



HAL
open science

Analyse des erreurs et dispositifs de remédiation en calcul littéral en classe de 4ème

Efrem de Pascalis

► **To cite this version:**

Efrem de Pascalis. Analyse des erreurs et dispositifs de remédiation en calcul littéral en classe de 4ème. Education. 2022. dumas-04105490

HAL Id: dumas-04105490

<https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-04105490>

Submitted on 24 May 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Master

« Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation »

Mention Enseignement Second Degré

**Analyse des erreurs et dispositifs de remédiation en
calcul littéral en classe de 4^{ème}**

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de master

**soutenu par
Efrem DE PASCALIS
le 20 mai 2022**

en présence de la commission de soutenance composée de :

Marie-Christine SEMENOU, directrice de mémoire

Agnès TERRIEN, membre de la commission

À Francesca

À ma famille

La lutte elle-même vers les sommets suffit à remplir un cœur d'homme.

Il faut imaginer Sisyphe heureux.

(A. Camus, *Le mythe de Sisyphe*)

Sommaire

Introduction	p. 1
I Cadre théorique	p. 2
1. Cadre théorique	p. 2
1.1. L'erreur : trois différentes conceptions	p. 2
1.2. Le modèle constructiviste	p. 6
1.2.1. Un cadre pour analyser l'origine des erreurs	p. 7
1.3. Remédiation	p. 8
1.4. Calcul littéral et le problème du « Carré bordé »	p. 10
1.5. Bilan des lectures	p. 11
II Cadre pratique	p. 12
2. Cadre pratique	p. 13
2.1. La situation du « Carré bordé » : analyse <i>a priori</i>	p. 13
2.1.1. Déroulé de la séance 1 et de l'activité prévue par le professeur	p. 13
2.1.2. Énoncé et analyse <i>a priori</i> du problème (séance 1)	p. 14
2.1.3. Les productions des élèves et leur analyse	p. 24
2.1.4. Analyse <i>a posteriori</i> : Méthodologie de la double approche didactique et ergonomique	p. 31
2.1.4.1. Les activités des élèves	p. 31
2.1.4.2. Les pratiques de l'enseignant	p. 33
2.2. Poursuite de l'activité du « Carré bordé » (séance 2) : analyse <i>a priori</i>	p. 35
2.2.1. Déroulé de la séance 2 et de l'activité prévue par le professeur	p. 35

2.2.2. Énoncé et analyse <i>a priori</i> de l'activité (séance 2)	p. 36
2.2.3. Les productions des élèves et leur analyse	p. 38
2.2.4. Analyse <i>a posteriori</i> : Méthodologie de la double approche didactique et ergonomique	p. 43
2.2.4.1. Les activités des élèves	p. 43
2.2.4.2. Les pratiques de l'enseignant	p. 44
2.3. Dispositifs de remédiation	p. 46
Conclusion	p. 51
Bibliographie	p. 52
Annexes	p. 53

Introduction

Pendant ces mois de stage, et donc de découverte, j'ai été fasciné et curieux de comprendre le processus qui induit les élèves à faire des erreurs et désireux de trouver des solutions possibles pour y remédier. Dans une de mes classes, la 4ème, il y a des élèves qui ont cumulé des lacunes très importantes au fil des années, et c'est à partir de ce constat qu'il est devenu crucial pour moi de comprendre ce qu'un enseignant peut et/ou doit mettre en œuvre pour essayer de combler ces lacunes, pour remédier aux erreurs des élèves.

Pour essayer de répondre à cette question, j'ai pensé commencer par un travail d'approfondissement de l'analyse des erreurs et des dispositifs de remédiation, notamment en **calcul littéral**. J'ai pensé au calcul littéral parce qu'à mon avis, cette *séquence* peut très bien se prêter à mes fins : les erreurs des élèves en calcul littéral sont récurrentes (distributivité, le statut de la lettre, le statut du signe égal, les erreurs de calcul, la modélisation, etc.). Il faudra donc introduire le calcul littéral de manière appropriée, analyser les différents types d'erreurs et, par conséquent, prévoir différents dispositifs de remédiation.

Pendant ces mois de stage, je me suis posé plusieurs questions. Comment aider les élèves à surmonter les obstacles et comment prévenir leurs difficultés et leurs erreurs liées au calcul littéral ? Quels outils instaurer, quelle activité mettre en œuvre et quel dispositif de remédiation proposer ?

L'objectif de mon écrit réflexif visera donc à répondre à la question : comment guider les élèves vers l'acquisition de compétences en calcul littéral ?

Première partie
Cadre théorique

1. Cadre théorique

1.1. L'erreur : trois différentes conceptions

Qu'est-ce qu'une erreur en mathématiques ? « Erreur » signifie non-conformité à une certaine norme. Nous savons très bien que l'erreur a toujours été considérée comme quelque chose de négatif, et donc à éviter. Il n'existe aucune matière scolaire dans laquelle la peur de l'erreur est aussi forte et ancrée que dans les mathématiques. La peur de faire des erreurs commence déjà à l'école primaire et se traduit souvent dans une peur associée à l'évaluation. Avec le temps, elle peut se transformer en peur de ne pas comprendre. C'est une peur qui affecte souvent la relation avec les mathématiques, qui pousse à un rejet généralisé de la discipline, auquel sont associées d'autres émotions fortes et négatives, comme la colère, la frustration, la honte.

C'est un élément supplémentaire qui éloigne les mathématiques de l'expérience de la vie réelle, où faire des erreurs est considéré comme humain.

Faire des erreurs est fondamental pour apprendre. L'erreur et l'échec sont des occasions d'apprentissage car ils conduisent la personne vers la découverte de quelque chose de nouveau : de nouvelles stratégies et de nouvelles façons d'apprendre.

L'analyse et l'interprétation des erreurs et de leur origine dépend largement de la conception du professeur sur l'apprentissage et les mathématiques. Les didacticiens ont relevé trois différentes conceptions. Pour examiner ces trois différents modèles et l'apporte qu'ils ont sur la conception de l'erreur on s'est appuyé notamment sur l'article et l'étude de Roland Charnay (1992).

La première conception est basée sur le **modèle transmissif**. Dans cette perspective l'apprentissage est basé sur l'écoute, l'observation, l'imitation et la reproduction du modèle enseigné. On a d'un côté le bon professeur, celui qui explique bien, qui donne des exemples, qui utilise des schémas, de l'autre côté on aura l'élève, qui se limite à écouter, observer, imiter et reproduire le modèle enseigné. Il faut donc qu'il s'entraîne à bien mémoriser pour pouvoir acquérir, puis reproduire et enfin utiliser les connaissances. Comme le dit R. Charnay (1992) : « Dans cette perspective, l'analyse de l'erreur est faite en terme de manque, en terme d'anomalie. [...] La responsabilité de l'erreur est alors renvoyée à l'élève (qui n'a pas écouté ou pas appris ...), plus rarement à l'enseignant (qui a mal expliqué) ».

Pour remédier aux erreurs des élèves l'enseignant pourra ré-expliquer, faire travailler les élèves davantage, donner de nouveaux exercices, multiplier les problèmes-types, etc.

Quels sont les avantages et désavantages de ce modèle ?

Le principal « **atout** » du modèle transmissif est le fait qu'il permet sans aucun doute un avancement plus rapide dans le programme d'apprentissage. On peut rapidement atteindre l'objectif qu'on avait prévu en début d'année. Aussi, ce qui est très important pour ce type de modèle c'est la *qualité* du savoir transmis aux élèves, et non pas les besoins des élèves ; à ce propos, on pourrait dire qu'ils sont comme des contenants qu'on doit remplir, quoi qu'il en coûte. On n'accorde pas d'importance à la façon dont l'élève reçoit ce savoir, mais ce qui est essentiel, c'est d'atteindre l'objectif d'apprentissage. En conséquence, s'il y a des erreurs, la faute sera toujours du côté des élèves qui, d'une façon ou d'une autre, n'ont pas été en mesure de bien recevoir ce savoir, voire parce qu'ils n'étaient pas attentifs, ils n'ont pas pris le temps de bien réfléchir, ou ils n'ont pas travaillé.

Parmi les **désavantages**, vu que comme on a dit, ce n'est pas l'élève qui est au centre de ce processus, avec tous ses besoins d'apprentissage, cette démarche ne prend pas en compte tous les niveaux de ceux-ci, donc il n'y a pas de vraie adaptation didactique. De plus, vu qu'ils ne sont pas vraiment impliqués dans l'échange, ils sont des acteurs passifs, on leur demandera indirectement un effort majeur, ils devront faire l'effort d'être plus attentifs, motivés, ce qui parfois peut se révéler efficace à l'université, quand les étudiants sont vraiment motivés (et même dans ce cas, ce n'est pas toujours évident, mais pas dans le cadre de l'enseignement dans un collège ou lycée, même à l'université, les apprenants ne sont pas tous égaux, chacun a sûrement une différente façon d'apprendre et il en y aura toujours de moins ou plus motivés). En outre, on ne prend pas en compte le bagage didactique de l'élève, c'est-à-dire toutes les connaissances acquises précédemment, et donc on ne saura jamais (ou bien oui, dès qu'il commettra une erreur, mais on ne le saura pas avant) si la façon dont il a appris un savoir précédent est correcte ou pas. Dans le cas contraire, le risque est qu'il ne comprenne pas le nouveau savoir ou qu'il le fasse à sa façon, sans s'interroger sur le processus.

Dans cette perspective, l'apprentissage et l'enseignement ne font qu'une seule chose, il n'y a plus de distinction, cela revient à une simple transmission des savoirs, dans un mouvement unilatéral.

La deuxième conception est basée sur le **modèle behavioriste** selon lequel on concevra des apprentissages en posant des questions visant à rendre l'élève actif et en ménageant des étapes intermédiaires graduées, allant du simple au complexe. Le rôle du professeur est celui de définir et classer des objectifs du plus simple au plus complexe. Il pose des questions suffisamment guidées pour que l'élève puisse trouver la bonne réponse et découpe les

compétences globales en compétences élémentaires.

D'une part, la responsabilité de l'erreur sera du côté de l'élève qui ne s'est pas entraîné suffisamment et d'autre part de l'enseignant qui n'a pas été suffisamment clair dans ses explications et qui n'a pas proposé des exercices suffisamment gradués.

Pour pallier à ces erreurs, l'élève devra ré-apprendre mieux ses leçons et l'enseignant devra lui proposer des exercices plus gradués et multiplier les problèmes-types.

Parmi les avantages de ce modèle on peut compter une majeure attention de l'enseignant envers l'élève, son évolution, ses possibilités de progression. Chaque élève a la possibilité de progresser à son rythme et les activités proposées sont ici plus adaptées. Pour cette raison, il se trouve assez souvent en situation de réussite. De plus, avec la définition des objectifs, le processus d'évaluation devient beaucoup plus simple.

En ce qui concerne les désavantages ou les limites, il faut dire que bien que l'élève ait plus de moyens pour réussir les différentes tâches, et donc les erreurs seront moins fréquentes, l'apprentissage risque d'être « découpé » et partiel, car il n'y a pas un fil qui lie toutes les étapes, et il n'aura pas de vision globale.

La dernière conception se fonde sur le **modèle constructiviste**, un modèle qui voit l'erreur comme une possibilité d'apprentissage, donc quelque chose de positif.

Dans cette conception, le professeur propose des situations où un obstacle est à surmonter. Il accompagne l'élève dans la ré-organisation de ses connaissances et apprentissages. L'enseignant prend aussi des informations sur les conceptions initiales des élèves et propose des situations pédagogiques et didactiques sources de conflits socio-cognitifs.

L'élève doit s'appropriier le problème posé, y investir ses connaissances initiales, accepter la déstabilisation procurée par le démenti, reconnaître la nécessité de cette déstabilisation pour pouvoir progresser. *L'élève doit apprendre de ses erreurs*. Il résout des problèmes, réorganise ses connaissances, échange avec les autres et confronte son point de vue avec autrui. Il devient donc *moteur* dans le processus d'apprentissage, et c'est grâce à cette force motrice qu'il apprend, grâce au fait qu'il devient acteur, et non seulement spectateur, quand il essaie de résoudre des problèmes par exemple.

L'erreur est donc un outil positif et représente la manifestation d'un obstacle rencontré par l'élève. Comme le dit Charnay (1992), dans cette perspective « l'erreur est l'expression d'une forme de connaissance ».

Le professeur fera un travail sur les erreurs avec les élèves et parfois en provoquera lui-même, car les erreurs sont révélatrices de conceptions inadéquates. En ce sens, elles sont constitutives de l'apprentissage. Pour remédier aux erreurs l'enseignant questionne la tâche

proposée, les connaissances des élèves et la situation pédagogique associée, en lien avec la nature des erreurs commises. L'enseignement fondé sur cette conception demande donc un temps considérable de préparation, de réflexion et d'analyse de ses pratiques. Le rôle de l'enseignant est donc complexe : il doit d'abord repérer les obstacles récurrents, puis mettre en place des situations destinées à faire prendre conscience à l'élève de l'insuffisance de ses conceptions. Finalement, il doit aider l'élève à construire les nouveaux savoirs, puis à les consolider par des exercices *ad hoc*.

Un des avantages de ce modèle est le fait que l'élève est confronté à un problème à résoudre, ce qui lui permet de mettre du sens à son apprentissage. Les conceptions initiales inadéquates ayant été détruites ou remodelées, elles ne risquent plus de refaire surface et le nouvel état d'équilibre est durable. Parmi les limites et les désavantages, comme on l'a dit déjà, l'enseignement basé sur ce modèle est coûteux en temps. En outre, il nécessite un haut niveau de compétence de l'enseignant, autant pour la conception que pour la gestion des leçons. De plus, il est parfois difficile de trouver des situations-problèmes adéquates et la phase de déstabilisation peut être délicate chez certains élèves, en particulier ceux en grande difficulté.

1.2. Le modèle constructiviste

Déjà en 399 av. J.C., Socrate avait une vision éducative et non punitive de l'erreur, mais comme tous les grands visionnaires, il n'a pas eu une vie facile et a été reconnu coupable par le tribunal athénien d'avoir corrompu ses jeunes élèves à cause de sa pensée.

Comme l'a écrit le didacticien en mathématiques Guy Brousseau (1983) : « L'erreur n'est pas seulement l'effet de l'ignorance, de l'incertitude, du hasard que l'on croit dans les théories empiristes ou béhavioristes de l'apprentissage, mais l'effet d'une connaissance antérieure, qui avait son intérêt, ses succès, mais qui, maintenant, se révèle fautive, ou simplement inadaptée. Les erreurs de ce type ne sont pas erratiques et imprévisibles, elles sont constituées en obstacles. Aussi bien dans le fonctionnement du maître que dans celui de l'élève, l'erreur est constitutive du sens de la connaissance acquise ».

Si l'enseignement des mathématiques doit offrir aux élèves des occasions de réfléchir, d'explorer, d'assumer la responsabilité de conjectures, d'argumenter - en bref, des occasions de s'attaquer à des problèmes et pas seulement à des exercices standards. C'est sur ces erreurs que les élèves vont progressivement construire des connaissances, des aptitudes et des compétences.

Comme Astolfi (1997) le dit « Il existe finalement un 'savoir de l'erreur' comme le disent si bien Jean-Pierre Jaffré et al., expliquant qu'il faut plutôt orienter et guider les inventions des

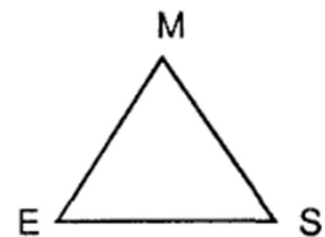
élèves que souligner inutilement l'inachèvement fondamental de leur connaissance. [...] On n'a jamais totalement compris. Tout savoir authentique et vivant comporte son halo de brume et de zones troubles de telle sorte qu'il faudrait ici se livrer à une véritable *Éloge de l'imperfection*. Seules les connaissances académiques qui ne servent pas et les exercices fondés sur des applications répétitives, paraissent échapper à cette règle, mais il ne concerne que de loin l'apprentissage ».

Les erreurs, qui nous intéressent et qui nous considérons, sont celles *significatives*, c'est-à-dire des erreurs qui sont reproductibles chez les élèves, dans le sens qu'elles ne relèvent pas de l'étourderie, et ne sont pas isolées, mais elles peuvent être en corrélation avec d'autres erreurs avec lesquelles elles forment une sorte de réseau ou de système d'erreurs. (Charnay, 1992)

Pour que l'enseignant puisse prendre en compte les erreurs et les traiter, il faut que les élèves soient mis en situation de les produire, non seulement dans les travaux individuels à la maison ou dans les contrôles de fin séquence, mais aussi en classe lors des séquences d'enseignement, dans les travaux de groupes, dans les interventions orales des élèves, car il s'agit du moment où l'erreur a le moins de chance d'échapper à l'enseignant. (IREM d'Aquitaine)

1.2.1. Un cadre pour analyser l'origine des erreurs

Dans la conception constructiviste l'analyse des erreurs et de leur origine peut être conduite en référence aux interactions entre les trois différents acteurs d'une situation d'apprentissage (le maître, les élèves et le savoir mathématique) et la relation ternaire qui les relie. Ce système peut donc être facilement représenté par *un triangle didactique*, qui peut servir



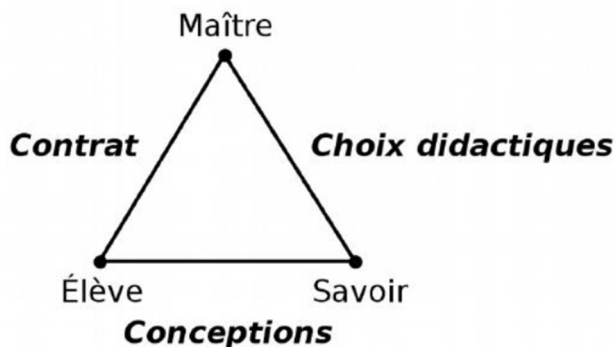
aussi pour analyser à la fois le choix des activités et des tâches que l'enseignant propose à ses élèves, l'interprétation de ces tâches par les élèves et les erreurs qu'ils produisent.

Grâce à l'article « L'erreur dans l'apprentissage des mathématiques » du groupe didactique des mathématiques de l'IREM d'Aquitaine, on a pu approfondir les interactions entre l'enseignant, l'élève et le savoir, ainsi que mieux comprendre la situation d'enseignement qu'on peut schématiser avec un triangle didactique.

Comprendre le processus, que l'élève a mis en place pour produire l'erreur, n'est pas facile. Les erreurs significatives qu'on peut rencontrer ont pour cause une conception cohérente qui, bien qu'incorrecte, est le reflet d'une « connaissance » qui a fait ses preuves dans un certain domaine.

En effet, les erreurs peuvent être liées à **des conceptions erronées** (relation élève-savoir) issues d'une connaissance antérieure et dues donc à un savoir ancien qui résiste à la mise en place du savoir nouveau. De plus, certaines erreurs peuvent être liées à certains **choix didactiques** de l'enseignant (relation enseignant-savoir) : les choix didactiques de l'enseignant dépendent de ses connaissances en mathématiques et en didactique, et peuvent avoir des conséquences sur les conceptions de l'élève et notamment renforcer les obstacles qu'il peut rencontrer.

Finalement, certaines erreurs peuvent concerner la relation enseignant-élève et peuvent être



liées au **contrat didactique**, c'est-à-dire à ce que l'élève imagine des attentes de l'enseignant (« un problème a toujours une solution », « il faut utiliser toutes les données de l'énoncé », « si on vient d'étudier tel théorème il faut l'utiliser forcément dans la résolution », etc.). (IREM d'Aquitaine)

1.3. Remédiation

Le mot « remédiation » est souvent associé par la société au remède (du latin *remediare*, de *remedium*, remède), et cela laisse sous-entendre qu'à chaque erreur il y a un remède correspondant. Malheureusement, cela est irréaliste, précisément parce que chaque erreur n'est pas isolée et, comme on l'a dit, est constituée en réseaux qui s'appuient sur une logique et sur des conceptions que l'élève s'est construites et qu'il n'est pas facile d'abandonner. On parlera donc de « remédiation » en termes de re-médiation (du latin *mediatio*, *-onis*, de *mediare*, s'interposer), c'est-à-dire en termes de nouvelle médiation entre le savoir et l'élève.

Pour que l'enseignant puisse remédier et prendre en compte les erreurs, il faut que les élèves soient mis en condition de les produire en classe. De cette façon, l'erreur se produira devant l'enseignant qui peut la repérer plus facilement et éventuellement la traiter dans l'instant. « Le traitement de certaines erreurs peut être renvoyé à la séance suivante et faire l'objet d'une situation spécifique. Le temps de recherche des problèmes en classe doit être suffisant pour permettre aux élèves de produire des solutions écrites. En se déplaçant dans la classe, l'enseignant prend connaissance des travaux des élèves. Il peut intervenir en demandant à l'élève comment il a raisonné, ou encore relever un travail pour le soumettre à la critique de toute la classe sans que ce soit une source de moquerie ou de réprimande. Les élèves peuvent aller écrire leurs résultats au tableau, les autres élèves peuvent les corriger,

l'enseignant peut en photocopier pour les exploiter. » (IREM d'Aquitaine)

Parmi les différents types de remédiation qu'on peut envisager de mettre en place pendant le temps d'apprentissage on pourra considérer, par exemple, tous les processus de vérification permettant de réinjecter la solution trouvée et donner du sens à ce que l'on fait. Un autre aspect important dans la phase de remédiation est l'oral et la dévolution : la lecture d'énoncé implique une activité de déchiffrage du texte et de sélection et codage des informations. Lire à voix haute l'énoncé et demander à un autre élève de la classe de l'expliquer avec ses propres mots permet aux élèves de se focaliser et sélectionner les points importants, et donc de mieux comprendre la situation du problème. En effet, la plupart des erreurs dérivent parfois d'une incompréhension de l'énoncé.

Un autre dispositif de remédiation peut être l'autocorrection des copies des élèves. On pourra remettre aux élèves leurs copies et leur demander d'analyser leurs erreurs ou d'expliquer à l'écrit la démarche et le raisonnement qu'ils ont suivi pour parvenir à la solution. Cela permet aux élèves de prendre conscience des erreurs commises, d'explicitier ce qu'ils ont fait et de sortir d'un processus de correction automatique et passive où les élèves recopient au tableau la réponse attendue sans y prêter attention.

Recourir au travail de groupe et à la collaboration entre pairs pour corriger les copies peut avoir aussi des avantages en terme de remédiation. Consacrer du temps pour la correction des copies en groupe peut aider les élèves en difficulté ou qui ont eu des problèmes de compréhension. Les élèves observent d'abord leurs erreurs, puis essayent de les corriger. L'aide du professeur est indispensable pour qu'ils puissent mener à bien cette tâche. Les remarques et les annotations du professeur sur les copies ne suffisent pas pour remédier à l'erreur ; une correction n'est pas facile à faire par un élève sans un minimum d'échanges avec lui, pour qu'il comprenne ses erreurs et qu'il puisse les corriger. En outre, prévoir des moments d'échange en groupe peut être aussi l'occasion pour prendre en compte les différentes exigences des élèves. Ce dispositif peut avoir ses effets sur le long terme et demande une organisation et une gestion de classe que doit être réfléchi et pensée de façon adéquate par le professeur en amont pour que cela puisse se révéler efficace.

Une autre opportunité de remédiation scolaire est l'usage du numérique. Le travail avec les différents logiciels (Tableur, Scratch, Géogébra, etc.) peut aider les élèves à prévenir certaines erreurs et les traiter de manière immédiate. Cependant, cela peut avoir des répercussions sur l'esprit critique des élèves qui ont souvent tendance à accepter sans réserve le résultat donné par l'ordinateur.

1.4. Calcul littéral et le problème du « Carré bordé »

Dans cet écrit réflexif on a restreint l'analyse des erreurs au domaine du calcul littéral. On a choisi le calcul littéral car c'est un terrain fertile pour la production des erreurs. En effet, le passage du numérique au littéral constitue pour l'élève une *rupture* importante. On dit cela car d'une part les symboles du calcul littéral (les lettres, le signe égal et ses différents statuts, les signes opératoires, etc.) diffèrent de ceux du langage des nombres et d'autre part, les types de problèmes que l'algèbre permet de résoudre sont différents de ceux que les élèves sont habitués à résoudre jusque-là. En effet, les élèves ont l'habitude de progresser pas à pas pour arriver à la solution, en utilisant les données connues. Au contraire, en algèbre, l'approche et la démarche à suivre sont différents : les élèves doivent établir des relations entre des données connues et un résultat à trouver (l'inconnue), puis traiter ces relations jusqu'à obtenir le résultat cherché.

Comme c'est souligné dans le document « Utiliser le calcul littéral », sur le site eduscol.education.fr/ dans les ressources accompagnement du programme de mathématiques du cycle 4, « pour motiver le recours au calcul littéral et aider les élèves à accepter une approche autre que numérique, il est essentiel qu'ils soient confrontés à des situations révélant les limites des procédures dont ils disposent déjà, basées sur des tâtonnements, des essais-erreurs ou l'utilisation d'un tableur. Ils doivent aussi prendre conscience de l'intérêt de désigner des quantités ou des grandeurs par les lettres qui leur sont traditionnellement attribuées (n pour une quantité discrète, x pour une longueur, V pour un volume) plutôt que par leur nom complet. »

Pour cela on a décidé de proposer dans la classe de 4^e du Collège René Guy Cadou de Montoir-de-Bretagne, où j'ai passé mon année de stage, le problème connu du « Carré bordé ». En effet, ce problème, à fort potentiel didactique, permet de donner du sens au calcul littéral et à l'introduction de la lettre et permet aussi de travailler les techniques pures du calcul littéral (réduction, développement et factorisation).

Dans la deuxième partie de cet écrit réflexif on présentera le problème tel qu'il a été proposé en classe, on fera l'analyse *a priori* de l'activité (en suivant le cadre d'analyse *a priori* d'Aline Robert vu en formation), l'analyse des erreurs repérées sur les productions des élèves et l'analyse *a posteriori* (en suivant le cadre d'analyse *a posteriori* de Robert et Rogalski vu en formation). Ensuite, on présentera les dispositifs de remédiation proposés à la classe et on testera ces dispositifs dans une autre activité (connue sur le nom de « Les allumettes »)

similaire à celle du « Carré bordé ».

1.5. Bilan des lectures

On conclut cette première partie théorique avec un bilan sur les lectures qui ont caractérisé et influencé mes choix de mise en œuvre dans la partie pratique. Tout d'abord, pour moi l'erreur est une indicatrice privilégiée pour l'enseignant et fait partie de l'apprentissage. J'adhère à une conception constructiviste de l'erreur et de l'enseignement. Comme il est bien expliqué dans l'article « L'erreur dans l'apprentissage des mathématiques » du groupe didactique des mathématiques de l'IREM d'Aquitaine, « pour que l'enseignant puisse prendre en compte les erreurs, il faut que les élèves produisent eux-mêmes des mathématiques en classe, pendant le temps de l'apprentissage ». C'est pour cela que j'ai décidé de faire travailler les élèves en classe sur un problème à fort potentiel didactique comme celui du « carré bordé ». Avec cette activité j'ai voulu que les élèves trouvent un obstacle, cherchent des problèmes et qu'un groupe essayent de le surmonter et de les résoudre. J'ai donné aux élèves un temps significatif et suffisant pour leur permettre de produire des solutions écrites. De plus, comme il est très bien expliqué dans l'article précité, j'ai prévu de circuler dans les rangs car comme ça je pouvais prendre connaissance des travaux des élèves et intervenir en leur demandant comment ils ont raisonné. De plus, grâce toujours à cet article j'ai pu exploiter davantage quelques pistes pour analyser les productions d'élèves, dans le but de mieux cerner la place que les erreurs ont dans la gestion de la classe.

La lecture de l'article de Sylvie Coppé (2016) a été décisive pour comprendre la manière dont conduire l'activité du carré bordé dans ma classe de 4^e. Grâce à cet article j'ai pu mieux comprendre les conditions sous lesquelles cette activité peut être mise en place dans les classes ordinaires de façon optimale. Enfin, la lecture du mémoire professionnel présenté par Marie-Caroline Croset dans le 2004 à l'IUFM d'Aquitaine nous a permis d'explorer différents dispositifs de remédiation. D'après ces lectures j'ai décidé d'analyser les copies des élèves avec l'intention de repérer les erreurs les plus significatives et d'essayer d'y remédier. Comme dispositifs de remédiation j'ai choisi de proposer aux élèves des questions en activités rapides pour travailler les différentes techniques et méthodes, pour privilégier un travail d'autocorrection de copies et des erreurs et pour favoriser la remédiation orale trop souvent négligée en mathématiques.

Deuxième partie

Cadre pratique

2. Cadre pratique

2.1. La situation du « Carré bordé » : analyse *a priori*

On a proposé ce problème dans ma classe de 4^e lors de mon stage dans le collège R. Guy Cadou de Montoir-de-Bretagne. La tâche a été proposée aux élèves comme une tâche intermédiaire avec prise d'initiative dans la séance 6 de la séquence 5 dédiée au « Calcul littéral ». J'ai travaillé en amont, dans les séances précédentes, les différentes conventions d'écritures en calcul littéral, la simplification d'écriture d'une expression littérale, les programmes de calcul et les programmes de calcul en Scratch en débranché dans les activités rapides. J'avais également testé une égalité pour certaines valeurs de la lettre, vu comme réfuter ou vérifier une égalité et utilisé la distributivité simple pour développer une expression littérale.

2.1.1. Déroulé de la séance 1 et de l'activité prévue par le professeur

Je vais créer des groupes équilibrés (en mettant un élève moteur dans chaque groupe). Ce choix est dicté par le fait qu'en classe j'ai des élèves en difficulté qui autrement risqueraient d'être bloqués. De plus, on veut vraiment permettre à chaque groupe d'arriver jusqu'au bout dans l'activité. Je ferai cette activité le lundi, jour où la classe est divisée en demi-groupes pour avoir un climat plus propice au travail, vu que la classe est compliquée à gérer avec des élèves posant souvent des difficultés à l'ensemble de la communauté éducative. Les demi-groupes ont été créés par l'équipe pédagogique en début d'année de sorte à avoir des groupes équilibrés.

La classe est composée de 27 élèves et le premier groupe du lundi est constitué de 13 élèves, alors que le second est formé par 14 élèves. Je vais donc créer 8 groupes (3 groupes avec 3 élèves et un groupe avec 4 élèves dans le premier demi-groupe et 2 groupes avec 3 élèves et 2 groupe avec 4 élèves dans le second demi-groupe).

Je vais distribuer la fiche avec l'activité « Le carré bordé » aux élèves, avec des feuilles de brouillon et une feuille blanche par groupe pour la rédaction. Cette feuille sera ramassée à la fin du cours. Je fais lire l'énoncé du problème par un élève et un autre élève explique la situation du problème à la classe (**phase de dévolution**). L'usage de la calculatrice sera autorisé. Je laisse à chaque groupe un temps individuel de recherche pour s'approprier de l'énoncé (**5 min**). Après les élèves travailleront en groupe : je les laisse réfléchir et travailler ensemble pour trouver une stratégie de résolution et répondre aux questions du problème. Je vais circuler dans les rangs pour vérifier si tout le monde est au travail et, si nécessaire,

pour aider les élèves en difficulté, en leur donnant des petites pistes (20 min).

Les élèves devront bien rédiger leur solution et faire des petites phrases-réponses (cela fera partie des consignes données pendant la distribution de l'activité ou avant de démarrer l'activité). (10 min)

Les productions des élèves seront ramassées à la fin et seront nominatives. Le travail et les productions des élèves ne seront pas notés. Ce choix est dicté par le fait qu'il s'agit d'un premier travail de groupe et d'un des premiers problèmes ouverts donnés à la classe.

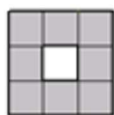
Le professeur analysera les productions des élèves pour voir les erreurs commises et pour repérer les différentes formules trouvées. Ensuite, dans une autre séance je ferai la correction de l'activité au tableau et, si dans les productions des élèves j'ai repéré des formules incorrectes, je les invaliderai avec les élèves, je validerai les restantes avec des vidéos montrant les différentes techniques de comptages. Finalement, je ferai travailler les élèves en binôme pour déterminer l'équivalence des différentes formules trouvées à l'aide de la distributivité simple.

2.1.2. Énoncé et analyse *a priori* du problème (séance 1)

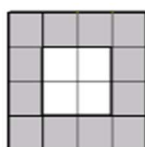
L'énoncé du problème proposé à nos élèves est celui présent sur le site eduscol.education.fr dans le document ressource « Utiliser le calcul littéral ».

L'énoncé est le suivant :

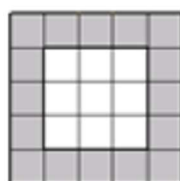
Pierre joue avec des carreaux de mosaïque. Il dispose ses carreaux gris autour de différents carrés formés de carreaux blancs. En voici quatre.



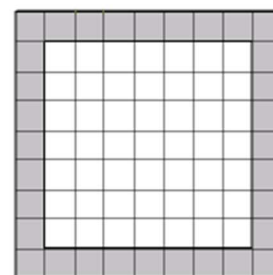
Carré Taille 1



Carré Taille 2



Carré Taille 3



Carré Taille 7

1. Combien y a-t-il de carreaux gris entourant le carré blanc de taille 1 ? Celui de taille 2 ? Celui de taille 3 ?
2. Produire un calcul qui donne le nombre de carreaux gris entourant un carré blanc de taille 7, puis de taille 56.

3. Expliquer par une phrase ou par un programme de calcul comment on peut calculer le nombre de carreaux entourant un carré de n'importe quelle taille.
4. Si on double le côté du carré blanc, double-t-on le nombre de carrés gris de la bordure ? Toujours ? Jamais ? Dans certains cas ? Si oui, lesquels ?

C'est une activité à fort potentiel didactique, qui permet d'utiliser le calcul littéral pour prouver un résultat général, pour valider ou réfuter une conjecture. Comme le dit Sylvie Coppé (2016), parmi les objectifs d'enseignement associés à ce problème, on a celui qui permet d'« élaborer une technique de calcul du nombre de carreaux pour n'importe quel carré avec différentes formulations, introduire une lettre, la non unicité du choix de la lettre pour traduire les formulations en expressions littérales et montrer l'équivalence de ces différentes expressions littérales ».

D'après la lecture de l'article de Sylvie Coppé (2016), j'ai choisi de proposer cette activité comme tâche intermédiaire avec prise d'initiative et pas comme activité de découverte. Ainsi j'ai voulu éviter de la proposer de façon isolée. Pour cela j'ai travaillé en amont avec les élèves l'introduction des expressions algébriques, les programmes de calcul, le rôle du contre-exemple pour invalider une assertion fausse, l'usage de la propriété de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition, etc.

J'ai fait ce choix car je suis conscient que, comme Sylvie Coppé (2016) le dit, « le travail sur des programmes de calcul qui précèdent la situation du carré bordé et une articulation entre des moments de première rencontre, d'institutionnalisation et de constitution du savoir autour de la propriété de la distributivité sont déterminants dans la réussite de cette activité pour favoriser les apprentissages des élèves ». En effet, toujours Sylvie Coppé (2016) nous prévient : « Si ces conditions ne sont pas mises en place, cette situation risque de ne pas être exploitée avec intérêt pour les élèves et pour le professeur ».

L'énoncé proposé aux élèves porte sur des **connaissances** qui sont **en cours d'acquisition** et qui sont **disponibles** car non indiquées dans l'énoncé.

Les **compétences mobilisées** dans cette activité sont chercher, représenter, raisonner, calculer, communiquer et modéliser. En particulier, je me focaliserai et je travaillerai avec les élèves les compétences :

Chercher : Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.

Communiquer : Expliquer à l'écrit sa démarche et son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange. Faire le lien entre le langage naturel et le langage algébrique.

Modéliser : Traduire en langage mathématique une situation réelle.

- **Première question : Combien y a-t-il de carreaux gris entourant le carré blanc de taille 1 ? Celui de taille 2 ? Celui de taille 3 ?**

La correction

Il y a 8 carreaux gris entourant le carré blanc de taille 1.

Il y a 12 carreaux gris entourant le carré blanc de taille 2.

Il y a 16 carreaux gris entourant le carré blanc de taille 3.

Les connaissances

Les connaissances en jeu dans cette question sont anciennes et mobilisables. Il suffit que l'élève sache compter pour y répondre.

Les adaptations

En suivant le cadre d'analyse *a priori* d'Aline Robert (voir annexe 1) on peut distinguer **sept types d'adaptations**. Parmi les sept adaptations, dans cette question on peut considérer l'adaptation suivante :

A1. Les reconnaissances des connaissances à utiliser et de leurs modalités d'application : Pour répondre à la première question il suffit de savoir compter le nombre de carreaux gris.

Difficultés et erreurs possibles

Certains élèves peuvent se tromper de calcul dès la première question.

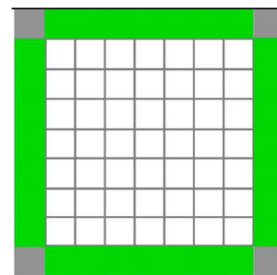
Aides possibles

Je peux inviter les élèves à utiliser les figures proposées et à hachurer les carreaux gris qu'ils ont déjà pris en compte.

- **Deuxième question : Produire un calcul qui donne le nombre de carreaux gris entourant un carré blanc de taille 7, puis de taille 56.**

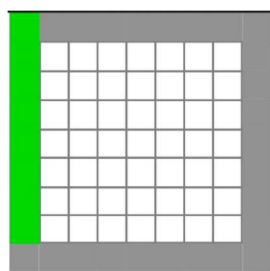
La correction

Pour le carré blanc de taille 7, on a, par exemple, $4 \times 7 + 4$ carreaux gris soit 32 carreaux gris. Ici, on a pris 4 fois les 7 carreaux gris sur le côté du carré blanc de taille 7 et on a ajouté les 4 carrés des coins.

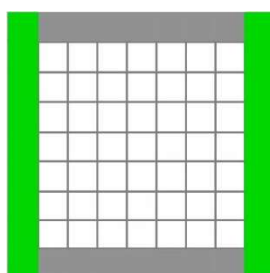


D'autres calculs, correspondant à différentes techniques de dénombrement, peuvent être les suivants :

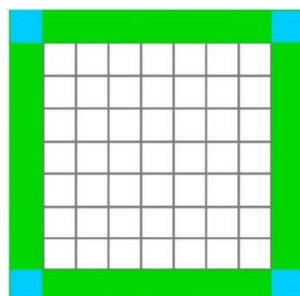
- $4 \times (7 + 1)$: Prendre 4 fois les 7 carreaux gris sur le côté du carré blanc de taille 7 plus un.



- $2 \times (7 + 2) + 2 \times 7$: Prendre 2 fois les 7 carreaux gris sur le côté du carré blanc de taille 7 plus deux. Ajouter 2 fois les 7 carreaux sur un côté du carré blanc de taille 7.

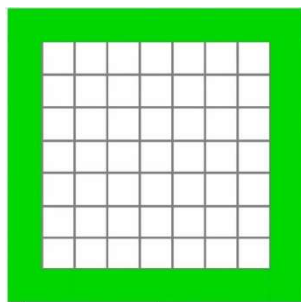


- $4 \times (7 + 2) - 4$: Prendre 4 fois les 7 carreaux gris sur un côté du carré blanc de taille 7 plus deux et enlever les quatre carrés des coins qu'on avait déjà considéré dans le comptage.



- $2 \times (7 + 1) + 7 + 7 + 2$ ou $2 \times (7 + 1) + 2 \times 7 + 2$: Prendre 2 fois les 7 carreaux gris sur un côté du carré blanc plus un. Au nombre obtenu, on ajoute deux fois les 7 carreaux gris restant sur un côté du carré blanc et les deux carrés des coins.

- $(7 + 1)^2 - 7^2$: Faire la différence des aires entre le grand carré de côté 8 et le petit carré blanc de taille 7.



Pour le carré blanc de taille 56, on a, par exemple, $4 \times 56 + 4$ carreaux gris soit 228 carreaux gris.

Comme pour le carré de taille 7, d'autres calculs, correspondant à d'autres techniques de comptage, peuvent être produits. Par exemple : $4 \times (56 + 1)$, $2 \times (56 + 2) + 2 \times 56$, $4 \times (56 + 2) - 4$, $2 \times (56 + 1) + 56 + 56 + 2$, $2 \times (56 + 1) + 2 \times 56 + 2$ et $(56 + 1)^2 - 56^2$.

Les connaissances

Dans cette question les connaissances sont anciennes et disponibles car dans l'énoncé n'est pas indiquée la démarche à suivre pour produire un calcul qui donne le nombre de carreaux gris entourant un carré de taille 7 et 56. Pour répondre à cette question il ne suffit pas de compter les carreaux mais il faut trouver une stratégie de dénombrement. Cette étape est essentielle pour que les élèves s'approprient le problème posé et entrevoient des premières stratégies numériques de dénombrement.

Les adaptations

A1. Les reconnaissances des connaissances à utiliser et de leurs modalités d'application : Dès le carré blanc de taille 7, les élèves vont être conduits à remplacer le simple comptage par des stratégies de dénombrement qui donneront lieu aux généralisations. La question 2) étant un travail numérique permettant l'anticipation de l'introduction d'une lettre.

A2. L'introduction d'intermédiaires : Pour répondre à la question 2) les élèves peuvent représenter les différentes situations avec des figures ou reproduire celles données. Cela peut les aider à tester et à chercher une méthode pour compter les carreaux gris.

A3. Les mélanges de plusieurs cadres ou notions : La question 2) oblige les élèves à un changement de point de vue : pour y répondre il ne suffit plus de compter le nombre de carreaux gris, mais on veut produire un calcul, une expression numérique qui donne le

nombre de carreaux gris entourant un carré blanc de taille donnée.

A6. L'existence de choix : La technique de dénombrement est un choix que les élèves doivent faire.

Difficultés et erreurs possibles

Dans la question 2) certains élèves peuvent compter les carreaux gris entourant un carré de taille 7 et pour la taille 56 produire, par exemple, le calcul 4×56 ou d'autres calculs du même type, mais incorrects. Ils peuvent donc avoir des difficultés à trouver des stratégies de dénombrement.

Aides possibles

Pour invalider les calculs incorrects je peux me référer aux cas d'un carré taille 1, 2, 3 et 7 par exemple, où on peut facilement compter le nombre de carreaux gris. Si personne n'arrive à trouver la bonne stratégie de dénombrement, je peux prévoir un moment de plénière pour faire des représentations de la situation au tableau dans des cas simples et raisonner avec les élèves. Par contre, si quelqu'un du groupe arrive à trouver la solution, on peut l'inviter à expliquer aux autres élèves du groupe sa démarche : le travail de groupe et l'entraide devraient aider en ce sens.

- **Troisième question : Expliquer par une phrase ou par un programme de calcul comment on peut calculer le nombre de carreaux entourant un carré de n'importe quelle taille.**

La correction

Expliquer par une phrase : Par exemple, on prend la taille du carré blanc, on la multiplie par 4 et on ajoute 4.

Expliquer par un programme de calcul :

Choisir la taille du carré blanc
La multiplier par 4
Ajouter 4

Soit n la taille du carré blanc. On a $n \longrightarrow 4 \times n \longrightarrow 4 \times n + 4$.

Finalement, si n désigne la taille du carré blanc et N le nombre de carreaux gris, le nombre de carreaux gris entourant un carré blanc de taille n est donné par l'expression littérale $N =$

$4n + 4$.

N.B. : Ici, on a simplifié l'écriture de l'expression littérale $N = 4 \times n + 4$, mais évidemment on acceptera cela comme réponse à la question 3).

Si n désigne la taille du carré blanc et N le nombre de carreaux gris, citons, parmi les formules possibles :

- $N = 4n + 4$
- $N = 4(n + 1)$
- $N = 2n + 2(n + 2)$
- $N = 4(n + 2) - 4$
- $N = 2(n + 1) + n + n + 2$ ou $N = 2(n + 1) + 2n + 2$
- $N = (n + 1)^2 - n^2$

Même si la formule $N = (n + 1)^2 - n^2$ est correcte, je dissuaderai les élèves de travailler avec les aires pour la produire, car dans ce cas ils ne pourraient pas l'utiliser pour répondre à la question 4), vu qu'ils ne connaissent pas encore la double distributivité.

La formule $N = (n + 1)^2 - n^2$ sera donc inutilisable par un élève de ma classe de 4^e pour poursuivre l'activité.

Description des formules

Soient n la taille du carré blanc et N le nombre de carreaux gris.

- La formule $N = 4n + 4$ correspond à prendre quatre fois le nombre n de carreaux gris sur un côté du carré blanc et ajouter les quatre carrés des coins.
- La formule $N = 4(n + 1)$ correspond à prendre quatre fois le nombre n de carreaux gris sur un côté du carré blanc plus un.
- La formule $N = 2n + 2(n + 2)$ correspond à prendre deux fois le nombre n de carreaux gris sur un côté du carré blanc plus deux. Au nombre obtenu, on ajoute deux fois le nombre n de carreaux gris sur un côté du carré blanc.
- La formule $N = 4(n + 2) - 4$ correspond à prendre quatre fois le nombre n de carreaux gris sur un côté du carré blanc plus deux et enlever les quatre carrés des coins.
- La formule $N = 2(n + 1) + n + n + 2$ correspond à prendre deux fois le nombre n de carreaux gris sur un côté du carré blanc plus un. Au nombre obtenu, on ajoute deux fois le nombre n de carreaux gris sur un côté du carré blanc et les deux carrés des coins. On peut faire le même raisonnement pour la formule $N = 2(n + 1) + 2n + 2$.
- La formule $N = (n + 1)^2 - n^2$ correspond à faire la différence des aires entre le grand

et le petit carré. On calcule l'aire du grand carré en prenant le carré du nombre n de carreaux gris sur un côté du carré blanc plus deux et on obtient $(n + 1)^2$. Ensuite, on calcule l'aire du petit carré blanc en prenant le carré du nombre n de carreaux gris sur un côté du carré blanc et on obtient n^2 . Finalement, on fait la différence entre les deux expressions obtenues.

Les connaissances

Les connaissances en cette question sont en cours d'acquisition et disponibles car elles ne sont pas indiquées dans l'énoncé. Pour répondre à cette question l'élève doit introduire une lettre et donc passer du numérique au littéral. Avec cette question je veux mobiliser les compétences « modéliser » lorsqu'on doit introduire la lettre et « communiquer » lorsqu'on doit expliquer avec une phrase ou un programme de calcul la démarche à suivre pour calculer le nombre de carreaux gris entourant un carré de taille quelconque.

Les adaptations

A1. Les reconnaissances des connaissances à utiliser et de leurs modalités d'application : La question 3) vise à produire des formules correspondant à différentes stratégies de dénombrement. Les élèves doivent savoir modéliser et introduire la lettre, traduire donc en langage mathématique cette situation du « carré bordé ».

A2. L'introduction d'intermédiaires : Pour répondre à la question 3) les élèves peuvent représenter les différentes situations avec des figures ou reproduire celles données. Cela peut les aider à tester et à chercher une méthode pour compter les carreaux gris.

A3. Les mélanges de plusieurs cadres ou notions : Les élèves doivent passer du cadre numérique à celui algébrique. Dans la question 3) les élèves doivent introduire une lettre pour déterminer le nombre de carreaux gris entourant un carré blanc de taille quelconque. Pour cela les élèves sont obligés à modéliser et à généraliser le travail accompli dans les deux premières questions. De plus cette question oblige l'élève à faire le lien entre le langage naturel et le langage algébrique, et à passer de l'un à l'autre.

A5. L'utilisation de questions précédentes dans un problème, la critique des résultats ou des méthodes mis en relief les uns avec les autres : La question 2), comme on l'a dit, permet d'anticiper l'introduction de la lettre et permet aussi d'expérimenter et trouver les différentes techniques de dénombrement.

A6. L'existence de choix : La technique de dénombrement est un choix que les élèves doivent faire, ainsi que dans la question 3) ils doivent choisir si expliquer par une phrase ou par un programme de calcul comment on peut calculer le nombre de carreaux entourant un

carré de n'importe quelle taille.

A7. La détection par les élèves d'un manque de connaissances adaptées au problème qu'ils se posent : Le passage du numérique au littéral constitue pour l'élève une rupture importante, qui peut l'induire à penser de ne pas avoir les connaissances adaptées pour résoudre le problème. De plus, certains élèves peuvent avoir des difficultés à traduire en termes mathématiques la phrase de la question 3) « calculer le nombre de carreaux entourant un carré de n'importe quelle taille ».

Difficultés et erreurs possibles

Dans la question 3) certains élèves peuvent avoir des difficultés à expliquer leur démarche pour calculer le nombre de carreaux entourant un carré de n'importe quelle taille. De plus, certains peuvent interpréter la phrase « calculer le nombre de carreaux entourant un carré de n'importe quelle taille » de la manière suivante : « calculer le nombre de carreaux entourant un carré de taille de ton choix ». La généralisation de la question 2) peut donc causer des problèmes et le fait de ne pas connaître la taille du carré peut bloquer les élèves davantage.

Aides possibles

J'explique aux élèves qu'avec cette question on veut produire une expression qui permet de calculer le nombre de carreaux gris entourant un carré de taille quelconque et inconnue. Je peux dire aussi qu'il s'agit de produire une expression qui permet de calculer le nombre de carreaux gris *en fonction de* la taille du carré blanc. Le fait d'utiliser l'expression « en fonction de » pourrait faciliter la tâche et faire comprendre aux élèves qu'il s'agit de produire une expression littérale à l'aide d'un programme de calcul. S'ils ont des difficultés à introduire la lettre, on peut toujours les inviter à expliquer en français la démarche à suivre pour calculer le nombre de carreaux d'un carré de taille quelconque.

- **Quatrième question : Si on double le côté du carré blanc, double-t-on le nombre de carrés gris de la bordure ? Toujours ? Jamais ? Dans certains cas ? Si oui, lesquels ?**

La correction

Soit n la mesure du côté du carré blanc. On se demande si l'égalité $4 \times 2n + 4 = 2 \times (4n + 4)$ est toujours vraie, jamais, dans certains cas et si oui, lesquels.

Il suffit d'observer que l'égalité n'est pas toujours vraie en prenant, par exemple, $n = 1$ et $n = 2$ qu'on a déjà calculé dans la première question. On peut également tester l'égalité pour

n'importe quelle valeur de n (sauf $n = 0$, car cela n'aurait pas de sens dans la situation considérée), pour s'apercevoir facilement qu'elle n'est pas vraie pour tout n .

De plus, on peut écrire

$$4 \times 2n + 4 = 8n + 4 \quad \text{et} \quad 2 \times (4n + 4) = 2 \times 4n + 2 \times 4 = 8n + 8$$

et remarquer que $8n + 4 \neq 8n + 8$ pour tout n , car $4 \neq 8$. Cela permet de conclure que l'égalité $4 \times 2n + 4 = 2 \times (4n + 4)$ n'est jamais vraie.

N.B. : Ici, j'ai pris la formule $N = 4n + 4$ à titre d'exemple. Je pouvais aussi tirer les mêmes conclusions en utilisant les autres formules.

Les connaissances

Les connaissances sont en cours d'acquisition et disponibles car elles ne sont pas indiquées dans l'énoncé. Les élèves doivent savoir développer, tester pour des valeurs données, vérifier ou réfuter une expression littérale.

Les adaptations

A1. Les reconnaissances des connaissances à utiliser et de leurs modalités d'application : Les élèves doivent connaître et savoir utiliser la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction pour développer une expression littérale. Ils doivent savoir tester une égalité pour des valeurs données à la lettre et vérifier ou réfuter une égalité. Les élèves doivent utiliser le calcul littéral pour prouver un résultat général.

A3. Les mélanges de plusieurs cadres ou notions : La question 4) oblige l'élève à faire le lien entre le langage naturel et le langage algébrique, et à passer de l'un à l'autre.

A7. La détection par les élèves d'un manque de connaissances adaptées au problème qu'ils se posent : La compréhension de l'énoncé de la question 4) n'est pas tout à fait évidente pour les élèves. Cela peut mettre certains élèves en difficulté.

Difficultés et erreurs possibles

L'énoncé de la question 4) n'est pas facile de compréhension et comprendre quelle égalité vérifier n'est ni évident ni immédiat. Le fait qu'on parle dans l'énoncé de côté et pas de taille du carré peut bloquer certains élèves. De plus, comprendre la différence entre « L'égalité, est-elle toujours vraie ? » et « L'égalité, n'est-elle jamais vraie ? » n'est pas facile pour les élèves qui pourraient rester bloqués par toutes ces questions.

Aides possibles

Je peux questionner les élèves pour les induire à produire la bonne égalité à vérifier. Par exemple, en demandant : « Comment as-tu appelé le côté du carré blanc ? », « Comment on peut traduire en langage algébrique la phrase *le double du côté du carré blanc* ? », « Comment on peut traduire en langage algébrique la phrase *le double du nombre de carrés gris de la bordure* ? », etc. Lorsque les élèves auront trouvé l'égalité on peut les inviter à tester pour certaines valeurs et les questionner sur la signification de « L'égalité, est-elle toujours vraie ? », « L'égalité, n'est-elle jamais vraie ? », etc.

Activités a minima : J'attends que les élèves répondent au moins aux deux premières questions.

2.1.3. Les productions des élèves et leur analyse

Dans cette partie je présenterai les productions des élèves et analysera leurs erreurs. Je me concentrerai sur les erreurs *significatives et reproductibles* et je ne prendrai pas en compte les erreurs simples et isolées. Pour approfondir et analyser davantage les productions des élèves je renvoie aux annexes.

Question 1 : Combien y a-t-il de carreaux gris entourant le carré blanc de taille 1 ? Celui de taille 2 ? Celui de taille 3 ?

La première question n'a pas posé de problèmes aux élèves : seulement 3 élèves se sont trompés de calcul et un élève n'ayant pas bien compris l'énoncé a compté les carreaux blancs et pas ceux gris.

Question 2 : Produire un calcul qui donne le nombre de carreaux gris entourant un carré blanc de taille 7, puis de taille 56.

Quatre élèves ont répondu de manière partielle à la question en produisant un calcul ou en donnant la réponse seulement pour le carré blanc de taille 7. Deux élèves ont produit le bon calcul, mais au final ils ont écrit le mauvais résultat. On n'analysera pas dans cette partie ces erreurs car elles sont des étourderies.

L'analyse des productions des élèves nous a permis de repérer les erreurs suivantes :

Maëline :

On compte le nombre de carreaux sur 1 côté et on compte
 $9 \times 4 = 36$ (Il y a quatre côtés égaux 14.)
 36 carreaux gris entourent le carré.
 $56 + 2 = 58$ Il y aurait 232 carreaux gris entourent le carré.
 $58 \times 4 = 232$

Elonie :

$9 \times 9 = 36$ Il y a 36 carreaux gris.
 a) On compte le nombre de carreaux sur un côté et on compte combien de côté à ce carré.
 b) $58 \times 4 = 232$ Il y a 232 carreaux gris.
 On compte le nombre de carreaux gris et on compte combien de côté à ce carré.

Maëline et Elonie, qui faisaient partie du même groupe, ont commis la même erreur. Elles ont ajouté 2 à la taille du carré blanc et multiplié le résultat par 4. Elles pouvaient facilement invalider le premier résultat en comptant le nombre de carreaux gris entourant un carré blanc de taille 7 sur la figure qui était donnée dans l'énoncé du problème. Cela leur aurait permis de s'apercevoir de l'erreur.

Erine :

②
 a) $9 \times 9 = 49$
 b) ~~$56 \times 56 = 2912$~~
 car ~~$56 \times 56 = 2912$~~
 $56 \times 4 = 224$
 ~~$2912 - 224 = 2688$~~
 ~~2912~~

Dans cette production, on voit qu'Erine arrive à produire le bon calcul pour le carré de taille 7. En effet, elle raisonne sur les aires en faisant la différence entre l'aire du grand carré gris de taille 9 et le petit carré blanc de taille 7.

Pour la question relative au carré de taille 56, elle n'utilise pas la même stratégie. On voit sur sa copie qu'au début elle essaye de faire la même chose qu'au cas précédent, mais qu'au final elle renonce. À la fin, elle entoure $56 \times 4 = 224$ et cela nous fait penser que cela est sa réponse. Pour répondre à la deuxième partie de la question elle multiplie la taille du carré par 4, sans trouver évidemment la bonne réponse.

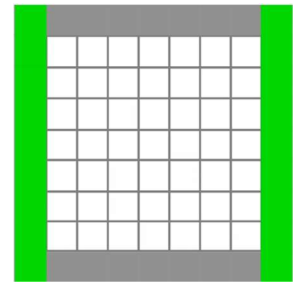
Ariles :

2) $9 \times 2 + 7 \times 2 = 32$ carreaux gris
 $56 \times 2 + 57 \times 2 = 226$ carreaux gris
 3) $56 \times 4 + 4$

Enzo B. :

est) Il y a 8 carreaux gris qui entourent le carré blanc
 carreaux gris qui entourent les 4 carreaux blancs pour la taille 2
 carreaux gris qui entourent les 4 carreaux blancs
 2) $9 \times 2 + 7 \times 2 = 18 + 14 = 32$ (taille 7)
 $56 \times 2 + 57 \times 2 = 226$

Ariles et Enzo B., qui faisaient partie du même groupe, ont donné la bonne réponse pour le carré de taille 7, mais pas pour celui de taille 56. Pour le carré de taille 7, ces élèves ont compté d'abord les carreaux des côtés de gauche et droite coloriés en vert dans la figure ci-contre (9×2) et puis ajouté les carreaux gris des côtés supérieur et inférieur (7×2).



Ils ont essayé de faire la même chose pour le carré de taille 56, mais en lieu d'écrire $57 \times 2 + 59 \times 2$, ils ont écrit $57 \times 2 + 58 \times 2$. On peut considérer cela comme une erreur d'inattention et donc pas significative.

Question 3 : Expliquer par une phrase ou par un programme de calcul comment on peut calculer le nombre de carreaux entourant un carré de n'importe quelle taille.

La plupart des élèves n'ont pas répondu à la question en expliquant par une phrase ou à l'aide d'un programme de calcul la démarche suivie pour calculer le nombre de carreaux entourant un carré de taille quelconque. Ils ont plutôt produit une expression littérale, une formule en fonction de la taille du carré blanc. Je peux dire qu'ici la compétence « communiquer à l'écrit sa démarche ou son raisonnement » n'a pas été vraiment travaillée par les élèves. Ils ont bien compris qu'il fallait introduire la lettre et donc ils ont plutôt bien travaillé la compétence « modéliser ».

Comme on peut facilement voir en analysant les productions, 14 élèves ont trouvé la formule $4n + 4$, 4 élèves ont produit l'expression littérale $4(n + 1)$, seulement 2 élèves ont utilisé la formule $2(n + 2) + 2n$ et les autres ont commis des erreurs.

Parmi les erreurs significatives on peut considérer :

Elonie :

3- On rajoute +2 à la taille de départ puis $\times 4$ côtés.
 $x =$ taille du carré blanc.
 $(x+2) \times 4$

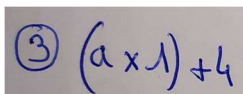
Maëline :

Exercice 3:
 Nous rajoutons +2 à la taille de départ puis \times les 4 côtés $(x+2) \times 4$
 $x =$ (carré blanc)
 $4 \times x + 4 \times 2 = 4x + 8$

Comme évoqué précédemment, Elonie et Maëline étaient dans le même groupe, elles n'ont pas trouvé la bonne expression littérale pour résoudre le problème lorsqu'un carré de taille quelconque est donné. J'invaliderai cette formule dans la deuxième séance dédiée à la situation du carré bordé, pendant laquelle je ferai la correction de l'activité et je montrerai l'équivalence des formules que les élèves ont trouvé. Je peux penser qu'ici les élèves ont cru que le côté du grand carré était $n + 2$ et que pour déterminer son périmètre, et donc le nombre de carreaux gris entourant un carré de taille quelconque, elles ont multiplié ce côté par 4. Je peux valoriser quand même le fait qu'au moment d'introduire la lettre, les deux élèves ont

bien indiqué ce que cette lettre représente (x = taille du carré blanc). Je peux également souligner que ces élèves ont aussi expliqué avec une phrase la démarche qu'elles ont suivi pour arriver au résultat.

Erine :



③ $(a \times 1) + 4$

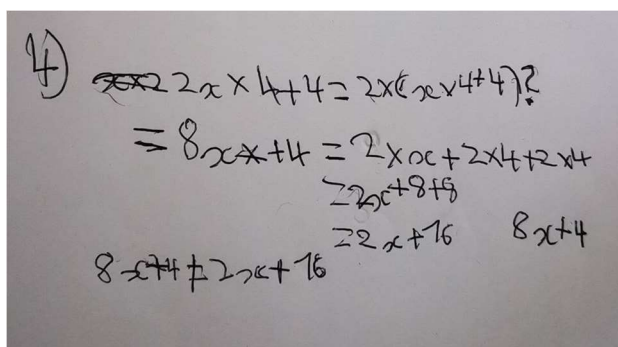
Sur cette copie on voit qu'Erine n'a pas trouvé la bonne formule pour résoudre le problème. Elle a écrit $(a \times 1) + 4$ au lieu de $(a + 1) \times 4$. Je peux imaginer qu'il s'agit d'une erreur d'inattention, mais on ne peut pas être sûr et certain, vu qu'elle n'a pas utilisé la même méthode pour calculer le nombre de carreaux entourant un carré de taille 7 et 56 dans la question précédente. Je peux remarquer aussi qu'elle, comme d'ailleurs la plupart des élèves, n'a pas indiqué ce que la lettre représente.

Question 4 : Si on double le côté du carré blanc, double-t-on le nombre de carrés gris de la bordure ? Toujours ? Jamais ? Dans certains cas ? Si oui, lesquels ?

En analysant les copies je peux dire que tous les élèves ont eu des difficultés avec cette question. Je peux aisément imaginer que cela est dû, tout d'abord, au fait que dans cette dernière question il y a plusieurs questions et cela peut déstabiliser les élèves. Ensuite, l'énoncé n'est pas facilement compréhensible, car les élèves doivent faire le lien entre le langage naturel et le langage algébrique, et à passer de l'un à l'autre.

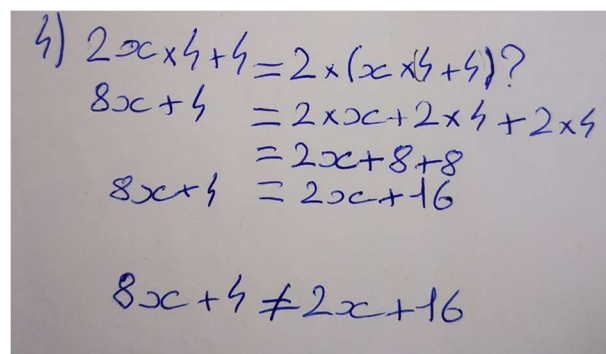
D'après l'analyse des productions, on peut voir que 5 élèves n'ont pas répondu à cette question, que 2 élèves répondent « Oui » et un élève « Non » sans détailler les étapes. Pour ce qui concerne les autres, on voit le détail ci-dessous :

Killian :



4) ~~$2x \times 4 + 4 = 2x(x \times 4 + 4)?$~~
 $= 8x + 4 = 2x \times 4 + 2 \times 4 + 2 \times 4$
 $= 2x \times 8 + 8 + 8$
 $= 2x \times 16 \quad 8x + 4$
 $8x + 4 \neq 2x \times 16$

Valentin :

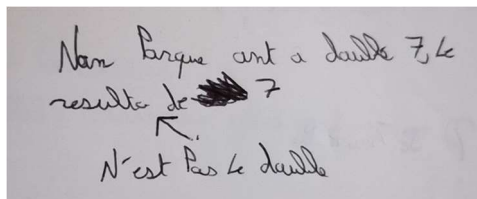


4) $2x \times 4 + 4 = 2 \times (x \times 4 + 4)?$
 $8x + 4 = 2 \times x \times 4 + 2 \times 4$
 $= 2x \times 8 + 8$
 $8x + 4 = 2x \times 16$
 $8x + 4 \neq 2x \times 16$

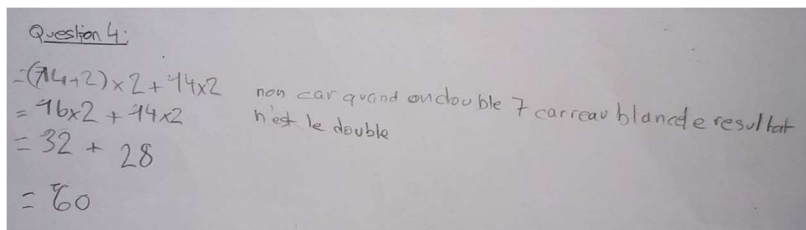
Killian et Valentin, qui étaient dans le même groupe, ont bien traduit en langage algébrique l'égalité qu'il faut vérifier. Ils n'ont pas bien rédigé : le statut du signe égal est incompris, vu qu'au début on ne sait pas encore si l'égalité est vraie. De plus, tous les deux ont fait la même erreur lorsqu'ils ont appliqué la distributivité simple pour développer l'expression littérale du

membre de droite $2 \times (x \times 4 + 4)$.

Wencess :



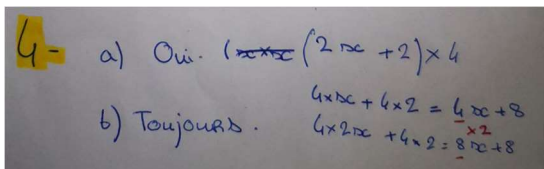
Ruben :



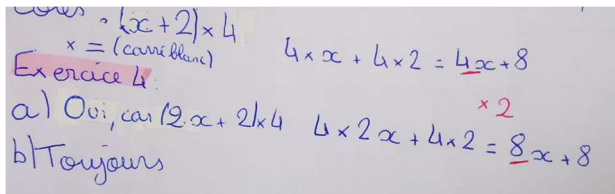
Wencess et Ruben, qui appartenait à deux groupes différents, ont travaillé avec l'exemple du carré de taille 7 et ont donc répondu seulement de manière partielle à la question.

Sur la copie de Wencess je vois seulement une phrase et pas de calculs. En revanche, Ruben montre son calcul. Je peux supposer qu'il ait bien compris l'énoncé et ce qu'il faut faire. Il a prouvé que l'égalité n'est pas vraie dans un seul cas (pour un carré de taille 7) et donc il a montré que l'égalité n'est pas toujours vraie. Même s'il n'a pas répondu à toutes les questions, je peux être globalement satisfait de son travail, car il a bien compris l'énoncé et a trouvé des pistes, et une stratégie, pour répondre aux questions. Un travail sur les connecteurs logiques (pour tous, existe au moins un, etc.) ainsi que sur la signification des termes *toujours* et *jamais* est nécessaire.

Elonie :



Maëline :



Elonie et Maëline, qui font partie du même groupe, ont bien doublé la taille du carré blanc, même si la formule du départ $((x + 2) \times 4)$ n'est pas correcte. Elles ont bien appliqué la distributivité simple pour développer l'expression littérale $(2x + 2) \times 4$, mais, au moment où il fallait comparer ce résultat avec le double du nombre de carreaux du gris, elles ont fait $2 \times 4x + 8 = 8x + 8$ au lieu de $2(4x + 8)$. En ayant donc trouvé la même expression, elles ont répondu « Oui » à la première question et « toujours » pour la suite, en faisant ainsi une erreur.

Lily :

4) $2x \times 4 + 4 = 2 \times (x \times 4 + 4)$
 $2x \times 4 + 4 = 8x + 4$
 $2 \times (x \times 4 + 4) = 2 \times 4x + 2 \times 4$
 $= 8x + 8$

$x = 0$
 $8x + 4 = 8x + 8$
 $8 \times 0 + 4 = 0 + 4$
 $8 \times 0 + 8 = 0 + 8$

L'égale est fautive pour tous nombre égal à x

Horatio :

4) $2 \times c \times 4 + 4 = 2 \times (c \times 4 + 4)$ cette égalité est-elle vraie ?

$- 2c \times 4 + 4 = 8c + 4$
 $- 2 \times (c \times 4 + 4) = 2 \times 4c + 2 \times 4$
 $= 8c + 8$

$c = 0$
 $8c + 4 = 8c + 8$ cette égalité est elle vraie

$- 8 \times 0 + 4 = 0 + 4$
 $- 8 \times 0 + 8 = 0 + 8$

Donc l'égalité est fautive pour tout nombre égal x .

Lilwenn :

4) $2c \times 4 + 4 = 2 \times (c \times 4 + 4)$ cette égalité est-elle vraie ?

$- 2c \times 4 + 4 = 8c + 4$
 $- 2 \times (c \times 4 + 4) = 2 \times 4c + 2 \times 4$
 $= 8c + 8$

$c = 0$
 $8c + 4 = 8c + 8$ cette égalité est-elle vraie ?

$- 8 \times 0 + 4 = 0 + 4$
 $- 8 \times 0 + 8 = 0 + 8$

Donc l'égalité est fautive pour tout nombre égal x .

Lily, Horatio et Lilwenn font partie du même groupe. Les trois élèves ont bien rédigé du début. Ils ont écrit la bonne égalité à vérifier et ils ont travaillé d'abord sur le membre de gauche et après sur celui de droite en appliquant de manière correcte la distributivité simple pour développer l'expression littérale qu'ils avaient trouvée.

Ensuite, ils ont essayé d'invalider cette égalité en testant les formes réduites pour $c = 0$. En

procédant de cette manière, ils ont en réalité répondu à la question « Est-ce que l'égalité $2c \times 4 + 4 = 2 \times (c \times 4 + 4)$ est-elle vraie pour tout c ? » et montré que l'égalité n'est pas toujours vraie, en trouvant un contre-exemple.

D'après leur démarche, ils ne pouvaient pas répondre comme ils ont fait à la fin : « l'égalité est fausse pour tout nombre x ».

En outre, si tester l'égalité pour $c = 0$ a bien du sens d'un point de vue algébrique, cela a peu d'intérêt d'un point de vue géométrique car dans notre contexte cela correspond à un cas dégénéré d'un carré de côté 0.

Louise :

4) $4 \times 2x + 4$ $8x + 4 = 12x$
 $2 \times (4 \times x + 4)$ $2 \times 8x = 16x$
 $2 \times 4x + 4 =$
Non, on peut pas doubler le nombre de carré gris.
Donc l'égalité de tout le nombre égale à x

Manel :

4) $4 \times 2x + 4$ $8x + 4 = 12x$
 $2 \times (4 \times x + 4)$ $2 \times 8x = 16x$
 $2 \times 4x + 4 =$
Non, on peut pas doubler le nombre de carré gris.
donc l'égalité de tout le nombre égale à x

Enzo T. :

$4 \cdot 4 \times 2x + 4$ $8x + 4 = 12x$

Louise, Manel et Enzo T. sont trois élèves qui étaient dans le même groupe. Tous les trois ont bien doublé la taille du carré blanc et trouvé l'expression littérale $4 \times 2x + 4$. Au moment d'effectuer le calcul, ils ont écrit $4 \times 2x + 4 = 8x + 4 = 12x$ en commettant une grave erreur. De plus, Louise et Manel font la même erreur quand il s'agit de calculer $2 \times (4 \times x + 4)$ car elles écrivent $2 \times (4 \times x + 4) = 2 \times 8x$. Cette erreur est très fréquente chez les élèves et pour y remédier je propose aux élèves des situations concrètes que je fais travailler oralement. Par cela j'entends des situations du genre : « Est-ce que 8 carottes plus 4 pommes de terre est égal à 12 carottes ? », etc.

Mathéo :

6) Oui car les carré gris les entours donc si on double on double l'autre

Enzo B. :

2c) Oui ^{l'ajout} ^{de} ~~les~~ ^{si} ^{non} ^{car} ^{il} ^{est} ^{pas} ^{de} ^{place} ^{pour} ^{les} ^{carottes} ^{et} ^{les} ^{pommes} ^{de} ^{terre}

Aïcha :

④
dans certains cas : $7+2=14$ | $32+2=64$

Carla :

Oui car si l'on double
on fait :
on a : $7+2=14$ $> 2 \times 2 = 64$

Parmi les réponses j'en ai repérées certaines qui n'ont pas de sens ou qui sont difficiles à interpréter et à comprendre. C'est le cas de la réponse de Mathéo : « Oui car les carré gris les entours donc si on double 1 on double l'autre » ou d'Enzo B. qui écrit : « Oui toujours car sinon on pourra pas augmenter car il n'y aura pas de place ». Différente est la situation d'Aïcha et Carla, deux élèves qui n'étaient pas dans le même groupe, mais dont j'ai l'impression qu'elles ont fait la même chose. Elles essayent de faire des calculs. Elles considèrent le cas particulier d'un carré de taille 7, puis elles doublent la taille du carré blanc $7 \times 2 = 14$ et enfin doublent le nombre de carreaux gris entourant un carré de taille 7 $32 \times 2 = 64$. En partant d'ici, on ne sait pas comment elles ont fait pour conclure « Oui » ou « dans certains cas ».

L'analyse montre que cette question a posé plus de soucis par rapport aux autres.

2.1.4. Analyse a posteriori : Méthodologie de la double approche didactique et ergonomique

2.1.4.1. Les activités des élèves

La chronologie : J'ai respecté les temps prévus en amont et j'ai fait lire l'énoncé du problème par un élève. Un autre élève a expliqué la situation du problème à la classe (phase de dévolution).

J'ai laissé à chaque groupe un temps individuel de recherche de 5 min pour s'approprier l'énoncé.

Après les élèves ont travaillé 35 min en groupe pour trouver une stratégie de résolution, pour répondre aux question du problème et pour bien rédiger. Beaucoup d'élèves ont dépensé la majorité du temps à chercher et à essayer de trouver des pistes pour répondre aux questions 3 et 4.

Tous les élèves de chaque groupe ont rendu leur copie et pas de brouillon.

Les formes de travail : Les élèves ont travaillé en groupe. J'ai créé des groupes équilibrés (j'ai essayé de mettre un élève moteur dans chaque groupe). J'ai proposé l'activité aux élèves le lundi, jour où la classe est divisée en deux demi-groupes. Ces choix ont été dictés, comme je l'ai dit, par le fait que certains élèves sont en difficulté et que la classe pose des problèmes à toute la communauté éducative. De plus, je voulais vraiment permettre à chaque groupe d'avancer et d'arriver jusqu'au bout dans l'activité. Dans les consignes j'avais dit aux élèves qu'ils pouvaient utiliser leurs cahiers de cours et d'exercices.

Tout le monde ne s'est pas investi dans l'activité. Certains élèves à mon avis ont été trop passifs face au travail, d'autres ont seulement recopié la production de leur camarade.

Les aides de l'enseignant : Certains élèves ont eu des difficultés à trouver des procédures numériques de comptages dans les questions 2 et 3. Pour les aider j'ai essayé de les questionner pour leur permettre d'expliquer une technique de comptage. J'ai essayé de les faire raisonner sur les figures proposées. Dans certains groupes j'ai proposé aussi aux élèves qui avaient trouvé une stratégie de dénombrement d'expliquer au reste du groupe leur démarche à l'aide d'une figure. Seulement un groupe était complètement bloqué et à ce moment j'ai envoyé un élève d'un autre groupe au tableau pour expliquer à la classe la technique de dénombrement que son groupe avait trouvée. Pour la question 4, j'ai essayé de les guider dans la dévolution de la question en leur demandant d'expliquer en langage mathématique le double de la taille du carré blanc et le double du nombre de carreaux gris. Pour répondre à la question j'ai autorisé l'utilisation et la consultation des cahiers de cours et d'exercices.

La prise en compte des interactions collectives, la qualité du discours : Un premier moment d'interaction collective a été la lecture de l'énoncé par un élève pendant la phase de dévolution. Ensuite, un moment collégial et de plénière a été quand j'ai envoyé un élève au tableau pour montrer aux autres la technique de comptage qu'il avait adoptée.

Les activités *a minima* : La plupart des élèves a répondu aux trois premières questions de manière satisfaisante.

Les activités *a maxima* : Personne n'a répondu à la question 4 de manière exacte et exhaustive. Malgré cela, on peut dire que certains élèves ont répondu de manière partielle à cette question en proposant des pistes de résolution très intéressantes.

2.1.4.2. Les pratiques de l'enseignant

La composante cognitive : J'ai décidé de faire travailler les élèves en groupe. J'ai créé des groupes hétérogènes mais équilibrés (j'ai essayé de mettre un élève moteur dans chaque groupe). Travailler en groupe et s'aider entre pairs pour résoudre un problème complexe faisait partie des objectifs que j'avais fixés pour la séance. À mon avis, un groupe hétérogène peut mieux faire fonctionner le mode de l'entraide, car un élève du groupe en difficulté peut solliciter un ou plusieurs élèves pour un conseil, une suggestion, un avis, le contrôle et la vérification de certaines réponses et résultats.

Je voulais faire comprendre aux élèves l'importance de coopérer pour atteindre un objectif commun et pour surmonter et faire face à des difficultés apparemment insurmontables tous seuls.

Les contenus enseignés respectent le programme ministériel ; la tâche a été proposée comme tâche intermédiaire avec prise d'initiative dans la séquence du calcul littéral. Avec les élèves on n'avait pas encore travaillé la factorisation d'une expression littérale.

La composante médiative : J'ai fait lire l'énoncé du problème par un élève et un autre élève a expliqué la situation du problème à la classe (phase de dévolution). J'ai circulé beaucoup dans les rangs pour vérifier si tout le monde était au travail et pour aider les élèves en difficulté, en leur donnant des petites pistes et des suggestions. En circulant j'avais remarqué qu'un groupe ne savait pas trop par où commencer : les élèves étaient bloqués. J'ai donc eu un moment de plénière, pendant lequel j'ai fait venir un élève d'un autre groupe au tableau pour expliquer au reste de la classe la démarche que son groupe avait entreprise pour compter les carreaux gris et produire des expressions numériques et littérales.

À la fin de la séance j'ai ramassé les productions des élèves et dans une autre séance j'ai fait la correction de l'activité au tableau, après avoir analysé les copies des élèves. Dans cette seconde séance j'ai aussi montré l'équivalence des formules que les élèves avaient trouvées. Ce moment a été aussi l'occasion d'une mise en commun et d'institutionnalisation. Pendant cette phase d'institutionnalisation j'ai fait un bilan oral pendant lequel j'ai expliqué l'importance de l'introduction de la lettre pour résoudre un problème. J'ai aussi expliqué l'importance de manipuler et verbaliser pour arriver à abstraire.

La composante institutionnelle : J'ai fait l'activité le lundi jour où la classe est divisée en demi-groupe. Pour la correction et pour travailler sur l'équivalence des formules j'ai dû attendre le lundi suivant, car le mardi la classe était en sortie pédagogique et le mercredi j'avais programmé une interrogation écrite (évaluation intermédiaire). Entre l'activité et la correction

est passé beaucoup de temps. De plus, je travaille avec cette classe seulement le lundi, le mardi et le mercredi, en étant les autres jours en formation.

La composante sociale : Dans ma classe de 4^e (la 4C) il y a 27 élèves (14 filles et 13 garçons). Le jour de l'activité 3 élèves étaient absents. Dans cette classe il y a 2 adaptations mises en place : un PAP et un PPRE.

La composante personnelle : Sur ce type de tâche (problème avec prise d'initiative) j'ai préféré faire travailler les élèves en groupe et donner des aides, si nécessaire, ou prévoir des moments de plénière.

Les alternatives :

L'énoncé. Dans la question 4 du problème il y a trop de questions. Cela créer des confusions et bloquer les élèves. On pouvait reformuler la question en demandant seulement par exemple : « Si on double le côté du carré blanc, double-t-on toujours le nombre de carrés gris de la bordure ? » et travailler donc seulement un aspect de la question d'origine.

Organisation du travail. À mon avis, ça aurait été mieux de faire l'activité et sa correction deux jours consécutifs.

De plus, en ayant gardé les productions des élèves, j'aurais pu faire une évaluation formative en corrigeant leurs productions sans mettre des notes et en les donnant aux élèves au moment de la correction de l'activité, d'autant plus que l'activité et sa correction n'ont pas été faites deux jours consécutifs.

J'aurais pu déposer sur Pronote, dans la partie relative au cahier de texte, la correction du problème avec la rédaction attendue et les étapes de calcul. Cela aurait permis aux élèves de mieux réfléchir et de reprendre calmement l'activité.

Consignes. Je n'avais pas dit aux élèves d'apporter la calculatrice.

2.2. Poursuite de l'activité du « Carré bordé » (séance 2) : analyse *a priori*

Dans cette section je présenterai la suite de l'activité du carré bordé qu'il ai fait dans une autre séance. Pendant cette séance j'ai corrigé l'activité du carré bordé précédente au tableau avec les élèves, j'ai montré aux élèves les formules qu'ils avaient trouvées pour résoudre le problème, ensuite je leur ai demandé d'invalidé la formule $4(n + 2)$ et de montrer l'équivalence des autres.

2.2.1. Déroulé de la séance 2 et de l'activité prévue par le professeur

Dans cette séance j'ai fait la correction de l'activité du carré bordé au tableau en questionnant les élèves. Durant cette correction je développerai la première partie de l'activité dédiée à la validation des formules que j'ai repérées sur les productions des élèves. Ensuite, je ferai travailler les élèves en binôme sur la deuxième partie de l'activité dédiée à l'équivalence des formules, en respectant le plan de classe (j'ai un plan de classe où les binômes sont déjà équilibrés). Je ferai toujours cette activité le lundi, jour où la classe est divisée en demi-groupes pour avoir un climat plus propice au travail. Cette séance ne sera pas la séance successive à celle du carré bordé car il nous faut du temps pour analyser les productions des élèves et pour voir les formules qu'ils ont utilisées.

Pour la deuxième partie, je distribuerai la fiche avec l'activité aux élèves, avec des feuilles de brouillon et une feuille blanche par groupe pour la rédaction. Cette feuille sera ramassée à la fin du cours. Je ferai lire l'énoncé de l'activité par un élève et un autre élève expliquera ce qu'il faut faire à la classe (**phase de dévolution**). L'usage de la calculatrice sera autorisé. Je laisse à chaque groupe un temps individuel de recherche pour s'approprié de l'énoncé (**5 min**). Après les élèves travailleront en groupe : je les laisse réfléchir et travailler ensemble pour trouver une stratégie de résolution et répondre aux différentes questions. Je circulerai dans les rangs pour vérifier si tout le monde est au travail et, si nécessaire, pour aider les élèves en difficulté, en leur donnant des petites pistes (**5 min**).

Les élèves devront bien rédiger leurs solutions et faire de petites phrases-réponses (cela fera partie des consignes données pendant la distribution de l'activité ou avant de démarrer l'activité). (**10 min**)

Les productions des élèves seront ramassées à la fin et seront nominatives. Le travail et les productions des élèves ne seront pas notés.

2.2.2. Énoncé et analyse *a priori* de l'activité (séance 2)

D'après vos productions, les formules, que vous avez proposées pour trouver le nombre de carreaux gris entourant un carré blanc de n'importe quelle taille, sont les suivantes :

$$4n + 4 \quad 4(n + 1) \quad 4(n + 2) \quad 2(n + 2) + 2n$$

où n est la taille du carré blanc.

- Ces formules sont-elles correctes ?
- Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ?

$$4n + 4 \quad 4(n + 1) \quad 2(n + 2) + 2n$$

On a noté n la taille du carré blanc.

L'activité proposée porte sur des **connaissances** qui sont **en cours d'acquisition** et qui sont **disponibles** car non indiquées dans l'énoncé.

Les **compétences mobilisées** dans cette activité sont calculer, raisonner et communiquer.

En particulier,

Calculer : Calculer en utilisant le langage algébrique (lettres, symboles, etc.).

Raisonner : Démontrer : utiliser un raisonnement logique et des règles établies (propriétés, théorèmes, formules) pour parvenir à une conclusion.

Communiquer : Expliquer à l'écrit sa démarche et son raisonnement.

La première question : Ces formules sont-elles correctes ?

On a répondu à cette première question en plénière pendant la phase de correction de l'activité du carré bordé. J'ai relancé la question aux élèves, je les ai questionnés et ils ont répondu en levant la main. Les élèves ont remplacé la lettre par des valeurs simples ($n=1$, $n=2$, $n=3$) et ils ont comparé les résultats avec ceux trouvés dans la première question de l'activité du carré bordé. Cela nous a permis d'invalider la formule $4(n + 2)$. Pour valider les autres j'ai montré aux élèves des vidéos montrant les différentes techniques de comptage, tirés du site <https://maths.ac-creteil.fr>. Après avoir déterminé quelles étaient les formules correctes, j'ai donné une fiche avec la suite de l'activité aux élèves et je les ai laissés travailler en binôme.

La deuxième question : Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ?

Vu que les élèves ont travaillé en binôme seulement pour répondre à cette question, je ferai l'analyse en suivant le cadre d'analyse *a priori* d'Aline Robert (voir annexe 1) seulement de cette partie. En accord avec ce cadre, on peut distinguer **les adaptations** suivantes :

A1. Les reconnaissances des connaissances à utiliser et de leurs modalités d'application : Pour invalider des formules il suffit de donner une valeur à la lettre ($n = 1, n = 2, n = 3, n = 7$) et comparer le résultat avec celui qu'on a trouvé dans des cas simples (carré blanc de taille 1, 2, 3 ou 7), si on ne retrouve pas la même valeur la formule n'est pas correcte. Pour les valider il suffit que les élèves nous expliquent leur technique de comptage.

A4. L'introduction d'étapes, l'organisation des calculs ou des raisonnements : Les élèves doivent remarquer qu'il suffit de montrer l'équivalence entre la première et la deuxième formule et ensuite entre la deuxième et la troisième, pour conclure que les trois expressions littérales sont équivalentes. Cette réflexion permet de réduire le nombre de cas à vérifier. Cela peut être considéré comme une étape intermédiaire faisant partie de l'organisation du raisonnement.

A6. L'existence de choix : Les élèves doivent choisir avec quel couple de formules travailler. N'ayant pas encore travaillé la factorisation d'une expression littérale à l'aide de la distributivité simple, les élèves sont obligés de développer l'expression $4(n + 1)$ pour montrer l'équivalence avec la formule $4n + 4$.

Difficultés et erreurs possibles

1. Certains élèves peuvent faire des erreurs de calcul.
2. Certains élèves peuvent avoir des difficultés pour développer une expression littérale.

Aides possibles

1. Je peux suggérer aux élèves d'utiliser la calculatrice pour vérifier leurs calculs.
2. Je peux conseiller aux élèves de consulter leur cahier de cours et en particulier la partie relative à la distributivité simple et au développement d'une expression littérale.

La correction de l'activité

1. En testant la formule $4(n + 2)$ pour $n = 1$, on obtient $4(n + 2) = 4(1 + 2) = 4 \times 3 = 6$. Or, d'après la première partie (question 1) du problème du carré bordé, on sait que le nombre de carreaux gris entourant un carré blanc de taille 1 est 8. Donc la formule n'est pas correcte car on l'a invalidée pour $n = 1$.

2. Tout d'abord, on se pose la question suivante : l'égalité $4n + 4 = 4(n + 1)$ est-elle vraie pour tout nombre entier n ?

Membre de gauche : $4n + 4$ (il est déjà réduit et on ne peut pas le développer)

Membre de droite : $4(n + 1) = 4 \times n + 4 \times 1 = 4n + 4$ (on a développé l'expression littérale $4(n + 1)$ à l'aide de la distributivité simple)

Les formes développées et réduites des deux membres sont identiques, donc l'égalité est vraie pour tout nombre entier n .

Maintenant, on se pose la question suivante : l'égalité $4(n + 1) = 2(n + 2) + 2n$ est-elle vraie pour tout nombre entier n ?

Membre de gauche : $4(n + 1) = 4 \times n + 4 \times 1 = 4n + 4$ (on a développé l'expression littérale $4(n + 1)$ à l'aide de la distributivité simple : on avait déjà fait les calculs)

Membre de droite : $2(n + 2) + 2n = 2 \times n + 2 \times 2 + 2n = 2n + 4 + 2n = 4n + 4$

Les formes développées réduites des deux membres sont identiques, donc l'égalité est vraie pour tout nombre entier n .

On a montré que $4n + 4 = 4(n + 1)$ et que $4(n + 1) = 2(n + 2) + 2n$, donc par transitivité $4n + 4 = 2(n + 2) + 2n$.

Ainsi les trois expressions littérales sont équivalentes : $4n + 4 = 4(n + 1) = 2(n + 2) + 2n$.

2.2.3. Les productions des élèves et leur analyse

D'après l'analyse des productions des élèves, je vois que seulement 5 élèves ont répondu de manière exacte, ponctuelle et satisfaisante, que 7 élèves ont montré seulement l'équivalence entre les deux premières expressions littérales ($4n + 4 = 4(n + 1)$) sans terminer l'activité et qu'un élève a seulement laissé des tentatives, des essais sans aboutir sa production (voir la production de Yanis en annexe).

Parmi les autres élèves on peut repérer les erreurs suivantes :

Horatio :

Handwritten work for Horatio:

$$4n + 4 = 4 \times (n + 1)$$
$$4n + 4 = 4n + 4$$

ou l'égalité est vraie pour tout n

$$4 \times (n + 1) = 4n + 4$$
$$2 \times (n + 2) = 2n + 2$$

Non l'égalité n'est pas vraie

Lucas :

Handwritten work for Lucas:

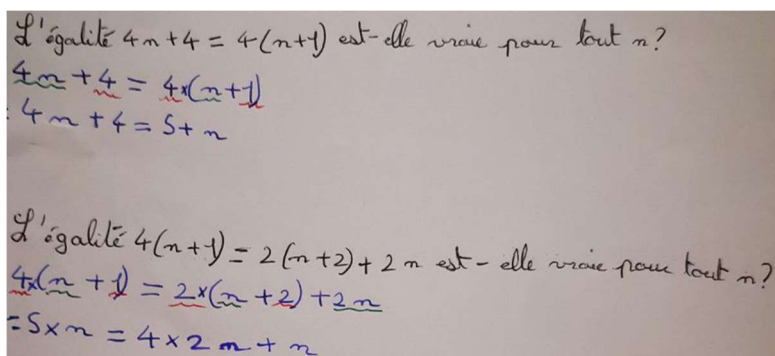
$$4n + 4 = 4 \times n + 4 \times 1$$
$$4(n + 1) = 4n + 4$$
$$2(n + 2) + 2n = 4n + 2$$

Non, elles ne sont pas égales

On peut dire qu'Horatio et Lucas ont bien montré l'équivalence entre les formules $4n + 4$ et $4(n + 1)$, même s'ils n'ont pas bien rédigé. En ce qui concerne les formules $4(n + 1)$ et $2(n + 2) + 2n$ ils trouvent qu'elles ne sont pas équivalentes pour tout n . Cela est dû au fait que tous les deux n'ont pas bien utilisé la distributivité de la multiplication sur l'addition pour développer

l'expression littérale $2(n + 2)$. En effet, ils ont écrit $2(n + 2) = 2n + 2$ en lieu de $2(n + 2) = 2n + 4$.

Liloo :

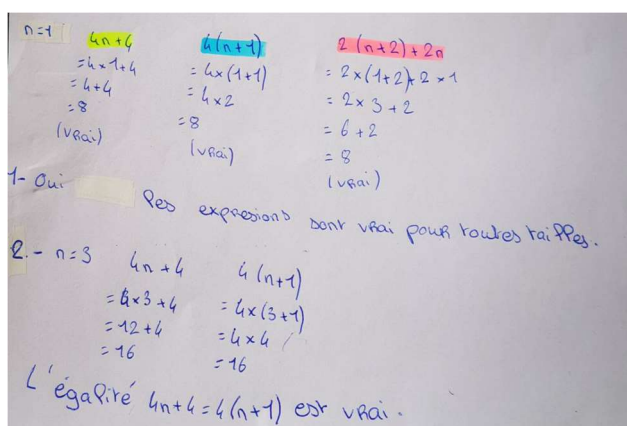


La production de Liloo nous montre clairement que pour cette élève la distributivité simple n'est pas acquise et que le développement d'une expression littérale, par conséquent, n'est pas du tout maîtrisé.

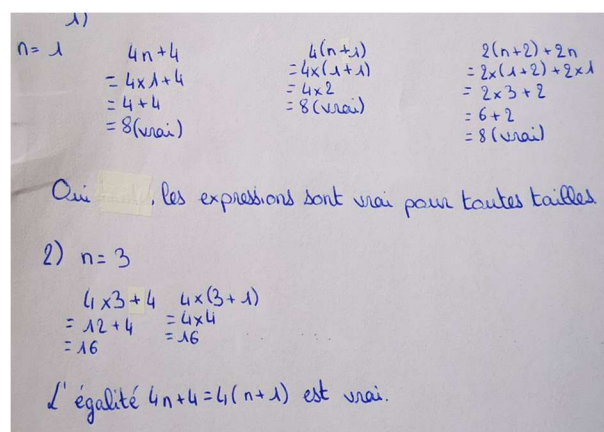
Pour développer l'expression $4(n + 1)$ je peux imaginer qu'elle ait suivi la démarche suivante : $4(n + 1) = 4 + 1 + n = 5 + n$. J'ai l'impression qu'au lieu de développer l'expression $4(n + 1)$, elle ait réduit $4 + (n + 1)$.

Dans la deuxième partie elle répète la même erreur et en plus elle écrit : $2 \times (n + 2) + 2n = 4 \times 2n + n$. Même si je vois qu'elle souligne la partie littérale en vert et celle numérique en rouge, comme souvent je fais pour réduire une expression littérale, je ne comprends pas trop le raisonnement qu'elle a fait pour arriver à sa conclusion.

Elonie :



Lily :

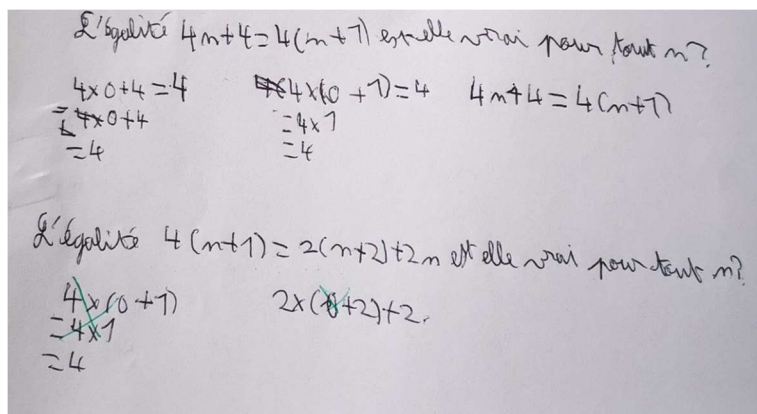


Elonie et Lily, qui étaient en binôme, ont suivi la même démarche : elles ont d'abord testé les trois expressions littérales pour $n = 1$ et en ayant obtenu le même résultat 8 elles ont conclu que les expressions sont équivalentes pour n'importe quelle taille du carré blanc. Ensuite, elles ont donné une autre valeur à la lettre ($n = 3$) et montré que l'égalité $4n + 4 = 4(n + 1)$

est vraie pour cette valeur. C'est difficile de comprendre pourquoi elles ont fait cela, vu qu'elles avaient déjà montré que $4n + 4 = 4(n + 1) = 2(n + 2) + 2n$ pour $n = 1$.

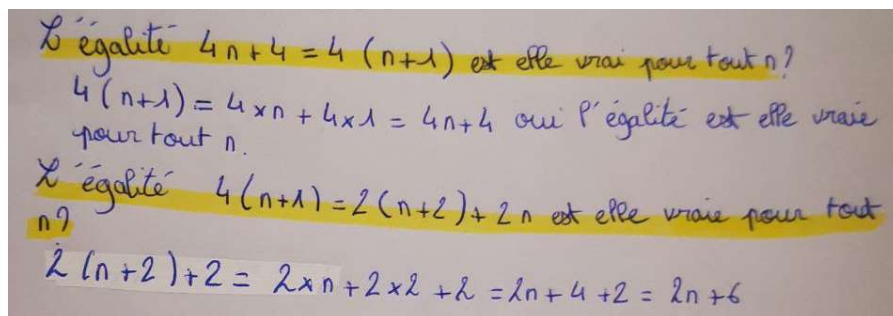
En tout cas, elles n'ont pas montré l'équivalence des trois formules pour tout n , mais seulement dans des cas particuliers, pour des valeurs données de la lettre.

Killian :



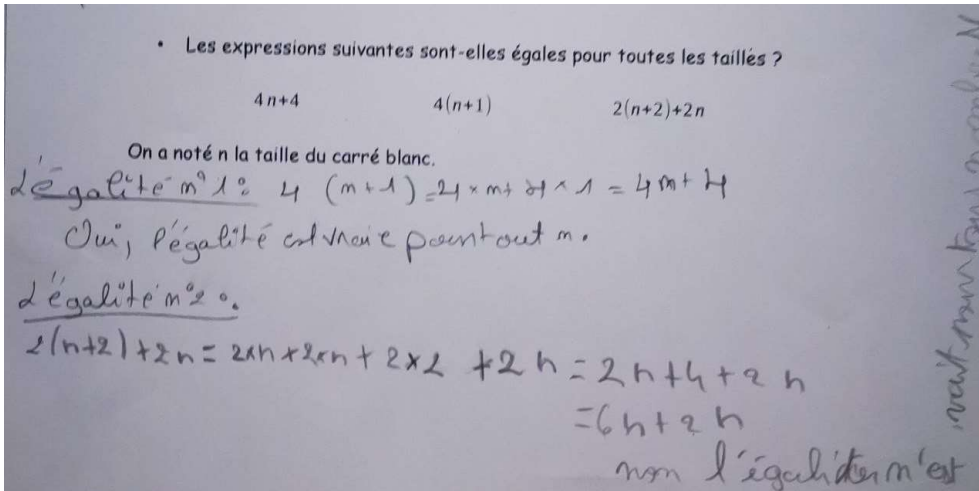
Pour montrer que l'égalité $4n + 4 = 4(n + 1)$ est vraie pour tout n , Killian teste l'égalité pour $n = 0$, il montre ainsi, comme Elonie et Lily, que l'égalité est vraie seulement pour une valeur de n . Pour montrer l'équivalence entre les formules $4(n + 1)$ et $2(n + 2) + 2n$ il fait la même chose, même si au final il efface tout, n'étant pas sûr de sa démarche.

Erine :



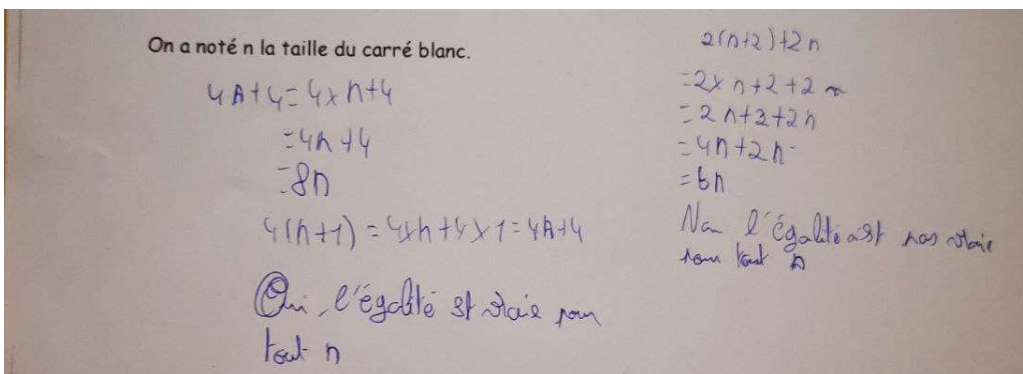
Erine a bien compris la stratégie à suivre pour parvenir à la solution, mais elle commet une erreur. Au dernier passage elle considère l'expression $2(n + 2) + 2$ en lieu de la formule $2(n + 2) + 2n$. Cette inattention ne lui permet pas d'atteindre son objectif et ainsi de montrer que $2(n + 2) + 2n = 4(n + 1)$.

Aïcha :



Aïcha a bien montré que l'égalité $4n + 4 = 4(n + 1)$ est vraie pour tout n . Au moment de montrer que l'égalité $4(n + 1) = 2(n + 2) + 2n$ est vraie pour tout n , elle a commis deux erreurs. Elle écrit d'abord $2(n + 2) + 2n = 2 \times n + 2 \times n + 2 \times 2 + 2n$, et cela peut être considéré comme une étourderie, et ensuite, au dernier passage, après avoir développé l'expression littérale $2(n + 2) + 2n$, elle écrit $2n + 4 + 2n = 6n + 2n$. Elle réduit une expression, $2n + 4$, irréductible, et cela est une erreur fréquente et reproductible chez les élèves.

Enzo B. :



Enzo B. aussi fait une erreur similaire à celle d'Aïcha. Il écrit $4n + 4 = 8n$ et ensuite $2n + 2 = 4n$. Cela ne lui permet pas de parvenir à la bonne conclusion.

Manel :

On a noté n la taille du carré blanc.

l'égalité n°18
 $4(m+1) = 4 \times m + 4 \times 1 = 4m + 4$ oui, l'égalité est vraie pour tout n .

l'égalité n°20
 $2(m+2) + 2m = 2 \times m + 2 \times 2 + 2m = 2m + 4 + 2m = 6m + 4$
Non, l'égalité est fautive pour tout m .

On retrouve la même erreur dans la deuxième partie de la production de Manel. Elle écrit $2n + 4 = 6n$ et cette erreur l'a induite à conclure que l'égalité $4(n + 1) = 2(n + 2) + 2n$ n'est pas vraie pour tout n .

Enzo T. :

$4(m+1) = 4 \times m + 4 \times 1 = 4m + 4$

$4m + 4$

$2(m+2) + 2m = 2 \times m + 2 + 2m =$

Enzo T. ne termine pas ses calculs. Sur sa production on peut remarquer une mauvaise application de la distributivité simple lorsqu'il écrit $2(n + 2) + 2n = 2 \times n + 2 + 2n$.

D'après l'analyse des productions je peux tirer les conclusions suivantes : les erreurs les plus fréquentes et communes je peux les repérer au moment où il s'agit d'appliquer la distributivité simple pour développer une expression littérale. En outre, plusieurs élèves ont essayé de réduire des expressions littérales irréductibles du genre $2n + 4 = 6n$, $4n + 4 = 8n$, etc. Pour remédier à ce type d'erreur je travaillerai en activités rapides la distributivité simple, le développement d'une expression littérale et l'autocorrection des copies. L'oral ne sera pas négligé et sera en revanche l'occasion pour proposer des situations concrètes ayant comme objectif celui de remédier aux erreurs du type $2n + 4 = 6n$, $4n + 4 = 8n$.

2.2.4. Analyse *a posteriori* : Méthodologie de la double approche didactique et ergonomique

2.2.4.1. Les activités des élèves

La chronologie : J'ai respecté les temps prévus en amont. Tout d'abord, j'ai corrigé l'activité du carré bordé au tableau, ensuite on a vu parmi les formules que les élèves avaient trouvées celles qui étaient correctes. Une fois validées les formules trouvées par les élèves j'ai demandé aux élèves de montrer leur équivalence. On avait repéré quatre formules parmi les productions des élèves et, parmi les quatre, seulement trois étaient correctes. À ce moment, j'ai fait lire l'énoncé de l'activité par un élève. Un autre élève a expliqué la situation de l'exercice à la classe (phase de dévolution).

J'ai fait travailler les élèves en binôme, en laissant à chacun un temps individuel de 5 min pour s'approprier de l'énoncé et penser des pistes de résolution.

Après les élèves ont travaillé 20 min en groupe pour trouver une stratégie de résolution, pour répondre à la question du problème et pour bien rédiger.

Les formes de travail : Le plan de classe a été élaboré de manière à constituer des binômes hétérogènes et équilibrés. Lors de cette activité les élèves ont travaillé en binôme en respectant le plan de classe.

Pas tout le monde s'est investi dans l'activité. Beaucoup d'élèves ont eu des difficultés à développer l'expression $2(n + 2) + 2n$.

Les aides de l'enseignant : J'ai rappelé au tableau comment utiliser la distributivité simple pour développer une expression littérale.

Les élèves ont tout de suite compris que pour montrer l'équivalence des trois formules il suffisait de montrer l'égalité entre la première et la deuxième et ensuite celle entre la deuxième et la troisième.

La prise en compte des interactions collectives, la qualité du discours : J'ai questionné les élèves sur la distributivité simple. De plus, je leur ai demandé comment on pouvait démontrer l'équivalence entre les trois formules. Les élèves ont toujours répondu à mes questionnements en levant la main.

Les activités *a minima* : Comme prévu tout le monde a montré l'équivalence entre les deux premières formules ($4n + 4$ et $4(n + 1)$).

Les activités *a maxima* : Seulement 5 élèves ont résolu entièrement l'activité.

2.2.4.2. Les pratiques de l'enseignant

La composante cognitive : J'ai décidé de faire travailler les élèves en binôme. Ce travail a permis aux élèves de s'entraider. J'ai proposé cette activité après avoir analysé les productions sur l'activité du carré bordé que les élèves m'ont rendues. On n'a pas montré l'équivalence de toutes les formules qu'on pouvait trouver pour résoudre le problème, mais seulement celle des formules repérées dans les productions des élèves.

La composante médiative : J'ai fait la correction de l'activité du carré bordé au tableau. Ensuite, j'ai fait lire l'énoncé du problème par un élève et un autre élève explique la situation du problème à la classe (phase de dévolution). J'ai circulé, comme toujours, dans les rangs pour vérifier si tout le monde était au travail et pour aider les élèves en difficulté, en leur donnant des petites pistes et des suggestions. En circulant j'avais remarqué que plusieurs binômes avaient des difficultés à utiliser la distributivité simple, surtout pour développer l'expression $2(n + 2) + 2n$. J'ai donc eu un moment de plénière, pendant lequel j'ai rappelé au tableau la signification du terme « développer » et montré comment utiliser la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition. Cela a permis à certains élèves de bien avancer ou quand même de commencer à développer l'expression en question. À la fin de la séance j'ai ramassé les productions de chaque élève et j'ai fait la correction de l'activité au tableau. Ce moment a été aussi l'occasion d'une mise en commun et d'institutionnalisation. Pendant cette phase d'institutionnalisation j'ai fait un bilan oral pour rappeler la signification du terme « développer » et j'ai écrit au tableau encore une fois la distributivité simple.

La composante institutionnelle : Je fais cours avec la 4C le lundi, le mardi et le mercredi. Le lundi est le seul jour où la classe est divisée en demi-groupes. On travaille très bien en demi-groupes et on arrive bien à instaurer un climat propice au travail dans cette classe où il y a beaucoup d'élèves perturbateurs. Du jour où on a fait l'activité du carré bordé au jour de la correction est passé beaucoup de temps et les élèves avaient du mal à se souvenir dans le détail du problème : cela m'a obligé à reprendre l'énoncé et à contextualiser une deuxième fois la situation du problème. De plus, je ne pouvais pas faire différemment car le mardi la classe était en sortie pédagogique et le mercredi j'avais programmé une interrogation écrite (évaluation intermédiaire). L'idéal aurait été de faire les deux activités deux jours consécutifs. En outre, je devais bien avancer avec le programme et commencer la nouvelle séquence. Avec cela je veux dire que le programme et le temps limité que j'ai à disposition n'ont pas permis de faire autrement.

La composante sociale : Pour la composante sociale voir celle de l'activité du carré bordé.

La composante personnelle : J'ai préféré faire travailler les élèves en binôme, et pas individuellement, car un de mes objectifs était celui de permettre aux élèves de s'entraider. J'ai décidé de ramasser une production par chaque élève car je voulais vérifier que tout le monde était au travail. Comme je l'ai dit dans la première partie, je voulais mettre les élèves en condition de produire des erreurs en classe pour que je pouvais les prendre en compte et les traiter.

Les alternatives :

La modalité de travail. On aurait pu faire travailler les élèves individuellement ou en binôme et ramasser une production par binôme. Mais cela ne faisait pas partie de mes objectifs. Un travail de groupe était possible sur cette activité. Pour cela je pouvais garder les mêmes groupes que j'avais constitué pour l'activité du carré bordé.

Organisation du travail. À mon avis, ça aurait été mieux de faire l'activité du carré bordé, sa correction et montrer l'équivalence des formules trouvées par les élèves deux jours consécutifs. Au moment de la correction de l'activité du carré bordé, lorsqu'il s'agissait d'établir la validité des formules repérées dans les productions des élèves, au lieu de projeter des vidéos pour montrer les différentes techniques de comptage, j'aurais pu faire venir un élève de chaque groupe au tableau pour montrer au reste de la classe la technique de dénombrement qu'ils avaient utilisé. Cela aurait pu aussi mobiliser et faire travailler la compétence « communiquer », un peu négligée à l'écrit, surtout dans la partie où il fallait expliquer à l'aide d'un programme de calcul ou avec une phrase comment obtenir le nombre de carreaux gris entourant un carré de n'importe quelle taille.

J'aurais pu aussi déposer sur Pronote, dans la partie relative au cahier de texte, la correction de l'activité avec la rédaction attendue et les étapes de calcul. Cela aurait permis aux élèves de mieux réfléchir et de reprendre calmement l'activité. Vu qu'une grande majorité d'élèves a eu des problèmes avec la distributivité simple, j'aurais pu prévoir en activité rapide soit quelques questions ou exercices d'application de la distributivité simple soit des calculs mentaux du genre 19×32 ou 201×35 .

Bilan et institutionnalisation

A la fin de l'activité on a fait un bilan oral sur la signification du terme « développer » et on a

rappelé la propriété distributive de la multiplication par rapport à l'addition. De plus, on a souligné le fait que différentes méthodes de comptage peuvent amener à des écritures différentes d'une même formule et que même si deux expressions littérales ont des écritures différentes dans certains cas on peut démontrer qu'elles sont équivalentes.

2.3. Dispositifs de remédiation

Dans cette partie je présente les différentes questions que j'ai posées aux élèves en activité rapide en début de séance. Les questions flash suivantes ont été proposées à la classe après avoir montré l'équivalence des formules trouvées par les élèves et dans 5 séances différentes pour une durée de trois semaines. À la fin de chaque activité rapide j'ai fait la correction de chaque question proposée au tableau. Une activité rapide a une durée de 15 min, correction incluse. Avec ces questions j'ai pu travailler l'autocorrection des copies, reprendre et retravailler les erreurs les plus fréquentes et oraliser beaucoup en proposant aux élèves des situations concrètes pour remédier à des erreurs du type $4n + 4 = 8$.

Cela a été aussi l'occasion pour les élèves de manipuler, et donc de travailler les techniques et les différentes méthodes liées au cours, et de verbaliser, et donc oraliser et mobiliser la compétence « communiquer ».

On propose ci-dessous les énoncés, et leur correction, des questions posées aux élèves.

1) Trouver et corriger les erreurs, s'il y en a.

$$2(3a + 2) = 2 \times 5a = 10a$$

Correction.

L'erreur commise est écrire $2(3a + 2) = 2 \times 5a$. En effet, on a $3a + 2 \neq 5a$.

En corrigeant l'erreur et en développant l'expression littérale $2(3a + 2)$, on a

$$2(3a + 2) = 2 \times 3a + 2 \times 2 = 6a + 4.$$

Avec cet exercice je veux remédier d'une part aux erreurs du type $4n + 4 = 8n$, que j'ai repérées plusieurs fois sur les productions des élèves analysées, et d'autre part je veux s'entraîner dans la durée avec le développement d'une expression littérale à l'aide de la distributivité simple.

2) Calculer

$$a. 2 \times (4 \times 3 + 4) \quad b. 2 \times 4 + 2 \times 3 + 2 \times 4$$

Correction.

$$a. \text{ On a : } 2 \times (4 \times 3 + 4) = 2 \times (12 + 4) = 2 \times 16 = 32$$

$$b. \text{ On a : } 2 \times 4 + 2 \times 3 + 2 \times 4 = 8 + 6 + 8 = 14 + 8 = 22$$

Dans les productions des élèves (voir la réponse à la question 4 de l'activité du carré bordé donnée par Killian et Valentin) j'avais repéré l'erreur suivante :

$$2 \times (x \times 4 + 4) = 2x + 2 \times 4 + 2 \times 4 = 2x + 8 + 8 = 2x + 16$$

Cette question vise à remédier et à travailler ce type d'erreur avec un simple exemple numérique.

3) Développer $2 \times (4 \times a + 4)$

Correction.

$$\text{On a } 2 \times (4 \times a + 4) = 2 \times 4 \times a + 2 \times 4 = 8a + 8$$

Avec cette question je veux voir si les élèves ont bien compris comment développer les expressions du type $k \times (n \times x + m)$ avec k , n et m des nombres rationnels donnés et x variable.

4) Le professeur demande à Léna de développer l'expression $A = 3(2a + 2) + 2a$

Léna écrit sur sa copie les calculs suivants :

$$A = 3(2a + 2) + 2a$$

$$A = 3 \times 2a + 3 \times 2$$

$$A = 6a + 6 + 2a$$

$$A = 12a + 2a$$

$$A = 14a$$

Trouver et corriger les erreurs, s'il y en a.

Correction.

On a

$$A = 3(2a + 2) + 2a$$

$$A = 3 \times 2a + 3 \times 2 + 2a$$

$$A = 6a + 6 + 2a$$

$$A = 8a + 6$$

Dans cette question les élèves doivent corriger des erreurs. Tout d'abord, je veux focaliser l'attention des élèves sur l'importance du statut du signe « = » (égal) et ensuite travailler et remédier aux erreurs du type $4n + 4 = 8n$, très fréquentes chez les élèves comme j'ai pu remarquer. Je privilégierai une remédiation à l'oral pour ce dernier type d'erreur, dans le sens que, pour expliquer aux élèves pourquoi $4n + 4 \neq 8n$, je leur proposerai des situations

concrètes en disant, par exemple : « *Si dans une ferme il y a 4 lapins et 4 poules, on ne peut pas conclure qu'il y a 8 lapins* ». Je pourrai aussi écrire au tableau : 4 lapins + 4 poules \neq 8 lapins.

5) L'égalité $5(3 \times a + 3) = 5(3 + a + 3)$ est-elle vraie pour tout nombre a ?

Correction.

On a

Membre de gauche : $5(3 \times a + 3) = 5 \times 3 \times a + 5 \times 3 = 15a + 15$

Membre de droite : $5(3 + a + 3) = 5 \times 3 + 5 \times a + 5 \times 3 = 15 + 5a + 15 = 5a + 30$

Pour $a = 0$ on a, par exemple,

$15a + 15 = 15 \times 0 + 15 = 15$ et $5a + 30 = 5 \times 0 + 30 = 30$.

L'égalité n'est pas vraie pour tout nombre a , car $15a + 15 \neq 5a + 30$ pour $a = 0$.

Cette question ressemble à la question précédente faisant partie de la même activité rapide. L'objectif de cette question est de faire entraîner les élèves dans l'utilisation de la distributivité simple et dans le développement d'une expression littérale. De plus, cette question vise aussi à rappeler aux élèves comment vérifier qu'une égalité est vraie ou fausse pour n'importe quelle valeur de la lettre. En outre, cet exercice permet aux élèves de réfléchir et travailler davantage sur les erreurs du type

$2 \times (x \times 4 + 4) = 2x + 2 \times 4 + 2 \times 4 = 2x + 8 + 8 = 2x + 16$. En effet, pendant la correction des deux questions précédentes j'ai remarqué que certains élèves avaient encore des difficultés à développer des expressions du type $2 \times (x \times 4 + 4)$.

Lorsque j'ai proposé cette question aux élèves, je leur ai donné une copie simple sur laquelle ils ont rédigé leurs réponses. À la fin de l'activité rapide, j'ai ramassé ces copies. Au lieu de corriger cette question au tableau, j'ai sélectionné des productions d'élève avec des erreurs, parmi celles que j'ai ramassées, et le lendemain j'ai proposé aux élèves de corriger les copies de leurs camarades en activité rapide. Les copies sélectionnées et données aux élèves le lendemain étaient les suivantes :

1) Le professeur demande à Léna de développer l'expression $A=3(2a+2)+2a$
Léna écrit sur sa copie les calculs suivants :

$A=3(2a+2)+2a$
 $A=3 \times 2a + 3 \times 2$
 $A=6a+6+2a$
 $A=12a+2a$
 $A=14a$

Trouver et corriger les erreurs, s'il y en a.

$A = 3(2a+2) + 2a$
 $A = 3 \times 2a + 2 + 2a$ ###
 $A = 3 \times 2a + 2 + 2a$
 $A = 6a + 4a + 2$

2) L'égalité $5(3 \times a + 3) = 5(3+a+3)$ est-elle vraie pour tout nombre a ?

$5(3 \times a + 3) = 5(3+a+3)$
 $= 5 \times 3 \times a + 3$ $= 5 \times 6 + a$
 $= 15 \times a + 3$ $= 30 + a$
 $= 18 \times a$ $= 3a + a$

Non il ne sont pas égaux vraie.

1) Le professeur demande à Léna de développer l'expression $A=3(2a+2)+2a$
Léna écrit sur sa copie les calculs suivants :

$A=3(2a+2)+2a$
 $A=3 \times 2a + 3 \times 2$
 $A=6a+6+2a$
 $A=12a+2a$
 $A=14a$

Trouver et corriger les erreurs, s'il y en a.

$A=3(2a+2)+2a$
 $A=3 \times 2a + 3 \times 2 + 2a$
 $A=6a+6+2a$
 $A=8a+6$

2) L'égalité $5(3 \times a + 3) = 5(3+a+3)$ est-elle vraie pour tout nombre a ?

$5(3 \times a + 3) = 5(3+a+3)$
 $= 5 \times 3 \times a + 5 \times 3$ $= 5 \times 3 + 5 \times a + 5 \times 3$
 $= 15 \times a + 15$ $= 15 + 5a + 15$
 $= 75a + 15$ $= 30 + 5a$

L'égalité n'est pas vraie pour tout nombre a .

$5(3 \times a + 3) \neq 5(3+a+3)$

1) Le professeur demande à Léna de développer l'expression $A=3(2a+2)+2a$
Léna écrit sur sa copie les calculs suivants :

$A=3(2a+2)+2a$
 $A=3 \times 2a + 3 \times 2$
 $A=6a+6+2a$
 $A=12a+2a$
 $A=14a$

Trouver et corriger les erreurs, s'il y en a.

$A = 3(2a+2) + 2a$
 $A = 3 \times 2a + 3 \times 2 + 2a$
 $A = 6a + 6 + 2a$
 $A = 8a + 6$

2) L'égalité $5(3 \times a + 3) = 5(3+a+3)$ est-elle vraie pour tout nombre a ?

$= 5 \times (3 \times a + 3)$ $5 \times (3 + a + 3)$
 $= 5 \times (3a + 3)$ $= 5 \times (6 + a)$
 $= 5 \times 6a$ $= 5 \times 6a$

Oui elle est vraie pour le nombre a .

1) Le professeur demande à Léna de développer l'expression $A=3(2a+2)+2a$
Léna écrit sur sa copie les calculs suivants :

$A=3(2a+2)+2a$
 $A=3 \times 2a + 3 \times 2$
 $A=6a+6+2a$
 $A=12a+2a$
 $A=14a$

Trouver et corriger les erreurs, s'il y en a.

$3 \times (2a+2) + 2a$
 $3 \times (6a+6) + 2a$

2) L'égalité $5(3 \times a + 3) = 5(3+a+3)$ est-elle vraie pour tout nombre a ?

$5 \times 3 \times a + 3$ $5 \times 3 + a + 3$
 $5 \times 3a + 3$ $5 \times 3 + 0 + 3$
 $5 \times 3 + 3a$ 5×6
 $15 + 3a$ 30

Non l'égalité n'est pas correcte.

6) Trouver et corriger les erreurs, s'il y en a.

$$8a + 5 = 13a$$

Correction.

En pouvant additionner seulement des termes semblables, on a $8a + 5 \neq 13a$.

À l'oral, on fera un exemple concret en disant aux élèves que « 8 lapins plus 5 carottes n'est pas égal à 13 lapins ».

Cette question est un travail dans la durée sur des erreurs du type $4n + 4 = 8n$.

7) Développer $5 \times (3 \times a - 2)$

Correction.

On a $5 \times (3 \times a - 2) = 5 \times 3 \times a - 5 \times 2 = 15a - 10$.

Comme pour les précédentes questions celle-ci a été l'occasion de retravailler la distributivité simple et la méthode pour développer une expression littérale.

Après avoir proposée ces questions en remédiation des erreurs des élèves repérées sur leurs copies, je vais tester et voir si ces dispositifs de remédiation que j'ai proposée ont été efficaces, ou moins, avec une activité très similaire à celle du carré bordé.

Lors de ma soutenance au centre INSPE de Nantes, je présenterai cette activité, son déroulé, les productions des élèves et les résultats qu'ils ont obtenus.

Conclusion

Avec cet écrit réflexif j'ai voulu mettre en évidence les difficultés des élèves face au calcul littérale. J'ai conscience que les erreurs relevées pendant cette expérimentation sont seulement une partie non exhaustive des erreurs qu'on peut rencontrer dans un domaine si vaste comme celui du calcul littéral.

Même si j'ai conduit mon étude sur un échantillon limité et non exhaustif, j'ai eu l'occasion d'observer beaucoup les élèves en activité, à plusieurs reprises, pendant les séances, et l'impression que j'ai eu est qu'une remédiation à courte terme ne sera pas efficace. À mon avis, un travail tout au long de l'année est nécessaire pour donner ultérieurement du sens à l'introduction de la lettre et pour travailler les différentes technique et méthodes. Ce serait intéressant de proposer la même activité dans une classe de 4^e (ou 3^e) après avoir traité et travaillé la factorisation d'une expression littérale, la double distributivité et les équations de premier degré, pour voir ce que ces nouvelles techniques de calcul et notions apportent. En outre, un entraînement dans la durée sur ces méthodes pourrait aider les élèves à éviter de commettre certaines erreurs. Il s'agit d'une piste parmi d'autres qui mériterait d'être exploitée dans le cadre d'un développement futur.

Bibliographie

- [1] Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche. « Utiliser le calcul littéral » ; Site EDUSCOL, 2016.
- [2] « L'erreur dans l'apprentissage des mathématiques », IREM d'Aquitaine, 2013, *Petit x* n°93.
- [3] ASTOLFI Jean-Pierre (1997). « L'erreur, un outil pour enseigner ». Paris, ESF.
- [4] CHARNAY Roland – MANTE Michel (1992). « De l'analyse d'erreur en mathématiques aux dispositifs de remédiation : quelques pistes... » ; Repères n° 7, IREM de Lyon, 1992.
- [5] CROSET Marie-Caroline (2003-2004). « Erreurs en calcul littéral en classe de 4ème : analyse et remédiation » ; IUFM d'Aquitaine. Site de Bourran, 2003-2004.
- [6] COPPE, S., GRUGEON-ALLYS, B. & PILET, J. (2016). « Conditions pour diffuser des situations issues de la recherche en didactique des mathématiques : l'exemple du carré bordé ». *Petit x*, 102, 57-81, IREM de Grenoble.
- [7] FERRATON, G. & CHAACHOUA, H. (2013). « Rapport institutionnel au calcul littéral au collège ». État des lieux et perspectives. *Petit x*, 91, 49-67, IREM de Grenoble.

Annexes

Annexe 1

Document fourni par M.C. Semenou lors de ma formation au centre INSPE de Nantes dans l'EC Analyser l'activité de l'enseignant et de l'élève.

UN CADRE D'ANALYSE A PRIORI...

« Ce qui suit s'applique essentiellement aux énoncés donnés à chercher aux élèves, que ce soit à l'oral, individuellement ou collectivement, à l'écrit, à la maison, avec ou sans instrument... Les analyses sont donc toujours à compléter en aval et à pondérer par les indications sur ce qui se passe dans le temps réel de la classe et par le scénario complet de l'enseignant.

Qu'appelle-t-on ici « **connaissances** » ?

Cela réfère strictement à ce que l'enseignant introduit (ou a introduit¹) dans son cours comme objet ou comme outil²; ces objets ou outils peuvent être des définitions, des théorèmes, des propriétés, des formules, mais aussi des méthodes, cela correspond à la fois à ce dont l'élève peut disposer pour résoudre des exercices et à ce que l'enseignant essaie de lui faire acquérir.

☞ Les énoncés proposés aux élèves portent sur des connaissances qui peuvent être **anciennes, ou en cours d'acquisition** : c'est une première distinction à prendre en compte vis-à-vis des activités et des apprentissages qu'ils peuvent induire. Nous sommes plus précis sur les notions nouvelles que sur les anciennes.

☞ De plus, les connaissances peuvent être ou non indiquées (directement ou indirectement, par exemple par leur place dans un chapitre) : on parle alors de fonctionnement de type **mobilisable** (si elles sont indiquées) ou **disponible** (sinon). Le travail des élèves n'est pas analogue selon qu'ils doivent rechercher les connaissances à utiliser, c'est-à-dire mettre en relation une propriété à démontrer et différents outils (travail du pourquoi ou du quoi) ou mettre en fonctionnement, même en l'adaptant, une propriété (travail du comment). Cela dit chaque exercice est l'occasion pour les élèves de mettre en fonctionnement telle ou telle adaptation de la connaissance et pour l'enseignant d'en tester le développement.

☞ De même, la question posée peut être fermée (montrer que...) ou nécessiter des conjectures plus ou moins larges : Entre « calculer... » et « que peut-on dire de... ? » il peut y avoir encore beaucoup de différence de travail. Une question fermée sans aucune indication peut cependant ne pas être abordée immédiatement !

Dans tous les cas, que ce soit sur des connaissances anciennes ou en cours d'acquisition, et qu'elles doivent être mobilisables ou disponibles, les mises en fonctionnement peuvent varier, avec des conséquences sur les activités et les apprentissages. Un travail sur ces conséquences potentielles nous amène à distinguer ce que nous appelons des **types d'adaptation**.

Si le travail consiste à appliquer une propriété sans calcul supplémentaire ni reconnaissance (remplacer les données générales par des données particulières) on parle **d'application simple et isolée ou immédiate** : est mise en jeu une seule fois une application immédiate d'une propriété du cours, et d'une seule.

Dans le cas contraire, sept types d'adaptations se dégagent, qui peuvent intervenir simultanément, qui ont chacun un spectre assez large (et encore une fois relatif) :

☞ A1. **Les reconnaissances** (plus ou moins partielles) **des connaissances à utiliser et de leurs modalités d'application...** : typiquement, dans nos exemples en géométrie, reconnaître la ou les configurations où utiliser le théorème de Thalès. Cela peut aller de conjectures, mettant ou non en jeu des expériences préalables, à des reconnaissances de propriétés, ou de variables, et de notations, y compris suite à une modélisation, ou encore à des reconnaissances de formules ou à retrouver les conditions d'applications de théorèmes.

☞ A2. **L'introduction d'intermédiaires** – notations, points, expressions, calcul, tracé, etc. : par exemple, en géométrie, introduire une parallèle, prolonger un segment, ou nommer un point pour utiliser le théorème de Thalès. On peut aussi introduire des dynamiques expérimentales, suite de calculs, mouvements des figures, notamment faisant intervenir un logiciel, que ce soit préconisé ou non.

¹ Cet enseignant, ou un autre enseignant si la notion a été introduite dans les années précédentes.

² On peut étendre aux manuels la base de référence des connaissances.

- ⊖ A3. *Les mélanges* de plusieurs cadres³ ou notion..., la modélisation, les changements de point de vue, les changements ou jeux de cadres ou de registres (modes d'écriture), *les mises en relation, traductions ou interprétations* : ainsi en géométrie, utiliser du calcul algébrique pour obtenir le résultat (par exemple la résolution d'un exercice de géométrie amène à résoudre l'équation et à choisir la solution positive...). Les énoncés qui jouent sur graphique/expression algébrique de fonction contiennent automatiquement cette adaptation. Des modifications de la formulation de la connaissance à adapter, l'utilisation d'un langage mixte (formule/français), l'introduction de liaisons à expliciter, de précisions, de compléments, l'introduction d'un ordre, voire de simplifications, l'intérêt de l'écriture explicite peuvent faire partie des adaptations de ce type. *Les jeux de cadres* sont des changements de cadres non indiqués et donc à la charge des élèves⁴.
- ⊖ A4. *L'introduction d'étapes, l'organisation* des calculs, ou des raisonnements (cela va de l'utilisation répétée d'un même théorème à un raisonnement par l'absurde faisant intervenir le théorème) : typiquement en géométrie, utiliser quatre fois le théorème de Thalès de manière non indépendante puis sa réciproque. Les étapes peuvent être classiques (étude d'une fonction) ou à imaginer. Il y a souvent des énoncés très découpés qui minimisent ce type d'adaptations.
- ⊖ A5. *L'utilisation de questions précédentes dans un problème, la critique de résultats ou des méthodes mis en relief les uns avec les autres*. Il s'agit d'une adaptation intervenant dans des problèmes, qui amène à des mises en relations plus ou moins indiquées, qui nécessitent souvent de ne garder qu'une partie des informations, voire de les modifier avant de les utiliser.
- ⊖ A6. *L'existence de choix* – forcés (un seul convient finalement) ou non. La mise en œuvre d'une méthode à plusieurs pas correspond au choix forcé (étude de fonction).
- ⊖ A7. *La détection par les élèves d'un manque de connaissances adaptées au problème qu'ils se posent.* »

Aline Robert et al. 2012
Une caméra au fond de la classe (p 69 à 71)

Pour éclairer la note n° 3 :

Vocabulaire spécifique

Outil/objet/cadre

« Régine Douady (1986) a introduit les caractères objet et outil des notions à enseigner. Cela permet de distinguer d'une part les propriétés décontextualisées d'une notion (objet) et d'autre part ce qui est à l'œuvre lorsqu'on l'utilise dans un contexte, de manière souvent partielle (outil). Elle a aussi mis en évidence l'intérêt de parler de cadre, qui peut se traduire en « domaine de travail », une notion étant souvent susceptible d'être travaillée dans plusieurs cadres (numérique, graphique, algébrique, géométrique avec mesures, sans mesures, ...) »

Aline Robert et al. 2012
Une caméra au fond de la classe (p 77)

³ Les définitions précises des termes spécifiques seront reprises au chapitre suivant.

⁴ Cf Douady : les cadres sont des domaines de travail comme l'algébrique, le vectoriel, le graphique, ...

Annexe 2

Document fourni par M.C. Semenou lors de ma formation au centre INSPE de Nantes dans l'EC *Analyser l'activité de l'enseignant et de l'élève*.

UNE MÉTHODOLOGIE POUR ANALYSER LES ACTIVITÉS DES ÉLÈVES ET LES PRATIQUES DES ENSEIGNANTS EN CLASSE

Méthodologie de la double approche didactique et ergonomique (Robert et Rogalski)

Les activités de élèves

À partir de la description du déroulement d'une séance, on retient tout ce qui peut avoir une influence sur l'activité des élèves :

- la chronologie
- les formes de travail
- les aides de l'enseignant
- la prise en compte des interactions collectives, la qualité du discours
- les activités a minima et a maxima des élèves

Les pratiques de l'enseignant

« Mieux comprendre ce que l'enseignant organise en classe comme activités pour les élèves et apprécier ce qui est déterminé dans une pratique »

La pratique enseignante peut se décomposer en 5 composantes :

- la composante **cognitive** : choix des contenus enseignés et de leur organisation
- la composante **médiative** : tout ce qui se passe en classe (discours, enrôlement, aides, ...)
- la composante **institutionnelle** : programmes, horaires, ...
- la composante **sociale** : la classe, l'établissement
- la composante **personnelle** : représentation du métier

À partir d'une séance en classe, on obtiendra des informations essentiellement sur les composantes cognitive et médiative.

Méthodologie retenue

1. Analyse a priori
2. Description du déroulement
3. Analyse du déroulement : du côté des élèves, du côté de l'enseignant, les alternatives possibles. Le choix du moment décrit permettra de centrer l'analyse plutôt du côté de

l'enseignant ou du côté des élèves, puis de proposer des alternatives.

Bibliographie.

Robert, A. (2008). Partie 1 – Problématique et méthodologie communes aux analyses des activités mathématiques des élèves en classe et des pratiques des enseignants en mathématiques. Dans F. Vandebrouck (coord.) La classe de Mathématiques : activité des élèves et pratiques des enseignants. (pp. 31-68) Toulouse : Octarès.

Robert, A. (2012). Une caméra au fond de la classe de mathématiques (pp. 95-115) PUFC.

Annexe 3

Activité du « Carré bordé » (séance 1) : les productions des élèves

Aicha :

① taille 1 = 8 carreaux gris taille 2 = 12 carreaux gris
taille 3 = 16 carreaux gris

② $(7+7) \times 4$
 $(56+7) \times 4$
 $(a+7) \times 4$

③ $(x+7) \times 4$

④ dans certains cas : $7+2 = 9 \mid 32 + 2 = 64$

Ariles :

1) - Il y a 8 carreaux gris qui entourent le carré blanc de taille 1.
- Il y a 12 carreaux gris qui entourent le carré blanc de taille 2.
- Il y a 16 carreaux gris qui entourent le carré blanc de taille 3.

2) $9 \times 2 + 7 \times 2 = 32$ carreaux gris
 $56 \times 2 + 52 \times 2 = 226$ carreaux gris

3) $\rightarrow 56 \times 4 + 4$
c = un côté du carré blanc

4) $c \times 4 + 4$
 $2c \times 4 + 4$
 ~~$2 \times 4 + 4$~~ $2 \times (c \times 4 + 4)$
 $2 \times 4 = 8$
 $2c$

Carla :

Carre taille 1 = 8
Carre taille 2 = 12
Carre taille 3 = 16

Nombre de carreaux du 1, 2, 3

Calcul :

$$8 \times 4 =$$
$$(7+1) \times 4 = 32$$
$$(56+1) \times 4 = 228$$
$$56 (x+1) \times 4 =$$

Qu'on se l'on double on fait :

$$ex : 7+2=14 \quad 14 \times 2 = 64$$

Enzo B. :

ex 1) Il y a 8 carres gris qui entourent le carré blanc ^{pour la taille 4} et il y a 12 carres gris qui entourent les 4 carres blancs pour la taille 2 et il y a 16 carres gris qui entourent le carré blanc

ex 2) $9 \times 2 + 7 \times 2 = 18 + 14 = 32$ (taille 7)

$56 \times 2 + 57 \times 2 = 226$

ex 3) \uparrow

ex 4) Qui ^{toujours} en ~~reste~~ ^{reste} sinon a ~~reste~~ ^{reste} pas de augmenter car il n'y a pas de place.

Elonie :

1- taille 1: Il y a 8 carreaux gris.
 taille 2: Il y a 12 carreaux gris.
 taille 3: Il y a 16 carreaux gris.

2- $4 \times 9 = 36$ Il y a 36 carreaux gris.
 a) On compte le nombre de carreaux sur un côté et on compte combien de côté à ce carré.
 b) $58 \times 4 = 232$ Il y a 232 carreaux gris.
 On compte le nombre de carreaux gris et on compte combien de côté à ce carré

3- On ajoute +2 à la taille de départ puis $\times 4$ côtés.
 $x =$ taille du carré blanc.
 $(x+2) \times 4$

4- a) Oui. ~~$(x+2)$~~ $(2x+2) \times 4$
 b) Toujours. $4 \times x + 4 \times 2 = 4x + 8$
 $4 \times 2x + 4 \times 2 = 8x + 8$

Enzo T. :

le carré 1 = 8 cubes
 le carré 2 = 12 cubes
 le carré 3 = 16 cubes

2. $7+2+7+2+7+7 = 7 \times 4 + 4 = 32$ $56 \times 4 = 228$ calcul mental

3. $4 \times x + 4$ $x =$ la taille d'un carré blanc

4. $4 \times 2x + 4$ $8x + 4 = 12x$

Erine :

① Taille 1: 8 carreaux
Taille 2: 18 carreaux
Taille 3: 16 carreaux

② a) $9 \times 9 - 49$
b) ~~$56 \times 56 - 2912$~~
car ~~$56 \times 56 - 3136$~~
 $\rightarrow 56 \times 4 = 224$
 ~~$\rightarrow 3136 - 224$~~
 ~~$\rightarrow 2912$~~

③ $(a \times 1) + 4$

④

Killian :

1) Je carrée de taille 1 et 8 carré gris autour de lui, 12 pour celle de taille 2 et 16 pour celui de taille 3

2) $7 \times 4 + 4 = 32$ $56 \times 4 + 4 = 228$

3) On fait $2x \times 4 + 4$
 $x =$ carreaux blancs

4) ~~$2x \times 4 + 4 = 2x(2x \times 4 + 4)?$~~
 $= 8x \times 4 + 4 = 2x \times 8 + 2 \times 4 + 2 \times 4$
 $= 2x \times 8 + 8 + 8$
 $= 2x \times 16 + 8x + 4$
 $8x + 4 \neq 2x \times 16$

Horatio :

1) Taille 1 = 8 carreaux
Taille 2 = 12 carreaux
Taille 3 = 16 carreaux
Taille 4

2) $7 \times 4 + 4 = 32$
 $56 \times 4 + 4 = 228$

3) Il faut calculer le Périmètre du carré Blanc et ajouter 4
 $c =$ Taille d'un côté du carré Blanc
 $c \times 4 + 4$

4) $2 \times (c \times 4 + 4) = 2 \times (4c + 4)$ cette égalité est-elle vraie?

$- 2c \times 4 + 4 = 8c + 4$
 $- 2 \times (c \times 4 + 4) = 2 \times 4c + 2 \times 4 = 8c + 8$

$c = 0$ $8c + 4 = 8c + 8$ cette égalité est-elle vraie?

$- 8 \times 0 + 4 = 0 + 4$
 $- 8 \times 0 + 8 = 0 + 8$

Donc l'égalité est Fausse
Pour tout Nombre réel
 $x. \quad \emptyset$

Liloo :

1) a) 8 b) 12 c) 18
2) 32 gris
 ~~$7 \times 4 + 4$~~ Pour une taille de 56. $\rightarrow 7 \times 4 + 4$
3) côté du carré intérieur $x \times 4 + 4$
4) Oui,

Léah :

$$\begin{aligned} 1) \text{ carré } 1 &= 8 \\ \text{carré } 2 &= 12 \\ \text{carré } 3 &= 16 \\ \\ 2) 7 \times 4 + 4 &= 32 & 56 \times 4 + 4 &= 228 \\ \\ 3) x \times 4 + 4 &= (x \times 4 + 4) \\ \\ x &= \text{les carreaux blanc.} \end{aligned}$$

Lily :

$$\begin{aligned} 1) \text{ IP y a } 8 \text{ carré gris sur le carré taille } 1, 12 \text{ pour la taille } 2, 16 \\ \text{ pour la taille } 3 \\ \\ 2) 7 \times 4 + 4 &= 32 \\ 56 \times 4 + 4 &= 228 \\ \\ 3) \text{ IP faut calculer le périmètre du carré blanc et ajouter les coins.} \\ x \times 4 + 4 \\ x &= \text{taille du côté de carré blancs} \\ \\ 4) 2x \times 4 \times 4 &= 2 \times (x \times 4 + 4) \\ 2x \times 4 + 4 &= 8x + 4 \\ 2 \times (x \times 4 + 4) &= 2 \times 6x + 2 \times 4 \\ &= 8x + 8 \\ \\ x &= 0 \\ 8x + 4 &= 8x + 8 \\ 8 \times 0 + 4 &= 0 + 4 \\ 8 \times 0 + 8 &= 0 + 8 \\ \\ \text{L'égalité est fautive pour tous nombre égal à } x &= 0 \end{aligned}$$

Lilwenn :

- 1) Taille 1 : 8 carreaux
Taille 2 : 12 carreaux
Taille 3 : 16 carreaux

2) $7 \times 4 + 4 = 32$

$56 \times 4 + 4 = 228$

- 3) Il faut calculer le périmètre du carré blanc et ajouter 4.
 $C =$ Taille d'un côté du carré blanc.

$C \times 4 + 4$

- 4) $2C \times 4 + 4 = 2 \times (C \times 4 + 4)$ Cette égalité est-elle vraie ?

- $2C \times 4 + 4 = 8C + 4$

- $2 \times (C \times 4 + 4) = 2 \times 4C + 2 \times 4$
 $= 8C + 8$

$C = 0$

$8C + 4 = 8C + 8$ Cette égalité est-elle vraie ?

- $8 \times 0 + 4 = 0 + 4$

- $8 \times 0 + 8 = 0 + 8$

Donc l'égalité est fautive pour tout nombre égal x .

Louise :

1) Dans le carré de taille 1 il y a 8 carré gris,
dans le carré 2 il y en a 12 et dans le carré
3 il y en a 16.

$$2) 7+2+7+2+7+7$$

$$4 \times 7 = 28 \quad \text{taille } 7 = 28 \quad \text{taille } 56 = 272$$

$$4 \times 56 = 224$$

$$3) 4 \times x + 4$$

Louise

$$4) 4 \times 2x + 4 \quad 8x + 4 = 12x$$

$$8 \times (4x + 4) \quad 2 \times 8x = 16x$$

$$2 \times 4x + 4 =$$

Non, on peut pas doubler de nombre de carré gris.

Donc l'égalité de tout le nombre égale à x

Lucas :

1) 1.8 Lucas 4c

2.47

3.78

2) 3 2 gris ($7 \times 4 + 4$)

3) (côté du carré intérieur) $\times 4 + 4$
(blanc)

4) Oui,

Maëline :

Exercice 1
Il y a 8 carreaux gris entourant le carré blanc de taille 1.
Il y a 12 carreaux gris entourant le carré blanc de taille 2.
Il y a 16 carreaux gris entourant le carré blanc de taille 3.

Exercice 2
On compte le nombre de carreaux sur 1 côté et le nombre de côtés. Il y a quatre côtés égaux 4.
 $9 \times 4 = 36$
36 carreaux gris entourent le carré.
 $56 + 2 = 58$ Il y aurait 232 carreaux gris entourant le carré.
 $58 \times 4 = 232$

Exercice 3
Nous rajoutons +2 à la taille du départ puis \times les 4 côtés. $(x+2) \times 4$
 $x = (\text{carré blanc})$
 $4 \times x + 4 \times 2 = 4x + 8$

Exercice 4
a) Oui, car $(2x+2) \times 4$ $4 \times 2x + 4 \times 2 = 8x + 8$
b) Toujours

Mathéo :

1: 8 carré gris
2: 12 carré gris
3: 16 carré gris

②
 $(7+1) \times 4$

③ $(x+1) \times 4$

④ Oui car les carré gris les entours donc si on double 1 on double l'autre

Manel :

1) Dans de cané de la taille 1 il ya "8 petit canéuse".
 - Dans de cané de la taille 2 il ya "12 petit canéuse".
 - Dans de cané de la taille 3 il ya "16 petit canéuse".

2) $7+2 \quad 7+2 \quad +7+7$
 $4 \times 7 = 32$
 $56 \times 4 + 4 = 228$

3) $4 \times x + 4 \quad x = \text{la taille de cané blanc}$

4) $4 \times 2x + 4 \quad 8x + 4 = 12x$

$2 \times (4 \times xc + 4) \quad 2 \times 8xc = 16xc$
 $2 \times 4xc + 4 =$

Non, on peut pas doubler le nombre de cané gris.
 donc l'égalité de tout le membre égalé $\&xc$.

Wencess :

$= (7+2) \times 2 + 7 \times 2 = (56+2) \times 2 + 56 \times 2$
 $= 9 \times 2 + 7 \times 2 = 58 \times 2 + 56 \times 2$
 $= 18 + 14 = 116 + 112$
 $= 32 = 228$

$(6c + 2) \times 2 + x \times 2$
 $x = \text{taille}$

$(14 + 2 \times 2 + 14 \times 2$
 $= 16 \times 2 + 14 \times 2$
 $= 32 + 28$
 $= 60$

Non parce que ont a double 7, 4
 resultat de ~~7~~ 7
 N'est pas 4 double

Ruben :

Question 1:
taille 1: 8
taille 2: 12
taille 3: 16

Question 2:
 $=(7+2) \times 2 + 7 \times 2 = (56+2) \times 2 + 56 \times 2$
 $= 9 \times 2 + 7 \times 2 = 58 \times 2 + 56 \times 2$
 $= 18 + 14 = 116 + 112$
 $= 32 = 228$

Question 3:
 $(n+2) \times 2 + n \times 2$
I = taille

Question 4:
 $=(14+2) \times 2 + 14 \times 2$
 $= 16 \times 2 + 14 \times 2$
 $= 32 + 28$
 $= 60$
non car quand on double 7 carreau blanc le resultat n'est le double

Thomas :

① taille 1) 8 carré gris qui entoure un carré blanc
taille 2) 12 carré gris qui entoure 4 carré blanc
taille 3) 16 carré gris qui entoure 9 carré blanc

② $9 \times 2 + 7 \times 2 = 32$ carré gris
 $56 \times 2 + 58 \times 2 = 226$ carré gris

$56 \times 4 + 4$
c = un côté du carré blanc
 $c \times 4 + 4$
 $c \times 4 + 4$

Valentin :

1) Il y a 8 carrés qui entourent le carré blanc de taille 1, il y a 12 carrés qui entourent le carré blanc de taille 2, il y a 16 carrés qui entourent le carré blanc de taille 3.

2) $7 \times 4 + 4 = 28 + 4 = 32$
 $56 \times 4 + 4 = 224 + 4 = 228$

3) ~~$x \times 4$~~ on fait $x \times 4 + 4$ $x =$ carré blanc


4) $2x \times 4 + 4 = 2 \times (x \times 4 + 4)$?
 $8x + 4 = 2 \times x \times 4 + 2 \times 4 + 2 \times 4$
 $= 2x \times 8 + 8 + 8$
 $8x + 4 = 20x + 16$

$8x + 4 \neq 20x + 16$

Wendy :

1) carré Taille 1 : 8
carré Taille 2 : 12
carré Taille 3 : 16
carré Taille 4 : 20

2) $(7+1) \times 4 = 8 \times 4 = 32$
 $(56+1) \times 4 = 57 \times 4 = 228$

3) $(x+1) \times 4$
 $x =$ taille = 

Yanis :

1) a) 8

b) 12

c) 18

2) 32 grains ($7 \times 4 + 4$)

$$32 \times 8 = 256 = \text{Taille } 56$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 8 \\ \hline 256 \end{array}$$

3) côté du carré intérieur $\times 4 + 4$

~~$\times (4 + 4)$~~

4) Non carré

~~2×2~~

$$2 \times \text{côté} \times 4 + 4 = 2 \times (\text{côté} \times 4 + 4)$$

Annexe 4

Activité du « Carré bordé » (séance 2) : les productions des élèves

Aïcha :

• Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ?

$$4n+4 \qquad 4(n+1) \qquad 2(n+2)+2n$$

On a noté n la taille du carré blanc.

l'égalité n°1 : $4(n+1) = 4 \times n + 4 \times 1 = 4n+4$

Oui, l'égalité est vraie partout n .

l'égalité n°2 :

$$2(n+2)+2n = 2 \times n + 2 \times 2 + 2n = 2n+4+2n = 4n+4$$

non l'égalité n'est

, vaut pour tous nombre N

Ariles :

• Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ?

$$4n+4 \qquad 4(n+1) \qquad 2(n+2)+2n$$

On a noté n la taille du carré blanc.

$4(n+1) = 4n+4 \times 1 = 4n+4$, ou: l'égalité est vraie.

~~$2(n+2) = 2 \times n + 2 \times 2 = 2n+4$ et $2n+4+2n = 4n+4$ ou l'égalité est vraie.~~

$4(n+1) = 4n+4 \times 1 = 4n+4$ ou l'égalité est vraie.

Wendy :

• Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ?

$$\overset{1}{4n+4} \qquad \overset{2}{4(n+1)} \qquad \overset{3}{2(n+2)+2n}$$

On a noté n la taille du carré blanc.

$4(n+1) = 4 \times n + 4 \times 1 = 4n+4$ 1 et 2 sont égaux

$2(n+2)+2n = 2 \times n + 2 \times 2 + 2n = 2n+4+2n = 4n+4$ 2 et 3 sont égaux

Carla :

- Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ?

$$4n+4$$

$$4(n+1)$$

$$2(n+2)+2n$$

On a noté n la taille du carré blanc.

$$4(n+1) = 4 \times n + 4 \times 1 = 4n + 4 \quad \text{Oui l'égalité est vraie pour tout } n$$

$$4(n+1) = 2(n+2) + 2n$$

$$4n+4$$

$$2(n+2) + 2n$$

$$2 \times n + 2 \times 2 + 2n$$

Ruben :

- Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ?

$$4n+4$$

$$4(n+1)$$

$$2(n+2)+2n$$

On a noté n la taille du carré blanc.

$$4n+4 = 4(n+1)$$

$$4n+4 = 4 \times n + 4 \times 1 = 4n+4 \quad \text{Oui, l'égalité est vraie pour tout } n$$

$$4n+4 = 2(n+2)+2n$$

$$4n+4$$

$$= 2 \times n + 2 \times 2$$

Elonie :

$n=1$

$4n+4$ $=4 \times 1 + 4$ $=4+4$ $=8$ (vrai)	$4(n+1)$ $=4 \times (1+1)$ $=4 \times 2$ $=8$ (vrai)	$2(n+2)+2n$ $=2 \times (1+2) + 2 \times 1$ $=2 \times 3 + 2$ $=6+2$ $=8$ (vrai)
---	--	--

1- Oui Les expressions sont vraies pour toutes tailles.

2. - $n=3$

$4n+4$ $=4 \times 3 + 4$ $=12+4$ $=16$	$4(n+1)$ $=4 \times (3+1)$ $=4 \times 4$ $=16$
---	---

L'égalité $4n+4=4(n+1)$ est vraie.

Thomas :

• Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ? *Non*

$4n+4$ $4(n+1)$ $2(n+2)+2n$

On a noté n la taille du carré blanc.

L'égalité $4n+4=4(n+1)$ est elle vraie pour tout n ?
 $4(n+1)=4 \times n + 4 \times 1 = 4n+4$ oui l'égalité est vraie pour tout n

Enzo B. :

• Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ?

$4n+4$ $4(n+1)$ $2(n+2)+2n$

On a noté n la taille du carré blanc.

$4n+4 = 4 \times n + 4$ $= 4n + 4$ $= 8n$	$4(n+1) = 4n + 4 \times 1 = 4n + 4$	$2(n+2)+2n$ $= 2 \times n + 2 + 2n$ $= 2n + 2 + 2n$ $= 4n + 2n$ $= 6n$
---	-------------------------------------	--

Non l'égalité est pas vraie pour tout n

Oui, l'égalité est vraie pour tout n

Louise :

• Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ?

$4n+4$ $4(n+1)$ $2(n+2)+2n$

On a noté n la taille du carré blanc.

L'égalité $4n+4=4(n+1)$ est-elle vraie pour tout nombre n ?
 $4(n+1)=4 \times n + 4 \times 1 = 4n+4$ Oui, l'égalité est vraie pour tout nombre n .

L'égalité $4(n+1)=2(n+2)+2n$ est-elle vraie pour tout nombre n ?
 $4(n+1)=4 \times n + 4 \times 1 = 4n+4$ $2(n+2)+2n = 2 \times n + 2 + 2n$

Erine :

• Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ?

$4n+4$ $4(n+1)$ $2(n+2)+2n$

On a noté n la taille du carré blanc.

L'égalité $4n+4=4(n+1)$ est-elle vraie pour tout n ?
 $4(n+1)=4 \times n + 4 \times 1 = 4n+4$ oui l'égalité est elle vraie pour tout n .

L'égalité $4(n+1)=2(n+2)+2n$ est-elle vraie pour tout n ?
 $2(n+2)+2 = 2 \times n + 2 \times 2 + 2 = 2n+4+2 = 2n+6$

Mathéo :

• Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ?

$4n+4$ $4(n+1)$ $2(n+2)+2n$

On a noté n la taille du carré blanc.

L'égalité $4n+4=4(n+1)$ est-elle vraie pour tout n ?
 $4(n+1)=4 \times n + 4 \times 1 = 4n+4$, oui, l'égalité est vraie pour tout n

L'égalité $4(n+1)=2(n+2)+2n$ est-elle vraie pour tout n ?

Killian :

Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ?

Kilian Depunichoffray $4n+4$ $4(n+1)$ $2(n+2)+2n$

On a noté n la taille du carré blanc.

L'égalité $4n+4=4(n+1)$ est-elle vraie pour tout n ?

$4 \times 0 + 4 = 4$ ~~$4 \times (0 + 1) = 4$~~ $4n+4 = 4(n+1)$
 ~~$4 \times 0 + 4$~~ $= 4 \times 1$
 $= 4$ $= 4$

L'égalité $4(n+1) = 2(n+2)+2n$ est-elle vraie pour tout n ?

~~$4 \times (0 + 1)$~~ $2 \times (0 + 2) + 2 \times 0$
 ~~$= 4 \times 1$~~
 $= 4$

Léah :

• Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ?

$4n+4$ $4(n+1)$ $2(n+2)+2n$

On a noté n la taille du carré blanc.

L'égalité $4n+4=4(n+1)$ est-elle vraie pour tout n ?

$4 \times n + 4$
 $= 4n + 4$

Oui l'égalité est vraie.

L'égalité $4n+4 = 2(n+2)+2n$ est-elle vraie pour tout n ?

$4 \times n + 4$ $2 \times n + 2 \times 2 + 2 \times n$
 $= 2n + 4 + 2n$
 $= 4n + 4$

Oui l'égalité est vraie.

Liloo :

- Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ?

$4n+4$

$4(n+1)$

$2(n+2)+2n$

On a noté n la taille du carré blanc.

L'égalité $4n+4 = 4(n+1)$ est-elle vraie pour tout n ?

$$4n+4 = 4 \times (n+1)$$

$$4n+4 = 5+n$$

L'égalité $4(n+1) = 2(n+2) + 2n$ est-elle vraie pour tout n ?

$$4 \times (n+1) = 2 \times (n+2) + 2n$$

$$5 \times n = 4 \times 2n + n$$

Horatio :

- Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ?

keru

$4n+4$

$4(n+1)$

$2(n+2)+2n$

On a noté n la taille du carré blanc.

$$4N+4 = 4 \times (N+1)$$

$$4N+4 = 4N+4$$

oui l'égalité est vraie pour tout n .

$$4 \times (N+1) = 4N+4$$

$$2 \times (N+2) + 2N + 2$$

Non l'égalité n'est pas vraie

Lilwenn :

- Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ?

$$4n+4$$

$$4(n+1)$$

$$2(n+2)+2n$$

On a noté n la taille du carré blanc.

L'égalité $4m+4 = 4(n+1)$ est-elle vraie pour tout n ?

$$4 \times m + 4$$

$$4 \times m + 4 \times 1 \\ = 4m + 4$$

Oui l'égalité est vraie

L'égalité $4m+4 = 2(m+2)+2m$ est-elle vraie pour tout n ?

$$4 \times m + 4$$

$$2 \times m + 2 \times 2 + 2 \times m \\ = 2m + 4 + 2m \\ = 4m + 4$$

Oui l'égalité est vraie

Wencess :

- Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ?

$$4n+4$$

$$4(n+1)$$

$$2(n+2)+2n$$

On a noté n la taille du carré blanc.

$$4x+4 = 4(x+1) \\ (4x+4)$$

$$4 \times (x+1) \\ 4x+4$$

$$4x+4$$

$$2+(x+2)$$

Oui l'égalité est vraie

Elonie :

Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ?

$4n+4$ $4(n+1)$ $2(n+2)+2n$

On a noté n la taille du carré blanc.

$n=1$

$4n+4$ $= 4 \times 1 + 4$ $= 4 + 4$ $= 8$ (vrai)	$4(n+1)$ $= 4 \times (1+1)$ $= 4 \times 2$ $= 8$ (vrai)	$2(n+2)+2n$ $= 2 \times (1+2) + 2 \times 1$ $= 2 \times 3 + 2$ $= 6 + 2$ $= 8$ (vrai)
--	---	--

1- Oui, les expressions sont vraies pour toutes les tailles.

2.- $n=3$

$4n+4$ $= 4 \times 3 + 4$ $= 12 + 4$ $= 16$	$4(n+1)$ $= 4 \times (3+1)$ $= 4 \times 4$ $= 16$	
--	--	--

L'égalité $4n+4 = 4(n+1)$ est vraie.

Lily :

• Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ?

$4n+4$ $4(n+1)$ $2(n+2)+2n$

1) On a noté n la taille du carré blanc.

$n=1$

$4n+4$ $= 4 \times 1 + 4$ $= 4 + 4$ $= 8$ (vrai)	$4(n+1)$ $= 4 \times (1+1)$ $= 4 \times 2$ $= 8$ (vrai)	$2(n+2)+2n$ $= 2 \times (1+2) + 2 \times 1$ $= 2 \times 3 + 2$ $= 6 + 2$ $= 8$ (vrai)
---	--	---

Oui, les expressions sont vraies pour toutes les tailles.

2) $n=3$

$4 \times 3 + 4$ $= 12 + 4$ $= 16$	$4 \times (3+1)$ $= 4 \times 4$ $= 16$	
--	--	--

L'égalité $4n+4 = 4(n+1)$ est vraie.

Yanis :

• Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ?

$4n+4$ $4(n+1)$ $2(n+2)+2n$

On a noté n la taille du carré blanc.

$4m+4 = 4 \times m + 4 \times 1$
 $4(m+1) =$

Lucas :

• Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ?

$4n+4$ $4(n+1)$ $2(n+2)+2n$

On a noté n la taille du carré blanc.

$4n+4 = 4 \times n + 4 \times 1$
 $4(n+1) = 4n+4$
 $2(n+2)+2n = 4n+2$
Non, elles ne sont pas égales

Manel :

• Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ?

$4n+4$ $4(n+1)$ $2(n+2)+2n$

On a noté n la taille du carré blanc.

l'égalité n°1
 $4(m+1) = 4 \times m + 4 \times 1 = 4m+4$ oui, l'égalité est vraie pour tout n .

l'égalité n°2
 $2(m+2) + 2m = 2 \times m + 2 \times 2 + 2m = 2m+4+2m = 6m+4$
Non, l'égalité est fautive pour tout m .

Enzo T. :

• Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ?

$4n+4$ $4(n+1)$ $2(n+2)+2n$

On a noté n la taille du carré blanc.

$4(n+1) = 4 \times n + 4 \times 1 = 4n + 4$

$4n + 4$

$2(n+2) + 2n = 2 \times n + 2 + 2n =$

Valentin :

• Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ?

$4n+4$ $4(n+1)$ $2(n+2)+2n$

On a noté n la taille du carré blanc.

$4n+4 = 4(n+1)$
 $= 4 \times n + 4 \times 1$
 $= 4n+4$

Oui l'égalité est vraie pour tout nombre n .

$4(n+1) = 2(n+2) + 2n$
 $4 \times n + 4 \times 1 = 2 \times n + 2 \times 2 + 2n$
 $4n+4 = 2n+4+2n$
 $= 4n+4$

Oui l'égalité est vraie pour tout nombre n .

Maëline :

• Les expressions suivantes sont-elles égales pour toutes les tailles ?

$4n+4$ $4(n+1)$ $2(n+2)+2n$

On a noté n la taille du carré blanc.

$4n+4$ Oui, elle est vraie pour tout nombre n .

$4(n+1) = 4 \times n + 4 \times 1 = 4n+4$

$4 \times n + 4 \times 1 = 4n+4$ Oui, elle est vraie pour tout nombre n .

$2 \times n + 2 \times 2 + 2n$
 $= 2n + 4 + 2n$
 $= 4n+4$

Mots clés

Erreur, modèle constructiviste, remédiation, calcul littéral, carré bordé

Résumé

Ce travail analyse la situation connue du carré bordé à fort potentiel didactique. Ce problème a été proposé à une classe de 4^e dans la séquence du calcul littéral durant ma période de stage professionnel. L'analyse *a priori* de cette situation, conduite en s'appuyant sur le cadre d'analyse *a priori* d'Aline Robert, montre les différents obstacles et les enjeux de ce problème. En proposant cette activité, j'ai suivi une approche constructiviste. L'analyse des données recueillies montre que les erreurs significatives et reproductibles par les élèves sont multiples dans ce type de situations. Pour remédier à ces différentes erreurs j'ai proposé aux élèves des différents dispositifs de remédiation, pendant les heures de cours sur une courte période. Enfin, pour tester l'efficacité de ces dispositifs, j'ai proposé aux élèves une autre activité similaire à celle du « Carré bordé ». L'analyse de cette activité ainsi que les résultats obtenus ne figureront pas sur cet écrit réflexif, mais ils seront l'objet de ma soutenance.

Abstract

This work analyzes the known situation of the bordered square with high didactic potential. This problem was proposed to a 8th grade class in the literal calculation sequence during my professional internship period. The *a priori* analysis of this situation, conducted based on Aline Robert's *a priori* analysis framework, shows the various obstacles and challenges of this problem. In proposing this activity, I followed a constructivist approach. The analysis of the data collected shows that the significant and reproducible errors by the students are multiple in this type of situation. To remedy these various errors, I offered the students various remedial devices, during class hours over a short period. Finally, to test the effectiveness of these devices, I offered the students another activity similar to that of the "Bordered square". The analysis of this activity as well as the results obtained will not appear on this reflective writing, but they will be the subject of my oral thesis defense.