2	= 5
5	4	= 9
1	1	= 2

5. Analyse a priori de la phase de synthèse du problème du « Monopoly »

5.1. Choix de la mise en oeuvre de la phase de synthèse

Nous avons proposé une mise en oeuvre de la phase de synthèse s'appuyant sur celle proposée par Jean-Philippe Rouquès, Laetitia Valade et Christophe Gragnic, présentée dans la première partie de notre écrit.

Un premier choix a été de ne pas réaliser la phase de recherche et la phase de synthèse lors de la même séance. Cela nous a permis de :

- ne pas précipiter la phase de synthèse sous la contrainte du temps (la phase de recherche durant 40 min), ne pas pouvoir la mener à terme.
- se former un regard global sur les comptes-rendus des élèves, observer et analyser avec recul les réussites et difficultés pour construire une synthèse adaptée aux besoins des élèves. Par exemple, un seul groupe n'a pas correctement dénombré le nombre de cases sur lesquelles Robin peut tomber à l'issue du lancer des deux dés : nous décidons de ne pas consacrer une diapositive à cette erreur, elle sera évoquée uniquement à l'oral.

De plus, nous avons veillé à ce que la phase de synthèse intervienne le lendemain de la phase de recherche pour que l'intérêt pour la situation-problème soit toujours présent et plus précisément, le besoin de validation des raisonnements et de l'évolution de leurs représentations.

Un second choix a été d'utiliser un diaporama comme support reprenant des extraits de comptes-rendus d'élèves. Nous avons privilégié ce format car nous en sommes familiers ainsi que les élèves, il permet de rythmer, orienter la discussion avec la succession de diapositives et anticiper les traces écrites (le professeur se concentre à organiser les prises de parole). De plus, les élèves sont familiers avec une telle mise en œuvre s'appuyant sur leurs productions : une grande partie des élèves cherchent la reconnaissance de leur travail et ont à cœur de proposer des comptes-rendus le plus précis et complets possibles. On veille à ce que les productions projetées ne soient pas celles d'élèves régulièrement cités et mettent en avant les réussites d'élèves en difficulté.

Un troisième choix concerne le rythme de la phase de synthèse : nous reprenons les deux premiers temps proposés par Jean-Philippe Rouquès, Laetitia Valade et Christophe Gragnic :

- Temps 1 : on demande aux élèves de porter un regard critique sur les productions projetées et au groupe dont le travail est projeté d'expliquer sa démarche au reste de la classe. Le professeur adopte le rôle d' « organisateur du débat » en animant les conflits socio-cognitif et élève/notion.
- Temps 2 : temps faisant suite au temps 1 où le professeur statue sur les nouvelles connaissances qui émergent, apporte le vocabulaire mathématique adapté. Il adopte le rôle de « garant du savoir ».

Puisque de nombreuses connaissances en jeu dans le problème vont être discutées dans la synthèse (équiprobabilité, dénombrement, vocabulaire probabiliste, modéliser par une loi de probabilité), nous allons alterner ces temps pour rythmer la synthèse. Cependant, la classe observée ne fait pas toujours preuve d'une participation active : nous anticipons des possibles difficultés pour le professeur d'instaurer les temps de débat.

Un quatrième choix a été de proposer un court bilan du problème aux élèves qu'ils doivent écrire sur leur cahier d'exercices. Cela permet de statuer et d'inscrire dans le temps l'évolution des représentations, les nouvelles connaissances introduites.

Un dernier choix a été de scinder la phase de synthèse en deux :

- Partie 1 le mardi 29 mars : discuter de l'hypothèse d'équiprobabilité de l'expérience et des méthodes de dénombrement, introduire la définition d'expérience aléatoire, d'issue et de loi de probabilité.
- Partie 2 le mercredi 30 mars : rappeler la définition d'événement et introduire le calcul de la probabilité d'un événement.

Ce choix était motivé par la volonté de ne pas « assommer » les élèves de nouvelles connaissances : prendre le temps d'en introduire quelques-unes et de s'y familiariser puis en introduire de nouvelles le lendemain. Autrement dit, accompagner les élèves jusqu'à la phase d'apprentissage de « compétence inconsciente » d'une nouvelle connaissance. De plus, cela nous a permis de réduire le temps de la première phase de synthèse : le temps estimé était de 20 minutes.

Dans la suite de ce mémoire, nous nous intéresserons seulement à la partie 1 de la synthèse du problème : la mise en œuvre de la seconde partie étant identique à la première.

5.2. Objectifs d'apprentissage

La phase de synthèse a pour objectif de statuer sur les objectifs d'apprentissage du problème d'introduction en utilisant et introduisant le vocabulaire probabiliste : expérience aléatoire, issue, loi de probabilité, équiprobabilité, événement. On insistera sur la formalisation de la loi de probabilité : c'est un choix que l'on fait qui cherche à modéliser au mieux l'expérience aléatoire.

Un objectif d'apprentissage propre à la phase de synthèse sera d'apporter un regard critique sur une production.

5.3. *Présentation et analyse a priori du support de la phase de synthèse*

Nous allons présenter le diaporama proposé aux élèves et analyser a priori l'activité des élèves lors de chaque diapositive (Annexe 2).

Diapositive 1 : On rappelle les informations importantes de l'énoncé du problème : on ne remet pas tout l'énoncé pour garder un support clair et lisible, on demandera à des élèves de rappeler, reformuler le problème au reste de la classe. Avec cette diapositive, les élèves se remettent dans le problème, se souviennent de leur questionnement de la veille.

Diapositive 2 : Un premier compte-rendu est projeté : celui du groupe ayant appliqué l'hypothèse d'équiprobabilité et qui ne l'a pas dépassée. Nous demanderons aux élèves du groupe d'expliquer leur raisonnement. Nous veillerons à valoriser les réussites comme le bon dénombrement du nombre de cases sur lesquelles Robin peut tomber. De plus, un objectif sera de passer du raisonnement sur les cases à un raisonnement sur les dés et d'y apposer l'hypothèse d'équiprobabilité proposée : « Si on raisonne comme E1 et E2, quelle est la probabilité d'obtenir une somme égale à 2 ? 3 ? 4 ? ». Les autres groupes ayant raisonné sur les lancers de dés dans leur compte-rendu, nous pensons pouvoir nous appuyer sur le reste de la classe pour ce changement de point de vue. De plus, le regard global sur les comptes-rendus nous a permis de savoir que les autres groupes ont dépassé l'hypothèse de l'équiprobabilité : on peut craindre que les autres élèves ne s'intéressent pas à discuter d'un raisonnement qu'ils savent erroné. Le traitement de l'erreur proposé pourra permettre de mettre en activité un maximum d'élèves en leur posant de nouvelles questions.

Diapositive 3 : Lors de cette diapositive, nous adopterons le rôle du « garant du savoir » pour reformuler la discussion en plénière précédente en introduisant le vocabulaire probabiliste adapté : « expérience aléatoire », « issue ». Ce nouveau vocabulaire est écrit en rouge dans la diapositive pour le mettre en avant : on utilise l'implicite que ce qui est en rouge est important et à retenir.

Diapositive 4 : Toujours dans le rôle du « garant du savoir » nous introduirons la définition de la loi de probabilité en l'illustrant par celle proposée par E1 et E2. Nous ferons remarquer que chaque issue a la même probabilité de se réaliser : nous introduirons la notion « d'équiprobabilité ». En rappelant régulièrement que l'on raisonne en se plaçant du point de vue de E1 et E2, nous pensons éviter les interventions des autres groupes affirmant que le raisonnement est faux et leur demandons implicitement de ne pas remettre en question leurs raisonnements : on ne retourne pas en phase d'inconfort. Jusqu'à présent, nous aurons mis en valeur le raisonnement du groupe en difficulté et tiré de nouvelles connaissances. Nous l'aurons utilisé pour insister qu'une loi de probabilité est un choix et qu'ils n'ont pas tous fait le même.

Diapositive 5 : Ici, nous reprendrons le rôle « d'animateur du débat » en demandant au reste de la classe d'adopter un regard critique sur la loi de probabilité proposée. Nous espérons faire émerger les arguments construits lors des interactions professeur/élèves de la veille : « cette loi n'est pas cohérente avec la réalité, nous n'avons pas la même probabilité d'obtenir une somme égale à 2 ou 7 par exemple ». Nous statuerons qu'un objectif de la séquence sera de proposer la loi de probabilité qui modélise au mieux une expérience aléatoire donnée. Cette analyse critique que l'on attend des élèves permettra de reconnaître l'obstacle, l'existence de la représentation initiale : on rassurera les élèves, la phase d'inconfort vécue était organisée et recherchée par le professeur. On explicitera, clarifiera une dernière fois la limite de cette représentation initiale : les élèves ne doivent pas ressentir une zone de flou autour de ce changement de représentation, on la fait évoluer car elle n'est plus cohérente avec les situations rencontrées. Si ce besoin d'évolution n'est pas justifié pour les élèves, tout laisse à penser qu'elle ne sera pas durable. Comme le dit Britt Mari-Barth c'est par le dialogue, la confrontation et l'argumentation que les perceptions initiales vont évoluer pour arriver à une compréhension commune.

Diapositive 6 : Cette diapositive ouvre le dernier axe de la synthèse consacré au dénombrement des couples que l'on peut obtenir avec deux dés. On a choisi de projeter le compte-rendu d'un groupe qui a dénombré 3 possibilités d'obtenir une somme égale à 6 : il s'agit de traiter l'erreur qui consiste à ne pas distinguer les couples du type (5,1) et (1,5). La lecture par les élèves de la production affichée

devient active : ils ont une consigne précise, un axe d'étude : « Est-ce que les possibilités de faire 6 avec deux dés ont été correctement dénombrées ? ». En se plaçant dans la rôle « d'animateur de débat », on demandera alors aux élèves d'expliquer leur méthode. Si l'erreur n'est pas détectée par les membres du groupe pendant l'explication, on demandera l'avis des autres groupes : on pense qu'il ne sera pas difficile d'obtenir une correction par les élèves car il s'agit d'une représentation erronée qui a été conscientisée et dépassée par beaucoup d'entre eux.

Diapositive 7 : Ici, l'objectif est de mettre en avant que beaucoup de groupes ont eu des difficultés à dénombrer sans oublier de possibilité : quelle méthode de dénombrement est la plus efficace ? La première production est un dénombrement « en liste » où les difficultés éprouvées sont visibles (ratures, ajouts entre les lignes,...) : cette production justifie le besoin d'une méthode plus efficace. Enfin, on montrera le compte-rendu d'un groupe ayant voulu utiliser un arbre de dénombrement mais, même si le dénombrement est correct, n'évite pas le dénombrement « de tête ». Aucun arbre de dénombrement correctement réalisé n'ayant été proposé dans les comptes-rendus, on pourra en réaliser un au tableau.

Diapositive 8 : On projettera le dénombrement à l'aide d'un tableau à double entrée proposé par un groupe. Plusieurs groupes ont eu recours à cette méthode, c'est pourquoi nous nous appuierons sur celle-ci pour la suite de la phase de synthèse. On demandera à un membre du groupe de présenter le fonctionnement du tableau. On insistera sur le fait que le tableau distingue bien les couples du type (1,5) et (5,1). On pourra également à ce moment-là parler des limites de l'utilisation d'un tableau à double entrée en citant des expériences où on ne pourrait pas utiliser cet outil. Si aucune idée ne leur vient, on peut proposer l'expérience où on lance 3 dés.

Diapositive 9-10 : Il s'agira de proposer une nouvelle loi de probabilité modélisant l'expérience en s'appuyant sur le tableau à double entrée. On demandera aux élèves d'énoncer la loi de probabilité à l'oral dans un premier temps. Nous interrogerons des élèves au hasard pour s'assurer qu'ils ont compris. Nous projetterons la loi de probabilité sur laquelle la classe se sera accordée.

Diapositive 11 : On proposera aux élèves une synthèse à écrire. Celle-ci a pour but de reprendre le vocabulaire introduit tout en l'illustrant avec le problème étudié. Elle permet aussi d'institutionnaliser l'évolution de la représentation de la loi de probabilité d'une expérience aléatoire : il s'agit de proposer celle qui est la plus cohérente avec la réalité et il ne s'agit pas forcément d'une loi équiprobable. L'abstraction sera faite dans la leçon dans laquelle nous reprendrons le lancer de deux dés pour illustrer les notions. Nous aurons alors l'occasion de retrouver la loi de probabilité, c'est pourquoi nous ne demanderons pas aux élèves de recopier la correction complète du problème.

6. Description et analyse a posteriori de la phase de synthèse du problème du « Monopoly »

6.1. Influence du choix de la mise en oeuvre

Le choix du format diaporama a permis :

- la convergence commune des regards des élèves vers le même support sur lequel le professeur a pu faire des annotations, insister sur des paramètres par des gestes, indiquer la partie d'un raisonnement qui prête à réfléchir. Par exemple, lorsqu'à la diapositive 6, on a demandé aux élèves si le dénombrement des couples aboutissant à une somme égale à 6 était correct, nous avons entouré le résultat dans l'arbre projeté pour savoir de quelle valeur on veut discuter : l'objectif de cette question portant sur le dénombrement et non sur la compréhension du schéma d'un autre groupe.
- de favoriser le suivi de la discussion en plénière et ainsi la confrontation des raisonnements proposés : les élèves n'ont pas de notes à prendre, de feuille à coller ou suivre l'avancement sur un document distribué. En effet, l'enregistrement audio et le ressenti du professeur s'accordent sur la concentration des élèves et leur participation aux débats. Cependant, un enregistrement vidéo pour observer et analyser a posteriori l'attitude des élèves nous aurait permis d'être plus précis dans nos analyses.
- d'amener les nouvelles connaissances pas à pas, diapositive par diapositive : on a demandé aux élèves d'apporter un regard critique sur une production

sans qu'ils soient influencés par les productions suivantes à l'inverse d'un support photocopié qui donne accès à l'ensemble de la synthèse.

Le choix de s'appuyer sur les productions des élèves a permis de :

- valoriser le travail des élèves : comme analysé a priori, s'appuyer sur les productions des élèves permet une reconnaissance de leur travail par le professeur mais aussi par l'ensemble de la classe. Même si l'enregistrement audio ne permet pas de confirmer ce ressenti par les élèves, nous pouvons relever des moments où le professeur participe à renforcer ce sentiment en citant les élèves : « On est toujours entrain de penser comme E1 et E2 », « Je ne crois pas que tu réfléchisses comme E1 et E2 », « Comme l'a dit E3 ... », « En faisant écho à ce qu'a dit E4 »
- amener les représentations initiales fidèlement à la pensée des élèves : les représentations sont des visions très personnelles que le professeur pourrait altérer par des reformulations ou des interprétations. Les élèves sont ceux qui parlent le mieux de leurs représentations :

Interaction 9 :

1. P : E1, est-ce que tu peux expliquer à la classe pourquoi peut-on tomber sur 11 cases et non 12 ?
2. E1 : Parce qu'on ne peut pas avancer de 1.

Interaction 10 :

1. P : E1, j'ai l'impression que t'es resté bloqué très longtemps sur le dénombrement. Est-ce que tu peux nous en parler ?
2. E1 : Oui c'est compliqué. Des fois je mettais au dessus de 6 parce que j'avais oublié que c'était des dés limités à 6.

Dans ces interactions, on peut voir que le professeur pose aux élèves, dont la production est projetée, une question ciblée sur leurs représentations pour orienter la discussion autour de celles-ci. En écoutant l'enregistrement audio, on ressent que les représentations prennent vie : elles sont racontées par

ceux qui les ont vécues, elles sont réelles et non pas seulement rapportées par le professeur comme les « erreurs à ne pas faire ». Pour finir, si nous n'avions pas projeté de productions mais voulions travailler à partir des représentations initiales des élèves, on aurait dû les interroger sur celles-ci et il y a fort à penser qu' en parler en plénière impliquerait une altération voire une disparition de celles-ci (crainte de proposer un raisonnement faux).

- lever les implicites des élèves : devoir lire les productions d'autres élèves ou la leur, permet aux élèves de se rendre compte que ce qui est compréhensible, clair pour les uns ne l'est pas forcément pour les autres. Nous pensons que cela peut améliorer la rigueur des explications des raisonnements des élèves à l'avenir. Le professeur a tout à gagner à faire lever les implicites par les élèves. Cependant, on relève des interactions où c'est lui qui a explicité à la place des élèves :

Interaction 11 :

1. P : E1 et E2 nous disent que « 11 cases c'est le nombre possible d'avancer », bon je pense que vous voulez dire que Robin peut tomber sur 11 cases. Vous confirmez ?
 - donner la parole à un maximum d'élèves et notamment à certains qui participent peu en leur demandant d'expliquer leur travail projeté. Au total, on a dénombré la participation de 18 élèves (sur 32 présents lors de la phase de synthèse) aux profils divers : élèves en réussite, en difficulté, investis dans la participation orale ou non.

Le choix d'alterner les temps 1 et 2 a permis de :

- favoriser l'investissement des élèves. Nous avons anticipé des difficultés pour faire participer les élèves au temps de débat mais elles ne sont pas présentées : participation active de la classe. Alternier les temps 1 et 2 (cf. analyse a priori) a permis de réduire la durée (sans interruption) de chaque temps : l'activité des élèves alterne entre participation active à un débat et écoute attentive des connaissances introduites par le professeur. On peut

penser que cette alternance a permis aux élèves qui ne sont pas à l'aise dans une des postures de ne pas s'exclure trop longtemps de la phase de synthèse, de ne pas s'ennuyer. L'explicitation des différents temps, les transitions ont aussi pu favoriser l'investissement des élèves et ont permis aux élèves de savoir ce que le professeur attendait d'eux :

« Maintenant apportons un regard critique sur ce qu'a proposé E1 et E2. Pourquoi nous n'allons pas nous arrêter là ? Je vous écoute. »

« Maintenant je vais vous présenter le vocabulaire probabiliste. »

« Est-ce que c'est bon pour tout le monde ? C'est-à-dire nommer l'expérience aléatoire, en donner les issues et attribuer à chaque issue sa probabilité de se réaliser. C'est ce qui s'appelle donner la loi de probabilité de l'expérience aléatoire. »

La différenciation des temps a aussi été accentuée par les diapositives dont le contenu possède des implicites sur l'activité attendue des élèves : celles avec les productions sont destinées à des temps de débat alors que celles avec du texte tapé par le professeur et des mots écrits en rouge sont destinées à un apport de nouvelles connaissances, une conclusion sur le débat faite par le professeur.

- se familiariser rapidement avec le vocabulaire probabiliste : apporté dès la diapositive 3, il a pu être utilisé par les élèves durant les temps de débat qui ont suivi. Le nouveau vocabulaire est illustré très rapidement dans le cadre du problème, la construction du sens débute. Nous pensons que son utilisation rapide a été possible car le vocabulaire (« expérience aléatoire » ou « issue ») fait écho à celui déjà présent dans les représentations initiales des élèves. De plus, le professeur a ressenti le besoin de mettre en place un temps de discussion, non prévu a priori, où les élèves sont invités à proposer des expériences aléatoires et leurs issues pour illustrer le vocabulaire :

Interaction 12 :

1. P : Est-ce que vous pouvez me donner d'autres exemples d'expérience aléatoire pour illustrer le vocabulaire ?
2. E1 : Quand on tire des cartes dans un jeu, c'est aléatoire.
3. P : Donc ça c'est l'expérience aléatoire. Et quelles sont les issues ?
5. E1 : Par exemple, roi, dame, valet, 1, 2, 3...
4. P : Et tu peux être encore plus précise !
5. E1 : Bah valet rouge, valet noir...
6. P : Et tu peux être encore plus précise !
7. E2 : Valet de cœur !
8. P : Oui car un valet rouge peut être un valet de cœur ou de carreaux. Une autre proposition d'expérience aléatoire ?
9. E3 : Le lancer de pièce et les issues sont pile ou face.
10. P : Très bien. Allez je donne un dernier exemple, l'expérience aléatoire « je tire au hasard un élève dans la classe » et les issues sont E1, E2, E3 etc ... Vous avez compris le principe ?
11. Classe : Oui !

Cependant, on a noté qu'à chaque nouveau temps, les élèves ont eu besoin de quelques minutes pour adopter la posture demandée. Cela a entraîné de légères pertes de temps durant la phase de synthèse qui peuvent expliquer que la phase de synthèse ait duré 25 minutes au lieu des 20 minutes anticipées.

Pour finir, on apporte un regard critique sur notre méthodologie d'expérimentation : même si nos observations et enregistrements audios, semblent

montrer que les représentations initiales de beaucoup d'élèves ont évoluées, nous ne pouvons pas nous en assurer. S'inscriront-elles dans le temps ? Pour ce faire, nous aurions dû évaluer les nouvelles représentations des élèves sur une situation-problème présentant des enjeux similaires. L'évaluation de fin de séquence comportera un tel problème et les résultats seront présentés lors de la soutenance de notre écrit réflexif.

6.2. *Interactions durant les temps de débat.*

Puisque le professeur et ses élèves ont réussi à organiser des temps de débat, nous allons en rapporter des interactions et les analyser pour comprendre ce qu'il s'est joué dans l'évolution des représentations des élèves.

L'interaction suivante reprend le débat autour de l'hypothèse d'équiprobabilité.

Interaction 13 :

1. P : On apporte maintenant un regard critique sur le travail de vos camarades. Pourquoi ne va-t-on pas s'arrêter à ce qu'elles ont fait ?
2. E1 : Là, les probabilités de $\frac{1}{11}$ c'est comme si on utilisait un dé à douze faces alors que là on a deux dés de six faces.
3. E2 : Bah non, il n'y a pas de 1 donc ce serait un dé à onze faces.
4. P : Très bien ! C'est comme si on utilisait un dé à onze faces numérotées de 2 à 12. Continuons.
5. E1 : On n'est pas dans ce cas-là puisqu'on a deux dés.
6. P : Oui, soit plus précis. Qu'est-ce qui te dérange là ?
7. E1 : Avec deux dés, on a plusieurs possibilités de faire 4 par exemple.
8. P : Continue, qu'est-ce que t'es en train de dire ?
9. E1 : On a plus de chances de tomber sur un seul chiffre que les deux dés...
10. P : Oui... Allez on continue, vas-y E2.
11. E2 : Si on veut faire 2 par exemple, on a qu'une chance c'est faire 1 et 1. Mais si on veut faire 5 on a plusieurs chances : 4 et 1, 2 et 3....
12. P : Est-ce que t'es entrain d'insinuer que ... on n'a pas la même probabilité de

faire 2, 3, 4... ?

13. La classe : Oui !!
14. P : En effet, le problème vient de là. Donc on va dire que ce que l'on vient de proposer est bien une loi de probabilité mais qu'elle n'est pas fidèle à la réalité. Et nous on cherche à proposer une loi de probabilité fidèle à la réalité, qui modélise au mieux la situation.

L'interaction suivante reprend le débat autour du dénombrement des couples :

Interaction 14 :

1. P : E1 peux-tu présenter les recherches que vous avez faites ?
2. E1 : Si on regarde pour Ella, il faut faire 3,4 ou 6. Et après à chaque branche, on dit le nombre de possibilités qu'on a de faire le nombre. Par exemple, pour faire 6, on a trois possibilités.
3. P : Tout le monde est d'accord ?

Beaucoup d'élèves disent non.

4. P : Pourquoi non ?
5. E2 : Il y en a plus que ça...
6. E3 : Oui pour 6, il y a cinq possibilités : 3 et 3, 2 et 4, 4 et 2, 5 et 1, 1 et 5.
7. P : Donc, typiquement que s'est il passé pour E1 et son groupe ?
8. E4 : Ils n'ont pas compté les doubles.

On peut relever une chronologie similaire aux deux interactions :

- Les deux discussions sont lancées par le professeur qui propose un axe de réflexion.
- Les élèves intervenants vont débattre, se contredire jusqu'à arriver à un accord sur une représentation commune. Le professeur anime la discussion, encourage à l'argumentation.
- Le professeur fait préciser, expliciter aux élèves leur argument. Souvent le professeur explicitera également les arguments avancés.
- Le professeur et la classe valident la représentation.

Pendant ces interactions, des conflits socio-cognitifs sont en cours entre les élèves : intervenants ou non. A posteriori, nous nous sommes questionnés sur leurs

apports : pourquoi ne pas se satisfaire des conflits cognitifs qui se sont tenus lors de la phase de recherche ? Surtout qu'à la lecture des comptes-rendus, nous savions que l'ensemble des groupes à l'exception d'un avait dépassé l'hypothèse de l'équiprobabilité. Reste-t-il des élèves à convaincre ?

Le niveau de beaucoup de groupes étaient hétérogènes. Si, cela a permis de mettre en place une entraide et une explicitation des raisonnements avec le « vocabulaire élève » pour les élèves en difficulté face à l'abstraction, cela a aussi pu engendrer une activité mathématique passive des élèves en difficulté, se laissant porter par leur camarade plus rapide dans les raisonnements. Est-ce que tous les membres du groupe sont capables d'argumenter l'insuffisance de l'hypothèse de l'équiprobabilité ? Nous pensons que recréer le débat sur l'hypothèse de l'équiprobabilité, non plus entre professeur et élèves mais entre élèves, qui ont maintenant les arguments nécessaires pour justifier leur raisonnement, permet d'expliquer le besoin de faire évoluer les représentations initiales par ceux qui ont vécu ce besoin. On revient à ce que l'on a déjà avancé, les élèves sont les mieux placés pour parler de leurs représentations initiales. Pour les élèves intervenants, ce qu'il se joue c'est une explicitation, confrontation de leurs arguments qu'ils vont devoir justifier. Ils vont devoir s'adapter au point de vue des contradicteurs pour les convaincre et ainsi préciser leur représentation.

De plus, varier les intervenants dans cette discussion permet de varier entre des arguments généraux sur la modélisation des dés (5 - Interaction 13) et des arguments s'appuyant sur des exemples (11 - Interaction 13, 6 - Interaction 14). Ces aller-retours entre ces deux types d'arguments permet de favoriser l'adhésion d'un maximum d'élèves selon leur sensibilité.

Pour finir, on s'intéresse à une dernière interaction entre le professeur et la classe entière. Elle se situe à la fin de la phase de synthèse, lorsque l'on modélise la situation à l'aide du tableau à double entrée.

Interaction 15

1. P : Allez, tous ensemble, donnez moi la probabilité de faire 2 en lançant deux dés.

2. E1 : 1+1.
3. P : Je te demande la probabilité, non uniquement le nombre de possibilités.
4. E1 : Ah bah $\frac{1}{36}$.
5. P : Et pour faire 3 ?
6. Classe : $\frac{2}{36}$
7. P : Et pour faire 4 ?
8. Classe : 3
9. P : Et pour faire 5 ?
10. Classe : 4
11. P : Et pour faire 6 ?
12. Classe : 5

Les élèves proposent de façon similaire les probabilités des issues restantes que le professeur écrit au tableau.

13. P : Donc, ce que vous venez de me donner sont des probabilités ?
14. Classe : Non !! Il faut le diviser par 36.
15. P : Oui parce que si vous me dites 4, je ne peux pas savoir sur combien de chances au total ? 4 chances sur 5, ce n'est pas la même chose que 4 chances sur 100.

Cette interaction nous a intéressés car elle témoigne d'un nouveau traitement des représentations des élèves. Le professeur sait bien que lorsque la classe propose « 3 » pour la probabilité d'obtenir une somme égale à 4, l'implicite est « $\frac{3}{36}$ ». Il choisit pourtant de recopier les propositions exactes des élèves. Si oralement

les élèves pensaient que leur représentation d'une probabilité était claire pour le professeur, ils constatent visuellement que leurs implicites peuvent laisser imaginer que leur représentation n'est pas la bonne. La réaction est immédiate lorsque le professeur demande si ce qui est noté leur convient. Provoquer les élèves en leur prêtant une représentation qui n'est pas la leur a créé un moment d'inconfort pour les élèves dont ils sont rapidement sortis grâce à l'explicitation des limites de ces implicites par le professeur. Nous pouvons penser que, pour beaucoup d'élèves, associer cette possibilité d'erreur à un sentiment fort, ancrera dans le temps la discussion autour de celle-ci.

7. Conclusion

Forcés de constater nos difficultés à faire face aux représentations initiales des élèves, nous nous sommes demandé, avec ce mémoire, comment nous appuyer sur celles-ci pour construire de nouvelles connaissances.

Proposer un problème d'introduction ayant le statut de situation-problème et accessible cherche à enrôler tous les élèves. Avec l'activité proposée en classe, nous avons vécu l'appropriation de la problématique par les élèves qui se sont lancés dans des premiers raisonnements s'appuyant sur leurs représentations initiales. Ces raisonnements ont permis d'amener les élèves aux limites de leurs représentations initiales et au besoin de les faire évoluer. Ainsi, proposer une situation-problème mettant les représentations des élèves au centre de leur activité permet de donner du sens aux nouvelles connaissances.

Prendre conscience des 4 phases d'apprentissage d'une nouvelle connaissance permet au professeur d'en saisir les enjeux, penser une mise en œuvre permettant de les faire exister et d'accompagner de façon adaptée les élèves durant celles-ci. Les sentiments de confort et d'inconfort sont au centre de ces phases et favoriser leur apparition permet de faire véritablement ressentir, vivre l'évolution des représentations et ainsi favoriser leur durabilité.

Créer des conflits socio-cognitifs permet aux élèves d'explicitier leurs représentations : c'est en les confrontant à celles de nos pairs qu'on les précise, renforce ou à l'inverse qu'on les remet en question, fait évoluer. Ces conflits socio-cognitifs peuvent être facilement mis en place : travail de groupes, des temps de débat en plénière. Leur présence permet au professeur d'optimiser son temps : pas besoin que le professeur confronte personnellement chaque groupe à chacune de leurs représentations. Si un conflit cognitif n'aboutit pas à une validation de la représentation entre pairs, dans nos expérimentations, il a permis l'identification du point de divergence sur lequel le professeur est interrogé.

Ramasser les productions des élèves et différer la phase de synthèse à la séance suivante permet au professeur de porter un regard global sur les représentations des élèves, essayer de comprendre leur construction pour pouvoir les traiter au mieux : le professeur n'est pas pris au dépourvu par la représentation d'un élève non anticipée qu'il décide d'ignorer car elle déstabilise la construction de la nouvelle connaissance.

Animer la synthèse avec un support projeté reprenant les productions des élèves permet de rendre réelles les représentations des élèves, donner la parole à ceux qui les ont vécus : ce sont ceux qui en parlent le mieux. C'est l'occasion de créer un temps de débat autour de la représentation proposée pendant lequel le professeur a le rôle d'animateur qui relance, fait expliciter les raisonnements pour enrôler un maximum d'élèves.

Alterner, pendant la phase de synthèse, des temps de débat autour des représentations et des temps où le professeur statue sur les nouvelles connaissances qui ont émergé permet de rythmer la séance, débiter la construction du sens des nouvelles connaissances.

Si les moyens expérimentés pour nous appuyer sur les représentations initiales des élèves relevaient dans la grande majorité de la mise en œuvre, les enregistrements audios nous ont permis d'analyser les interactions du professeur et de relever la difficulté de ne pas expliciter les représentations des élèves à leur place. Ce constat offre une nouvelle perspective de recherches : quelles pratiques enseignantes adopter pour favoriser l'explicitation par les élèves ?

Annexes

ANNEXE 1: Fiche récapitulative du cadre d'analyse d'Aline Robert.

Résumé des ADAPTATIONS d'Aline ROBERT

Les connaissances :

- **anciennes, ou en cours d'acquisition.**
- fonctionnement de type **mobilisable** (si elles sont indiquées) ou **disponible** (sinon).
- question **fermée** ou **ouverte** (nécessitant des conjectures plus ou moins larges).

Les types d'adaptation :

Soit **application simple et isolée** ou **immédiate**.

Sinon **7 types d'adaptations :**

- **A1. Les reconnaissances des connaissances à utiliser et de leurs modalités d'application**
(reco configurations, faire conjectures, reco propriétés, variables, notations, reco formules, cond appl Th)
- **A2. L'introduction d'intermédiaires**
(notations, points, expressions, calcul, tracé, Géogébra)
- **A3. Les mélanges, les mises en relation, traductions ou interprétations**
(plusieurs cadres ou notions, modélisation, changements de point de vue, de cadres, de registres (graphique/expression algébrique) , langage mixte (formule/français))
- **A4. L'introduction d'étapes, l'organisation**
(org calculs, raisonnements (utilisation répétée Th, rais par l'absurde faisant intervenir le Th), étape classiques ou à imaginer)
- **A5. L'utilisation de questions précédentes dans un problème, la critique de résultats ou des méthodes**
(dans pb : mises en relations +/- indiquées, ne garder qu'une partie des infos, les modifier avant de les utiliser)
- **A6. L'existence de choix**
(forcés (un seul convient : étude fct) ou non)
- **A7. La détection par les élèves d'un manque de connaissances adaptées au problème qu'ils se posent**

ANNEXE 2 : Diapositives projetées au tableau pendant la phase de synthèse.

Diapositive 1

Activité n°1

Ella possède les lieux oranges.
Stefani possède les lieux rouges.
On lance deux dés.



Diapositive 2

Activité n°1

Ella possède les lieux oranges.
Stefani possède les lieux rouges.
On lance deux dés.

Que pensez-vous de la proposition de Doryn et Clara ?

11 cases, c'est le nombre possible d'avances
Ella a 3 chances sur 11 de gagner
Stefani a 3 chances sur 11 de gagner
Robin a 2 chances sur 11 de gagner

Doryn
Clara

Diapositive 3

Activité n°1

Autrement dit :
Expérience aléatoire : On s'intéresse au lancer de deux dés et on regarde la somme.
Issues : Obtenir 2, Obtenir 3, ..., Obtenir 11

Diapositive 4

Activité n°1

Autrement dit :
Expérience aléatoire : On s'intéresse au lancer de deux dés et on regarde la somme.
Issues : Obtenir 2, Obtenir 3, ..., Obtenir 11

Issues	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Probabilité	$\frac{1}{11}$										

On vient de proposer une **loi de probabilité** pour l'expérience aléatoire. Lorsque chaque issue a la même probabilité de se réaliser, l'expérience aléatoire est dite **équiprobable**.

Diapositive 5

Activité n°1

Autrement dit :
Expérience aléatoire : On s'intéresse au lancer de deux dés et on regarde la somme.
Issues : Obtenir 2, Obtenir 3, ..., Obtenir 11

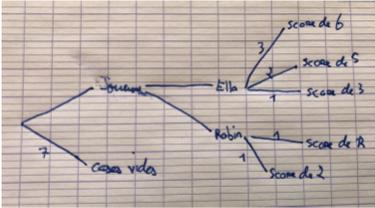
Issues	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Probabilité	$\frac{1}{11}$										

On vient de proposer une **loi de probabilité** pour l'expérience aléatoire. Lorsque chaque issue a la même probabilité de se réaliser, l'expérience aléatoire est dite **équiprobable**.

Que pensez-vous de la loi de probabilité proposée ?

Diapositive 6

Activité n°1



Est-ce que les possibilités de faire 6 avec deux dés ont été correctement dénombrées ?

Eddy
Tiago

Bibliographie et sitographie

Bibliographique

Jean-Philippe Rouquès, Laetitia Valade, Christophe Gragnic, Des maths ensemble et pour chacun - Seconde, Canopé

Britt-Mari Barth (2004), *Le savoir en construction*, RETZ

Sylvain Connac. (2017), *Enseigner sans exclure. La pédagogie du colibri*, ESF éditeur.

Ludovic Morge (2001), *Caractérisation des phases de conclusion dans l'enseignement scientifique*, Didaskalia n°18, p 99 à 120

Claire Margolinas. *Eléments pour l'analyse du rôle du maître : les phases de conclusion. Recherches en Didactique des Mathématiques*, La Pensée Sauvage, 1992, 12 (1), pp.113-158.

Sitographie

Ministère de l'Education Nationale et de la Recherche (2022), *Attendus de fin d'année en 3ème en mathématiques*, Eduscol.

4ème de couverture

Mots-clés

- problème
- représentations initiales
- phase de synthèse
- interactions
- conflits socio-cognitifs

Résumé en français

Depuis nos débuts dans le métier de professeur, nous avons été amenés à proposer aux élèves des problèmes d'introduction. Durant le déroulement de certains, des représentations initiales d'élèves ont été explicitées et nous avons eu des difficultés à les faire remettre en question par les élèves : mauvaise rencontre élève/nouvelle connaissance.

Ainsi, cet écrit réflexif s'intéresse à l'évolution des représentations des élèves et, plus précisément, nos recherches cherchent à savoir comment s'appuyer sur celles-ci pour construire de nouvelles connaissances.

Pour répondre à cette problématique, nous avons conduit le problème d'introduction du « Monopoly » auprès d'une classe de seconde générale et technologique. Il introduit la modélisation d'une expérience aléatoire par une loi de probabilité. Nous avons pensé une mise en œuvre des phases de recherche et de synthèse en s'appuyant sur nos lectures théoriques. Un enregistrement audio de chaque phase a été réalisé.

Les résultats de notre expérimentation montrent l'importance que le problème proposé fasse vivre aux élèves les différentes phases d'apprentissage d'une nouvelle connaissance qui s'articulent autour de la confrontation à un obstacle qui montre les limites de leurs représentations initiales et le besoin de les faire évoluer. Nos analyses argumentent l'utilisation du conflit socio-cognitif comme moyen d'amener les élèves à reconsidérer leurs représentations.

Concernant la phase de synthèse, une mise en œuvre reposant sur la projection de productions d'élèves et de temps de débat permet une discussion autour des différentes représentations proposées à l'issue de laquelle les élèves s'accordent sur une même évolution de leurs représentations.

Au vu de nos conclusions, le professeur a tout intérêt à considérer les représentations initiales comme un véritable matériel didactique dont l'utilisation dans les problèmes proposés sera à penser a priori.

Résumé en anglais.

At the beginning of the school year, we use problem situations to introduce new knowledge. We meet with the student's initial representations, which did not seem to be questioned during their research. Then, we noticed a lack of interest in the new knowledge from the students.

Since our beginnings as teachers, we have had to offer students introductory problems. During the course of some, initial representations of students were made explicit and we had difficulty getting them to question them by the students: bad student/new acquaintance encounter.

Thereby, in this reflective writing, we are interested in the evolution of the representations of the students and more precisely we wonder how to use the initial representations of the students to lead them to develop new knowledge.

To answer this problem, we conducted the problem of introducing "Monopoly" in tenth grade. It introduces the modeling of a random experience by a law of probability. We thought of an implementation of the research and synthesis phases based on our theoretical readings. An audio recording of each phase was made.

The results of our experiment show the importance of the proposed problem making the students experience the different learning phases of a new knowledge more useful and more sustainable. Socio-cognitive conflicts are means of changing these representations.

Concerning the synthesis phase, an implementation based on the projection of student productions and time for debate allows a discussion around the different representations proposed at the end of which the students agree on the same evolution of their representations.

In view of our conclusions, the teacher has every interest in considering the initial representations as real didactic material whose use in the proposed problems will have to be considered upstream